

Carlos J. Amorim M. Trancoso Vaz

Comportamento S. de Pontes
com Pilares de B. Armado

DEC
FEUP
1992

UNIVERSIDADE DO PORTO
FACULDADE DE ENGENHARIA

COMPORTAMENTO SÍSMICO DE PONTES
COM PILARES DE BETÃO ARMADO

Verificação da segurança

Carlos Jorge Amorim Miragaia Trancoso Vaz

624(013) V1A7C/COM

UNIVERSIDADE DO PORTO
Faculdade de Engenharia
BIBLIOTECA
N.º 17047-8j
COU
Data 2 9 92

cat

N.º 5934

Lisboa, Março de 1992

DEC

FEUP

043 D

V495c

EX. 2

Tese desenvolvida no LNEC e submetida para obtenção
do grau de Doutor em Engenharia Civil no âmbito do
protocolo de cooperação entre a FEUP e o LNEC

**A meus Pais
pelo seu exemplo**

**A minha mulher e a meu filho
pelo carinho com que me apoiaram**

AGRADECIMENTOS

A apresentação desta tese resulta não só do trabalho individual do seu autor mas também da conjugação de múltiplas contribuições, apoios e incentivos recebidos e que se agradecem explicitamente.

Ao Laboratório Nacional de Engenharia Civil estou grato pelas oportunidades concedidas e pelos meios colocados à minha disposição para a realização desta tese.

Agradecimentos especiais desejo dirigir aos meus orientadores. Ao Engenheiro Ricardo Teixeira Duarte, Chefe do Núcleo de Dinâmica Aplicada do LNEC, agradeço a amizade e apoio incondicionais que manifestou, de forma inexcusável, ao longo da realização deste trabalho; ao Professor Aníbal Guimarães da Costa, da FEUP, agradeço, para além da amizade manifestada, a forma como apoiou a apresentação desta tese à Universidade do Porto e as sugestões e incentivos que frequentemente me transmitiu.

A realização deste trabalho foi muito facilitada pelo excelente ambiente de trabalho do Departamento de Estruturas do LNEC. Ao Engenheiro Vítor Monteiro, Chefe do Departamento, estou grato pelo apoio dado à realização desta tese. Ao Engenheiro Eduardo Cansado Carvalho expressei o meu reconhecimento pela disponibilidade oferecida e nunca regateada e pelas sugestões transmitidas. Aos meus colegas Engenheiros Manuel Pipa, Ema Coelho e Alfredo Campos Costa agradeço as dezenas de horas gastas em discussões acesas, das quais nem sempre nasceu a luz, mas que, estou certo, marcaram este trabalho. Destaco com particular apreço a colaboração do Engenheiro Manuel Ritto Corrêa que, pelo seu espírito crítico e dedicação constante, contribuiu decisivamente para a realização dos cálculos em tempo útil.

É também de justiça salientar a perfeição na execução dos desenhos, realizados pelos Srs. Fernando Carneiro e António Ferreira, e a eficiente dactilografia do texto efectuada pela Sra. D. Isabel Raposo. Agradece-se, finalmente, a boa vontade e empenho que o pessoal do Sector de Artes Gráficas do LNEC colocou no tratamento desta tese.

COMPORTAMENTO SÍSMICO DE PONTES COM PILARES DE BETÃO ARMADO

Verificação da segurança

RESUMO

Neste trabalho é abordado o problema da verificação da segurança de estruturas de pontes com pilares de betão armado sujeitas à acção dos sismos. A importância deste problema deriva do facto de, com alguma frequência, se observarem danos muito severos em estruturas de pontes devido à ocorrência de sismos intensos.

Na análise do comportamento sísmico de estruturas é necessário considerar 3 tipos diferentes de modelos: modelos das acções sísmicas, modelos das estruturas e modelos de comportamento das estruturas. Assim, são referidos os modelos descritivos das acções sísmicas e apresentadas as características gerais do comportamento de elementos de betão armado. Dada a importância da consideração do comportamento em regime não linear são referidos alguns dos modelos que permitem ter em conta esse tipo de comportamento e, uma vez que alguns desses modelos recorrem explicitamente às relações tensões-extensões dos materiais, descrevem-se de forma breve alguns modelos comumente utilizados para descrever o comportamento do aço e do betão submetidos a acções repetidas e alternadas.

São discutidos os aspectos numéricos de um modelo de fibras desenvolvido com o objectivo de analisar o comportamento de estruturas de pontes em que os fenómenos não lineares ocorrem fundamentalmente nos pilares, indicando-se algumas técnicas que permitiram melhorar a eficiência do modelo.

Finalmente, a verificação da segurança é efectuada calculando a probabilidade de ruína com base nos resultados que o modelo de fibras permite obter e considerando definições convencionais dos estados limites. Apresenta-se uma metodologia para o cálculo da probabilidade de ruína baseada no teorema de Bayes que permite otimizar o volume de cálculo envolvido na verificação da segurança. As potencialidades desta metodologia são ilustradas através de um exemplo de aplicação.

SEISMIC BEHAVIOUR OF BRIDGES WITH REINFORCED CONCRETE PIERS

Checking of structural safety

ABSTRACT

This thesis deals with the seismic behaviour of reinforced concrete bridge structures emphasizing the problem of safety checking under earthquake actions.

The models idealizing the earthquake vibrations are referred. The general behaviour of reinforced concrete elements is presented and some of the relevant phenomena are identified. Since nonlinear behaviour plays an important role in the global performance under earthquake actions some analytical models allowing to take it into account are described. Some of those models explicitly consider the stress-strain relationships of the individual materials and so some of the most commonly used models of steel and concrete behaviour under cyclic actions are referred.

The numerical aspects of a fibre model developed with the aim of studying the seismic behaviour of bridges are discussed and some numerical procedures to improve its efficiency are presented. This model is suitable for the analysis of reinforced concrete bridges in which nonlinear behaviour occurs in the piers.

Safety checking is performed using the results of the fibre model and considering conventional definitions of the limit states. A procedure to calculate the probability of failure based on the Bayes theorem is present allowing the optimization of computational effort. The capabilities of this procedure are illustrated through a practical example.

COMPORTEMENT SISMIQUE DES PONTS AUX PILIERS EN BÉTON ARMÉ

Vérification de la sécurité structural

RÉSUMÉ

Le travail ci-présent constitue une abordage au problème de la vérification de la sécurité des structures de ponts en béton armé sujets à l'action sismique. L'importance de ce problème dérive de l'observation, assez fréquente, de dommages très sévères dans les structures de ponts dus à l'ocurrence de séismes intenses.

Dans l'analyse du comportement sismique des structures, il est nécessaire de considérer trois types différents de modèles: les modèles des actions sismiques, les modèles des structures et ceux du comportement structural. Ainsi, les modèles descriptifs des actions sismiques sont référés, et les caractéristiques générales du comportement d'éléments en béton armé sont présentées. Étant donnée l'importance de la considération du comportement en régime non-linéaire, quelques uns des modèles qui permettent de tenir en due compte ce comportement sont référés et, puisque quelques uns de ces modèles font explicitement usage des relations tension-déformation des matériaux, la description est faite, en forme abrégée, de quelques modèles plus usés pour la description du comportement de l'acier et du béton, soumis à des actions répétées et alternées.

Les aspects numériques sont présentés d'un modèle de fibres, développé avec l'objectif d'analyser le comportement de structures de ponts dans lesquelles les phénomènes non-linéaires se donnent surtout dans les piliers, et l'indication est faite de quelques techniques qui permettent améliorer l'efficacité du modèle.

Enfin, la vérification de la sécurité structural est effectuée en calculant la probabilité de ruine ayant pour base les résultats que le modèle de fibres permet d'obtenir et en considérant des définitions conventionnelles des états limites. Une méthodologie est présentée pour le calcul de la probabilité de ruine, basée dans le théorème de Bayes, qui permet d'optimiser le volume de calcul impliqué dans la vérification de la sécurité.

COMPORTAMENTO SÍSMICO DE PONTES COM PILARES DE BETÃO ARMADO

Verificação da segurança

INDICE

INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO 1 - FENOMENOLOGIA DO COMPORTAMENTO SÍSMICO DE PONTES	7
1.1 - OS DANOS OBSERVADOS COMO FACTOR DE PROGRESSO DA ENGENHARIA SÍSMICA DE PONTES	8
1.2 - ALGUNS EXEMPLOS DE DANOS OBSERVADOS	11
1.2.1 - Sismo de Kanto (1923)	12
1.2.2 - Sismo de Fukui (1848)	15
1.2.3 - Sismo de Niigata (1964)	19
1.2.4 - Sismo de San Fernando (1971)	21
1.2.5 - Sismo de Loma Prieta (1989)	28
1.3 - COMPORTAMENTO DE PONTES COM PILARES DE BETÃO ARMADO	34
1.3.1 - Pontes de pilares rígidos	35
1.3.2 - Pontes de pilares flexíveis	36
1.4 - ALGUNS ASPECTOS DA ANÁLISE	38
CAPÍTULO 2 - MODELOS E MÉTODOS DE ANÁLISE	41
2.1 - MODELOS DESCRITIVOS DAS ACÇÕES SÍSMICAS	42
2.1.1 - Tipos de vibrações sísmicas	42
2.1.2 - Valores de pico	45

2.1.3 - Espectros de resposta	45
2.1.4 - Espectros de potência	46
2.1.5 - Equivalência entre modelos	48
2.1.5.1 - Relações entre valores de pico e espectros de res- posta	48
2.1.5.2 - Relações entre espectros de resposta e espectros de potência	50
2.1.5.3 - Relações entre espectros de potência e valores de pico	52
2.1.6 - Análise comparativa dos modelos	54
2.1.6.1 - Variabilidade espacial das vibrações sísmicas	55
2.1.6.2 - Efeito das condições geológicas locais	56
2.2 - MODELOS DAS ESTRUTURAS	59
2.3 - MODELOS DE COMPORTAMENTO	61
2.3.1 - Modelos lineares	61
2.3.2 - Modelos não lineares	62
2.4 - OBSERVAÇÕES FINAIS	64
 CAPÍTULO 3 - COMPORTAMENTO NÃO LINEAR DE PILARES DE BETÃO ARMADO	 67
3.1 - CARACTERÍSTICAS GERAIS DO COMPORTAMENTO EM FLEXÃO	69
3.1.1 - Flexão composta com esforço axial	69
3.1.2 - Flexão desviada com esforço axial	74
3.1.3 - Influência do nível e variação do esforço axial	79
3.1.4 - Influência do confinamento	83
3.1.5 - Influência do esforço transversal	90
3.2 - MODELOS ANALÍTICOS DO COMPORTAMENTO EM FLEXÃO	95
3.2.1 - Modelo elasto-plástico perfeito	96
3.2.2 - Modelo trilinear com degradação de rigidez	99
3.2.3 - Modelo "multi-spring"	102
3.2.4 - Modelos de fibras	105
3.3 - ANÁLISE COMPARATIVA DOS MODELOS	108

CAPÍTULO 4 - MODELOS DOS MATERIAIS	111
4.1 - TERMINOLOGIA	112
4.2 - MODELOS DO AÇO	113
4.2.1 - Modelo de Ma-Bertero-Popov	114
4.2.2 - Modelo de Aktan-Karlson-Sozen	117
4.2.3 - Modelo de Giuffrè-Pinto	118
4.3 - MODELOS DO BETÃO	119
4.3.1 - Modelo de Sinha-Gerstle-Tulin	119
4.3.2 - Modelo de Karsan-Jirsa	121
4.3.3 - Modelo de Kent-Park modificado	124
4.3.4 - Modelo de Mander-Priestley-Park	129
4.4 - APRECIACÃO DOS MODELOS	133
4.4.1 - Modelos do aço	133
4.4.2 - Modelos do betão	134
 CAPÍTULO 5 - DESENVOLVIMENTO DE UM MODELO DE FIBRAS	 137
5.1 - CARACTERÍSTICAS GERAIS DO MODELO	138
5.1.1 - Elemento não linear de pilar de betão armado	138
5.1.2 - Elemento não linear de junta	143
5.1.3 - Elemento fusível	144
5.2 - ASPECTOS NUMÉRICOS	145
5.2.1 - Matrizes estruturais	145
5.2.2 - Resolução das equações de movimento	147
5.2.3 - Critérios e aceleração da convergência	149
5.2.4 - Subdivisão do passo de integração	152
5.3 - O PROBLEMA DO COMPRIMENTO DA RÓTULA PLÁSTICA	153
5.4 - RESULTADOS	155
5.5 - OBSERVAÇÕES FINAIS	159

CAPÍTULO 6 - VERIFICAÇÃO DA SEGURANÇA	161
6.1 - NÍVEIS DE VERIFICAÇÃO DA SEGURANÇA	164
6.1.1 - Nível 3	165
6.1.2 - Nível 2	165
6.1.3 - Nível 1	168
6.2 - QUANTIFICAÇÃO DA PROBABILIDADE DE RUÍNA	171
6.3 - METODOLOGIA BAYESIANA PARA A QUANTIFICAÇÃO DA PROBABILIDADE DE RUÍNA	176
6.3.1 - Funções de vulnerabilidade	177
6.3.2 - Análise bayesiana	179
6.3.3 - Optimização da análise	181
6.4 - EXEMPLO DE APLICAÇÃO	182
6.4.1 - Dimensionamento da estrutura	182
6.4.2 - Acção dos sismos	183
6.4.3 - Variáveis de controlo e estados limites	184
6.4.4 - Cálculo de probabilidades de ruína	185
6.4.5 - Análise bayesiana com optimização	195
 CAPÍTULO 7 - CONSIDERAÇÕES FINAIS	 203
 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	 209
 ANEXO 1 - EXEMPLO. DADOS E DIMENSIONAMENTO.	

COMPORTAMENTO SÍSMICO DE PONTES COM PILARES DE BETÃO ARMADO

Verificação da segurança

INDICE DE FIGURAS

CAPÍTULO 1

Fig. 1.1 - Danos na Ponte de Toyokuni (Ref. 1).	13
Fig. 1.2 - Aspecto da Ponte de Sakawa após o sismo (Ref. 1).	14
Fig. 1.3 - Ponte de Sakawa. Danos no tabuleiro e pilares (Ref. 1).	14
Fig. 1.4 - Ponte de Banyu. Emersão dos pegões (Ref. 1).	16
Fig. 1.5 - Ponte de Banyu. Danos nos pilares (Ref. 1).	16
Fig. 1.6 - Ponte de Nakatsuno. Fendilhação na base dos pilares (Ref. 1).	17
Fig. 1.7 - Ponte de Nakatsuno. Queda de tramos do tabuleiro (Ref. 1).	17
Fig. 1.8 - Ponte de Nagaya. Danos no topo dos pilares (Ref. 1).	18
Fig. 1.9 - Ponte de Benten. Aspecto dos danos (Ref. 1).	19
Fig. 1.10 - Ponte de Showa. Aspecto dos danos no encontro da margem esquerda (Ref. 1).	20
Fig. 1.11 - Ponte de Showa. Aspecto dos danos na superestrutura (Ref. 1).	21
Fig. 1.12 - Localização dos danos em estruturas de pontes no sismo de San Fernando (Ref. 1).	23
Fig. 1.13 - Queda de tabuleiros devido à insuficiente dimensão dos apoios (Ref. 1).	24
Fig. 1.14 - Assentamento do aterro no interior de um encontro (Ref. 1).	24
Fig. 1.15 - Arrancamento de um pilar do seu elemento de fundação (Ref. 1).	25
Fig. 1.16 - Ruptura por esforço transversal num pilar (Ref. 1).	25
Fig. 1.17 - Rótula plástica no topo de um pilar (Ref. 1).	26

Fig. 1.18 - Aspecto do nó de ligação entre as auto-estradas nºs 5 e 14 antes e depois do sismo de San Fernando (Ref. 10).	27
Fig. 1.19 - Representação esquemática da estrutura do viaduto mais elevado no nó de ligação entre as auto-estradas nºs 5 e 14 (Ref. 8).	28
Fig. 1.20 - Queda dum pilar no nó de ligação entre as auto-estradas nºs 5 e 14 (Ref. 1).	28
Fig. 1.21 - Danos devidos ao esforço transversal nos pilares de um viaduto sobre a auto-estrada nº 210 (Ref. 1).	30
Fig. 1.22 - Principais tipos de pórticos do Cypress Viaduct (Ref. 12).	31
Fig. 1.23 - Cypress Viaduct. Esquema de comportamento dos nós (Ref. 11).	32
Fig. 1.24 - Cypress Viaduct. Comportamento dum nó viga-pilar (Ref. 12).	32
Fig. 1.25 - Cypress Viaduct. Comportamento de pórticos do Tipo 2 do lado dos pilares articulados ao nível do tabuleiro inferior (Ref. 12).	33
Fig. 1.26 - Cypress Viaduct. Comportamento de pórticos do Tipo 2 do lado oposto aos pilares articulados ao nível do tabuleiro inferior (Ref. 12).	33

CAPÍTULO 2

Fig. 2.1 - Exemplo de vibrações sísmicas do tipo 1. Componente EW do sismo de Port Hueneme de 18 de Março de 1957.	43
Fig. 2.2 - Exemplo de vibrações sísmicas do tipo 2. Acelerograma da componente das vibrações sísmicas registadas em El Centro em 18 de Maio de 1940.	44
Fig. 2.3 - Exemplo de vibrações sísmicas do tipo 3. Acelerograma da componente NS registada na Cidade do México durante o sismo de 6 de Julho de 1964.	44
Fig. 2.4 - Comparação entre um espectro de resposta real e o espectro de resposta obtido por factores de amplificação (Ref. 28).	49
Fig. 2.5 - Comparação entre o espectro de resposta (---) do qual se calculou o espectro de potência e o espectro de resposta obtido desse espectro de potência (Ref. 29).	51

CAPÍTULO 3

Fig. 3.1 - Influência de diversos parâmetros na ductilidade.	70
Fig. 3.2 - Ductilidade de uma secção em flexão composta.	72
Fig. 3.3 - Secção simetricamente armada sujeita a flexão simples. Diagrama $M-\phi$ segundo Park <i>et al</i> (Ref. 53).	73
Fig. 3.4 - Secção assimetricamente armada sujeita a flexão simples. Diagrama $M-\phi$ segundo Park <i>et al</i> (Ref. 53).	73
Fig. 3.5 - Comparação de relações $M-\phi$ experimentais (Aoyama, Ref. 54) e teóricas (Park e Paulay, Ref. 52).	75
Fig. 3.6 - Resultados analíticos obtidos por Aktan e Pecknold (Ref. 55) para secções em flexão desviada com esforço axial.	76
Fig. 3.7 - Resultados analíticos obtidos por Aktan e Pecknold (Ref. 55) para secções em flexão desviada com esforço axial.	76
Fig. 3.8 - Diagramas $M-\phi$ para secções em flexão desviada obtidos recorrendo a um modelo de fibras desenvolvido no LNEC.	77
Fig. 3.9 - Diagramas $M-\phi$ para secções em flexão desviada obtidos recorrendo a um modelo de fibras desenvolvido no LNEC.	78
Fig. 3.10 - Diagramas $M-\phi$ para secções em flexão desviada obtidos recorrendo a um modelo de fibras desenvolvido no LNEC.	78
Fig. 3.11 - Diagramas $M-\phi$ para secções em flexão desviada obtidos recorrendo a um modelo de fibras desenvolvido no LNEC.	79
Fig. 3.12 - Diagrama $M-\Theta$ experimental obtido por Abrams em condições de esforço axial proporcional (Ref. 57).	80
Fig. 3.13 - Danos nos pilares da 1ª ponte analisada por Saadeghvaziri e Foutch (Ref. 58): a) Apenas componente horizontal; b) Componentes horizontal e vertical.	82
Fig. 3.14 - Danos nos pilares da 2ª ponte analisada por Saadeghvaziri e Foutch (Ref. 58): a) Apenas componente horizontal; b) Componentes horizontal e vertical.	82
Fig. 3.15 - Relações $M-\phi$ para o pilar da 2ª ponte de Saadeghvaziri e Foutch: a) Apenas componente horizontal; b) Componentes horizontal e vertical.	83
Fig. 3.16 - Confinamento por cintas helicoidais.	85
Fig. 3.17 - Confinamento por cintas rectangulares.	85
Fig. 3.18 - Efeito de diferentes tipos de confinamento no diagrama tensões-extensões do betão.	85
Fig. 3.19 - Resultados experimentais obtidos por Roy e Sozen (Ref. 61).	86

Fig. 3.20 - Resultados experimentais obtidos por Bertero e Fellipa (Ref. 62).	86
Fig. 3.21 - Mecanismo do confinamento.	87
Fig. 3.22 - Efeito da configuração das armaduras transversais no confinamento (Sheikh e Uzumeri, Ref. 63).	88
Fig. 3.23 - Efeito da quantidade das armaduras transversais no confinamento (Sheikh e Uzumeri, Ref. 63).	88
Fig. 3.24 - Efeito do espaçamento das armaduras transversais no confinamento (Sheikh e Uzumeri, Ref. 63).	89
Fig. 3.25 - Resultados experimentais obtidos por Scott <i>et al</i> (Ref. 70).	89
Fig. 3.26 - Efeito do esforço transversal no comportamento de elementos flectidos (Ref. 71).	91
Fig. 3.27 - Variação da rigidez dos ciclos histeréticos com a ductilidade, obtida experimentalmente por Celebi e Penzien (Ref. 72).	93
Fig. 3.28 - Variação da energia dissipada para vários ciclos de amplitude constante, obtida experimentalmente por Celebi e Penzien (Ref. 72).	94
Fig. 3.29 - Modelo elasto-plástico perfeito. Aspecto de uma superfície de interacção típica de pilares de pontes.	98
Fig. 3.30 - Modelo trilinear com degradação de rigidez. Posição dos pontos dos diagramas M- θ no espaço dos momentos flectores.	100
Fig. 3.31 - Modelo trilinear com degradação de rigidez. Posições relativas possíveis do ponto corrente e das elipses de fendilhação e de cedência.	101
Fig. 3.32 - Modelo trilinear com degradação de rigidez. Regra para o movimento da elipse de fendilhação.	101
Fig. 3.33 - Modelo trilinear com degradação de rigidez. Expansão da elipse de cedência.	102
Fig. 3.34 - Modelo "multi-spring". Representação esquemática.	103
Fig. 3.35 - Modelo "multi-spring". Elementos de aço e de betão.	104
Fig. 3.36 - Modelos de fibras. Representação esquemática da discretização dos elementos e das secções.	106

CAPÍTULO 4

Fig. 4.1 - Ilustração dos conceitos de carga, descarga e recarga.	113
Fig. 4.2 - Modelo de Ma-Bertero-Popov.	115
Fig. 4.3 - Modelo de Aktan-Karlson-Sozen.	118
Fig. 4.4 - Modelo de Giuffrè-Pinto.	119
Fig. 4.5 - Modelo de Karsan-Jirsa. Limite de estabilidade.	122
Fig. 4.6 - Modelo de Karsan-Jirsa. Curvas teóricas da envolvente, limite superior de pontos de intersecção e limite de estabilidade face aos resultados experimentais.	123
Fig. 4.7 - Modelo de Karsan-Jirsa. Regras de comportamento sob acções repetidas.	125
Fig. 4.8 - Modelo de Kent-Park modificado. Envolvente.	127
Fig. 4.9 - Modelo de Kent-Park. Comportamento sob acções repetidas segundo Park <i>et al</i> (Ref. 53).	127
Fig. 4.10 - Modelo de Kent-Park modificado. Regras de comportamento sob acções repetidas proposta por Thompson e Park.	128
Fig. 4.11 - Modelo de Mander-Priestley-Park. Curvas de descarga.	130
Fig. 4.12 - Modelo de Mander-Priestley-Park. Deterioração da resistência à tracção.	131
Fig. 4.13 - Modelo de Mander-Priestley-Park. Curvas de recarga.	132

CAPÍTULO 5

Fig. 5.1 - Processo iterativo para a determinação de ϵ_z .	142
Fig. 5.2 - Elemento não linear de junta.	144
Fig. 5.3 - Algoritmo das forças fictícias.	150
Fig. 5.4 - Técnica de aceleração da convergência.	151
Fig. 5.5 - Efeito do fenómeno de "yield penetration" e do esforço transversal no comprimento da rótula plástica.	155
Fig. 5.6 - Representação gráfica de resultados do programa SABRI.	157
Fig. 5.7 - Representação gráfica de resultados do programa SABRI.	158

CAPÍTULO 6

Fig. 6.1 - Representação esquemática da superfície $g(x) = 0$ e das regiões D_r e D_s .	164
Fig. 6.2 - Representação esquemática da linearização da superfície que define o estado limite.	167
Fig. 6.3 - Representação esquemática do cálculo da probabilidade de ruína de uma ponte com 420 m de comprimento (Duarte <i>et al</i> , Ref. 124).	175
Fig. 6.4 - Comportamento de uma secção de um varão sujeita a histórias de esforço axial e curvaturas: a) Apenas esforço axial; b) Esforço axial e curvaturas.	188
Fig. 6.5 - Acção sísmica tipo 1 ; $q=2$ - Funções de vulnerabilidade e distribuições de probabilidade usadas no cálculo da probabilidade de ruína.	189
Fig. 6.6 - Acção sísmica tipo 2 ; $q=2$ - Funções de vulnerabilidade e distribuições de probabilidade usadas no cálculo da probabilidade de ruína.	190
Fig. 6.7 - Acção sísmica tipo 1 ; $q=3$ - Funções de vulnerabilidade e distribuições de probabilidade usadas no cálculo da probabilidade de ruína.	191
Fig. 6.8 - Acção sísmica tipo 2 ; $q=3$ - Funções de vulnerabilidade e distribuições de probabilidade usadas no cálculo da probabilidade de ruína.	192
Fig. 6.9 - Acção sísmica tipo 1 ; $q=4$ - Funções de vulnerabilidade e distribuições de probabilidade usadas no cálculo da probabilidade de ruína.	193
Fig. 6.10 - Acção sísmica tipo 2 ; $q=4$ - Funções de vulnerabilidade e distribuições de probabilidade usadas no cálculo da probabilidade de ruína.	194
Fig. 6.11 - Acção sísmica tipo 2 ; $q=4$ - Distribuição de probabilidade inicial das funções de vulnerabilidade.	199
Fig. 6.12 - Acção sísmica tipo 2 ; $q=4$ - Distribuição de probabilidade das funções de vulnerabilidade após a 4ª iteração.	200
Fig. 6.13 - Acção sísmica tipo 2 ; $q=4$ - Evolução da função cumulativa da distribuição de probabilidade de P_r	200
Fig. 6.14 - Acção sísmica tipo 2 ; $q=2$ - Evolução dos quantilhos de 5% e 95% da distribuição de probabilidade de P_r	201

ANEXO

Fig. A.1 - Numeração dos nós e das barras.	A.4
Fig. A.2 - Secção A.	A.6
Fig. A.3 - Secção B.	A.6
Fig. A.4 - Secção C.	A.7
Fig. A.5 - Secção D.	A.7
Fig. A.6 - Secção E.	A.8
Fig. A.7 - Secção F.	A.8
Fig. A.8 - Discretização das secções em elementos de betão	A.9

INTRODUÇÃO

As consequências catastróficas resultantes da ocorrência de sismos intensos têm contribuído de forma decisiva para a crescente importância que a Engenharia Sísmica vem adquirindo como área específica da Engenharia Estrutural. Com efeito, para além dos progressos assinaláveis, obtidos em apenas algumas dezenas de anos nos domínios técnico e científico, é manifesta a percepção, por parte dos mais variados sectores da comunidade, de que o problema não pode e não deve ser ignorado. É hoje geralmente aceite que o dispêndio de recursos em acções que permitam minorar as consequências resultantes da ocorrência de sismos intensos é compensador, por duas ordens de razões:

- Os custos associados a esse tipo de acções geram um aumento de custos globais para a comunidade que pode ser considerado insignificante;
- Os resultados obtidos com custos adicionais insignificantes permitem contribuir de forma efectiva para a minoração das consequências.

Dentro deste quadro os objectivos da Engenharia Sísmica consistem no estabelecimento de modelos quer das acções sísmicas quer das estruturas, e de métodos de análise que possibilitem a previsão do comportamento dinâmico das estruturas e dos efeitos que nelas produzem as acções sísmicas. A consecução destes objectivos exige o recurso a conhecimentos e técnicas dos mais diversos ramos da Ciência, o que torna extremamente difícil definir, de forma precisa, as

fronteiras da Engenharia Sísmica. Este carácter pluridisciplinar obriga, por outro lado, a que as diversas matérias abrangidas sejam abordadas de uma forma unificada, tendo em vista os objectivos pretendidos. Todo este complexo processo de interacção culmina, em geral, com a elaboração dos regulamentos de segurança anti-sísmica das estruturas.

Os regulamentos de segurança anti-sísmica das estruturas desempenham, portanto, um papel aglutinador, na medida em que as suas disposições reflectem, em princípio, os progressos e o nível dos conhecimentos obtidos em cada uma das matérias que para elas contribuíram. Este facto é bem evidenciado pelo aparecimento recente, em vários países, de regulamentos muito avançados. Os progressos mais notáveis verificaram-se nas estruturas de edifícios como resultado do enorme esforço de investigação que nelas se tem concentrado. Em relação a outros tipos de estruturas, designadamente as estruturas de pontes, os progressos evidenciados pelos regulamentos são muito menos importantes, sendo notória a necessidade de um esforço de investigação muito maior que o dispendido até ao presente. Assim, apresenta-se neste trabalho uma metodologia que permite uma abordagem consistente da problemática do comportamento de pontes com pilares de betão armado sujeitas à acção dos sismos, nomeadamente em termos duma quantificação objectiva do seu grau de segurança.

No capítulo 1 é salientada a importância dos danos observados em estruturas de pontes devido à ocorrência de sismos intensos como factor de desenvolvimento da Engenharia Sísmica de Pontes, nomeadamente devido aos desenvolvimentos originados na regulamentação sísmica de diversos países; os exemplos do Japão, Estados Unidos da América e Nova Zelândia são paradigmáticos. Apresenta-se uma tipificação dos danos provocados em estruturas de pontes pela ocorrência de sismos intensos passando-se em revista os danos observados em alguns sismos ocorridos no Japão e nos Estados Unidos da América, com especial destaque para os sismos de San Fernando (1971) e Loma Prieta (1989). Do ponto de vista do comportamento sísmico global as estruturas de pontes são diferenciadas em pontes de pilares rígidos e pontes de pilares flexíveis, indican-

do-se, para cada uma destas classes, os tipos de comportamento previsíveis e as particularidades a ter em conta na sua análise.

Apresentam-se no capítulo 2 os diversos tipos de modelos a considerar na análise do comportamento sísmico de estruturas de pontes: modelos descritivos das acções sísmicas, modelos das estruturas e modelos de comportamento. Refere-se que, embora os modelos descritivos das acções sísmicas apresentados (valores de pico, espectro de resposta e espectro de potência) sejam essencialmente equivalentes a idealização através espectros de potência apresenta algumas vantagens no tratamento de problemas específicos tais como a variabilidade espacial das vibrações sísmicas e o efeito das condições geológicas locais. Em relação aos modelos das estruturas são referidos vários modelos, correspondentes basicamente a diferentes níveis de sofisticação da análise indicando-se em termos gerais a sua adequação a diversas situações. Em termos de modelos de comportamento são apresentados alguns dos factos que justificam a diferenciação entre o comportamento de estruturas de edifícios e o comportamento de estruturas de pontes, referindo-se também alguns aspectos relacionados com os modelos não lineares.

O comportamento não linear de pilares de betão armado é tratado no capítulo 3. São apresentadas as características gerais do comportamento em flexão composta e desviada com esforço axial. Com base num grande número de resultados experimentais existentes na bibliografia é discutida a influência do nível e variação do esforço axial, do confinamento e do esforço transversal. São ainda apresentados os principais modelos analíticos que permitem idealizar o comportamento em flexão, concluindo-se que os modelos do tipo "multi-spring" e de fibras são especialmente adequados para representar esse comportamento, permitindo ultrapassar algumas das limitações usualmente apontadas aos modelos fenomenológicos.

Uma vez que nos modelos considerados mais adequados para idealizar o comportamento em flexão é necessário conhecer explicitamente as relações

tensões-deformações dos materiais, no capítulo 4 são enumerados e descritos de forma breve alguns dos modelos mais divulgados do comportamento do aço e do betão sujeitos a acções repetidas e alternadas. Na parte final do capítulo é efectuada uma apreciação dos modelos apresentados, salientando-se as limitações de cada um deles.

No capítulo 5 é descrito de forma detalhada um modelo de fibras desenvolvido no LNEC tendo em vista a análise do comportamento sísmico de estruturas de pontes. Apresenta-se a formulação de alguns elementos desenvolvidos que permitem ter em conta alguns comportamentos peculiares, específicos das estruturas de pontes, com especial destaque para o elemento não linear de pilar de betão armado. Os aspectos numéricos subjacentes ao modelo são detalhadamente discutidos, justificando-se algumas das opções efectuadas. A resolução das equações de movimento é efectuada passo a passo recorrendo ao método de Newmark e ao algoritmo das forças fictícias, apresentando-se de forma breve os fundamentos deste algoritmo. São referidos os critérios de convergência adoptados, bem como o desenvolvimento dum processo de aceleração da convergência que se revelou extremamente eficiente e dum algoritmo destinado a "prever" o fecho de juntas, fundamental para os casos em que os modelos incluam elementos de junta. As implicações de algumas simplificações consideradas na formulação do elemento não linear de pilar de betão armado são discutidas, nomeadamente em termos da correspondência entre o comprimento destes elementos e o comprimento da rótula plástica. Finalmente, apresentam-se sob forma gráfica e a título meramente ilustrativo, alguns dos resultados que o modelo desenvolvido permite obter.

Aborda-se no capítulo 6 o problema da verificação da segurança. Após a introdução de alguns conceitos é realçada a importância dos métodos de dimensionamento na avaliação da segurança das estruturas com base nos resultados de análises não lineares e são referidos os 3 níveis clássicos de verificação da segurança. Com base no conceito de função de vulnerabilidade, definida como a função que permite transformar a acção dos sismos em efeitos da

acção dos sismos é apresentado um método directo para a quantificação da probabilidade de ruína a partir dos resultados obtidos em análises não lineares o qual, no entanto, não é muito eficiente devido, sobretudo, ao esforço de cálculo necessário para determinar a "zona provável" de colapso. Foi, por isso, desenvolvida uma metodologia que assenta na probabilização da função de vulnerabilidade com base no teorema de Bayes. Esta metodologia, quando optimizada por um processo de simulação, provou uma grande eficiência. A aplicação prática desta metodologia é ilustrada através de um exemplo em que as diversas fases de cálculo são detalhadamente comentadas.

Finalmente, apresentam-se no capítulo 7 algumas observações e comentários sobre as várias matérias abordadas neste trabalho apontando-se também alguns aspectos passíveis de desenvolvimentos futuros.

CAPÍTULO 1

FENOMENOLOGIA DO COMPORTAMENTO SÍSMICO DE PONTES

Os avanços mais significativos da engenharia sísmica de pontes estão associados à ocorrência de sismos intensos que provocaram danos muito severos em estruturas de pontes. Até à década de 1960 os danos observados eram, em geral, localizados ou provocados pelo comportamento das infra-estruturas; com efeito os sistemas estruturais e os métodos construtivos utilizados até então propiciavam tipos de colapso associados principalmente a comportamentos deficientes das fundações, caracterizados essencialmente por deformação excessiva dos solos de fundação e/ou esgotamento da sua capacidade de carga.

Este panorama foi significativamente alterado quando, após a ocorrência do sismo de San Fernando em 9 de Fevereiro de 1971, se verificou que várias estruturas de pontes recentes, construídas em betão armado e pré-esforçado, tinham sofrido danos muito importantes que, em alguns casos, se traduziram no seu colapso total. A observação dos danos mostrou que, num número significativo de situações, o comportamento global das estruturas foi muito mais influenciado pelo comportamento dos elementos estruturais (nomeadamente pilares) do que pelo comportamento das fundações. Mais recentemente, durante o sismo de Loma Prieta de 17 de Outubro de 1989, verificaram-se casos de colapsos, um deles com consequências trágicas, provocadas por deficiente concepção ou comportamento dos elementos estruturais, com comportamento satisfatório dos elementos de fundação.

Por outro lado, a vulnerabilidade das estruturas das pontes à acção dos sismos é marcadamente diferente da vulnerabilidade das estruturas dos edifícios. Em sismos recentes de grande magnitude ($M > 7,0$) com efeitos desastrosos para as estruturas de edifícios os danos em estruturas de pontes foram inexistentes ou extremamente reduzidos (Roménia, 1977; México, 1985; Arménia, 1988). Em contrapartida, em sismos com reduzida importância em termos de danos em estruturas de edifícios ocorreram danos muito severos em estruturas de pontes (Loma Prieta, 1989). As peculiaridades do comportamento sísmico de estruturas de pontes, apesar de reconhecidas e identificadas desde longa data, só muito recentemente começaram a ter tradução prática em termos de regulamentação, com a elaboração de articulados bastante desenvolvidos.

1.1 - OS DANOS OBSERVADOS COMO FACTOR DE PROGRESSO DA ENGENHARIA SÍSMICA DE PONTES

Os sismos ocorridos no Japão, o sismo de San Fernando e, mais recentemente, o de Loma Prieta, constituem os marcos mais importantes da Engenharia Sísmica de Pontes. Os comportamentos observados não só demonstraram insuficiências a vários níveis (concepção, projecto, regulamentação,...) como também motivaram, através dos debates, análises e projectos de investigação posteriormente desenvolvidos, progressos muito importantes em todos os domínios cujas matérias são relevantes na análise do comportamento sísmico de pontes. Estes progressos foram traduzidos em regulamentação, cujos desenvolvimentos aparecem assim ligados à ocorrência de sismos catastróficos.

O sismo de Kanto, ocorrido no Japão em 1923, é o primeiro sismo deste século sobre o qual existe informação detalhada acerca de danos provocados em estruturas de pontes (Refs. 1 e 2). As primeiras regras específicas para o projecto de estruturas de pontes sujeitas à acção dos sismos datam de 1926 e foram motivadas pelos ensinamentos colhidos deste sismo. Segundo o Earthquake Engineering Committee da JSCE (Japan Society of Civil Engineers)) (Ref. 2) os

sismos ocorridos no Japão desde 1923 foram responsáveis pelo colapso total ou parcial⁽¹⁾ de 15 estruturas de pontes como se indica no Quadro 1.1 e todos eles originaram a revisão ou alteração da regulamentação específica para estruturas de pontes.

QUADRO 1.1 - Pontes que sofreram colapsos parciais ou totais devidos a sismos desde 1923 no Japão (Ref. 2)

Sismo	Ano	Magnitude	Ponte
Kanto	1923	7,9	Toyokuni Sakawa Banyu Hayakawa Kobe Yato
Nankai	1946	8,1	Shimantogawa
Fukui	1948	7,3	Benten Nagaya Itagaki Nakatsuno
Niigata	1964	7,5	Showa Higashi-Kosen-Kyo Matsuhama
Miyagi-Ken-Ok	1978	7,4	Kinnoh

⁽¹⁾ O colapso total está associado a custos de reparação da ordem de grandeza do custo da estrutura ou até à sua demolição e construção de uma nova estrutura. O colapso parcial está associado a situações em que, tendo havido comportamento satisfatório dos pilares e fundações, se verificou a queda de tramos do tabuleiro.

Nos Estados Unidos da América o sismo de San Fernando de 1971 (magnitude 6,5) provocou danos em estruturas de pontes cujo montante é estimado como sendo cerca de 65 vezes superior ao montante dos danos verificados entre 1933 e 1971 devidos à acção dos sismos (Ref. 3). O volume de trabalhos de investigação, a vários níveis, motivado por este sismo, deu azo a um profundo desenvolvimento de regulamentação específica no domínio das pontes e permite considerá-lo como um ponto de viragem no projecto estrutural de pontes nos E.U.A. (Ref. 4). O A.T.C. (Applied Technology Council) promoveu em 1979 uma reunião internacional sobre o comportamento sísmico de pontes em que foi efectuado o "state-of-the-art" neste domínio e que constituiu o suporte da moderna regulamentação americana.

A primeira regulamentação específica da Nova Zelândia data também do início da década de 1970 (1ª versão em 1971), sendo de notar que o seu aparecimento se verifica após a ocorrência dos sismos de Inangahna em 1968 (magnitude 7,0) e de Madang em 1970 (magnitude 7,1), dos quais resultaram danos moderados num número significativo de estruturas de pontes.

Na Europa a situação é diferente, verificando-se que, em geral, as disposições relativas a estruturas de pontes representam uma mera extensão das disposições relativas a estruturas de edifícios ou então apresentam muito pouca informação. Esta situação pode ser parcialmente justificada pela pequena ou moderada sismicidade da maioria dos países europeus; com efeito, e no que respeita a danos provocados por sismos, apenas no sismo de Friuli em 1976 (magnitude 6,5) se verificaram situações dignas de nota. Apesar de tudo merece referência o facto de a regulamentação portuguesa (Ref. 5) dispor já de um conjunto de disposições relativas a pontes que, embora não apresentando o mesmo desenvolvimento que as relativas a edifícios, constituem um articulado autónomo. Na elaboração do Eurocódigo nº 8 - Estruturas em Regiões Sísmicas - a necessidade da existência de um articulado que tenha em conta a especificidade dos problemas das estruturas de pontes foi também reconhecida, razão pela qual as disposições relativas a este tipo de estruturas são separadas das relativas a

edifícios e outras estruturas e são apresentadas com um desenvolvimento notável (Ref. 6).

1.2 - ALGUNS EXEMPLOS DE DANOS OBSERVADOS

Embora as pontes sejam, em geral, constituídas por sistemas estruturais mais simples que os edifícios (pelo menos do ponto de vista da análise estrutural global) o seu comportamento sob a acção dos sismos intensos é extremamente difícil de ser analisado devido à ocorrência de fenómenos que, não sendo estruturais (no sentido de que não resultam das vibrações induzidas na estrutura), condicionam fortemente o comportamento global das estruturas. Ravara *et al* (Ref. 7), baseados na análise de um número significativo de relatos sobre danos sísmicos em pontes, apresentam uma tipificação de danos que evidencia claramente o papel dos fenómenos de natureza geotécnica.

Assim os sismos intensos provocam fundamentalmente os seguintes tipos de danos em estruturas de pontes:

- Ruína das fundações, provocada por deformação excessiva ou liquefacção dos terrenos, que pode conduzir ao colapso parcial ou total da estrutura;
- Danos em encontros, que podem ser causados, quer por sobrepressões dinâmicas dos aterros adjacentes, quer por esforços transmitidos pelo tabuleiro;
- Queda de elementos dos tabuleiros devida a incompatibilidade entre os deslocamentos impostos pelo sismo e as características dos apoios do tabuleiro;
- Danos em pilares, resultantes de insuficiente ductilidade e/ou resistência.

Do ponto de vista da observação e identificação destes diferentes tipos de danos afigura-se interessante passar em revista os casos mais significativos de danos em estruturas de pontes devidos à ocorrência de sismos intensos.

1.2.1 - SISMO DE KANTO (1923)

Este sismo ocorreu em 1 de Setembro de 1923, tendo afectado uma vasta área que incluiu as cidades de Tóquio e Yokohama. O seu epicentro localizou-se na baía de Sagami a cerca de 65 Km a sudoeste de Tóquio, tendo sido estimada uma magnitude $M = 7,9$. Teve efeitos desastrosos para um grande número de estruturas uma vez que, não existindo até então qualquer regulamentação anti-sísmica, a maioria das estruturas não possuía a resistência necessária para suportar os efeitos de um sismo intenso. Um grande número de pontes sofreu danos severos, sendo de destacar as pontes de Toyokuni, Sakawa e Banyu (Ref. 1). A aplicação das fórmulas de atenuação propostas por Duarte (Ref. 29) conduz a acelerações de pico superiores a 0,5 g nos locais de implantação destas pontes.

Ponte de Toyokuni

Esta ponte, situada a 40 km para nordeste do epicentro era constituída por 3 vãos, com um comprimento total de 48,5 m. Os encontros e pilares eram construídos em alvenaria e fundados em terreno muito brando. A superestrutura era constituída por vigas metálicas. Durante o sismo, e devido a liquefacção dos terrenos de fundação, os encontros moveram-se ambos em direcção ao centro do rio e inclinaram-se na direcção dos respectivos aterros. Os pilares sofreram também movimentos importantes traduzidos em inclinações significativas na direcção do centro do rio, o que conduziu à queda de um dos tramos extremos (Fig. 1.1).

Ponte de Sakawa

Terminada dois meses antes da ocorrência do sismo, esta ponte situava-se a 13 km para noroeste do epicentro. Fundada em terrenos brandos, era constituída por pilares de betão armado sobre pegões. O tabuleiro era composto por uma laje

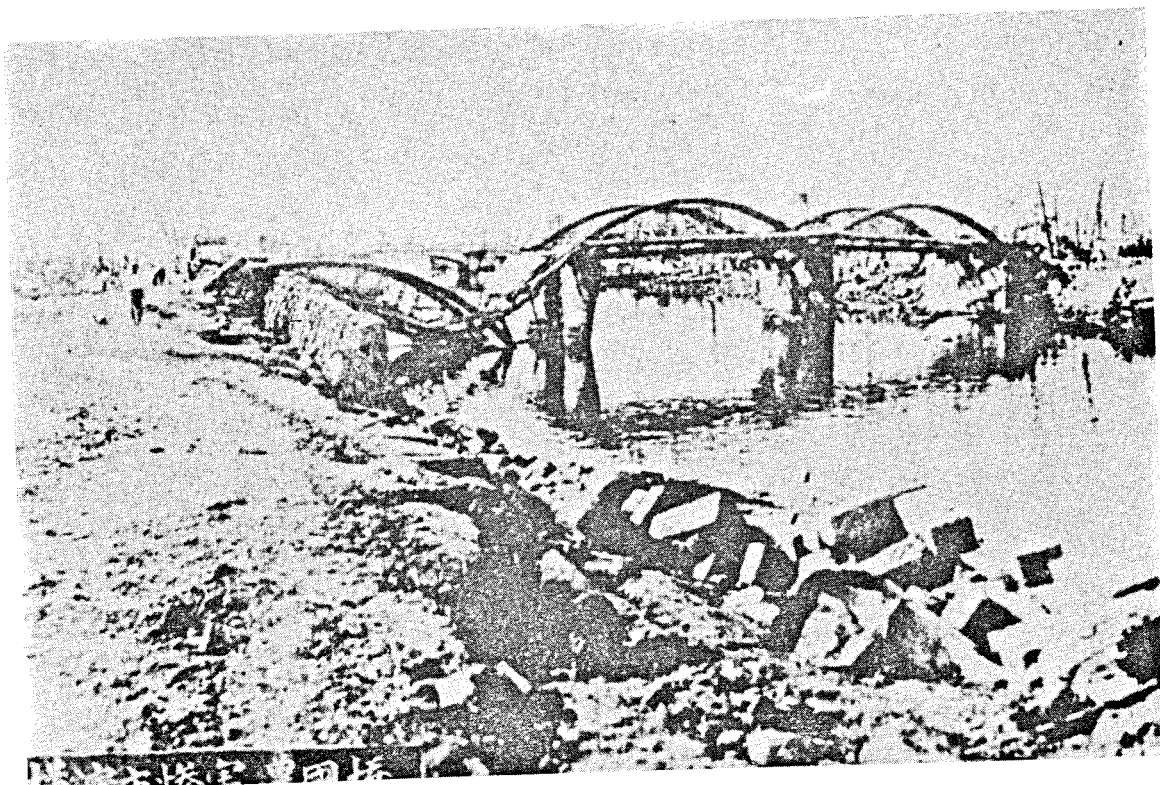


Fig. 1.1 - Danos na Ponte de Toyokuni (Ref. 1).

vigada em betão armado com 33 vãos simplesmente apoiados de 11 m cada um. Os encontros, do tipo gravidade, eram também de betão armado. O sismo provocou o colapso total de todos os pilares, de que resultou a queda de todos os tramos do tabuleiro (Figs. 1.2 e 1.3). As distâncias relativas entre os pilares e os tramos tombados faz supor que antes do colapso tenha ocorrido um grande deslocamento do tabuleiro na direcção horizontal. As causas do colapso foram a insuficiente resistência dos pilares para os esforços desenvolvidos durante o sismo e as más características dos terrenos de fundação.

Ponte de Banyu

Situada a cerca de 15 km para nordeste do epicentro esta ponte encontrava-se em fase de construção quando ocorreu o sismo. Era constituída por 57 tramos simplesmente apoiados, estando construídos na altura do sismo apenas os encontros e os 6 pilares (constituídos por pórticos de 2 vãos com viga superior) mais próximos da margem esquerda do rio. As fundações dos pilares eram realizadas por poços que se encontravam já todos construídos.

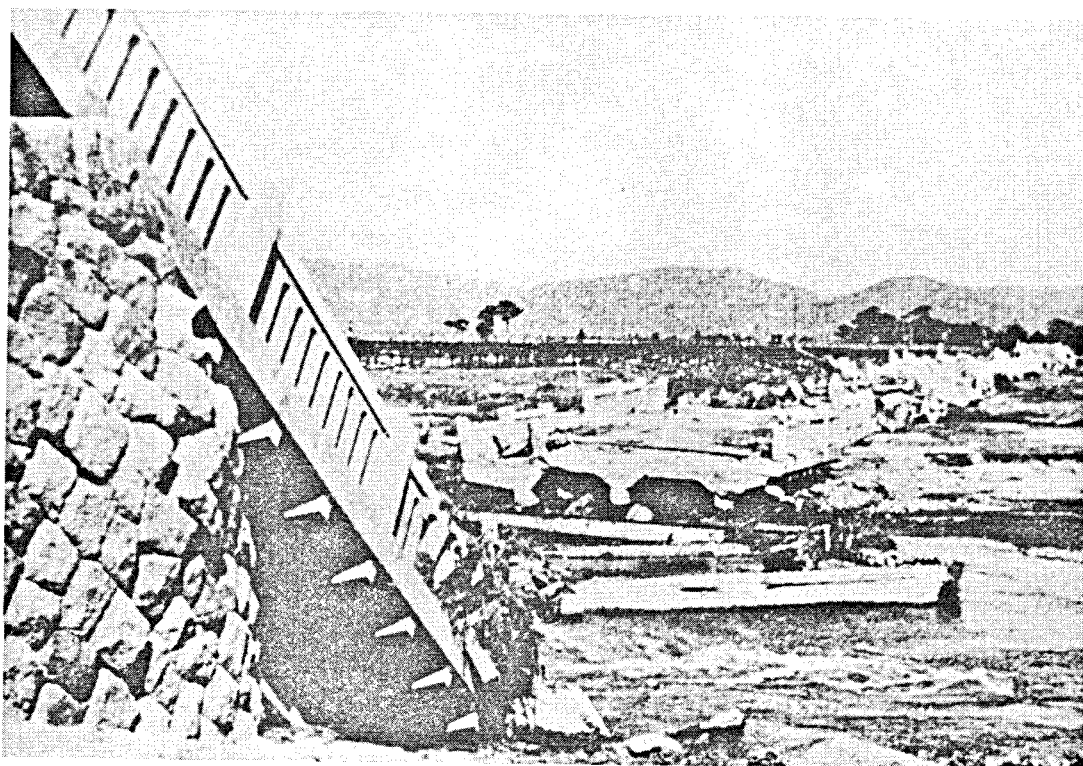


Fig. 1.2 - Aspecto da Ponte de Sakawa após o sismo (Ref. 1).

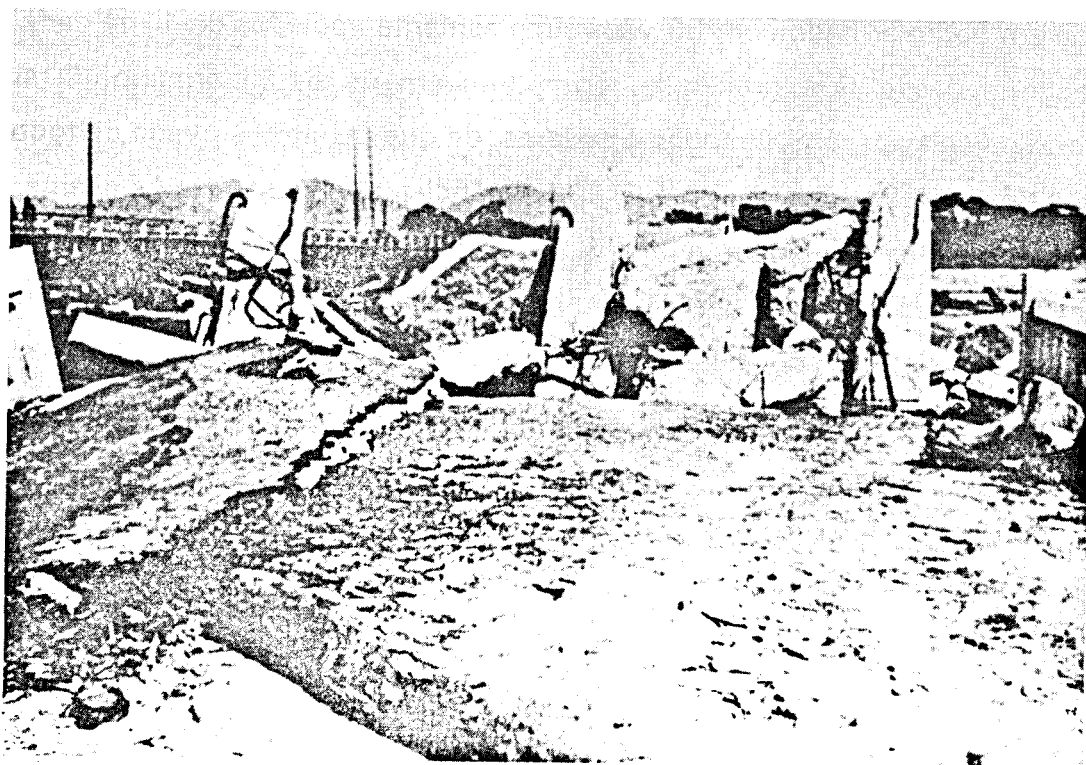


Fig. 1.3 - Ponte de Sakawa. Danos no tabuleiro e nos pilares (Ref. 1).

Para além da emersão de um número significativo de poços (Fig. 1.4), provocada por liquefacção dos terrenos de fundação, o sismo causou também danos severos nos pilares já construídos (Fig. 1.5), presumivelmente devidos a tempos de cura do betão insuficientes (Ref. 1).

1.2.2 - SISMO DE FUKUI (1948)

Ocorrido em 28 de Junho de 1948 na costa oeste da ilha de Honshu, com uma magnitude estimada $M = 7,3$, este foi um dos sismos mais destrutivos, desde sempre, no Japão. De entre as cerca de 250 estruturas de pontes danificadas, 4 sofreram colapsos totais ou parciais (Quadro 1.1), sendo de destacar as pontes de Nakatsuno, Nagaya e Benten (Ref. 1).

Ponte de Nakatsuno

Situada a cerca de 8 km para sul do epicentro, num local em que foi estimada uma aceleração de pico de cerca de 0,6 g, esta ponte era constituída por 14 vãos iguais de 18,4 m de comprimento, com vigas metálicas simplesmente apoiadas em pórticos de betão armado com 2 pilares cada um; estes pórticos eram fundados quer em estacas quer em pegões. Os encontros, do tipo gravidade, eram também de betão armado e fundados em estacas. Durante o sismo ocorreu fendilhação severa no encontro da margem esquerda, enquanto que o outro encontro se inclinou na direcção do rio. Os 2 pórticos mais próximos da margem esquerda não sofreram danos mas os pórticos n.ºs 3 a 7, 9 e 10 inclinaram-se na direcção da margem esquerda, tendo-se observado fendilhação importante na base dos pilares, de que resultou a exposição das armaduras (Fig. 1.6); os pórticos 12 e 13 rodaram na direcção oposta tendo-se observado fendilhação nas ligações entre os pilares e as vigas superiores de solidarização. Como consequência deste comportamento dos pilares, 10 dos 14 tramos do tabuleiro tombaram (Fig. 1.7).

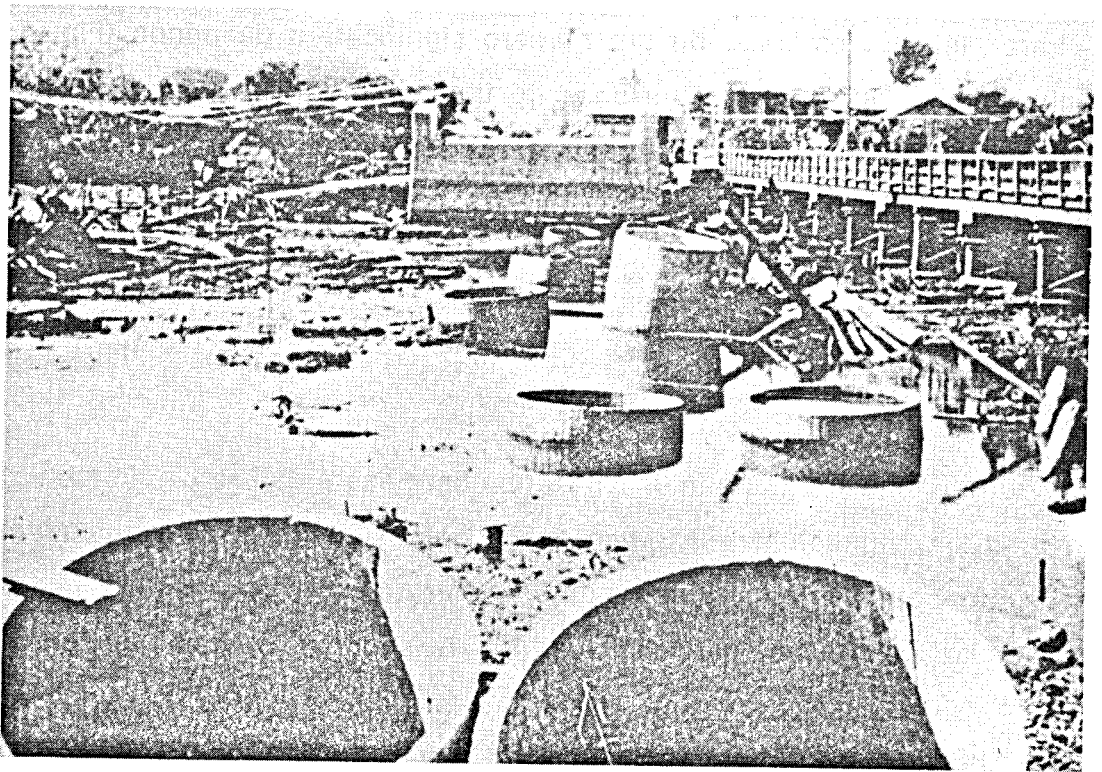


Fig. 1.4 - Ponte de Banyu. Emersão dos pegões (Ref. 1).

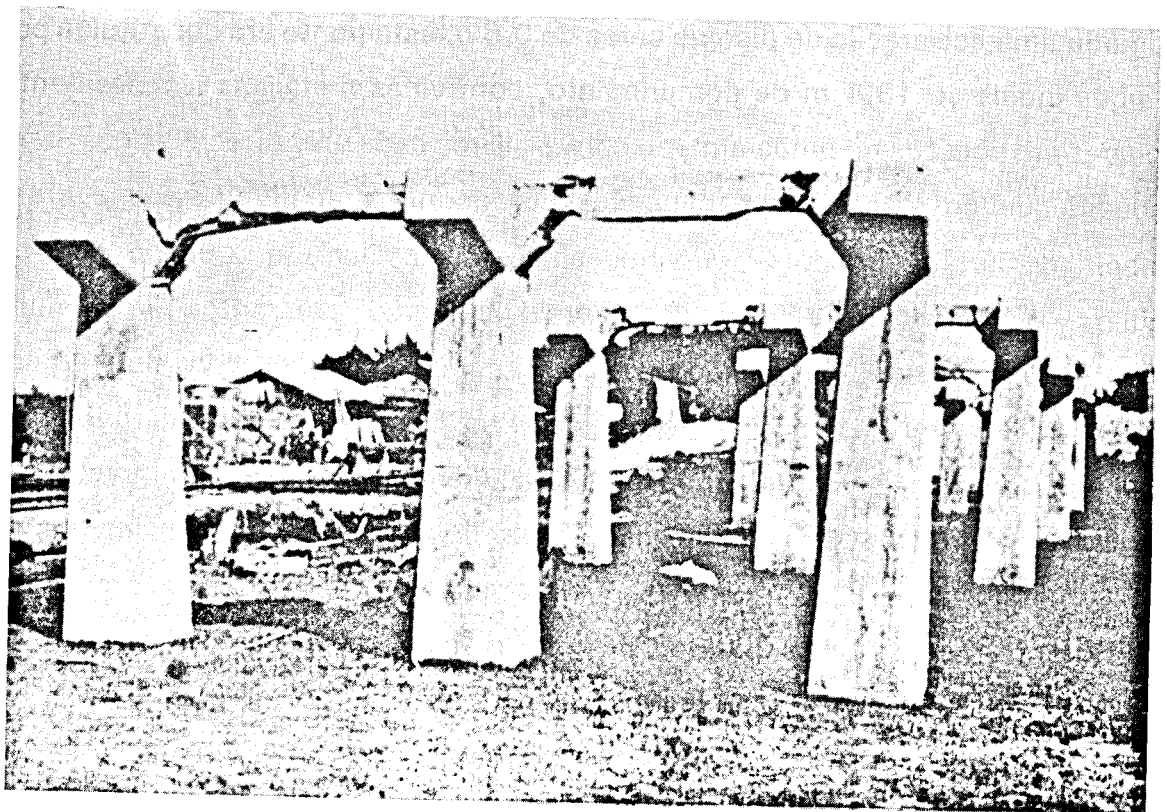


Fig. 1.5 - Ponte de Banyu. Danos nos pilares (Ref. 1).

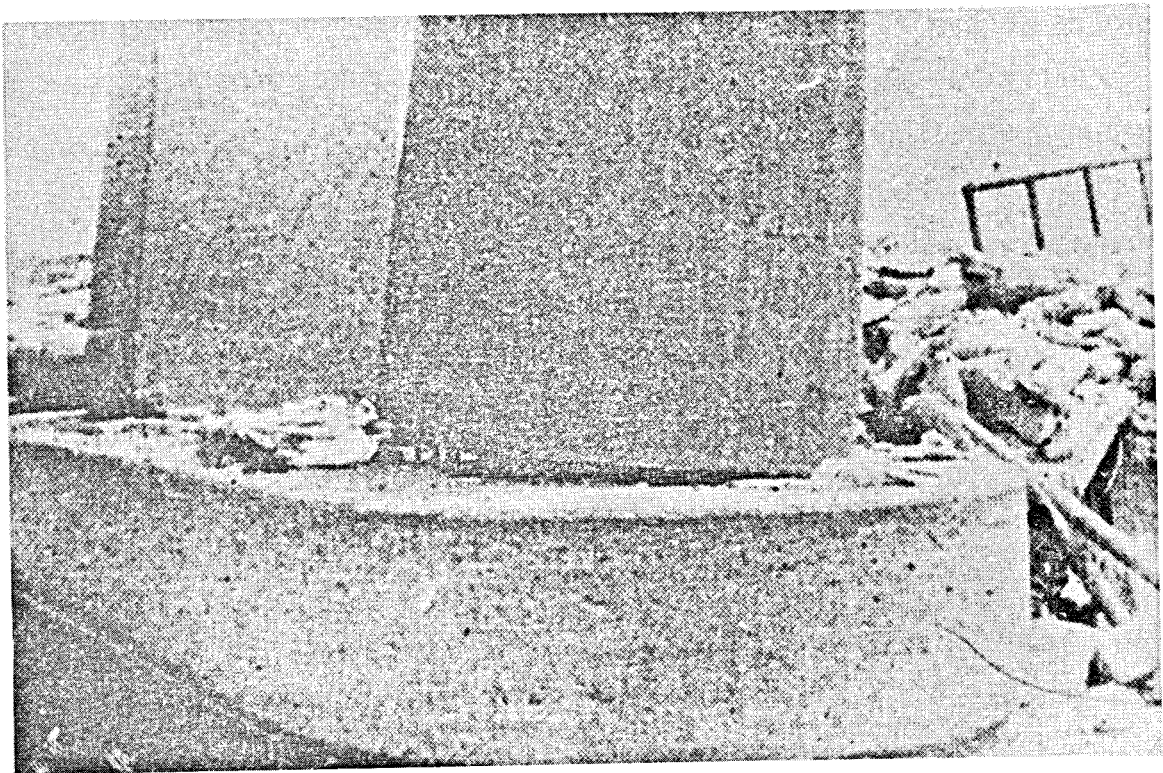


Fig. 1.6 - Ponte de Nakatsuno. Fendilhação na base dos pilares (Ref. 1).

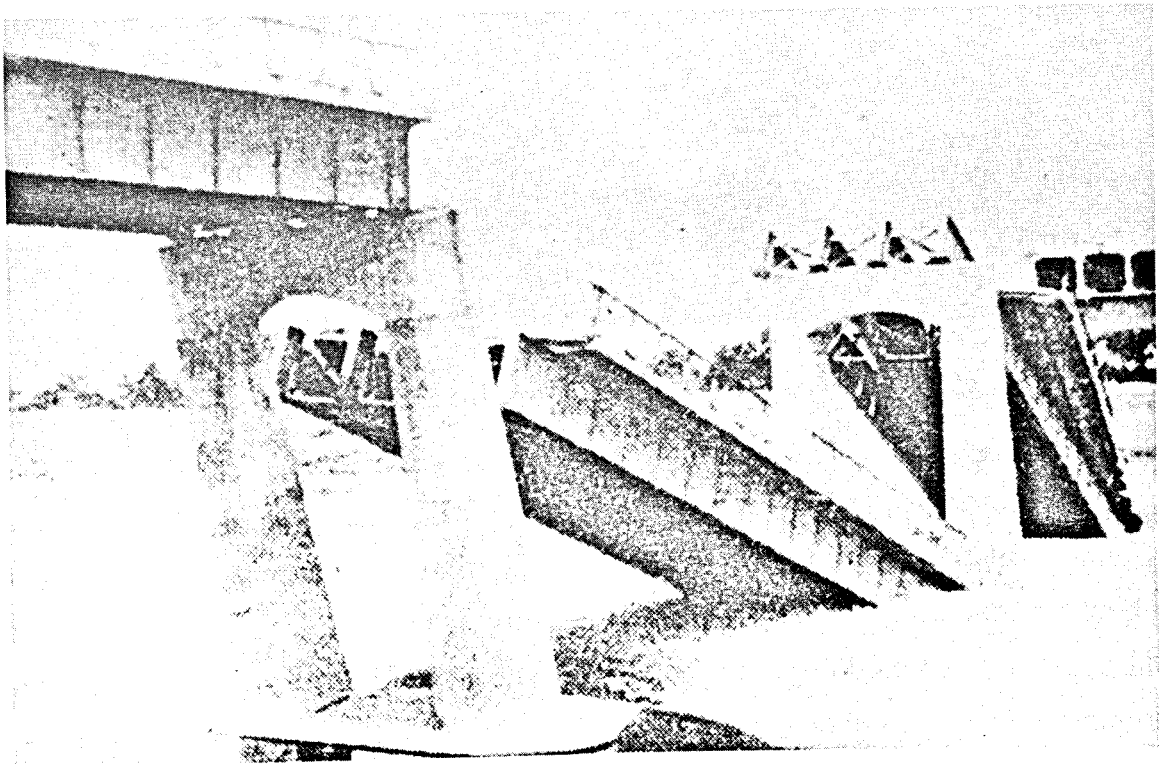


Fig. 1.7 - Ponte de Nakatsuno. Queda de tramos do tabuleiro (Ref. 1).

Ponte de Nagaya

Esta ponte situava-se a cerca de 20 km para norte do epicentro, num local em que a aceleração de pico no terreno foi estimada entre 0,5 e 0,6 g. Era constituída por 8 tramos em construção metálica, suportados por pórticos de betão armado com 2 pilares cada um, com um comprimento total de 58,5 m. Os danos foram provocados por assentamentos de todos os pórticos, nalguns casos associados a rotações importantes, que tiveram como consequência a ocorrência de fendilhação severa no topo dos pilares (Fig. 1.8).

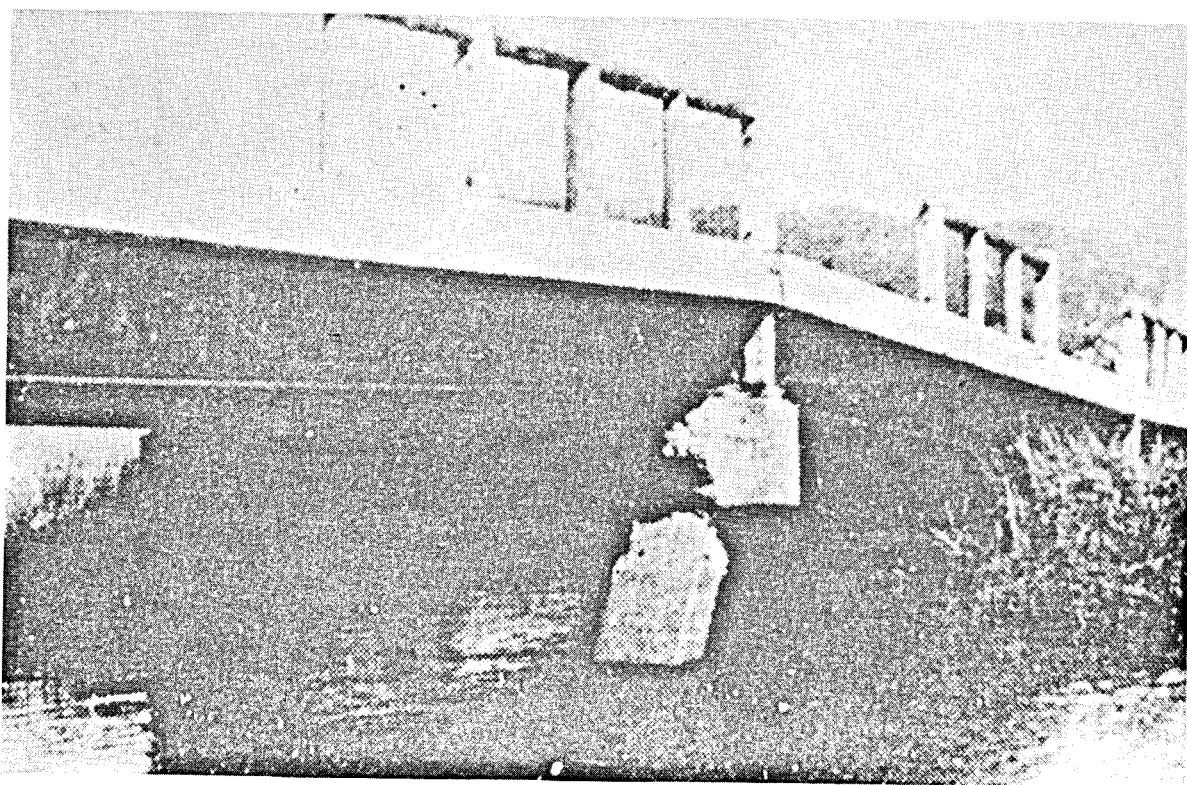


Fig. 1.8 - Ponte de Nagaya. Danos no topo dos pilares (Ref. 1).

Ponte de Benten

Constituída por 6 tramos em construção metálica, suportados por pórticos de betão armado com 4 pilares cada e por encontros também em betão armado, esta ponte situava-se a cerca de 18 km para norte do epicentro. Durante o sismo verificaram-se rotações dos encontros e dos pilares que provocaram a queda de 2 tramos do tabuleiro no rio (Fig. 1.9). Devido a esta queda verificaram-se danos estruturais muito importantes num dos pilares.

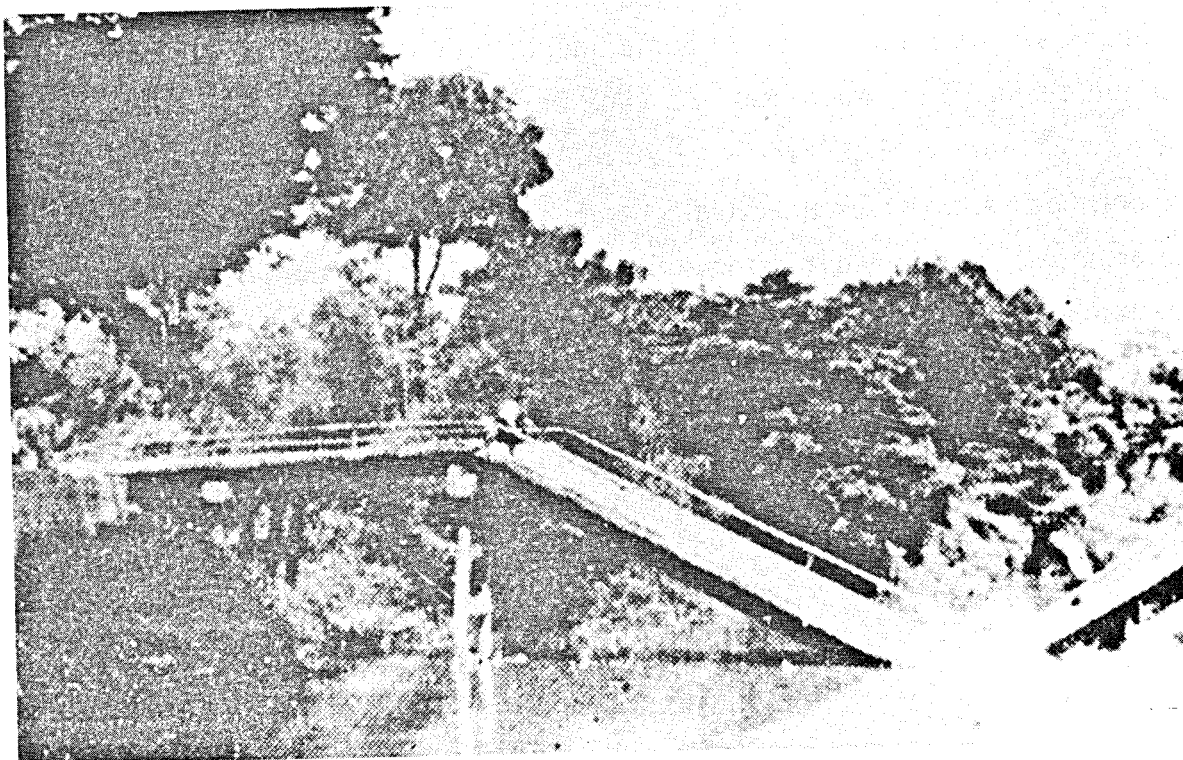


Fig. 1.9 - Ponte de Benten. Aspecto dos danos (Ref. 1).

1.2.3 - SISMO DE NIIGATA (1964)

Este sismo ocorreu em 16 de Junho de 1964 na zona noroeste da ilha de Honshu. A magnitude estimada foi de $M = 7,5$ tendo sido possível registar, através de 2 sismógrafos instalados no piso térreo de um edifício localizado próximo do epicentro, componentes horizontais e verticais com acelerações de pico de 0,15 e 0,05 g, respectivamente. As estruturas de betão armado situadas numa planície aluvial localizada entre a foz dos rios Shinano e Agano sofreram danos severos devidos essencialmente a liquefacção dos solos. Do grande número de pontes danificadas merece especial referência a Ponte de Showa.

Ponte de Showa

Esta ponte, cuja construção terminou em Maio de 1964, localizava-se a cerca de 55 km para sul do epicentro. Os terrenos de fundação eram do tipo

arenoso, significativamente mais brandos na margem esquerda que na margem direita. A superestrutura, com um comprimento total de 303,9 m, era constituída por um tabuleiro metálico com 12 vãos simplesmente apoiados, tendo os 10 centrais 27,64 m e os extremos 13,75 m. Os tramos do tabuleiro eram apoiados em pórticos transversais constituídos por 9 pilares circulares de diâmetro 0,609 m, suportados por estacas circulares com o mesmo diâmetro e com cerca de 25 m de comprimento. No projecto desta ponte foi considerado um coeficiente sísmico de 0,2 (Ref. 1). Durante o sismo o encontro da margem esquerda moveu-se cerca de 1 m na direcção do centro do rio (Fig. 1.10), enquanto que o encontro da margem direita não foi significativamente afectado. Os primeiros quatro pilares a contar da margem esquerda inclinaram-se na direcção da margem direita, tendo apresentado deslocamentos permanentes no topo com valores entre 0,13 e 0,42 m; o quinto



Fig. 1.10 - Ponte de Showa. Aspecto dos danos no encontro da margem esquerda (Ref. 1).

e sexto pilares sofreram colapsos totais enquanto que os sétimo a décimo primeiro não sofreram danos de monta. Como consequência dos deslocamentos nos pilares, 5 dos 12 tramos tombaram por deslocamento excessivo de um dos seus apoios; apenas no caso do sexto tramo se verificou a queda completa, devida ao colapso dos dois pilares que o suportavam (Fig. 1.11). Os danos verificados podem ser explicados fundamentalmente pela liquefacção e escorregamento dos terrenos de fundação e pela excessiva flexibilidade dos pilares, que originaram deslocamentos não compatíveis com as características dos apoios dos tabuleiros.

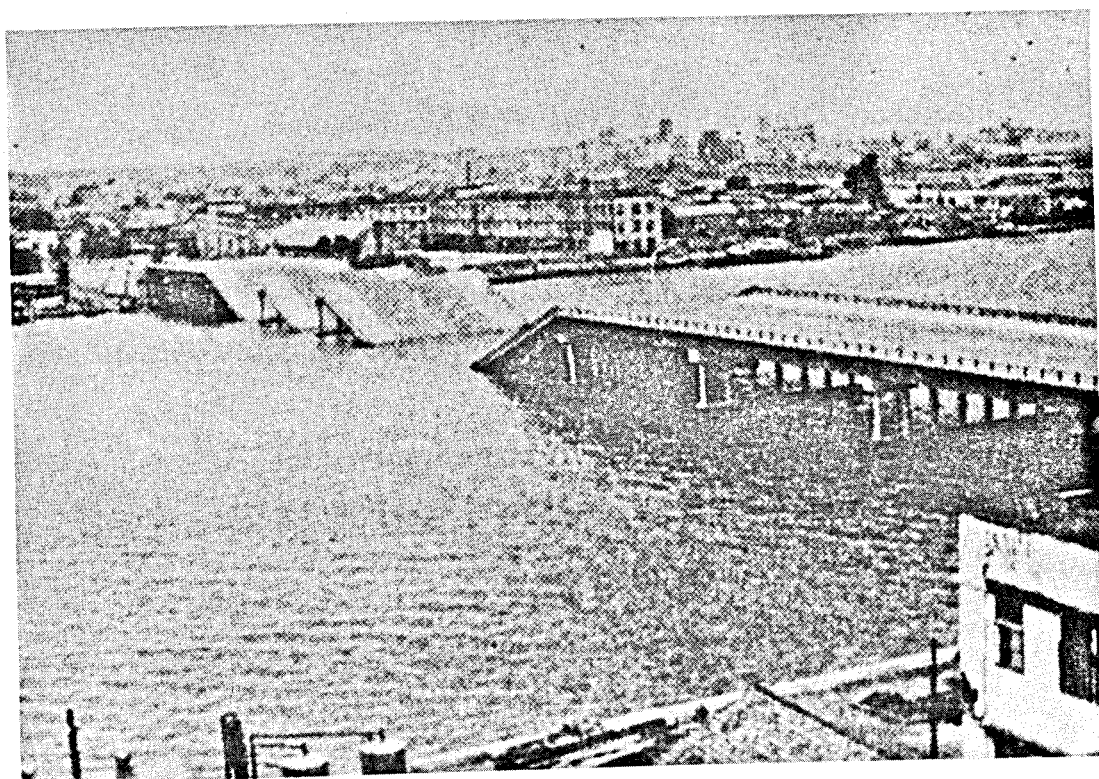


Fig. 1.11 - Ponte de Showa. Aspecto dos danos na superestrutura (Ref. 1).

1.2.4 - SISMO DE SAN FERNANDO (1971)

Embora de magnitude moderada ($M = 6,5$) este sismo, ocorrido em 9 de Fevereiro de 1971, provocou danos muito severos num grande número de estruturas de viadutos localizados próximo do epicentro. Registos obtidos de macrosismógrafos e a análise dos danos numa série de estruturas indicaram que nas zonas vizinhas do epicentro se terá verificado uma aceleração de pico no

terreno de aproximadamente 0,6 g⁽²⁾. As consequências deste sismo afiguram-se extremamente interessantes do ponto de vista da Engenharia Estrutural dado que a maior parte dos danos se ficou a dever a comportamentos provocados pelas vibrações que puseram a descoberto deficiências de vária ordem ao nível da concepção e dimensionamento dos elementos estruturais. Dado o elevado número de estruturas atingidas torna-se impossível particularizar os danos estrutura a estrutura; no entanto a maior parte dos danos concentrou-se nos cruzamentos da auto-estrada nº 5 com as auto-estradas nºs 14 e 210 (Fig. 1.12), zonas onde se estima que tenham ocorrido acelerações de pico superiores a 0,25 g (Ref. 8).

No cruzamento das auto-estradas nºs 5 e 210 os danos mais significativos foram os seguintes (Ref. 1):

- Queda de tabuleiros devida à existência de apoios sem dimensão suficiente para acomodar os deslocamentos impostos (Fig. 1.13);
- Grandes assentamentos dos aterros no interior dos encontros, provocados pela compactação induzida pelas vibrações (Fig. 1.14);
- Arrancamento de pilares dos respectivos elementos de fundação por ancoragem deficiente das suas armaduras longitudinais (Fig. 1.15);
- Roturas de pilares rígidos, devidas a insuficiente resistência ao esforço transversal (Fig. 1.16);
- Formação de rótulas plásticas nas extremidades de pilares, devido ao efeito combinado de flexão com esforço axial (Fig. 1.17).

⁽²⁾ Durante este sismo foi registada uma aceleração de pico de 1,25 g próximo da barragem de Pacoima. Não existe explicação satisfatória para este valor tão elevado, tanto mais que em locais próximos as acelerações de pico registadas foram significativamente inferiores (Ref. 8). Alguns investigadores atribuem este valor às importantes fracturas ocorridas no maciço rochoso em que o aparelho de medida estava instalado (Refs. 1 e 9) e à interacção da estrutura da barragem com a sua fundação (Ref. 1).

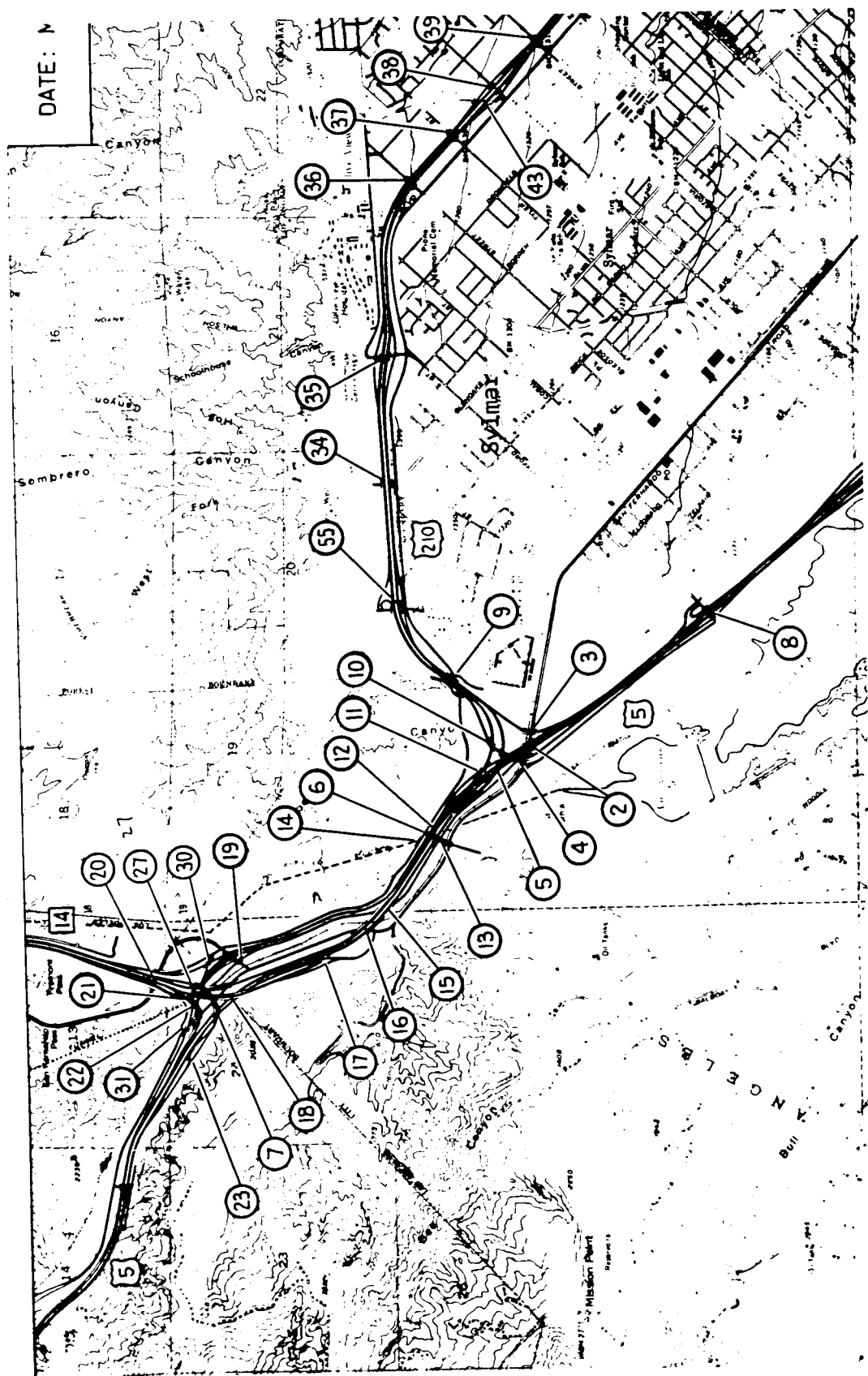


Fig. 1.12 -Localização dos danos em estruturas de pontes no sismo de San Fernando (Ref. 1).

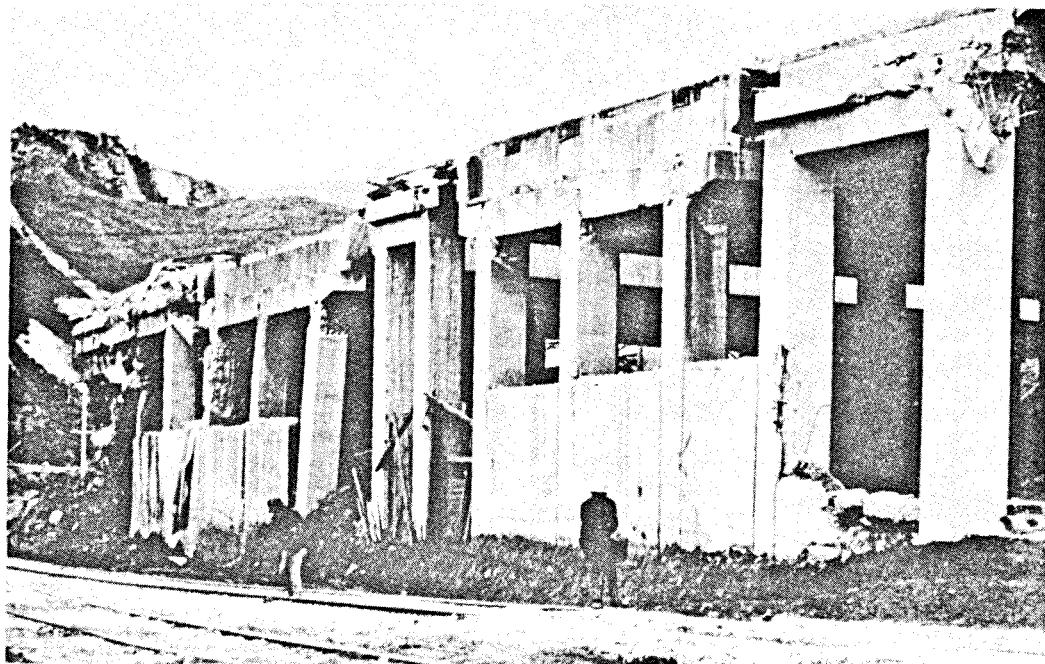


Fig. 1.13 - Queda de tabuleiros devido à insuficiente dimensão dos apoios (Ref. 1).

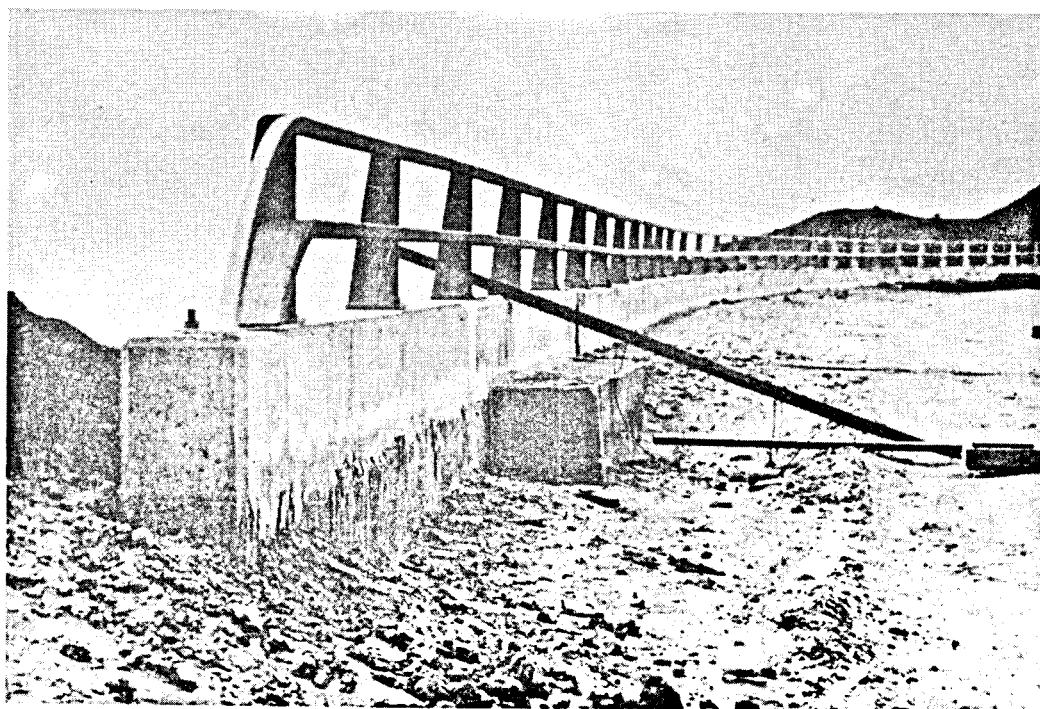


Fig. 1.14 - Assentamento do aterro no interior de um encontro (Ref. 1).



Fig. 1.15 - Arrancamento de um pilar do seu elemento de fundação (Ref. 1).

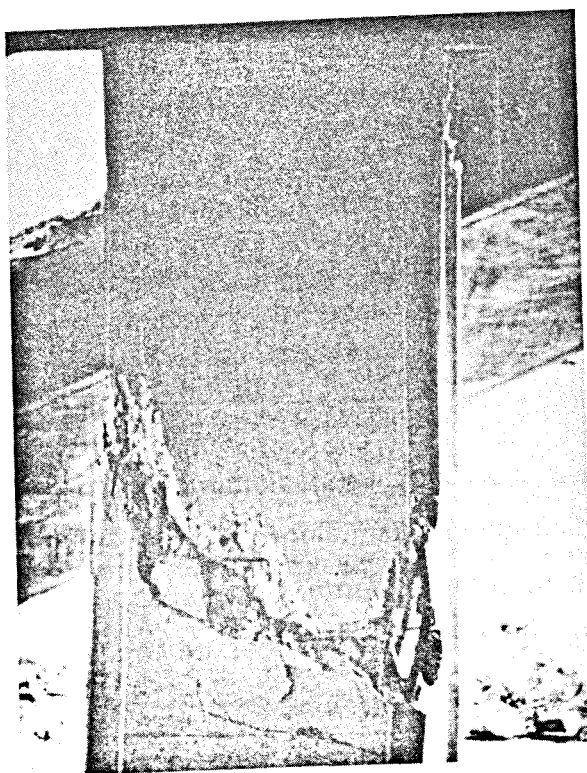


Fig. 1.16 - Ruptura por esforço transversal num pilar (Ref. 1).

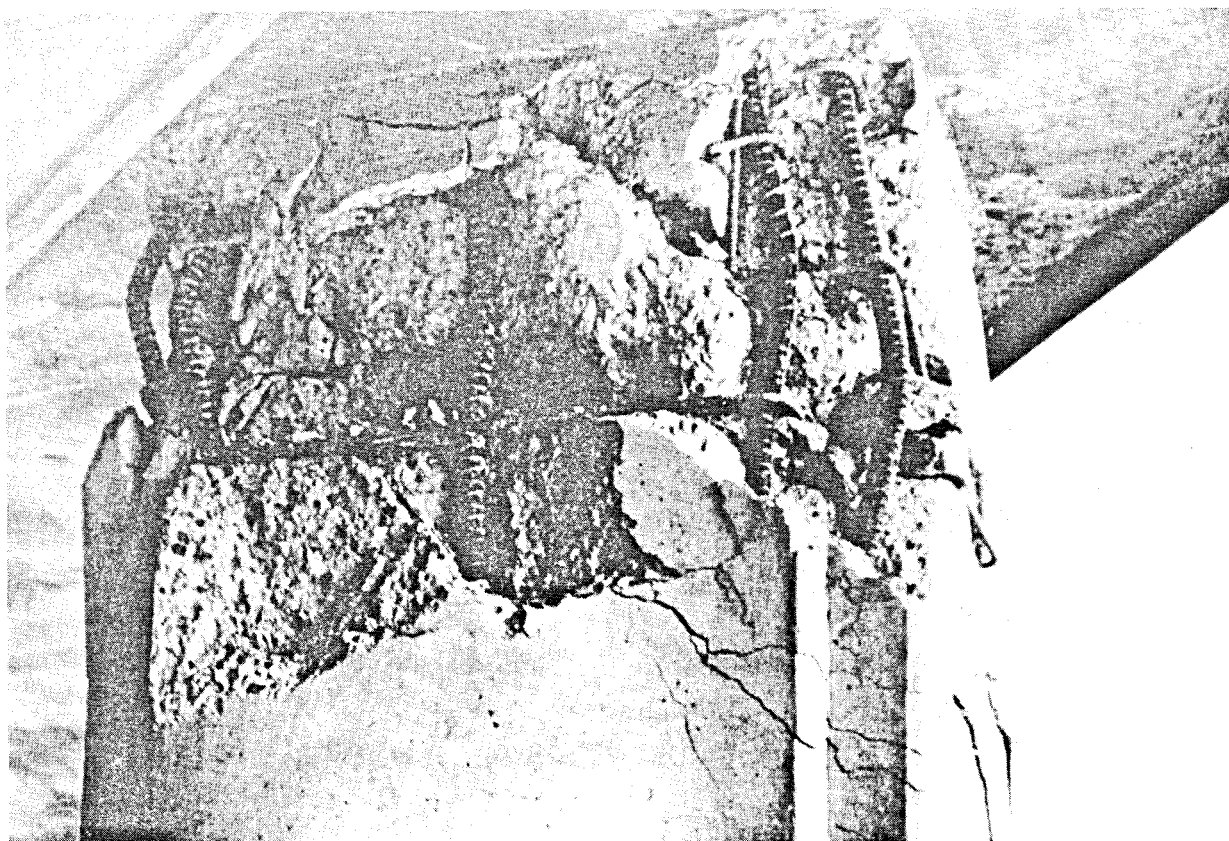


Fig. 1.17 - Rótula plástica no topo de um pilar (Ref. 1).

No cruzamento das auto-estradas nºs 5 e 14 vários dos viadutos estavam ainda em construção quando o sismo ocorreu. Os danos seguiram padrões semelhantes aos já referidos, sendo de destacar o colapso de um troço com cerca de 120 m no mais elevado dos viadutos (indicado com o número 7 na Fig. 1.12) que constituíam este nó (Fig. 1.18). Este troço, construído em betão armado e pré-esforçado, tinha uma junta de dilatação em cada extremidade e era suportado por um único pilar central com cerca de 40 m de altura (Fig. 1.19). Este colapso pode ser explicada pela ocorrência de deslocamentos relativos elevados entre os bordos da junta de dilatação situada junto do pilar 5 (Fig. 1.19). A amplitude destes deslocamentos motivou a perda de apoio do tabuleiro, que passando a funcionar em consola, provocou deformações no topo do pilar nº 4 que "obrigaram" o tabuleiro a perder também o apoio na junta de dilatação oposta. As duas consolas assim criadas romperam junto ao pilar e tombaram, provocando também a queda do pilar (Fig. 1.20).

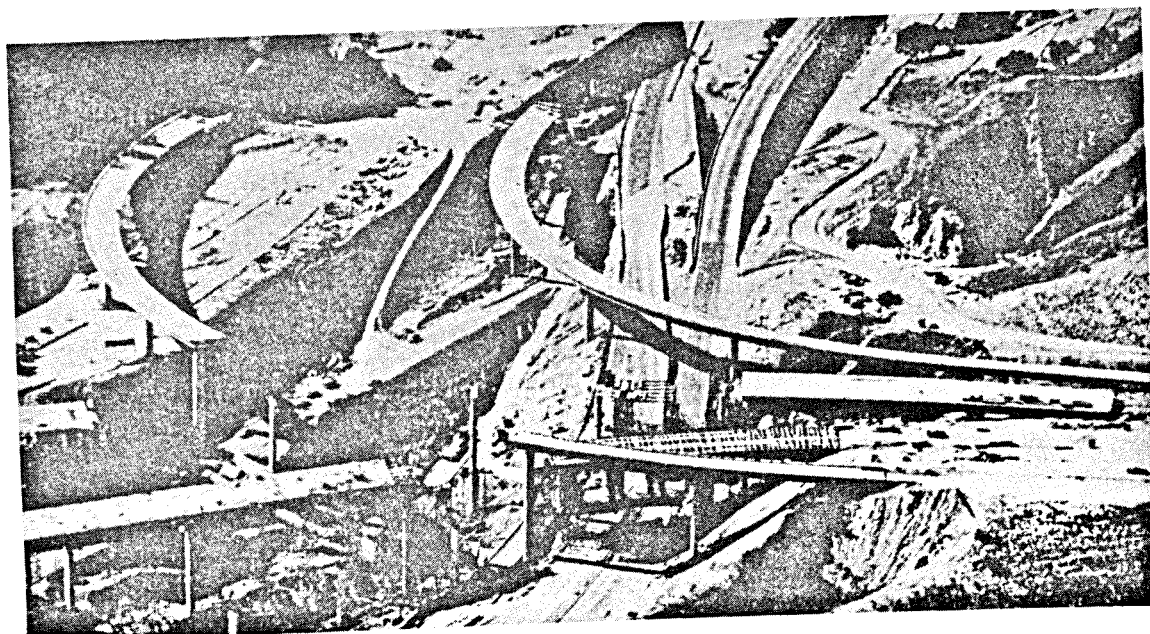
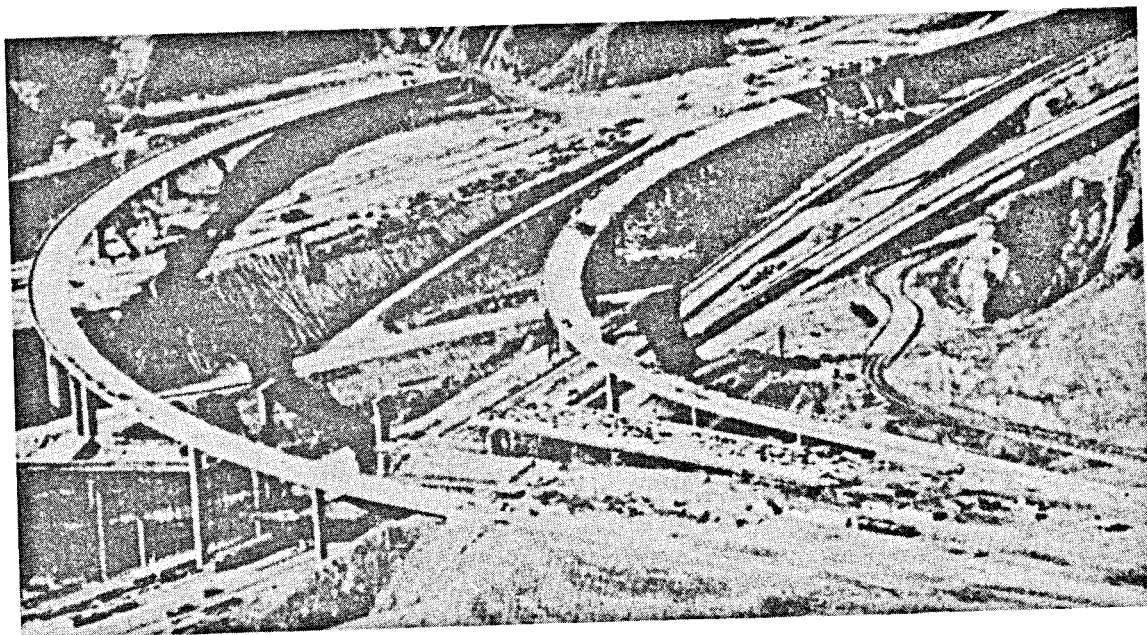


Fig 1.18 - Aspecto do nó de ligação entre as auto-estradas nº 5 e 14 antes e depois da ocorrência do sismo de San Fernando (Ref. 10).

Uma outra forma de colapso característica ocorreu num viaduto sobre a auto-estrada nº 210 (indicado com o nº 9 na Fig. 1.12) em que os pilares sofreram danos muito severos devidos ao efeito do esforço transversal, com esmagamento

do betão e encurvadura das armaduras longitudinais resultante de insuficiente cintagem (Fig. 1.21). Neste viaduto o agravamento dos danos nos pilares, do centro para as extremidades, sugere a ocorrência de movimentos de torção global com grande amplitude.

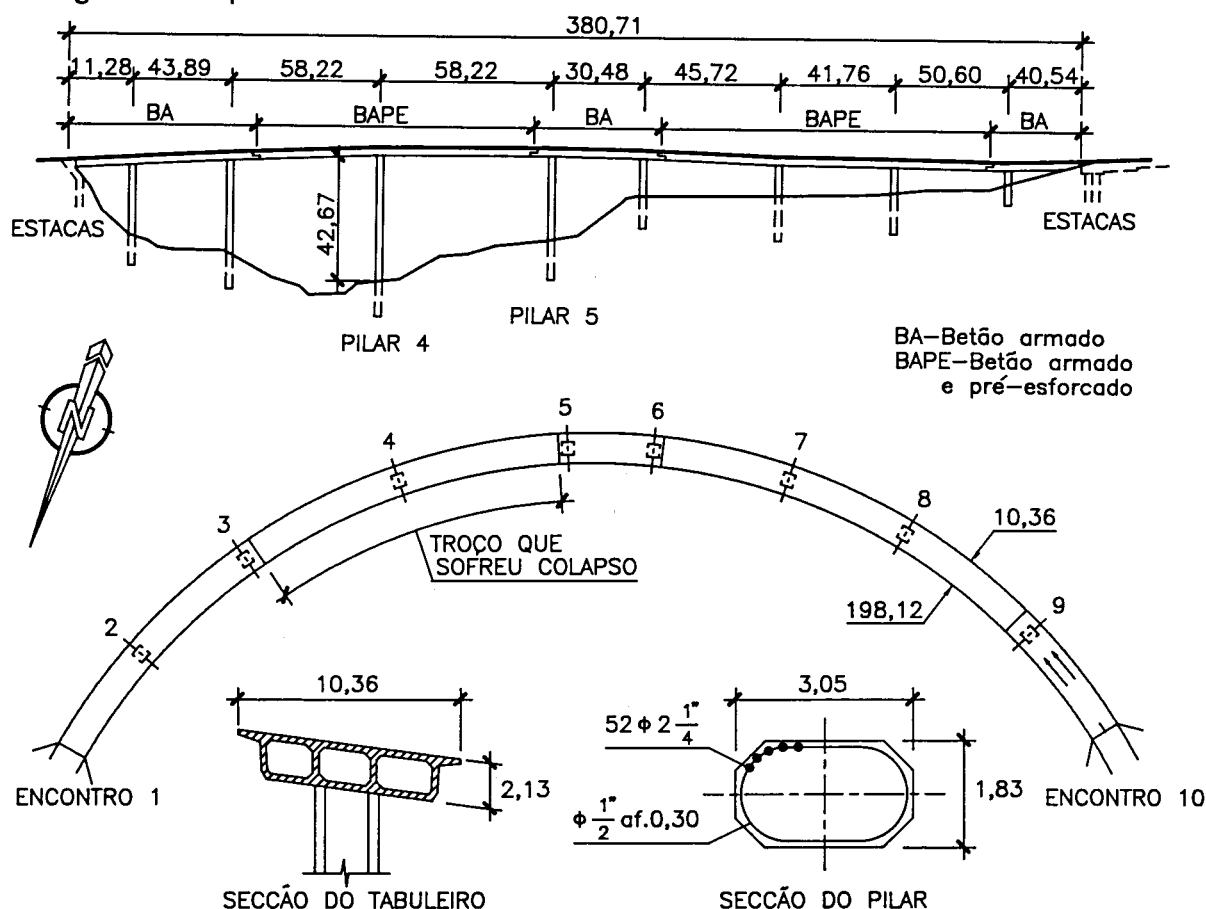


Fig. 1.19 - Representação esquemática da estrutura do viaduto mais elevado no nó de ligação entre as auto-estradas nºs 5 e 14 (Ref. 8).

1.2.5 - SISMO DE LOMA PRIETA (1989)

Com epicentro localizado a cerca de 100 km a sueste de S. Francisco, este sismo ocorreu em 17 de Outubro de 1989 tendo sido estimada uma magnitude de $M = 7,1$. Contrariamente às estruturas de edifícios, que apresentaram um comportamento globalmente satisfatório, registaram-se danos dignos de nota em cerca de uma centena de estruturas de pontes; destas, dez sofreram danos muito severos e em três verificou-se mesmo o colapso de um ou mais vãos. Os custos

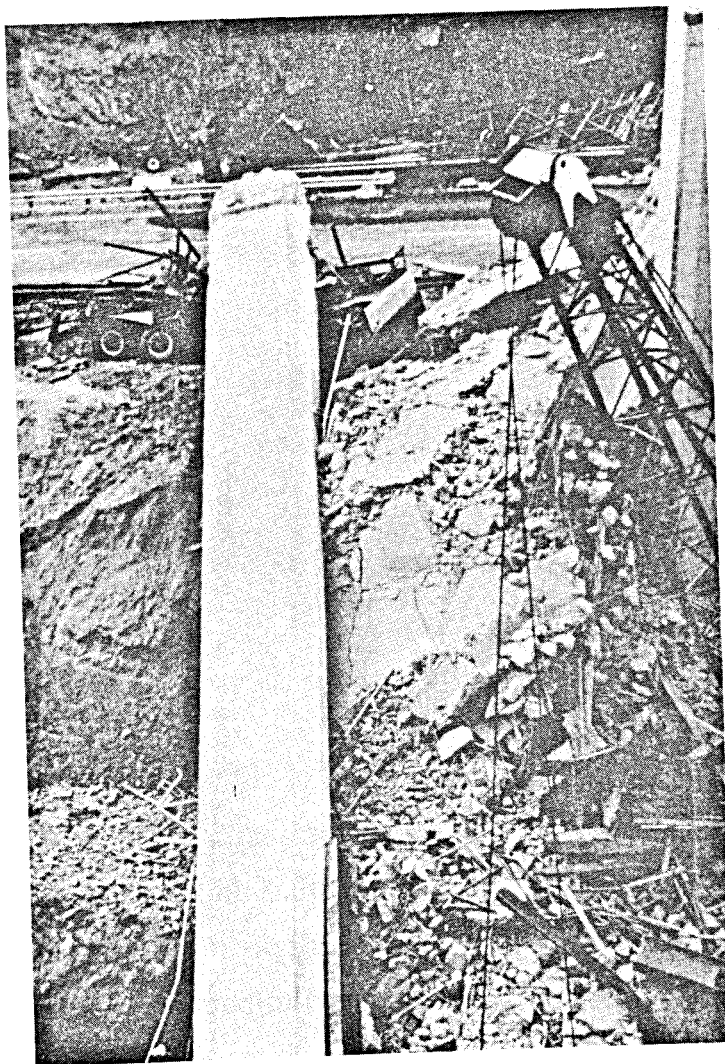


Fig 1.20 - Queda dum pilar no nó de ligação das auto-estradas nº 5 e 14 (Ref. 1).

estimados para repor a operacionalidade das pontes afectadas são de 1.8 a 2.0 x 10⁹ dólares americanos; estes custos incluem os trabalhos de recuperação⁽³⁾ previstos pelo Caltrans (California Department of Transportation) mas não tem em conta os custos sociais e económicos resultantes da não operacionalidade dessas estruturas (Ref. 12).

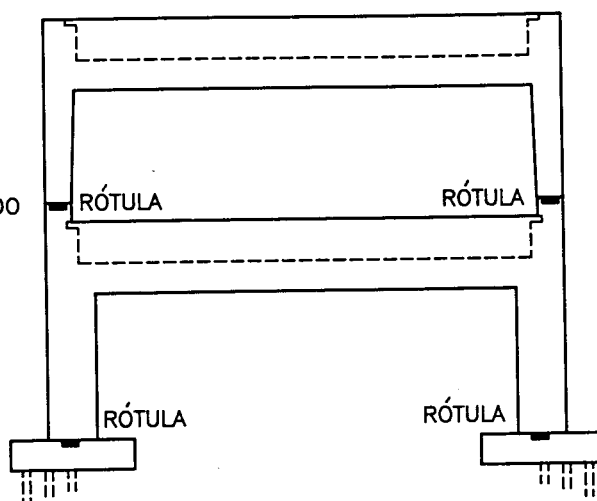
⁽³⁾ O termo "recuperação" corresponde à tradução do termo de língua inglesa retrofitting. O CALTRANS tem em curso um programa visando melhorar as características resistentes de pontes mais antigas por forma a que essas pontes satisfaçam as exigências da regulamentação actual.



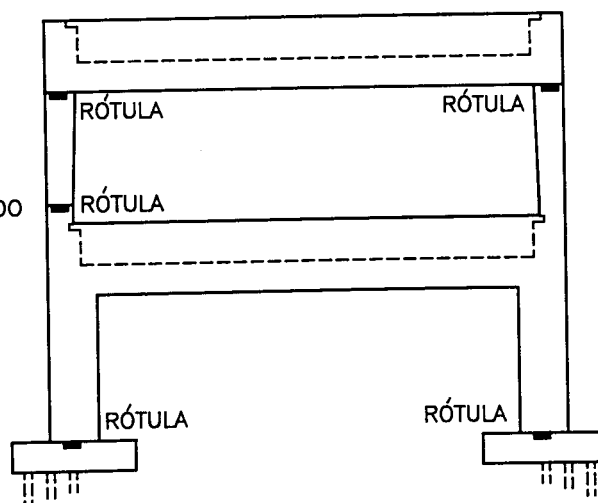
Fig. 1.21 - Danos devidos ao esforço transversal nos pilares de um viaduto sobre a auto-estrada nº 210 (Ref.1).

O caso mais grave verificou-se na auto-estrada I-880, na zona em que é conhecida como Cypress Viaduct. Esta estrutura data da década de 1950, sendo constituída por 2 níveis de tabuleiros suportados por estruturas em pórtico. Durante o sismo os tramos do tabuleiro superior foram tombando progressivamente sobre o tabuleiro inferior provocando o colapso total da estrutura numa extensão de mais de 1000 m (Ref. 11). As estruturas em pórtico que suportam os tabuleiros são basicamente de 3 tipos diferentes (Fig. 1.22), sendo estas diferenças devidas ao número e localização das rótulas. A causa principal do colapso é atribuída ao comportamento da ligação dos pilares à travessa do tabuleiro inferior (Figs. 1.23 e 1.24). Este comportamento está relacionado com a insuficiente armadura transversal dos pilares nessa zona, sendo interessante notar que nos pórticos do tipo 2 este comportamento só se verificou do lado em que os pilares não são rotulados (Figs. 1.25 e 1.26). Nas referências 11 e 12 são apresentadas análises detalhadas do comportamento de cada um dos tipos de pórticos que constituem esta estrutura, bem como do comportamento de outras estruturas de pontes danificadas por este sismo.

TIPO 1
PÓRTICO BI-ARTICULADO



TIPO 2
PÓRTICO TRI-ARTICULADO



TIPO 3
SIMPLEMENTE APOIADO

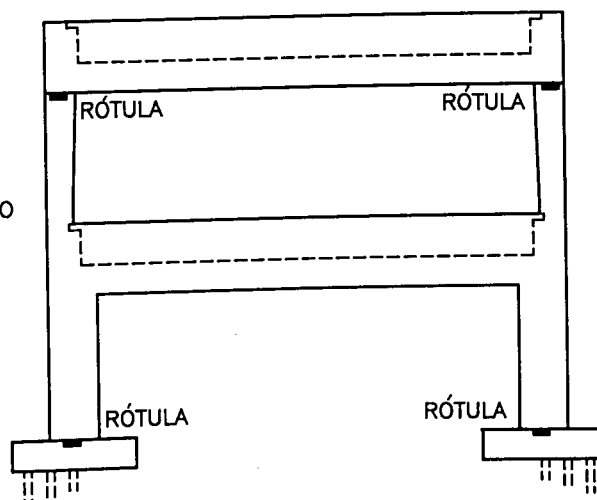


Fig. 1.22 - Principais tipos de pórticos do Cypress Viaduct (Ref. 12).

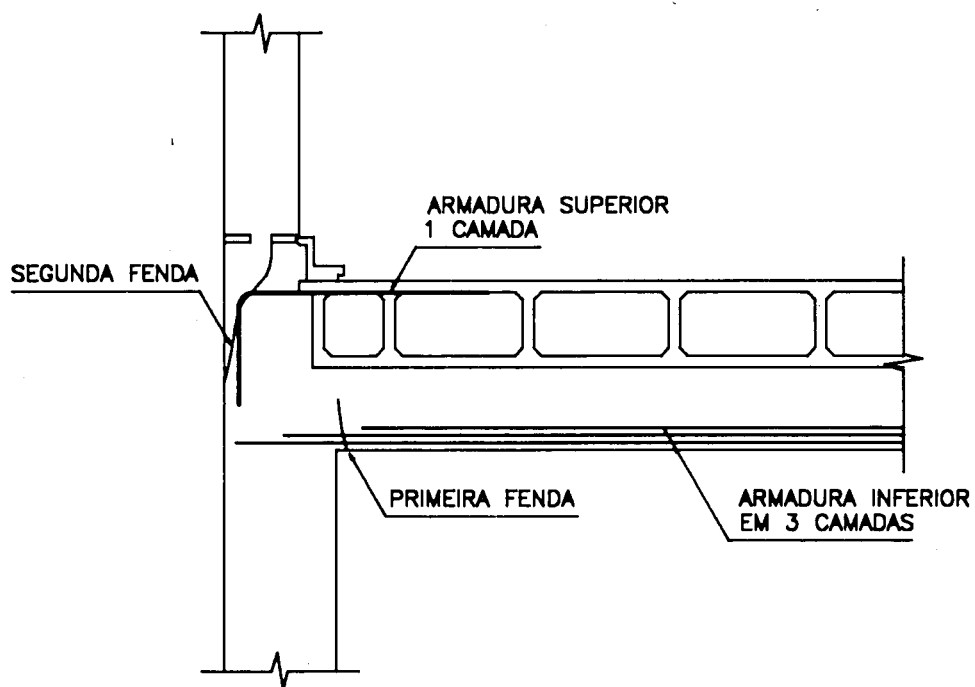


Fig. 1.23 - Cypress Viaduct. Esquema de comportamento dos nós (Ref. 11).

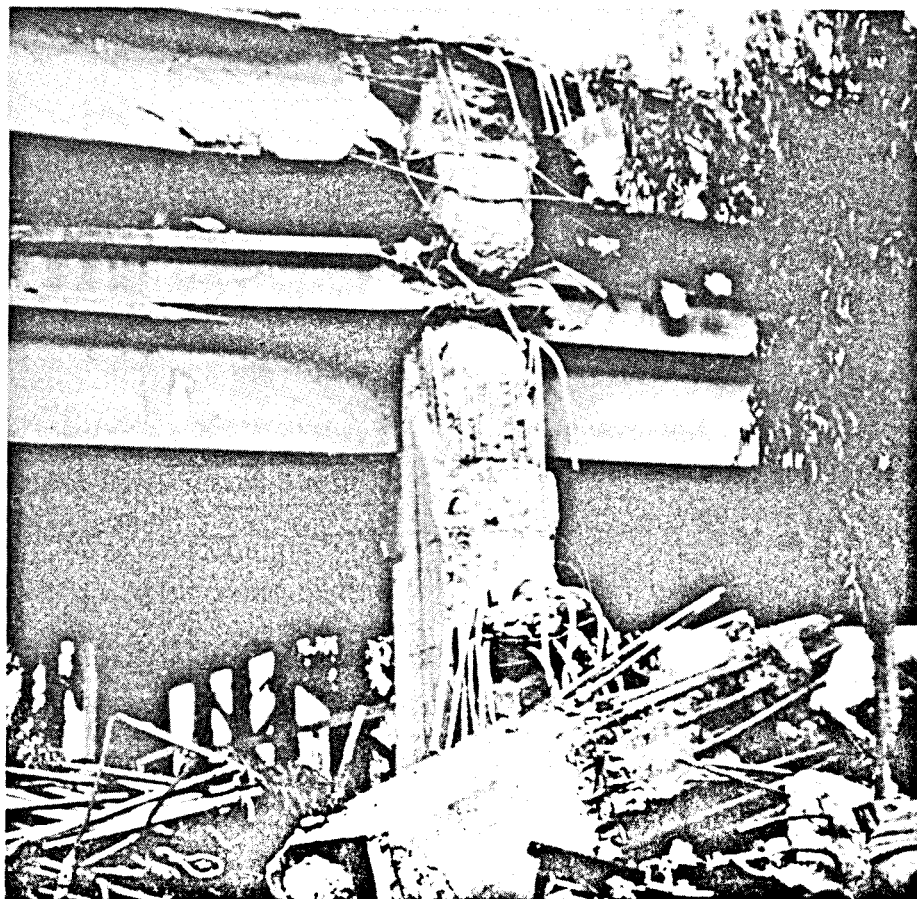


Fig. 1.24 - Cypress Viaduct. Comportamento dum nó viga-pilar (Ref. 12).

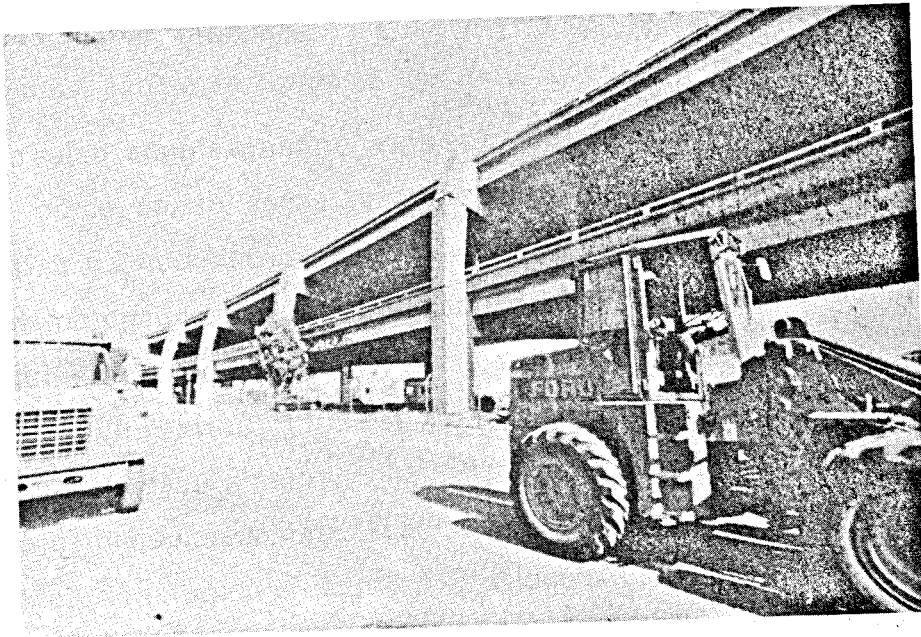


Fig. 1.25 - Cypress Viaduct. Comportamento de pórticos do Tipo 2 do lado dos pilares articulados ao nível do tabuleiro inferior (Ref. 12).

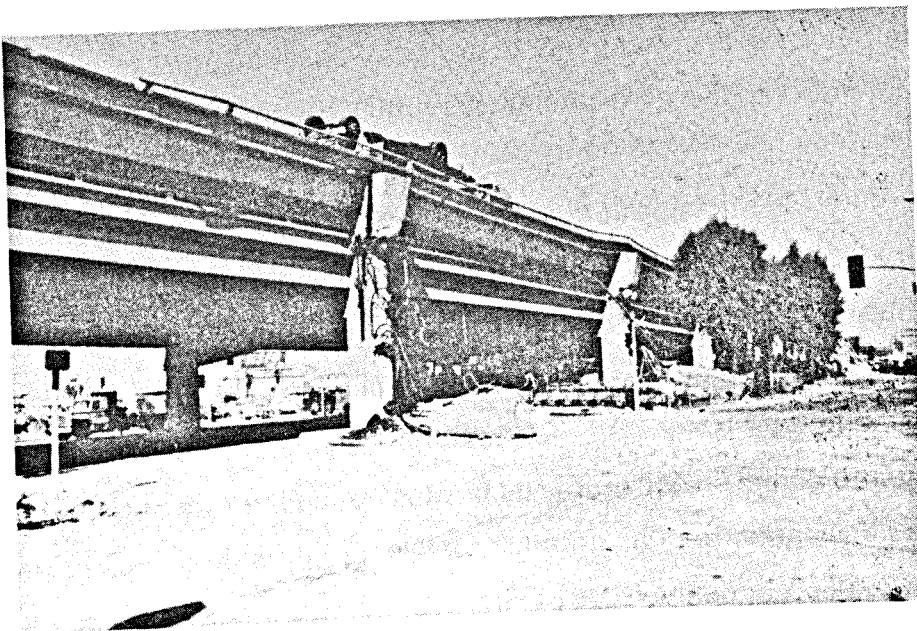


Fig. 1.26 - Cypress Viaduct. Comportamento de pórticos do Tipo 2 do lado oposto aos pilares articulados ao nível do tabuleiro inferior (Ref. 12).

1.3 - COMPORTAMENTO DE PONTES COM PILARES DE BETÃO ARMADO

Dos vários tipos de danos referidos anteriormente alguns deles são devidos a causas quase exclusivamente geotécnicas; esses danos estão, em geral, associados a comportamentos desfavoráveis dos solos de fundação, caracterizados pela ocorrência de liquefacção, deformação excessiva e esgotamento da sua capacidade de carga. Sendo certo que estes fenómenos se integram no universo de problemas a considerar pelos projectistas de estruturas de pontes afigura-se, no entanto, que a sua compreensão e análise são tarefas a desenvolver fundamentalmente no âmbito da Engenharia Geotécnica. Estes desenvolvimentos são aliás urgentes uma vez que às insuficiências existentes na caracterização do comportamento não linear dos solos sob a acção de cargas repetidas e alternadas se contrapõe um conhecimento muito grande do comportamento, em idênticas condições, dos materiais comumente usados na construção de estruturas de pontes. Este atraso, que pode ser justificado por diversas razões, inviabiliza uma abordagem analítica unificada, pelo menos nos casos em que o comportamento dos terrenos condicione a concepção e projecto das estruturas, casos em que é necessária a intervenção de especialistas em Geotecnia.

Os restantes tipos de comportamento atrás descritos são fortemente influenciados pelo comportamento dos elementos estruturais face às vibrações induzidas nas estruturas. Estes comportamentos podem ser previstos com razoável aproximação uma vez que os modelos analíticos existentes permitem idealizar satisfatoriamente os principais fenómenos envolvidos. No que respeita ao comportamento global de estruturas de pontes com pilares de betão armado podem distinguir-se basicamente duas grandes famílias: pontes de pilares curtos e rígidos e pontes de pilares flexíveis. Nas pontes pertencentes à primeira família o comportamento global é dominado pela interação solo-estrutura, potenciando danos nos encontros devidos a choques com os tabuleiros e danos severos nos pilares devido ao efeito do esforço transversal, eventualmente associado com torção nas situações em que o ângulo de viés é importante. Nas pontes pertencentes à

segunda família o comportamento global é controlado basicamente pelo comportamento dos pilares sob a acção combinada de flexão e esforço axial e, eventualmente, pela existência de zonas de descontinuidade estrutural no tabuleiro.

1.3.1 - PONTES DE PILARES RIGIDOS

O comportamento sísmico de estruturas desta família de pontes é essencialmente dominado por fenómenos de interacção solo-estrutura. Estes fenómenos ocorrem especialmente na zona dos encontros em que os impulsos dinâmicos podem exceder largamente os impulsos estáticos. Verifica-se, por outro lado, que a flexibilidade das fundações desempenha um papel de primordial importância no comportamento global desta família de pontes. A não consideração destes fenómenos poderá conduzir a erros muito grosseiros na avaliação do seu comportamento sísmico.

Chen e Penzien (Refs. 13, 14 e 15) desenvolveram modelos analíticos muito sofisticados, baseados no método dos elementos finitos e considerando não só a estrutura das pontes mas também uma porção do solo circundante, com o objectivo de identificar e analisar os principais fenómenos envolvidos. As principais conclusões dos estudos efectuados foram, mais recentemente, confirmados por Maragakis (Ref. 16) e Maragakis e Jennings (Ref. 17) que estudaram as características dos movimentos de corpo rígido de tabuleiros de pontes deste tipo.

As principais particularidades a considerar na análise deste tipo de pontes são as seguintes:

- As forças de inércia do tabuleiro são transmitidas às fundações essencialmente através dos encontros, recebendo os pilares apenas uma pequena parte dessas forças. Por esta razão as estimativas dos esforços transversos nos pilares, efectuadas sem considerar o efeito dos encontros, conduzem, normalmente, a valores excessivamente elevados;

- As forças de inércia geradas nos solos da zona dos encontros não estão, em geral, em fase com as forças de inércia geradas na estrutura, razão pela qual as forças correspondentes à estrutura podem ser avaliadas desprezando a massa desses solos;
- O enviesamento do tabuleiro reduz os deslocamentos na direcção longitudinal mas provoca o acoplamento dos deslocamentos no plano do tabuleiro. Ângulos de viés diferentes nas duas extremidades provocam movimentos transversais e de rotação de grande amplitude que podem provocar rupturas frágeis nos pilares, devidas ao efeito do esforço transversal combinado com torção;
- O ponto de aplicação da resultante dos impulsos dinâmicos situa-se, em geral, a meia altura da parede dos encontros e o seu valor pode ser 4 a 5 vezes superior ao da resultante dos impulsos activos estáticos. Os efeitos da deformabilidade e massa dos encontros, bem como os esforços transmitidos pela estrutura da ponte, devem ser considerados no seu dimensionamento; o método de Mononobe-Okabe, normalmente utilizado para a quantificação dos impulsos dinâmicos, fornece valores entre 8% e 42% menores que os obtidos por Chen e Penzien (Ref. 15), presumivelmente por não considerar os efeitos referidos. Elms e Martin (Ref. 18) indicam algumas regras expeditas de correcção do método de Mononobe-Okabe para ter em conta esses efeitos.

1.3.1 - PONTES DE PILARES FLEXÍVEIS

O comportamento sísmico deste tipo de pontes é normalmente controlado pelo comportamento dos pilares sob a acção combinada de flexão com esforço axial. A existência de descontinuidades estruturais ao nível do tabuleiro (e.g. juntas de dilatação) poderá também influir significativamente no comportamento global; este tipo de concepção não é correntemente usado na Europa mas encontrava-se

largamente difundido na Califórnia quando da ocorrência do sismo de San Fernando. O mau comportamento global motivado pela existência dessas descon- tinuidades foi, em alguns casos, a causa determinante dos colapsos totais ou parciais verificados.

A possibilidade de ocorrência de fenómenos não lineares, tanto nos pilares como nas juntas de dilatação, torna o estudo analítico do comportamento sísmico muito complexo. A primeira abordagem coerente deste problema deve-se a Tseng e Penzien (Refs. 19, 20 e 21) que desenvolveram modelos globais tridimensionais das estruturas incorporando elementos finitos apropriados por forma a idealizar o comportamento não linear dos pilares e juntas de dilatação. Embora a idealização dos fenómenos não lineares, nomeadamente nos pilares, fosse feito recorrendo a modelos que, face ao estado actual dos conhecimentos, são imperfeitos e insuficientes, os resultados obtidos foram razoavelmente concordantes com resultados obtidos experimentalmente (Refs. 22 a 27) e permitiram explicar satisfatoriamente o comportamento de algumas estruturas durante o sismo de San Fernando. Estes resultados permitiram também evidenciar algumas das caracte- rísticas principais do comportamento sísmico deste tipo de pontes, das quais se destacam as seguintes:

- Os pilares desempenham um papel fundamental na resistência da estrutura a acções horizontais. É de esperar a ocorrência de fenómenos não lineares, especialmente na base dos pilares, pelo que as exigências de ductilidade devem ser estimadas duma forma realista. Quando a topografia impõe pilares de alturas muito diferentes as exigências de ductilidade nos pilares mais curtos são substancialmente superiores às exigências de ductilidade nos pilares mais altos;
- As estruturas de pontes em curva apresentam algumas particularidades do ponto de vista do comportamento sísmico. Análises realizadas por Tseng e Penzien (Ref. 19) mostraram que nos casos em que a ligação entre o tabuleiro e os encontros não é monolítica o comportamento é

caracterizado por uma tendência para a acumulação de deformações permanentes no sentido do afastamento do centro de curvatura. Este comportamento resulta de que quando os movimentos se dão no sentido do centro de curvatura o eventual "encosto" do tabuleiro aos encontros faz com que a rigidez global da estrutura seja semelhante à de um arco funcionando entre encontros; para movimentos no sentido oposto a rigidez global da estrutura é essencialmente controlada pela rigidez dos pilares para acções horizontais e, portanto, muito inferior. Este comportamento traduz-se por uma acumulação de danos preferencialmente nas zonas das secções oposta ao centro de curvatura do tabuleiro. Nos casos de tabuleiros com juntas de dilatação este comportamento será mais marcado, podendo explicar colapsos como o ilustrado na Fig. 1.18;

- A resposta global deste tipo de estruturas é consideravelmente influenciada pelas vibrações verticais. Esta influência é mais marcada nas pontes em curva devido ao acoplamento dos movimentos no plano horizontal com os movimentos verticais.

1.4 - ALGUNS ASPECTOS DA ANÁLISE

A análise do comportamento sísmico e a quantificação dos parâmetros que o caracterizam pode, para as duas grandes famílias de pontes atrás descritas, ser efectuada por meios analíticos e experimentais. A utilização de meios experimentais é, nos tempos actuais, apenas justificada nos casos de estruturas com importância excepcional uma vez que existem já formulações analíticas muito sofisticadas e o acesso à potência de cálculo por elas exigida é cada vez mais fácil.

O desenvolvimento de formulações analíticas para pontes de vãos curtos com os tipos de comportamento atrás referidos apresenta alguns aspectos delicados na medida em que à sofisticação com que é possível idealizar o comportamento estrutural não se contrapõe a possibilidade de idealizar os

fenómenos de interacção solo-estrutura com um grau de sofisticação comparável. Por outro lado o facto de os modelos de interacção solo-estrutura serem geralmente desenvolvidos no domínio da frequência e de os modelos que permitem ter em conta o comportamento não linear das estruturas serem desenvolvidos no domínio do tempo levanta problemas adicionais cuja resolução, em termos operacionais, é ainda extremamente difícil.

Nos casos de pontes de vãos longos, em que os fenómenos de interacção solo-estrutura não são relevantes ou em que estes podem ser considerados recorrendo a simplificações aceitáveis, o comportamento global é, como já foi referido, controlado pelo comportamento de flexão não linear dos pilares e pela eventual existência de descontinuidades estruturais no tabuleiro. A modelação analítica dos principais fenómenos envolvidos neste tipo de comportamento afigura-se muito menos problemática que no caso anterior, não só devido ao facto de os problemas se encontrarem muito melhor caracterizados mas também porque os resultados disponíveis de inúmeros estudos de índole experimental nestas matérias servem de suporte e permitem calibrar modelos analíticos que duma forma realista descrevam uma parte da realidade. Existem, contudo, ainda muitos problemas em aberto cuja tentativa de solução se afigura extremamente aliciante para o engenheiro de estruturas, uma vez que, não só porque pela sua formação terá sobre estes problemas uma capacidade de julgamento acrescida mas também porque, devido à investigação intensiva desenvolvida neste domínio, terá sempre disponíveis pontos de referência para nortear a sua actividade.

CAPÍTULO 2

MODELOS E MÉTODOS DE ANÁLISE

Os modelos analíticos representam geralmente apenas uma parcela da realidade uma vez que, mesmo para os fenómenos mais simples, é praticamente impossível considerar todas as variáveis e respectivas interações. Esta impossibilidade prática, causada tanto por falta de conhecimento como pela complexidade do modelo que resultaria, obriga ao estabelecimento de hipóteses simplificativas que por sua vez influenciam o significado dos resultados fornecidos pelos modelos. Esta dependência entre as hipóteses simplificativas e os resultados obtidos deve ser cuidadosamente considerada no desenvolvimento de modelos analíticos, tendo sempre como referência o tipo de fenómenos que se pretende idealizar. A escolha das hipóteses simplificativas apresenta-se, assim, como crucial tanto mais que, em geral, essa escolha será também fortemente condicionada pela potência de cálculo disponível; o aumento da potência de cálculo disponível conduz a modelos de complexidade crescente traduzida, por exemplo, na adopção de um menor número de hipóteses simplificativas.

Em relação aos modelos analíticos de grande complexidade podem também levantar-se questões quanto à sua "coerência". Este conceito está ligado, por um lado à qualidade dos dados exigidos pelos modelos e, por outro lado, com a inteligibilidade dos resultados ou com o grau de dificuldade em os tornar inteligíveis. Com efeito é discutível a utilidade de modelos muito complexos para os quais uma parte dos dados necessários apenas poderá ser estimada de forma grosseira. Naturalmente que a coerência dum modelo, apresentada desta forma, é um conceito algo indefinido e portanto não quantificável em termos absolutos;

mesmo tomando como referência o mesmo modelo o grau de importância deste conceito é variável como sucede quando, por exemplo, se pretendem analisar alguns aspectos do comportamento global de uma classe de estruturas ou se pretende estudar em detalhe o comportamento de uma estrutura específica. Verifica-se portanto que, embora não havendo regras objectivas para o desenvolvimento de modelos, existem algumas questões que não devem ser ignoradas e que devem ser analisadas com bom senso e tendo em vista os objectivos que se pretende alcançar.

No estudo do comportamento sísmico de estruturas é necessário considerar 3 tipos diferentes de modelos: modelos das acções sísmicas, modelos das estruturas e modelos de comportamento das estruturas. Neste capítulo são apresentados e descritos de forma breve os modelos usualmente utilizados e discutidas as suas possíveis associações para efeitos de análise.

2.1 - MODELOS DESCRITIVOS DAS ACÇÕES SÍSMICAS

2.1.1 - TIPOS DE VIBRAÇÕES SÍSMICAS

Newmark e Rosenblueth (Ref. 28) classificam as vibrações sísmicas nos 4 seguintes tipos fundamentais:

- Tipo 1 - Impulsos de curta duração;
- Tipo 2 - Vibrações muito irregulares com durações moderadas;
- Tipo 3 - Vibrações de longa duração nas quais é possível distinguir frequências predominantes;
- Tipo 4 - Vibrações provocando movimentos de grande amplitude e deformações permanentes nos terrenos.

As vibrações do tipo 1 ocorrem apenas em terrenos firmes a pequena distância do epicentro e correspondem a sismos de magnitude moderada com

pequena distância focal. Os seus efeitos indicam tratar-se de movimentos essencialmente unidireccionais com um sentido predominante. São exemplos de vibrações deste tipo os sismos de Agadir (1960) e de Skopje (1963). Na Fig. 2.1 são apresentadas as acelerações, velocidades e deslocamentos típicos de sismos pertencendo a este tipo.

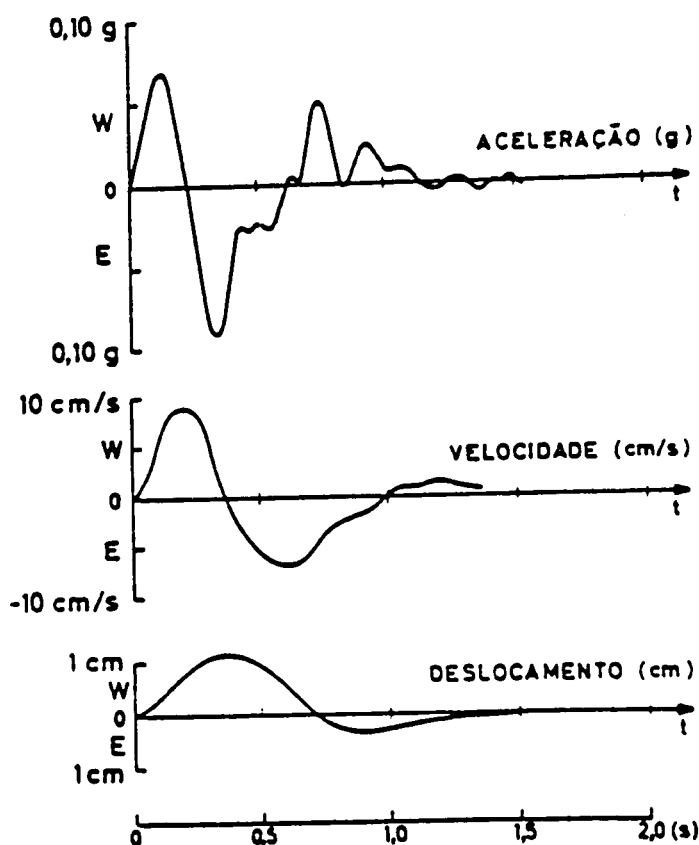


Fig. 2.1 - Exemplo de vibrações sísmicas do tipo 1. Componente EW do sismo de Port Hueneme de 18 de Março de 1957.

O acelerograma do sismo de El Centro de 1940 é um exemplo de vibrações do tipo 2 (Fig. 2.2). As vibrações deste tipo verificam-se em terrenos firmes a moderadas distâncias focais e apresentam uma intensidade semelhante em todas as direcções. A sua energia tem uma repartição aproximadamente uniforme numa banda de frequências relativamente larga. A maioria das vibrações sísmicas intensas pertence a este grupo.

As vibrações do tipo 3 resultam da passagem das vibrações dos tipos 1 e 2 através de camadas de terrenos muito brandos, neles originando vibrações em regime linear ou quase linear e ampliações selectivas da intensidade em determinadas bandas de frequência. No sismo da Cidade do México de 1964 ocorreram vibrações deste tipo (Fig. 2.3).

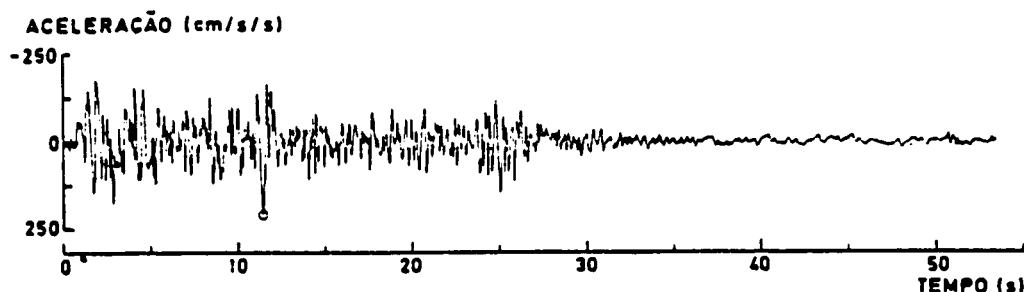


Fig. 2.2 - Exemplo de vibrações sísmicas do tipo 2. Acelerograma da componente das vibrações sísmicas registadas em El Centro em 18 de Maio de 1940.

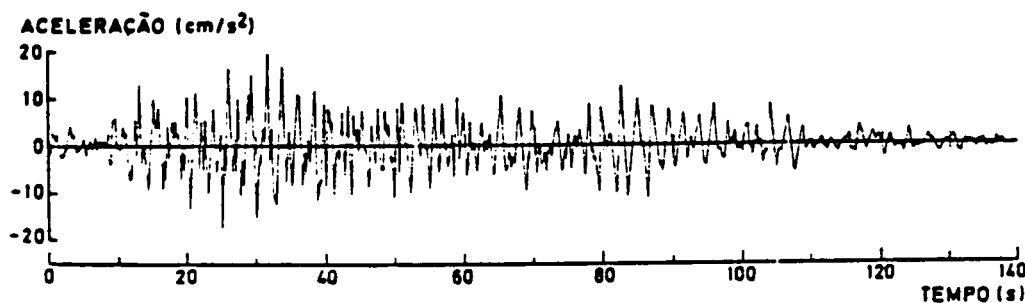


Fig. 2.3 - Exemplo de vibrações sísmicas do tipo 3. Acelerograma da componente NS registada na Cidade do México durante o sismo de 6 de Julho de 1964.

Vibrações sísmicas envolvendo movimentos de grande amplitude e deformações permanentes, correspondentes ao tipo 4, ocorreram, por exemplo, nos sismos do Alaska e de Niigata, ambos em 1964.

2.1.2 - VALORES DE PICO

É usual a quantificação das componentes dos movimentos sísmicos a partir da sua aceleração máxima a . O conhecimento da velocidade máxima v e do deslocamento máximo d permite avaliar algumas das características do movimento, nomeadamente das suas frequências. Esta avaliação é efectuada em termos dos parâmetros $a/2\pi v$ e $v/2\pi d$ usualmente referidos simplificadaamente como a/v e v/d . O parâmetro $a/2\pi v$ representa a frequência de uma vibração sinusoidal com aceleração e velocidade máximas iguais à aceleração e velocidade máximas do movimento sísmico; de modo análogo o parâmetro $v/2\pi d$ representa a frequência de uma vibração sinusoidal com velocidade e deslocamento máximos iguais à velocidade e deslocamento máximos do movimento sísmico. A relação entre estes 2 parâmetros $h=ad/v$ é uma medida da largura de banda do movimento sísmico (Ref. 29).

2.1.3 - ESPECTROS DE RESPOSTA

A representação das vibrações sísmicas através de um espectro de resposta deve-se a Housner e consiste na caracterização dessas vibrações através dos efeitos que produzem sobre osciladores lineares com um grau de liberdade e amortecimento viscoso. Os efeitos são quantificados através do maior dos valores máximos, em módulo, obtidos pela resolução das equações de movimento do oscilador linear com um grau de liberdade, expressas em coordenadas absolutas ou relativas:

$$\ddot{x} + 2\xi_n\omega_n \dot{x} + \omega_n^2 x = 2\xi_n\omega_n \dot{x}_0 + \omega_n^2 x_0 \quad (2.1)$$

$$\ddot{x}^r + 2\xi_n\omega_n \dot{x}^r + \omega_n^2 x^r = -\ddot{x}_0 \quad (2.2)$$

em que $\ddot{x}_0$, $\dot{x}_0$ e x_0 representam as acelerações, velocidade e deslocamentos impostos na base do oscilador.

O espectro de resposta é uma função da frequência do oscilador, dependente do valor do amortecimento ξ considerado, o qual é tomado normalmente como parâmetro. Dependendo de qual a grandeza utilizada para traduzir a resposta do oscilador e do tipo de coordenadas considerado (eq. 2.1 ou 2.2) podem obter-se espectros de resposta de deslocamentos, velocidades e acelerações, relativos ou absolutos. Uma vez que a resposta é aproximadamente sinusoidal, é válida a relação

$$a = \omega v = \omega^2 d \quad (2.3)$$

sendo possível obter, para um determinado espectro de resposta, os denominados pseudo-espectros das 2 restantes grandezas. Existem assim 6 espectros de resposta dos quais se podem obter 12 pseudo-espectros. O erro que se comete ao passar de um espectro para os pseudo-espectros deve-se ao facto de a resposta do oscilador não ser rigorosamente sinusoidal nos quartos de período vizinhos do instante em que ocorrem os valores máximos; no entanto, para valores do amortecimento relativamente baixos ($\xi < 10\%$) esse erro é desprezável. Usando a representação trilogarítmica a leitura dos pseudo-espectros a partir do espectro é imediata. Dado que os espectros de resposta obtidos da forma acima referida são muito irregulares é vulgar, para efeitos de aplicação prática, usar espectros de resposta "suavizados". ("smoothed response spectrum"), construídos de acordo com técnicas muito simples, como por exemplo, a técnica dos factores de amplificação referida por Newmark e Rosenblueth (Ref. 28) e por Duarte (Ref. 30).

2.1.4 - ESPECTROS DE POTÊNCIA

Este modelo, especialmente indicado para representar os movimentos sísmicos dos tipos 2 e 3, tem subjacente a idealização dos movimentos do terreno recorrendo aos princípios e métodos da teoria dos processos estocásticos. Nesta idealização os movimentos do terreno são assimilados a realizações, com uma certa duração, dum processo estocástico. De entre os vários tipos de processos estocásticos aqueles que melhor conciliam a exactidão dos resultados com a

simplicidade dos algoritmos que os produzem são os chamados processos gaussianos; do ponto de vista da engenharia sísmica e da dinâmica de estruturas são particularmente interessantes, pela sua simplicidade e manuseabilidade, os processos gaussianos estacionários vectoriais. Estas características derivam do facto de as propriedades destes processos se poderem determinar a partir das suas funções densidade espectral de potência, por simplificação vulgarmente referidas como espectros de potência; estas funções apresentam também a vantagem de permitir uma avaliação imediata das frequências mais importantes dos movimentos sísmicos. Um processo gaussiano estacionário vectorial $X(t)$ é quantificado por uma matriz de funções densidade espectral conjuntas $S(\omega)$ tal que (Ref. 7):

$$S_{ij}(\omega) = \lim_{(T \rightarrow \infty)} \frac{1}{T} E (\mathcal{F}_T (x(t)) \mathcal{F}_T^* (x(t))) \quad (2.4)$$

representando $\mathcal{F}_T (\cdot)$ a transformada de Fourier restringida ao intervalo $[-T/2, T/2]$, $\mathcal{F}_T^* (\cdot)$ o valor conjugado e $E(\cdot)$ o valor expectável (indicando que se deve tomar a média dos valores para todas as realizações) e $x(t)$ uma realização do processo.

Em termos de processos gaussianos a análise estocástica da resposta dinâmica das estruturas coloca fundamentalmente 2 problemas: por um lado obter, dada a matriz das funções densidade espectral da excitação, a matriz das funções densidade espectral da resposta e, por outro lado, uma vez conhecida esta, a obtenção dos parâmetros que caracterizam a resposta. A matriz de funções densidade espectral da resposta pode obter-se da matriz de funções densidade espectral da excitação através da expressão

$$S^r(\omega) = H(\omega) S^a(\omega) H^{T*}(\omega) \quad (2.5)$$

em que $S^r(\omega)$ é a matriz das funções densidade espectral da resposta, $H(\omega)$ é uma matriz de funções de transferência e $S^a(\omega)$ é a matriz de funções densidade espectral dos movimentos da base. O valor máximo da resposta é, em termos

deste modelo, razoavelmente aproximado pelo valor médio do maior dos máximos. Assim, para a determinação do valor "máximo" (entendido como o valor médio do maior dos máximos) da resposta r_i bastará calcular os momentos espectrais de ordem zero e dois da função densidade espectral dessa resposta, definidos por:

$$\lambda_{0i} = \int_0^{\infty} S_{ii}'(\omega) d\omega \quad (2.6)$$

$$\lambda_{2i} = \int_0^{\infty} \omega^2 S_{ii}'(\omega) d\omega \quad (2.7)$$

O valor "máximo" da resposta, r_i pode então ser calculado pela expressão (Ref. 31):

$$\max r_i = \sqrt{2\lambda_{0i} \left(\ln \left(\frac{s}{2\pi} \sqrt{\frac{\lambda_{2i}}{\lambda_{0i}}} \right) - \ln(\ln 2) \right)} \quad (2.8)$$

em que s representa a duração considerada.

2.1.5 - EQUIVALÊNCIA ENTRE MODELOS

2.1.5.1 - Relações entre valores de pico e espectros de resposta

É possível obter o espectro de resposta a partir dos valores de pico recorrendo à técnica dos factores de amplificação (Ref. 28) de aceleração, velocidade e deslocamento. Estes factores dependem do coeficiente de amortecimento considerado, como se mostra no Quadro 2.1, e permitem obter os valores da aceleração espectral A , velocidade espectral V e deslocamento espectral D através das relações

$$A(\xi) = \alpha_a a \quad (2.9)$$

$$V(\xi) = \alpha_v v \quad (2.10)$$

$$D(\xi) = \alpha_d d \quad (2.11)$$

a partir dos quais a construção do espectro de resposta é muito simples (Ref. 28). Esta técnica permite obter espectros de resposta razoavelmente aproximados dos reais, do ponto de vista das aplicações práticas, como se pode ver na Fig. 2.4.

QUADRO 2.1 - Factores de amplificação (Ref. 28)

$\xi(\%)$	α_a	α_v	α_d
0	6,4	4,0	2,5
0,5	5,8	3,6	2,2
1	5,2	3,2	2,0
2	4,3	2,8	1,8
5	2,6	1,9	1,4
7	1,9	1,5	1,2
10	1,5	1,3	1,1
20	1,2	1,1	1,0

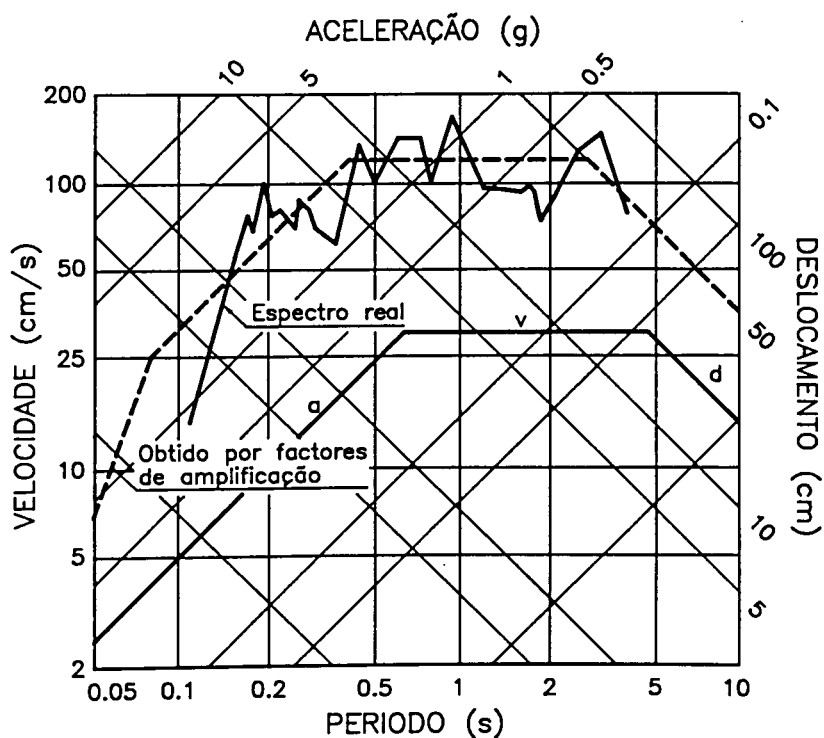


Fig. 2.4 - Comparação entre um espectro de resposta real e o espectro de resposta obtido por factores de amplificação (Ref. 28).

2.1.5.2 - Relações entre espectros de resposta e espectros de potência

O cálculo dos espectros de potência a partir do espectro de resposta obriga ao recurso a técnicas iterativas que requerem o uso do cálculo automático. Duarte (Ref. 32) desenvolveu uma técnica para a realização desta conversão em que, em cada iteração, se parte de um espectro de potência, calcula-se o espectro de resposta e se altera o espectro de potência a partir da relação entre o espectro de resposta desejado e o espectro de resposta calculado. O espectro de potência é admitido ser de forma poligonal definido por pares (ω_i, S_i) . O sucesso desta técnica está dependente da escolha dos valores ω_i que deverá ter em conta a largura de banda $2\xi\omega_i$ da função de transferência do oscilador (Ref. 32); nas aplicações práticas os valores de (ω_i, S_i) são escolhidos de modo a formar uma sucessão geométrica de razão $(1+2\xi)$, obtendo-se resultados satisfatórios.

Em algumas aplicações práticas é possível recorrer a relações empíricas baseadas no facto de que a troços lineares do espectro de resposta correspondem aproximadamente troços do espectro de potência com a forma αf^b em que a grandeza α varia conforme a grandeza espectral (A , V ou D) que se puder considerar aproximadamente constante. Duarte (Ref. 29) propõe as seguintes expressões:

$$S_a = 0,2\xi A^2 f^{-1,4} \quad (2.12)$$

$$S_a = 6\xi V^2 f^{0,74} \quad (2.13)$$

$$S_a = 300\xi D^2 f^{3,1} \quad (2.14)$$

em que as grandezas espectrais A , V e D são expressas respectivamente em cm/s^2 , cm/s e cm e o amortecimento ξ como razão do amortecimento crítico. Assim, para calcular o espectro de potência correspondente a um dado espectro de resposta, basta determinar os valores deste para um certo número de pontos e calcular a correspondente densidade espectral utilizando uma das expressões (2.12) a (2.14) dependendo da grandeza que for aproximadamente constante.

A resolução do problema inverso, ou seja, obter o espectro de resposta a partir de um dado espectro de potência é também possível (Ref. 33) recorrendo à teoria dos processos estocásticos brevemente referida na secção 2.1.4. É também possível recorrer às expressões (2.12) a (2.14) para o cálculo expedito do espectro de resposta, corrigindo os resultados de modo a assegurar um comportamento assintótico correcto do espectro de resposta. Apresenta-se na Fig. 2.5 a comparação entre os espectros de resposta do mesmo movimento sísmico, calculados usando 2 técnicas diferentes; o espectro de resposta a tracejado foi obtido pela técnica dos factores de amplificação, tendo-se a partir deste calculado o espectro de potência do qual foi determinado o espectro de resposta considerando 15 valores de frequência em progressão geométrica, cobrindo a banda 0.125 Hz - 14 Hz e usando a metodologia referida na secção 2.1.4. (a cheio). Estes resultados foram obtidos por Duarte (Ref. 29) e mostram uma concordância muito razoável, nunca se excedendo os 10% de erro.

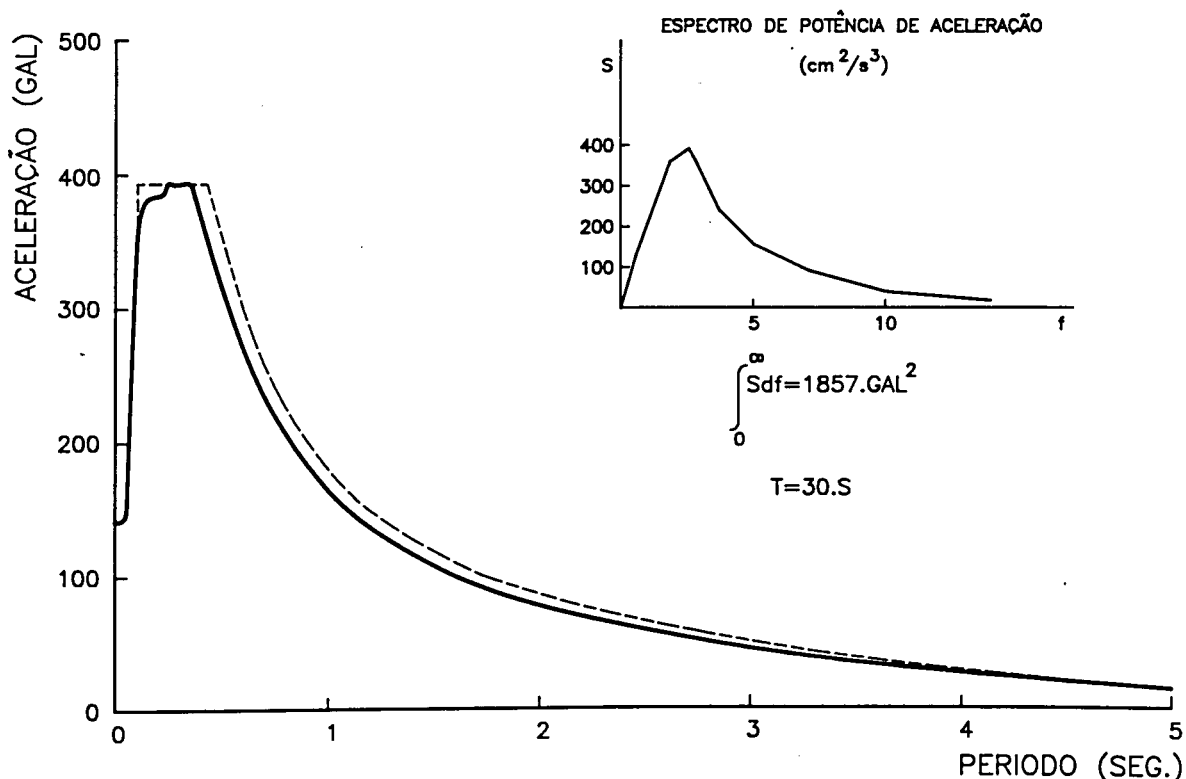


Fig. 2.5 - Comparação entre o espectro de resposta (---) do qual se obteve o espectro de potência e o espectro de resposta obtido desse espectro de potência (Ref. 29).

2.1.5.3 - Relações entre espectros de potência e valores de pico

O cálculo dos valores de pico correspondentes a um dado espectro de potência é praticamente imediato usando a metodologia apresentada na secção 2.1.4. Assim, dado um espectro de potência de aceleração S^a começa-se por calcular os momentos espectrais de ordem 0, 2, 4 e 6 (em termos de deslocamentos) pelas expressões:

$$\lambda_0 = \int_0^\infty \omega^{-4} S^a(\omega) d\omega \quad (2.15)$$

$$\lambda_2 = \int_0^\infty \omega^{-2} S^a(\omega) d\omega \quad (2.16)$$

$$\lambda_4 = \int_0^\infty S^a(\omega) d\omega \quad (2.17)$$

$$\lambda_6 = \int_0^\infty \omega^2 S^a(\omega) d\omega \quad (2.18)$$

sendo então os valores de pico dados por

$$a = \sqrt{2\lambda_4 \left(\ln \left(\frac{s}{2\pi} \sqrt{\frac{\lambda_6}{\lambda_4}} \right) - \ln(\ln 2) \right)} \quad (2.19)$$

$$v = \sqrt{2\lambda_2 \left(\ln \left(\frac{s}{2\pi} \sqrt{\frac{\lambda_4}{\lambda_2}} \right) - \ln(\ln 2) \right)} \quad (2.20)$$

$$d = \sqrt{2\lambda_0 \left(\ln \left(\frac{s}{2\pi} \sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_0}} \right) - \ln(\ln 2) \right)} \quad (2.21)$$

em que s representa a duração do movimento sísmico. Os integrais das expressões (2.19) a (2.21) podem ser calculados eficientemente por métodos numéricos; nas

aplicações em que apenas seja necessário considerar os momentos de ordem 0 e 2 (por exemplo, cálculo de resposta de estruturas) é possível a integração por via analítica (Ref. 32), com grande eficiência no caso de o espectro de potência ser representado por uma linha poligonal definida num pequeno número de pontos (< 10). A aplicação desta metodologia às acções sísmicas prescritas no RSA (Ref. 5) conduz aos valores de pico indicados no Quadro 2.2 (Zona A).

O cálculo do espectro de potência a partir dos valores de pico é efectuado fixando *a priori* o valor da duração s e procurando uma densidade espectral de potência que permita obter os valores de pico desejados. Este processo é iterativo e o facto de os valores de pico conterem muito pouca informação sobre a forma como a potência de vibração se distribuiu pelas várias frequências obriga a impor condições de regularidade drásticas ao espectro de potência. A abordagem dos algoritmos que permitem efectuar a passagem dos valores de pico para o espectro de potência cai claramente fora do âmbito deste trabalho; a descrição detalhada de um destes algoritmos pode ser encontrada na Ref. 29.

QUADRO 2.2 - Valores de pico das acções
sísmicas prescritas no RSA (Zona A)

ACÇÃO TIPO	TERRENO TIPO	VALORES DE PICO		
		a (cm/s ²)	v (cm/s)	d (cm)
1	I	177	11,9	5,6
	II	150	11,9	6,4
	III	125	11,9	6,9
2	I	107	14,1	10,0
	II	107	15,8	14,0
	III	108	18,3	20,0

2.1.6 - ANÁLISE COMPARATIVA DOS MODELOS

Os modelos descritivos das acções sísmicas podem ser utilizados de forma mais ou menos directa no cálculo da resposta das estruturas sujeitas à acção dos sismos. A idealização da acção dos sismos por meio de forças estáticas equivalentes está relacionada, embora de forma não óbvia, com os valores de pico; esta idealização encontra-se largamente divulgada mas a sua utilização só deverá ser feita relativamente a determinados tipos, muito restritos, de estruturas. Resta assim a discussão dos méritos relativos das idealizações por processos estocásticos (espectros de potência) e por espectros de resposta.

A experiência do LNEC nas últimas 2 décadas permitiu pôr em evidência a potência e a versatilidade dos processos estocásticos na idealização da acção dos sismos. Duarte e Ravara (Ref. 34) referem, entre outras, as seguintes vantagens da idealização por processos estocásticos sobre a idealização por espectros de resposta:

- A idealização por processos estocásticos permite ter explicitamente em consideração a duração das vibrações;
- A idealização por espectros de resposta apenas permite calcular o valor máximo da resposta para cada modo de vibração, deixando em aberto o problema da sua sobreposição; a idealização por processos estocásticos resolve este problema de forma "exacta", mesmo quando existem vários modos de vibração com a mesma frequência própria. Esta questão assume especial relevância nos casos das estruturas cujas frequências fundamentais se situam na zona das altas frequências uma vez que os valores máximos das respostas modais tendem a agrupar-se em torno do instante em que ocorre o valor máximo da aceleração e portanto não são válidas as regras usuais de sobreposição modal;
- O projecto de estruturas secundárias, principalmente nos casos em que

os seus pontos de apoio na estrutura principal sofrem deslocamentos diferentes ou estão situados em estruturas principais diferentes, é dificilmente realizável a partir da idealização por espectros de resposta; a idealização por processos estocásticos resolve estes problemas com grande simplicidade e de forma "exacta" (Ref. 29).

Em termos dos problemas específicos das estruturas de pontes a versatilidade da idealização da acção dos sismos através de processos estocásticos tem sido também evidenciada em alguns estudos sobre o comportamento sísmico de estruturas de pontes efectuados no LNEC, em particular no que se refere à consideração da variabilidade espacial das vibrações sísmicas e do efeito das condições geológicas locais (Refs. 37 a 39).

2.1.6.1 - Variabilidade espacial das vibrações sísmicas

O efeito da variabilidade espacial das vibrações sísmicas é objecto de alguma controvérsia, gerada pela disparidade dos resultados e conclusões até agora obtidos. O modelo correntemente utilizado no LNEC foi desenvolvido por Duarte (Ref. 38) e implementado considerando a idealização da acção dos sismos por espectros de potência; a posterior implementação para a idealização por espectros de resposta (Ref. 39), se bem que um pouco mais trabalhosa, permitiu obter resultados satisfatórios. A aplicação deste modelo ao estudo do comportamento de alguns tipos de pontes (Refs. 35, 36, 37, 39, 40) indicou que para os tipos de pontes analisadas a consideração da variabilidade espacial não introduzia variações muito significativas aos valores dos parâmetros que caracterizam a resposta. No entanto, estudos realizados por Abdel-Ghaffar *et al* (Refs. 41 a 45) sobre pontes suspensas e por Kang e Wieland (Ref. 46) sobre pontes atirantadas, usando outros modelos de variabilidade, conduziram a conclusões opostas.

Apesar desta falta de unanimidade é possível extrair algumas conclusões de âmbito muito geral que apontam todas no mesmo sentido. Assim, é reconhecido,

por exemplo, que a validade das conclusões obtidas no estudo de uma determinada estrutura deve ser restrita às estruturas com características dinâmicas semelhantes; com efeito, estas características (nomeadamente as frequências próprias dos modos fundamentais) influenciam significativamente o efeito da variabilidade espacial das vibrações sísmicas na resposta da estrutura. Verifica-se, por outro lado, que os resultados não permitem concluir claramente se o efeito da variabilidade conduz ao agravamento ou desagravamento da resposta, uma vez que os diferentes tipos de parâmetros que exprimem a resposta podem ser afectados de forma diferente e em sentidos opostos.

2.1.6.2 - Efeito das condições geológicas locais

O efeito das condições geológicas locais dificilmente pode ser tratado em termos de disposições regulamentares devido à grande diversidade de situações possíveis. Este facto é explicitamente reconhecido no comentário ao artigo 29º do RSA, em que "*... disposições peculiares da estrutura dos terrenos, nomeadamente a existência de camadas horizontais de grande extensão, podem provocar amplificações selectivas da intensidade das vibrações sísmicas em determinadas bandas de frequência; situações deste tipo não foram tidas em conta na quantificação da acção dos sismos*". A realização no LNEC de estudos sobre o comportamento sísmico de algumas estruturas de grande dimensão a construir em Portugal propiciou o desenvolvimento de um modelo que permite ter em conta o efeito das condições geológicas locais (Refs. 36, 47, 48), pondo uma vez em evidência as vantagens e possibilidades oferecidas pela idealização por processos estocásticos.

Considere-se as camadas de terreno idealizadas através de um modelo com matriz de massa M' e de rigidez K' , cujos modos de vibração têm configurações ortonormadas $z_1, z_2, \dots, z_n$ a que correspondem frequências próprias $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$. Admitindo que a acção sísmica é idealizada através de um processo estocástico vectorial gaussiano estacionário, quantificado por uma matriz de funções densidade espectral de potência $S(\omega)$, a resposta das camadas de terreno é quantificada pela

matriz de funções densidade espectral de potência $S^t(\omega)$ definida por

$$S^t = \begin{bmatrix} S^d & S^c \\ S^{c^T} & S \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

em que S^d representa a resposta dinâmica das camadas de terreno, S representa a resposta pseudo-estática e S^c representa a correlação entre esses 2 tipos de resposta. As matrizes S^d e S^c são calculadas pelas expressões

$$S^d = H(\omega)S(\omega)H^{T*}(\omega) \quad (2.23)$$

$$S^c = H(\omega)S(\omega) \quad (2.24)$$

em que $H(\omega)$ é a matriz das funções de transferência de acelerações na base para acelerações modais.

Seja D^d a matriz cujo termo geral D^d_{ij} é o deslocamento modal correspondente à coordenada i do modelo que idealiza as camadas de terreno para o j -ésimo modo de vibração e D^p a matriz cujo termo geral D^p_{ij} é o deslocamento pseudo-estático na coordenada i para o j -ésimo movimento da base. Nestas condições a quantificação do processo estocástico de acelerações absolutas é feita pela matriz S^a definida por

$$S^a = \begin{bmatrix} D^d & D^p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S^d & S^c \\ S^{c^T} & S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D^{dT} \\ D^{pT} \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

Pelo teorema de Wiener-Kinchine a matriz das funções de covariância entre as diversas acelerações absolutas é dada por

$$R(\tau) = \int_0^\infty S^a e^{i\omega\tau} d\omega \quad (2.26)$$

No caso mais geral de se considerar o efeito da variabilidade espacial das vibrações sísmicas, a quantificação da matriz das funções de covariância é feita para diversas bandas de frequências. Para cada banda de frequências, limitada pelas frequências genéricas ω_1 e ω_2 , esta matriz é dada pela expressão

$$R(\tau) = \int_{\omega_1}^{\omega_2} S^a e^{i\omega\tau} d\omega \quad (2.27)$$

e os coeficientes de correlação entre as acelerações absolutas de duas coordenadas arbitrárias i e j , para a mesma banda de frequências, são quantificados por uma matriz de coeficientes de correlação

$$\rho_{ij} = \frac{R_{ij}(0)}{\sqrt{R_{ii}(0) R_{jj}(0)}} \quad (2.28)$$

em que

$$R_{ij}(0) = \int_{\omega_1}^{\omega_2} S_{ij}^a(\omega) d\omega \quad (2.29)$$

é a covariância entre as acelerações em i e j e

$$R_{ii}(0) = \int_{\omega_1}^{\omega_2} S_{ii}^a(\omega) d\omega \quad (2.30)$$

$$R_{jj}(0) = \int_{\omega_1}^{\omega_2} S_{jj}^a(\omega) d\omega \quad (2.31)$$

são as variâncias em i e j .

Verifica-se, portanto, que a correlação entre as acelerações absolutas nas diversas coordenadas, para cada banda de frequências, pode ser calculada pela expressão

$$\begin{aligned}
R(0) &= \int_{\omega_1}^{\omega_2} [D^d \ D^p] \begin{bmatrix} S^d & S^c \\ S^{c^T} & S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D^{d^T} \\ D^{p^T} \end{bmatrix} d\omega = \\
&= [D^d \ D^p] \int_{\omega_1}^{\omega_2} \begin{bmatrix} S^d & S^c \\ S^{c^T} & S \end{bmatrix} d\omega \begin{bmatrix} D^{d^T} \\ D^{p^T} \end{bmatrix} = \\
&= [D^d \ D^p] \begin{bmatrix} C^{dd} & C^{db} \\ C^{bd} & C^{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D^{d^T} \\ D^{p^T} \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.32}$$

em que a matriz C é a matriz das covariâncias das acelerações modais e das acelerações da base, cujo cálculo é efectuado por técnicas tradicionais (Ref. 7).

Vale a pena salientar que a "construção" das acções sísmicas a partir de formalismo apresentado não é, em geral, aconselhável devido à potência de cálculo e capacidade de armazenamento requeridas. Este problema pode ser ultrapassado definindo a acção sísmica, para cada banda de frequências, através de um conjunto de movimentos elementares (quantificado com base nos elementos diagonais da matriz $S^a(\omega)$) e das correspondentes funções de ponderação (estabelecidas a partir das funções de correlação ρ_{ij}) (Ref. 48).

2.2 - MODELOS DAS ESTRUTURAS

O problema essencial relativamente aos modelos das estruturas consiste na escolha do modelo a adoptar para a análise do comportamento sísmico. Esta escolha pode incidir, a um primeiro nível, em modelos planos ou tridimensionais; a um segundo nível a opção reside no tipo de análise a efectuar (estática ou dinâmica). É, assim, possível definir, em geral, 4 tipos de relações modelo estrutural - análise: modelo plano - análise estática (PE), modelo plano - análise dinâmica (PD), modelo tridimensional - análise estática (TE) e modelo tridimensional - análise dinâmica (TD).

Estudos realizados por Imbsen *et al* (Ref. 49) tentando avaliar os domínios de aplicação de diversas idealizações do tipo PE correntemente utilizados, por comparação com os resultados obtidos a partir de idealizações do tipo TD, permitiram obter conclusões que apontam no sentido de esses métodos simplificados, cuja principal vantagem reside no facto de não requererem o uso de cálculo automático, só fornecerem resultados satisfatórios para uma gama muito restrita de estruturas de pontes. Algumas das exigências a que essas estruturas devem satisfazer são possuir eixos rectos ou quase rectos, não ter ângulos de viés superiores a 20 graus e exibir vãos de comprimentos semelhantes e rigidez dos pilares aproximadamente uniforme.

O clausulado do Eurocódigo nº 8, Parte 2 - Pontes (Ref. 6) prevê igualmente que as estruturas de pontes podem, para efeitos de análise, ser idealizadas por 3 tipos de modelos: modelo de tabuleiro rígido (TR), modelo do modo fundamental (MF) e modelo dinâmico completo (DC). O primeiro destes modelos aplica-se nos casos em que o tabuleiro se comporta essencialmente como um corpo rígido, o segundo quando a contribuição dos modos de vibração de ordem superior para a resposta for pequena e o terceiro quando os 2 primeiros não forem adequados. Os modelos TR e MF representam idealizações do tipo PE atrás referido devendo a sua aplicação ser restringida às estruturas que satisfazem a condições já referidas. Tal foi confirmado através de estudos recentes (Refs. 40 e 50) em que se verificou que o acoplamento da resposta nas direcções longitudinal e transversal, típico das pontes de eixo longitudinal curvo, é um dos casos em que a aplicação desse tipo de idealização é totalmente desaconselhada. Afigura-se, portanto, ser desejável a utilização de idealizações do tipo TD.

Deve, aliás, salientar-se que, em relação à escolha do modelo da estrutura e dos métodos de análise, a utilização dos métodos simplificados tende rapidamente a perder sentido devido aos progressos crescentes dos meios de cálculo automático e dos algoritmos que permitem a implementação numérica das idealizações mais perfeitas.

2.3 - MODELOS DE COMPORTAMENTO

No que respeita aos modelos de comportamento das estruturas eles podem classificar-se como modelos lineares ou não lineares, conforme as estruturas apresentem, por um lado, comportamento elástico e linear (com ou sem amortecimento viscoso) ou, por outro lado, comportamento elástico não linear ou comportamento não linear histerético. O comportamento elástico não linear está associado à ocorrência de não linearidades geométricas e verifica-se normalmente em pontes atirantadas ou em pontes suspensas; o comportamento não linear histerético resulta das não linearidades físicas originadas pelo comportamento pós-elástico dos materiais constituintes da estrutura e de que resulta uma significativa dissipação de energia quando ocorrem variações cíclicas das tensões e deformações instaladas na estrutura.

2.3.1 - MODELOS LINEARES

Quando se adoptam modelos de comportamento linear para a estrutura torna-se fundamental a consideração das suas características dinâmicas. Assim, para as famílias de pontes cujos modos de vibração apresentam frequências próprias todas superiores à banda de frequências características das acções sísmicas (não existindo praticamente fenómenos de natureza dinâmica) ou para as famílias em que existem apenas de 1 a 3 modos de vibração com frequências contidas na banda de frequências características das acções sísmicas e em que o comportamento sísmico se processa independentemente segundo as direcções vertical, longitudinal e transversal, podem ser efectuadas análises simplificadas do tipo referido na secção 2.2, como aliás está consignado no RSA para as pontes correntes (artigos 30, 31 e 32).

No caso de estruturas com comportamento dinâmico muito complexo é usual recorrer à análise modal para a sua caracterização dinâmica. A complexidade do comportamento, que pode ser motivada pelas exigências de implantação da

estrutura, traduz-se na existência de modos de vibração com componentes significativas em mais que uma direcção como acontece nas pontes cujo eixo longitudinal possui uma curvatura acentuada ou não é horizontal. Nas pontes de grandes dimensões em que a ocorrência de comportamentos destes tipo sejam previsíveis deverão, em geral, ser calculados algumas dezenas de modos de vibração já que essas pontes se caracterizam por possuir um número elevado de modos de vibração com frequências contidas na banda de frequências características das acções sísmicas. Este problema encontra-se intimamente ligado à discretização considerada no modelo das estruturas, a qual deverá ser suficientemente fina para permitir a determinação do número de modos de vibração necessários. Saliente-se também que a influência do número de modos de vibração incluídos na análise sobre os diversos parâmetros que exprimem a resposta das estruturas é diferente sabendo-se, por exemplo, que os valores máximos dos deslocamentos e os valores máximos dos momentos flectores em pilares podem ser razoavelmente estimados a partir de um número de modos de vibração significativamente mais baixo que o necessário para estimar os valores máximos dos esforços transversos em pilares⁽⁴⁾. De igual modo, a consideração da variabilidade espacial das acções sísmicas requer o cálculo de um número de modos de vibração mais elevado (Ref. 7).

2.3.2 - MODELOS NÃO LINEARES

Como já foi referido o comportamento não linear pode resultar, quer das características geométricas da estrutura, quer do comportamento pós-elástico dos materiais ou ainda de ambas as causas. Devido à sua complexidade os modelos não lineares têm ainda uma utilização limitada o que se justifica, em parte, pela possibilidade de em muitos casos ser possível, para a determinação dos efeitos das acções sísmicas, recorrer a coeficientes de comportamento, os quais permitem

⁽⁴⁾ *Note-se que, deste ponto de vista, as estruturas de edifícios constituem problemas diferentes já que, em geral, bastará um pequeno número de modos de vibração para estimar com precisão suficiente os esforços na generalidade dos seus elementos estruturais.*

"transformar" os resultados de análises lineares nos resultados que se obteriam em análises não lineares; o Eurocódigo nº 8 - Parte 2: Pontes permite também, para elementos de betão armado, a consideração da rigidez em fase fendilhada para ter em conta a rigidez efectiva dos elementos estruturais.

Os modelos que permitem idealizar os fenómenos não lineares resultantes do comportamento pós-elástico dos materiais apresentam, contrariamente aos modelos que idealizam os fenómenos não lineares de natureza geométrica, um grau de fiabilidade mais reduzido. Como causas podem ser apontadas, entre outras, o pouco conhecimento sobre as propriedades dos materiais constituintes, sobre o comportamento dos elementos estruturais, sobre a resistência efectiva dos elementos e sobre os estados de coacção instalados nas estruturas aquando da ocorrência da acção sísmica.

Em relação ao betão armado a caracterização das não linearidades é extremamente dificultada pelo facto de qualquer dos dois materiais constituintes apresentar comportamento não linear, fortemente dependente das histórias de deformações impostas; acresce ainda o facto de na ligação entre os dois materiais ocorrerem também fenómenos não lineares cujas características são mal conhecidas. Uma outra questão que tem interessado alguns investigadores diz respeito à influência do regime dinâmico, ou seja, da existência de uma taxa apreciável de variação no tempo das tensões e deformações. No entanto a escassez de resultados em regime dinâmico faz com que se continuem a utilizar os obtidos em experimentação estática. Em termos do comportamento dos elementos estruturais, este poderia ser estabelecido a partir do conhecimento das características dos materiais. No entanto em muitas situações o comportamento dos elementos é regido por fenómenos localizados que dificilmente estarão representados nas relações força-deformação dos materiais; de igual modo, no caso de elementos com formas complexas a extrapolação de resultados experimentais (referentes, em geral, a elementos de formas mais simples) deve ser cuidadosamente ponderada.

A importância do conhecimento da resistência efectiva dos elementos

estruturais deriva do facto de a constituição de um mecanismo estável e eficiente de dissipação de energia (que é fundamental para um comportamento sísmico global satisfatório) poder depender da ordem por que os diversos elementos estruturais atingem a sua resistência elástica limite. Além disso, deve também salientar-se que esquemas de pormenorização das armaduras conduzindo a situações aparentemente "do lado da segurança" provocam, não poucas vezes, a criação desordenada de sobre-resistências que podem afectar de forma prejudicial o comportamento sísmico das estruturas por possibilitarem a ocorrência de tipos de comportamento não previstos nas fases de concepção e análise.

Os esforços instalados nas estruturas aquando da ocorrência das acções sísmicas deveriam, em princípio, ser também contemplados nos modelos de cálculo. Esses esforços seriam consequência, não só das cargas inerentes ao funcionamento da estrutura mas também de causas não previstas para o "hazard scenario" das acções sísmicas (p.e. assentamentos de fundações, deficiências nos trabalhos de conservação, etc) e que podem resultar na degradação das características de alguns elementos estruturais e aparelhos de apoio.

2.4 - OBSERVAÇÕES FINAIS

No presente capítulo foram referidos os 3 tipos diferentes de modelos que é, em princípio, necessário considerar no estudo do comportamento sísmico de estruturas de pontes. Relativamente aos modelos das estruturas a situação é razoavelmente bem definida, uma vez que as limitações resultantes da aplicação de um determinado modelo a uma situação concreta estão claramente identificadas. A adopção de idealizações muito completas vai sendo cada vez mais corrente devido ao crescimento muito rápido da potência de cálculo disponível.

Os modelos das acções sísmicas estão também suficientemente desenvolvidos e a questão fundamental que quanto a eles se coloca consiste na quantificação dos seus parâmetros. Esta questão permanece em aberto e requer a realização

de investigação intensiva no sentido de se compreender melhor, por exemplo, os mecanismos de geração de vibrações sísmicas e da sua propagação. A adopção de um entre qualquer dos modelos referidos dependerá, em princípio, essencialmente da facilidade e precisão com que os respectivos parâmetros possam ser estimados; este aspecto é, aliás, de menor importância, visto que, conforme foi já referido, os modelos são essencialmente equivalentes. Uma discussão mais aprofundada destas matérias seria extremamente interessante mas cai claramente fora do âmbito e dos objectivos que este trabalho se propõe alcançar.

Em relação aos modelos de comportamento, embora o essencial dos fenómenos que ocorrem em comportamento não linear estejam também compreendidos, os modelos analíticos desenvolvidos para os idealizar não traduzem fielmente esse estado de conhecimentos sendo, em geral, necessário recorrer a simplificações mais ou menos importantes. Um aspecto que marca de forma peculiar o comportamento sísmico de estruturas de pontes é que devido às proporções normalmente existentes entre as dimensões do tabuleiro e dos pilares não é crível que o tabuleiro desempenhe um papel significativo no comportamento global, nomeadamente em termos de dissipação de energia. O comportamento global é portanto controlado pelo comportamento dos pilares e de sistemas de dissipação de energia eventualmente existentes. Nos casos em que esses sistemas não sejam previstos o comportamento dos pilares é de primordial importância para garantir um comportamento global satisfatório. Assim, serão apresentados no capítulo 3 os principais aspectos que caracterizam o comportamento não linear de pilares de betão armado, referindo-se também os modelos analíticos que permitem idealizar, de forma aproximada, esse comportamento e que têm sido largamente utilizados para estudar o comportamento sísmico de pontes com pilares de betão armado.

CAPÍTULO 3

COMPORTAMENTO NÃO LINEAR DE PILARES DE BETÃO ARMADO

No dimensionamento⁽⁵⁾ de estruturas de betão armado sujeitas à acção de sismos intensos é geralmente aceitável tirar partido do seu comportamento não linear. O comportamento da estrutura será então controlado pela capacidade dos diversos elementos estruturais sofrerem deformações não elásticas importantes sem uma significativa degradação de rigidez e resistência dissipando, por um processo histerético, a energia que lhes é transmitida pelas acções sísmicas. No caso particular das estruturas de pontes, e quando não existam dispositivos especiais de dissipação de energia, afigura-se desejável que essa dissipação se efectue através da formação de "rótulas plásticas" nos pilares.

A capacidade das estruturas dissiparem a energia que lhes é transmitida é controlada essencialmente pela ductilidade dos elementos estruturais. Assim, a verificação da segurança⁽⁵⁾ consistirá, não só em garantir que os valores de cálculo dos esforços resistentes são superiores aos valores de cálculo dos esforços actuantes, mas também que os elementos estruturais possuem a ductilidade adequada. A quantificação da ductilidade é feita, normalmente, recorrendo a

⁽⁵⁾ Em termos conceptuais o projecto de estruturas de betão armado sujeitas a acções sísmicas deveria ser efectuado em 2 fases: dimensionamento e verificação da segurança. A fase de dimensionamento corresponderia à definição das características geométricas dos elementos estruturais e à pormenorização das suas armaduras. Na fase de verificação da segurança seria avaliada a adequação do dimensionamento adoptado.

critérios convencionais envolvendo, por exemplo, a capacidade máxima de deformação sem perda de capacidade resistente (ou com perda limitada desta capacidade), a estabilidade dos diagramas de restituição, a energia dissipada, a acumulação de deformações residuais ou a degradação de rigidez em ciclos sucessivos de carga e descarga (Ref. 51). O conceito de ductilidade pode ser definido desde um nível de comportamento global das estruturas até ao nível do comportamento dos materiais constituintes, passando pelo comportamento dos elementos estruturais.

A exploração da ductilidade dos elementos estruturais obrigaria a que, pelo menos em termos conceptuais, o projecto de estruturas de betão armado sujeitas á acção dos sismos, inclísse uma fase em que se verificaria a adequação do dimensionamento adoptado, em termos de garantir um comportamento satisfatório. Esta verificação deveria ser efectuada através de análises em regime não linear cuja realização, no entanto, não é ainda viável como prática corrente dos projectistas na grande maioria dos casos, devido à potência de cálculo exigida e à morosidade que esta metodologia envolve. Por esta razão, e atendendo a todas as incertezas envolvidas, justifica-se o uso de métodos de análise simplificados em que as estruturas são analisadas em regime linear e as armaduras necessárias dimensionadas para esforços inferiores aos obtidos na análise linear. Esta correcção é feita à custa dos coeficientes de comportamento cujo valor depende, para além do parâmetro da resposta a corrigir, do tipo de estrutura, dos materiais que a constituem e do grau em que se pretenda explorar a ductilidade. Deste modo é possível definir vários níveis de ductilidade e calibrar os coeficientes de comportamento em função desses níveis, garantindo (eventualmente á custa de cuidados especiais no dimensionamento dos elementos estruturais) que as exigências de ductilidade decorrentes são compatíveis com a ductilidade disponível nos diversos elementos estruturais.

No presente capítulo são apresentadas as principais características do comportamento em flexão de pilares de betão armado e os modelos que permitem idealizar esse tipo de comportamento. Em termos de características de comporta-

mento afigura-se de especial interesse analisar o comportamento em flexão composta e desviada com esforço axial, a importância do valor deste esforço e da sua variação, o efeito de confinamento conferido pelas armaduras transversais e o comportamento sob a acção combinada de momentos flectores e esforço transversal. Em termos de modelos analíticos, para além dos modelos fenomenológicos, amplamente divulgados, serão igualmente referidos os modelos "multi-spring" e os modelos de fibras, especialmente adequados para representar as características mais importantes do tipos de comportamento que se pretende analisar.

3.1 - CARACTERÍSTICAS GERAIS DO COMPORTAMENTO DE PILARES DE BETÃO ARMADO

3.1.1 - FLEXÃO COMPOSTA

A avaliação da ductilidade disponível em elementos sujeitos a flexão composta pode ser feita directamente a partir da expressão geral que relaciona o valor máximo da curvatura ϕ_u com o valor da curvatura quando se verifica a cedência das armaduras ϕ_y ,

$$\mu_\phi = \frac{\phi_u}{\phi_y} = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_y} \frac{1-\alpha'}{\alpha} \quad (3.1)$$

em que

μ_ϕ - ductilidade em curvatura;

ϕ_u - curvatura máxima;

ϕ_y - curvatura para a qual se verifica a cedência das armaduras;

ϵ_{cu} - extensão máxima de compressão no betão;

ϵ_y - extensão de cedência (tracção) das armaduras;

α , α' - valores reduzidos da altura da linha neutra correspondentes, respectivamente, à cedência e à ruptura.

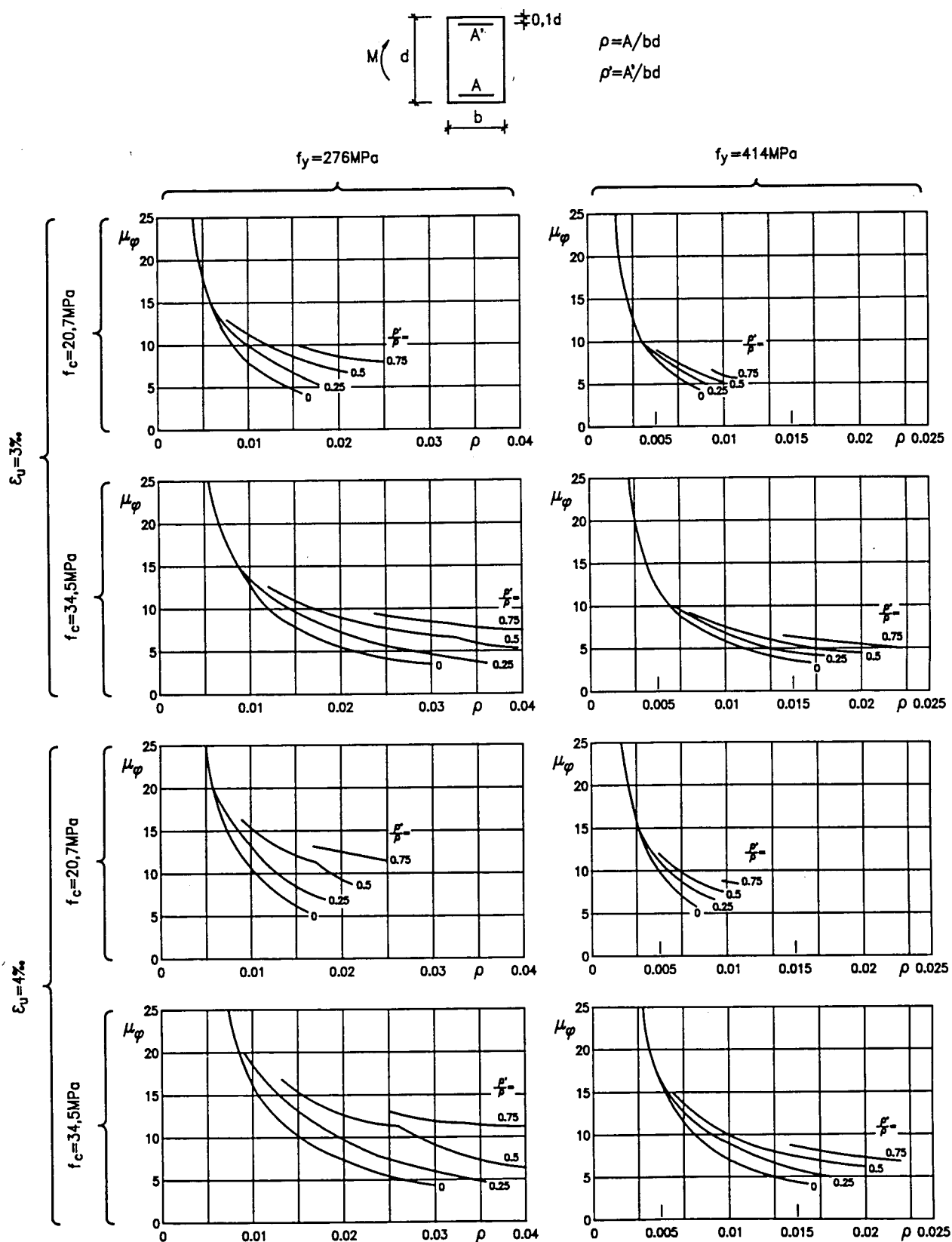


Fig. 3.1 - Influência de vários parâmetros na ductilidade.

Na expressão (3.1) o valor da curvatura máxima ϕ_u é directamente relacionado com a extensão máxima de compressão no betão ϵ_{cu} . Em secções rectangulares de betão não confinado sujeitas a flexão o valor de ϵ_{cu} é normalmente considerado entre 0,3% e 0,4%. Com efeito é para esta ordem de grandeza dos valores de ϵ_{cu} que o betão fendilha longitudinalmente e perde praticamente a sua resistência, tendendo a destacar-se da peça (perda de recobrimento); para valores inferiores, e mesmo que ultrapassada a extensão de compressão correspondente à tensão máxima, não se verifica fendilhação nas zonas comprimidas.

Os valores da ductilidade disponível são influenciados por um grande número de factores. Assim, por exemplo, Park e Paulay (Ref. 52) verificaram que a ductilidade de vigas em flexão simples diminui com o aumento da tensão de cedência do aço e da percentagem de armadura de tracção e que, em contrapartida, aumenta quando aumenta a percentagem de armadura de compressão, a tensão de ruptura e a extensão de ruptura do betão (Fig. 3.1).

A ductilidade é também fortemente influenciada pelo esforço axial e pelo confinamento. A análise dos diagramas de interacção M-N permite concluir que acima do ponto de balanceamento (ponto para o qual as extensões de ruptura do betão e de cedência das armaduras ocorrem simultaneamente) a ductilidade diminui drasticamente. Abaixo do ponto de balanceamento a ductilidade pode atingir valores significativos mas será tanto maior quanto menor for o esforço axial (Fig. 3.2). Em relação ao efeito do confinamento, numerosos estudos experimentais apontam no sentido de um eficaz confinamento aumentar substancialmente tanto a ductilidade do betão como a sua resistência. A influência do esforço axial e do confinamento no comportamento de pilares de betão armado será detalhadamente apresentada e discutida mais adiante.

O comportamento sob cargas repetidas e alternadas apresenta algumas características interessantes que se encontram evidenciadas nas Figs. 3.3 e 3.4. Estas figuras representam resultados obtidos por Park *et al* (Ref. 53) e, para além

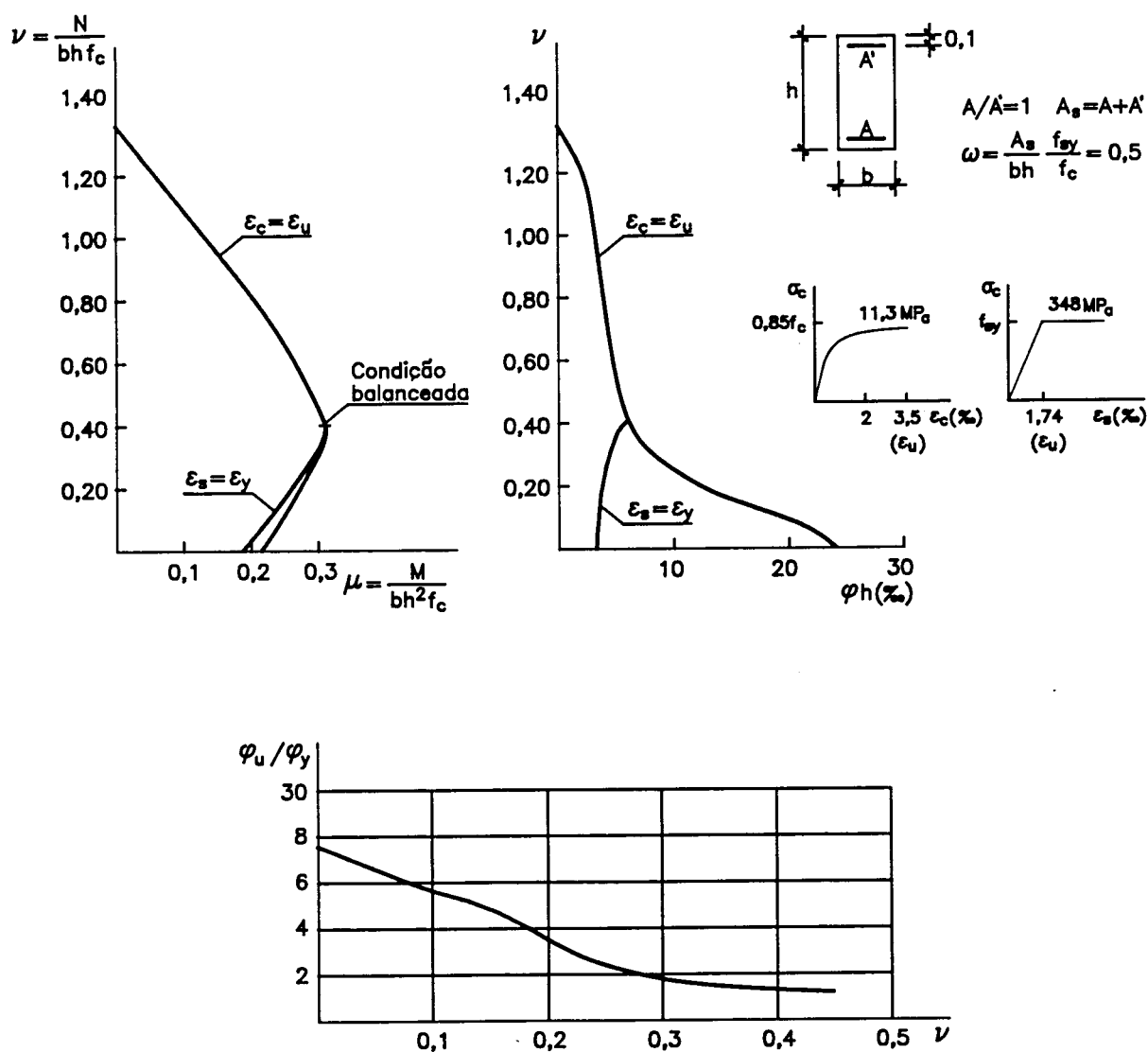


Fig. 3.2 - Ductilidade de uma secção em flexão composta.

da influência do efeito de Bauschinger nas armaduras são bem visíveis as descontinuidades (efeito de "pinching") devidas ao facto de as fendas provocadas pelos esforços de tracção num dado ciclo só fecharem, quando o sentido das cargas se inverte, depois de se anularem as deformações plásticas nas armaduras anteriormente traccionadas. Devido a este efeito existem zonas nos diagramas momentos-curvaturas em que os momentos flectores aplicados são equilibrados apenas pelo binário das forças nas armaduras traccionadas e comprimidas (zonas a tracejado nas Figs. 3.3 e 3.4).

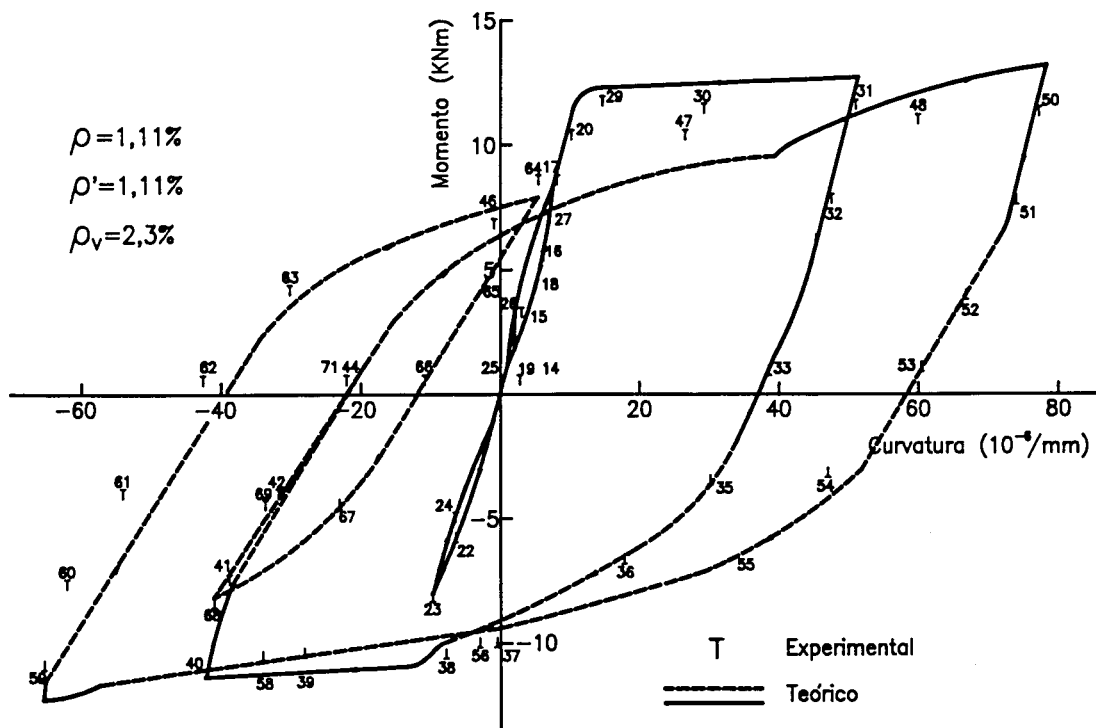


Fig. 3.3 - Secção simetricamente armada sujeita a flexão simples. Diagramas M- φ segundo Park et al (Ref. 53).

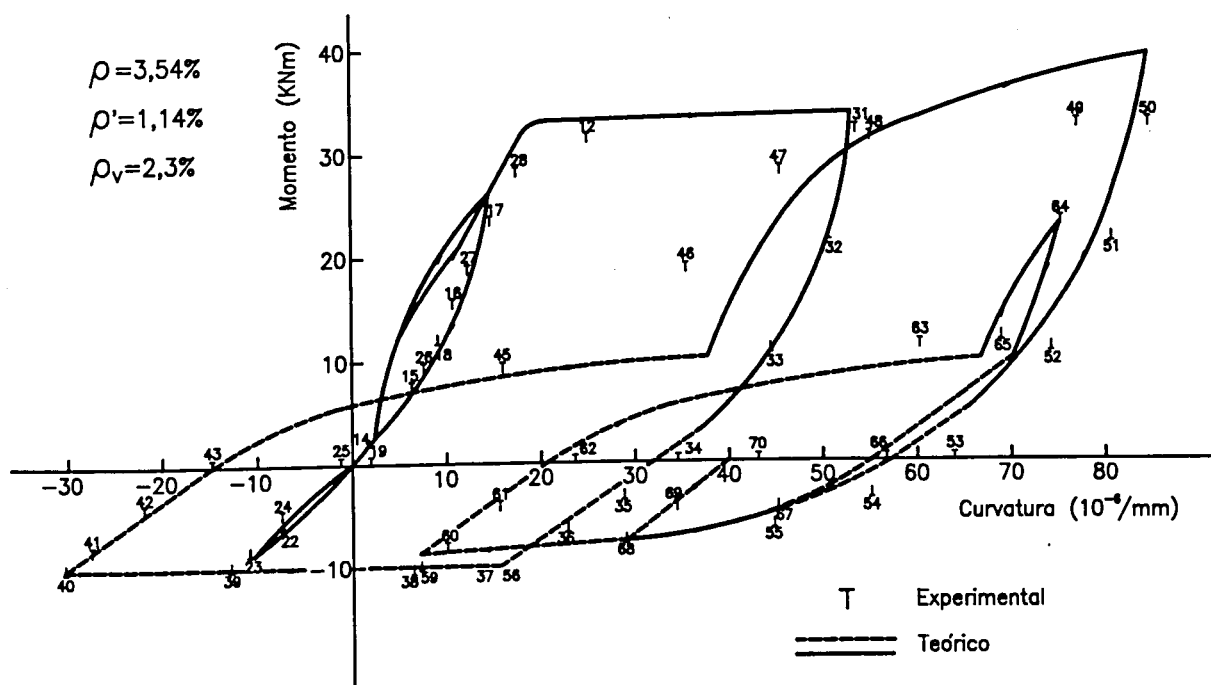


Fig. 3.4 - Secção assimetricamente armada sujeita a flexão simples. Diagramas M- φ segundo Park et al (Ref. 53).

O efeito de "pinching" é particularmente evidente nas secções com armaduras não simétricas (Fig. 3.4) uma vez que, atingindo-se num determinado ciclo a cedência em tracção das armaduras com maior área, não é possível mobilizar compressões no betão junto dessas armaduras quando os esforços se invertem porque a força de tracção nas armaduras de menor área é insuficiente para provocar a cedência em compressão das armaduras de maior área. Quando a tracção ocorre nas armaduras com maior área as fendas na face oposta fecham, tornando bem visível o efeito de "pinching". Mesmo em secções com armaduras simétricas a acção do esforço axial induz também o efeito de "pinching" em ambos os sentidos de aplicação das cargas. Com efeito, a presença do esforço axial "obriga" as fendas a fechar provocando o acréscimo de rigidez característico do efeito de "pinching". Existe neste caso uma participação activa do betão no sentido de assegurar a resistência à compressão uma vez que quando as armaduras de tracção e compressão se encontram em cedência não contribuem para aquele esforço. Na Fig. 3.5 é apresentada a comparação entre um diagrama momentos-curvaturas experimental, obtido por Aoyama (Ref. 54), e o diagrama teórico obtido por Park e Paulay (Ref. 52) a partir de um modelo de fibras. A observação dessa figura permite verificar que o efeito de "pinching" previsto teoricamente é bastante mais acentuado do que o observado experimentalmente. A razão para esta discrepância é a de a rugosidade das superfícies da fenda provocar o seu fecho de forma gradual, fenómeno este que não é idealizado no modelo analítico.

3.1.2 - FLEXÃO DESVIADA COM ESFORÇO AXIAL

O comportamento em flexão desviada é basicamente caracterizado pela aceleração da degradação de rigidez e resistência, relativamente ao caso de flexão numa só direcção. A resposta às histórias das acções impostas permite verificar que a rigidez numa direcção é significativamente reduzida devido à ocorrência, anterior ou simultânea, de acções impostas na direcção perpendicular. Esta interacção provoca um aumento significativo da flexibilidade global das estruturas,

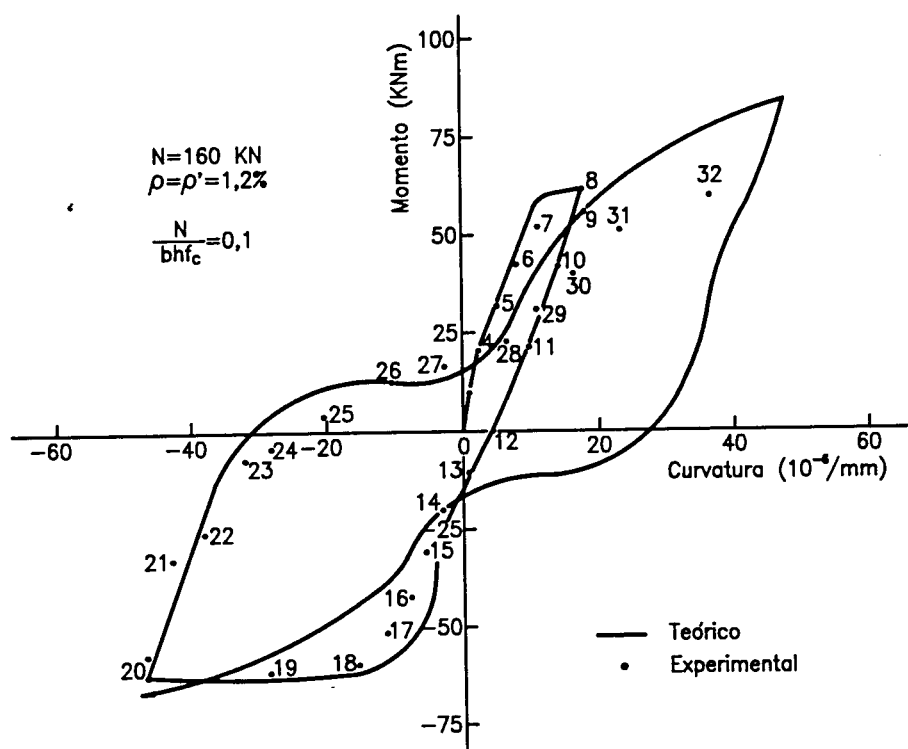


Fig. 3.5 - Comparação de relações M- ϕ experimentais (Aoyama, Ref. 54) e teóricas (Park e Paulay, Ref. 52)

que se traduz em exigências de ductilidade substancialmente mais elevadas do que aquelas que seriam de esperar com base no comportamento em flexão composta. Nas Figs. 3.6 e 3.7 são apresentados resultados de um estudo analítico do comportamento de secções de betão armado em flexão desviada realizado por Aktan e Pecknold (Ref. 55) recorrendo a um modelo de fibras. A história de curvaturas impostas referente à Fig. 3.6 é caracterizada por ter sempre curvaturas "activas" apenas numa direcção principal. As respostas da secção à projecção da história de curvaturas em dois eixos principais é representada a tracejado. A primeira carga na direcção 2-2 apresenta uma rigidez menor devido às curvaturas anteriormente imposta na direcção 1-1. À mudança de direcção das curvaturas "activas" corresponde uma quebra brusca do momento na direcção que passa a ser "inactiva". Neste caso a energia dissipada é maior do que para o caso de flexão uniaxial. Na Fig. 3.7 a história de curvaturas apresenta projecções semelhantes nos eixos 1-1 e 2-2, mas as diferenças nas respostas segundo estas direcções são substanciais, em termos de momento mobilizável e de energia dissipada.

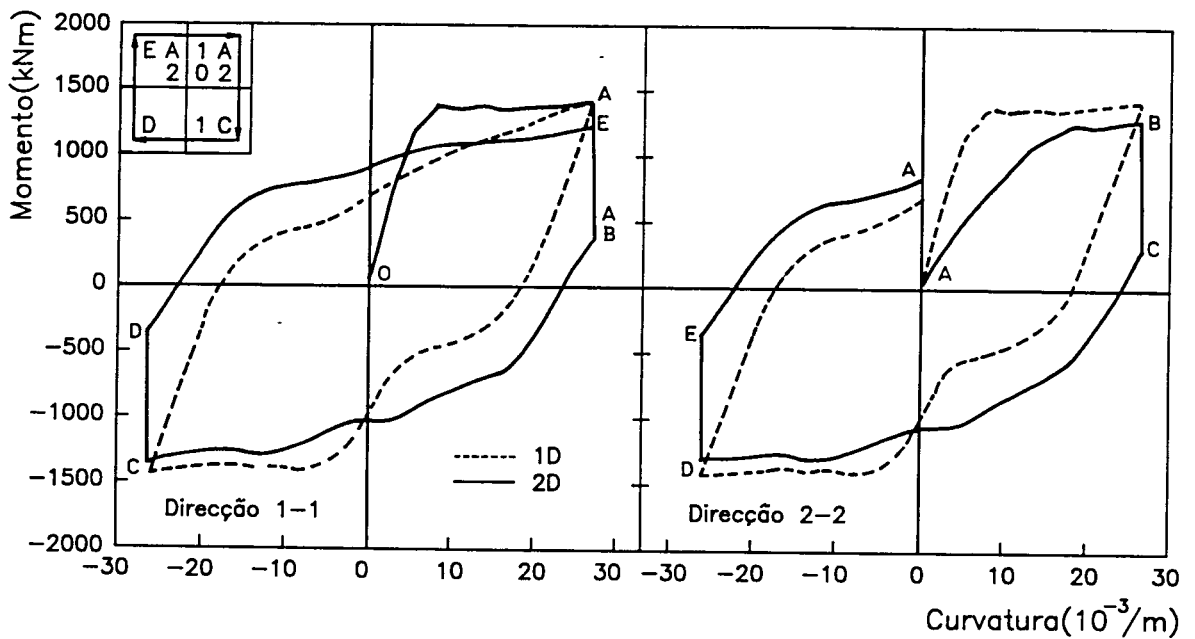


Fig. 3.6 - Resultados analíticos obtidos por Aktan e Pecknold (Ref. 55) para secções em flexão desviada com esforço axial

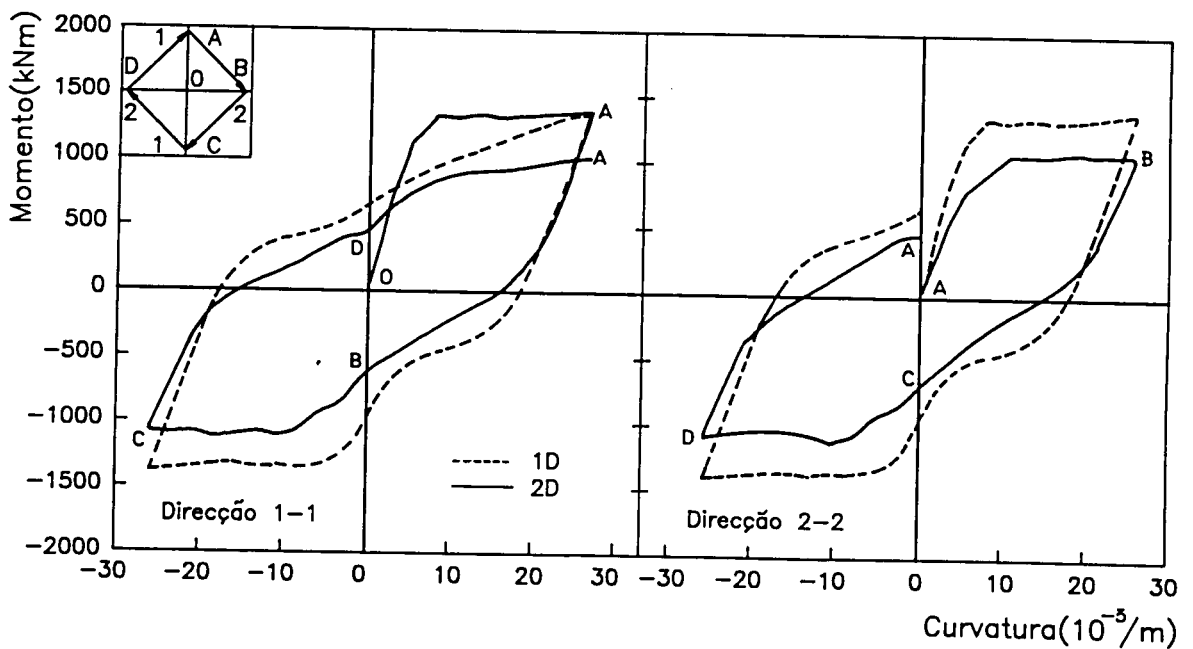


Fig. 3.7 - Resultados analíticos obtidos por Aktan e Pecknold (Ref. 55) para secções em flexão desviada com esforço axial

Os resultados apresentados nas Figs. 3.8 a 3.11 foram obtidos recorrendo também a um modelo de fibras desenvolvido no LNEC (Ref. 56) e evidenciam uma outra característica do comportamento não linear sob acções repetidas e alternadas que assume grande importância no caso de flexão desviada. Verifica-se, com efeito, que as relações momentos-curvaturas num determinado instante dependem fortemente da história anterior das acções impostas, isto é, apesar de as trajectórias das curvaturas impostas passarem pelos mesmos pontos a forma como a trajectória é percorrida está longe de ser indiferente. Nestas figuras, referentes a uma secção quadrada com 0,5 m de lado e com uma disposição duplamente simétrica das armaduras longitudinais, os valores dos momentos apresentados estão normalizados relativamente ao momento máximo obtido em condições de carga monotónica.

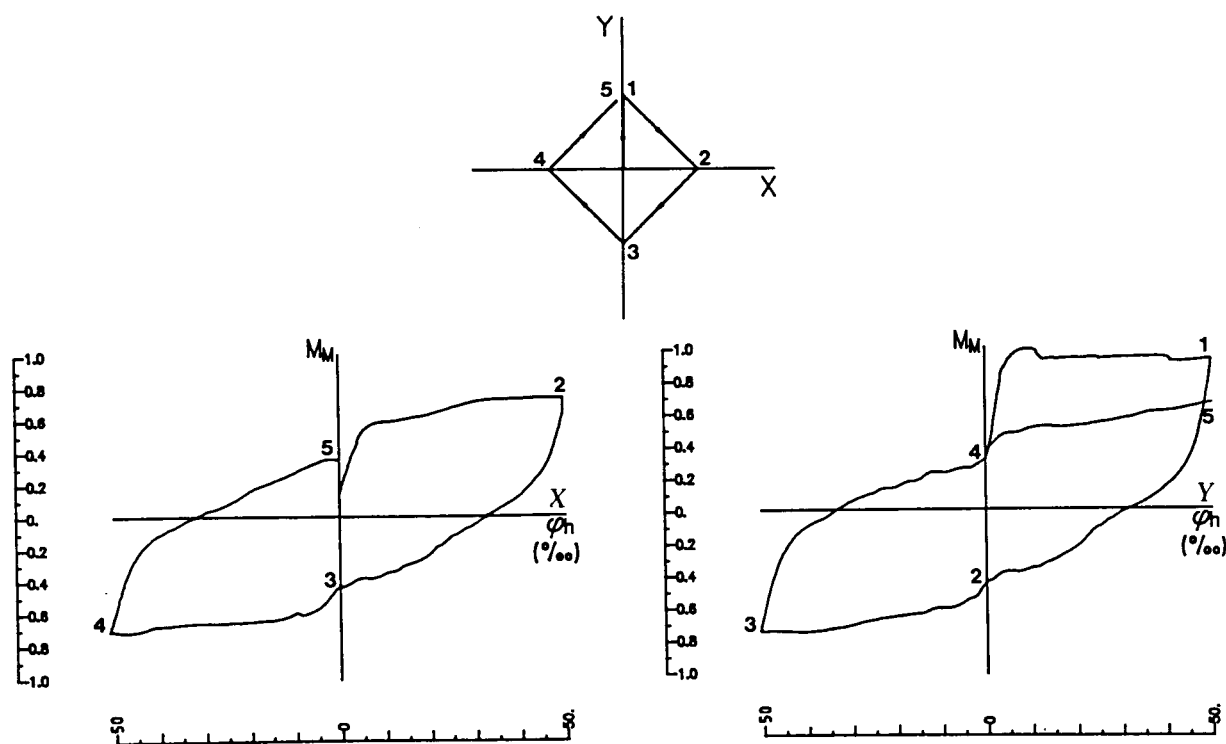


Fig. 3.8 - Diagramas $M-\varphi$ para secções em flexão desviada obtidos recorrendo a um modelo de fibras desenvolvido no LNEC.

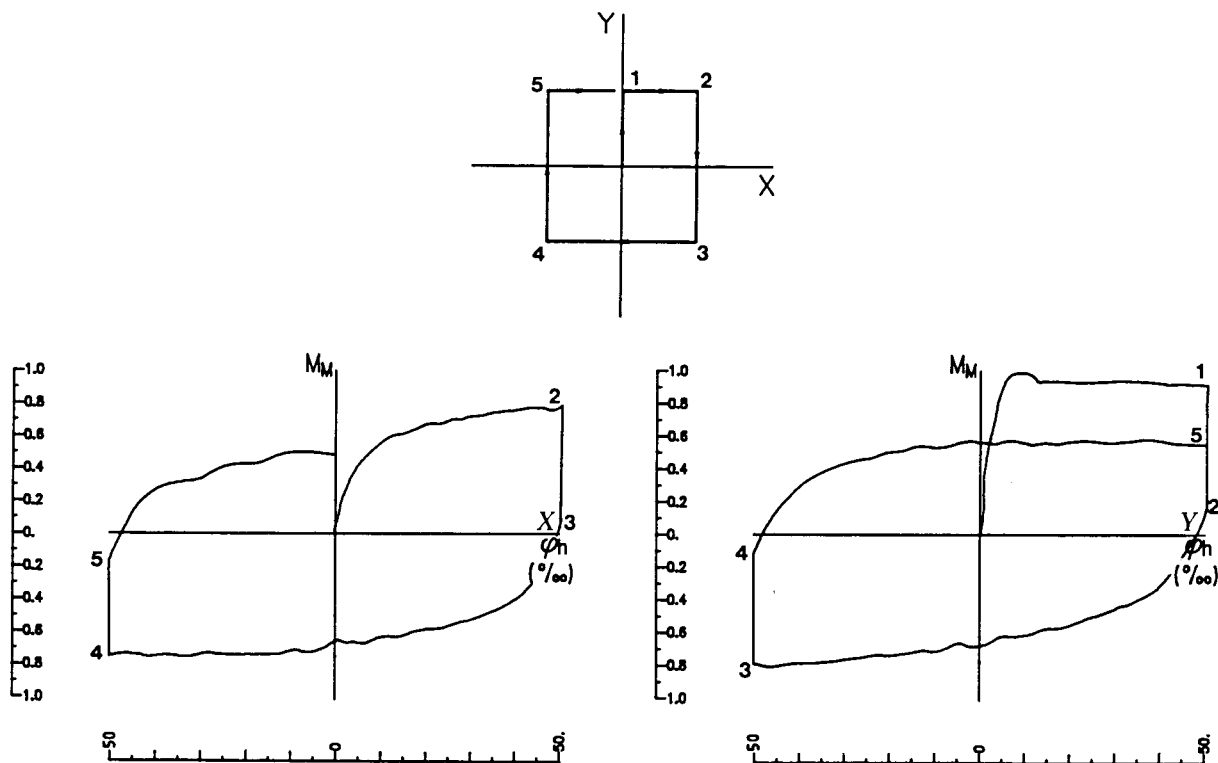


Fig. 3.9 - Diagramas $M-\varphi$ para secções em flexão desviada obtidos recorrendo a um modelo de fibras desenvolvido no LNEC.

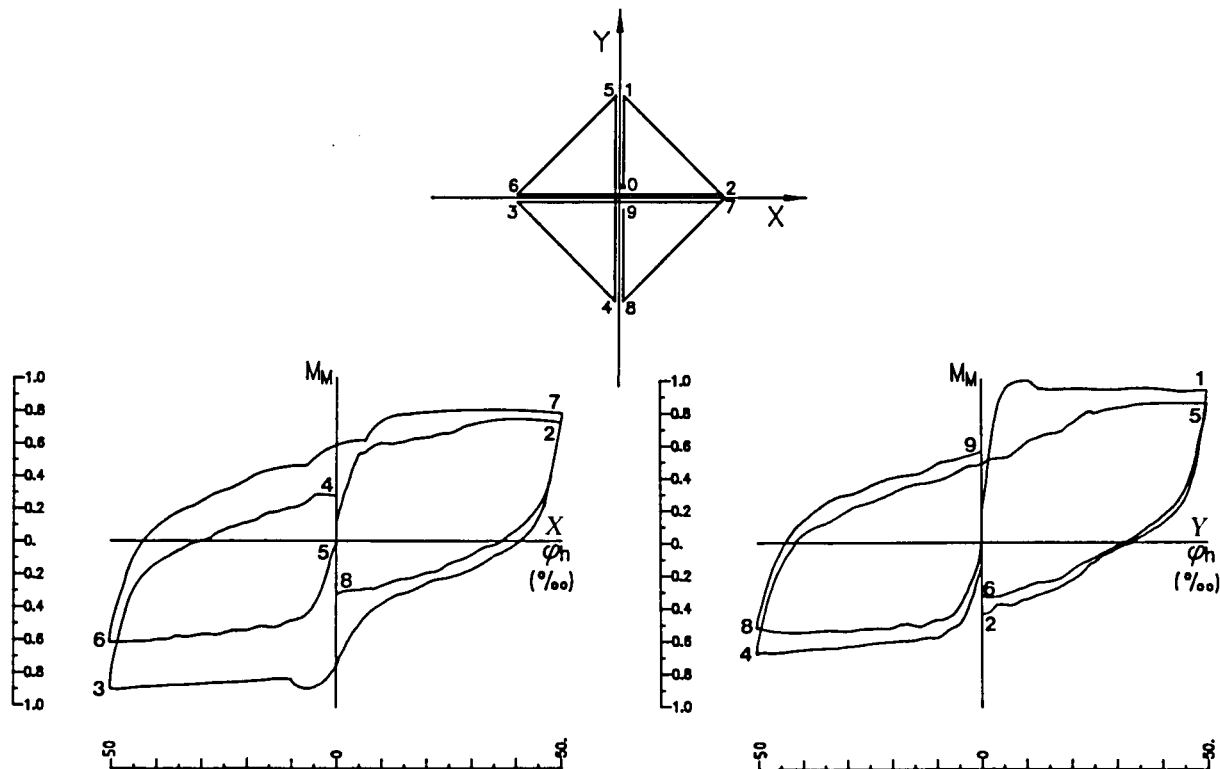


Fig. 3.10 - Diagramas $M-\varphi$ para secções em flexão desviada obtidos recorrendo a um modelo de fibras desenvolvido no LNEC.

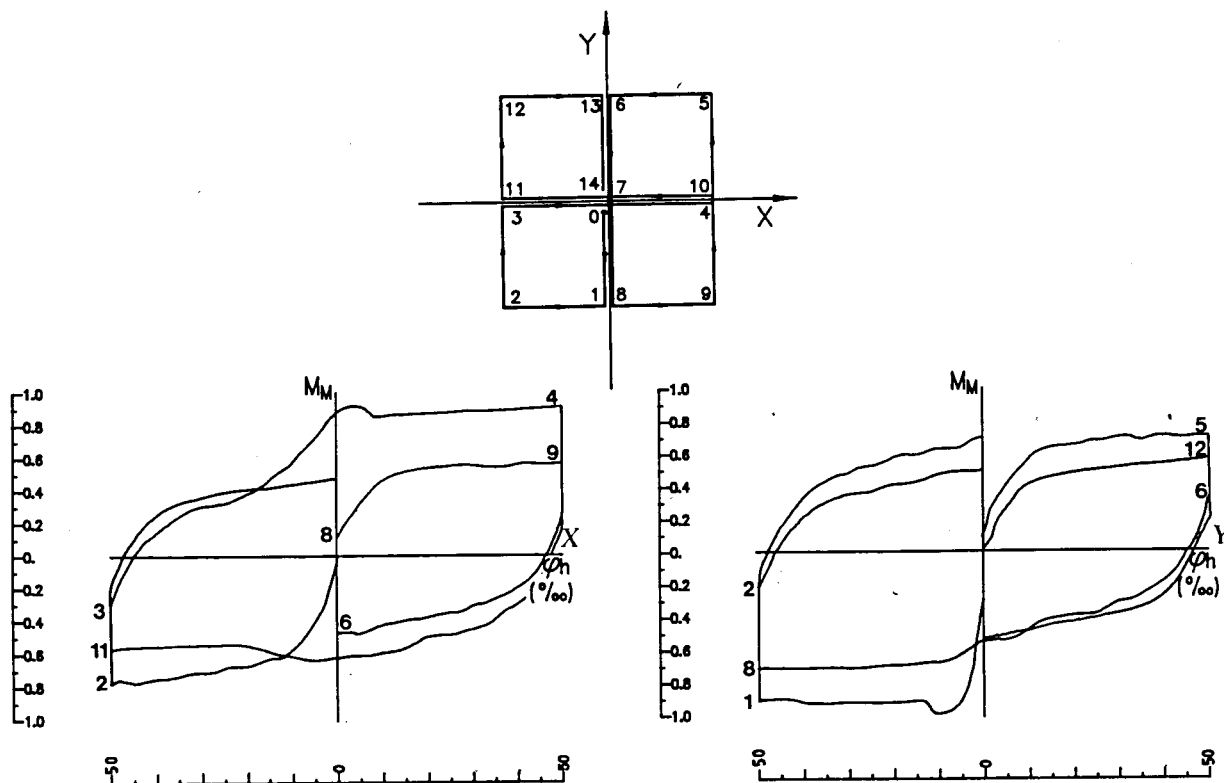


Fig. 3.11 - Diagramas $M-\varphi$ para secções em flexão desviada obtidos recorrendo a um modelo de fibras desenvolvido no LNEC.

3.1.3 - INFLUÊNCIA DO NÍVEL E VARIAÇÃO DO ESFORÇO AXIAL

Foi anteriormente referido que o nível de esforço axial instalado condiciona a ductilidade disponível e, nomeadamente, que a ductilidade disponível será tanto maior quanto menor for o esforço axial. No entanto, e atendendo a que em geral deverá ser assegurado um compromisso entre resistência e ductilidade, a presença do esforço axial pode ter efeitos favoráveis. Assim, e desde que as exigências de ductilidade sejam moderadas, esforços axiais crescentes até ao ponto de balanceamento conduzem ao aumento do momento flector mobilizável; uma vez ultrapassado o esforço axial correspondente ao ponto de balanceamento a ductilidade disponível é drasticamente reduzida e verificam-se degradações de resistência importantes associadas ao ramo descendente do diagrama tensão-extensão do betão.

Por outro lado o esforço axial num pilar de uma estrutura sujeita a acções horizontais pode sofrer variações importantes devidas, essencialmente, ao facto de uma parcela dos momentos derrubantes ser equilibrada por forças de tracção-compressão nos pilares (variação proporcional); em estruturas sujeitas à acção dos sismos esta variação conterà também uma parcela correspondente ao efeito das vibrações verticais (variação não proporcional).

Abrams (Ref. 57) estudou por via experimental o efeito da variação proporcional do esforço axial no comportamento de pilares de betão armado. Os resultados obtidos mostram que as variáveis mais sensíveis são a rigidez e a resistência e que os ciclos histeréticos apresentam uma nítida assimetria, (Fig. 3.12) resultante da acumulação de deformações em zonas preferenciais.

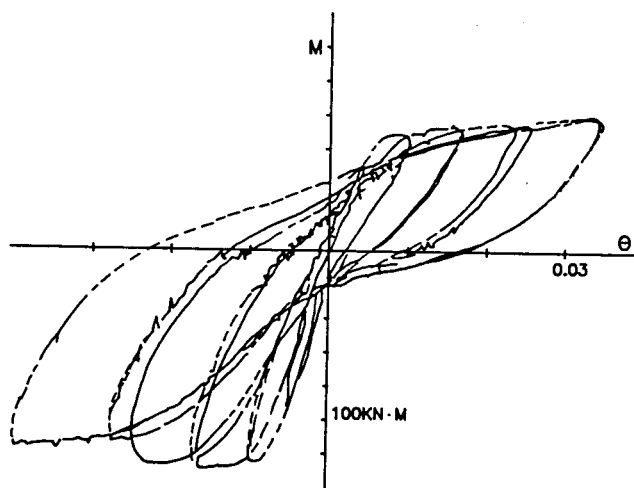


Fig. 3.12 - Diagrama M- θ experimental obtido por Abrams em condições de esforço axial proporcional.

O efeito da variação não proporcional do esforço axial foi estudado por via analítica por Saadeghvaziri e Foutch (Ref. 58) que analisaram o comportamento de duas estruturas de pontes (modelos planos na direcção longitudinal) considerando, para ambas as estruturas, duas situações distintas correspondentes à existência ou não de vibrações na direcção vertical. A primeira ponte possui dois tramos com cerca de 50 metros cada, com um único pilar central de 10 metros de altura, sendo

o tabuleiro articulado nos encontros e de rigidez comparável ao pilar. A segunda ponte é semelhante à primeira embora com um tabuleiro muito mais rígido. Para a primeira ponte a acção sísmica considerada para as direcções horizontal e vertical foi uma componente do registo obtido próximo da barragem de Pacoima no sismo de San Fernando de 1971 normalizado para 60% do valor de pico registado; para a segunda ponte foi gerado artificialmente um acelerograma com 0,7 g de aceleração de pico, que foi também considerado para ambas as direcções. Apresentam-se nas Figs. 3.13 e 3.14 os padrões dos danos nos pilares de ambas as pontes e na Fig. 3.15 os ciclos histeréticos momentos-curvaturas para o pilar da segunda ponte. O efeito das vibrações verticais é evidente notando-se, tal como já foi referido, uma tendência para acumulação dos danos em zonas localizadas. No caso da Ponte 2 verifica-se que os danos se acumulam apenas num dos lados das secções, o que poderá ser explicado pelo facto de a elevada rigidez do tabuleiro gerarem momentos flectores significativos no topo do pilar e de provocar um aumento importante da parcela correspondente à variação proporcional do esforço axial. Em relação aos ciclos histeréticos, para além da sua assimetria verifica-se também que a excitação vertical introduz irregularidades importantes no seu andamento.

Os resultados dum trabalho mais recente dos mesmos autores (Ref. 59), no qual foi analisado um conjunto de 6 estruturas de pontes, confirmaram os resultados obtidos anteriormente e mostraram que nos casos em que o tabuleiro é mais rígido as variações de rigidez dos pilares, devidas à variação de esforço axial, propiciam rupturas frágeis. Num dos casos analisados o esforço axial no pilar sofreu variações bruscas entre um esforço de compressão cerca de 3 vezes superior ao inicial e um esforço de tracção igual a cerca de metade do esforço de compressão inicial; como consequência deste facto verificou-se em alguns instantes a ocorrência de valores do esforço transversal superiores à capacidade resistente do pilar e em períodos de tempo significativos a relação entre o esforço transversal aplicado e o esforço transversal resistente tomou um valor quase unitário.

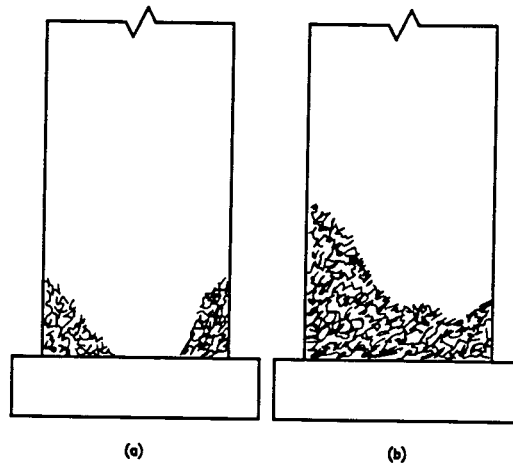


Fig. 3.13 - Danos no pilar da 1ª ponte analisada por Saadeghvaziri e Foutch (Ref. 58): a) Apenas componente horizontal; b) Componentes horizontal e vertical.

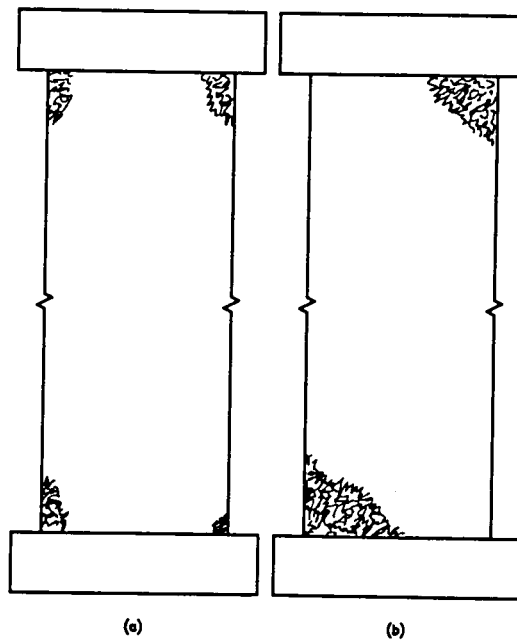


Fig. 3.14 - Danos no pilar da 2ª ponte analisada por Saadeghvaziri e Foutch (Ref. 58): a) Apenas componente horizontal; b) Componentes horizontal e vertical.

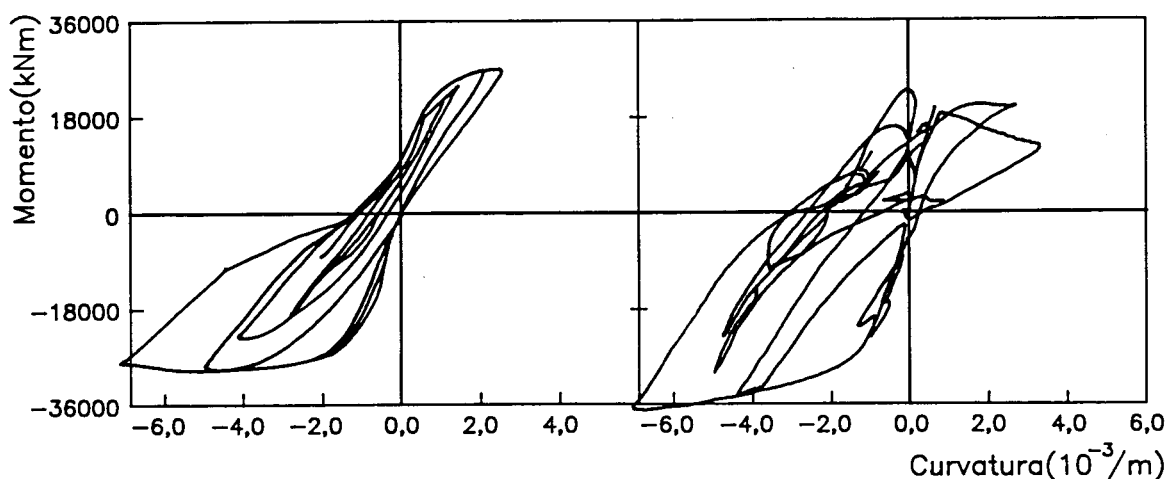


Fig. 3.15 - Relações $M-\psi$ para o pilar da 2ª ponte de Saadeghvaziri e Foutch: a) Apenas componente horizontal; b) Componentes horizontal e vertical.

3.1.4 - INFLUÊNCIA DO CONFINAMENTO

A ductilidade do betão, nomeadamente depois de atingida a tensão máxima, é muito influenciada pela existência de armaduras transversais de cintagem. Tal cintagem provoca um confinamento passivo associado ao impedimento da expansão lateral devida ao efeito de Poisson. Este impedimento será tanto mais eficaz quanto mais rígidas forem as cintas e quanto mais contínua for a sua distribuição. Deste ponto de vista as cintas circulares ou helicoidais, desde que colocadas com pequeno passo, são particularmente eficazes uma vez que, devido à sua forma, funcionam essencialmente por deformação axial e apresentam, portanto, uma elevada rigidez (Fig. 3.16). No caso de cintas rectangulares o seu funcionamento é preponderantemente em flexão apresentando, por isso, menor rigidez no impedimento da expansão lateral do betão (Fig. 3.17). A eficácia relativa destes dois tipos de confinamento é ilustrada qualitativamente na Fig. 3.18.

Os trabalhos de investigação realizados nas últimas três décadas sobre o confinamento com cintas rectangulares são passados em revista numa publicação do CEB especialmente dedicada a esta matéria (Ref. 60). Dos resultados desses

trabalhos podem extrair-se basicamente as seguintes conclusões:

- O confinamento não influencia significativamente a maior parte do ramo ascendente do diagrama tensão-extensão do betão;
- A ductilidade do betão aumenta significativamente com o confinamento. Este aumento da ductilidade traduz-se por um aumento da extensão (relativamente à situação de ausência de confinamento) para a qual se verifica a tensão máxima e pela diminuição da pendente do diagrama tensão-extensão após ser atingida a extensão correspondente à tensão máxima;
- O efeito do confinamento na resistência (tensão máxima) do betão é uma matéria controversa. Verifica-se por exemplo que Roy e Sozen (Ref. 61) verificaram um efectivo aumento da ductilidade mas não da resistência (Fig. 3.19), Bertero e Fellipa (Ref. 62) obtiveram aumentos de resistência de cerca de 15% (Fig. 3.20) e Sheikh e Uzumeri (Ref. 63) obtiveram aumentos superiores a 50% .

A explicação para a falta de unanimidade relativamente a este último ponto pode ser encontrada nas diferenças de geometria dos exemplares ensaiados, nas condições de ensaio e nas técnicas de medida. Com efeito a maioria dos ensaios foi efectuada em provetes de pequena secção sem armadura longitudinal ou com apenas um varão em cada canto. Para provetes deste tipo, e dada a diferença substancial entre a área bruta das secções e a área do núcleo cintado, os resultados são fortemente influenciados pela forma como se verifica a perda do recobrimento. Por outro lado, a influência das técnicas de medida é evidente uma vez que os resultados dos ensaios são normalmente apresentados sob a forma de curvas tensão-extensão; as tensões são obtidas a partir de medidas de forças e áreas carregadas enquanto que as extensões são obtidas através do alongamento medido num certo comprimento tomado como base de medida.

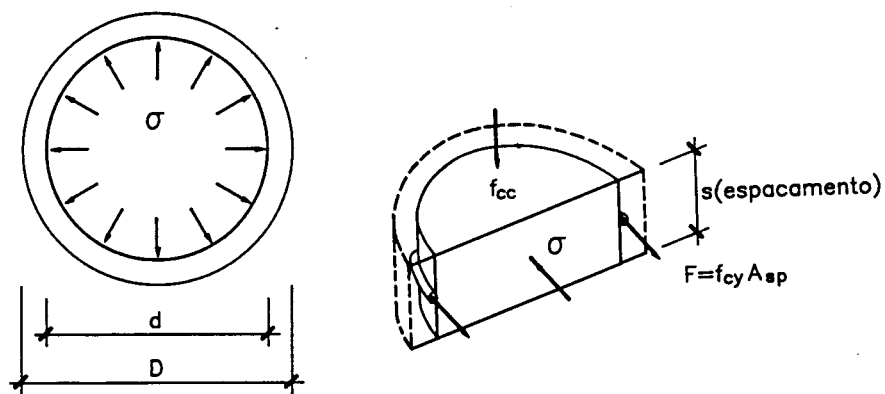


Fig. 3.16 - Confinamento por cintas helicoidais.

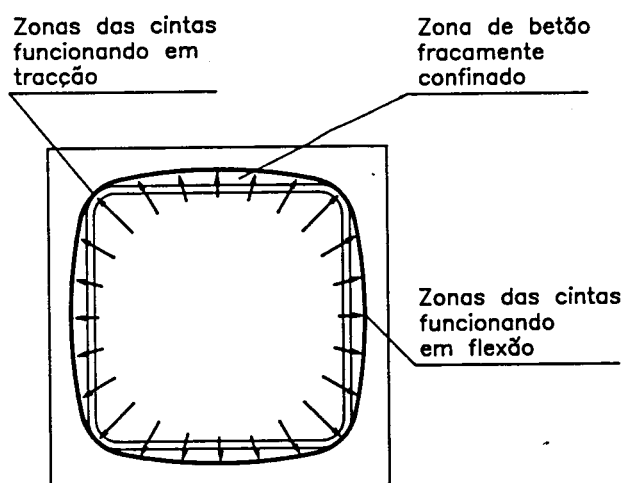


Fig. 3.17 - Confinamento por cintas rectangulares.

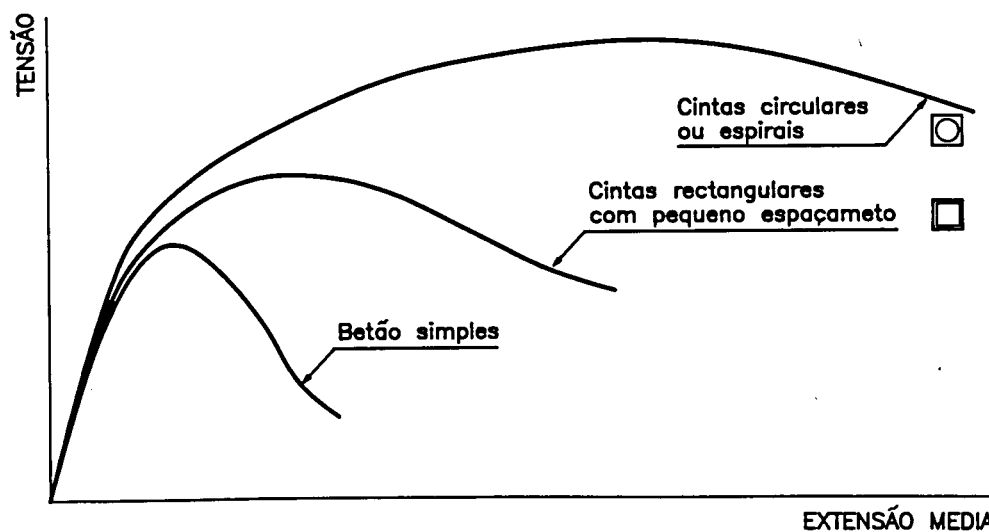


Fig. 3.18- Efeito de vários tipos de confinamento nas relações tensões-extensões do betão.

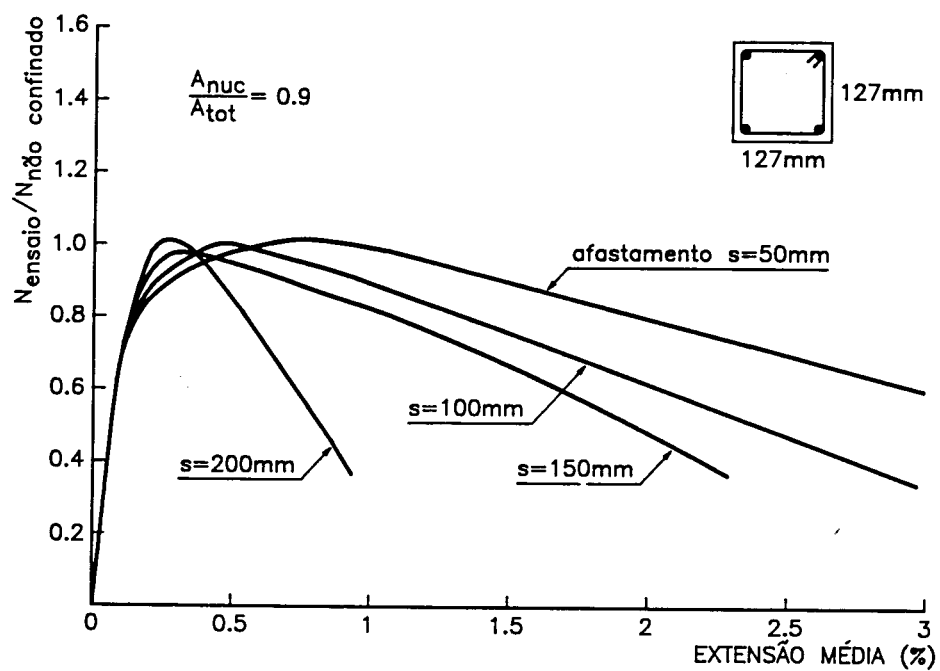


Fig. 3.19 - Resultados experimentais obtidos por Roy e Sozen (Ref. 61).

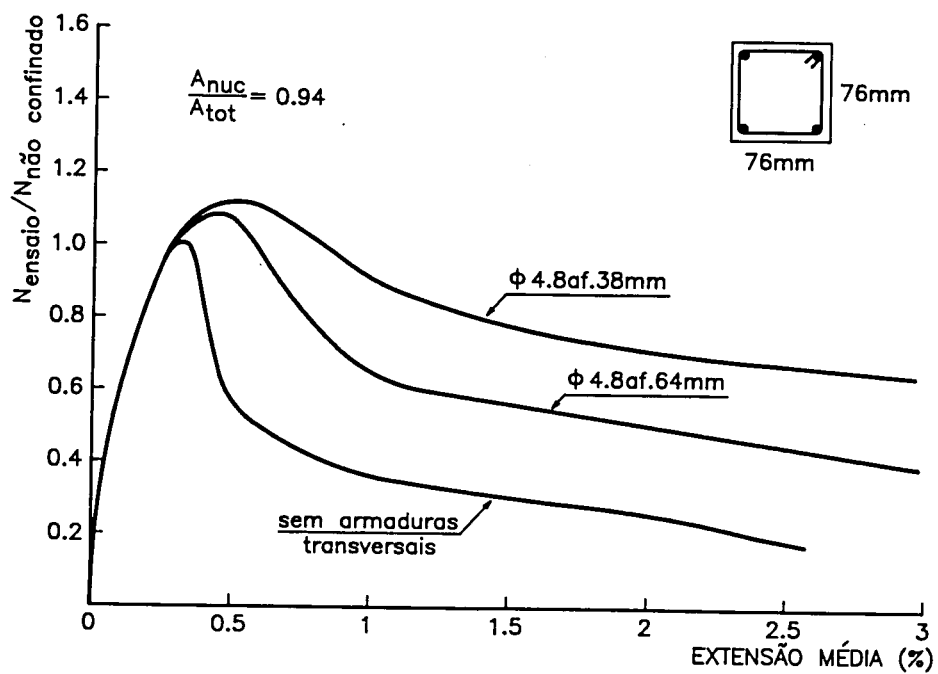


Fig. 3.20 - Resultados experimentais obtidos por Bertero e Fellipa (Ref. 62).

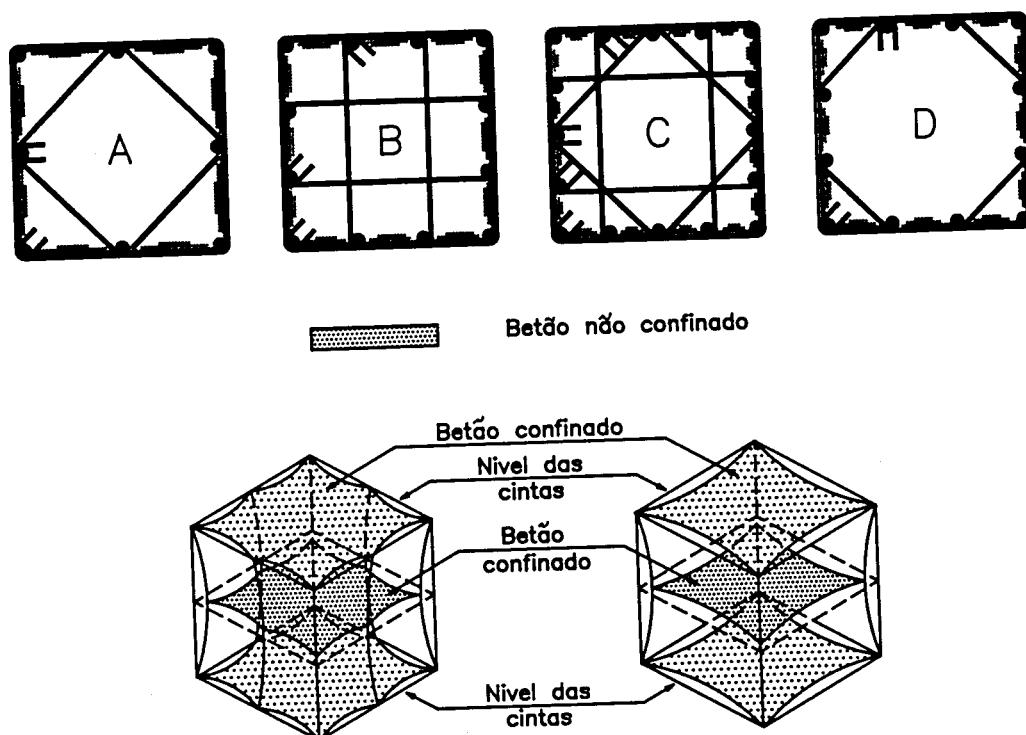


Fig. 3.21 - Mecanismo do confinamento.

Assim, assumem especial relevância os trabalhos de Sheikh *et al* (Refs. 63 a 69) e de Scott *et al* (Ref. 70) que realizaram ensaios sobre pilares de secção quadrada com lados de 0,305 e 0,450 m, respectivamente. Para estas dimensões das secções é possível dispor vários varões longitudinais em cada face e portanto analisar o efeito de vários arranjos das cintas. A distribuição das armaduras longitudinais e transversais é, como se pode ver na Fig. 3.21, o parâmetro que, juntamente com o afastamento das cintas, mais influencia a eficácia do confinamento. Nas Figs. 3.22 a 3.24 são apresentados resultados obtidos por Sheikh e Uzumeri (Ref. 63) que evidenciam bem a influência da configuração, quantidade e afastamento das cintas. Note-se que as curvas obtidas são descontínuas, consequência da adimensionalização efectuada e que consistiu em dividir a força aplicada ao betão (calculada pela diferença entre a força total aplicada e a força nas armaduras), ou pelo esforço axial resistente teórico correspondente à secção bruta (antes da perda de recobrimento) e descontando a força resistida pelas armaduras longitudinais ou pelo esforço axial resistente teórico do núcleo cintado

(após perda do recobrimento e também descontando a força resistida pelas armaduras longitudinais). Na Fig. 3.27 apresentam-se alguns resultados de índole semelhante obtidos por Scott *et al* (Ref. 70). Ressalta de todos estes resultados que um confinamento eficaz se traduz em acréscimos significativos, tanto de ductilidade como de resistência.

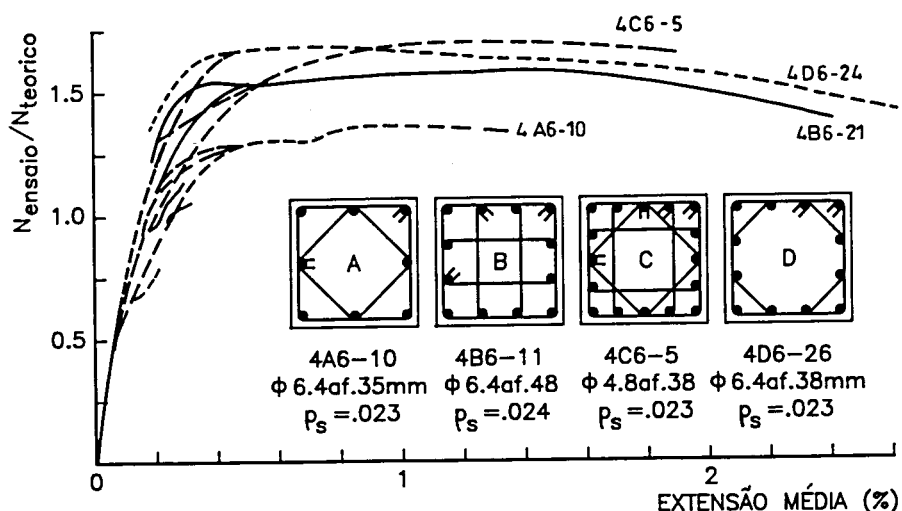


Fig. 3.22 - Efeito da configuração das armaduras transversais no confinamento (Sheikh e Uzumeri, Ref. 63).

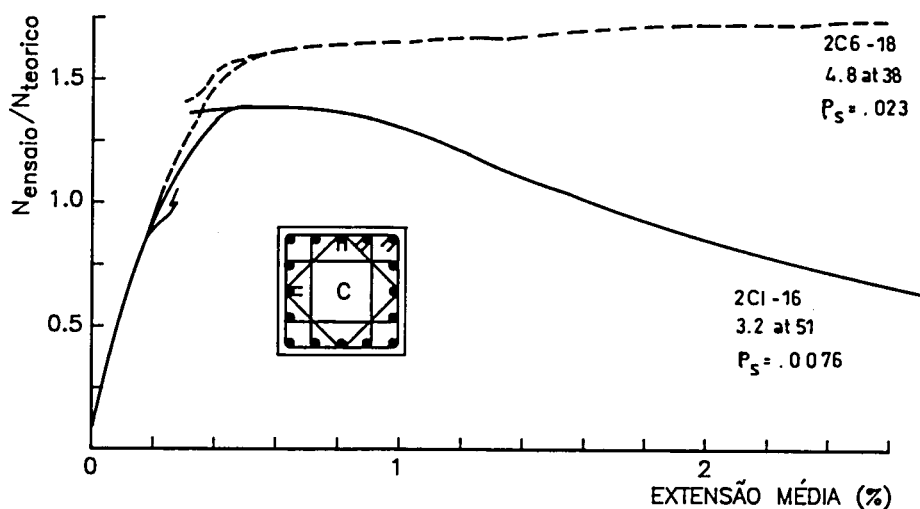


Fig. 3.23 - Efeito da quantidade das armaduras transversais no confinamento (Sheikh e Uzumeri, Ref. 63).

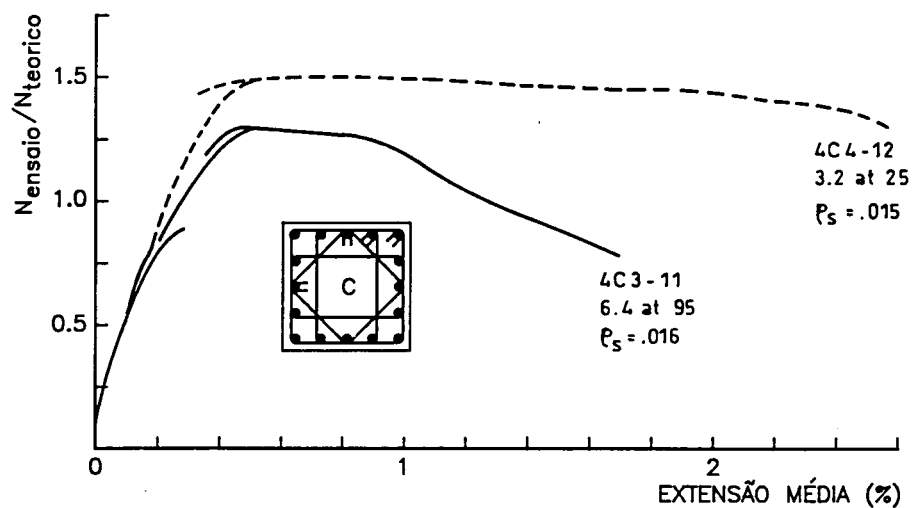


Fig. 3.24 - Efeito do espaçamento das armaduras transversais no confinamento (Sheikh e Uzumeri, Ref. 63)

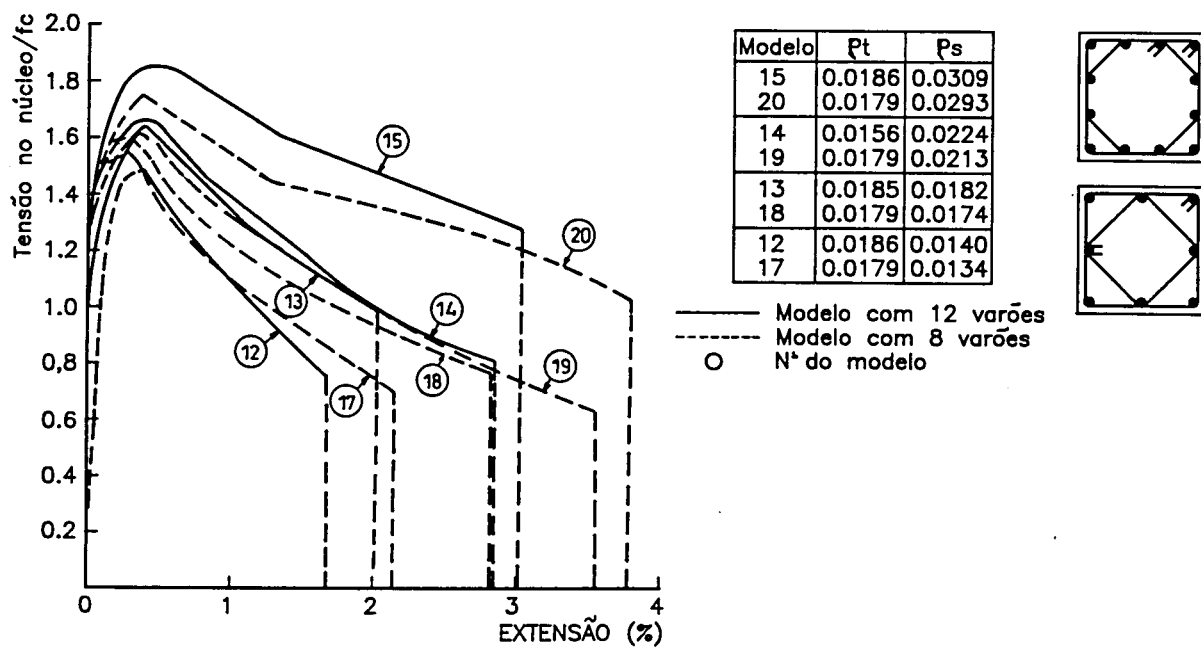


Fig. 3.25 - Resultados experimentais obtidos por Scott et al (Ref. 70).

3.1.5 - INFLUÊNCIA DO ESFORÇO TRANSVERSO

A influência do esforço transversal no comportamento de peças flectidas é usualmente avaliado em termos do parâmetro l/d (shear ratio), em que l representa o vão flectido e d a altura útil da secção. Para valores do parâmetro l/d inferiores a 3 a importância do esforço transversal no comportamento é muito marcada podendo ocasionar rupturas frágeis, tal como é descrito por Monteiro e Carvalho (Ref. 51). A ocorrência de comportamentos dominados pelo esforço transversal é portanto de esperar principalmente em elementos curtos.

A capacidade resistente em relação ao esforço transversal está intimamente ligada ao valor do momento flector máximo mobilizável nas regiões críticas. Assim, e do ponto de vista do dimensionamento das armaduras, a avaliação do esforço transversal máximo deverá ter em consideração as eventuais sobre-resistências em flexão provocadas, por exemplo, pela existência de níveis de esforço axial moderado e pelo efeito de confinamento conferido pelas armaduras transversais. Tal como se pode ver na Fig. 3.26, em que se apresentam os resultados, em termos de diagramas força-deslocamento, obtidos por Ma *et al* (Ref. 71) para duas vigas em consola com relações l/d diferentes, os ciclos histeréticos em peças cujo comportamento é dominado pelo esforço transversal exibem um acentuado efeito de "pinching", sendo também bem visível a degradação de rigidez e resistência para ciclos repetidos com a mesma amplitude. Celebi e Penzien (Ref. 72) realizaram estudos experimentais em doze vigas, tendo obtido para a variação da rigidez dos ciclos histeréticos e para a variação da energia dissipada os resultados apresentados nas Figs. 3.27 e 3.28. O comportamento de pilares curtos sujeitos a acções repetidas e alternadas tem sido analisado até à data por via quase exclusivamente experimental (Refs. 73 a 83). Nesses estudos foram examinados os efeitos do esforço axial, da armadura transversal e das histórias de deformação na resistência ao esforço transversal.

Relativamente ao efeito do esforço axial na resistência ao esforço transversal persiste uma certa inconclusividade. Assim os resultados obtidos por Jirsa *et al*

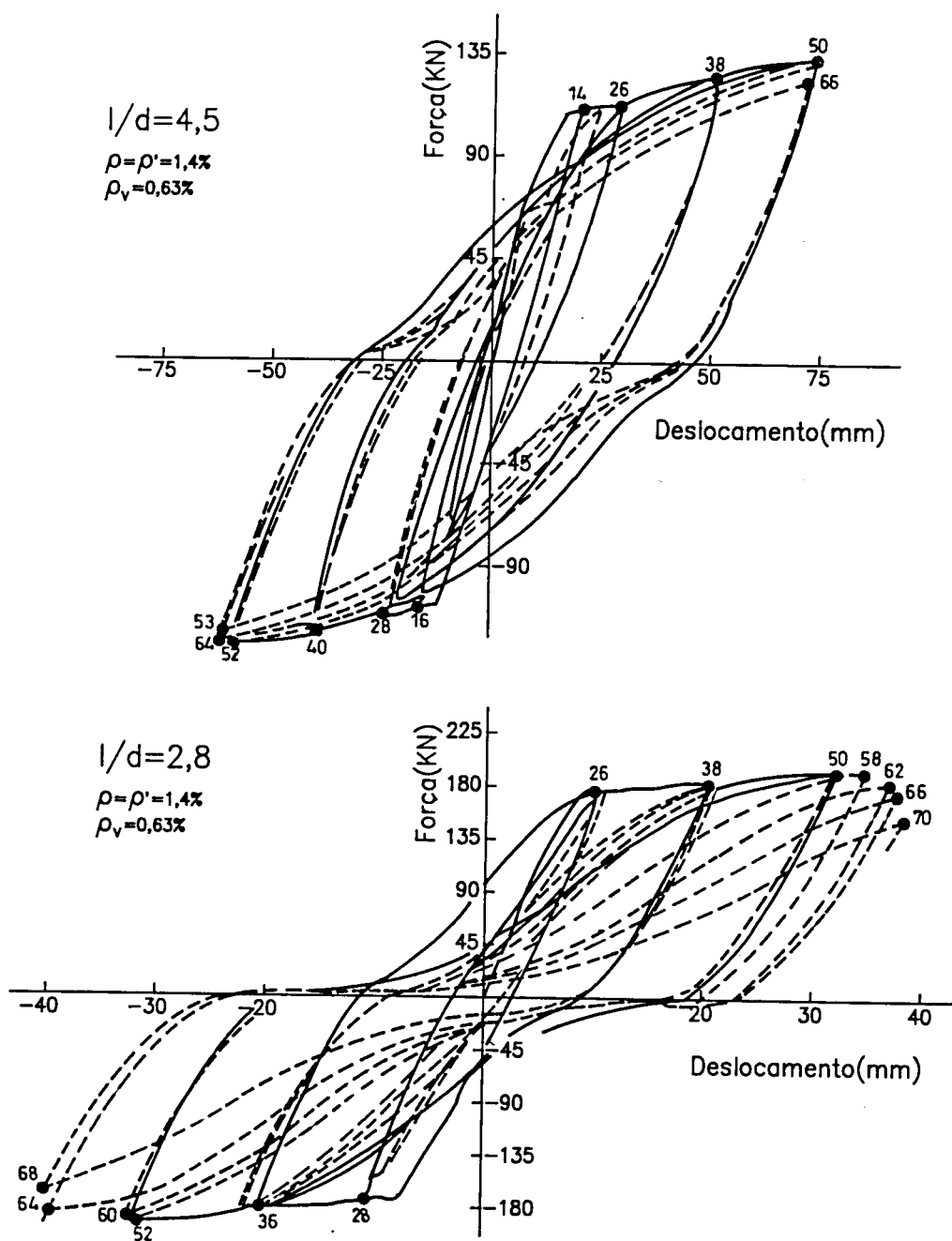


Fig. 3.26 - Efeito do esforço transversal no comportamento de elementos flectidos (Ref. 71).

(Ref. 73) e por Ramirez e Jirsa (Ref. 74), referentes a ensaios em que foi considerada variação do esforço axial, mostraram que em condições de compressão de valor constante o comportamento se degrada rapidamente; pelo contrário, em condições de tracção o comportamento é bastante mais estável embora a resistência seja bastante inferior à que se obtém para condições de compressão constante. Estes resultados são algo antagónicos aos apresentados por Zagajski

e Bertero (Ref. 75) e por Wight e Sozen (Ref. 76), referentes a ensaios conduzidos com esforço axial de compressão constante, e em que se verificou que a degradação de resistência foi menor nos modelos com esforços axiais maiores.

A resistência ao esforço transversal é também muito condicionada pela existência e configuração das armaduras transversais. Estas armaduras, para além da resistência ao esforço transversal, desempenham também um papel importante no confinamento do betão, tal como foi referido na secção 3.1.4 para elementos com comportamento controlado pela flexão. Os resultados obtidos por Wight e Sozen (Ref. 76) mostraram que para as armaduras transversais conseguirem mobilizar toda a sua resistência ao esforço transversal é indispensável que o betão por elas envolvido se mantenha intacto o que se consegue através de um confinamento eficiente. De todas as configurações possíveis para as armaduras transversais a mais eficiente é, devido à sua continuidade, a configuração helicoidal com pequeno passo. O espaçamento das armaduras transversais pode, no entanto, ser um factor crítico no respeitante ao comportamento global uma vez que, segundo Zagajeski e Bertero (Ref. 75) e Woodward (Ref. 77), à medida que o espaçamento diminui aumenta a possibilidade de ocorrerem perdas de recobrimento prematuras (uma vez que existindo uma grande densidade de armaduras longitudinais e transversais o betão de recobrimento praticamente se encontra desligado do betão do núcleo centralizado) que colocam problemas sérios de aderência relativamente às armaduras longitudinais. Paulay e Bull (Ref. 78) propõem várias configurações possíveis de armaduras (não necessariamente transversais) para resistir ao esforço transversal, função dos níveis de tensões instalados.

A ocorrência de esforços transversos simultâneos em duas direcções conduz a formas de comportamento semelhantes às descritas na secção 3.1.2. Ensaios conduzidos por Umehara e Jirsa (Refs. 79 e 80) mostraram claramente que as taxas de degradação da resistência e rigidez são significativamente influenciadas pela existência de cargas em duas direcções. Esta influência é menor até se atingir a resistência correspondente à situação de carregamento numa só direcção mas a partir daí verifica-se uma diminuição drástica da resistência. Jirsa *et al* (Ref. 73)

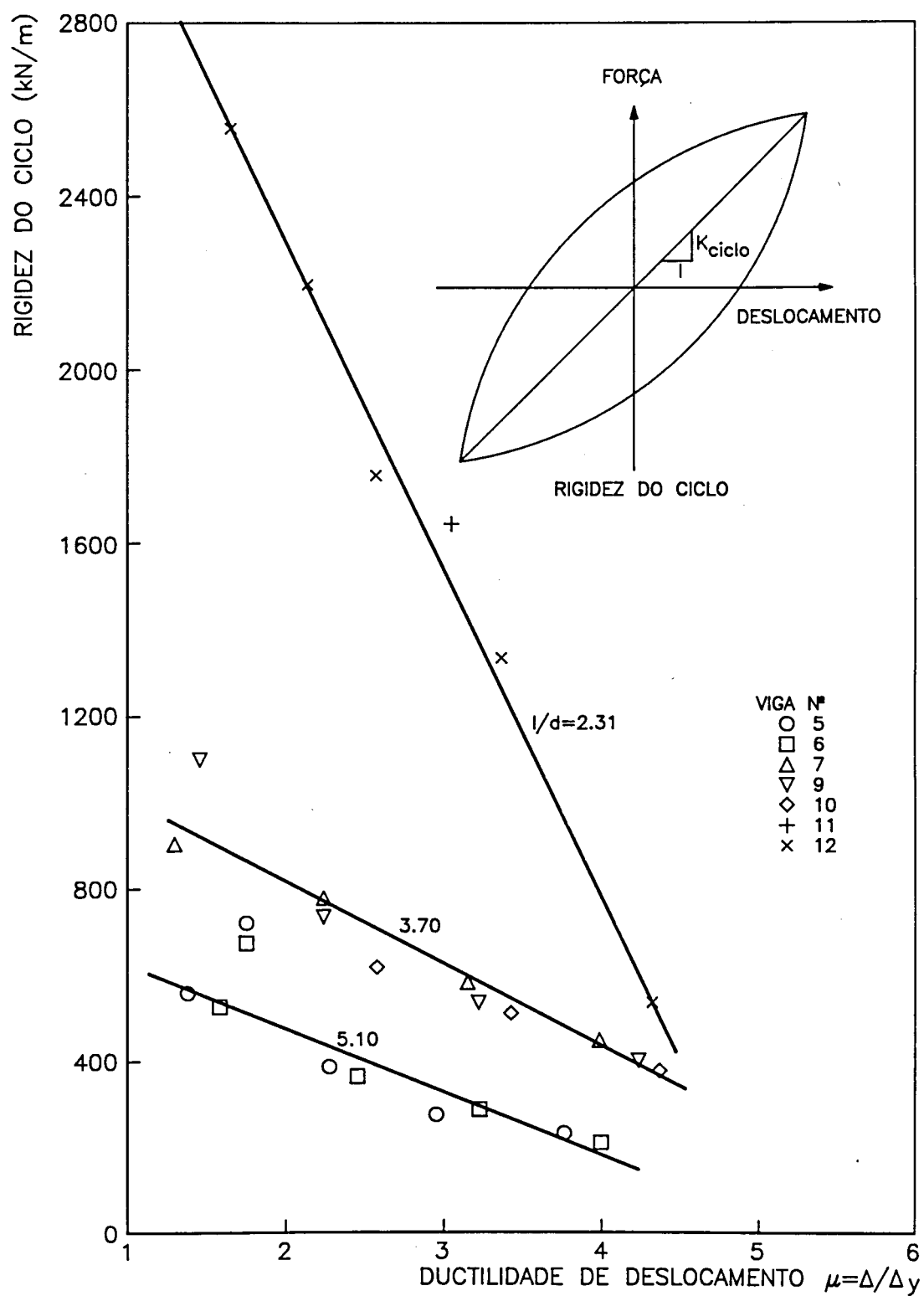


Fig. 3.27 - Variação da rigidez dos ciclos histeréticos com a ductilidade obtida experimentalmente por Celebi e Penzien (Ref. 72).

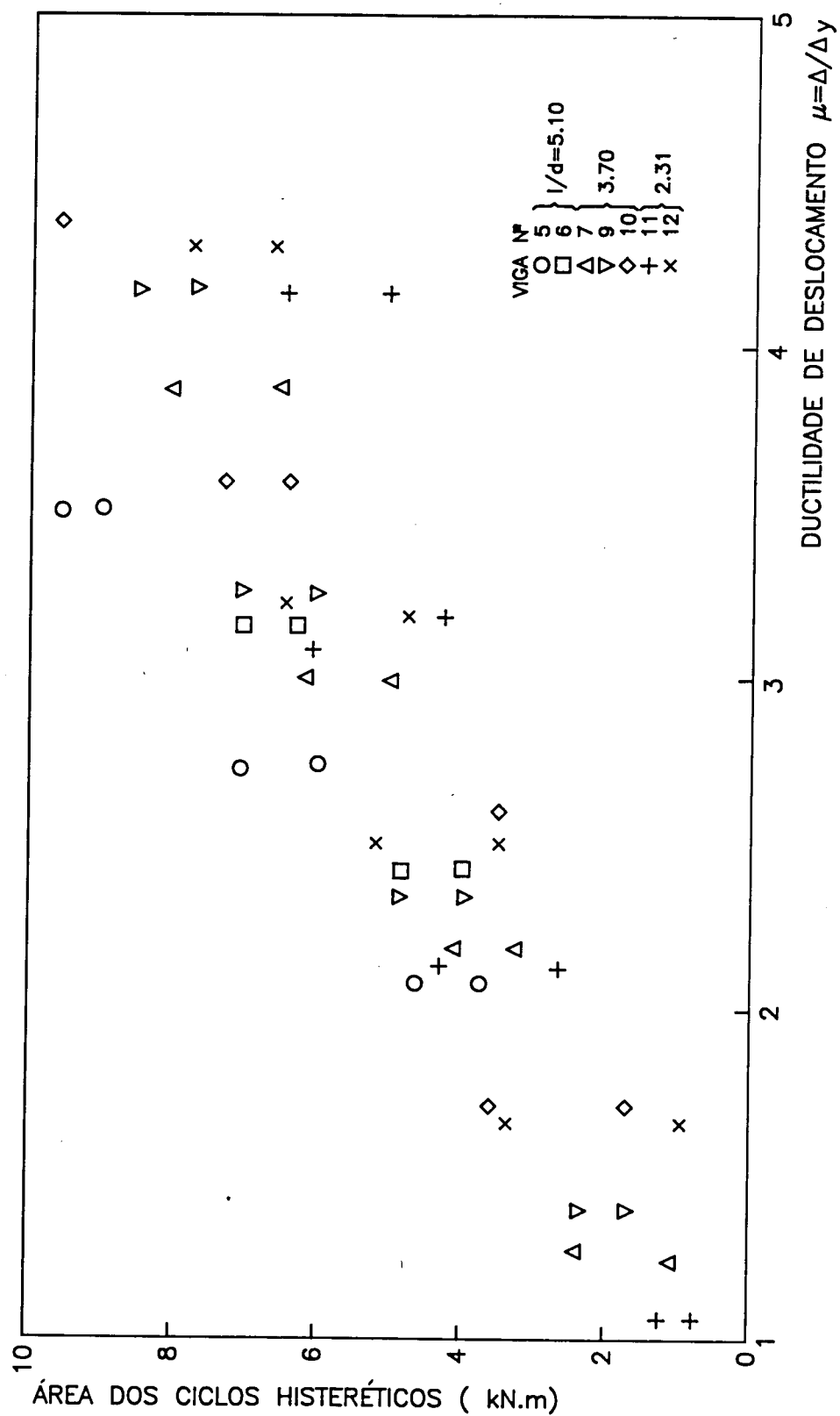


Fig. 3.28 - Variação da energia dissipada para vários ciclos de amplitude constante obtida experimentalmente por Celebi e Penzien (Ref. 72).

analisaram o efeito de diversas formas de aplicação de carga tendo concluído que trajectórias de deformações impostas do tipo quadrado (Fig. 3.6) ou outras semelhantes em que se aplica a deformação numa direcção até um certo nível e, mantendo-a constante, são impostos vários ciclos de deformação na direcção ortogonal têm efeitos muito mais gravosos do que a imposição de história de deformações independentes e alternadas nas duas direcções. Finalmente, resultados obtidos por Maruyama *et al* (Ref. 81) mostraram que a taxa de degradação de resistência é muito mais influenciada pelos níveis de deformação atingidos em ciclos anteriores do que pelo número de ciclos impostos; estes resultados são confirmados pelos obtidos por Woodward (Ref. 77).

Refira-se, finalmente, que segundo Scribner e Wight (Ref. 82) o esforço transversal só controlará claramente o comportamento histerético de pilares de betão armado para tensões tangenciais instaladas da ordem de $0,5 \sqrt{f_c}$ (MPa). Para tensões até $0,25 \sqrt{f_c}$ (MPa) o comportamento será controlado pela flexão e para valores entre $0,25 \sqrt{f_c}$ (MPa) e $0,5 \sqrt{f_c}$ (MPa) verificam-se comportamentos mistos e a importância relativa da flexão e do esforço transversal dependerá do nível das tensões tangenciais. Bertero (Ref. 83), baseado na análise dos resultados de um grande número de estudos, concluiu ser possível obter comportamentos moderadamente dúcteis, mesmo em pilares sujeitos a esforços transversos elevados, desde que sejam previstas armaduras transversais em quantidade suficiente e com uma correcta pormenorização.

3.2 - MODELOS ANALÍTICOS DO COMPORTAMENTO EM FLEXÃO

Na secção 3.1 foram identificados os fenómenos que condicionam uma forma relevante o comportamento de pilares de betão armado sujeitos a acções repetidas e alternadas. Na presente secção serão apresentados os principais modelos analíticos que, duma forma mais ou menos realista, são capazes de representar esse comportamento. Saliente-se que, não sendo conhecidos modelos

que permitam considerar a acção combinada da flexão em duas direcções e do esforço transversal, admite-se como hipótese que o comportamento é controlado pela flexão e que disposições apropriadas de armaduras transversais asseguram um comportamento satisfatório em relação ao esforço transversal. Esta hipótese restringe um pouco o campo de aplicação desses modelos e a sua utilização exige um julgamento acerca do comportamento global das estruturas. Este julgamento deverá ser feito quer *a priori*, no sentido de avaliar se as hipóteses subjacentes são aceitáveis para o caso em análise, quer *a posteriori*, no sentido de se verificar a adequação das hipóteses admitidas em face dos resultados obtidos.

3.2.1 - MODELO ELASTO-PLÁSTICO PERFEITO

Este modelo data do início da década de 1970 e foi desenvolvido por Tseng e Penzien (Refs. 19 e 20) na Universidade de Berkeley, Califórnia, com o objectivo de analisar e explicar o comportamento de algumas estruturas de pontes de betão armado e pré-esforçado durante o sismo de San Fernando em 1971.

As hipóteses básicas subjacentes a este modelo são as seguintes:

- As relações forças-deslocamentos generalizadas são definidas assumindo para os elementos estruturais um comportamento elasto-plástico;
- A influência dos esforços transversos e do momento torsor são irrelevantes do ponto de vista do comportamento não linear;
- As resistências aos momentos flectores e esforço axial são determinadas a partir das distribuições de tensões axiais nas secções, desprezando o efeito das tensões tangenciais devidas aos esforços transversos e momento torsor;
- A interacção entre o esforço axial e os momentos flectores é descrita por

uma superfície de interacção definida num espaço tridimensional;

- O comportamento não linear ocorre apenas em rótulas plásticas de comprimento infinitamente pequeno situadas nas extremidades dos elementos.

A superfície de interacção foi assumida com a forma de um polinómio de terceira ordem em que, para valores constantes do esforço axial, a interacção entre os momentos flectores em duas direcções pode ser descrita pela expressão

$$\left| \frac{M_{xu}}{M_{xp}} \right|^a + \left| \frac{M_{yu}}{M_{yp}} \right|^b = 1 \quad (3.2)$$

em que a e b são constantes e M_{xp} e M_{yp} são os momentos resistentes em flexão composta para um valor fixado do esforço axial P_u . Os momentos M_{xp} e M_{yp} podem ser definidos de forma aproximada pelas seguintes expressões:

$$\frac{M_{xp}}{M_{x0}} = 1 + a_1 \left(\frac{P_u}{P_0} \right) + a_2 \left(\frac{P_u}{P_0} \right)^2 + a_3 \left(\frac{P_u}{P_0} \right)^3 ; \quad P_0 < P_u < P_t \quad (3.3)$$

$$\frac{M_{yp}}{M_{y0}} = 1 + b_1 \left(\frac{P_u}{P_0} \right) + b_2 \left(\frac{P_u}{P_0} \right)^2 + b_3 \left(\frac{P_u}{P_0} \right)^3 ; \quad P_0 < P_u < P_t \quad (3.4)$$

sendo

P_0 - esforço axial resistente em compressão simples;

P_t - esforço axial resistente em tracção simples;

M_{x0} , M_{y0} - momentos flectores resistentes em flexão simples;

a_1 , a_2 , a_3 , b_1 , b_2 , b_3 - constantes.

A superfície de interacção pode ser definida em forma implícita pela expressão

$$f(P_u, M_{xu}, M_{yu}) = 1 \quad (3.5)$$

e é dependente de 11 parâmetros (P_0 , M_{x0} , M_{y0} , a , a_1 , a_2 , a_3 , b , b_1 , b_2 , b_3) que são determinados ajustando curvas passando pelos valores dos esforços resistentes calculados pela teoria da flexão, para várias combinações de momento flector e esforço axial em estado último. Apresenta-se na Fig. 3.29 uma superfície de interacção típica de pilares de pontes, obtida considerando $a=b=2$.

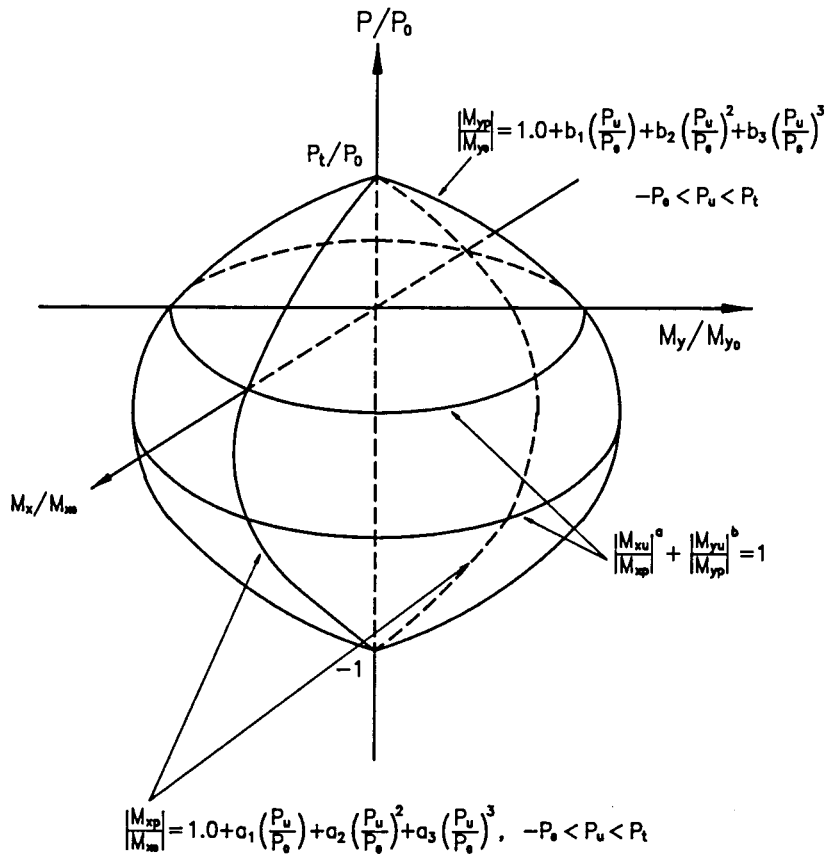


Fig. 3.29 - Modelo elasto-plástico perfeito. Aspecto de uma superfície de interacção típica de pilares de pontes.

Uma vez que é admitido um comportamento elásto-plástico, para valores de P , M_x e M_y numa determinada secção tais que $f(P, M_x, M_y) < 1$ a secção é considerada em estado elástico; para $f(P, M_x, M_y) = 1$ a secção encontra-se em cedência. Note-se que devido ao comportamento considerado é impossível ter-se $f(P, M_x, M_y) > 1$. Nestas condições quando se verifica a condição $df = 0$ os valores de P , M_x e M_y podem variar mas sempre sobre a superfície de cedência; a situação $df < 0$ corresponde a verificar-se a descarga da secção.

A matriz de rigidez tangente que relaciona as variações de forças generalizadas com as variações de deslocamentos generalizados nas extremidades do elemento é definida recorrendo à teoria da plasticidade.

3.2.2 - MODELO TRILINEAR COM DEGRADAÇÃO DE RIGIDEZ

Desenvolvido por Takizawa e Aoyama (Ref. 84) em 1976, este modelo é também baseado na teoria da plasticidade. As relações forças-deslocamentos generalizadas são trilineares com degradação de rigidez.

As regras de histerese são estabelecidas através da consideração de duas elipses de forma definida empiricamente no plano dos momentos flectores, representando os pares (M_x, M_y) para os quais se verifica a fendilhação (cracking ellipse) e a cedência (yielding ellipse). Estas duas elipses não são necessariamente concêntricas mas é imposto que a elipse de fendilhação seja sempre interior à elipse de cedência. A posição dos pontos notáveis do diagrama trilinear associado no espaço dos momentos flectores é ilustrada na Fig. 3.30. O ponto que representa a resposta num determinado instante pode ter diversas localizações em relação às duas elipses definidas tal como se mostra na Fig. 3.31. Quando o ponto se situa dentro da elipse de fendilhação (Fig. 3.31.a) o comportamento do modelo é elástico linear. Uma vez atingida a elipse de fendilhação o comportamento passa a ser inelástico (Fig. 3.31.b). A partir desta altura, e mantendo-se o sentido das cargas, a elipse de fendilhação acompanha o movimento do ponto corrente. Os movimentos desta elipse são de translação pura, mantendo-se inalteradas as suas dimensões; como consequência do critério adoptado para reger esses movimentos (critério de Ziegler) os centros das sucessivas elipses resultantes devem situar-se sempre na linha recta que une o ponto corrente com o centro da elipse imediatamente anterior (Fig. 3.32). Com a continuação do movimento a elipse de fendilhação atingirá a elipse de cedência mas, como foi já referido anteriormente não a poderá cruzar; esta imposição é compreensível visto que seria possível o ponto corrente estar sobre a elipse de fendilhação mas fora da elipse de cedência

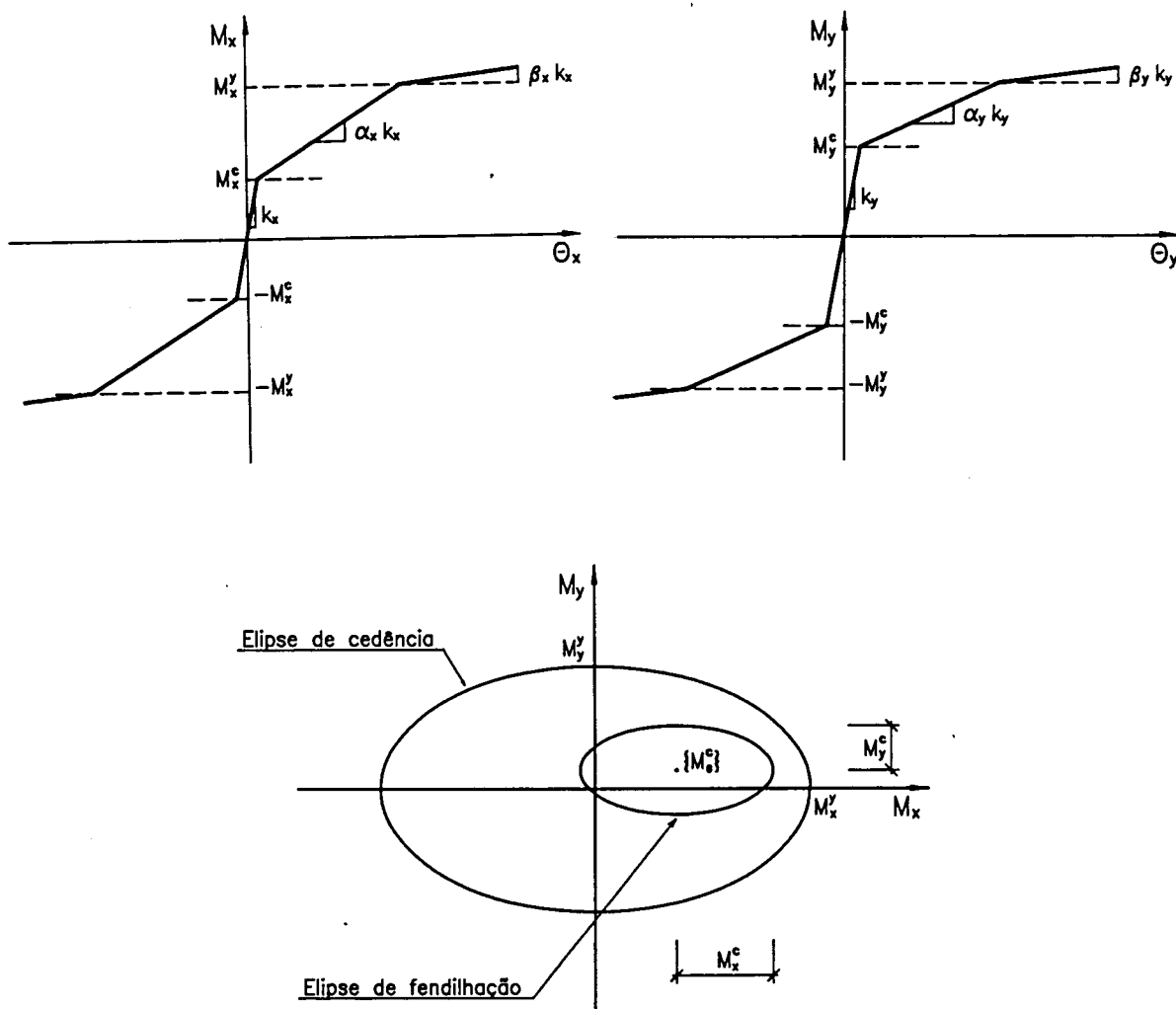


Fig. 3.30 - Modelo trilinear com degradação de rigidez. Posição dos pontos dos diagramas $M-\theta$ no espaço dos momentos flectores.

o que não faria qualquer sentido. Ao movimento da elipse de fendilhação é, então, também imposto que mantenha um ponto de tangência com a elipse de cedência (Fig. 3.31.c). Finalmente, quando o ponto corrente coincide com o ponto de tangência das duas elipses considera-se que o modelo atingiu a cedência (3º ramo do diagrama) (Fig. 3.31.d). e a elipse de cedência passa também a sofrer translações de acordo com uma regra semelhante à referida para a elipse de fendilhação, e movendo-se em conjunto com esta.

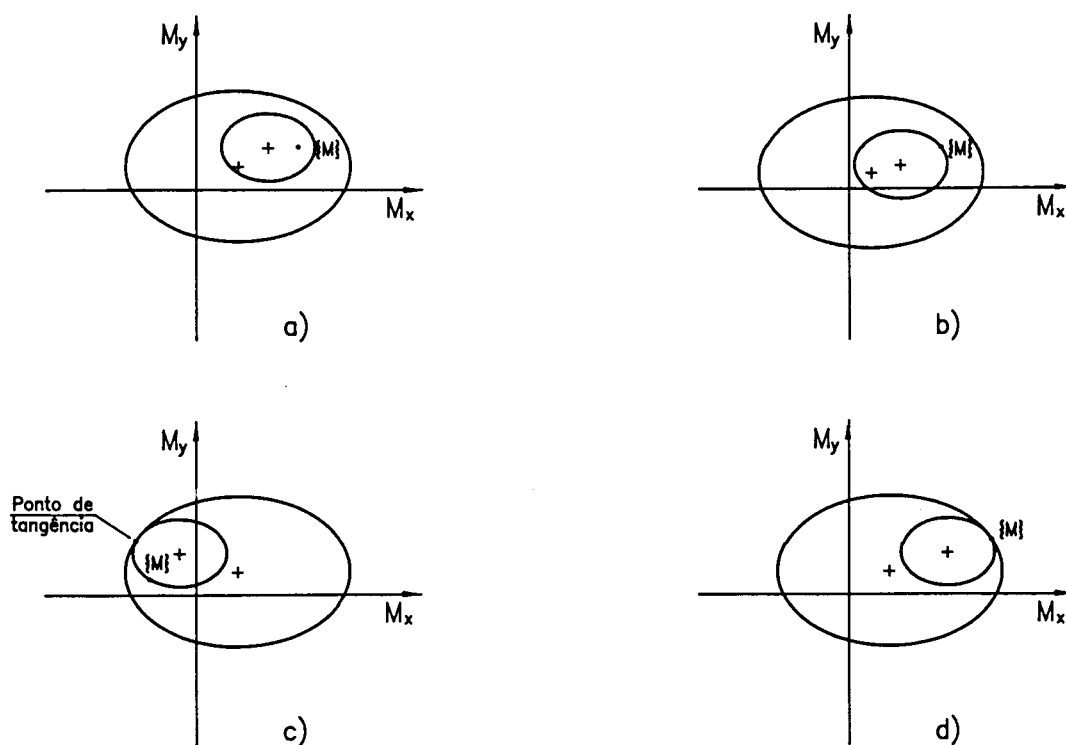


Fig. 3.31 - Modelo trilinear com degradação de rigidez. Posições relativas possíveis do ponto corrente e das elipses de fendilhação e cedência.

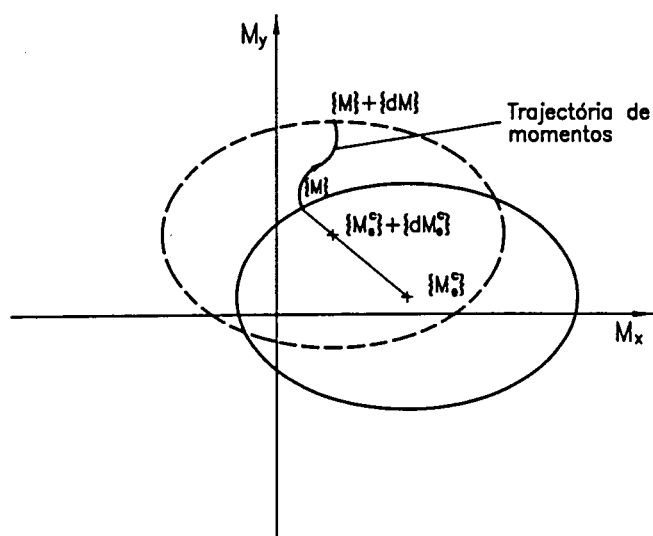


Fig. 3.32 - Modelo trilinear com degradação de rigidez. Regra para o movimento da elipse de cedência.

As descargas têm lugar dentro da elipse de cedência, na sua última posição e fazem-se elasticamente. Quando o ponto corrente volta a atingir esta elipse numa outra posição passa a "arrastá-la" até as duas elipses se tornarem novamente tangentes e assim sucessivamente. Para ter em conta o efeito do endurecimento (3º ramo do diagrama trilinear com tangente maior que zero) a elipse de cedência pode sofrer expansões ou retracções pela aplicação de uma transformação homotética de razão h com centro no ponto corrente, sendo $h \geq 1$ e dependente da extensão das incursões inelásticas. Esta transformação bem como o significado físico do factor h (por simplicidade apresenta-se o caso unidimensional) são esquematicamente ilustrados na Fig. 3.33.

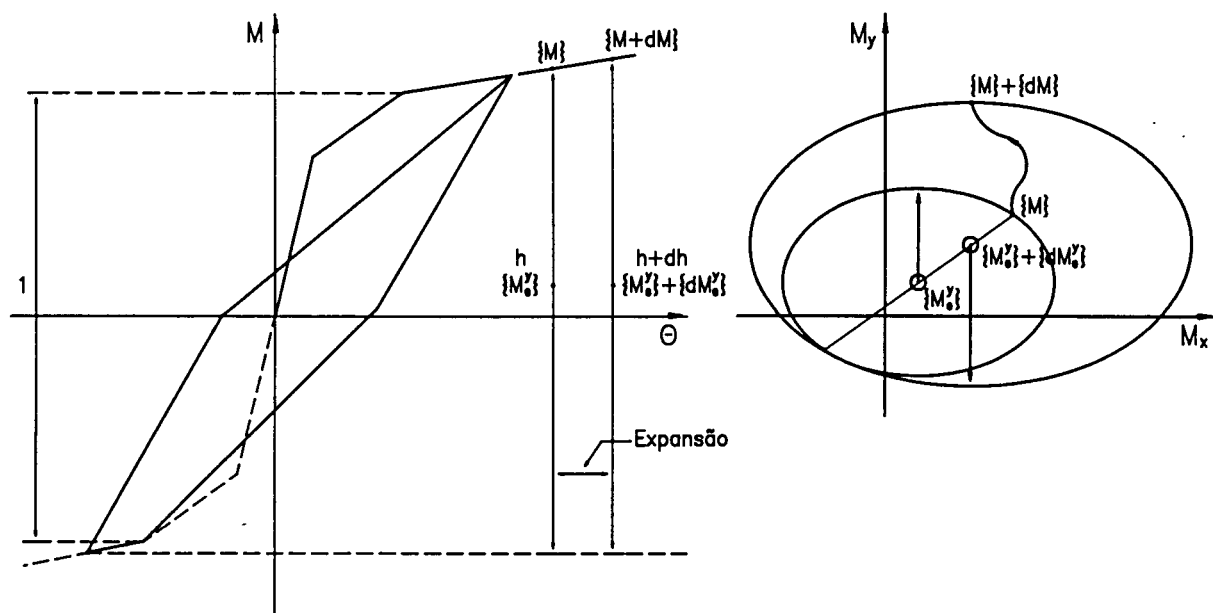


Fig. 3.33 - Modelo trilinear com degradação de rigidez. Expansão da elipse de cedência.

3.2.3 - MODELO "MULTI-SPRING"

O modelo "multi-spring" foi proposto por Lai *et al* (Ref. 85) em 1984. Neste modelo os pilares são idealizados através de um elemento elástico, possuindo nas suas extremidades elementos de comportamento inelástico (Fig. 3.34). O comprimento dos elementos inelásticos é nulo supondo-se assim que o compor-

tamento não linear se concentra na extremidade dos pilares. Nestas zonas o comportamento não linear é representado por 9 elementos inelásticos com comportamento uniaxial, sendo quatro elementos de aço e os restantes de betão. Estes elementos estão situados nas zonas de canto das secções, excepto um dos elementos de betão que se localiza no centro (Fig. 3.35). É admitida a hipótese de as secções se manterem planas após deformação.

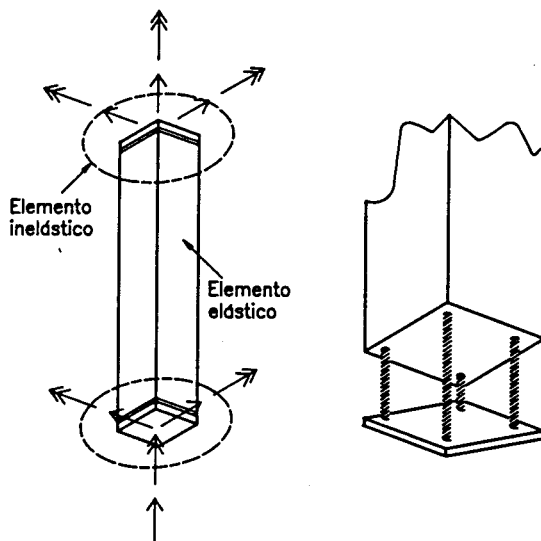


Fig. 3.34 - Modelo "multi-spring". Representação esquemática.

A área correspondente a cada elemento de aço A_{si} é obtida pelo somatório das áreas dos varões para os quais o canto da secção correspondente a este elemento é o mais próximo, que em secções duplamente simétricas corresponde a 1/4 da armadura longitudinal total. Para as relações forças-deslocamentos destes elementos é proposto um modelo bilinear, do tipo Takeda, com 9 regras (Ref. 86). A rigidez elástica inicial correspondente ao primeiro troço é dada pela expressão

$$k_{se} = \frac{2 A_{si} E_s}{l_v} \quad (3.6)$$

em que E_s é o módulo de elasticidade do aço e l_v representa o comprimento de amarração de um varão, referido a uma tensão de aderência média $u = 1,17 \sqrt{f_c}$

(MPa). A rigidez do segundo troço é suposta nula devido à dificuldade em a quantificar. A rigidez em descarga é degradativa em função do deslocamento máximo em cada direcção.

Cada elemento de betão tem uma relação forças-deslocamentos do tipo elástico perfeitamente plástico com descargas sempre apontadas à origem. A força de cedência N_{cy} é considerada igual a $0,85 f_c A_{ci}$ em que A_{ci} é a área do elemento. A área A_{ci} de cada um dos elementos dos cantos é determinada de forma a que o esforço axial balanceado obtido com este modelo seja igual ao real. No caso geral de flexão desviada o esforço axial balanceado poderá ser diferente para as duas direcções e deverá tomar-se uma média dos valores obtidos. A área do elemento central é obtida por diferença entre a área bruta da secção e as áreas dos elementos situados nos cantos. Os afastamentos d_{spx} e d_{spx} (Fig. 3.35) dos elementos situados nos cantos são estabelecidos por forma a que sejam obtidos os momentos de balanceamento da secção real.

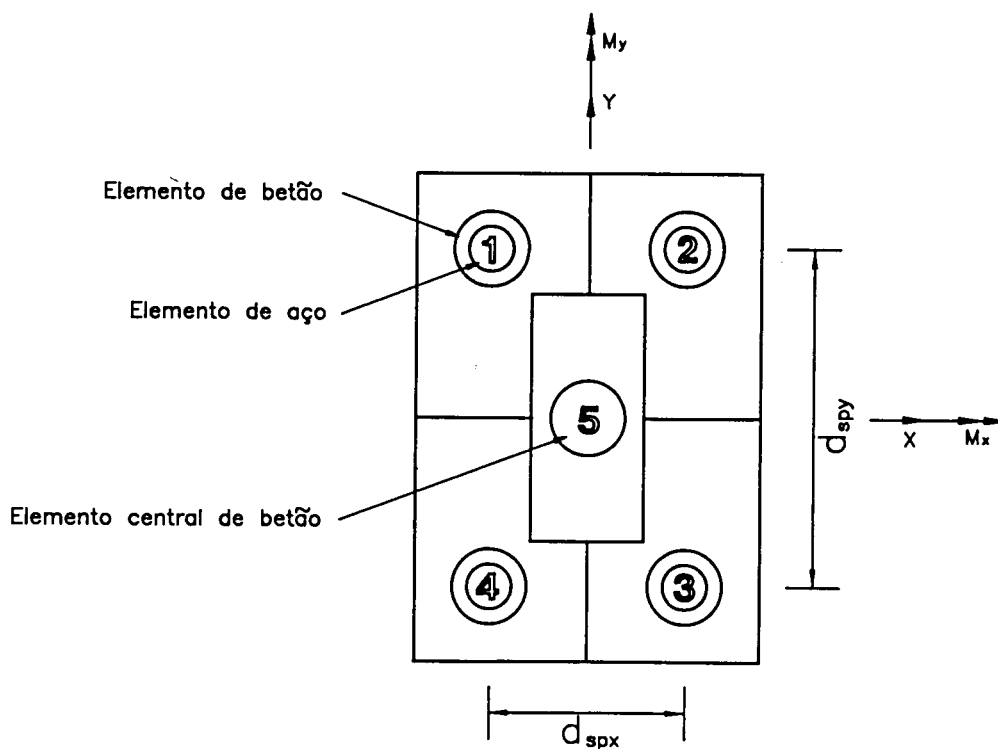


Fig. 3.35 - Modelo "multi-spring". Elementos de aço e betão.

Este modelo tem sido alvo de consideráveis simplificações. Saiidi *et al* (Ref. 87) eliminaram a distinção entre os elementos de aço e de betão nas zonas dos cantos, criando um elemento composto com a mesma localização e cujo comportamento é estabelecido a partir duma relação forças-deslocamentos não simétrica, para ter em conta as diferenças de comportamento em tracção e compressão. Jiang e Saiidi (Ref. 88) propuseram posteriormente uma outra simplificação que consiste na eliminação do elemento central de betão, transformando o modelo inicial de Lai *et al* que continha 9 elementos num modelo com apenas 4 elementos. Estas simplificações permitiram economias nos tempos de análise da ordem dos 40% .

3.2.4 - MODELOS DE FIBRAS

Os modelos de fibras foram propostos por Aktan *et al* (Ref. 89) em 1974. De acordo com este modelo os pilares são discretizados segundo o seu eixo longitudinal em secções e ao nível das secções em fatias (no caso de flexão uniaxial) ou filamentos (no caso de flexão biaxial) com comportamento uniaxial segundo o seu eixo longitudinal (Fig. 3.37), sendo ignorados os efeitos do esforço transversal. É admitido que as secções se mantêm planas após deformação, o que permite calcular o campo de extensões axiais na secção em função da extensão axial média ϵ_m e das curvaturas segundo os eixos principais ϕ_x e ϕ_y através da expressão

$$\epsilon(x,y) = \epsilon_m + \phi_x y - \phi_y x \quad (3.7)$$

e, uma vez obtidas as extensões para cada filamento as tensões respectivas podem ser calculadas a partir das relações tensões-extensões consideradas para os materiais. A complexidade e exactidão dos modelos fibrosos estão intimamente ligadas às relações tensões-deformações adoptadas para os materiais e, dada a sua importância, este assunto será retomado adiante.

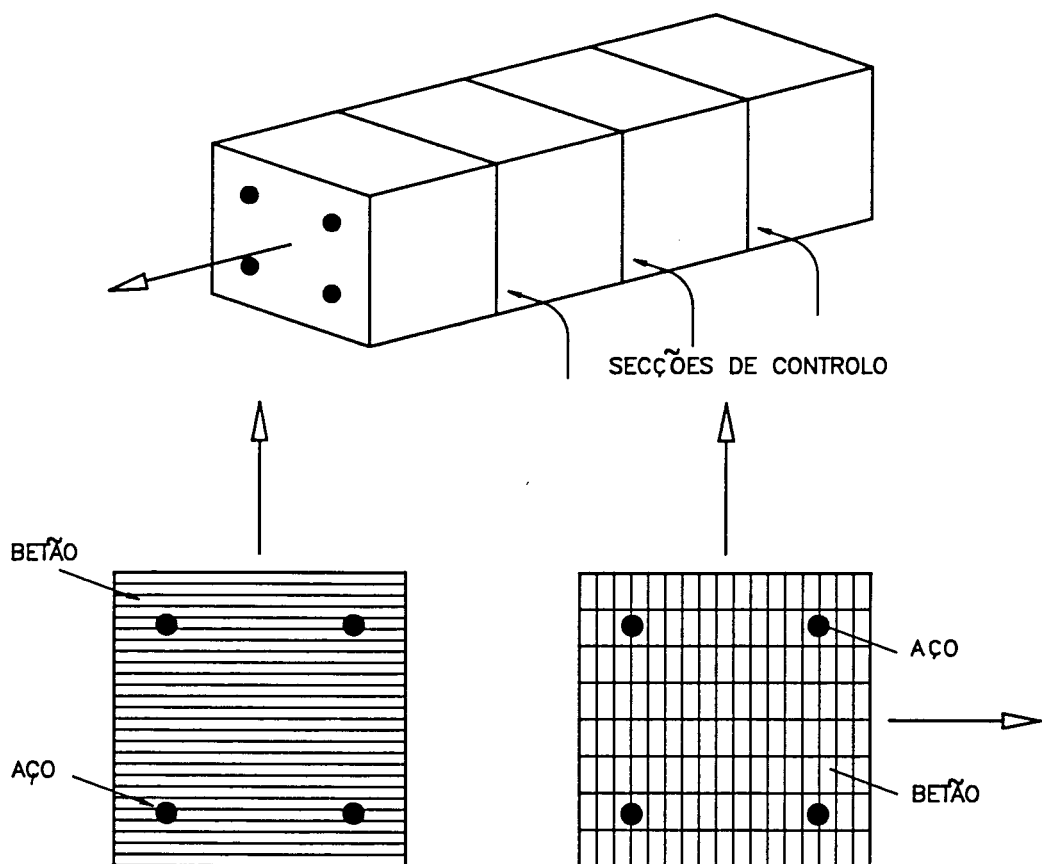


Fig. 3.36 - Modelo de fibras. Discretização dos elementos e das secções.

Obtida a rigidez de cada filamento pode ser determinada, a partir das equações de equilíbrio, a "matriz de rigidez" incremental da secção. Da equação (3.7) decorre que 3 graus de liberdade são suficientes para definir o estado da secção. São adoptados como graus de liberdade as curvaturas segundo as direcções principais da secção e a sua extensão axial média, representadas pelo vector $\underline{\epsilon}_s = [\epsilon_m \ \phi_x \ \phi_y]^T$ cujos efeitos são representados pelo vector $\underline{R}_s = [N_x \ M_x \ M_y]^T$. Os esforços incrementais na secção são então dados por

$$dN = \int_A E_i^t d\epsilon dA_i \quad (3.8)$$

$$dM_x = \int_A E_i^t y d\epsilon dA_i \quad (3.9)$$

$$dM_y = -\int_A E_i^t x d\epsilon dA_i \quad (3.10)$$

em que dA_i é a área do filamento i e E_i' o valor actual do módulo de elasticidade tangente do filamento i . Recorrendo à equação (3.7) as expressões (3.8) a (3.10) tomam a forma

$$dN = \int_A E_i' (d\epsilon_m + y\phi_x - x\phi_y) dA_i \quad (3.11)$$

$$dM_x = \int_A E_i' (d\epsilon_m + y\phi_x - x\phi_y) y dA_i \quad (3.12)$$

$$dM_y = - \int_A E_i' (d\epsilon_m + y\phi_x - x\phi_y) x dA_i \quad (3.13)$$

Sendo $\underline{k}_s$ a matriz de rigidez incremental da secção ter-se-á

$$d\underline{R}_s = \underline{k}_s d\underline{\epsilon}_s \quad (3.14)$$

em que

$$\underline{k}_s = \int_A E_i' \begin{bmatrix} 1 & y & -x \\ y & y^2 & -xy \\ -x & -xy & x^2 \end{bmatrix} dA_i \quad (3.15)$$

A obtenção da matriz de rigidez do elemento é então imediata, por integração das matrizes de rigidez das diversas secções ao longo do comprimento L do elemento de acordo com a expressão

$$\underline{K}_e = \int_0^L \underline{B}^T \underline{k}_s \underline{B} dz \quad (3.16)$$

em que $\underline{B}$ é uma matriz que permite expressar as deformações no interior do elemento a partir dos deslocamentos generalizados nos seus extremos (Ref. 90). Esta matriz é estabelecida admitindo uma distribuição uniforme de rigidez ao longo do comprimento do elemento. É portanto razoável supor que quanto mais a distribuição de rigidez se afastar da situação de uniformidade maiores serão os erros resultantes da aplicação da expressão (3.16) ao cálculo da matriz de rigidez do elemento. Bousias (Ref. 91) sugere que a matriz de rigidez $\underline{K}_e$ do elemento pode ser obtida por inversão da matriz de flexibilidade $\underline{F}_e$, calculada esta por

integração das matrizes de flexibilidade das secções $\underline{f}_s$ ao longo do comprimento do elemento; as matrizes $\underline{f}_s$ resultam da inversão das matrizes de rigidez das secções $\underline{k}_s$. Este procedimento apresenta como principal vantagem o facto de, para o mesmo nível de precisão, requerer a discretização do elemento num menor número de secções. Note-se que devido ao facto de a matriz $\underline{k}_s$ ser variável ao longo do comprimento do elemento o integral da expressão (3.16) deverá, em geral, ser calculado por via numérica.

3.3 - ANÁLISE COMPARATIVA DOS MODELOS

Os modelos analíticos apresentados na secção anterior apresentam graus de complexidade diferentes e, em consequência, a correspondência dos resultados que permitem obter com a realidade é totalmente distinta. Uma crítica geralmente feita aos modelos baseados na teoria da plasticidade diz respeito ao facto de serem muito trabalhosos e bastante onerosos do ponto de vista numérico. Os modelos do tipo "multi-spring" apresentam um excelente compromisso entre a sua simplicidade e a qualidade dos resultados que permitem obter. Os modelos fibrosos permitem obter muito bons resultados mas são os mais onerosos do ponto de vista numérico. Este peso decorre principalmente do grande volume de cálculo envolvido, razão pela qual a sua implementação só será de considerar no caso de se dispor de meios de cálculo extremamente rápidos, tipicamente super-computadores.

Com o objectivo de identificar as limitações de alguns modelos analíticos Lai (Ref. 92) realizou um estudo analítico utilizando um modelo bilinear sem degradação, o modelo de Takizawa e Aoyama e um modelo do tipo "multi-spring" com 9 elementos, analisando a forma como esses modelos permitem reproduzir os resultados experimentais obtidos por diversos investigadores. As principais conclusões desse estudo foram as seguintes:

- O modelo bilinear é claramente desajustado, devendo evitar-se a sua utilização na avaliação do comportamento de pilares de betão armado

sujeitos a acções repetidas e alternadas. Este modelo não consegue reproduzir aspectos fundamentais do comportamento;

- O modelo de Takizawa e Aoyama fornece, em alguns casos, resultados comparáveis aos obtidos com o modelo "multi-spring". Não permite, no entanto, reproduzir satisfatoriamente ciclos de pequena amplitude após grandes incursões inelásticas. Por outro lado há a considerar que as elipses consideradas por este modelo são definidas de forma semi-empírica e a esforço axial constante, não permitindo a consideração dos efeitos resultantes da variação deste esforço;
- O modelo "multi-spring" permite obter resultados satisfatórios reproduzindo, nomeadamente, ciclos de pequena amplitude após grandes incursões inelásticas e o efeito de "pinching" característico de elementos de betão armado.

Refira-se, no entanto, que os modelos "multi-spring" têm também algumas limitações. Assim, além de não permitirem ter em conta os efeitos do confinamento e da perda de recobrimento, cuja importância foi já referida, resultados obtidos por Jiang e Saiidi (Ref. 88) apontam no sentido de estes modelos serem incapazes de reproduzir os comportamentos para esforços axiais superiores ao esforço axial balanceado. Afigura-se, no entanto, que estas dificuldades poderiam ser torneadas através da adopção de modelos mais realistas para os elementos de aço e betão.

Uma característica interessante dos modelos "multi-spring" e dos modelos de fibras consiste em não ser necessário estabelecer a curva base ("skeleton curve", "primary curve"), sendo as relações forças-deslocamentos (em sentido generalizado) estabelecidas ao nível dos materiais aço e betão. Este facto levanta a questão da avaliação do grau de sofisticação que os modelos do aço e do betão devem ter para permitir idealizar o comportamento dos elementos numa forma realista. A discussão desta questão e a apresentação de alguns modelos para o aço e para o betão são efectuadas no capítulo 4.

CAPÍTULO 4

MODELOS DOS MATERIAIS

Nos modelos de pilares de betão armado em que é necessário considerar explicitamente as relações tensões-deformações dos materiais de *per si* a questão fundamental que se coloca quanto à escolha dos modelos histeréticos que idealizam o seu comportamento quando sujeitos a acções cíclicas de grande amplitude é a de avaliar qual o grau de sofisticação e de detalhe que esses modelos devem possuir.

Relativamente aos modelos que idealizam o comportamento do betão, estudos analíticos realizados por Aktan e Ersoy (Ref. 93) sobre a influência da sofisticação dos modelos dos materiais na resposta das estruturas indicaram que as relações momentos-curvatura são, em termos globais, pouco sensíveis à sua sofisticação. Uma explicação possível para este facto é que num elemento de betão armado, dimensionado e detalhado para ter comportamento dúctil, sujeito a acções repetidas e alternadas de grande amplitude, o comportamento será essencialmente controlado pelas armaduras, devido à intensa fendilhação do betão. No entanto, apesar de o modelo do betão não necessitar de ser um modelo sofisticado, deverá permitir a idealização de alguns fenómenos, nomeadamente o acréscimo de resistência e ductilidade do betão devido à existência de armaduras transversais.

Os modelos que idealizam o comportamento do aço deverão ser, face à pouca sofisticação admissível para os modelos do betão, mais sofisticados. É um facto reconhecido que os modelos nos quais o endurecimento ("strain hardening")

e o efeito de Bauschinger não são considerados ou convenientemente idealizados não poderão reproduzir correctamente o comportamento observado sob a acção de cargas cíclicas de grande amplitude. Devido à grande diversidade de modelos, tanto do aço como do betão, far-se-á nas secções seguintes apenas referência aos modelos mais divulgados.

4.1 - TERMINOLOGIA

Uma vez que a terminologia nesta matéria é normalmente objecto de interpretações diversas afigura-se desejável explicitar o significado de alguns termos que serão usados ao longo deste capítulo.

Assim, os instantes imediatamente seguintes ao início de actuação da solicitação correspondem a uma situação de carga. Quando o sentido da solicitação numa situação de carga se inverte considera-se que se verificou uma inversão de carga, passando-se então a ter uma situação de descarga. Numa situação de descarga a intensidade da solicitação vai diminuindo; se essa intensidade passar a assumir valores de sinal contrário ao sinal correspondente à última situação de carga está-se perante uma situação de carga no sentido oposto. Uma situação de recarga é definida como correspondente a uma inversão de carga numa situação de descarga. Note-se, portanto, que embora as situações de descarga e recarga ocorram após uma inversão de carga, elas correspondem a estados diferentes visto que a primeira se segue a uma situação de carga e a segunda a uma situação de descarga. Estes conceitos encontram-se esquematicamente ilustrados na Fig. 4.1. Nesta figura o troço OAI_1 corresponde à situação de carga inicial, os troços BI_2 , CI_3 , DI_5 e GE correspondem a situações de carga em sentido oposto, os troços I_1B , I_2C , I_3D e I_5G correspondem a situações de descarga e o troço I_4F corresponde a uma situação de recarga. Os pontos designados por I_1 a I_5 correspondem a pontos de inversão de carga.

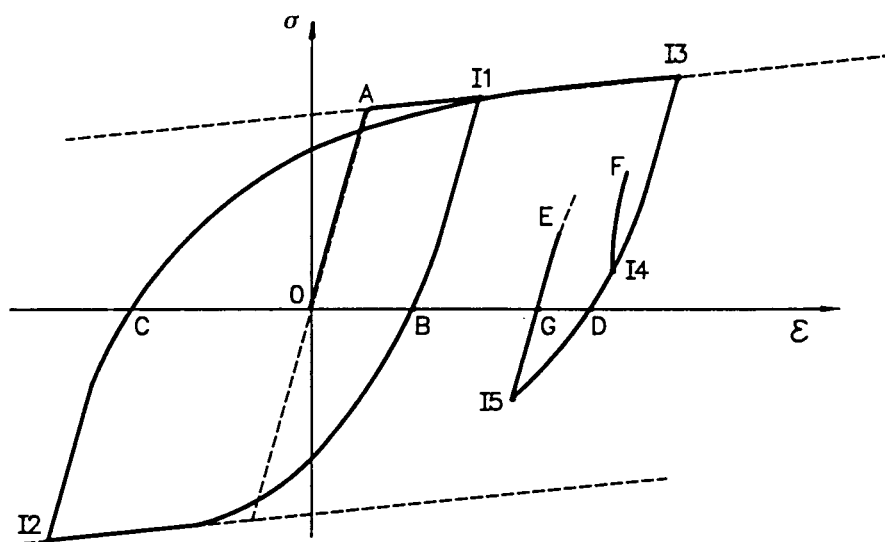


Fig. 4.1 - Ilustração dos conceitos de carga, descarga e recarga.

4.2 - MODELOS DO AÇO

O comportamento em tracção do aço para varão de betão armado é caracterizado por uma fase inicial em que se verifica a proporcionalidade entre tensões e extensões, sendo a constante de proporcionalidade o módulo de elasticidade. Após esta primeira fase há uma outra em que as extensões aumentam, mantendo-se a tensão praticamente constante (patamar de cedência), seguindo-se uma terceira fase em que a tensão aumenta novamente com as extensões até alcançar um valor máximo, convencionalmente designado por tensão de ruptura. Estas características respeitam a varões de aço laminado a quente cuja utilização tem vindo a ser crescente na generalidade dos países europeus, em detrimento dos varões de aço endurecido a frio. Os varões de aço endurecido a frio caracterizam-se pela inexistência do patamar de cedência apresentando, relativamente ao aço laminado a quente, igual módulo de elasticidade, tensões de ruptura mais elevadas e extensões na ruptura bastante menores.

Uma característica comum a todos os modelos do aço que serão apresentados é que se baseiam no conhecimento da relação tensões-extensões monotónica. Uma vez que estes modelos resultam, em geral, da análise de resultados

experimentais, a sua definição é baseada em parâmetros e em constantes empíricas cujo valor é obtido pelo ajustamento de curvas aos resultados experimentais.

4.2.1 - MODELO DE MA-BERTERO-POPOV

Neste modelo (Ref. 71), a relação tensões-extensões monotónica é definida por 7 pontos. Os primeiros 3 pontos correspondem respectivamente à origem, início da cedência e início do endurecimento, sendo os restantes 4 pontos definidos sobre o ramo de endurecimento. Para a construção da relação tensões-extensões após a 1ª inversão de carga devem considerar-se os casos em que a inversão ocorre no patamar de cedência (caso 1) e o caso em que a inversão se verifica na zona de endurecimento (caso 2). Neste último caso a relação tensões-extensões em descarga segue uma lei elástica linear (Fig. 4.2.a) até ser atingida a tensão de cedência. A partir deste ponto a relação tensões-extensões é descrita, tanto para o caso 1 como para o caso 2, pela expressão

$$\bar{\varepsilon} = \beta (\bar{\sigma} + \alpha |\bar{\sigma}|^n) \quad (4.1)$$

sendo

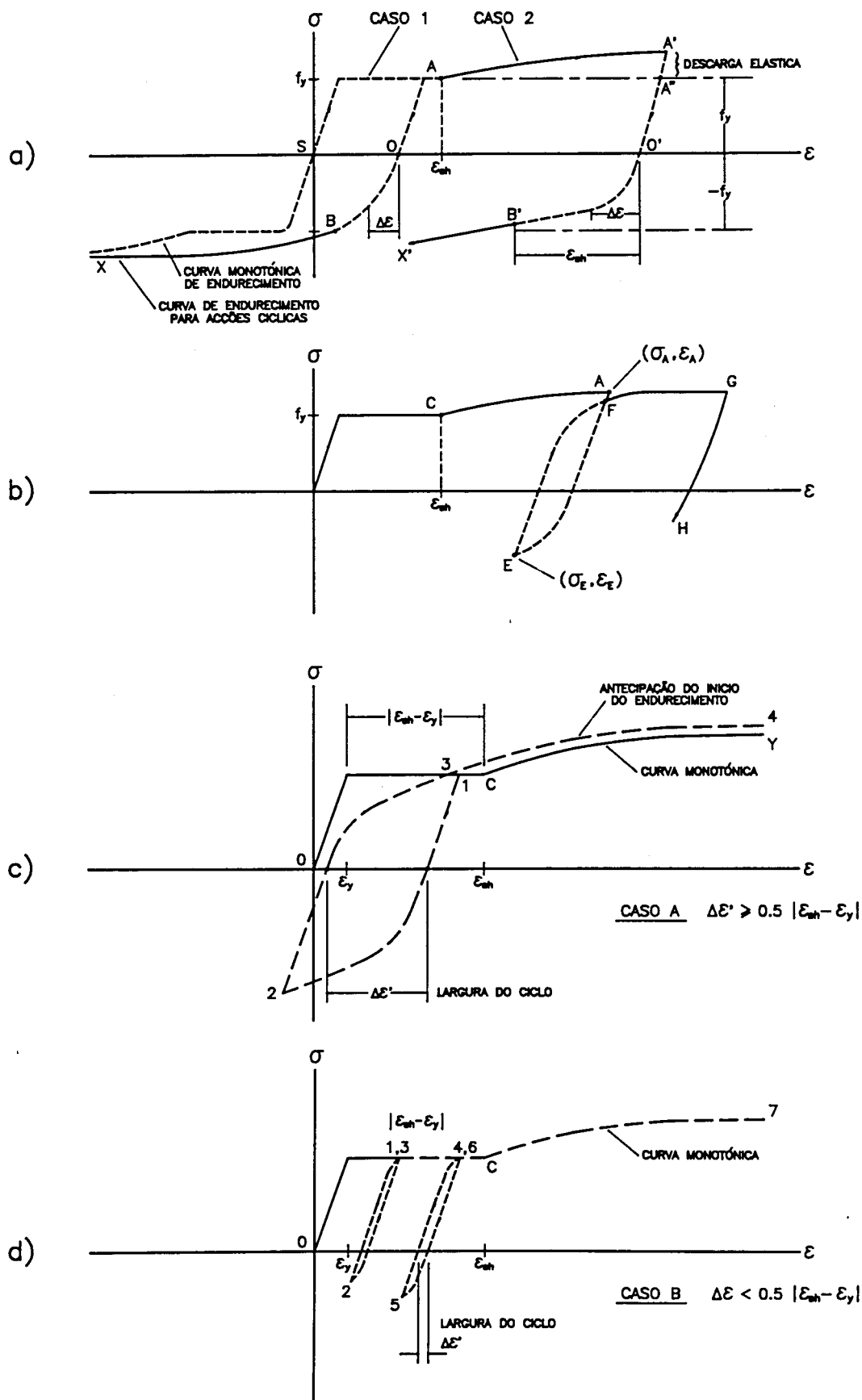
$$\bar{\varepsilon} = \frac{\varepsilon - \varepsilon_A}{2\varepsilon_y} \quad ; \quad \bar{\sigma} = \frac{\sigma - \sigma_A}{2\sigma_y}$$

σ_A , ε_A - tensão e extensão dos pontos A ou A";

σ_y , ε_y - tensão e extensão de cedência;

σ , ε - tensão e extensão genéricas dum ponto sobre a curva entre A e B ou A" e B' (Fig. 4.2.a).

Os parâmetros α , β e n dependem do valor máximo da componente não elástica ε_{pm} da extensão de acordo com as seguintes expressões empíricas:



$$\alpha = \min \left\{ 2,3 \frac{\epsilon_{pm}}{\epsilon_{sh}} ; 2,3 \right\} \quad (4.2)$$

$$\beta = \min \left\{ \left(1 + 0,7 \overline{\epsilon_p} - 0,3 \overline{\epsilon_p}^{\frac{7}{3}} \right) ; 1,4 \right\} ; \quad \overline{\epsilon_p} = \frac{\epsilon_{pm}}{35 \times 10^{-3}} \quad (4.3)$$

$$n = \begin{cases} 6 & \alpha < 2,3 \\ 7 & \alpha = 2,3 \end{cases} \quad (4.4)$$

Os pontos B e B' correspondem aos pontos em que se atinge, respectivamente, a tensão de cedência e um valor da extensão $\Delta\epsilon$ (Fig. 4.2.a) igual ao valor ϵ_{sh} (valor da extensão para o qual se inicia o endurecimento em cargas monotónicas). A partir destes pontos a relação tensões-extensões é dada pela zona de endurecimento da curva monotónica cujo início sofre uma translacção por forma a coincidir com os pontos B ou B'.

Para as inversões de carga seguintes, como por exemplo no ponto E (Fig. 4.2.b), assume-se que a relação tensões-extensões é da mesma forma antes e depois da inversão, isto é, a curva EF é obtida a partir da curva AE, aplicando uma translacção por forma a levar o ponto A a coincidir com o ponto E e seguidamente uma rotação de 180°. A partir do ponto F a relação tensões-extensões segue a curva de endurecimento monotónica, considerando-se o ponto de início desta curva translaccionado para o ponto F. Na inversão seguinte deverá ter-se em conta que ao ultrapassar-se o ponto F o valor de ϵ_{pm} aumentou.

Quando uma inversão de carga se verifica no patamar de cedência e a inversão seguinte ocorre sem que a curva atinga o valor da tensão de cedência de sinal contrário podem dar-se os 2 casos ilustrados nas Figs. 4.2.c e 4.2.d, dependendo da largura do ciclo. No 1º caso e após ser novamente atingido o patamar de cedência verifica-se imediatamente o início do endurecimento supondo-se para isso que a zona de endurecimento sofre uma translacção de modo a que o ponto C coincida com o ponto 3 (Fig. 4.2.c). No outro caso supõe-se que o endurecimento só se iniciará para um valor da extensão igual ao da curva monotónica (Fig. 4.2.d).

4.2.2 - MODELO DE AKTAN-KARLSON-SOZEN

As relações tensões-extensões entre 2 inversões de carga sucessivas são descritas neste modelo pela expressão (Ref. 60):

$$\frac{\varepsilon - \varepsilon_i}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma - \sigma_i}{\sigma_0} + \left(\frac{\sigma - \sigma_i}{\sigma_0} \right)^\alpha \quad (4.5)$$

em que σ_i e ε_i são os valores da tensão e extensão do ponto em que ocorre a inversão e σ_0 , ε_0 e α são os parâmetros do modelo. As regras do modelo são as seguintes (Fig. 4.3):

- (1) $\sigma = E\varepsilon$ para $\varepsilon < \varepsilon_y$ (zona elástica);
- (2) $\sigma = \sigma_y$ para $\varepsilon_y < \varepsilon < 4.2447\varepsilon_y = \varepsilon_{sh}$ (patamar de cedência);
- (3) $\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\sigma_0} + \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^\alpha$ para $\varepsilon > \varepsilon_{sh}$ (zona de endurecimento) com
 $\sigma_0 = 0,7\sigma_y$, $\varepsilon_0 = \sigma_0 / E$ e $\alpha = 4,3$ antes da 1ª inversão;
- (4) $\frac{\varepsilon - \varepsilon_i}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma - \sigma_i}{\sigma_0} + \left(\frac{\sigma - \sigma_i}{\sigma_0} \right)^\alpha$ após a 1ª inversão com

$\sigma_0 = 328,16 + 0,52(\sigma_{\max} - \sigma_{\min})$ (MPa) para ciclos iniciados em compressão, $\sigma_0 = 319,76 + 0,48(\sigma_{\max} - \sigma_{\min})$ (MPa) para ciclos iniciados em tracção e $\sigma_0 = E\varepsilon_0$, sendo o parâmetro α determinado através das condições $\sigma = 757.9$ MPa para $\varepsilon = \varepsilon_i + 0,09$ em curvas ascendentes e $\sigma = -757.9$ MPa para $\varepsilon = \varepsilon_i - 0,09$ em curvas descendentes.

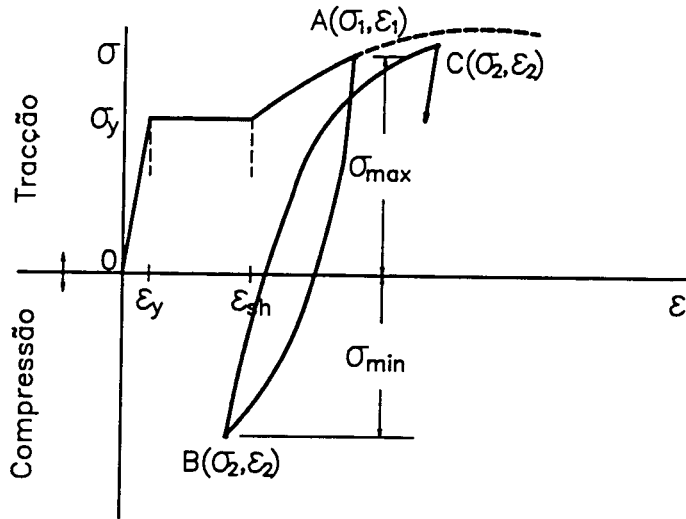


Fig. 4.3 - Modelo de Aktan-Karlson-Sozen

4.2.3 - MODELO DE GIUFFRÈ-PINTO

No modelo de Giuffrè-Pinto (Ref. 94) as relações tensões-extensões são descritas pela expressão:

$$\sigma^* = (1 - b) \frac{\varepsilon^*}{(1 + \varepsilon^{*R})^{1/R}} + b\varepsilon^* \quad (4.6)$$

sendo

$\sigma^* = \sigma/\sigma_y$ e $\varepsilon^* = \varepsilon/\varepsilon_y$ antes da primeira inversão;

$\sigma^* = \frac{\sigma - \sigma_i}{2\sigma_y}$ e $\varepsilon^* = \frac{\varepsilon - \varepsilon_i}{2\varepsilon_y}$ após a primeira inversão;

σ_y , ε_y - tensão e extensão de cedência;

σ_i , ε_i - tensão e extensão na última inversão de carga.

A equação (4.6) possui duas assíntotas com inclinação b que idealizam o endurecimento (Fig. 4.4). O expoente R é função da componente inelástica da deformação η em cada meio ciclo, variando após cada inversão de carga e representa o efeito de Bauschinger. O seu valor é dado por uma expressão do tipo

$$R(\eta) = R_0 - f(\eta) \quad (4.7)$$

sendo

$$f(\eta) = \frac{A_1 \cdot \eta}{A_2 + \eta} \quad (4.8)$$

em que os valores de R_0 , A_1 e A_2 são obtidos a partir de resultados experimentais por um processo de tentativas ("trial and error"). O valor inicial de R deverá ser suficientemente elevado ($R_0 = 20$) para permitir reproduzir o andamento sobre a curva monotônica antes da primeira inversão (Ref. 94).

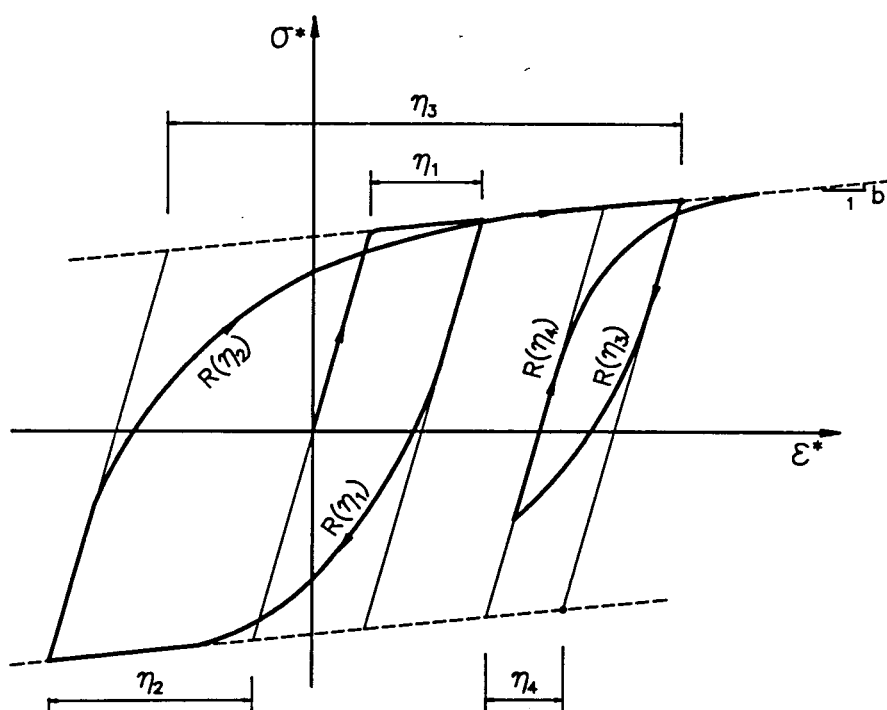


Fig. 4.4 - Modelo de Giuffrè-Pinto.

4.3 - MODELOS DO BETÃO

4.3.1 - MODELO DE SINHA-GERSTLE-TULIN

Este modelo foi desenvolvido na Universidade do Colorado (E.U.A.) e resultou de um programa de investigação em que foram ensaiados 48 provetes de

forma cilíndrica de betão não armado em compressão simples (Ref. 95). Foi introduzido o conceito de envolvente (envelope curve) definida como sendo a curva abaixo da qual se situam todas as curvas tensões-extensões independentemente da história do carregamento; esta envolvente pode ser considerada aproximadamente igual à curva obtida para cargas monotónicas. Outra conclusão muito importante que foi possível tirar dos resultados obtidos é que nas relações tensões-extensões do betão sujeito a acções cíclicas é possível definir um conjunto de pontos "notáveis" que são os pontos em que os ramos de recarga intersectam os ramos de descarga ("common points") e cuja localização depende do valor mínimo da tensão em cada ciclo; incrementos de tensão acima destes pontos originam acréscimo de deformação permanente enquanto que abaixo destes pontos não se produzem deformações permanentes adicionais.

A envolvente é expressa pela equação (Ref. 95):

$$Q_1 \sigma^2 + Q_2 \sigma + Q_3 = 0 \quad (4.9)$$

com

$$Q_1 = 1 + E \varepsilon_e + G \varepsilon_e^2$$

$$Q_2 = C + B_1 \varepsilon_e + F \varepsilon_e^2$$

$$Q_3 = D \varepsilon_e + A_1 \varepsilon_e^2$$

$$\varepsilon_e = \varepsilon / (1 - \alpha \varepsilon)$$

$$A_1 = A + \alpha D \quad ; \quad B_1 = B + 2\alpha C$$

$$E = 2\alpha \quad ; \quad F = \alpha B + \alpha^2 C \quad ; \quad G = \alpha^2$$

enquanto que os ramos de descarga e recarga são representados, respectivamente, pelas expressões

$$\sigma + H = \frac{J}{X} (\varepsilon - X)^2 \quad (4.10)$$

$$\sigma + K = Y (\varepsilon + L) \quad (4.11)$$

sendo X e Y parâmetros, e α , A , B , C , D , H , J , K e L constantes calculadas a partir dos resultados experimentais.

4.3.2 - MODELO DE KARSAN-JIRSA

O desenvolvimento deste modelo foi também baseado nos resultados dos ensaios de 46 pilares rectangulares de betão não armado solicitados por cargas axiais cíclicas (Ref. 96). A importância dos pontos de intersecção ("common points") apresentados por Sinha *et al* e referidos na secção anterior foi detalhadamente analisada por Karsan e Jirsa, que concluíram que o conjunto de pontos de intersecção correspondentes a descargas iniciadas na envolvente constitui o limite superior de todos os pontos de intersecção possíveis ("common point limit"). Alguns dos ensaios foram conduzidos de forma a que quando os ramos de recarga atingiam os pontos de intersecção os provetes eram novamente descarregados (Fig. 4.5); foi verificado que a localização dos pontos de intersecção variava mas que essa variação diminui com o número de ciclos e a posição dos pontos de intersecção acaba por estabilizar num ponto denominado ponto de estabilidade ("stability point"). O conjunto de todos os pontos de estabilidade constitui o limite inferior dos pontos de intersecção sendo denominado por limite de estabilidade ("stability limit").

Os resultados experimentais permitiram também verificar que a localização dos pontos de intersecção não depende dos valores mínimos do nível de tensão em cada ciclo⁽⁶⁾ mas é fortemente influenciada pelo valor da tensão e extensão máximas em cada ciclo. Assim, para picos situados acima do limite superior de pontos de intersecção os pontos de intersecção situam-se muito próximo deste limite; em ciclos com tensões máximas inferiores ou iguais à tensão correspondente aos pontos de estabilidade os pontos de intersecção tendem a atingir o limite de estabilidade transformando-se em ciclos fechados que poderiam ser repetidos indefinidamente sem conduzir à ruptura⁽⁷⁾.

⁽⁶⁾ Conclusão que é totalmente oposta à retirada por Sinha *et al*.

⁽⁷⁾ Note-se que a consideração de outros efeitos tais como a fluência e a fadiga do betão alterariam muito provavelmente estas conclusões.

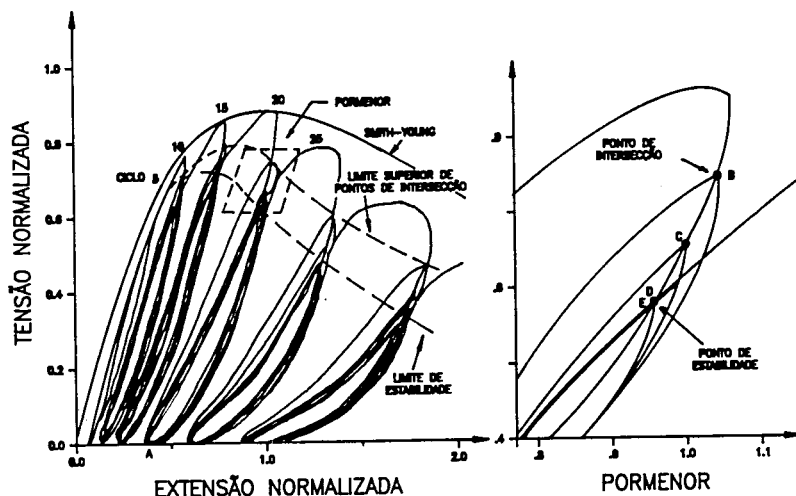


Fig. 4.5 - Modelo de Karsan-Jirsa. Limite de estabilidade.

Para a completa definição do modelo é necessário estabelecer as equações da envolvente, da localização dos pontos de intersecção e dos ramos de carga e descarga.

Envolvente

A envolvente é satisfatoriamente aproximada através duma equação do tipo da de Smith e Young (Ref. 97) com a forma

$$\sigma_E = 0,85 \, \varepsilon_E \, e^{1-\varepsilon_E} \quad (4.12)$$

em que σ_E é a tensão adimensionalizada relativamente à resistência, obtida a partir de provetes cilíndricos, e ε_E é a extensão adimensionalizada relativamente à extensão correspondente à tensão máxima ($\sigma_E = \sigma/f_c$, $\varepsilon_E = \varepsilon/\varepsilon_c$).

Pontos de intersecção

A análise dos resultados conduziu a curvas semelhantes à envolvente definidas pela expressão

$$\sigma_I = \beta \frac{\varepsilon_I}{0,315 + 0,77\beta} \exp \left\{ \frac{1-\varepsilon_I}{0,315 + 0,77\beta} \right\} \quad (4.13)$$

sendo σ_I e ε_I normalizados de forma análoga à indicada para a expressão (4.12).

O valor de β pode variar entre 0,76 e 0,63 a que correspondem, respectivamente, o limite superior dos pontos de intersecção ("common point limit") e o limite de estabilidade ("stability limit"). A representação qualitativa destas curvas e a sua comparação com os valores observados é apresentada na Fig. 4.6. Uma vez que a localização dos pontos de intersecção depende da tensão máxima no ciclo anterior devem ter-se em conta as seguintes regras:

- Se a tensão máxima é superior ao limite superior dos pontos de intersecção este é calculado usando $\beta = 0,76$ na expressão (4.13);
- Se a tensão máxima está compreendida entre o limite superior dos pontos de intersecção e o limite de estabilidade β toma um valor entre 0,76 e 0,63;
- Se a tensão máxima está abaixo do limite de estabilidade o ponto de intersecção é o ponto de tensão máxima.

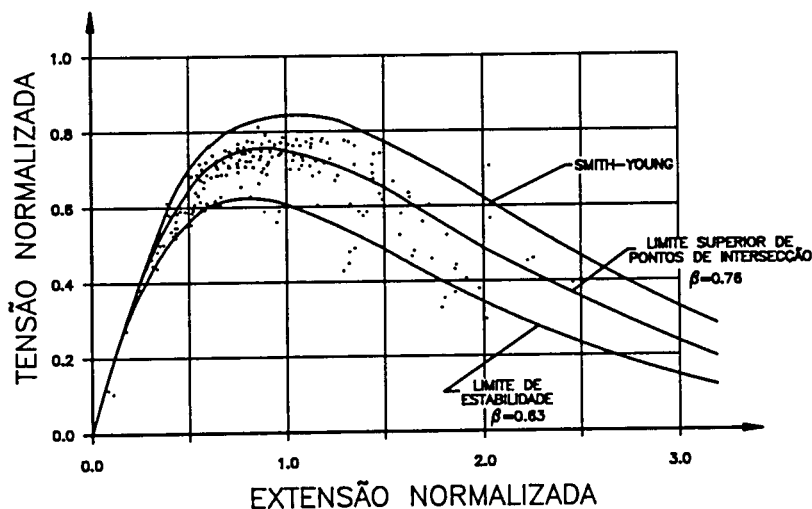


Fig. 4.6 - Modelo de Karsan-Jirsa. Curvas teóricas da envoltura, limite superior de pontos de intersecção e limite de estabilidade face aos resultados experimentais.

Curvas de descarga e recarga

Para definir as curvas de descarga e recarga é necessário relacionar a deformação permanente normalizada ϵ_p com as deformações ϵ_I e ϵ_E na descarga

e recarga. As curvas que melhor se adaptam aos resultados experimentais são dadas pelas seguintes equações:

$$\varepsilon_p = (1,76 - \beta) (0,160 \varepsilon_I^2 + 0,133 \varepsilon_I) \quad ; \quad 0,63 \leq \beta \leq 0,76 \quad (4.14)$$

$$\varepsilon_p = 0,145 \varepsilon_E^2 + 0,13 \varepsilon_E \quad \text{Descarga} \quad (4.15)$$

$$\varepsilon_p = 0,093 \varepsilon_E^2 + 0,91 \varepsilon_E \quad \text{Recarga} \quad (4.16)$$

As curvas de descarga e recarga são parábolas de segunda ordem. A curva de descarga deverá passar pelos pontos $(\varepsilon_E, \sigma_E)$, $(\varepsilon_I, \sigma_I)$ e $(\varepsilon_p, 0)$ representados na Fig. 4.7.a; a curva de recarga deverá passar pelos pontos $(\varepsilon_p, 0)$, e $(\varepsilon_I, \sigma_I)$ e atingir a envolvente no ponto $(\varepsilon_E, \sigma_E)$. Assim, em relação ao ciclo ABCD representado na Fig. 4.7.a, o valor de ε_p é determinado a partir da expressão (4.15); as coordenadas do ponto de intersecção são calculadas recorrendo à expressão (4.14) para determinar o valor de ε_I , após o que se pode calcular o valor de σ_I recorrendo à expressão (4.13); a posição do ponto D é determinada resolvendo a equação (4.16) em ordem a ε_E e usando a expressão (4.12) para determinar o valor de σ_E . Para a reprodução do ciclo EFGH representado na Fig. 4.7.b entre dois valores especificados da tensão, $\sigma_{\min}$ e $\sigma_{\max}$, o procedimento anterior deverá ser ligeiramente alterado. A curva de descarga EGF coincide com a curva E'GF', devendo o valor de ε_p desta curva ser obtido por tentativas de modo a que ela passe pelo ponto E e sejam satisfeitas as expressões (4.12), (4.13); (4.14) e (4.15). A curva de recarga FGH deverá passar pelos pontos $(\varepsilon_{\min}, \sigma_{\min})$, $(\varepsilon_p, \sigma_p)$ e $H'(\varepsilon_E, \sigma_E)$, calculado este último para o valor de ε_p no ponto F', a partir de expressão (4.15). Para a reprodução de ciclos correspondentes a acréscimos fixos de deformação o procedimento é análogo.

4.3.3 - MODELO DE KENT-PARK MODIFICADO

Este modelo, proposto por Park *et al* (Ref. 98), consiste essencialmente na modificação do modelo anteriormente proposto por Kent e Park (Ref. 99), o qual

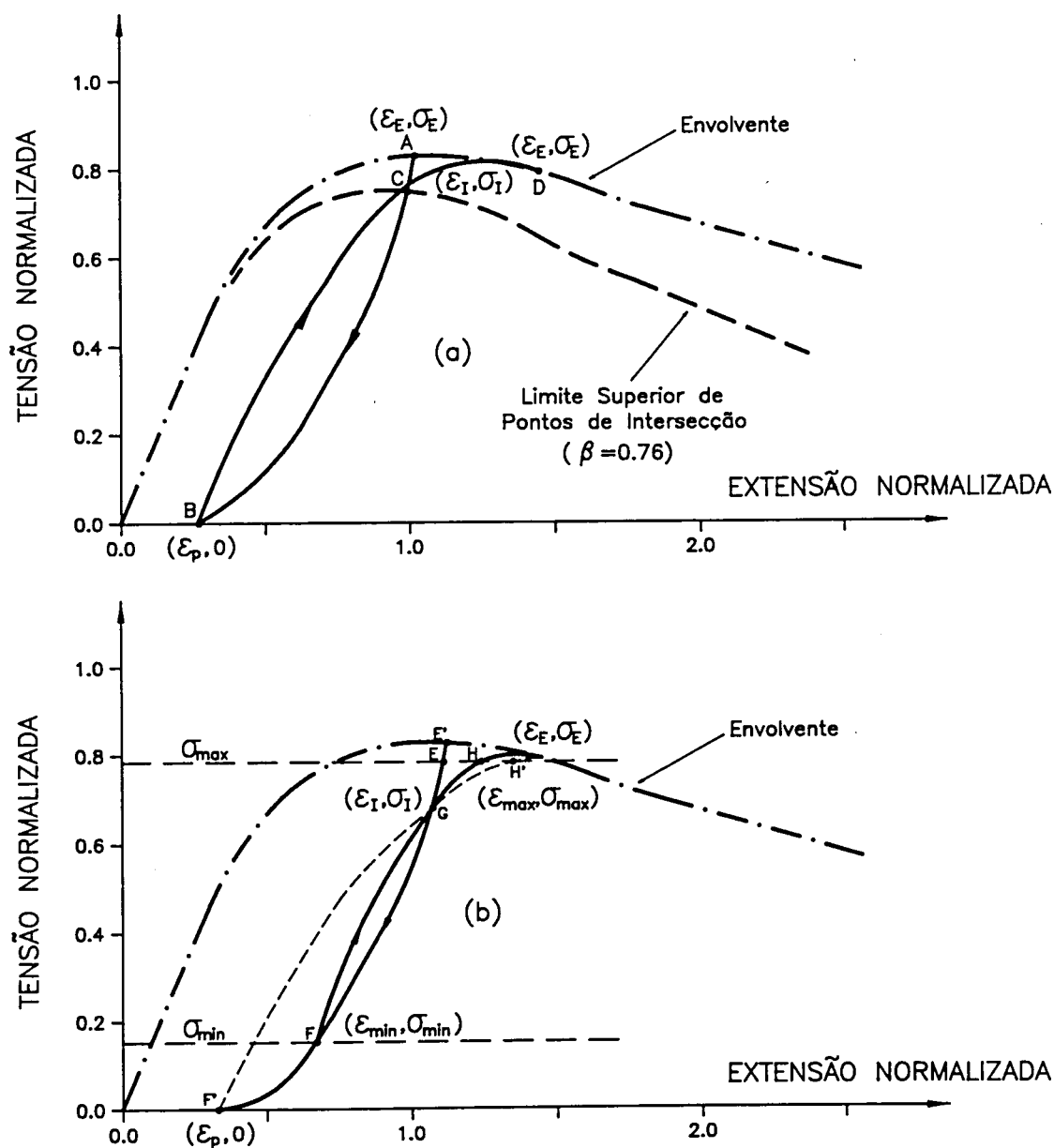


Fig. 4.7 - Modelo de Karsan-Jirsa. Regras de comportamento sob acções repetidas.

tem em conta o efeito do confinamento conferido pelas armaduras transversais na ductilidade do betão cintado mas não considera o aumento da resistência devido à cintagem do betão.

A envolvente é representada pela relação tensões-extensões sob cargas monotónicas, apresentada na Fig. 4.8, e na qual é possível distinguir 3 zonas descritas pelas seguintes expressões:

- Zona A-B ($\epsilon_c < 0,002 K$)

$$\sigma_c = K f_c \left[\frac{2 \epsilon_c}{0,002 K} - \left(\frac{\epsilon_c}{0,002 K} \right)^2 \right] \quad (4.17)$$

- Zona B-C ($0,002 K \leq \epsilon_c < \epsilon_{20c}$)

$$\sigma_c = K f_c [1 - Z_m (\epsilon_c - 0,002 K)] \quad (4.18)$$

- Zona C-D ($\epsilon_c \geq \epsilon_{20c}$)

$$\sigma_c = 0,2 K f_c \quad (4.19)$$

sendo

$$K = 1 + \frac{\rho_v f_{syx}}{f_c}$$

$$Z_m = \frac{0,5}{\frac{3 + 0,29 f_c}{145 f_c - 1000} + \frac{3}{4} \rho_v \sqrt{\frac{h}{s}} - 0,002 K}$$

ϵ_c - extensão longitudinal do betão;

σ_c - tensão normal no betão confinado (MPa);

f_c - resistência à compressão do betão não confinado (MPa);

ϵ_{20c} - extensão correspondente a 20% da tensão máxima na zona BC;

f_{syx} - tensão de cedência da armadura transversal (MPa);

ρ_v - razão entre o volume de armadura transversal e o volume de betão cintado, calculado este em relação à face exterior das cintas;

h - largura do núcleo cintado (medida também à face exterior das cintas);

s - espaçamento da armadura transversal.

A modificação realizada consistiu na introdução do factor K , de forma a considerar o aumento da resistência à compressão do betão cintado (e também da extensão a que essa resistência é atingida) e diminuir a inclinação do ramo descendente (com o qual o factor Z_m está directamente relacionado), tendo, assim, em conta a melhoria das características de ductilidade do betão cintado (Fig. 4.8).

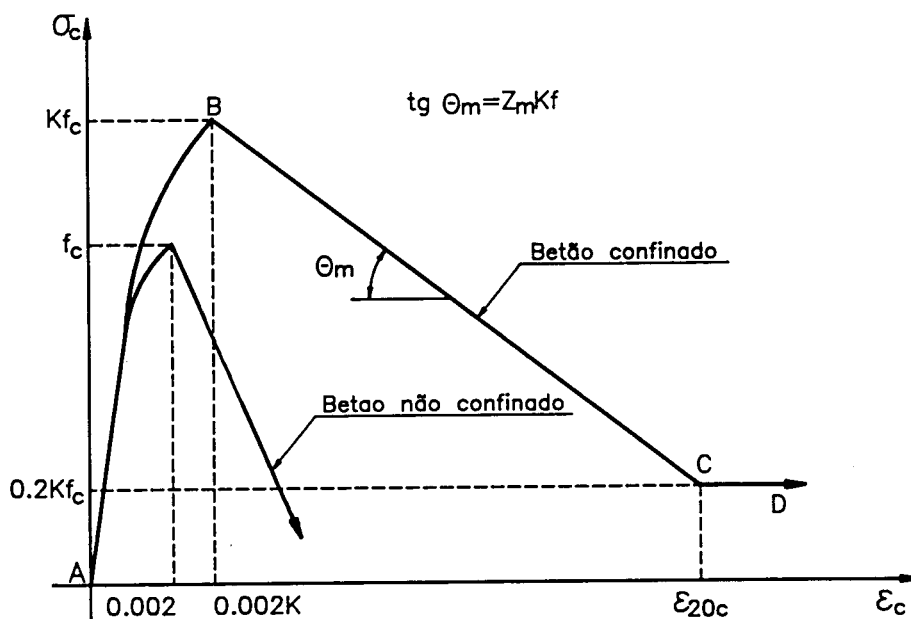


Fig. 4.8 - Modelo de Kent-Park modificado. Envolvente.

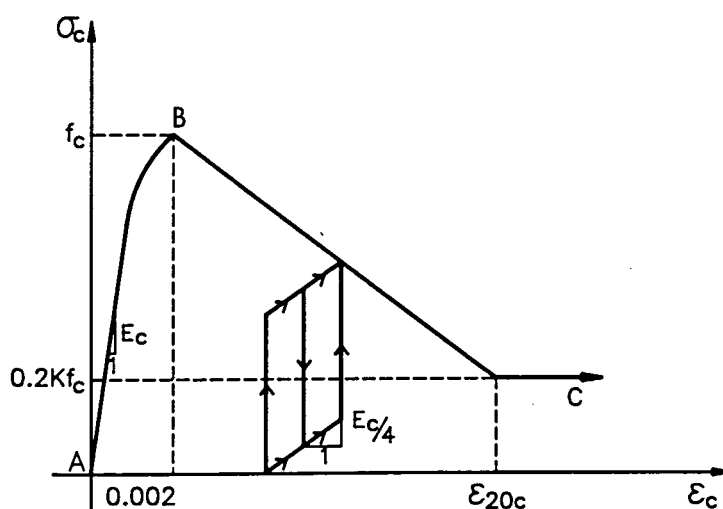


Fig. 4.9 - Modelo de Kent-Park. Comportamento sob acções repetidas segundo Park et al/ (Ref. 53).

As regras para a idealização do comportamento sob acções repetidas foram propostas por Park *et al* (Ref. 53) e estão indicadas na Fig. 4.9. Afigura-se, no entanto, que as regras propostas por Thompson e Park (Ref. 60, Fig. 4.10) idealizam de forma mais realista o comportamento do betão sujeito a acções repetidas. De acordo com essas regras os ramos de descarga e recarga são lineares, definidos

para cada uma das 3 zonas anteriormente referidas da seguinte maneira:

- Para descargas a extensões inferiores à extensão correspondente à tensão máxima (Zona A-B) a inclinação do ramo de descarga é igual ao módulo de elasticidade tangente na origem E_0 ; a recarga segue a mesma trajectória que a descarga não havendo, portanto, histerese (Fig. 4.10);
- As descargas a extensões situadas na zona B-C são efectuadas em 2 fases: numa primeira fase dá-se uma diminuição de 50% da tensão a extensão constante seguindo-se depois um ramo com inclinação $E'_c / 2$. O ramo de recarga possui inclinação E'_c dada por

$$E'_c = E_0 \left(0,8 - 0,7 \frac{\epsilon_c - \epsilon_0}{\epsilon_{20c} - \epsilon_0} \right) \quad (4.20)$$

- Para descargas extensões superiores a ϵ_{20c} (zona C-D) as regras são semelhantes às indicadas para a Zona A-B, possuindo os ramos de descarga e recarga uma inclinação $E_0 / 10$, independentemente da extensão a que se inicia a descarga.

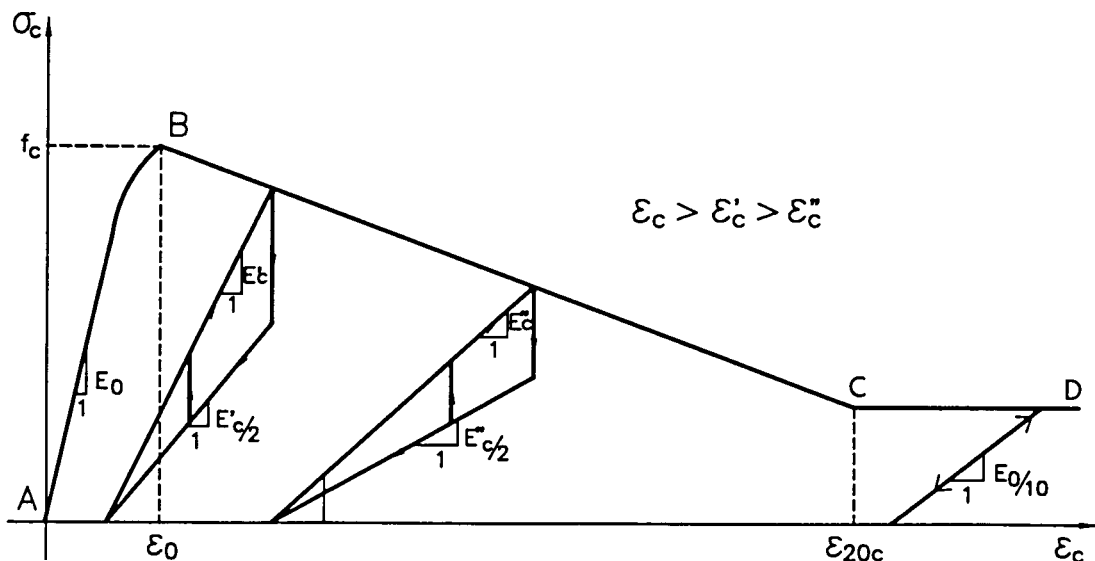


Fig. 4.10 - Modelo de Kent-Park modificado. Regras de comportamentosob acções repetidas propostas por Thompson e Park.

4.3.4 - MODELO DE MANDER-PRIESTLEY-PARK

O aspecto mais interessante deste modelo (Ref. 100) é a sua generalidade. Com efeito é possível considerar explicitamente o tipo e arranjo das armaduras transversais por um processo semelhante ao indicado por Sheikh e Uzumeri (Ref. 63) no desenvolvimento do seu modelo para cargas monotónicas.

A envolvente do modelo é representada pela expressão

$$\sigma_c = \frac{f'_{cc} x r}{r - 1 + x^r} \quad (4.21)$$

em que

f'_{cc} - resistência à compressão do betão confinado;

ϵ_c - extensão de compressão longitudinal;

f'_{c0} - resistência à compressão do betão não confinado;

ϵ_{c0} - extensão de compressão correspondente a f'_{c0} ;

$x = \epsilon_c / \epsilon_{cc}$;

$$\epsilon_{cc} = \epsilon_{c0} \left[1 + 5 \left(\frac{f'_{cc}}{f'_{c0}} - 1 \right) \right] ; \quad r = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}} ;$$

$$E_c = 5000 \sqrt{f'_{c0}} \text{ Mpa} ; \quad E_{sec} = f'_{cc} / \epsilon_{cc}$$

O comportamento sob acções repetidas é idealizado através da adopção de curvas de descarga e recarga obtidas de forma que seguidamente se descreve.

Curvas de descarga

Para definir a curva de descarga é necessário conhecer o valor da extensão ϵ_{pl} (Fig. 4.11). Este valor depende do valor ϵ_a , correspondente ao ponto de intersecção das rectas com tangentes iguais ao módulo de elasticidade tangente na origem e ao módulo de elasticidade secante da descarga, o qual é dado pela expressão

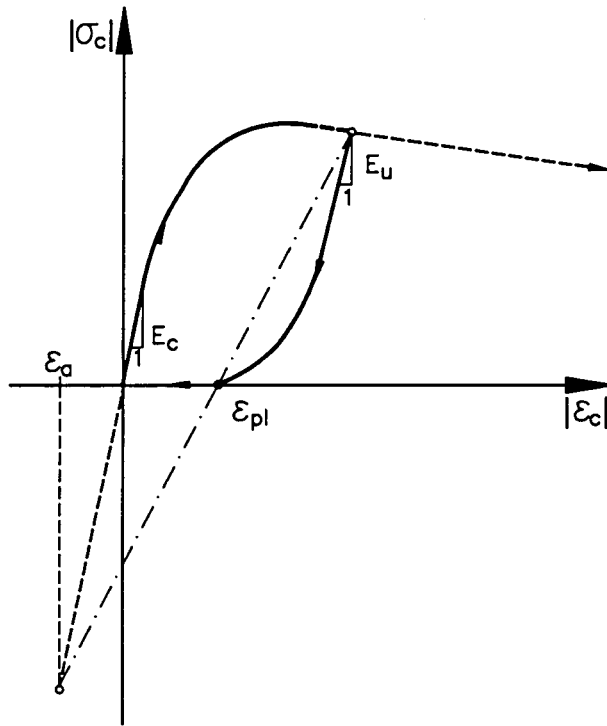


Fig. 4.11 - Modelo de Mander-Priestley-Park. Curvas de descarga.

$$\varepsilon_a = a \sqrt{\varepsilon_{un} \varepsilon_{cc}} \quad ; \quad a = \max \left\{ \frac{\varepsilon_{cc}}{\varepsilon_{cc} + \varepsilon_{un}} ; 0,09 \frac{\varepsilon_{un}}{\varepsilon_{cc}} \right\} \quad (4.22)$$

Obtido o valor de ε_a a determinação de ε_{pl} faz-se através da expressão

$$\varepsilon_{pl} = \varepsilon_{un} - \frac{f_{un} (\varepsilon_{un} + \varepsilon_a)}{f_{un} + E_c \varepsilon_a} \quad (4.23)$$

definindo-se então a equação do ramo de descarga como

$$\sigma_c = f_{un} - \frac{f'_{un} x r}{r - 1 + x^r} \quad (4.24)$$

com

$$r = \frac{E_u}{E_u - E_{sec}} \quad ; \quad E_{sec} = \frac{f_{un}}{\varepsilon_{un} - \varepsilon_{pl}} \quad ; \quad x = \frac{\varepsilon_c - \varepsilon_{un}}{\varepsilon_{pl} - \varepsilon_{un}} \quad ;$$

$$E_u = b c E_c \quad ; \quad b = \frac{f_{un}}{f'_{c0}} \geq 1 \quad ; \quad c = \left(\frac{\epsilon_{cc}}{\epsilon_{un}} \right)^{0,5} \leq 1$$

Saliente-se que quando se verificam descargas em ramos de recarga (sem que seja atingida a envolvente) o valor de ϵ_{pl} não é alterado.

A resistência do betão à tracção considerada no modelo é variável e dependente da história das extensões de compressão (Fig. 4.12), assumindo-se que para extensões superiores a ϵ_{cc} essa resistência é nula; quando a resistência à tracção é atingida (troço $f'_t - \epsilon_{cc}$) considera-se que ocorreu fendilhação e essa resistência deixa de poder ser mobilizada em ciclos posteriores.

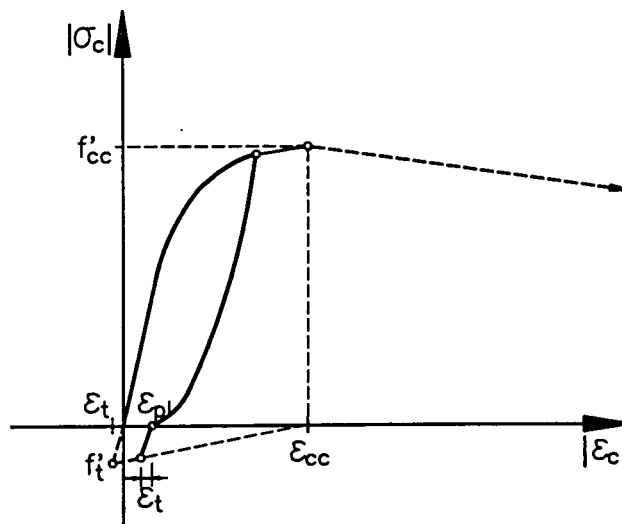


Fig. 4.12 - Modelo de Mander-Priestley-Park. Deterioração da resistência à tracção.

Curvas de recarga

As recargas podem iniciar-se quer a partir duma curva de descarga quer dum estado de tracção como se indica na Fig. 4.13, assumindo-se uma variação linear até ao ponto (ϵ_{un}, f_{new}) com f_{new} dada por

$$f_{new} = 0,92 f_{un} + 0,08 f_{r0} \quad (4.25)$$

Entre o ponto (ϵ_{un}, f_{new}) e a envolvente é adoptada uma curva de transição parabólica que atinge aquela no ponto (ϵ_{re}, f_{re}) tal que

$$\varepsilon_{re} = \varepsilon_{un} + \frac{f_{un} - f_{new}}{E_r \left(2 + \frac{f'_{cc}}{f'_{c0}} \right)} \quad (4.26)$$

e que tem por equação

$$\sigma_c = f_{re} + E_{re} x + A x^2 \quad (4.27)$$

sendo

E_r - declive do ramo linear da recarga;

$x = \varepsilon_c - \varepsilon_{re}$;

E_{re} - declive da envolvente no ponto $(\varepsilon_{re}, f_{re})$;

$$A = \frac{E_r - E_{re}}{-4 [f_{new} - f_{re} - E_r (\varepsilon_{un} - \varepsilon_{re})]}$$

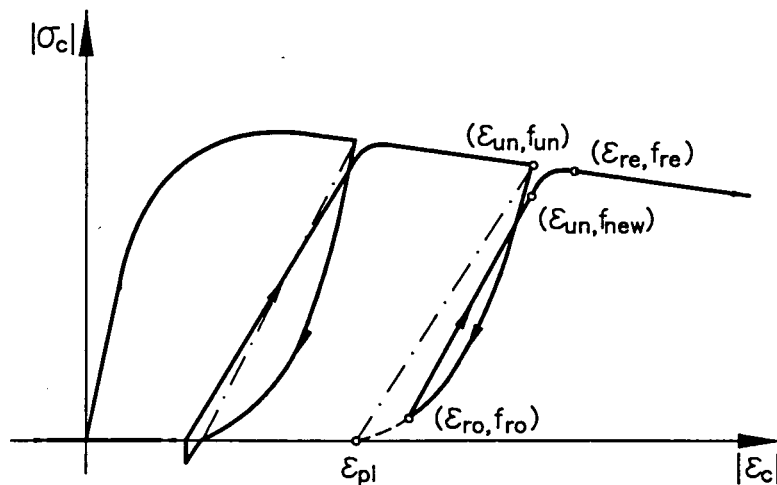


Fig. 4.13 - Modelo de Mander-Priestley-Park. Curvas de recarga.

Refira-se que os efeitos da velocidade de imposição de deformações foram também analisados pelos autores do modelo, que sugeriram factores de amplificação dinâmica afectando as grandezas f'_{c0} , E_c e E_{c0} .

4.4 - APRECIACÃO DOS MODELOS

Nas secções 4.2 e 4.3 foram apresentados alguns modelos analíticos dos materiais aço e betão. Essa apresentação não foi de forma alguma exaustiva (quer em termos dos modelos existentes, quer em termos do detalhe posto na descrição de cada modelo), tendo-se optado por apresentar apenas os modelos mais significativos em termos da sua divulgação e utilização corrente. Uma vez que todos os modelos resultam do ajuste de curvas de forma a obter-se concordância com resultados experimentais, na opção por um determinado modelo deverá ser ponderada, para além dos aspectos conceptuais a ele subjacente, a validade da extrapolação, para as condições correntes, dos valores dos parâmetros que sejam muito dependentes das condições de ensaio, ou seja, a quantificação dos seus parâmetros para os casos que se queiram considerar.

4.4.1 - MODELOS DO AÇO

Relativamente aos modelos do aço verifica-se que os modelos desenvolvidos por Ma-Bertero-Popov e Aktan-Karlson-Sozen consistem na associação de curvas do tipo Ramberg-Osgood e de troços rectos; este tipo de modelos, que reproduz bem o comportamento de aços possuindo um patamar de cedência bem marcado antes da fase de endurecimento, apresenta como principal inconveniente, em termos da sua inclusão num modelo analítico global, o facto de as equações de Ramberg-Osgood terem de ser resolvidas por processos iterativos, aumentando significativamente o esforço de cálculo. O modelo de Giuffrè-Pinto não apresenta este inconveniente uma vez que, como se pode verificar da expressão (4.6), as tensões são expressas explicitamente em termos das extensões. Este modelo permite reproduzir de forma satisfatória o comportamento de aços ordinários, desde que o efeito de endurecimento não seja muito pronunciado; no entanto Stanton (Ref. 101) refere que uma manipulação apropriada dos valores de b e $R(\eta)$ permite ultrapassar esta limitação e representar o comportamento de aços com um patamar de cedência bem marcado.

4.4.2 - MODELOS DO BETÃO

Os modelos de Sinha-Gerstle-Tulin e de Karsan-Jirsa foram obtidos de ensaios sobre provetes de betão não armado não incluindo, portanto, o efeito favorável das armaduras transversais na ductilidade e resistência do betão, como já várias vezes foi referido ao longo deste trabalho. Por outro lado, e em relação ao modelo de Sinha-Gerstle-Tulin, a adopção de ramos de recarga lineares é questionável na medida em que um dos factos que ressaltou dos resultados experimentais é que os pontos de intersecção correspondem a pontos a partir dos quais a inclinação do ramo de recarga apresenta variações muito rápidas; verifica-se também que as constantes incluídas neste modelo apresentam uma forte dependência das condições de ensaio, nomeadamente da resistência do betão à compressão, tal como se pode observar no Quadro 4.1 (Ref. 95).

QUADRO 4.1 - Variação dos valores das constantes do modelo de Sinha-Gerstle-Tulin com a resistência do betão à compressão

f_c (Mpa)	CONSTANTES								
	A	B	C	D	α	H	J	K	L
20,7	-3,434	-3,434	-6,751	22,58	0,125	0,07	0,95	3,42	1,26
25,9	-8,7	-3,8	-11,9	45,0	0,111	0,09	0,52	2,52	1,03
27,6	-11,51	-3,8	-14,26	56,99	0,111	0,10	0,61	4,61	1,01

No modelo de Kent-Park modificado o efeito das armaduras transversais é considerado e os ciclos histeréticos seguem leis lineares, tanto nos ramos de descarga como nos de recarga. O facto de os ramos de recarga apontarem ao ponto da envolvente onde se iniciou a descarga e a forma como é idealizado o comportamento histerético fazem com que este modelo não permita reproduzir a degradação de rigidez e resistência do betão sujeito a acções repetidas de amplitude constante.

O modelo de Mander-Priestley-Park permite ultrapassar todas as limitações referidas para os outros modelos do betão apresentados. No entanto, embora a comparação com resultados experimentais, efectuada pelos seus autores (Ref. 102), tenha sido satisfatória, Krauthammer *et al* (Ref. 103) referem alguns problemas na utilização prática deste modelo. Estes problemas dizem respeito ao cálculo dos valores dos factores que, tendo em conta a distribuição das armaduras transversais, permitem determinar a porção de betão efectivamente confinada; a significativa disparidade de valores obtida por estes investigadores, relativamente aos valores obtidos pelos autores do modelo, parece indicar um elevado grau de subjectividade existente na determinação desses valores. Krauthammer *et al* compararam também resultados experimentais obtidos por Vallenas *et al* (Ref. 104) com os resultados analíticos obtidos com este modelo, tendo concluído que o modelo sobrestima de forma exagerada a resistência do betão e subestima a inclinação do ramo descendente da envolvente.

CAPÍTULO 5

DESENVOLVIMENTO DE UM MODELO DE FIBRAS

Nos capítulos anteriores foram abordadas matérias relativas ao comportamento de estruturas de pontes sujeitas à acção dos sismos e nomeadamente ao comportamento de pilares de betão armado sob acções repetidas e alternadas de grande amplitude. Foi dado particular ênfase ao caso dos pilares com comportamento controlado pela flexão, tendo sido apresentados os principais modelos utilizados na abordagem analítica deste problema.

De entre os modelos referidos os modelos de fibras são aqueles que permitem reproduzir a realidade com maior precisão. Embora na comparação entre os diversos modelos, apresentada na secção 3.3, se tenha referido que o desenvolvimento dum modelo deste tipo requer uma avaliação cuidadosa dos meios de cálculo disponíveis, o facto de se dispor actualmente de fácil acesso ao supercomputador CONVEX C220 com capacidades de processamento vectorial, pertença da Fundação para o Desenvolvimento dos Meios Nacionais de Cálculo Científico e instalado no LNEC, permitiu o desenvolvimento de um modelo de fibras. No entanto, verificou-se que, apesar da potência de cálculo disponível, o desenvolvimento do modelo na sua forma original, tal como foi descrito na secção 3.2.4 não é ainda viável sendo, portanto, necessário formular hipóteses simplificadoras adicionais. Essas hipóteses, bem como as características gerais e as capacidades do modelo desenvolvido, são detalhadamente analisadas e discutidas no presente capítulo.

5.1 - CARACTERÍSTICAS GERAIS DO MODELO

No modelo desenvolvido as estruturas de pontes são idealizadas como estruturas tridimensionais com 6 graus de liberdade por nó, com os elementos estruturais idealizados por elementos finitos de barra. A hipótese básica subjacente a este modelo é a de considerar que os elementos estruturais que constituem o tabuleiro têm comportamento linear; apenas nos pilares e em algumas outras zonas localizadas ocorrerão fenómenos fisicamente não lineares, sendo o comportamento dos pilares controlado pela flexão.

A necessidade de ter em conta, não só os fenómenos de natureza estrutural, resultantes do comportamento fisicamente não linear, mas também fenómenos de natureza cinemática que podem conduzir, por exemplo, a choques entre partes da estrutura, justificou a formulação e inclusão no modelo de elementos de barra com diversas relações constitutivas:

- Elemento de barra com comportamento linear;
- Elemento não linear de pilar de betão armado;
- Elemento não linear de junta;
- Elemento fusível.

Uma vez que o elemento de barra com comportamento linear se encontra perfeitamente formulado e é do conhecimento geral (ver, por exemplo, Ref. 90) apenas serão descritos nas secções seguintes os elementos não lineares de pilar de betão armado e de junta e o elemento linear fusível.

5.1.1 - ELEMENTO NÃO LINEAR DE PILAR DE BETÃO ARMADO

Fenómenos relevantes a considerar

A função estrutural dos pilares aliada às características das vibrações sísmicas levanta problemas específicos deste tipo de elementos estruturais. De

entre todos os fenómenos envolvidos afigura-se que o comportamento em flexão desviada, o nível e variação do esforço axial e, eventualmente, o efeito $P-\Delta$ deverão ser tidos em conta numa forma realista. O efeito $P-\Delta$ corresponde a um aumento da flexibilidade aparente dos pilares, tanto maior quanto maior for a sua altura. Este aumento de flexibilidade é traduzido pela "rotação" dos ciclos histeréticos na direcção do eixo horizontal, como a consequente diminuição do valor máximo das forças generalizadas alcançadas em cada ciclo. Relativamente à importância da flexão desviada e do nível e variação do esforço axial ela foi detalhadamente discutida no capítulo 3.

Idealização das secções

O comportamento não linear é caracterizado ao nível das secções de controlo através de relações momentos-curvaturas. Como foi referido quando se apresentaram os modelos de fibras, o número de secções de controlo num elemento pode ser variável, sendo a matriz de rigidez do elemento obtida por integração das matrizes de rigidez (ou flexibilidade) das diversas secções ao longo do comprimento do elemento. No entanto, o número de secções de controlo que se consideram é o parâmetro que influencia de forma mais significativa a eficiência numérica do modelo, tendo-se verificado que, apesar da razoável potência de cálculo disponível, a formulação do modelo nos termos em que foi apresentado na secção 3.2 é incompatível com os objectivos que se pretendem alcançar. Foi, portanto, necessário recorrer a algumas simplificações aproveitando o facto de os fenómenos não lineares ocorrerem em zonas localizadas dos pilares, tipicamente nas suas extremidades. Assim, considerou-se que cada elemento não linear de pilar possui apenas uma secção de controlo, situada a meio comprimento do elemento, sendo as curvaturas constantes ao longo do elemento e igual à que se verifica na secção de controlo. Esta simplificação não introduz erros apreciáveis desde que o comprimento dos elementos seja suficientemente pequeno. Cada pilar numa estrutura de ponte será, assim, idealizado na sua zona central através de elementos com comportamento linear e com um número variável (escolhido pelo analista) de elementos com comportamento não linear nas suas extremidades. O comprimento desses elementos deverá ser cuidadosamente ponderado, devendo notar-se que a

adopção de um grande número destes elementos com pequenos comprimentos fará atenuar significativamente as consequências, em termos de erros, da simplificação adoptada na sua formulação. Dada a sua importância este assunto será retomado adiante.

As secções de controlo podem ser discretizadas num número arbitrário de fatias (caso de flexão unidireccional) ou filamentos (flexão bidireccional) de betão, podendo os varões da armadura ser considerados individualmente ou em grupos. Dada a forma como serão resolvidas as equações de equilíbrio dinâmico da estrutura consideram-se as secções actuadas por ternos $(N_z ; \phi_x ; \phi_y)$ obtendo-se a sua resposta em termos de ternos $(\epsilon_z ; M_x ; M_y)$ a partir das relações tensões-deformações dos materiais. O cálculo da resposta requer a adopção de um processo iterativo, constituído pelas seguintes fases:

- (1) Estimativa da extensão axial uniforme da secção, ϵ_z e determinação das extensões em todos os elementos de aço e betão a partir da equação de compatibilidade que, admitindo a hipótese de as secções se manterem planas após deformação⁽⁸⁾, se pode escrever

$$\epsilon_i = \epsilon_z + \phi_x \bar{x}_i - \phi_y \bar{y}_i \quad (5.1)$$

sendo $\bar{x}_i$ e $\bar{y}_i$ as coordenadas do centro geométrico do elemento i ;

- (2) Cálculo das tensões axiais σ_i correspondentes às extensões ϵ_i a partir das leis tensões-deformações adoptadas para os materiais;
- (3) Cálculo do esforço axial N_z^* que equilibra a distribuição de tensões σ_i pela expressão

$$N_z = \sum_{i=1}^{n_c} \sigma_{ci} A_{ci} + \sum_{j=1}^{n_s} \sigma_{sj} A_{sj} \quad (5.2)$$

⁽⁸⁾ Naturalmente está também implícita a hipótese de aderência perfeita entre aço e betão, desprezando-se o escorregamento das armaduras por perda local de aderência.

sendo n_c o número de elementos de betão, n_s o número de elementos de aço e σ_{ci} e A_{ci} (σ_{sj} e A_{sj}) a tensão e área do elemento i (j);

- (4) Comparação do esforço axial calculado N_z^* com o esforço axial imposto. Se o critério de convergência adoptado permitir considerar o valor de N_z^* suficientemente aproximado do de N_z avança-se para a fase 5; caso contrário é necessário repetir o processo a partir duma nova estimativa da extensão ϵ_z ;
- (5) Cálculo dos valores dos momentos M_x e M_y .

O ponto crítico deste processo iterativo consiste na velocidade de convergência das sucessivas estimativas da extensão ϵ_z para o valor que permite assegurar o equilíbrio. Um processo extremamente eficiente para obter as estimativas sucessivas de ϵ_z é o apresentado esquematicamente na Fig. 5.1 que consiste na procura da solução da função $\Delta n(\epsilon)$ definida por

$$\Delta n(\epsilon) = \frac{N_z^*(\epsilon) - N_z}{N_z} \quad (5.3)$$

em que o valor da 1ª estimativa ϵ_{z1} é obtido a partir da extensão uniforme da secção homogeneizada para o esforço axial actuante e o valor da 2ª estimativa é obtida considerando o valor simétrico da 1ª estimativa, ou seja, $\epsilon_{z2} = -\epsilon_{z1}$. A partir dos valores destas 2 estimativas as estimativas seguintes são obtidas por interpolação ou extrapolação linear. Os pontos a partir dos quais se faz a interpolação ou extrapolação são definidas a partir das seguintes regras:

- Quando as sucessivas estimativas ϵ_{zi} tenham conduzido a valores de $\Delta n(\epsilon)$ todos do mesmo sinal deverá realizar-se uma extrapolação entre o último ponto calculado e o ponto que possui o maior valor absoluto de ϵ_z mas de sinal contrário ao do último ponto calculado;

- Quando existam estimativas ϵ_z a que correspondam valores de $\Delta n(\epsilon)$ com sinais contrários deverá realizar-se uma interpolação entre o último ponto calculado e o ponto cujo valor de ϵ_z lhe fica mais próximo, com um valor de $\Delta n(\epsilon)$ de sinal contrário.

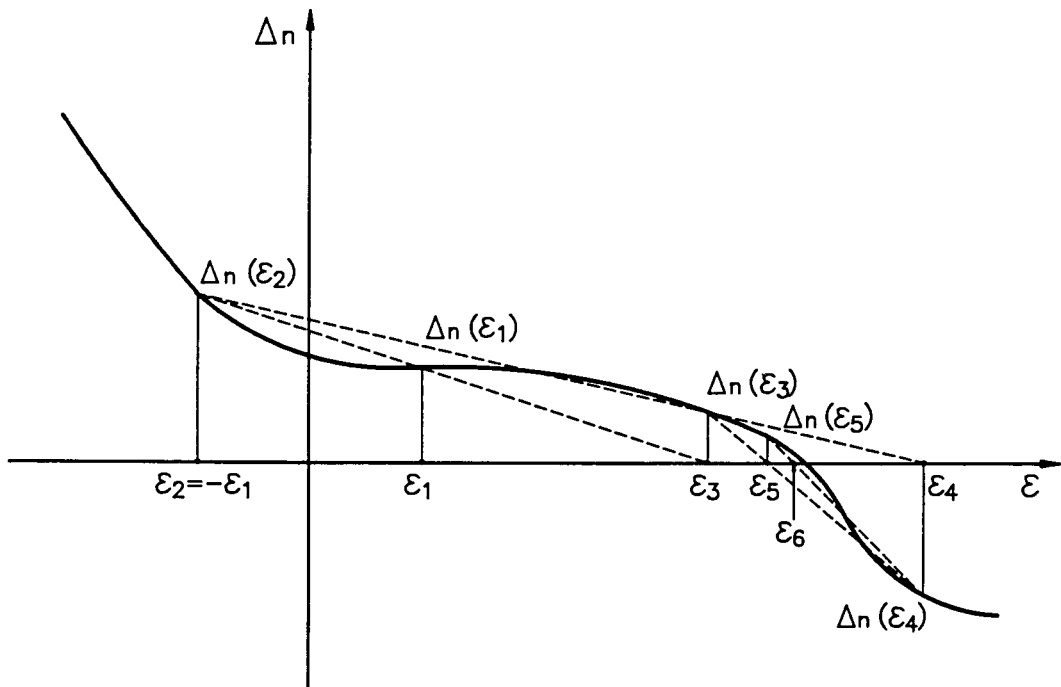


Fig. 5.1 - Processo iterativo para a determinação de ϵ_z .

Este processo é rapidamente convergente e apresenta a vantagem de não ser necessário conhecer explicitamente a função $\Delta n(\epsilon)$, a qual variará, em geral, para cada terno $(\epsilon_z; M_x; M_y)$ que solicita a secção. Saliente-se, no entanto, que não sendo garantida a unicidade de solução da função $\Delta n(\epsilon)$ deverão ser tomadas algumas precauções como, por exemplo, "obrigar" a que os sucessivos ternos $(\epsilon_z; M_x; M_y)$ que solicitam a secção correspondam a incrementos pequenos. Stanton (Ref. 101) refere que, para a gama de valores das extensões ϵ_z que interessa considerar nos casos correntes, a adopção de discretização da secção não demasiado grosseiras (por exemplo, cerca de 20 fatias para análises em flexão uniaxial) garante, em geral, a unicidade da solução da função $\Delta n(\epsilon)$.

Por outro lado, verificou-se que quando as sucessivas estimativas de ϵ_z são obtidas por extrapolação (1ª regra) a velocidade de convergência é significativamente mais pequena; este facto é especialmente notado nos casos em que a função $\Delta n(\epsilon)$ exhibe pequenas variações de derivada em vizinhanças relativamente grandes do intervalo $[\epsilon_{z1}, \epsilon_{z2}]$. Este problema pode ser ultrapassado parando o processo quando se verifica que a taxa de convergência é muito baixa e gerando novas estimativas ϵ_{z1} e ϵ_{z2} , definindo um intervalo bastante mais largo, a partir dos quais se inicia novamente o processo de extrapolações e interpolações atrás referido.

5.1.2 - ELEMENTO NÃO LINEAR DE JUNTA

A inclusão de elementos não lineares de junta no modelo global da estrutura permite ter em conta fenómenos de natureza cinemática (choques entre troços de tabuleiro separados por juntas de dilatação, choques entre o tabuleiro e os encontros, etc) cuja interacção com os fenómenos estruturais origina tipos de comportamento global muito complexos.

Os elementos não lineares de junta são idealizados através de elementos da barra possuindo rigidez apenas na direcção axial. Esta rigidez é nula ou muito pequena (idealizando, por exemplo, a rigidez secante média de distorção de um aparelho de apoio de neoprene) enquanto a junta permanece aberta; quando ocorre o fecho da junta a rigidez é alterada, tomando valores da ordem de grandeza da rigidez dos outros elementos que constituem o tabuleiro, por forma a representar um comportamento monolítico segundo a direcção do seu eixo longitudinal. Na Fig. 5.2 é apresentada esquematicamente a relação entre o esforço axial no elemento e o deslocamento relativo dos bordos da junta.

No caso de pontes de eixo longitudinal recto bastará, em geral, idealizar as discontinuidades do tabuleiro a partir de um único elemento de junta; no caso de pontes com eixo longitudinal curvo será de ponderar (nomeadamente para

pequenos raios de curvatura) a conveniência da idealização utilizando pelo menos dois elementos de junta, situados no intradorso e no extradorso, ligados aos elementos do tabuleiro por meio de troços rígidos. A inclusão deste tipo de elemento no modelo global da estrutura requer a adopção de algumas precauções do ponto de vista numérico que serão referidas na secção 5.2.4.

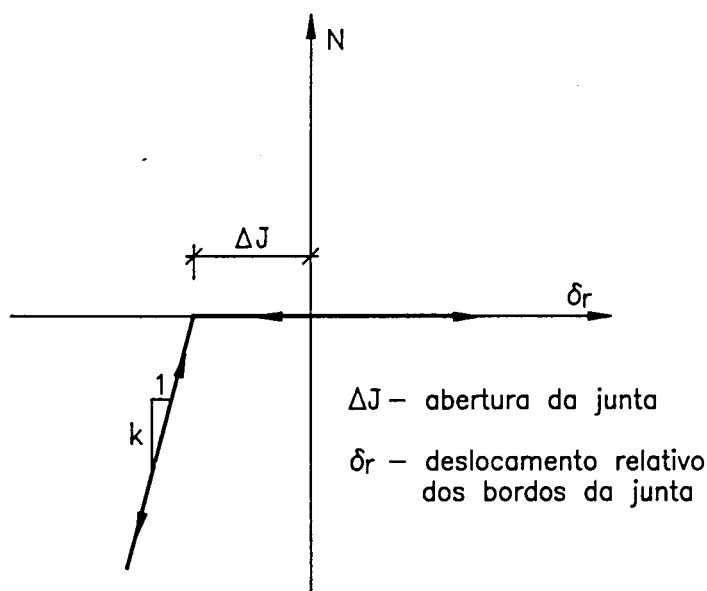


Fig. 5.2 - Elemento não linear de junta

5.1.3 - ELEMENTO FUSÍVEL

Os elementos fusíveis são também idealizados através de elementos lineares de barra com rigidez apenas na direcção axial. Estes elementos funcionam em regime linear até ser atingida a força de ruptura pré-estabelecida, após o que deixa de ser activo. A adopção de sistemas fusíveis, que este elemento pretende representar de forma simplificada, é prática corrente no projecto de estruturas de pontes em Portugal (Refs. 36a, 37a); estes sistemas são normalmente usados quando se pretende garantir, por um lado o travamento do tabuleiro para as acções correntes, por exemplo forças de frenagem, ou para sismos pouco intensos e, por outro lado, que através da ruptura do sistema quando da ocorrência de um sismo intenso o tabuleiro seja libertado obstando-se, assim, ao desenvolvimento de esforços importantes nos pilares e/ou encontros.

5.2 - ASPECTOS NUMÉRICOS

O modelo desenvolvido encontra-se implementado através do programa de cálculo automático SABRI. A experiência entretanto obtida com a utilização deste programa permitiu a percepção e a solução de algumas questões de índole numérica que merecem referência.

5.2.1 - MATRIZES ESTRUTURAIS

O modo como foi idealizado o modelo global da estrutura tornaria indicado, em princípio, o uso de técnicas de subestruturação, uma vez que a generalidade dos elementos do tabuleiro se comporta em regime linear e a localização das zonas com comportamento não linear é bem determinada. No programa SABRI as matrizes de rigidez, massa (consistente) e amortecimento são armazenadas em banda, opção que se justifica pelas seguintes razões:

- Os modelos de estruturas de pontes são, em geral, suficientemente bem discretizados a partir de algumas dezenas de nós a que correspondem apenas algumas centenas de graus de liberdade. Além disso, é possível obter larguras de banda muito pequenas desde que a numeração dos nós seja convenientemente efectuada, o que conduz a dimensões relativamente reduzidas das matrizes de rigidez, massa e amortecimento e permitem a resolução das equações do movimento em memória central sem ser necessário recorrer a memória auxiliar. Nestas condições o armazenamento em banda apresenta segundo Azevedo (Ref. 105) índices de eficiência comparáveis ao armazenamento em perfil, com a vantagem de ser muito mais simples a manipulação das matrizes;
- A contabilização dos tempos de cálculo dispendidos em cada fase do programa SABRI mostrou que as fases correspondentes a manipulação de matrizes (montagem, retrossubstituições, multiplicações, etc) correspon-

dem tipicamente a menos de 5% do tempo total de cálculo; verificou-se também que cerca de 90% do tempo total de cálculo é consumido no processo iterativo de verificação da compatibilidade e equilíbrio nas secções de controlo dos elementos não lineares de pilar. Afigura-se, assim, não se justificar a adopção de técnicas de substruturação.

A consideração do efeito $P-\Delta$ é feita através da adição de uma matriz geométrica (Ref. 106) à matriz de rigidez elástica dos elementos estruturais. A matriz geométrica considerada é válida apenas em condições de esforço axial constante; em rigor esta matriz deveria ser alterada no decorrer do cálculo (devido à variação do esforço axial) mas afigura-se que, neste caso, a consideração de uma matriz constante não introduz erros apreciáveis na contabilização do efeito $P-\Delta$ desde que os seus coeficientes sejam calculados a partir dos valores dos esforços axiais devidos às acções permanentes e à parcela das acções variáveis com carácter de permanência.

Foi considerado um amortecimento de Rayleigh pelo que a matriz de amortecimento é da forma

$$C = aM + bK \quad (5.4)$$

sendo a e b constantes determinadas a partir de valores do amortecimento fixados para 2 modos de vibração com frequências distintas e K , M e C respectivamente as matrizes de rigidez, massa e amortecimento da estrutura. O amortecimento de Rayleigh apresenta o inconveniente de, em geral, os modos de ordem superior serem consideravelmente mais amortecidos que os primeiros, a partir dos quais se determinam, em geral, as constantes a e b . Bathé (Ref. 107) sugere que este problema pode ser ultrapassado de forma expedita considerando agrupamentos de modos de vibração com frequências próprias próximas para os quais se toma a "frequência média" e se fixa o "amortecimento médio". É também possível fixar os amortecimentos num qualquer número de modos de vibração (ver, por exemplo, Bathe, Ref. 107 e Clough e Penzien, Ref. 108) mas, além de ser muito mais trabalhoso, o processo conduz a matrizes de amortecimento que não são, em geral,

bandadas. Casos particulares da matriz de amortecimento representada pela expressão (5.4) são as matrizes de amortecimento proporcionais à matriz de massa, $C = aM$, e à matriz de rigidez, $C = bK$. No primeiro caso o amortecimento varia inversamente com a frequência e portanto os modos superiores são fracamente amortecidos; no segundo caso o amortecimento é directamente proporcional às frequências e portanto os modos superiores são fortemente amortecidos.

5.2.2 - RESOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DE MOVIMENTO

A resolução das equações de movimento é efectuada passo a passo recorrendo ao método de Newmark (com $\delta=1/2$; $\alpha=1/4$) (Ref. 109) e ao algoritmo das forças fictícias. As acções sísmicas são representadas por séries temporais de acelerações aplicadas na base, segundo as 3 direcções do referencial global da estrutura; é admitida a hipótese de base rígida, cuja razoabilidade foi discutida no capítulo 2.

A principal consequência da adopção do algoritmo das forças fictícias é que a matriz de rigidez global da estrutura não é alterada no decorrer do cálculo, sendo os efeitos não lineares contabilizados através de um conjunto de forças fictícias que é adicionado ao vector de forças inicial, de modo a assegurar o equilíbrio. As equações de movimento podem ser escritas na forma

$$M \ddot{q}(t) + C \dot{q}(t) + \bar{K} q(t) = -m_x \ddot{x}(t) - m_y \ddot{y}(t) - m_z \ddot{z}(t) \quad (5.5)$$

em que

M, C - matrizes de massa e amortecimento da estrutura;

$\bar{K}$ - matriz de rigidez efectiva calculada de acordo com Bathe (Ref. 107);

$\ddot{q}(t), \dot{q}(t), q(t)$ - vectores representativos das acelerações, velocidades e deslocamentos nos graus de liberdade da estrutura;

m_x, m_y, m_z - vectores obtidos pela multiplicação da matriz de massa por vectores cujos únicos elementos diferentes de zero são unitários e colocados em posições correspondentes, respectivamente, aos graus de liberdade da estrutura segundo as direcções x, y e z do referencial global;

$\ddot{x}(t), \ddot{y}(t), \ddot{z}(t)$ - valores das acelerações impostas na base da estrutura segundo as direcções x, y e z do referencial global.

Admitindo que a matriz de rigidez $\bar{K}$ pode ser decomposta numa componente linear e numa componente não linear (que dependerá da história das deformações), ter-se-á

$$\bar{K} = K_L + K_{NL}(q(\tau))_{\tau < t} \quad (5.6)$$

e fazendo

$$K_{NL}(q(\tau))_{\tau < t} \cdot q(t) = f(t) \quad (5.7)$$

as equações de movimento tomam a forma

$$M \ddot{q}(t) + C \dot{q}(t) + K_L q(t) = -m_x \ddot{x}(t) - m_y \ddot{y}(t) - m_z \ddot{z}(t) - f(t) \quad (5.8)$$

em que $f(t)$ representa um vector de forças fictícias. Uma vez que não é possível determinar, no início de cada passo, qual o conjunto de forças fictícias que assegura o equilíbrio no final do passo torna-se necessário iterar sobre uma estimativa inicial até que sejam satisfeitos os critérios de convergência previamente estabelecidos. Os cálculos relativos a um determinado passo contêm as seguintes operações:

- (1) Imposição das acelerações na base;
- (2) Determinação do vector de forças efectivo (Bathe, Ref. 107);

- (3) Cálculo de deslocamentos, velocidades e acelerações;
- (4) Cálculo da distribuição de momentos flectores em regime linear;
- (5) Obtenção das curvaturas nas secções de controlo;
- (6) Determinação da resposta das secções de controlo (ver secção 5.1.1);
- (7) Comparação dos momentos flectores lineares e não lineares e obtenção das forças f_a que serão referidas em 5.2.3;
- (8) Verificação dos critérios de convergência. Caso estes critérios não sejam satisfeitos realiza-se uma nova estimativa do conjunto de forças fictícias e, após a actualização do vector de forças efectivo regressa-se à operação (3). Caso os critérios de convergência sejam satisfeitos o processo termina e avança-se para o passo seguinte (início em (1)).

5.2.3 - CRITÉRIOS E ACELERAÇÃO DA CONVERGÊNCIA

A utilização do programa SABRI mostrou que os critérios de convergência deveriam ser estabelecidos a partir dos erros, relativos e absolutos, observados nas grandezas que se pretende controlar. Os critérios de convergência são estabelecidos em termos de erros quadráticos médios absolutos e erros quadráticos relativos, de acordo com

$$\eta_a = \sqrt{\frac{\sum_i^n (g_i^{(j)} - g_i^{(j-1)})^2}{n}} \leq tol_a \quad (5.9)$$

$$\eta_r = \sqrt{\sum_i^n \left(\frac{g_i^{(j)} - g_i^{(j-1)}}{g_i^{(j)}} \right)^2} \leq tol_r \quad (5.10)$$

representando $g_i^{(j)}$ os valores da grandeza g na iteração j e $g_i^{(j-1)}$ os valores da mesma grandeza na iteração $j-1$. Na versão actual do programa estes critérios são aplicados aos sucessivos vectores de forças fictícias e também aos momentos não lineares obtidos nas secções de controlo, bastando que se verifique simultaneamente uma das condições (5.9) ou (5.10) para ambas as grandezas (forças fictícias e momentos não lineares) para se considerar que o processo convergiu. Note-se que a adopção destes 2 critérios se justifica uma vez que em casos de efeitos não lineares incipientes o critério expresso por (5.9) controla a convergência, enquanto que no caso de se verificarem grandes incursões inelásticas a convergência é controlada pelo critério expresso por (5.10). Saliente-se também que o estabelecimento dos critérios de convergência em termos de erros quadráticos se afigura especialmente indicado uma vez que é maior o peso das maiores diferenças ($g_i^{(j)} - g_i^{(j-1)}$).

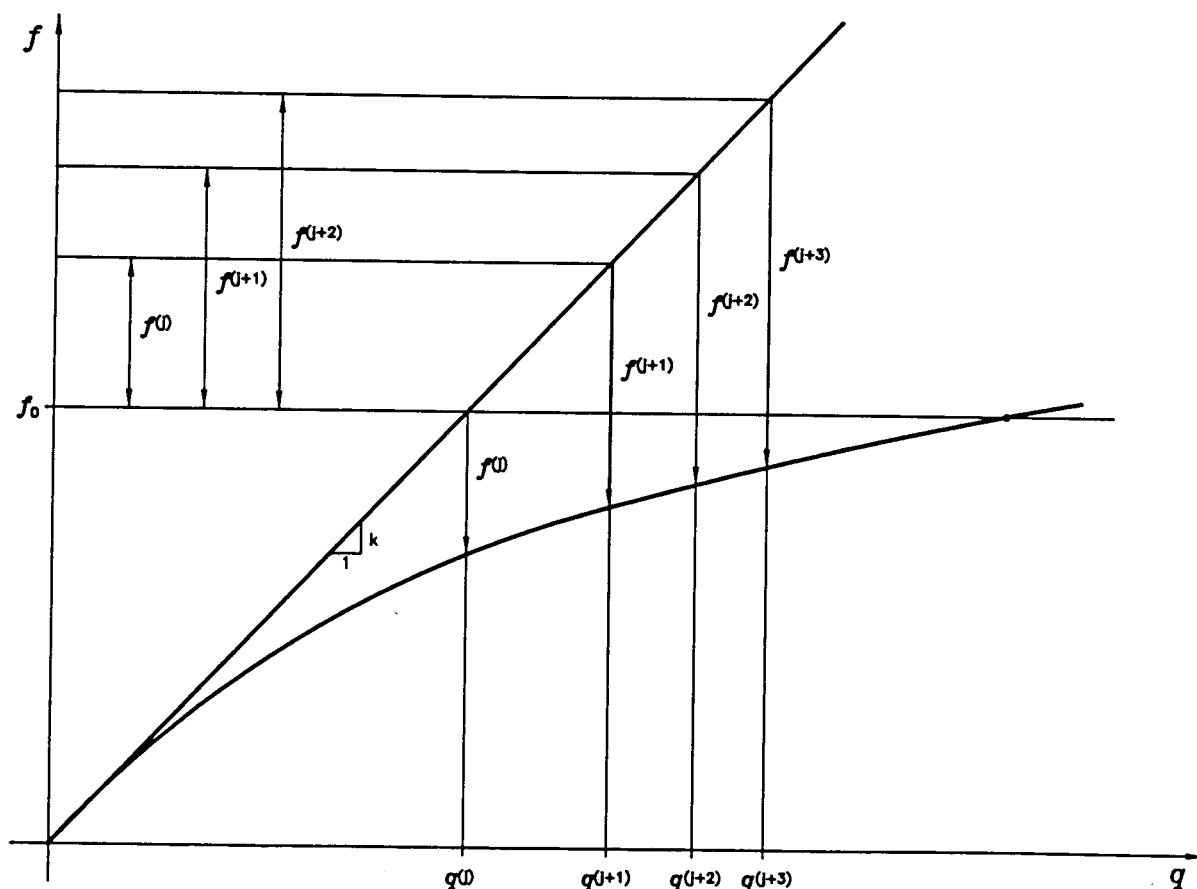


Fig. 5.3 - Algoritmo das forças fictícias.

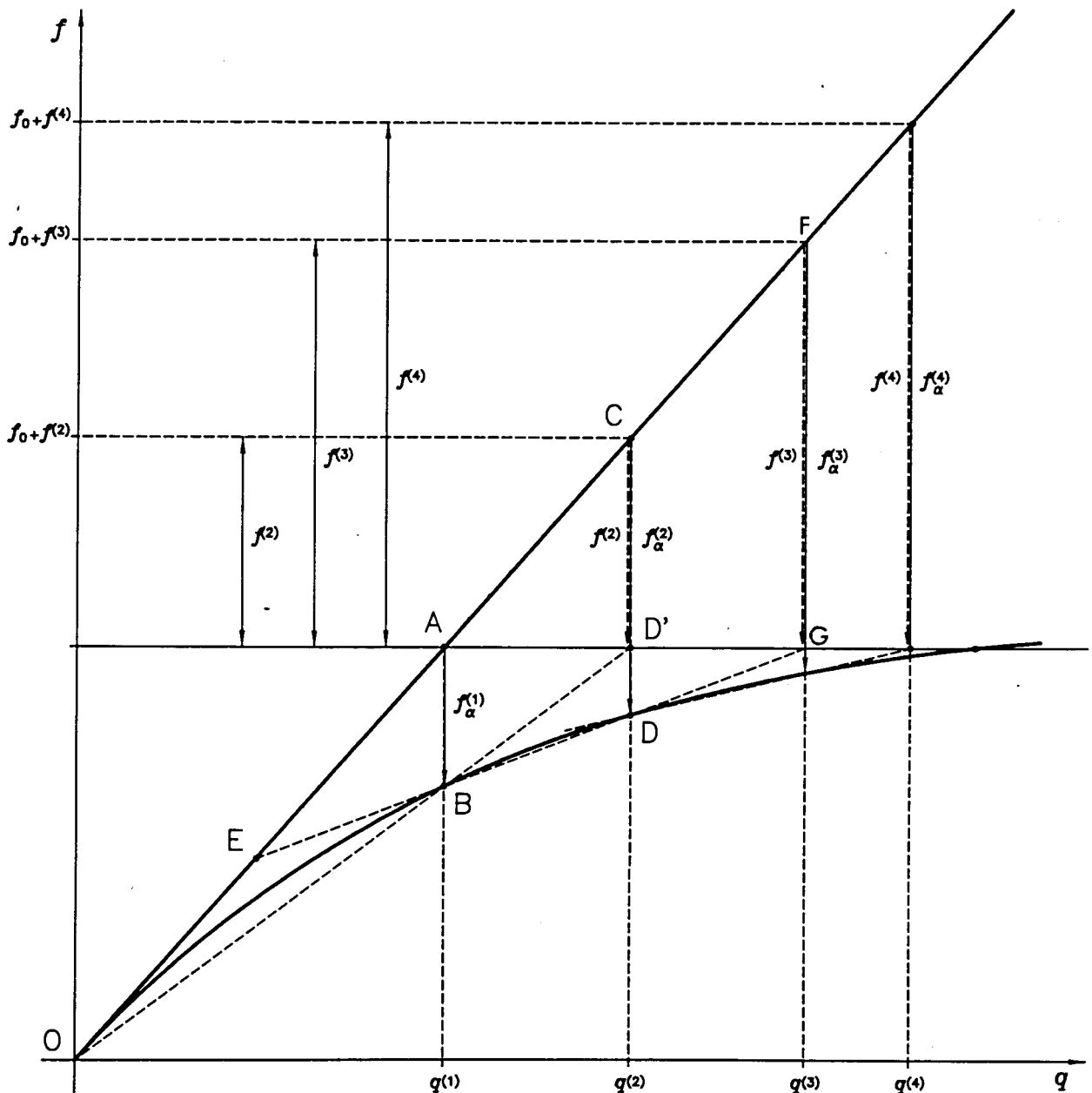


Fig. 5.4 - Técnica de aceleração da convergência.

A velocidade de convergência do algoritmo de forças fictícias (esquematicamente ilustrado na Fig. 5.3) é baixa, tornando-se necessário recorrer a técnicas de aceleração de convergência. Uma técnica que se revelou particularmente eficiente é a que se encontra esquematizada na Fig. 5.4. Num determinado passo a 1ª iteração é realizada com forças fictícias nulas obtendo-se, um vector de deslocamento $q^{(1)}$ e por diferença entre os esforços lineares e não lineares, um vector de forças fictícias $f_{\alpha}^{(1)}$ a partir do qual, considerando a rigidez secante, é possível calcular o vector de forças fictícias $f^{(2)}$ que será adicionado ao vector de

forças efectivo no início da 2ª iteração. Na 2ª iteração é obtido um vector $f_{\alpha}^{(2)}$ (com significado idêntico a $f_{\alpha}^{(1)}$ e, embora se pudesse considerar novamente a rigidez secante para a determinação de $f_{\alpha}^{(3)}$, uma melhor estimativa de $f_{\alpha}^{(3)}$ pode ser obtida considerando a rigidez a partir dos deslocamentos $q^{(1)}$ e $q^{(2)}$ já determinados. Esta técnica permite, em geral, a redução do tempo total de cálculo em mais de 50% e é concretizada pelas seguintes expressões

$$f^{(1)} = 0 \quad (5.11)$$

$$f^{(2)} = \frac{f_0 \cdot f_{\alpha}^{(1)}}{f_0 - f_{\alpha}^{(1)}} \quad (5.12)$$

$$f^{(i+1)} = \frac{f^{(i)} f_{\alpha}^{(i-1)} - f^{(i-1)} f_{\alpha}^{(i)}}{f^{(i)} - f^{(i-1)} - f_{\alpha}^{(i)} + f_{\alpha}^{(i-1)}} \quad (i \geq 2) \quad (5.13)$$

A expressão (5.12) é obtida considerando a semelhança entre os triângulos OAB e OCD' na Fig. 5.4 enquanto que a expressão (5.13) resulta da semelhança entre os triângulos ECD e EFG na mesma figura.

5.2.4 - SUBDIVISÃO DO PASSO DE INTEGRAÇÃO

A inclusão de elementos de junta no modelo global da estrutura merece também alguma atenção uma vez que quando se verifica o fecho das juntas se geram acelerações muito elevadas que são susceptíveis de provocar a instabilidade da integração passo a passo. Nessa situação a experiência mostrou que o passo de integração normalmente usado (0,02 segundos) deverá ser subdividido em pelo menos 20 intervalos ou seja, o passo de integração deverá ser igual ou inferior a 0,001 segundos. No entanto, e uma vez que o tempo que a junta permanece fechada é muito pequeno comparado com o tempo de duração das acções sísmicas, é desejável, por razões de economia, que a adopção de um tão pequeno passo de integração seja restringido a pequenos espaços de tempo. Torna-se,

portanto, necessário prever com algum rigor o instante em que pode ocorrer o fecho das juntas. Esta previsão pode ser feita com alguma facilidade calculando uma estimativa do deslocamento relativo dos bordos da junta (que é variável efectivamente controlada) através do seu desenvolvimento em série de Taylor até ao termo contendo a derivada de 2ª ordem, de acordo com a expressão

$$\begin{aligned} \delta_r(t+\Delta t) = \delta_r(t) + \left[\frac{\delta_r(t) - \delta_r(t-\Delta t)}{\Delta t} \right] \Delta t + \\ + \frac{1}{2} \left[\frac{\frac{\delta_r(t) - \delta_r(t-\Delta t)}{\Delta t} - \frac{\delta_r(t-\Delta t) - \delta_r(t-2\Delta t)}{\Delta t}}{\Delta t} \right] \Delta t^2 \end{aligned} \quad (5.14)$$

que uma vez simplificada se transforma em

$$\delta_r(t+\Delta t) = \frac{5}{2} \delta_r(t) - 2 \delta_r(t-\Delta t) + \frac{1}{2} \delta_r(t-2\Delta t) \quad (5.15)$$

Assim, quando o valor estimado de $\delta_r(t+\Delta t)$ aponta no sentido do fecho da junta o passo de integração é subdividido num número de intervalos iguais, que é escolhido pelo utilizador, entre os instantes t e $t+\Delta t$. No caso de se verificar que a junta permanece fechada no instante $t+\Delta t$ procede-se a nova subdivisão entre os instantes $t+\Delta t$ e $t+2\Delta t$ e assim sucessivamente.

5.3 - O PROBLEMA DO COMPRIMENTO DA RÓTULA PLÁSTICA

A apresentação do elemento não linear de pilar de betão armado efectuada na secção 5.1.1 deixou em aberto 2 questões. A primeira questão diz respeito à razoabilidade de admitir que as curvaturas são constantes ao longo do comprimento do elemento enquanto que a segunda questão, que é um pouco consequência da primeira, consiste em se saber qual o comprimento que esses elementos devem possuir.

Estas questões estão intimamente ligadas ao comprimento da rótula plástica. Note-se que nos modelos fibrosos, tal como foram apresentados no capítulo 3, o comprimento da rótula plástica não necessita de ser conhecido uma vez que a distribuição de curvaturas pode ser determinada através dos seus valores nas secções de controlo. Facto idêntico se verifica em relação ao modelo que vem sendo apresentado neste capítulo, nos casos em que as zonas com comportamento não linear são discretizadas com vários elementos não lineares de pilar. O problema coloca-se, assim, quando essas zonas são discretizadas num único elemento, por razões de economia de cálculo. Neste caso, e devido à hipótese formulada de que a distribuição de curvaturas é constante no elemento, com um valor calculado a partir do momento flector a meio comprimento, poder-se-á ser conduzido a erros grosseiros de avaliação por defeito ou por excesso, conforme o comprimento considerado para esses elementos seja, respectivamente, demasiado grande ou demasiado pequeno. Afigura-se portanto que esses elementos deverão possuir um comprimento da ordem de grandeza do comprimento da rótula plástica.

O comprimento da rótula plástica depende basicamente da extensão da zona em que se verifica a plastificação das armaduras longitudinais mas pode ser também afectado por outros 2 fenómenos com alguma importância. O primeiro destes fenómenos é usualmente designado como "yield penetration" sendo devido à impossibilidade física de, na secção de encastramento, a curvatura passar dum valor máximo para zero num comprimento infinitesimal, gerando-se uma rotação adicional. O segundo fenómeno consiste na inclinação das fendas devido ao efeito do esforço transversal, situação em que hipótese das secções planas deixa de ser válida e as tensões e deformações nas armaduras são superiores às calculadas, verificando-se o "alastramento" da rótula plástica (Fig. 5.5). Park e Paulay (Ref. 53) referem as expressões empíricas propostas por Baker e Corley para estimar o comprimento da rótula plástica, em que é aceite o princípio de este comprimento ser proporcional à distância da secção crítica ao ponto de momentos nulos ("point of contraflexure"). Mais recentemente, Priestley e Park (Ref. 110), baseados na análise dos resultados de um grande número de ensaios realizados na Universidade de Canterbury, Nova Zelândia (ver, por exemplo, Refs. 111 a 114), concluíram que

o comprimento da rótula plástica praticamente não é influenciado pela distância da secção crítica ao ponto de momento nulo. Também com base nesses resultados Priestley e Park concluíram que uma estimativa razoável para o comprimento da rótula plástica, L_p , pode ser obtida fazendo $L_p = 0,5D$ em secções circulares ou $L_p = 0,5h$ em secções rectangulares, representando D e h respectivamente o diâmetro e altura das secções. Estes valores estão de acordo com os resultados obtidos em testes de calibração realizados com o programa SABRI, em que as zonas críticas foram discretizadas num número significativo de elementos (5 a 10) não lineares de pilar. Face a estes resultados afigura-se que, quando as zonas críticas sejam discretizadas apenas num único elemento não linear de pilar, se devem considerar as relações $0,5D < L_p < D$ ou $0,5h < L_p < h$, conforme o caso.

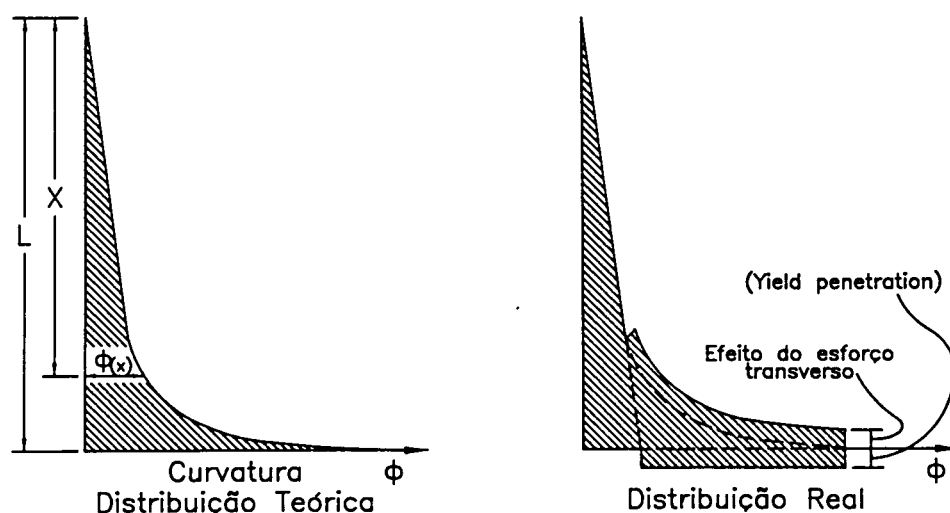


Fig. 5.5 - Influência da "yield penetration" e da inclinação das fendas devida ao esforço transversal no comprimento da rótula plástica.

5.4 - RESULTADOS

O programa SABRI foi idealizado de forma a ter uma arquitectura aberta. É, por isso, possível a inclusão futura de novos tipos de elementos através de pequenas adaptações; é, também, muito simples a inclusão de novas rotinas contendo, por exemplo, novos modelos dos materiais. Tratando-se de um programa

bastante sofisticado a quantidade de dados necessários é significativa razão pela qual foi necessário desenvolver programas de pré-processamento. Destes, o mais significativo é um gerador automático dos dados das secções de controlo a partir dum pequeno volume de dados iniciais, com possibilidades de representação gráfica das secções geradas. Por outro lado o volume de resultados torna a sua análise e interpretação impossíveis sem o recurso a pós-processadores. Foram, portanto, elaborados programas que permitem a representação gráfica de:

- Histórias de acelerações na base;
- Histórias de acelerações, velocidades e deslocamentos em todos os nós;
- Trajectórias de deslocamentos em todos os nós;
- Histórias de curvaturas e momentos flectores nas secções de controlo;
- Histórias de esforço axial e extensão média axial nas secções de controlo;
- Diagramas momentos-curvaturas nas secções de controlo;
- Histórias de acelerações, velocidades e deslocamentos relativos nos elementos de junta.

Nas Figs. 5.6 e 5.7 são ilustrados alguns dos resultados que o programa SABRI permite obter. Estas figuras referem-se à estrutura da ponte analisada na secção 6.4. A Fig. 5.6 representa as acelerações, velocidades e deslocamentos relativos do nó de intersecção do pilar esquerdo com o tabuleiro, enquanto que a Fig. 5.7 diz respeito aos esforços e deformações na base desse mesmo pilar. Estes resultados referem-se à estrutura dimensionada com um factor de comportamento de 3 tendo aplicado na base um acelerograma correspondente à acção sísmica tipo 2 definida no RSA, normalizado para uma aceleração de 600 cm/s^2 .

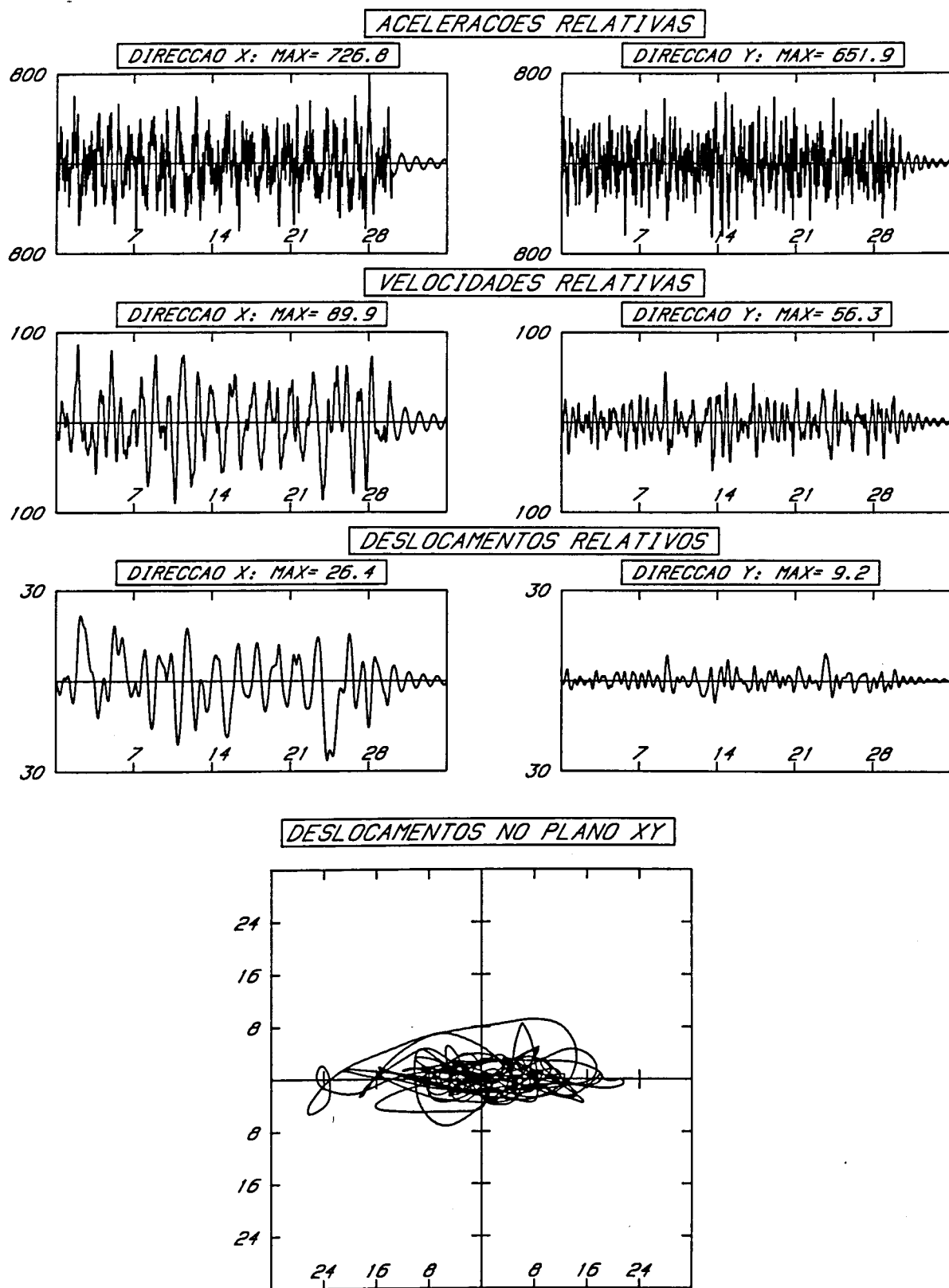


Fig. 5.6 - Representação gráfica de resultados do programa SABRI.

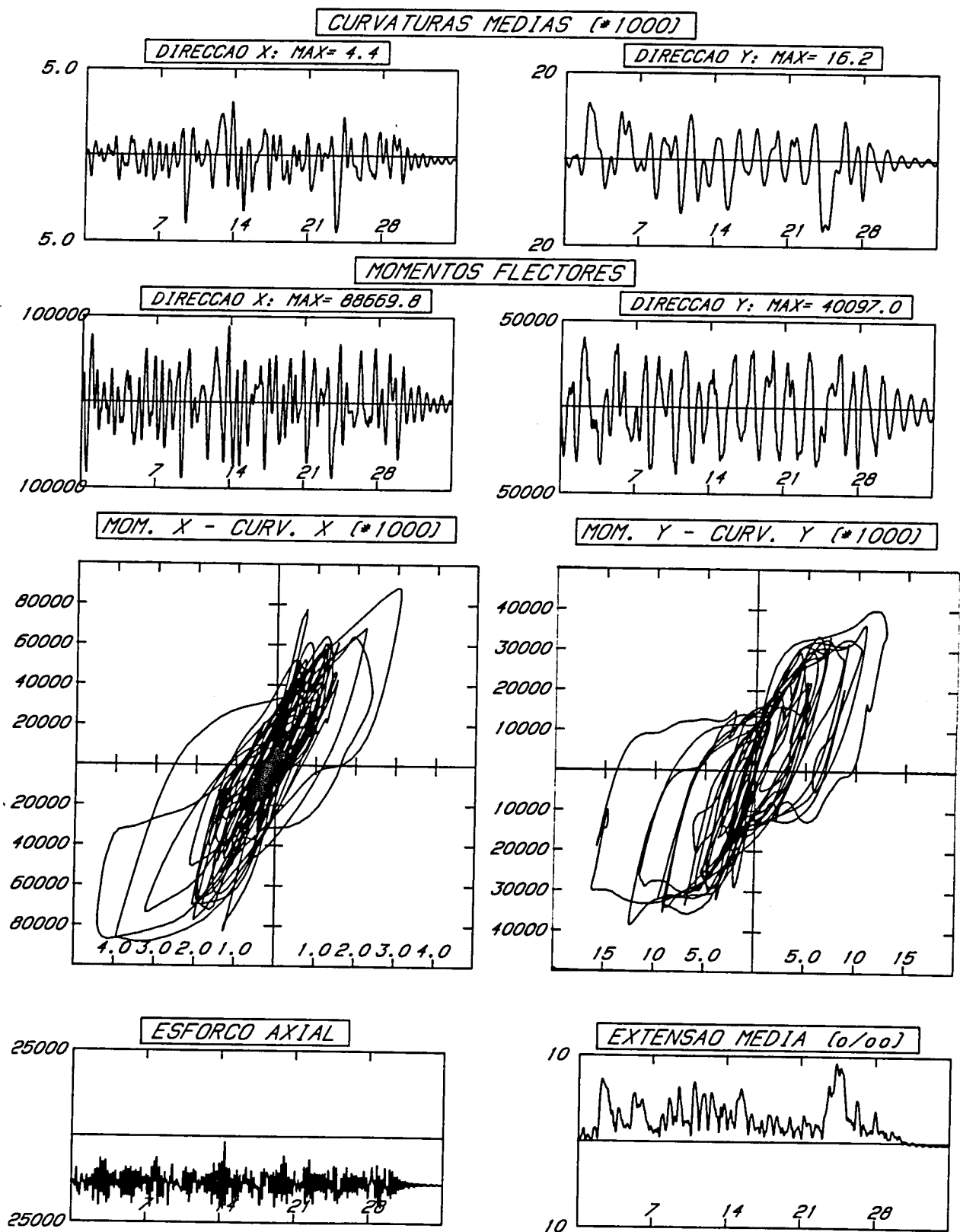


Fig. 5.7 - Representação gráfica de resultados do programa SABRI.

5.5 - OBSERVAÇÕES FINAIS

O modelo desenvolvido é um modelo potente e bastante sofisticado que permite ter em conta os aspectos fundamentais do comportamento sísmico não linear de estruturas de pontes com pilares de betão armado em que os fenómenos não lineares ocorram fundamentalmente por flexão nos pilares e analisar esse comportamento numa forma realista. Note-se que este modelo é suficientemente geral, podendo ser usado tanto para estruturas de edifícios como para estruturas de pontes. No entanto, a sua utilização para a análise de estruturas de edifícios não se afigura justificada uma vez que os aspectos relevantes do comportamento podem ser bem idealizados através de modelos mais eficientes (por exemplo do tipo Takeda); em contrapartida, e pelo facto de nas estruturas de pontes o número de zonas críticas ser inferior e com localizações bem determinadas, a sua utilização para este tipo de estruturas é especialmente indicada.

No entanto, deve salientar-se que em face dum modelo tão sofisticado se coloca a questão de saber qual a utilidade e como tratar o volume de resultados que são obtidos. Questão igualmente importante diz respeito ao significado desses resultados, considerando o facto de que a partir dum mesmo espectro de potência (contendo as características gerais da acção sísmica de projecto) é possível gerar um número infinito de acelerogramas com características diferentes correspondendo a esse espectro de potência. Uma forma de resolver parcialmente esta questão seria a realização da análise considerando um grande número de acelerogramas e fazer um tratamento estatístico dos resultados; no entanto, e por razões óbvias, essa via não parece aconselhável. A utilidade dum modelo tão sofisticado só é realmente efectiva quando ele é integrado no âmbito de uma estratégia de verificação da segurança. As estratégias clássicas de verificação da segurança a partir dos resultados de análises não lineares (e.g., a comparação entre ductilidades exigidas e disponíveis) não parecem, neste caso, apropriadas, face ao tipo e qualidade dos resultados que o modelo permite obter. Haverá portanto que caminhar no sentido do desenvolvimento de uma estratégia que permita avaliar de forma mais objectiva a segurança das estruturas sujeitas à acção dos sismos.

CAPÍTULO 6

VERIFICAÇÃO DA SEGURANÇA

Uma das consequências mais importantes do comportamento dinâmico das estruturas em regime não linear é o facto de a severidade dos efeitos das acções sísmicas ser influenciada de modo muito significativo pelas características de rigidez e resistência das estruturas. Esta interdependência deve ser tida em conta no projecto de estruturas sujeitas a acções sísmicas, razão pela qual ganha especial relevância a identificação do método de dimensionamento a considerar.

Em geral o método de dimensionamento não é explicitamente considerado ao nível do projecto. Com efeito, mesmo na regulamentação mais moderna (em que é reconhecida a necessidade de tirar partido do comportamento não linear das estruturas) são implicitamente considerados os métodos clássicos de dimensionamento, com adaptações para ter em conta o comportamento não linear, das quais a mais comumente usada consiste na utilização de coeficientes de comportamento. A introdução do "capacity design" no Eurocódigo nº 8, que pode ser encarado como um aperfeiçoamento do dimensionamento em ductilidade melhorada, representa um pequeno passo em frente mas envolve já um acréscimo de complexidade significativo.

O método de dimensionamento implícito na actual regulamentação portuguesa é baseado na utilização de coeficientes de comportamento. Para uma gama relativamente restrita de estruturas (denominadas estruturas correntes) a adopção deste método dispensa a verificação explícita da segurança, quando

utilizados os valores dos coeficientes de comportamento prescritos. Para as estruturas não correntes, e uma vez que as características do comportamento dinâmico de estruturas em regime não linear tornam muito difícil a extrapolação das conclusões obtidas do estudo de um número limitado de casos, é necessário fazer explicitamente a verificação da segurança. A forma mais objectiva de efectuar esta verificação consistiria em, uma vez dimensionada a estrutura, calcular a sua probabilidade de ruína (probabilidade de ser atingido um determinado estado limite) a partir dos resultados de análises não lineares a qual seria comparada com uma probabilidade de ruína de referência. No entanto, a aplicação desta metodologia não é compatível com as exigências normalmente postas ao nível do projecto, havendo também a considerar as dificuldades de realização de um grande número de análises não lineares, por várias ordens de razões que foram referidas anteriormente.

A operacionalidade exigida às metodologias usadas no projecto condiciona, portanto, de forma importante, o caminho a seguir. Face ao actual estado de conhecimentos afigura-se que o caminho mais viável consiste na determinação e calibração de coeficientes de comportamento ou coeficientes de ductilidade locais que conduzam a probabilidades de ruína aceitáveis⁽⁹⁾. Duarte *et al* (Ref. 117) propuseram uma metodologia para a quantificação de coeficientes de comportamento de estruturas complexas que consiste essencialmente no seguinte:

- (1) Determinação dos valores das variáveis de controlo (variáveis que descrevem os efeitos da acção dos sismos na estrutura) a partir duma análise linear e considerando o valor característico da acção dos sismos;
- (2) Dimensionamento provisório da estrutura com base nos valores lineares corrigidos por coeficientes de comportamento com valores arbitrados;

⁽⁹⁾ *Note-se que esta é a via implicitamente preconizada no comentário ao artigo 33º do REBAP (Ref. 115). A definição de valores aceitáveis para a probabilidade de ruína é muito subjectiva. Leporati (Ref. 116) indica que para os estados limites normalmente considerados a probabilidade de ruína varia entre 10^{-3} e 10^{-7} .*

- (3) Estimativa da função de vulnerabilidade (função, em geral não linear, que relaciona os valores dos parâmetros que descrevem a severidade das acções sísmicas com os valores das variáveis de controlo);
- (4) Cálculo da probabilidade de ruína e identificação da "zona provável de colapso";
- (5) Calibração da função de vulnerabilidade para os valores da acção dos sismos correspondentes à "zona provável de colapso" através de análises não lineares;
- (6) Cálculo da probabilidade de ruína e quantificação dos coeficientes de comportamento a partir da função de vulnerabilidade calibrada.

De acordo com esta metodologia, se a probabilidade de ruína for insuficientemente pequena será, em geral, necessário redimensionar a estrutura e após a definição de uma nova zona provável de colapso repetir os passos (5) e (6) até que os valores obtidos para a probabilidade de ruína sejam aceitáveis. Por vezes, e tirando partido da regularidade da função de vulnerabilidade, bastará efectuar o redimensionamento da estrutura e obter novos valores dos coeficientes de comportamento por extrapolação, evitando-se a repetição das análises não lineares.

As fases mais delicadas desta metodologia consistem na estimativa da função de vulnerabilidade e na sua calibração, nomeadamente devido ao grande esforço de cálculo necessário para a definição da zona provável de colapso. Neste capítulo é apresentada uma metodologia baseada no teorema de Bayes que permite otimizar o processo de estimação da função de vulnerabilidade e de definição da zona provável de colapso.

6.1 - NÍVEIS DE VERIFICAÇÃO DA SEGURANÇA

O problema básico da verificação da segurança pode ser formulado da forma que se segue (Borges e Castanheta, Ref. 118). Seja $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ o vector de variáveis aleatórias (propriedades dos materiais, acções, dimensões geométricas, ...) que se denominarão como variáveis básicas, x_i uma realização da variável aleatória X_i e $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ uma realização do vector de variáveis aleatórias $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$. No espaço n-dimensional das variáveis básicas é possível definir uma superfície representada de forma genérica pela equação

$$g(X) = g(X_1, X_2, \dots, X_n) = 0 \quad (6.1)$$

que divide o espaço nas regiões D_r (região de ruína) e D_s (região de segurança) representadas esquematicamente na Fig. 6.1. Sendo $f_x(x_1, x_2, \dots, x_n)$ a função densidade de probabilidade conjunta das n variáveis básicas, a probabilidade de ruína pode ser calculada pela expressão

$$P_r = \int_{D_r} f_x(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n \quad (6.2)$$

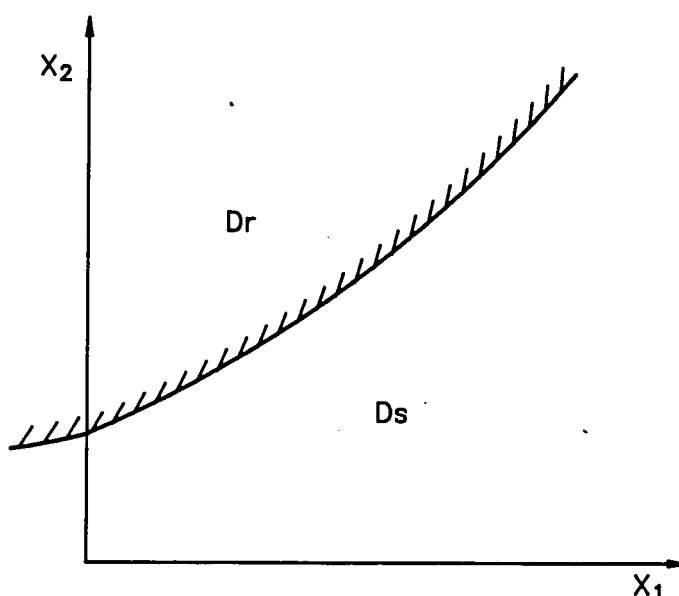


Fig. 6.1 - Representação esquemática da superfície $g(x)=0$ e das regiões D_r e D_s .

A verificação da segurança consiste, portanto, nas seguintes operações:

- (1) Escolha dos parâmetros a tratar como variáveis aleatórias (ou seja, determinação do vector $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ e definição da densidade de probabilidade conjunta $f_x(x_1, x_2, \dots, x_n)$;
- (2) Determinação, para cada estado limite, da superfície $g(x) = 0$ que o representa e definição das regiões D_r e D_s ;
- (3) Cálculo da probabilidade de ruína pela resolução de integrais múltiplos do tipo do indicado na expressão (6.2).

6.1.1 - O NÍVEL 3

O nível 3 de verificação da segurança consiste no cálculo exacto dos integrais que definem a probabilidade de ruína. Qualquer das 3 operações referidas anteriormente como fazendo parte da sequência genérica de verificação da segurança envolve dificuldades consideráveis, razão pela qual é necessário introduzir simplificações importantes que conduzem aos níveis 1 e 2; presente-mente, e devido à sua complexidade, o uso do nível 3 está, em geral, restrito ao domínio da investigação.

6.1.2 - O NÍVEL 2

O nível 2 corresponde a uma abordagem probabilística simplificada em que as probabilidades de ruína são substituídas por índices de fiabilidade ("reliability indices"). As variáveis aleatórias são caracterizadas a partir do seu valor médio e da sua variância, sendo a correlação entre as diferentes variáveis representada por uma matriz de covariância C . Nesta secção segue-se essencialmente Borges e Catanheta (Ref. 118)

Considere-se que as variáveis básicas X_i são não correladas, isto é, que os termos não diagonais da matriz de covariâncias são nulos⁽¹⁰⁾. Substituindo o conjunto das variáveis básicas por um conjunto de variáveis transformadas Y_i definidas pela expressão

$$Y_i = \frac{X_i - \bar{X}_i}{\sigma_{x_i}} \quad (6.3)$$

em que $\bar{X}_i$ e σ_{x_i} são, respectivamente, o valor médio e o desvio padrão da variável X_i , a superfície $g(x) = 0$ é transformada numa superfície $g(y) = 0$ definida num espaço cuja origem corresponde ao valor médio das variáveis X_i . Neste espaço o índice de fiabilidade β é definido como a menor distância da origem à superfície $g(y) = 0$.

Uma vez que a função g que define o estado limite é, em geral, não linear, a técnica mais expedita para calcular o índice β consiste na linearização da função g através da sua expansão em série de Taylor em torno dum ponto x^* retendo apenas os termos lineares, de acordo com a expressão

$$g(x_1, x_2, \dots, x_n) \approx g(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial g}{\partial x_i} (x_i - x_i^*) \quad (6.4)$$

que permite substituir a superfície $g(x) = 0$ por um plano que lhe é tangente no ponto $x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*$ (Fig. 6.2). Usando variáveis transformadas o índice de fiabilidade β é dado pela expressão

$$\beta = \frac{\sum_i \frac{\partial g}{\partial y_i} y_i^*}{\sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial g}{\partial y_i} \right)^2}} \quad (6.5)$$

⁽¹⁰⁾ No caso de as variáveis básicas serem correladas é possível obter um novo conjunto de variáveis não correladas através da imposição de uma transformação linear de variáveis que transforme a matriz de covariâncias das novas variáveis numa matriz diagonal.

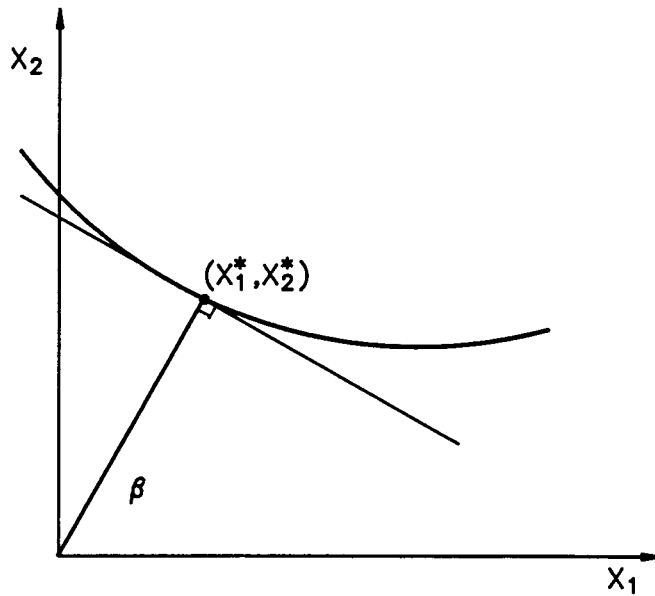


Fig. 6.2 - Representação esquemática da linearização da superfície que define o estado limite.

A posição do ponto y_1^* , y_2^* , ..., y_n^* , que é o ponto da superfície $g(y) = 0$ mais próximo da origem, pode ser determinada por métodos iterativos (Borges e Castanheta, Ref. 118).

Nos casos particulares em que a superfície $g(x) = 0$ é um plano definido pela equação

$$\sum_{i=1}^n a_i x_i + \xi = 0 \quad (6.6)$$

ou, em variáveis transformadas, por

$$\sum_{i=1}^n a_i \sigma_{x_i} y_i + \sum_{i=1}^n a_i \bar{x}_i + \xi = 0 \quad (6.7)$$

o índice de fiabilidade é dado por

$$\beta = \frac{\sum_i a_i \bar{x}_i + \xi}{\sqrt{\sum_i (a_i \sigma_{x_i})^2}} \quad (6.8)$$

Uma vez obtido o índice de fiabilidade os valores de projecto x_i^* devem satisfazer a condição $g(x^*) = 0$ e são obtidos por

$$x_i^* = \bar{x}_i + \beta \alpha_i \sigma_{x_i} \quad (6.9)$$

em que α_i são coeficientes de sensibilidade definidos por

$$\alpha_i = \frac{\frac{\partial g}{\partial x_i} \sigma_{x_i}}{\sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \sigma_{x_i} \right)^2}}, \quad \sum_{i=1}^n \alpha_i^2 = 1 \quad (6.10)$$

Por outro lado, se as variáveis básicas X_i tiverem distribuições normais a probabilidade de ruína pode ser calculada directamente a partir do índice β pela expressão

$$P_r = \Phi(-\beta) \quad (6.11)$$

em que Φ representa a função cumulativa de probabilidade de uma distribuição gaussiana com valor médio nulo e variância unitária. Se as variáveis básicas não tiverem distribuições normais é possível introduzir uma transformação biunívoca que defina um novo espaço de variáveis normais, no qual se pode aplicar a expressão (6.11).

6.1.3 - O NÍVEL 1

Os métodos do nível 1 constituem uma abordagem semi-probabilística do problema da verificação da segurança. Os aspectos probabilísticos do problema são considerados através da adopção de valores característicos das variáveis envolvidas, correspondentes a quantilhos apropriados das distribuições definidas para essas variáveis. Aos valores característicos são associados factores de

segurança parciais, calibrados por métodos do nível 2, tendo em vista a obtenção de níveis adequados de fiabilidade.

A este nível os métodos usados envolvem a comparação dos valores das resistências (apropriadamente minorados) com os valores de combinação das acções permanentes e variáveis por expressões do tipo

$$S_{d_m} = \sum_i \gamma_{g_i} S(G_i) + \gamma_{q_m} [S(Q_m) + \sum_{j \neq m} \psi_{m_j} S(Q_j)] \quad (6.12)$$

sendo:

S_{d_m} - valor de combinação da m-ésima acção;

$S(G_i)$ - efeito da i-ésima acção permanente;

$S(Q_j)$ - efeito da j-ésima acção variável;

$S(Q_m)$ - efeito da acção variável de base da combinação;

γ_{g_i} - factor de segurança para a i-ésima acção permanente;

γ_{q_m} - factor parcial de segurança para a m-ésima acção variável;

ψ_{m_j} - quociente entre o valor na m-ésima combinação e o valor característico da j-ésima acção variável.

Esta expressão é válida no pressuposto de que o comportamento estrutural é linear ou foi adequadamente linearizado. Quando o comportamento estrutural não pode ser linearizado Macchi (Ref. 119) propõe que o factor γ_{q_m} seja dividido em duas parcelas $\gamma_{q_m}^s$ e $\gamma_{q_m}^r$. A primeira destas parcelas contempla a aleatoriedade das acções enquanto que a segunda se destina a ter em conta a variabilidade dos comportamentos estruturais. Quando a acção dos sismos é a acção variável de base da combinação ($m=E$) pode supôr-se que os efeitos das acções permanentes e das acções variáveis, excluindo a acção dos sismos, são calculados em regime linear, considerando-se a seguinte regra de combinação:

$$S_{d_E} = \sum_i \gamma_{g_i} S(G_i) + \gamma_{q_E}^r S(\gamma_{q_E}^s Q_E) + \gamma_{q_E} \sum_{j \neq E} \psi_{E_j} S(Q_j) \quad (6.13)$$

Duarte *et al* (Ref. 120) referem que para o cálculo de $\gamma_{q_E}^r$ é necessário dispor de um modelo probabilístico da distribuição de resistência e rigidez elásticas e de um modelo estocástico para as acções sísmicas com severidade $\gamma_{q_E}^s$. A partir destes 2 modelos é possível determinar o valor médio M_1 do efeito da acção dos sismos quando as resistências e rigidezes são iguais aos valores médios das suas distribuições e o valor médio M_2 do efeito da acção dos sismos num conjunto de estruturas cujas resistências e rigidezes variam de acordo com as respectivas distribuições, podendo-se então definir $\gamma_{q_E}^r = M_2 / M_1$.

Borges e Castanheta (Ref. 118) determinaram a relação entre factores de segurança e probabilidades de ruína para o problema a 1 dimensão para vários tipos de distribuições das acções e resistências e considerando vários valores para os coeficientes de variação dessas distribuições. As distribuições adoptadas foram as seguintes:

- Resistências: normal (RN) e extremos tipo I (RI);
- Acções: normal (SN), extremos tipo I (SI) e extremos tipo II (SII).

Os resultados são apresentados para diversas combinações destas distribuições e considerando os seguintes factores de segurança:

- Factor de segurança central, γ_0 , definido como a razão entre os valores médios das distribuições das resistências e das acções;
- Factor de segurança característico, γ_k , definido como a razão entre o quantilho de 5% da distribuição das resistências e o quantilho de 95% da distribuição das acções;
- Factor de segurança de projecto (design factor of safety), γ^* , definido como a razão entre o quantilho de 0,5% da distribuição das resistências e o quantilho de 95% da distribuição das acções.

Os resultados obtidos mostram que a fiabilidade calculada pode ser significativamente afectada pelo tipo de distribuições consideradas. Hadjian e Goodman (Ref. 121) calcularam as probabilidades de ruína considerando as distribuições das resistências e acções ambas normais e ambas log-normais e verificaram, por exemplo, que para um factor de segurança 3 e coeficientes de variação de 0,3 nas 2 distribuições as probabilidades de ruína calculadas diferem entre si 2 ordens de grandeza ($3,4 \times 10^{-3}$ para as distribuições normais e $3,2 \times 10^{-5}$ para as distribuições log-normais). Um outro resultado interessante do estudo de Hadjian e Goodman é que sendo ambas as distribuições normais o aumento dos factores de segurança pode não se traduzir por um acréscimo de fiabilidade (ou seja, diminuição da probabilidade de ruína); assim, por exemplo, coeficientes de variação da distribuição das resistências superiores a 0,27 não permitem obter probabilidades de ruína inferiores a 10^{-4} ⁽¹¹⁾.

6.2 - QUANTIFICAÇÃO DA PROBABILIDADE DE RUÍNA

Os métodos de avaliação da fiabilidade estrutural desenvolvidos no LNEC baseiam-se na quantificação da probabilidade de ruína a partir dos resultados de análises não lineares (ver, por exemplo, Refs. 122 a 126). Para tal é necessário identificar a função de vulnerabilidade V que relaciona os parâmetros descritivos da severidade da acção dos sismos, h , com as variáveis de controlo, c , que representam a gravidade dos efeitos dessa acção sobre a estrutura, tendo-se $c = V(h)$. Duarte (Ref. 122) apresenta uma definição rigorosa e formal da função de vulnerabilidade.

A importância da função de vulnerabilidade resulta do facto de permitir relacionar as distribuições de probabilidade da acção e da resistência e calcular a probabilidade de ruína. Note-se que a quantificação da probabilidade de ruína

⁽¹¹⁾ Este resultado não é inesperado uma vez que quando o factor de segurança tende para infinito o Índice de fiabilidade β tende para um valor finito igual ao inverso do coeficiente de variação da distribuição das resistências.

baseada em resultados de análises não lineares corresponde a uma verificação de segurança na sua verdadeira acepção na medida em que essas análises só podem ser realizadas quando os limites elásticos dos vários elementos estruturais estão definidos não podendo, portanto, ser utilizadas directamente para o dimensionamento das estruturas. Admitindo que as distribuições de probabilidade da acção e da resistência são conhecidas a quantificação da probabilidade de ruína fica exclusivamente dependente do conhecimento da função de vulnerabilidade; essa probabilidade pode ser calculada, no caso unidimensional, através da expressão

$$P_r = \int_0^{\infty} f_h(h) F_c(V(h)) dh \quad (6.14)$$

em que f_h representa a função densidade de probabilidade da acção, V representa a função de vulnerabilidade e F_c representa a função cumulativa de probabilidade da resistência.

A forma mais directa de quantificar a função de vulnerabilidade e calcular a probabilidade de ruína pode ser sumariada nos seguintes passos (caso unidimensional):

- (1) Escolha do parâmetro descritivo da severidade da acção dos sismos e da variável de controlo;
- (2) Determinação da função de vulnerabilidade calculando, através de análises não lineares, a resposta da estrutura para vários valores do parâmetro descritivo da severidade da acção dos sismos. Nos estudos realizados no LNEC tem sido adoptado como parâmetro descritivo da severidade da acção dos sismos o valor da aceleração de pico; para cada valor desta aceleração são efectuadas análises não lineares para diferentes histórias de acelerações, sendo o valor da função de vulnerabilidade calculado através do valor médio dos valores máximos

da variável de controlo para cada história de acelerações;

- (3) Projecção da função cumulativa de probabilidade da variável de controlo no "espaço das acções" através da função de vulnerabilidade;
- (4) Cálculo da probabilidade de ruína através da expressão (6.14).

A escolha e número das variáveis de controlo está directamente relacionada com a definição dos estados limites. Nos casos em que o estado limite considerado envolva várias variáveis de controlo o método directo é ainda aplicável desde que seja admitida a hipótese de os valores das variáveis de controlo serem probabilisticamente independentes. Nesse caso haverá que calcular a função de vulnerabilidade associada a cada variável de controlo para obter a projecção no "espaço das acções" das funções cumulativas correspondentes a cada variável de controlo. É então possível obter uma função cumulativa global F_{c_g} a partir das diversas funções cumulativas F_{c_i} das variáveis de controlo pela expressão

$$F_{c_g}(V(h)) = 1 - \prod_{i=1}^n [1 - F_{c_i}(V(h))] \quad (6.15)$$

sendo o integral da expressão (6.14) calculado com a função F_{c_g} .

A título exemplificativo indicam-se os resultados obtidos por Duarte *et al* (Ref. 124) para uma ponte com 420 m de vão. A estrutura é constituída por 2 vãos extremos com 35 m de comprimento e 7 vãos intermédios de 50 m. Os pilares possuem uma secção de forma rectangular vazada com dimensões de 3,6 m x 1,2 m e uma espessura de 0,3 m, estando a maior dimensão orientada segundo a direcção transversal da ponte. A altura máxima é de 48 m no meio vão central, variando a altura dos pilares linearmente dos encontros para o centro da ponte; a altura dos pilares é portanto de 15, 24, 34 e 43 m. Os pilares foram considerados encastrados nas fundações e ligados monoliticamente ao tabuleiro. Nos encontros foram impedidos os movimentos do tabuleiro na direcção

transversal. O estado limite considerado corresponde a ser atingida, na base de pelo menos um dos pilares, uma extensão de compressão ϵ superior ao valor admissível, definido este através de uma distribuição log-normal

$$p = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \delta \epsilon} \exp \left\{ \frac{-\ln^2 (\epsilon / \beta)}{2\delta^2} \right\} \quad (6.16)$$

com $\beta = 0,026$ e $\delta = 0,2107$; a definição do estado limite desta forma obrigou a considerar 4 variáveis de controlo que são as extensões máximas de compressão na base dos pilares⁽¹²⁾. O parâmetro descritivo da severidade da acção dos sismos é a aceleração de pico para a qual foram admitidas distribuições de extremos tipo I. Estas distribuições foram calibradas para a sismicidade de Lisboa com base em resultados de Oliveira e Campos Costa (Ref. 127), tendo sido considerados os 2 tipos de acções preconizados na regulamentação portuguesa. A estrutura foi dimensionada para coeficientes de comportamento de 1,5 e 3. Os valores das funções de vulnerabilidade foram calculados para acelerações de pico de 200, 400, 600 e 800 cm/s², tendo sido utilizado 4 conjuntos de histórias de acelerações nas análises não lineares efectuadas para cada valor da aceleração de pico. Os valores obtidos para as probabilidades de ruína são apresentados no Quadro 6.1, ilustrando-se na Fig. 6.3 as funções de vulnerabilidade obtidas para um coeficiente de comportamento de 3 e considerando a acção sísmica tipo 2.

À simplicidade deste método directo contrapõe-se, no entanto, o grande esforço de cálculo envolvido. A importância deste aspecto deriva do facto de a fiabilidade das probabilidades de ruína calculadas depender do grau de conhecimento das funções de vulnerabilidade na zona provável de colapso. Uma vez que, em geral, não se conhece a zona provável de colapso a quantificação das funções de vulnerabilidade deverá ser feita para um número de valores do parâmetro descritivo da severidade da acção dos sismos significativamente superior ao considerado neste caso.

⁽¹²⁾ Embora existam 8 pilares considerou-se que é admissível fazer corresponder aos pares de pilares em posições simétricas uma única variável de controlo.

PONTE COM 420 m
Coeficiente de Comportamento $q=3.00$
Acção Sísmica Tipo 2

FUNÇÕES DE VULNERABILIDADE
Extensão Máxima no Betão
(Média de 4 Series)

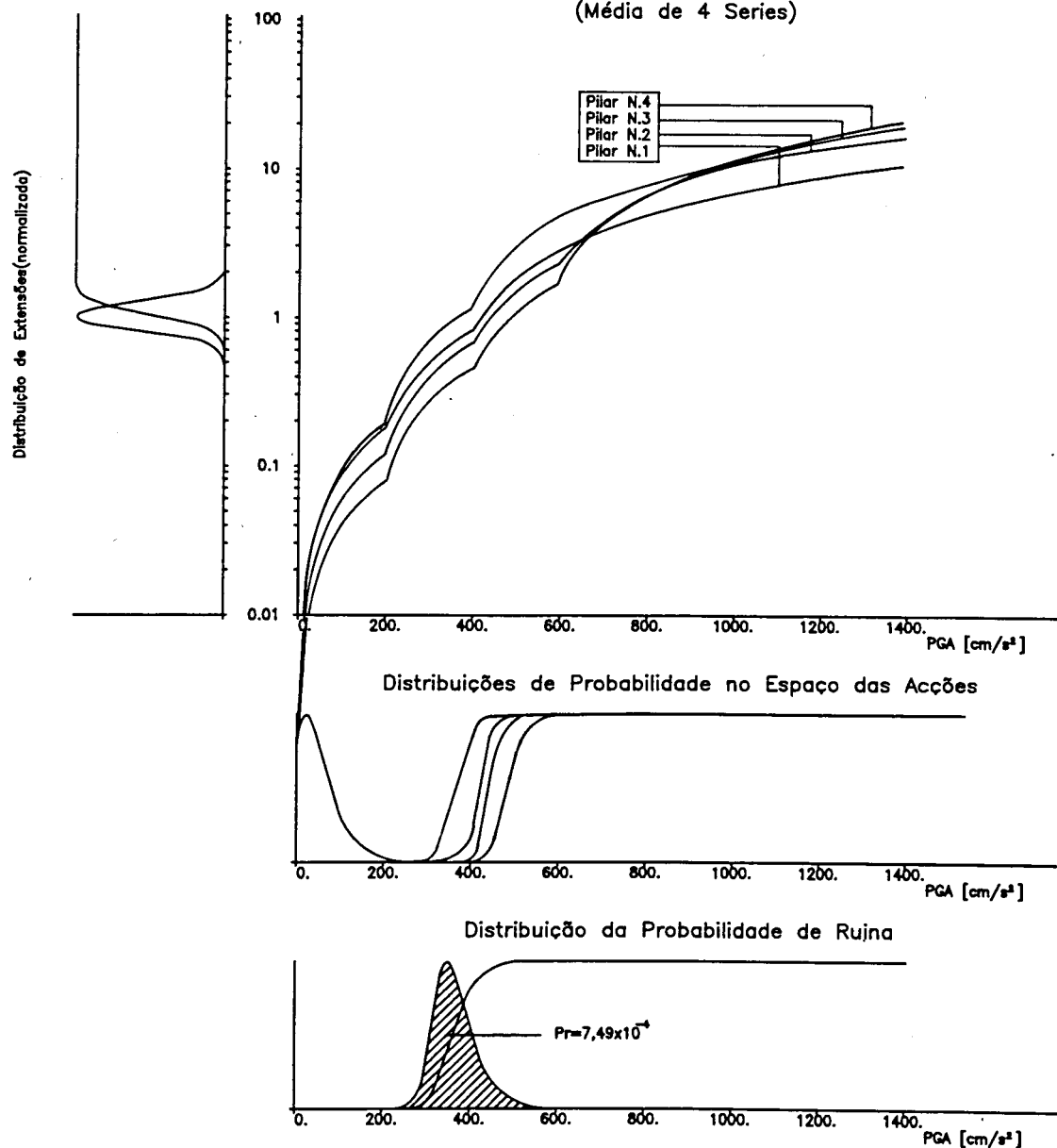


Fig. 6.3 - Representação esquemática do cálculo da probabilidade de ruína de uma ponte com 420 m de comprimento (Duarte *et al*, Ref. 124).

QUADRO 6.1 - Probabilidades de ruína de uma ponte com 420 m de comprimento (Ref. 124)

Coeficiente de comportamento	Acção sísmica	Probabilidade de ruína
1,5	1	$9,4 \times 10^{-7}$
	2	$1,9 \times 10^{-4}$
3	1	$2,5 \times 10^{-6}$
	2	$7,5 \times 10^{-4}$

6.3 - METODOLOGIA BAYESIANA PARA A QUANTIFICAÇÃO DA PROBABILIDADE DE RUÍNA

O esforço de cálculo exigido pelo método directo atrás exposto motivou o desenvolvimento de uma estratégia de análise baseada no teorema de Bayes tendo em vista a quantificação da função de vulnerabilidade e o cálculo da probabilidade de ruína. Esta estratégia consiste, em termos gerais, em definir um conjunto exaustivo⁽¹³⁾ de funções de vulnerabilidade possíveis, às quais são atribuídas probabilidades a priori de modo a que a probabilidade de P_r tenha uma densidade constante⁽¹⁴⁾, situação que é considerada como correspondendo a um estado de informação nula. Após uma análise os valores das probabilidades a priori são transformados em probabilidades a posteriori recorrendo ao teorema de Bayes e obtendo-se uma nova distribuição com densidade não constante que representa

(13) A noção de conjunto exaustivo deve ser entendida no sentido em que uma das funções do conjunto é suficientemente próxima da verdadeira função de vulnerabilidade. Note-se que, do ponto de vista das aplicações práticas, não é necessário conhecer a verdadeira função de vulnerabilidade mas tão somente uma que lhe seja suficientemente próxima em termos duma norma apropriada.

(14) O termo "probabilidade de P_r " é utilizado para evitar o termo "distribuição de probabilidade da probabilidade de ruína". Saliente-se que o valor total da probabilidade de P_r não é, em geral, nem unitário nem finito.

uma informação não nula em relação à probabilidade de ruína (Duarte *et al*, Ref. 128).

O teorema de Bayes permite relacionar probabilidades *a priori* com probabilidades *a posteriori* tendo em conta a ocorrência de um determinado acontecimento. Sendo $S = \{ s_1, s_2, s_3, \dots \}$ um espaço de probabilidade em que os estados s_i são mutuamente exclusivos, $P(s_i)$ a probabilidade *a priori* do estado s_i e $P(r|s_i)$ a probabilidade condicional do acontecimento r dado que se verifique o estado s_i , a probabilidade *a posteriori* $P(s_i|r)$ do estado s_i dado que se verificou o acontecimento r é calculada por

$$P(s_i|r) = \frac{P(s_i) P(r|s_i)}{\sum_i P(s_i) P(r|s_i)} \quad (6.17)$$

A passagem de probabilidades *a priori* para probabilidades *a posteriori* corresponde, assim, à alteração do estado do conhecimento devido à ocorrência do acontecimento r .

6.3.1 - FUNÇÕES DE VULNERABILIDADE

O conjunto de funções de vulnerabilidade deverá ser um conjunto exaustivo, com o conceito de exaustividade entendido na acepção que foi referida anteriormente. A única condição importante imposta à função de vulnerabilidade é que ela seja uma função monótona crescente; esta condição tem como base a hipótese plausível de as intensidades crescentes da acção dos sismos corresponderem valores crescentes das variáveis de controlo. Por outro lado, segundo Duarte *et al* (Ref. 128), a forma como é entendido o conceito de exaustividade e o facto de o domínio e contradomínio das funções de vulnerabilidade serem finitos faz supor que é finito o conjunto exaustivo de funções de vulnerabilidade, bastando considerar

um número não muito grande (da ordem de algumas centenas) de realizações⁽¹⁵⁾. É possível no decorrer do cálculo analisar as características de exaustividade do conjunto das realizações consideradas e aumentar o seu número caso se entenda necessário.

As funções de vulnerabilidade podem ser geradas a partir de funções do tipo

$$c = \alpha a + \beta a^2 + \gamma a^3 \quad (6.18)$$

em que c é o valor da variável de controlo considerada, α , β e γ são constantes e a é o valor máximo da aceleração, considerada, como sendo o parâmetro descritivo da acção dos sismos. Por razões de ordem computacional cada função de vulnerabilidade é tabelada para um conjunto discreto de valores de a sendo os valores da função de vulnerabilidade para valores intermédios do parâmetro a obtidos por interpolação linear numa representação bilogarítmica. Estudos paramétricos (Duarte *et al*, Ref. 129) mostraram que, em geral, não é necessário considerar expoentes superiores a 3 na expressão (6.18). Para se poder controlar a robustez das estimativas obtidas pode ser gerado um outro conjunto de funções de vulnerabilidade que é composto por processos discretos de Markov em que o valor da variável de controlo c_i correspondente à aceleração a_i é dado por

$$c_i = (1 + \delta x) c_{i-1} \quad (6.19)$$

em que δ é uma constante e x é uma realização de uma variável aleatória com distribuição uniforme entre 0 e 1. Os diversos valores de δ são criteriosamente escolhidos de modo a serem geradas as funções que se pretende.

O estado de conhecimento associado às funções de vulnerabilidade geradas

⁽¹⁵⁾ As funções de vulnerabilidade a considerar representam, na realidade, realizações dum processo estocástico que pode naturalmente ser representado por distribuições de probabilidade definidas sobre o espaço das realizações.

a partir das expressões (6.18) e (6.19) deve corresponder, antes de se efectuar qualquer análise, a um conhecimento nulo. Este estado de conhecimento pode ser representado por uma densidade de probabilidade constante quando a probabilidade de ruína é expressa em escala logarítmica (Duarte *et al*, Ref. 128). Isto significa que para um estado de conhecimento nulo a probabilidade associada aos intervalos $(10^{-1}, 10^{-2})$, $(10^{-2}, 10^{-3})$, $(10^{-3}, 10^{-4})$, ..., é igual. Em termos operacionais o domínio da probabilidade de ruína é limitado ao intervalo $(1, 10^{-12})$ uma vez que se afigura que a discussão de valores da probabilidade de ruína abaixo do limite inferior indicado não fazem sentido do ponto de vista dos problemas de engenharia. A densidade de probabilidade correspondente ao estado de conhecimento nulo (que se designará por não informativa) é construída de acordo com os seguintes passos:

- (1) Subdivisão do domínio da probabilidade de ruína num número determinado de intervalos aproximadamente iguais em escala logarítmica;
- (2) Geração de funções de vulnerabilidade de acordo com a expressão (6.18) atribuindo diversos valores a α , β e γ até que cada um dos intervalos definidos contenha um certo número de funções cuja probabilidade de ruína associada se situe entre os extremos desse intervalo⁽¹⁶⁾.
- (3) Atribuição a cada função de vulnerabilidade de uma probabilidade p_i que é proporcional ao inverso do número de funções em cada intervalo.

6.3.2 - ANÁLISE BAYESIANA

Sendo a acção dos sismos idealizada por um modelo estocástico o valor da função de vulnerabilidade corresponde ao valor médio da variável de controlo. Assim

⁽¹⁶⁾ É, portanto, necessário calcular a probabilidade de ruína associada a cada função de vulnerabilidade pelo que, nesta fase, as opções relativamente às distribuições de probabilidade da acção e aos estados limites das variáveis de controlo devem estar já definidas.

quando se realiza uma análise não linear usando uma história de acelerações (que corresponde a uma realização do processo estocástico que idealiza a acção dos sismos) o valor obtido para a variável de controlo representa apenas uma estimativa de verdadeiro valor da função de vulnerabilidade. Contudo se forem efectuadas várias análises para diferentes realizações (diferentes histórias de acelerações) obtêm-se um conjunto de valores da variável de controlo cujo valor médio representa uma melhor estimativa do verdadeiro valor da função de vulnerabilidade. A distribuição probabilística do valor médio das variáveis de controlo dependerá do número de realizações considerado mas poderá admitir-se, mediante certas condições, que essa distribuição é gaussiana (Duarte *et al*, Refs. 125, 128 e 130) com um valor médio igual ao valor médio da distribuição probabilística dos valores máximos da resposta a cada uma das realizações e com um valor da variância igual à variância dessa mesma distribuição probabilística, dividida pelo número de realizações.

No caso da resposta de estruturas a acções sísmicas é razoável supor que a variância corresponde a um coeficiente de variação C_v com o valor de 0,3 (Duarte e Costa, Ref. 131). Assim, é possível calcular a probabilidade condicional $P(\bar{c} | V_i(a))$ de obter um valor médio da variável de controlo $\bar{c}$ para uma aceleração de pico a se a função $V_i(a)$ for a verdadeira função de vulnerabilidade, através da expressão

$$P(\bar{c} | V_i(a)) = G \left(V_i(a), \frac{C_v^2 V_i(a)^2}{n} \right) \quad (6.20)$$

em que $G(\mu, \sigma^2)$ representa uma distribuição gaussiana de valor médio μ e variância σ^2 e n o número de realizações considerado. Este resultado permite calcular, a partir do valor médio da variável de controlo, as probabilidades *a posteriori* $P(V_i(a) | \bar{c})$ do conjunto de funções de vulnerabilidade através do teorema de Bayes:

$$P(V_i(a) | \bar{c}) = \frac{P(V_i(a)) P(\bar{c} | V_i(a))}{\sum_i P(V_i(a)) P(\bar{c} | V_i(a))} \quad (6.21)$$

Estas probabilidades representam um novo estado de conhecimento em que a probabilidade associada a cada função de vulnerabilidade passa a ter o valor $p_i = P(V_i(a) | \bar{c})$.

6.3.3 - OPTIMIZAÇÃO DA ANÁLISE

A optimização da análise pode ser entendida como consistindo na escolha do valor da aceleração de pico para o qual devem ser efectuadas as análises não lineares, por forma a obter-se a maior diminuição da incerteza em relação à probabilidade de ruína P_r . Esta incerteza pode ser avaliada através dum quociente γ entre os quantilhos de 95% e 5% da distribuição de probabilidade de P_r . Este quociente tende para 1 quando aumenta o conhecimento acerca da probabilidade de ruína e tende para zero quando esse conhecimento diminui.

O processo de optimização é baseado na realização de análises *preposterior* que consistem em avaliar, antes de cada cálculo, quais serão, em termos probabilísticos, as suas consequências relativamente à variação do estado de conhecimentos, quantificado através do quociente γ . Esta análise é realizada para todos os valores de a para os quais as funções de vulnerabilidade se encontram tabeladas. A análise relativa a cada valor de a é constituída pelos passos seguintes:

- (1) Cálculo da distribuição cumulativa de probabilidade F_c a partir das probabilidades p_i atribuídas, nesta fase da análise, a cada uma das funções de vulnerabilidade. Esta distribuição é dada por

$$F_c = \sum_i p_i \quad , \quad i : V_i(a) \leq \bar{c} \quad (6.22)$$

- (2) Definição de um conjunto de valores fictícios da variável de controlo $\bar{c}_1, \bar{c}_2, \dots$ representativos dos resultados prováveis aos quais são

associados valores discretos de probabilidades f_j . Em termos operacionais os valores de $\bar{c}_j$ são tomados como os quantilhos de 10%, 20%, ..., 90% da distribuição F_c tendo-se, portanto, $f_1 = f_2 = \dots = f_9$;

- (3) Tratamento bayesiano dos resultados da análise para cada um dos valores $\bar{c}_j$ que consiste essencialmente no cálculo das probabilidades *a posteriori* (fictícias)

$$P(V_i(a) | \bar{c}_j) = \frac{p_i P(\bar{c}_j | V_i(a))}{\sum_i p_i P(\bar{c}_j | V_i(a))} \quad (6.23)$$

- (4) Cálculo dos quocientes γ_j correspondentes a cada valor $\bar{c}_j$ a partir das probabilidades *a posteriori* fictícias $P(V_i(a) | \bar{c}_j)$ e cálculo do valor expectável $E(\gamma)$ que corresponde ao valor médio dos diversos γ_j e representa o valor esperado da diminuição da incerteza relativamente à probabilidade de ruína se as análises não lineares forem realizadas para uma aceleração de pico com o valor a .

Repetindo este procedimento para todos os valores de a obtêm-se um conjunto de valores de $E(\gamma)$, indicando o maior deles qual a aceleração de pico a considerar nas próximas análises não lineares de forma a obter-se a maior diminuição expectável da incerteza relativamente à probabilidade de ruína.

6.4 - EXEMPLO DE APLICAÇÃO

6.4.1 - DIMENSIONAMENTO DA ESTRUTURA

A estrutura da ponte que será analisada tem um comprimento de 260 m e é constituída por 2 vãos extremos com 40 m de comprimento e 3 vãos intermédios iguais com 60 m de comprimento. Os pilares possuem alturas de 12, 22, 24 e 18

m respectivamente, da margem esquerda para a margem direita.

Esta estrutura foi dimensionada considerando as acções sísmicas tipo 1 e tipo 2 prescritas no RSA e adoptando coeficientes de comportamento de 2, 3 e 4. No modelo elaborado para efectuar as análises não lineares foram considerados elementos não lineares de betão armado no topo e na base de cada pilar, cada um dos quais representado por uma secção de controlo. Do dimensionamento resultaram 6 secções diferentes, com percentagens de armadura longitudinal variando entre 4,3% e 0,74%. No anexo 1 apresentam-se de forma detalhada a análise e dimensionamento da estrutura, os valores dos parâmetros dos modelos adoptados e as hipóteses consideradas na realização das análises não lineares.

6.4.2 - ACÇÃO DOS SISMOS

A acção dos sismos foi idealizada por realizações dum processo estocástico vectorial estacionário gaussiano representativo das acções sísmicas tipo 1 e tipo 2. Cada uma destas realizações é constituída por 2 séries de acelerações no plano horizontal e por 1 série de acelerações na direcção vertical, normalizada para 2/3 da intensidade das componentes horizontais.

O risco sísmico ("hazard") é representado por distribuições de probabilidade da aceleração de pico, calibradas com base nos resultados dos estudos de Oliveira e Campos Costa (Ref. 127) para a região de Lisboa. Foram obtidas as seguintes distribuições de extremos tipo I (considerando um período de referência de 50 anos):

- Acção sísmica tipo 1: $P = \exp \{-\exp \{-15,92 (a_1 - 0,1733)\}\}$

- Acção sísmica tipo 2: $P = \exp \{-\exp \{-22,4 (a_2 - 0,0203)\}\}$

Estas distribuições conduzem aos valores de pico indicados no Quadro 6.2.

**QUADRO 6.2 - Valores das acelerações máximas
para diferentes períodos de retorno**

Período de retorno (anos)	Aceleração máxima (cm/s ²)	
	a_1	a_2
100	212	50
1000	354	151
10000	496	252

6.4.3 - VARIÁVEIS DE CONTROLO E ESTADOS LIMITES

Para variáveis de controlo são considerados os valores máximos da extensão de compressão no betão e da extensão de tracção nas armaduras, em cada secção de controlo.

O estado limite considerado corresponde a admitir a possibilidade de ocorrência de danos severos nos pilares devendo, no entanto, manter-se a capacidade resistente da estrutura para as acções gravíticas e alguma capacidade resistente a acções horizontais. Em termos operacionais convencionou-se que este estado limite é atingido quando se verifica uma das seguintes condições:

- A extensão máxima de compressão no betão, em pelo menos uma das secções de controlo, é maior que a extensão de compressão admissível no betão;
- A extensão máxima de tracção nas armaduras é maior que a extensão de tracção admissível, em pelo menos um varão em cada secção de controlo.

As extensões admissíveis no betão e no aço são quantificadas por distribuições log-normais definidas por

$$p = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \delta \varepsilon} \exp \left\{ \frac{-\ln\left(\frac{\varepsilon}{\beta}\right)}{2\delta^2} \right\} \quad (6.24)$$

com $\beta = 0,01471$ e $\delta = 0,19804$ para o betão e $\beta = 0,09988$ e $\delta = 0,04997$ para o aço. Estes valores foram obtidos admitindo valores médios e coeficientes de variação das extensões admissíveis de 1,5% e 20% para o betão e de 10% e 5% para o aço. O valor médio e o coeficiente de variação admitidos para o aço são consistentes com resultados apresentados por Pipa e Carvalho (Ref. 132); relativamente ao betão a informação é escassa mas afigura-se que os valores assumidos são realistas.

6.4.4 - CÁLCULO DE PROBABILIDADES DE RUÍNA

Para a quantificação das probabilidades de ruína foram calculadas as funções de vulnerabilidade da estrutura para as acções sísmicas tipo 1 e tipo 2 e para os 3 coeficientes de comportamento considerados no dimensionamento. Estas funções foram calculadas para 12 valores da intensidade, correspondentes aos seguintes valores máximos da aceleração:

- Acção sísmica tipo 1: 50, 100, 150, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 1000 e 1200 cm/s²;
- Acção sísmica tipo 2: 25, 50, 100, 150, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800 e 1000 cm/s².

Foram utilizadas 5 realizações do processo estocástico que idealiza a acção dos sismos nos cálculos relativos a cada intensidade. Como foi já referido anteriormente o valor da função de vulnerabilidade para cada intensidade é igual

ao valor médio dos valores máximos das variáveis de controlo obtidos para cada realização. Uma vez determinadas as funções de vulnerabilidade foram calculadas as probabilidades de ruína indicadas no Quadro 6.3 utilizando a expressão (6.14). Verifica-se que as probabilidades de ruína obtidas são baixas e que as probabilidades de ruína associadas à acção sísmica tipo 2 são superiores às correspondentes à acção sísmica tipo 1; esta constatação está de acordo com o que se verificou em relação ao dimensionamento da estrutura, em que a acção sísmica tipo 2 produziu os efeitos mais desfavoráveis.

QUADRO 6.3 - Probabilidades de ruína

Coeficiente de comportamento	Acção sísmica	Probabilidade de ruína
2	1	$6,86 \times 10^{-9}$
	2	$5,19 \times 10^{-7}$
3	1	$3,23 \times 10^{-9}$
	2	$8,36 \times 10^{-7}$
4	1	$3,77 \times 10^{-9}$
	2	$1,25 \times 10^{-6}$

Por outro lado ensaios realizados recentemente no LNEC (Pipa e Carvalho, Refs. 133 e 134) evidenciaram a extrema importância da ocorrência de fenómenos de encurvadura nas armaduras comprimidas. Esses ensaios permitiram observar que após a ocorrência deste fenómeno as armaduras atingem a ruptura para um pequeno número de ciclos de tracção-compressão, indicando que o comportamento dos varões nessas condições é totalmente distinto do comportamento obtido em ensaios de tracção simples. Uma vez que o modelo de fibras utilizado na análise da não contempla este aspecto foi estudado o comportamento duma secção de um varão de diâmetro 20 mm sujeito às seguintes solicitações:

- História de esforços axiais com ciclos alternados de tracção e compressão, sendo o valor da força máxima de compressão em cada ciclo igual a $1/5$ do valor da força máxima de tracção aplicada no ciclo anterior;
- História de curvaturas crescentes aplicadas num só sentido e apenas nos ciclos de esforço axial de compressão;

A análise foi efectuada considerando a secção discretizada em 20 fatias. Os resultados mais ilustrativos são apresentados na Fig. 6.4 em que se representam os diagramas esforço axial-extensão axial média, com e sem curvaturas aplicadas. O efeito da imposição de curvaturas (que pretende reproduzir de forma simplificada a encurvadura do varão) é evidente, verificando-se que as incursões inelásticas em compressão são cada vez mais longas e com rigidez decrescente à medida que as curvaturas impostas aumentam. Saliente-se que, atendendo a que esta análise não é exaustiva e a que o modelo utilizado não foi desenvolvido com o fim de analisar o comportamento de varões de aço (não permitindo, portanto, representar aspectos fundamentais duma forma realista) não se afigura lícito retirar quaisquer conclusões quantitativas destes resultados. De qualquer forma, e com fins meramente ilustrativos, foram calculadas as probabilidades de ruína supondo que, devido a este efeito, o valor médio da extensão de tracção admissível diminui de 0,10 para 0,07 e que o valor do coeficiente de variação aumenta de 0,05 para 0,10, tendo-se verificado que os valores não se alteram. Estes resultados deixam entender que para a ponte em análise as probabilidades de ruína são claramente condicionadas, em termos da definição do estado limite, pela condição relativa às extensões de compressão do betão.

Por outro lado é também de salientar que em relação à acção sísmica tipo 1 o coeficiente de comportamento 2 é o que conduz à maior probabilidade de ruína. Explicações possíveis para estes resultados (aparentemente anómalos, uma vez que, em princípio, as probabilidades de ruína deveriam crescer com o coeficiente de comportamento) são, por um lado um número insuficiente de realizações consideradas na determinação dos valores das funções de vulnerabilidade para

cada valor da intensidade e, por outro lado, que os diferentes valores das intensidades considerados na análise não permitem determinar com aproximação suficiente a "zona provável de colapso" da estrutura para esta acção.

Nas Figs. 6.5 a 6.10 são representadas as funções de vulnerabilidade das extensões de compressão no betão e as distribuições de probabilidade usadas no cálculo das probabilidades de ruína.

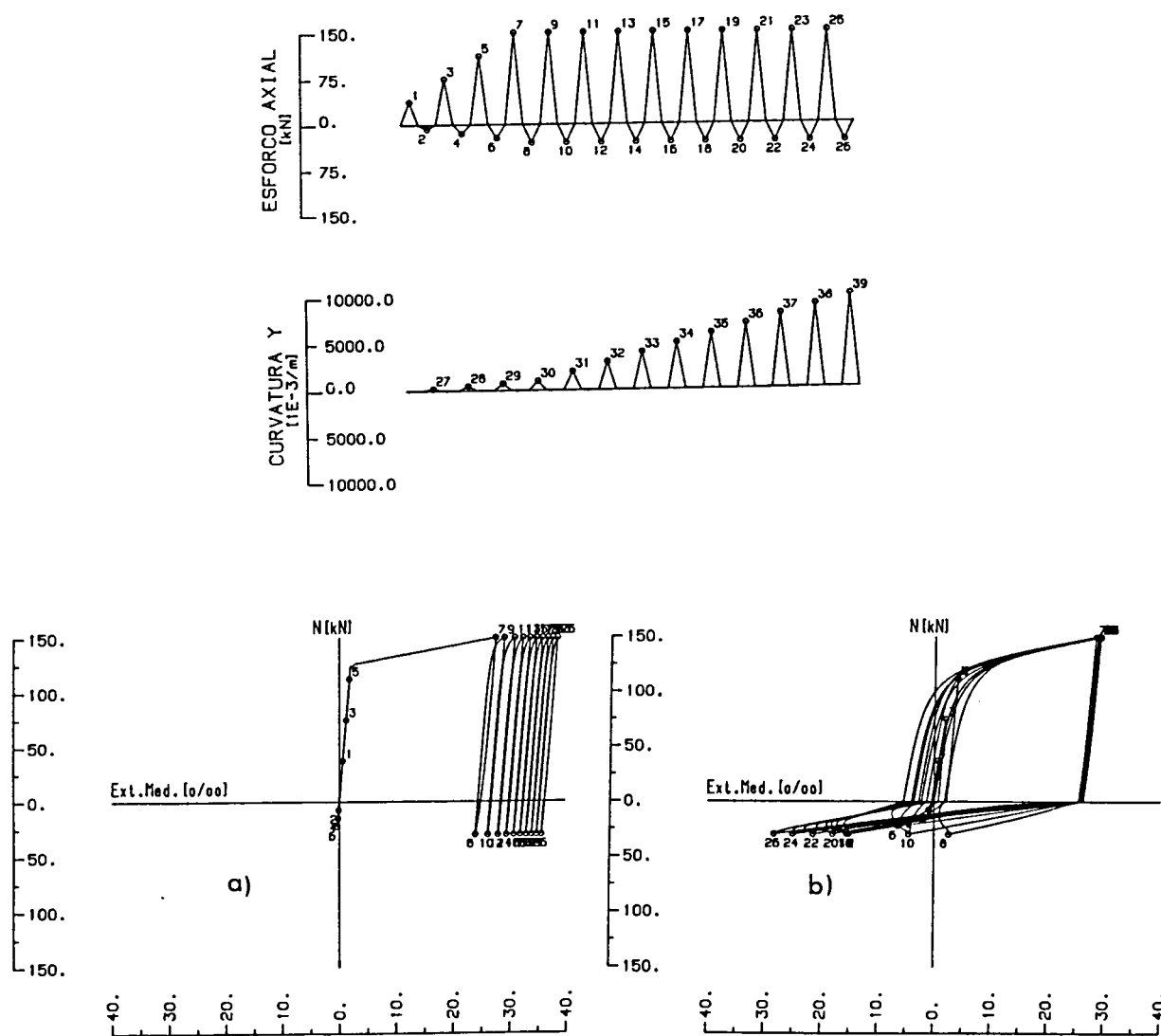
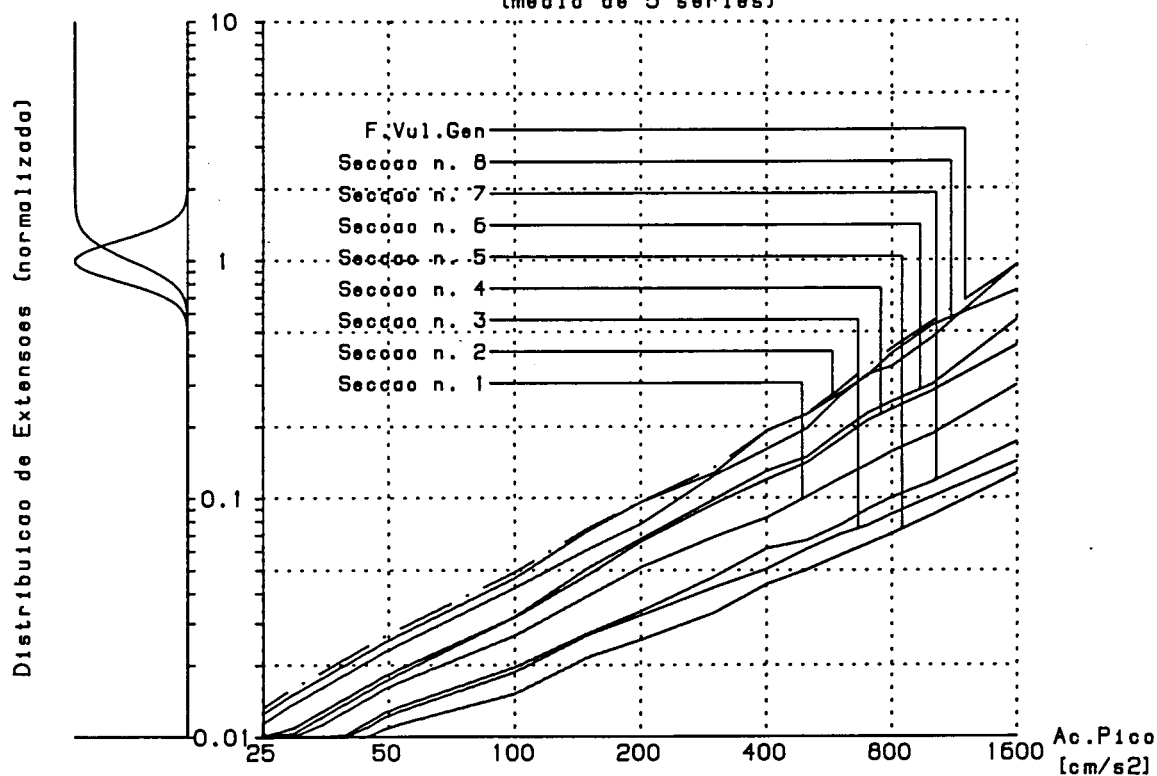


Fig. 6.4 - Comportamento de uma secção de um varão sujeita a histórias de esforço axial e curvaturas: a) Apenas esforço axial; b) Esforço axial e curvaturas.

PONTE COM 260 M DE COMPRIMENTO - VAOS 40*60*60*60*40 - PILARES 12,22,24,18 M
 Caso de Dimensionamento= 1
 Acção Sísmica Tipo= 1

FUNCOES DE VULNERABILIDADE
 MAXIMA EXTENSÃO NO BETÃO
 (media de 5 series)



Distribuições de Probabilidade no espaço dos accoes

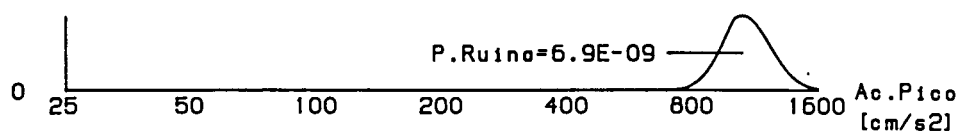
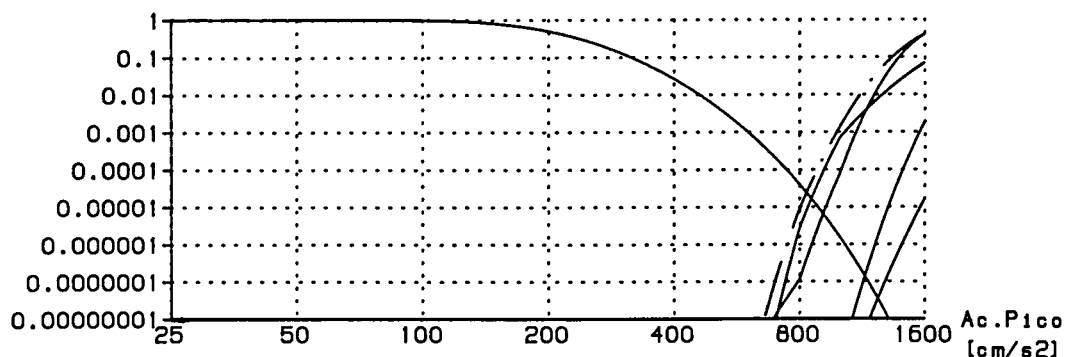


Fig. 6.5 - Acção sísmica tipo 1 ; $q = 2$ - Funções de vulnerabilidade e distribuições de probabilidade usadas no cálculo da probabilidade de ruína.

PONTE COM 260 M DE COMPRIMENTO - VAOS 40*60*60*60*40 - PILARES 12,22,24,18 M
 Caso de Dimensionamento= 1
 Accao Sismica Tipo= 2

FUNCOES DE VULNERABILIDADE
 MAXIMA EXTENSAO NO BETAO
 (media de 5 series)

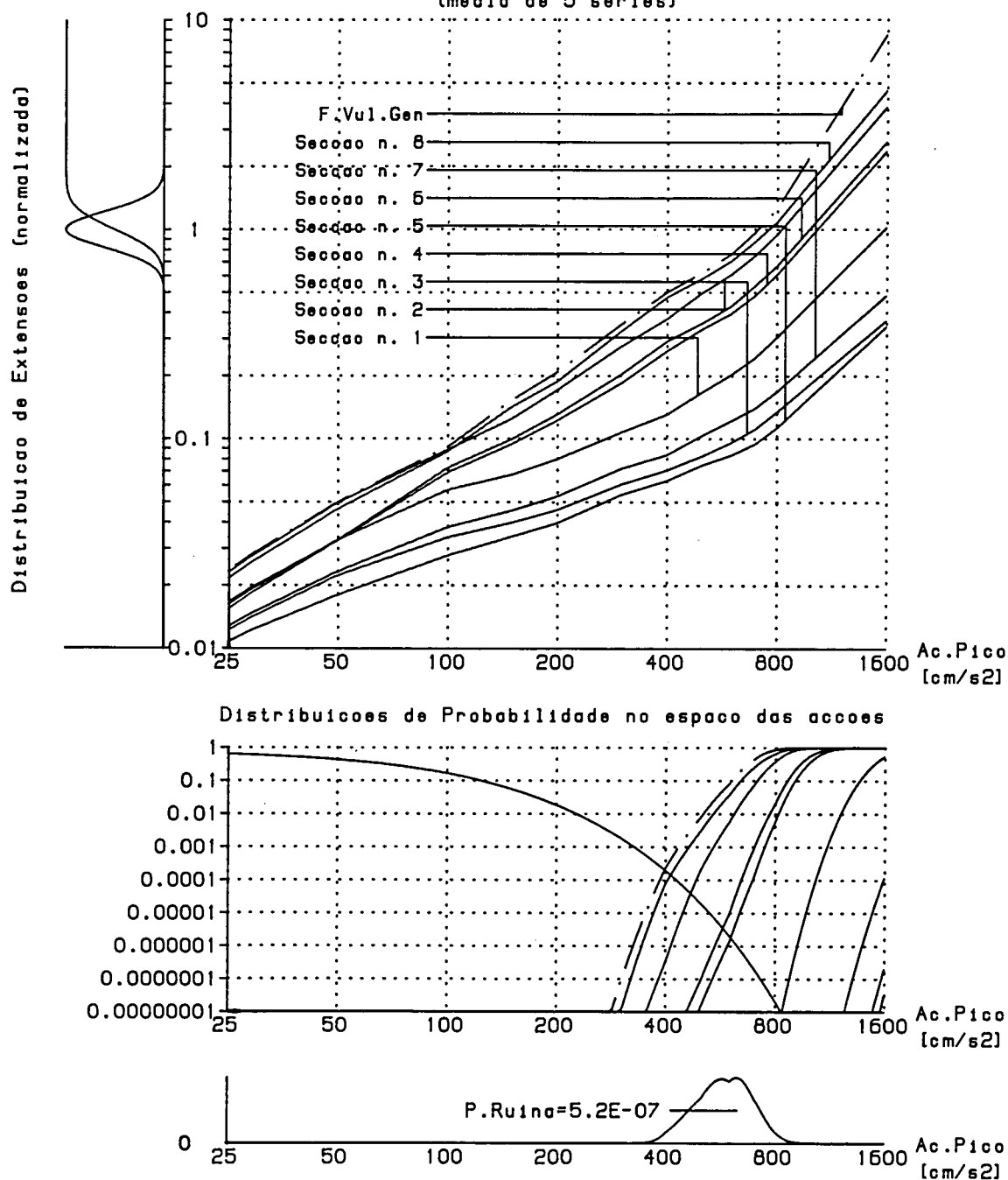
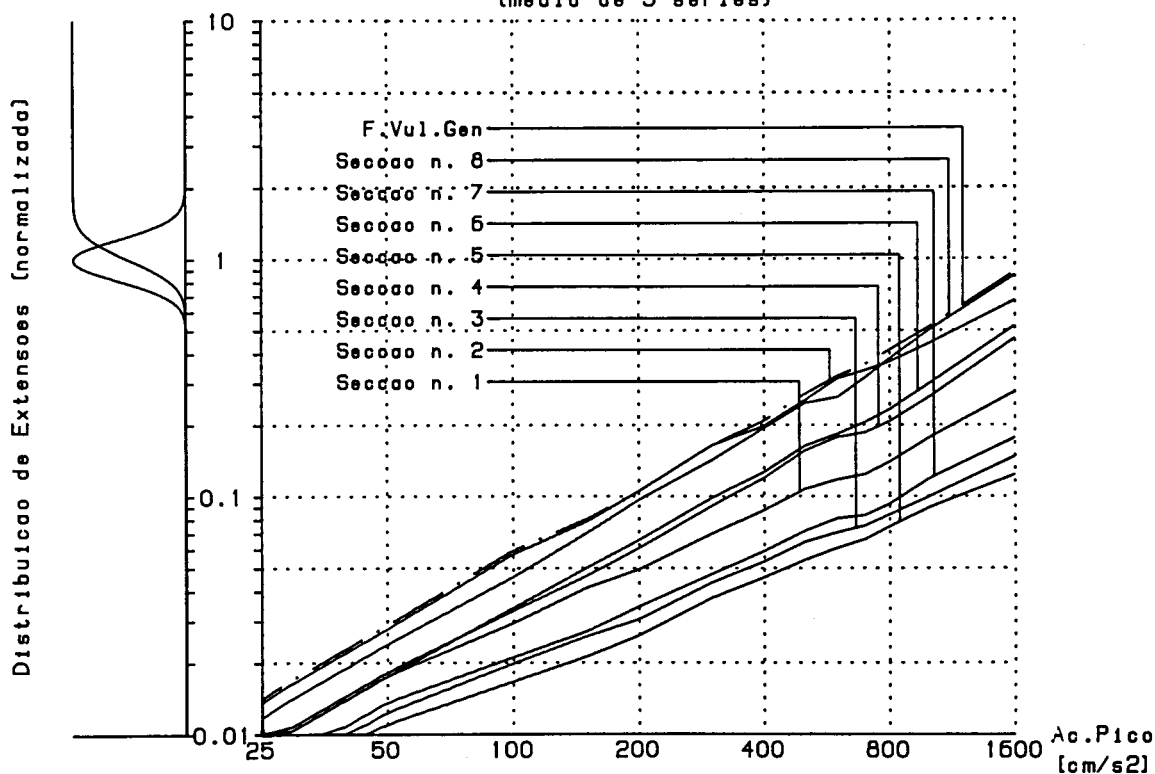


Fig. 6.6 - Accção sísmica tipo 2 ; $q = 2$ - Funções de vulnerabilidade e distribuições de probabilidade usadas no cálculo da probabilidade de ruína.

PONTE COM 260 M DE COMPRIMENTO - VAOS 40*60*60*60*40 - PILARES 12,22,24,18 M
 Caso de Dimensionamento= 2
 Acção Sísmica Tipo= 1

FUNCOES DE VULNERABILIDADE
 MAXIMA EXTENSAO NO BETAO
 (media de 5 series)



Distribuições de Probabilidade no espaço das accoes

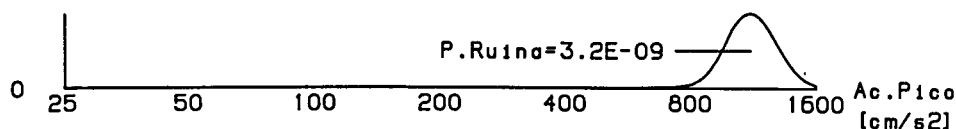
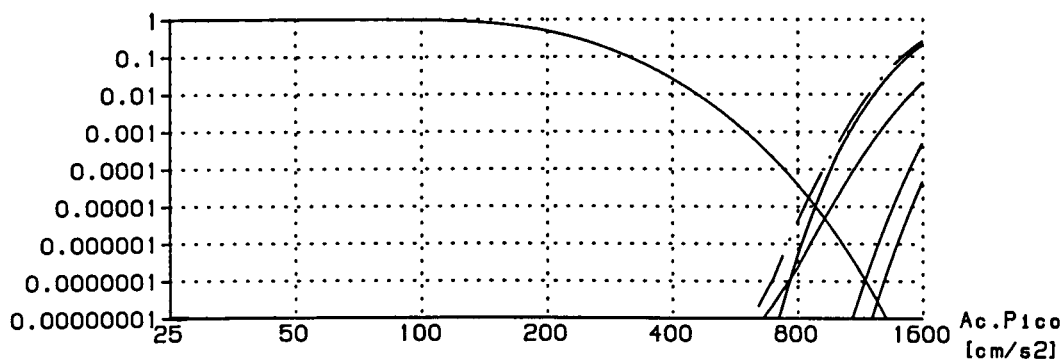
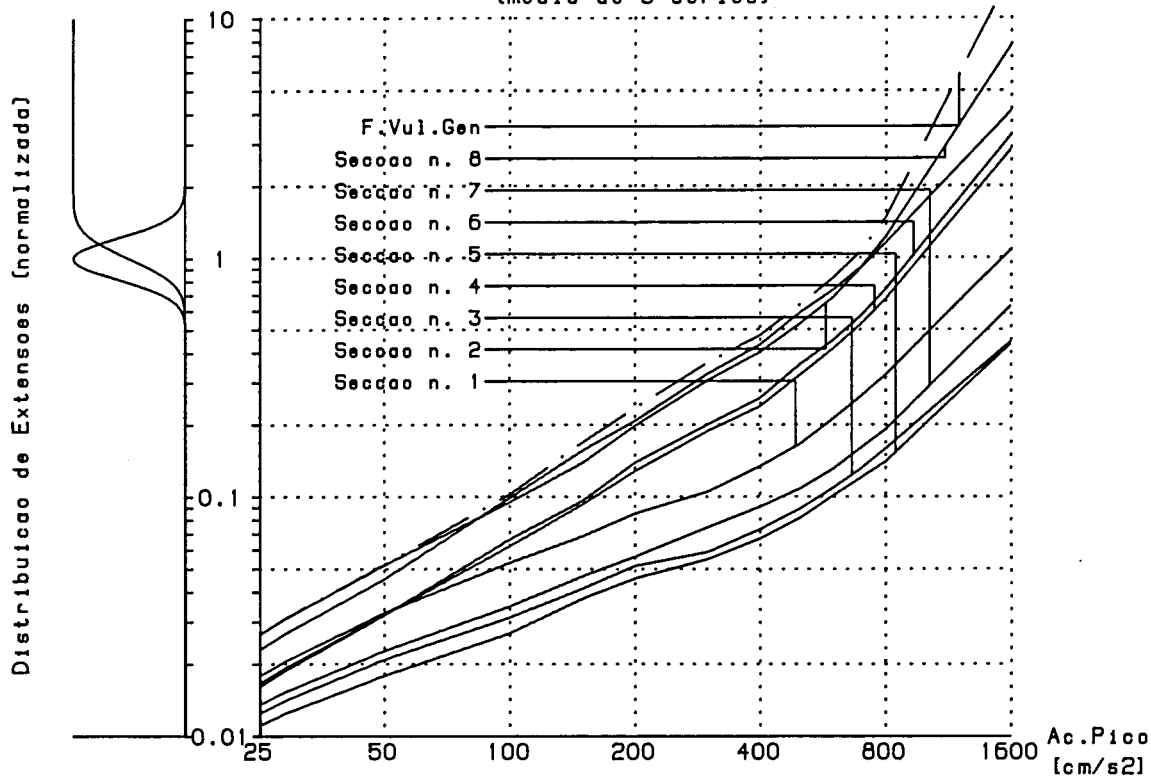


Fig. 6.7 - Acção sísmica tipo 1 ; $q=3$ - Funções de vulnerabilidade e distribuições de probabilidade usadas no cálculo da probabilidade de ruína.

PONTE COM 260 M DE COMPRIMENTO - VAOS 40*60*60*60*40 - PILARES 12.22.24.18 M
 Caso de Dimensionamento= 2
 Accao Sismica Tipo= 2

FUNCOES DE VULNERABILIDADE
 MAXIMA EXTENSÃO NO BETÃO
 (media de 5 series)



Distribuições de Probabilidade no espaço das accoes

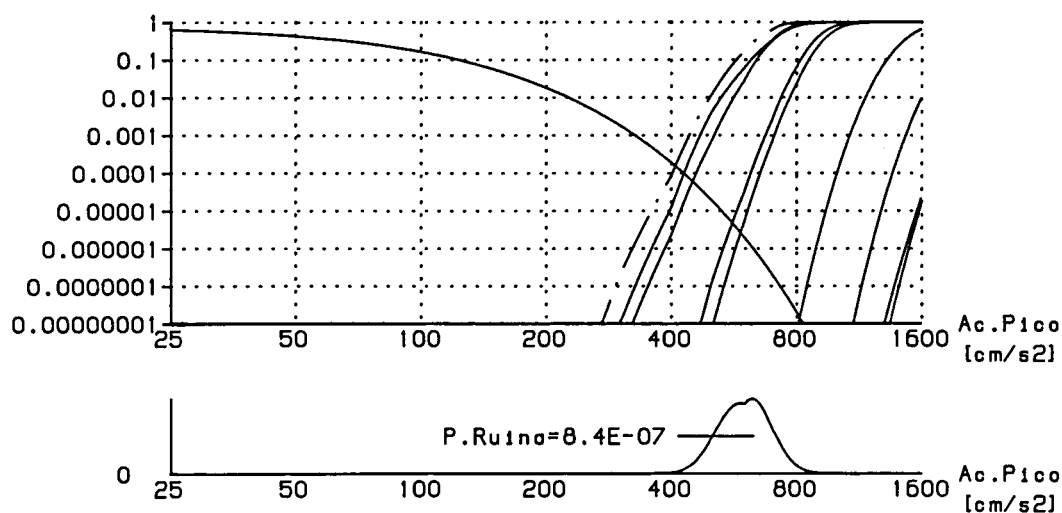


Fig. 6.8 - Acção sísmica tipo 2 ; $q=3$ - Funções de vulnerabilidade e distribuições de probabilidade usadas no cálculo da probabilidade de ruína.

PONTE COM 260 M DE COMPRIMENTO - VAOS 40*60*60*60*40 - PILARES 12,22,24,18 M
 Caso de Dimensionamento= 3
 Accao Sismica Tipo= 1

FUNCOES DE VULNERABILIDADE
 MAXIMA EXTENSÃO NO BETÃO
 (media de 5 series)

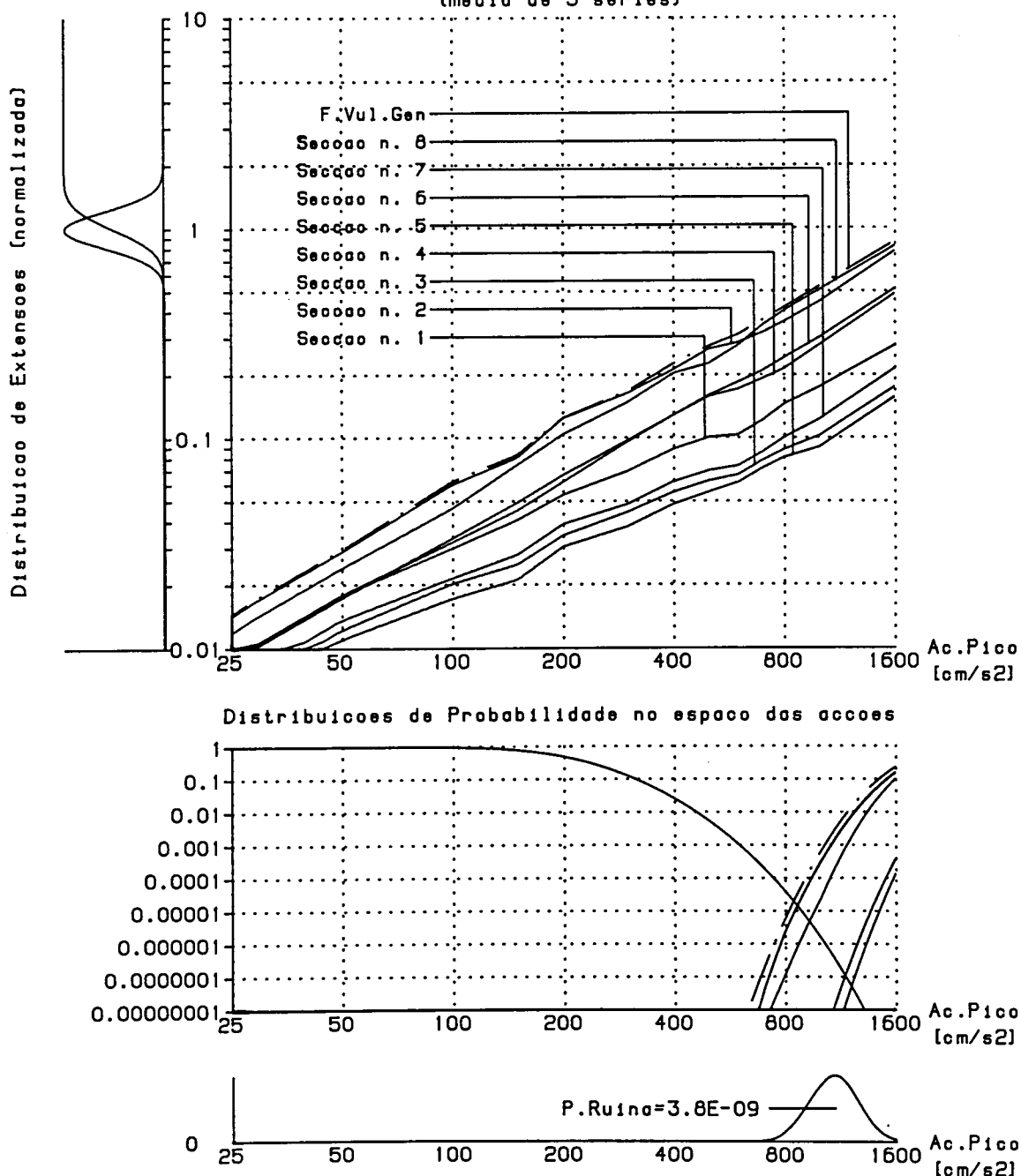


Fig. 6.9 - Acção sísmica tipo 1 ; $q = 4$ - Funções de vulnerabilidade e distribuições de probabilidade usadas no cálculo da probabilidade de ruína.

PONTE COM 260 M DE COMPRIMENTO - VAOS 40*60*60*60*40 - PILARES 12,22,24,18 M
 Caso de Dimensionamento= 3
 Accao Sismica Tipo= 2

FUNCOES DE VULNERABILIDADE
 MAXIMA EXTENSAO NO BETAO
 (media de 5 series)

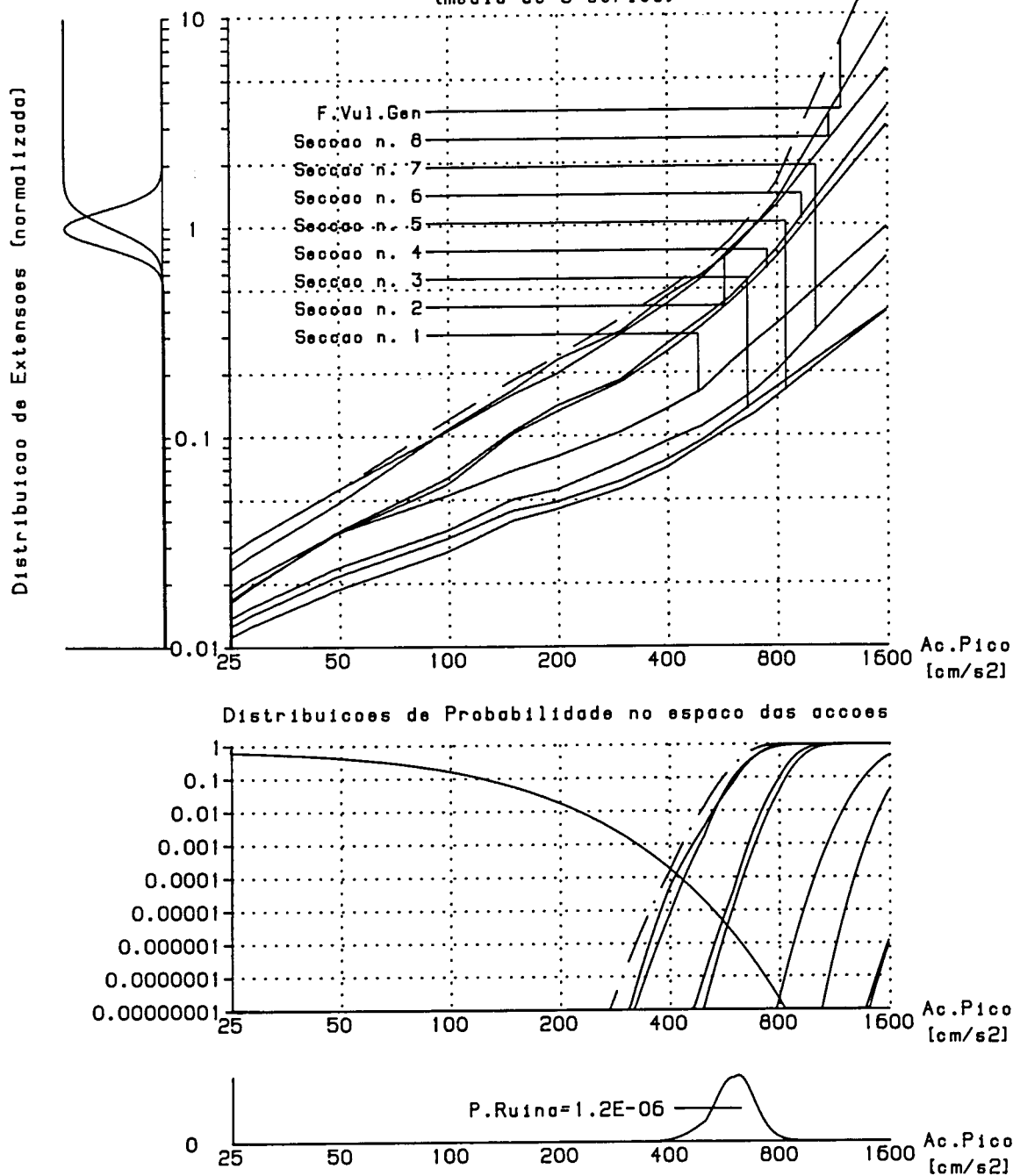


Fig. 6.10 - Accção sísmica tipo 2 ; $q=4$ - Funções de vulnerabilidade e distribuições de probabilidade usadas no cálculo da probabilidade de ruína.

6.4.5 - ANÁLISE BAYESIANA COM OPTIMIZAÇÃO

Para a aplicação da metodologia bayesiana apresentada nas secções 6.3.2 e 6.3.3 foi gerado um conjunto de 667 funções de vulnerabilidade, de acordo com a expressão (6.18). Uma vez que não se encontra ainda implementado um algoritmo que permita a realização de análises bayesianas multivariáveis foi necessário admitir que o estado limite é definido a partir de uma única variável de controlo. A definição desta variável de controlo é feita de modo a que a função de vulnerabilidade a ela associada dê origem (considerando a mesma distribuição de "resistências") a uma função cumulativa de probabilidade no espaço das acções idêntica à definida pela expressão (6.15). Afigura-se que a variável de controlo mais apropriada, tendo em atenção os resultados referidos na secção anterior, deverá ser uma extensão de compressão no betão. Saliente-se, ainda, que uma vez que a acção sísmica tipo 2 conduz a probabilidades de ruína claramente superiores se considerou desnecessário fazer a análise para a acção sísmica tipo 1.

O primeiro passo da análise consiste no cálculo dos valores de $E(\gamma)$ definidos em 6.3.3, para todos os valores do parâmetro descritivo da severidade da acção sísmica, a partir da densidade de probabilidade constante inicial, que corresponde a um estado de conhecimento nulo. Uma vez que as funções de vulnerabilidade geradas são as mesmas os valores obtidos nesta fase para os diversos $E(\gamma)$ são idênticos, qualquer que seja o coeficiente de comportamento. Os valores de $E(\gamma)$ obtidos nesta fase são apresentados no Quadro 6.4.

De acordo com o que foi referido anteriormente o valor da aceleração correspondente ao maior valor de $E(\gamma)$ é aquele para o qual deverá ser realizada a primeira série de cálculos não lineares de forma a ser obtida a maior diminuição da incerteza em relação ao valor da probabilidade de ruína. Após a realização da primeira série de análises não lineares é calculado o valor da variável de controlo, a partir do qual são alteradas as probabilidades associadas a cada função de vulnerabilidade, podendo assim definir-se uma nova densidade de probabilidade da probabilidade de ruína. Uma vez obtida esta nova densidade de probabilidade são

calculados novos valores de $E(\gamma)$ que indicarão qual o valor da intensidade para o qual deverá ser realizada a série seguinte de análises não lineares. Apresenta-se nos Quadros 6.5 a 6.7 a evolução do cálculo da probabilidade de ruína para os 3 coeficientes de comportamento considerados

QUADRO 6.4 - Valores de $E(\gamma)$ na 1ª fase

Aceleração (cm/s ²)	$E(\gamma)$
25	$1,7 \times 10^{-4}$
50	$8,1 \times 10^{-3}$
100	$3,9 \times 10^{-2}$
150	$6,6 \times 10^{-2}$
200	$4,4 \times 10^{-2}$
300	$2,0 \times 10^{-2}$
400	$3,4 \times 10^{-2}$
500	$1,7 \times 10^{-2}$
600	$2,0 \times 10^{-2}$
700	$1,6 \times 10^{-2}$
800	$1,5 \times 10^{-2}$
1000	$7,2 \times 10^{-3}$

QUADRO 6.5 - Evolução da densidade de probabilidade de P_r ,
Coeficiente de comportamento 2.

Iteração	$P_{0.05}$	$P_{0.95}$	γ	$E(P_r)$	Aceleração
1	$1,1 \times 10^{-1}$	$1,8 \times 10^{-12}$	$1,6 \times 10^{-11}$	$1,0 \times 10^{-6}$	150
2	$8,5 \times 10^{-4}$	$2,3 \times 10^{-8}$	$2,8 \times 10^{-5}$	$7,3 \times 10^{-6}$	500
3	$1,5 \times 10^{-5}$	$2,6 \times 10^{-7}$	$2,2 \times 10^{-2}$	$2,0 \times 10^{-6}$	600
4	$6,7 \times 10^{-6}$	$2,6 \times 10^{-7}$	$4,0 \times 10^{-2}$	$1,1 \times 10^{-6}$	700
5	$2,4 \times 10^{-6}$	$2,7 \times 10^{-7}$	$1,1 \times 10^{-1}$	$8,0 \times 10^{-7}$	-

QUADRO 6.6 - Evolução da densidade de probabilidade de P_r ,
Coeficiente de comportamento 3.

Iteração	$P_{0.05}$	$P_{0.95}$	γ	$E(P_r)$	Aceleração
1	$1,1 \times 10^{-1}$	$1,8 \times 10^{-12}$	$1,6 \times 10^{-11}$	$1,0 \times 10^{-6}$	150
2	$9,5 \times 10^{-4}$	$1,2 \times 10^{-7}$	$1,3 \times 10^{-4}$	$1,7 \times 10^{-5}$	500
3	$1,3 \times 10^{-5}$	$2,6 \times 10^{-7}$	$2,0 \times 10^{-2}$	$2,5 \times 10^{-6}$	600
4	$9,5 \times 10^{-6}$	$3,5 \times 10^{-7}$	$3,7 \times 10^{-2}$	$2,0 \times 10^{-6}$	50
5	$9,7 \times 10^{-6}$	$3,5 \times 10^{-7}$	$3,6 \times 10^{-2}$	$1,2 \times 10^{-6}$	700
6	$9,5 \times 10^{-6}$	$9,1 \times 10^{-7}$	$9,6 \times 10^{-2}$	$1,5 \times 10^{-6}$	400
7	$4,2 \times 10^{-6}$	$4,3 \times 10^{-7}$	$1,0 \times 10^{-1}$	$1,2 \times 10^{-6}$	-

QUADRO 6.7 - Evolução da densidade de probabilidade de P_r ,
Coeficiente de comportamento 4.

Iteração	$P_{0.05}$	$P_{0.95}$	γ	$E(P_r)$	Aceleração
1	$1,1 \times 10^{-1}$	$1,8 \times 10^{-12}$	$1,6 \times 10^{-11}$	$1,0 \times 10^{-6}$	150
2	$1,3 \times 10^{-3}$	$2,6 \times 10^{-7}$	$1,9 \times 10^{-4}$	$3,2 \times 10^{-5}$	400
3	$2,6 \times 10^{-5}$	$1,2 \times 10^{-7}$	$4,6 \times 10^{-3}$	$3,5 \times 10^{-6}$	600
4	$1,0 \times 10^{-5}$	$3,5 \times 10^{-7}$	$3,4 \times 10^{-2}$	$2,2 \times 10^{-6}$	-

Nos Quadros 6.5 a 6.7 os símbolos $P_{0.05}$ e $P_{0.95}$ representam os quantilhos de 5% e 95% da distribuição da probabilidade de ruína e γ representa o quociente entre os quantilhos de 95% e 5%. A comparação dos valores das probabilidades de ruína apresentados nos Quadros anteriores com os valores apresentados no Quadro 6.3 demonstra a eficiência da otimização da metodologia bayesiana, uma vez que com cerca de 50% de redução do tempo de cálculo foi possível obter uma razoável concordância entre os valores das probabilidades de ruína calculados.

É de salientar que no cálculo relativo à estrutura dimensionada para um coeficiente de comportamento 4 se verifica que embora na 4ª iteração o valor da probabilidade de ruína seja já bastante aproximado do valor correspondente indicado no Quadro 6.3, os quantilhos de 5% e 95% se encontram ainda bastante distantes. A tentativa de prosseguir os cálculos de forma a obter valores de γ semelhantes aos obtidos para os coeficientes de comportamento 2 e 3 resultou infrutífera, na medida em que se verificou a não convergência do algoritmo. Este problema pode ser explicado pela impossibilidade de, a partir do conjunto de funções de vulnerabilidade geradas, obter uma melhor aproximação da verdadeira função de vulnerabilidade; a geração de um número significativamente maior de funções permitiria eliminar este problema.

A título ilustrativo apresentam-se nas Figs. 6.11 e 6.12 as distribuições de probabilidade das funções de vulnerabilidade correspondentes a um estado de conhecimento nulo (Fig. 6.11) e após a realização da 4ª iteração (Fig. 6.12). Estas distribuições estão representadas pelos seus quantilhos de 10%, 20%,..., 90% e dizem respeito à ponte dimensionada para um coeficiente de comportamento 4. Na Fig. 6.13 é apresentada a evolução da função cumulativa da distribuição de probabilidade de P_r , desde uma distribuição não informativa (linha aproximadamente recta) e após cada iteração. Os resultados apresentados nesta figura respeitam também à ponte dimensionada para um coeficiente de comportamento 4. Finalmente, apresenta-se na Fig. 6.14, e para a ponte dimensionada considerando um coeficiente de comportamento 2, a evolução dos quantilhos de 5% e 95% e do valor médio da distribuição de probabilidade de P_r . Todas estas figuras mostram que foi possível, com um pequeno número de iterações, obter uma diminuição efectiva da incerteza sobre a probabilidade de ruína.

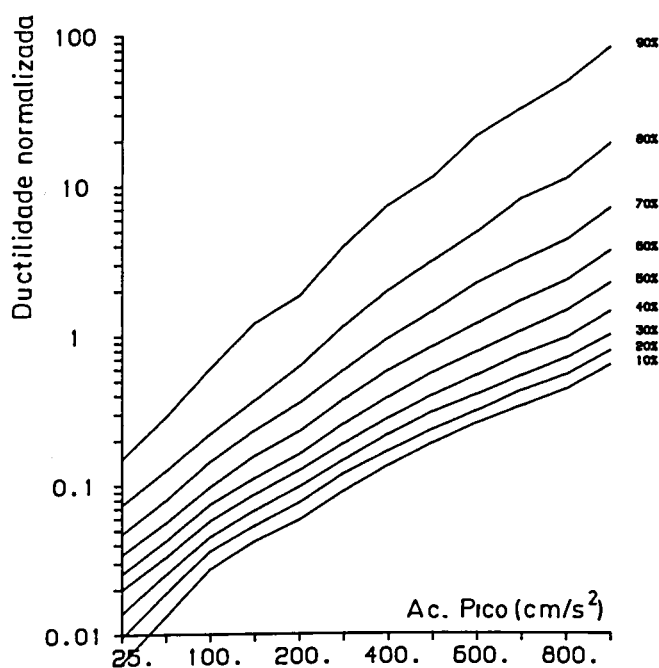


Fig. 6.11 - Acção sísmica tipo 2 ; $q = 4$ - Distribuição de probabilidade inicial das funções de vulnerabilidade.

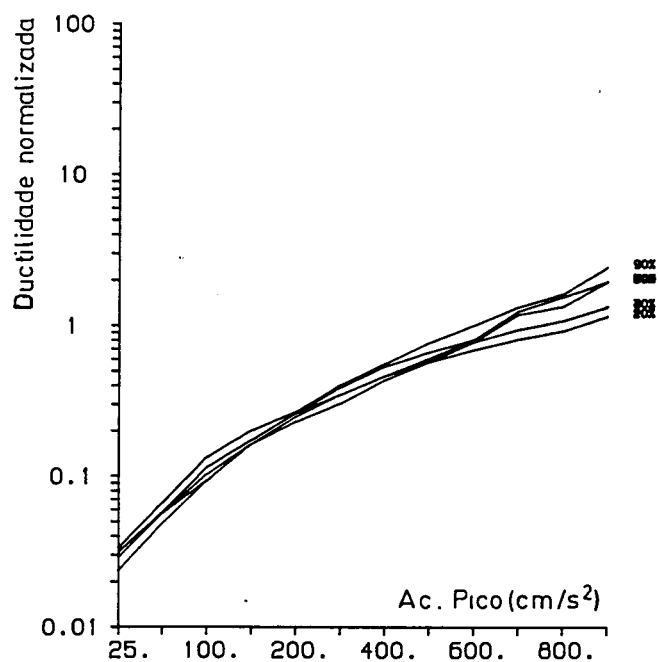


Fig. 6.12 - Acção sísmica tipo 2 ; $q=4$ - Distribuição de probabilidade das funções de vulnerabilidade após a 4ª iteração.

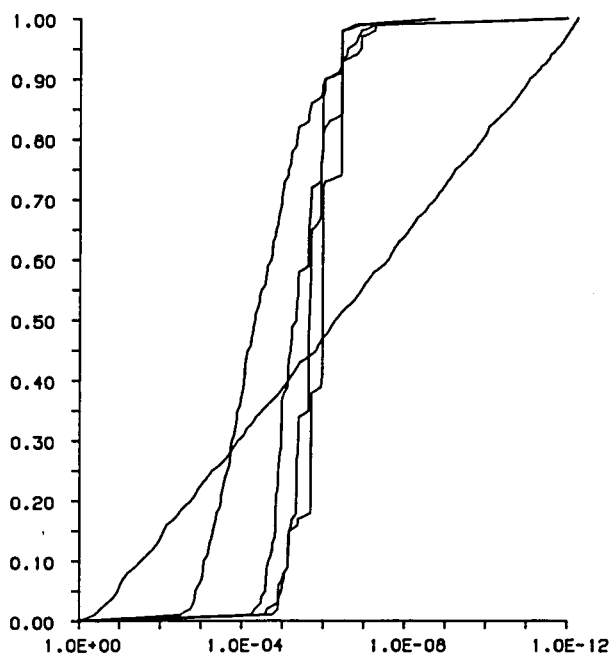


Fig. 6.13 - Acção sísmica tipo 2 ; $q=4$ - Evolução da função cumulativa da distribuição de probabilidade de P_r .

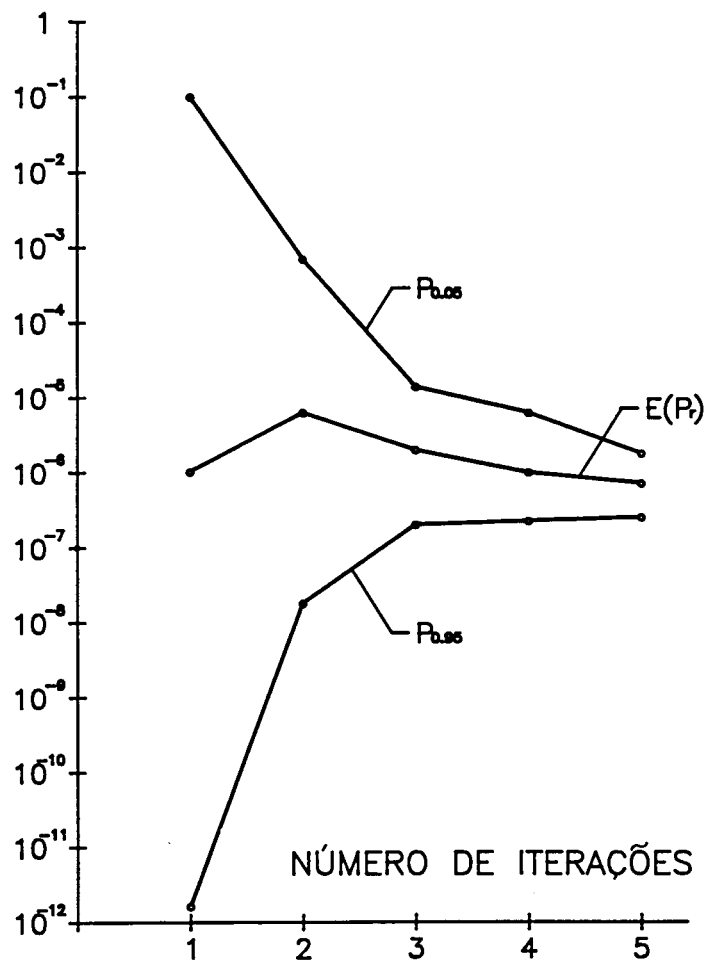


Fig. 6.11 - Acção sísmica tipo 2 ; $q = 2$ - Evolução dos quantilhos de 5% e 95% da distribuição de probabilidade de P_r .

CAPÍTULO 7

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Foram abordados ao longo deste trabalho aspectos relevantes do comportamento de estruturas de pontes com pilares de betão armado sujeitas à acção dos sismos. As matérias tratadas nos capítulos 1 a 4 serviram de suporte ao desenvolvimento de um modelo de fibras, cuja descrição foi efectuada no capítulo 5, e que permite prever de forma realista o comportamento global de estruturas de pontes nos casos em que este é controlado pelo comportamento dos pilares em flexão. As características deste tipo de modelos são extremamente interessantes do ponto de vista da verificação da segurança, assunto que foi abordado no capítulo 6. Foi, nomeadamente, apresentada uma metodologia de verificação da segurança, traduzida em termos de probabilidades de ruína das estruturas, bem como um processo de optimização deste cálculo baseado no teorema de Bayes.

Ao longo do desenvolvimento do trabalho sentiu-se algumas vezes a existência de lacunas de conhecimento a diversos níveis. Assim, em relação ao comportamento do betão armado sujeito a acções repetidas e alternadas, muitos temas justificam o desenvolvimento de investigação intensiva; afigura-se que as necessidades mais notórias dizem respeito à elaboração de modelos que permitam incluir, por exemplo, os efeitos de escorregamento das armaduras devido a perdas locais de aderência e da encurvadura das armaduras comprimidas, cuja importância foi já referida anteriormente. Em termos de problemas específicos das estruturas de pontes podem também referir-se como temas em que o estado de conhecimentos é insatisfatório (e portanto merecedor de investigação) potenciais problemas de

encurvadura local de paredes finas comprimidas em pilares vazados e o desenvolvimento de sistemas de isolamento ("base isolation"). Em relação a este último tema dão-se ainda os primeiros passos e a aplicação de sistemas de isolamento em estruturas de pontes só tem sido feita em casos muito especiais de pilares de grande altura em que o problema principal é, não tanto a resistência dos pilares mas sim as suas fundações. No entanto, a problemática da verificação da segurança é, de todos os assuntos abordados neste trabalho, aquele em que existem mais aspectos em aberto. As insuficiências de conhecimento e as incertezas associadas à maioria dos tópicos relevantes vem suscitando um cada vez maior debate justificando-se, por isso, que neste capítulo final seja feita a identificação das matérias apresentadas no capítulo 6 passíveis de maior discussão e que poderão também dar origem a futuras linhas de investigação.

Como bom exemplo das insuficiências actuais pode citar-se o comentário à cláusula 4.5.2 do Eurocódigo nº 8 - Parte 2: Pontes, do qual se transcreve a parte seguinte: " ... *When nonlinear analyses are used it is sometimes justified to consider if a more accurate quantification of the design earthquake action, of the ultimate limit states and of the "optimum" level of reliability should not be sought. The assessment of the results of the analyses carried out with a nonlinear model may, in general, be performed by comparing the ductility demand obtained in the structural elements with the ductility demand obtained in the structural elements of a reference bridge analysed with the same nonlinear method. This reference bridge is an idealized bridge, whose general characteristics are as close as possible to the characteristics of the bridge under consideration, but do not put the reference bridge outside the scope of a fundamental mode model analysis; the resistance capacity of the reference bridge is obtained by a linear analysis corrected by the behaviour factors presented in clause 4.4. In principle the reference bridge will have the same fundamental frequencies as the bridge under consideration.* " O aspecto fundamental que sobressai deste comentário é o facto de se tentar reduzir todos os problemas a problemas bem conhecidos. Note-se, porém, que o conceito de ponte de referência é extremamente vago e portanto subjectivo. Por outro lado, podem colocar-se questões várias como, por exemplo, quais os critérios para

avaliar as exigências de ductilidade nos casos em que são utilizados modelos espaciais que contemplem, nomeadamente, a flexão desviada com esforço axial.

Um dos aspectos mais controversos diz respeito aos estados limites. Sendo uma realidade que o conceito de estado limite se encontra perfeitamente estabelecido o mesmo não acontece relativamente à sua quantificação em termos das variáveis que descrevem o comportamento das estruturas. A quantificação do estado limite último tal como foi feita no capítulo 6 (recorde-se que essa quantificação é feita em termos das extensões máximas do aço e do betão nas secções de controlo) tem sido alvo de alguma discussão no LNEC devido ao facto de se basear apenas em grandezas que estão pouco relacionadas com o comportamento global. A razoabilidade desta crítica é indiscutível mas permanece a incerteza sobre qual a condição adicional a considerar para ter em conta o comportamento global. Uma possibilidade em relação a esta condição adicional seria a de estabelecer um limite para a razão entre a resistência das estruturas a acções horizontais, antes e depois da ocorrência das acções sísmicas. Uma outra condição possível poderia ser estabelecida a partir da distribuição de deslocamentos máximos. No caso específico das estruturas de pontes o problema da quantificação do estado limite último coloca outras dificuldades pois, como se faz notar no comentário à cláusula 4.4 do Eurocódigo nº 8, Parte 2, enquanto que para as estruturas de edifícios o estado limite último está associado a uma exigência de não colapso, para as estruturas de pontes o estado limite último corresponde na realidade a um estado limite de traficabilidade; consequentemente a ductilidade disponível só poderá ser explorada até um nível que não comprometa a circulação do tráfego.

Dos resultados apresentados na secção 6.4 transparece uma certa discrepância entre os valores das probabilidades de ruína obtidos a partir das funções de vulnerabilidade e os valores das probabilidades de ruína calculados recorrendo à análise bayesiana. Uma explicação plausível para esta discrepância é a necessidade de a quantificação do estado limite último ser feita com base numa única variável de controlo "equivalente". Esta limitação poderá ser ultrapassada

pela generalização da análise bayesiana de modo a poder-se considerar várias variáveis de controlo; note-se, contudo, que esta generalização acarretará necessariamente um acréscimo de complexidade cujas consequências são ainda difíceis de estimar. Por outro lado, é de salientar que nos métodos apresentados a severidade das acções sísmicas foi caracterizada com base num único parâmetro, a aceleração de pico; na caracterização a partir de um único parâmetro afigura-se ser este o mais apropriado. No entanto, resultados de outros estudos (Duarte *et al*, Refs. 124 e 125) mostram que é questionável a representação da severidade das acções sísmicas com base num único parâmetro. Também neste caso a caracterização com base em mais que um parâmetro acarreta o aumento de dimensão do problema e coloca dificuldades adicionais.

A probabilidade de ruína pode, de certo modo, ser encara como uma medida da adequação do dimensionamento e deverá ser avaliada à luz de um critério de decisão baseado, por exemplo, numa probabilidade de ruína de referência. Um dos princípios implícitos em alguns regulamentos de segurança consiste em conferir a todas as estruturas o mesmo grau de segurança ou, por outras palavras, considerar a mesma probabilidade de ruína de referência para todas as estruturas. Noutros regulamentos, por exemplo no Eurocódigo nº 8, são introduzidos factores de importância que se destinam a ter em conta as consequências da ruína das estruturas em função da sua importância. Os valores das probabilidades de ruína obtidos para a estrutura analisada na secção 6.4, considerados conjuntamente com os obtidos noutros estudos (por exemplo Duarte *et al*, Ref. 124), deixam entender que mesmo para estruturas de pontes de tipos semelhantes se podem verificar comportamentos muito diferentes. A diferença mais significativa tem a ver com o facto de se ter verificado que nas estruturas com frequências fundamentais baixas (inferiores a 0,5 Hz) o intervalo dos coeficientes de comportamento que garantem que não é ultrapassada uma determinada probabilidade de ruína de referência é muito mais apertado que igual intervalo referente a estruturas com frequências fundamentais mais elevadas (em torno de 1 Hz). Embora se reconheça que este resultado deve ser encarado com reservas devido, por um lado ao pequeno número de casos analisados e, por outro lado, devido a todas as incertezas que persistem,

parece justificar-se algum trabalho no sentido de clarificar este assunto.

Afigura-se, portanto, que a tarefa do estabelecimento dos valores de probabilidades de ruína de referência é uma tarefa de enorme responsabilidade face a todas as lacunas que ainda caracterizam as matérias interessadas e deverá ser desempenhada num âmbito eminentemente técnico-científico; no entanto, tratando-se de um assunto que interessa a toda a sociedade pelas consequências que potencia, o seu desempenho não poderá ignorar considerações de natureza política, económica e social.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 - IWASAKI, T.; PENZIEN, J.; CLOUGH, R. - Literature Survey - Seismic Effects on Highway Bridges, Report no. EERC 72-11, Earthquake Engineering Research Center, Universidade da Califórnia, Berkeley, 1972.
- 2 - Earthquake Resistant Design of Bridges, Japan Society of Civil Engineers, Earthquake Engineering Committee, Tóquio, 1980.
- 3 - GATES, J.H. - Factors Considered in the Development of the California Seismic Design Criteria for Bridges, Workshop on Earthquake Resistance of Highway Bridges, ATC, Califórnia, 1979.
- 4 - SHARPE, R.L.; MAYES, R.L. - Development of Highway Bridge Seismic Design Criteria for the United States, Workshop on Earthquake Resistance of Highway Bridges, ATC, Califórnia, 1979.
- 5 - Regulamento de Segurança e Acções para Estruturas de Edifícios e Pontes, Lisboa, 1983.
- 6 - Eurocode no. 8 - Structures in Seismic Regions, Part 2: Bridges, Commission of the European Communities, Draft, Dezembro, 1990.
- 7 - RAVARA, A.; DUARTE, R.T.; CARVALHO, E.C. - Engenharia Sísmica de Pontes, Seminário 318, LNEC, 1984.
- 8 - JENNINGS, P.C.; HOUSNER, G.W. - The San Fernando, California, Earthquake of February 9, 1971, Preprints 5ª Conferência Mundial de Engenharia Sísmica, Paper no. 3, Roma, 1973.
- 9 - BERTERO, V.V.; BRESLER, B.; SELNA, L.G.; CHOPRA, A.K.; KORETSKI, A.V. - Design Implications of Damage Observed in the Olive View Medical Center Buildings, Preprints 5ª Conferência Mundial de Engenharia Sísmica, Paper no. 6, Roma, 1973.
- 10 - TSENG, W.S.; PENZIEN, J. - Seismic Response of Highway Bridges, Preprints 5ª Conferência Mundial de Engenharia Sísmica, Paper no. 113, Roma, 1973.
- 11 - The Loma Prieta, California, Earthquake of October 17, 1989: Report of the NZNSEE Reconnaissance Team, Bulletin of the New Zealand National Society for Earthquake Engineering, Vol. 23, No. 1, Março, 1990.
- 12 - Loma Prieta Earthquake Reconnaissance Report, Earthquake Spectra, Supplement to Volume 6, Earthquake Engineering Research Institute, Califórnia, Maio, 1990.

- 13 - CHEN, MA-CHI; PENZIEN, J. - **Analytical Investigations of Seismic Response of Short, Single or Multiple-Span, Highway Bridges**, Report no. EERC 75-4, Earthquake Engineering Research Center, Universidade da Califórnia, Berkeley, 1975.
- 14 - CHEN, MA-CHI; PENZIEN, J. - **Nonlinear Soil-Structure Interaction of Skew Highway Bridges**, Report no. EERC 77-24, Earthquake Engineering Research Center, Universidade da Califórnia, Berkeley, 1977.
- 15 - CHEN, MA-CHI; PENZIEN, J. - **Soil-Structure Interaction of Short Highway Bridges**, Workshop on Earthquake Resistance of Highway Bridges, ATC, Califórnia, 1979.
- 16 - MARAGAKIS, E.A. - **Parametric Studies on a Simple Model for the Rigid Body Rotation of Skew Bridges**, Proceedings 3rd U.S. National Conference on Earthquake Engineering, Vol. III, Págs. 2237-2247, 1986.
- 17 - MARAGAKIS, E.A.; JENNINGS, P.C. - **Analytical Models for the Rigid Body Motions of Skew Bridges**, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 15, Págs. 923-944, 1987.
- 18 - ELMS, D.G.; MARTIN, G.R. - **Factors Involved in the Seismic Design of Bridge Abutments**, Workshop on Earthquake Resistance of Highway Bridges, ATC, Califórnia, 1979.
- 19 - TSENG, W.S.; PENZIEN, J. - **Analytical Investigations of the Seismic Response of Long Multiple Span Highway Bridges**, Report no. EERC 73-12, Earthquake Engineering Research Center, Universidade da Califórnia, Berkeley, 1973.
- 20 - TSENG, W.S.; PENZIEN, J. - **Seismic Analysis of Long Multiple-Span Highway Bridges**, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 4, Págs. 3-24, 1975.
- 21 - TSENG, W.S.; PENZIEN, J. - **Seismic Response of Long Multiple-Span Highway Bridges**, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 4, Págs. 25-48, 1975.
- 22 - WILLIAMS, D.; GODDEN, W.G. - **Experimental Model Studies on the Seismic Response of High Curved Overcrossings**, Report no. EERC 76-18, Earthquake Engineering Research Center, Universidade da Califórnia, Berkeley, 1976.
- 23 - KAWASHIMA, K.; PENZIEN, J. - **Correlative Investigations on Theoretical and Experimental Dynamic Behaviour of a Model Bridge Structure**, Report no. EERC 76-26, Earthquake Engineering Research Center, Universidade da Califórnia, Berkeley, 1976.
- 24 - GODDEN, W.G. - **Seismic Model Studies of Long-Span Curved Bridges**, Proceedings 6ª Conferência Europeia de Engenharia Sísmica, Vol. 3, Págs. 207-214, 1977.

- 25 - PENZIEN, J. - **Seismic Analysis of Multi-Span Reinforced Concrete Bridges**, Proceedings 6ª Conferência Europeia de Engenharia Sísmica, Vol. 3, Págs. 19-28, 1978.
- 26 - IMBSEN, R.A.; NUTT, R.V.; PENZIEN, J. - **Seismic Response of Bridges - Case Studies**, Report no. EERC 78-14, Earthquake Engineering Research Center, Universidade da Califórnia, Berkeley, 1978.
- 27 - WILLIAMS, D.; GODDEN, W.G. - **Seismic Response of Long Curved Bridge Structures: Experimental Model Studies**, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 7, Págs. 107-128, 1979.
- 28 - NEWMARK, N.M.; ROSENBLUETH, E. - **Fundamentals of Earthquake Engineering**, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1971.
- 29 - DUARTE, R.T. - **Uma Teoria Linear do Comportamento Dinâmico das Estruturas Sujeitas a Acções Sísmicas**, Tese, LNEC, 1978.
- 30 - DUARTE, R.T. - **Definição das Acções Sísmicas**, em Curso sobre Estruturas de Betão Armado Sujeitas à Acção dos Sismos, LNEC, 1985.
- 31 - JERVIS PEREIRA, J. - **Métodos Probabilísticos em Engenharia Sísmica**, Tese, Memória nº 442, LNEC, 1974.
- 32 - DUARTE, R.T. - **Oscilador de 1 Grau de Liberdade - Aplicações em Engenharia Sísmica**, Relatório, LNEC, 1974.
- 33 - JERVIS PEREIRA, J.; OLIVEIRA, C.S.; DUARTE, R.T. - **Direct and Indirect Conversion from Power Spectra to Response Spectra**, Proceedings 6ª Conferência Mundial de Engenharia Sísmica, Vol. 2, Págs. 279-284, 1977.
- 34 - DUARTE, R.T.; RAVARA, A. - **An Assessment of Design Methods for Earthquake Resistant Codes**, Proceedings 6ª Conferência Europeia de Engenharia Sísmica, Vol. 5-6, Págs. 33-40, 1978.
- 35 - **Estudo Sísmico da Estrutura de um Viaduto**, Relatório Confidencial, LNEC, 1980.
- 36 - PERLOIRO, J.; GARCIA DA FONSECA, A.; DUARTE, R.T.; COSTA, A.C. - **Seismic Studies for the EN1 Agueda Bridge**, Proceedings 8ª Conferência Europeia de Engenharia Sísmica, Vol. 5, Págs. 8.3/121-8.3/128, 1986.
- 36a - **Estudos Sísmicos da Ponte de Águeda**, Relatório Confidencial, LNEC, 1987.

- 37 - VAZ, C.T.; RITO, A.; DUARTE, R.T. - **Siesmic Studies of the Arade River Cable-Stayed Bridge**, Proceedings 9ª Conferência Mundial de Engenharia Sísmica, Vol. VI, Págs. 507-512, 1988.
- 37a - **Estudos Sísmicos da Ponte Sobre o Rio Arade**, Relatório Confidencial, LNEC, 1989.
- 38 - DUARTE, R.T. - **Spatially Variable Ground Motion Models for the Earthquake Design of Bridges and Other Extended Structures**, Proceedings 8ª Conferência Mundial de Engenharia Sísmica, Vol. 2, Págs. 613-620, 1984.
- 39 - DUARTE, R.T.; VAZ, C.T. - **Modelization of the Spatial Variability of Earthquake Actions by Response Spectra**, Proceedings 8ª Conferência Europeia de Engenharia Sísmica, Vol. 1, Págs. 33/63-3.3/70, 1986.
- 40 - DUARTE, R.T.; VAZ, C.T.; CORRÊA, M.R. - **Evaluation of Analysis Methods for the Assessment of Design Earthquake Effects on RC Bridges**, Background Document, EC8, Part 2: Bridges, 1990.
- 41 - ABDEL-GHAFFAR, A.M.; RUBIN, L.I. - **Suspension Bridges Response to Multiple Support Excitations**, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 108, No. EM2, Págs. 419-435, Abril, 1982.
- 42 - ABDEL-GHAFFAR, A.M.; RUBIN, L.I. - **Vertical Seismic Behaviour of Suspension Bridges**, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 11, Págs. 1-19, 1983.
- 43 - ABDEL-GHAFFAR, A.M.; STRINGFELLOW, R.G. - **Response of Suspension Bridges to Travelling Earthquake Excitations: Part I - Vertical Response**, Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Vol. 3, No. 2, Págs. 62-72, 1984.
- 44 - ABDEL-GHAFFAR, A.M.; STRINGFELLOW, R.G. - **Response of Suspension Bridges to Travelling Earthquake Excitations: Part II - Lateral Response**, Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Vol. 3, No. 2, Págs. 73-81, 1984.
- 45 - ABDEL-GHAFFAR, A.M.; NAZMY, A.S. - **Nonlinear Seismic Response of Cable-Stayed Bridges Subjected to Nonsynchronous Support Motions**, Proceedings 9ª Conferência Mundial de Engenharia Sísmica, Vol. VI, Págs. 483-488, 1988.
- 46 - KANG, K.D.; WIELAND, M. - **Application of Response Spectrum Method to a Bridge Subjected to Multiple Support Excitations**, Proceedings 9ª Conferência Mundial de Engenharia Sísmica, Vol. VI, Págs. 531-536, 1988.
- 47 - VAZ, C.T.; DUARTE, R.T. - **Metodologia para a Definição de Acções Sísmicas à Superfície de Terrenos Brandos**, Encontro Sobre Sismologia e Engenharia Sísmica, LNEC, 1989.

- 48 - VAZ, C.T.; DUARTE, R.T. - Methodology for the Quantification of Design Earthquake Actions at the Surface of Soft Layers, Proceedings 9ª Conferência Europeia de Engenharia Sísmica, Vol. 4-A, Págs. 73-81, 1990.
- 49 - IMBSEN, R.A.; NUTT, R.V.; PENZIEN, J. - Evaluation of Analytical Procedures Used in Bridge Seismic Design Practice, Workshop on Earthquake Resistance of Highway Bridges, ATC, Califórnia, 1979.
- 50 - VAZ, C.T.; DUARTE, R.T.; CORRÊA, M.R. - Influência das Técnicas de Modelização na Análise do Comportamento Sísmico de Estruturas de Pontes, 2ª Jornadas Portuguesas de Engenharia de Estruturas, LNEC, 1990.
- 51 - MONTEIRO, V.; CARVALHO, E.C. - Comportamento de Elementos de Betão Armado Sujeitos a Acções Repetidas e Alternadas, em Curso Sobre Estruturas de Betão Armado Sujeitas à Acção dos Sismos, LNEC, 1985.
- 52 - PARK, R; PAULAY, T. - Reinforced Concrete Structures, John Wiley & Sons, Nova Iorque, 1979.
- 53 - PARK, R.; KENT, D.C.; SAMPSON, R.A. - Reinforced Concrete Members With Cyclic Loading, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 98 No. ST7, Págs. 1341-1360, Julho, 1972.
- 54 - AOYAMA, H. - Moment Curvature Characteristics of Reinforced Concrete Members Subjected to Axial Load and Reversal of Bending, Proceedings of International Symposium on the Flexural Mechanics of Reinforced Concrete, ASCE-ACI, Págs. 183-212, Miami, 1964.
- 55 - AKTAN, A.E.; PECKNOLD, D.A. - Response of Reinforced Concrete Section to Two-Dimensional Curvature Histories, ACI Journal, Title no. 71-16, Págs 246-250, Maio, 1974.
- 56 - VAZ, C.T. - Análise Estática Não Linear de Pilares de Betão Armado Sujeitos a Acções Repetidas e Alternadas, Relatório 168/89, LNEC, 1989.
- 57 - ABRAMS, D.P. - Influence of Axial Force Variations on Flexural Behaviour of Reinforced Concrete Columns, ACI Journal, Title no. 84-S26, Págs. 246-254, Maio-Junho, 1987.
- 58 - SAADEGHVAZIRI, M.A.; FOUTCH, D.A. - Behaviour of RC Columns Under Non Proportionally Varying Axial Load, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 116, No. 7, Págs. 1835-1856, Julho, 1990.

- 59 - SAADEGHVAZIRI, M.A.; FOUTCH, D.A. - Dynamic Behaviour of R/C Highway Bridges Under the Combined Effect of Vertical and Horizontal Earthquake Motions, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 116, No. 7, Págs. 1835-1856, Julho, 1990.
- 60 - Response of R.C. Critical Regions Under Large Amplitude Reversed Actions, CEB Bulletin d'Information no. 161, Agosto, 1983.
- 61 - ROY, H.E.H.; SOZEN, M.A. - Ductility of Concrete, Proceedings of International Symposium on the Flexural Mechanics of Reinforced Concrete, ASCE-ACI, Págs. 213-224, Miami, 1964.
- 62 - BERTERO, V.V.; FELLIPA, C. - Discussion of Ductility of Concrete, by H.E.H. Roy and M.A. Sozen, Proceedings of International Symposium on the Flexural Mechanics of Reinforced Concrete, ASCE-ACI, Págs. 227-234, Miami, 1964.
- 63 - SHEIKH, S.A.; UZUMERI, S.M. - Properties of Concrete Confined by Rectangular Ties, AICAP-CEB Symposium on Structural Concrete Under Seismic Actions, Tema 1, Paper no. 7, CEB Bulletin d'Information no. 132, Maio, 1979.
- 64 - SHEIKH, S.A.; UZUMERI, S.M. - Concrete Confinement by Rectangular Ties, Proceedings 6ª Conferência Europeia de Engenharia Sísmica, Vol. 3, Págs. 175-182, 1978.
- 65 - SHEIKH, S.A.; UZUMERI, S.M. - Mechanics of Confinement in Tied Columns, Proceedings 7ª Conferência Mundial de Engenharia Sísmica, Vol. 7, Págs. 71-78, 1980.
- 66 - SHEIKH, S.A.; UZUMERI, S.M. - Strength and Ductility of Tied Concrete Columns, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 106, No. ST5, Págs. 1079-1102, Maio, 1980.
- 67 - SHEIKH, S.A.; YEH, C.C. - Flexural Behaviour of Confined Concrete Columns, ACI Journal, Title no. 83-39, Págs. 389-404, Maio-Junho, 1986.
- 68 - SHEIKH, S.A.; YEH, C.C.; KHOURY, S. - Concrete Strength in Tied Columns, ACI Journal, Title no. 87-S36, Págs. 379-385, Julho-Agosto, 1990.
- 69 - SHEIKH, S.A.; YEH, C.C. - Tied Concrete Columns Under Axial Load and Flexure, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 116, No. 10, Outubro, 1990.
- 70 - SCOTT, D.B.; PARK, R.; PRIESTLEY, M.J.N. - Stress-Strain Behaviour of Concrete Confined by Overlapping Hoops at Low and High Strain Rates, ACI Journal, Title no. 79-2, Págs. 13-27, Janeiro-Fevereiro, 1982.
- 71 - MA, S.Y.; BERTERO, V.V.; POPOV, E.P. - Experimental and Analytical Studies on Hysteretic Behaviour of Reinforced Concrete Rectangular and T-Beams, Report no. EERC 76-2, Earthquake Engineering Research Center, Universidade da Califórnia, Berkeley, 1976.

- 72 - CELEBI, M.; PENZIEN, J. - Experimental Investigation into the Seismic Behaviour of Critical Regions of Reinforced Concrete Components as Influenced by Moment and Shear, Report no. EERC 73-4, Earthquake Engineering Research Center, Universidade da Califórnia, Berkeley, 1973.
- 73 - JIRSA, J.O.; MARUYAMA, K.; RAMIREZ, H. - The Influence of Load History on the Shear Behaviour of Short RC Columns, Proceedings 7ª Conferência Mundial de Engenharia Sísmica, Vol. 6 Págs. 339-346, 1980.
- 74 - RAMIREZ, H.; JIRSA, J.O. - The Influence of Axial Load on the Response of Columns Under Bidirectional Loadings, AICAP-CEB Symposium on Structural Concrete Under Seismic Actions, Tema 2, Paper no. 5, CEB Bulletin d'Information no. 132, Maio, 1979.
- 75 - ZAGAJESKI, S.W.; BERTERO, V.V. - Hysteretic Behaviour of R/C Columns Subjected to High Axial Forces and Cyclic Shear Forces, Proceedings 6ª Conferência Europeia de Engenharia Sísmica, Vol. 3, Págs. 159-166, 1978.
- 76 - WIGHT, J.K.; SOZEN, M.A. - Strength Decay of RC Columns Under Shear Reversals, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 101, No. ST5, Maio, 1975.
- 77 - WOODWARD, K.A. - Behaviour of Short R/C Columns Subjected to Cyclic Bilateral Deformations, Proceedings 7ª Conferência Mundial de Engenharia Sísmica, Vol. 6, Págs. 347-354, 1980.
- 78 - PAULAY, T.; BULL, I.N. - Shear Effects on Plastic Hinges of Earthquake Resisting Reinforced Concrete Frames, AICAP-CEB Symposium on Structural Concrete Under Seismic Actions, Tema 2, Paper no. 9, CEB Bulletin d'Information no. 132, Maio, 1979.
- 79 - UMEHARA, H.; JIRSA, J.O. - The Shear Strength of Short RC Columns, Proceedings 7ª Conferência Europeia de Engenharia Sísmica, Vol. 4, Págs. 179-207, 1982.
- 80 - UMEHARA, H.; JIRSA, J.O. - Short Rectangular RC Columns Under Bidirectional Loadings, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 110, No. 3, Março, 1984.
- 81 - MARUYAMA, K.; RAMIREZ, H.; JIRSA, J.O. - Behaviour of Reinforced Concrete Columns Under Biaxial Lateral Loading, Proceedings 6ª Conferência Europeia de Engenharia Sísmica, Vol. 3, Págs. 135-141, 1978.
- 82 - SCRIBNER, C.F.; WIGHT, J.K. - Delaying Shear Strength Decay in Reinforced Concrete Flexural Members Under Large Load Reversals, Proceedings 7ª Conferência Mundial de Engenharia Sísmica, Vol. 7, Págs. 31-38, 1980.

- 83 - **BERTERO, V.V. - Seismic Behaviour of Structural Concrete Linear Elements (Beams, Columns) and Their Connections, State of the Art Report, AICAP-CEB Symposium on Structural Concrete Under Seismic Actions, CEB Bulletin d'Information no 132, Maio, 1979.**
- 84 - **TAKIZAWA, H.; AOYAMA, H. - Biaxial Effects in Modelling Earthquake Response of R/C Structures, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 4, Págs. 523-552, 1976.**
- 85 - **LAI, S.S.; WILL, G.T.; OTANI, S. - Model for Inelastic Biaxial Bending of Concrete Members, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 110, No. 11, Págs. 2563-2584, Novembro, 1984.**
- 86 - **OTANI, S. - SAKE - A Computer Program for Inelastic Analysis of R/C Frames to Earthquakes, Universidade de Illinois, Urbana, Novembro, 1974.**
- 87 - **SAIID, M.; GHUSN, G.; JIANG, Y. - Five Spring Element for Biaxially Bent R/C Columns, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 115, No. 2, Págs. 398-416, Fevereiro, 1989.**
- 88 - **JIANG, Y.; SAIID, M. - Four Spring Element for Cyclic Response of R/C Columns, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 116, No. 4, Págs. 1018-1029, Abril, 1990.**
- 89 - **AKTAN, A.E.; PECKNOLD, D.A.; SOZEN, M.A. - R/C Column Earthquake Response in Two Dimensions, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 100, No. ST10, Págs. 1999-2015, Outubro, 1974.**
- 90 - **SEGADÃES TAVARES, A. - Análise Matricial de Estruturas, Curso 129, LNEC, 1973.**
- 91 - **BOUSIAS, S. - Fibre Method Formulation for the Study of the Nonlinear Response of Reinforced Concrete Flexural Members, Technical Note I.89.131 CEC Joint Research Centre, Ispra, 1989.**
- 92 - **LAI, S.S. - Post-Yield Hysteretic Biaxial Models for Reinforced Concrete Members, ACI Structural Journal, Title no. 84-S25, Págs. 235-245, Maio-Junho, 1987.**
- 93 - **AKTAN, A.E.; ERSOY, U. - Analytical Study of R/C Material Hysteresis, AICAP-CEB Symposium on Structural Concrete Under Seismic Actions, Tema 2, Paper no. 1, CEB Bulletin d'Information no. 132, Maio, 1979.**
- 94 - **GIUFFRÈ, A.; PINTO, P.E. - Il Comportamento del Cemento Armato per Sollecitazioni Cicliche di Forte Intensità, Giornale del Genio Civile, Maio, 1970.**
- 95 - **SINHA, B.P.; GERSTLE, K.H.; TULIN, L.G. - Stress-Strain Relations for Concrete Under Cyclic Loading, ACI Journal, Title no. 61-12, Págs. 195-211, Fevereiro, 1964.**

- 96 - KARSAN, I.D.; JIRSA, J.O. - Behaviour of Concrete Under Compressive Loadings, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 95, No. ST12, Págs. 2543-2563, Dezembro, 1969.
- 97 - SMITH, G.M.; YOUNG, L.E. - Ultimate Theory in Flexure by Exponential Function, ACI Journal, Title no. 52-24, Págs. 349-359, Novembro, 1955.
- 98 - PARK, R. PRIESTLEY, M.J.N.; GILL, W.D. - Ductility of Square-Confined Concrete Columns, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 108, No. ST4, Págs. 929-950, Abril, 1982.
- 99 - KENT, D.C.; PARK, R. - Flexural Members With Confined Concrete, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 97, No. ST7, Págs. 1969-1990, Julho, 1971.
- 100 - MANDER, J.B.; PRIESTLEY, M.J.N.; PARK, R. - Theoretical Stress-Strain Model for Confined Concrete, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 114, No. 8, Págs. 1804-1826, Agosto, 1988.
- 101 - STANTON, J.F. - Identification of Parameters in an Analytical Model for Reinforced Concrete Subjected to Cyclic Loads, Proceedings 7ª Conferência Mundial de Engenharia Sísmica, Vol. 6, Págs. 25-32, 1980.
- 102 - MANDER, J.B.; PRIESTLEY, M.J.N.; PARK, R. - Observed Stress-Strain Behaviour of Confined Concrete, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 114, No. 8, Págs. 1827-1849, Agosto, 1988.
- 103 - Observed Stress-Strain Behaviour of Confined Concrete - Discussion by Theodor Krauthammer, Gabriel Forcier, Lucio Palmieri, James Roth and Paul Bergson, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 116, No. 5, Págs. 1469-1471, Maio, 1990.
- 104 - VALLENAS, J.; BERTERO, V.V.; POPOV, E.P. - Concrete Confined by Rectangular Hoops Under Axial Loads, Report no. EERC 77-13, Earthquake Engineering Research Center, Universidade da Califórnia, Berkeley, 1977.
- 105 - VALE E AZEVEDO, A. - Técnicas de Programação em Análise Estrutural, Relatório, LNEC, 1983.
- 106 - ALLEN, H.G.; BULSON, P.S. - Background to Buckling, McGraw-Hill, Tóquio, 1975.
- 107 - BATHE, K.-J. - Finite Element Procedures in Engineering Analysis, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1982.
- 108 - CLOUGH, R.W.; PENZIEN, J. - Dynamics of Structures, McGraw-Hill, Tóquio, 1975.
- 109 - NEWMARK, N.M. - A Method of Computation for Structural Dynamics, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 85, No. EM3, Págs. 67-94, Julho, 1959.

- 110 - PRIESTLEY, M.J.N.; PARK, R. - **Strength and Ductility of Bridge Substructures**, Research Report no. 84-20, Universidade de Canterbury, Christchurch, Nova Zelândia, 1984.
- 111 - DAVEY, B.E.; PARK, R. - **Reinforced Concrete Bridge Piers Under Seismic Loading**, Research Report no. 75-3, Universidade de Canterbury, Christchurch, Nova Zelândia, 1975.
- 112 - NG, K.H.; PRIESTLEY, M.J.N.; PARK, R. - **Seismic Behaviour of Circular Reinforced Concrete Bridge Piers**, Research Report no. 78-14, Universidade de Canterbury, Christchurch, Nova Zelândia, 1978.
- 113 - GILL, W.D.; PARK, R.; PRIESTLEY, M.J.N. - **Ductility of Rectangular Reinforced Concrete Columns With Axial Load**, Research Report no. 79-1, Universidade de Canterbury, Christchurch, Nova Zelândia, 1979.
- 114 - POTANGAROA, R.T.; PRIESTLEY, M.J.N.; PARK, R. - **Ductility of Spirally Reinforced Concrete Columns Under Seismic Loading**, Research Report no. 79-8, Universidade de Canterbury, Christchurch, Nova Zelândia, 1979.
- 115 - **Regulamento de Estruturas de Betão Armado e Pré-esforçado**, Lisboa, 1983.
- 116 - LEPORATI, E. - **The Assessment of Structural Safety - A Comparative Structural Study of the Evolution and Use of Level 3, Level 2 and Level 1**, Research Studies Press, Forest Grove, Oregon, 1979.
- 117 - DUARTE, R.T.; GUIMARÃES DA COSTA, A.; COSTA, A.C. - **Definition and Quantification of Behaviour Coefficients Based on Structural Reliability Concepts**, Proceedings 9ª Conferência Europeia de Engenharia Sísmica, Vol. 7-C, Págs. 3-13, Moscovo, 1990.
- 118 - FERRY BORGES, J.; CASTANHETA, M. - **Structural Safety**, Curso 101, 2ª ed., LNEC, 1985.
- 119 - MACCHI, G. - **Nonlinear Analysis of Concrete Structures - Code Problems and Applications**, CEB Bulletin d'Information no. 134, Abril, 1979.
- 120 - DUARTE, R.T.; OLIVEIRA, C.S.; GUIMARÃES DA COSTA, A.; COSTA, A.C. - **Cálculo de Coeficientes de Comportamento**, Encontro Sobre Sismologia e Engenharia Sísmica, Págs. 399-409, Lisboa, Novembro, 1989.
- 121 - HADJIAN, A.H.; GOODMAN, J. - **An Interpretation of Failure Probabilities**, Proceedings 3rd U.S. National Conference on Earthquake Engineering, Vol. II, Págs. 943-955, 1986.
- 122 - DUARTE, R.T. - **Avaliação da Segurança em Relação à Acção dos Sismos**, 2ª Jornadas Portuguesas de Engenharia de Estruturas, LNEC, 1990.

- 123 - DUARTE, R.T.; OLIVEIRA, C.S.; COSTA, A.C.; GUIMARÃES DA COSTA, A. - A Nonlinear Model for Seismic Analysis, Design and Safety Assessment of Reinforced Concrete Buildings, em Earthquake Damage Evaluation and Vulnerability Analysis of Buildings, Págs. 133-160, Ed. A. Koridze, Omega Scientific Wallingford, 1990.
- 124 - DUARTE, R.T. VAZ, C.T.; CORRÊA, M.R. - Evaluation of Earthquake Behaviour of Reinforced Concrete Bridges - Quantification of Behaviour Coefficients, Background Document, EC8, Part2: Bridges, 1990.
- 125 - DUARTE, R.T.; VAZ, C.T.; CORRÊA, M.R. - Probabilistic Analysis of a Bridge Under Seismic Actions - Portuguese State-of-Art, International Workshop in Seismic Design and Retrofitting of Reinforced Concrete Bridges, Págs. 582-594, Bormio, 1991.
- 126 - DUARTE, R.T.; COSTA, A.C. - Identification of Design Seismic Actions Considering the Nonlinear Behaviour of Structures, International Workshop on Seismology and Earthquake Engineering, Cidade do México, 1991.
- 127 - OLIVEIRA, C.S.; COSTA, A.C. - Updating Seismic Hazard Maps, Proceedings 8ª Conferência Mundial de Engenharia Sísmica, Vol. I, Págs. 303-310, 1984.
- 128 - DUARTE, R.T.; CORRÊA, M.R.; VAZ, C.T.; COSTA, A.C. - Metodologia Bayesiana para a Quantificação da Probabilidade de Ruína e a Optimização da Análise, 2ª Jornadas Portuguesas de Engenharia de Estruturas, LNEC, 1990.
- 129 - DUARTE, R.T.; OLIVEIRA, C.S.; CAMPOS COSTA, A.; PINTO, A.V.; COSTA, A.G.; VAZ, C.T. - Characterization of Earthquake Ground Motion for the Assessment of Its Structural Severity, Seminar on the Prediction of Earthquakes, LNEC, 1988.
- 130 - DUARTE, R.T. - The Use of Analytical Methods in Structural Design for Earthquake Resistance, em Experimental and Numerical Methods in Earthquake Engineering, Ed. J. Donea e P.M. Jones, Kluwer Academic Publishers, Págs. 149-174, Dordrecht, 1991.
- 131 - DUARTE, R.T.; COSTA, A.C. - Earthquake Behaviour of Reinforced Concrete Frame Structures Infilled With Masonry Panels, Relatório 284/88, LNEC, 1988.
- 132 - PIPA, M.; CARVALHO, E.C. - Classes de Ductilidade em Aços para Betão Armado, 2ª Jornadas Portuguesas de Engenharia de Estruturas, LNEC, 1990.
- 133 - PIPA, M.; CARVALHO, E.C. - Verificação Experimental do Comportamento de Estruturas Dimensionadas para Dois Níveis de Ductilidade, Encontro sobre Sismologia e Engenharia Sísmica, LNEC, 1989.

- 134 - PIPA, M.; CARVALHO, E.C. - Experimental Evaluation of the Behaviour of Structures Designed for Two Ductility Levels, European Earthquake Engineering, Vol. IV, nº1, Págs. 43-53, 1990.
- 135 - D'ARGA E LIMA; MONTEIRO, V.; MUN, MARY - BETÃO ARMADO - Esforços Normais e de Flexão (REBAP-83), LNEC, 1985.
- 136 - D'ARGA E LIMA; MONTEIRO, V.; PIPA, M. - BETÃO ARMADO - Esforços Transversos, de Torção e de Punçoamento (REBAP-83), LNEC, 1989.

ANEXO 1

EXEMPLO. DADOS E DIMENSIONAMENTO

1 - INTRODUÇÃO

Neste anexo apresenta-se a descrição detalhada da estrutura da ponte que constitui o exemplo de aplicação apresentado na secção 6.4, sendo também referidas as hipóteses consideradas no seu dimensionamento e os valores dos parâmetros que foram utilizados nas análises não lineares efectuadas.

Embora se considere que, em trabalhos deste tipo, a apresentação dos dados e hipóteses relativas aos exemplos de aplicação desenvolvidos é desejável e deve ser feita de uma forma bastante detalhada, verificou-se que o grande volume de informação que é necessário fornecer prejudicaria a continuidade da exposição das matérias abordadas no capítulo 6, razão pela qual a sua apresentação foi remetida para este anexo.

2 - DESCRIÇÃO DA ESTRUTURA

A estrutura tem um comprimento total de 260 m e é constituída por 2 vãos extremos com 40 m de comprimento e 3 vãos intermédios iguais com 60 m de comprimento. O tabuleiro é constituído por uma secção em caixão unicelular com altura variável. Os pilares possuem uma secção de forma rectangular vazada com dimensões de 4,4 m x 1,6 m e uma espessura de 0,40 m, estando a maior

dimensão orientada segundo a direcção transversal da ponte. As suas alturas são de 12, 22, 24 e 18 m e foram considerados encastrados nas fundações e ligados monoliticamente ao tabuleiro. Nos encontros os movimentos são livres, tanto na direcção longitudinal como na direcção transversal.

3 - MODELO DA ESTRUTURA

A estrutura descrita na secção anterior é idealizada através de um modelo tridimensional com 6 graus de liberdade por nó. Neste modelo cada tramo do tabuleiro é discretizado em 6 elementos de barra através de nós situados nos sextos de vão. Em relação aos pilares, devido às diferenças nas suas alturas, cada um deles é discretizado num número variável de barras de modo a que os nós distem, em geral, de 2 a 4,5 m entre si. Atendendo a que este será também o modelo que será utilizado na realização das análises não lineares o afastamento entre nós junto das zonas críticas (topo e base dos pilares) foi diminuído para 1,5 m por forma a que os elementos não lineares de pilar tenham comprimentos de acordo com o que foi proposto na secção 5.3.

O modelo é, portanto, constituído por 61 nós e 60 elementos de barra, apresentando-se na Fig. A.1 um desenho esquemático da estrutura com a numeração dos nós e das barras. Nas páginas finais deste anexo é apresentada uma listagem dos dados da estrutura.

4 - CARACTERÍSTICAS DINÂMICAS

A caracterização dinâmica da estrutura consistiu essencialmente na determinação das suas frequências próprias de vibração e das configurações dos modos de vibração. Foram calculados 24 modos de vibração da estrutura, os quais possuem frequências próprias entre 0,994 e 10,982 Hz. No Quadro A.1 indicam-se as frequências próprias, as direcções preponderantes dos movimentos e os factores

de participação para movimentos de base rígida segundo as direcções X (longitudinal), Y (transversal) e Z (vertical) referentes aos primeiros 10 modos de vibração calculados.

QUADRO A.1 - Características dos 10 primeiros modos de vibração

Modo nº	Frequência própria (Hz)	Mov.	Factores de participação		
			X	Y	Z
1	0,994	T	0	57,7	0
2	1,057	T	0	-34,8	0
3	1,097	L	85,1	0	-0,6
4	1,553	T	0	43,7	0
5	1,593	L + V	-4,9	0	-4,1
6	1,871	T	0	18,8	0
7	2,096	L + V	10,4	0	-0,7
8	2,689	L + V	2,7	0	34,1
9	3,196	T	0	-3,8	0
10	3,437	T	0	1,7	0
Notação: L - movimentos preponderantes na direcção longitudinal T - movimentos preponderantes na direcção transversal V - movimentos preponderantes na direcção vertical					

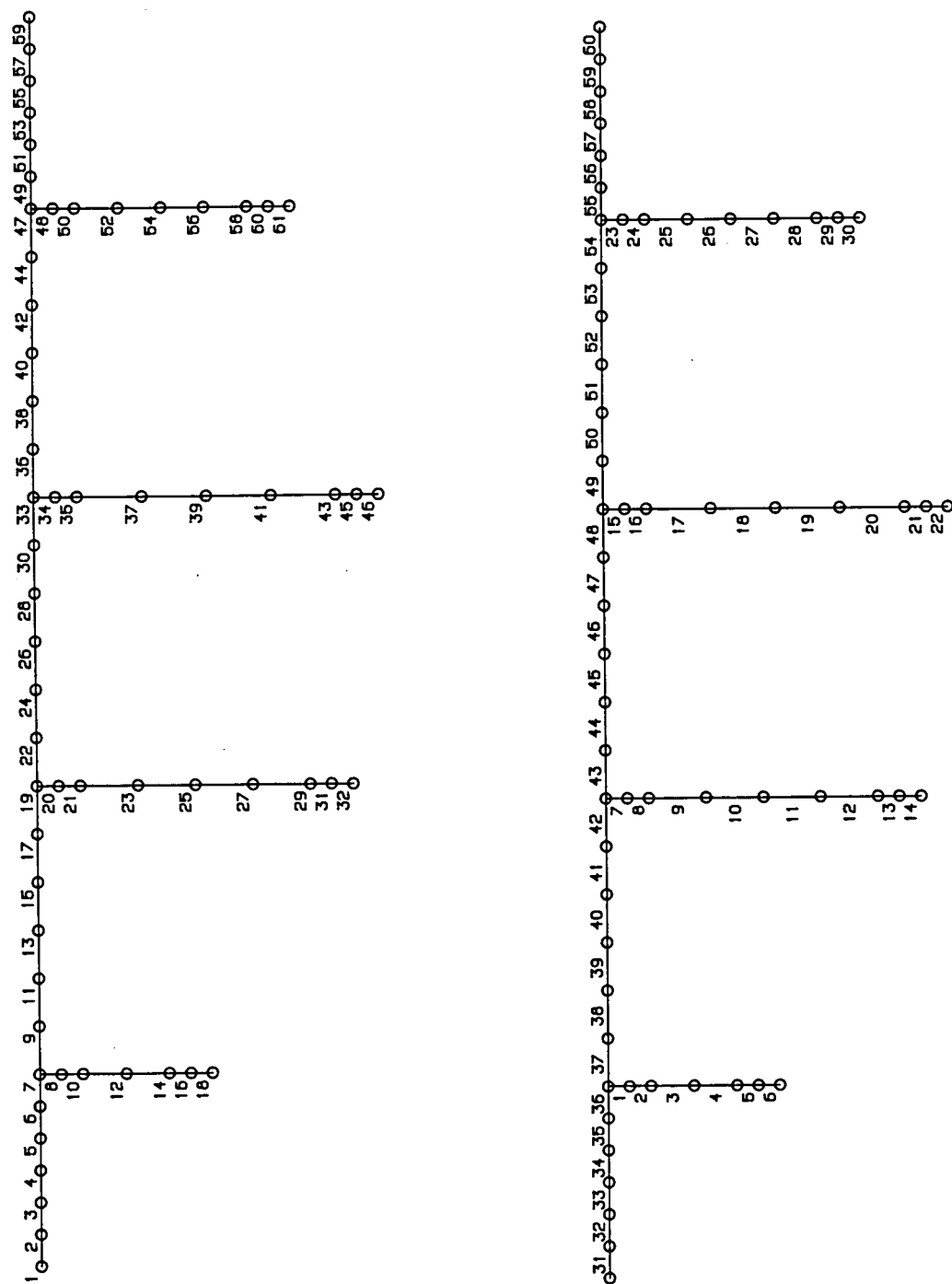


Fig. A.1 - Numeração dos nós e das barras

5 - DIMENSIONAMENTO

O efeito da acção dos sismos sobre a estrutura foi quantificado considerando as acções sísmicas tipo 1 e tipo 2 preconizadas no RSA, para espectros de potência correspondentes a terrenos tipo II e zona A, e tomando um coeficiente de amortecimento ξ igual a 0,05.

Os efeitos da acção dos sismos foram combinados com os efeitos devidos às acções permanentes e com os efeitos devidos às acções variáveis (tomadas com os seus valores quase-permanentes) de acordo com as regras regulamentares, tendo-se verificado que a acção sísmica tipo 2 conduz a esforços de cálculo ligeiramente superiores aos obtidos a partir da acção sísmica tipo 1. Foi efectuado o dimensionamento (cálculo das armaduras) para as secções do topo e da base dos pilares considerando factores de comportamento q de 2, 3 e 4. As armaduras foram calculadas recorrendo às tabelas e ábacos publicados pelo LNEC (Refs. 135 e 136), tendo-se obtido as 6 secções apresentadas nas Figs. A.2 a A.7. Os materiais considerados foram o betão B35 e o aço A400NR.

Em termos das análises não lineares os elementos de barra com comportamento linear situadas nas extremidades de cada pilar foram substituídos por elementos não lineares de pilar de betão armado com uma única secção de controlo. Nas secções de controlo os varões de aço foram considerados um a um enquanto que para os elementos de betão se considerou uma malha fina nas zonas de canto que é depois progressivamente alargada nas zonas intermédias conforme se mostra na Fig. A.8. A correspondência entre as secções de controlo dos elementos de pilar e as secções dimensionadas é apresentada no Quadro A.2 para todos os pilares e coeficientes de comportamento.

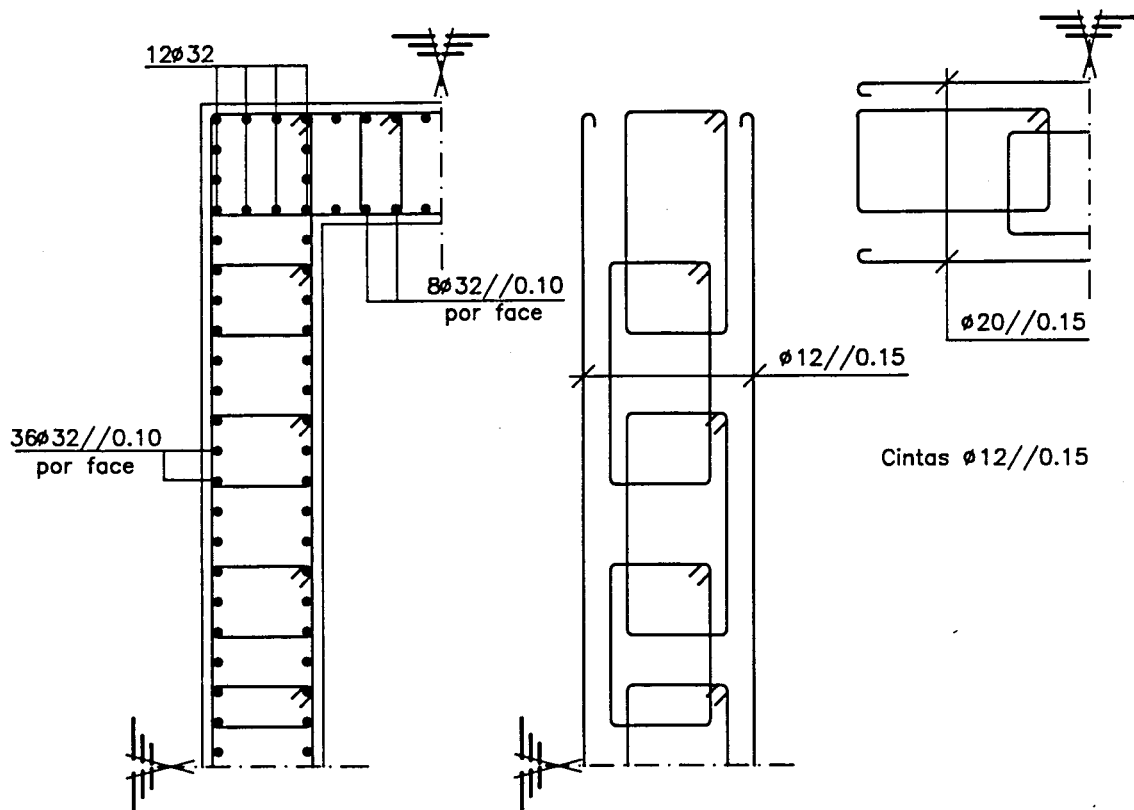


Fig. A.2 - Seção A

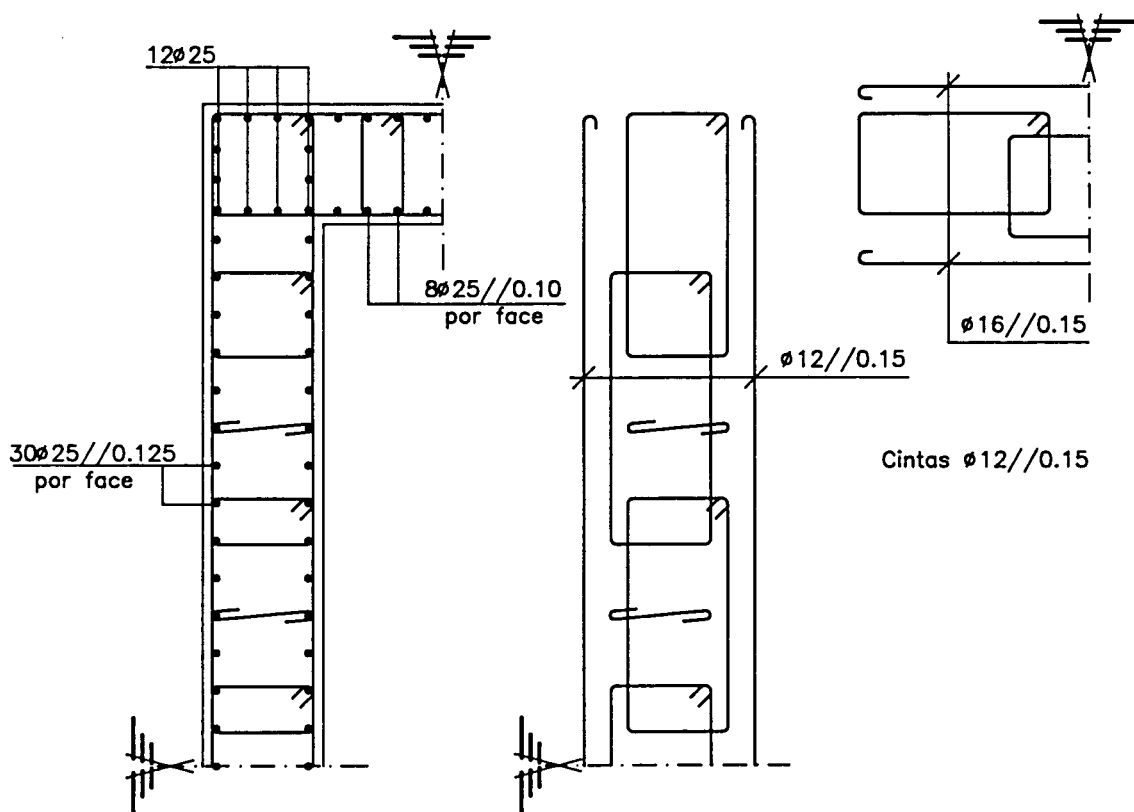


Fig. A.3 - Seção B

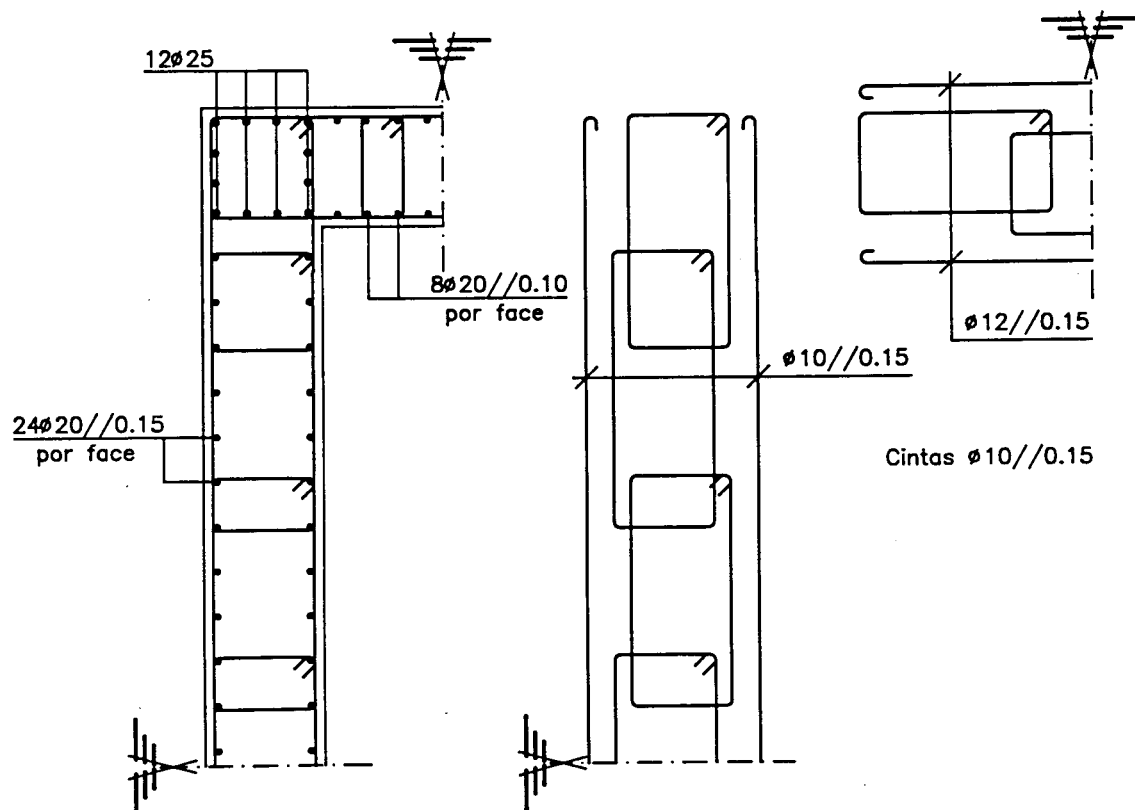


Fig. A.4 - Secção C

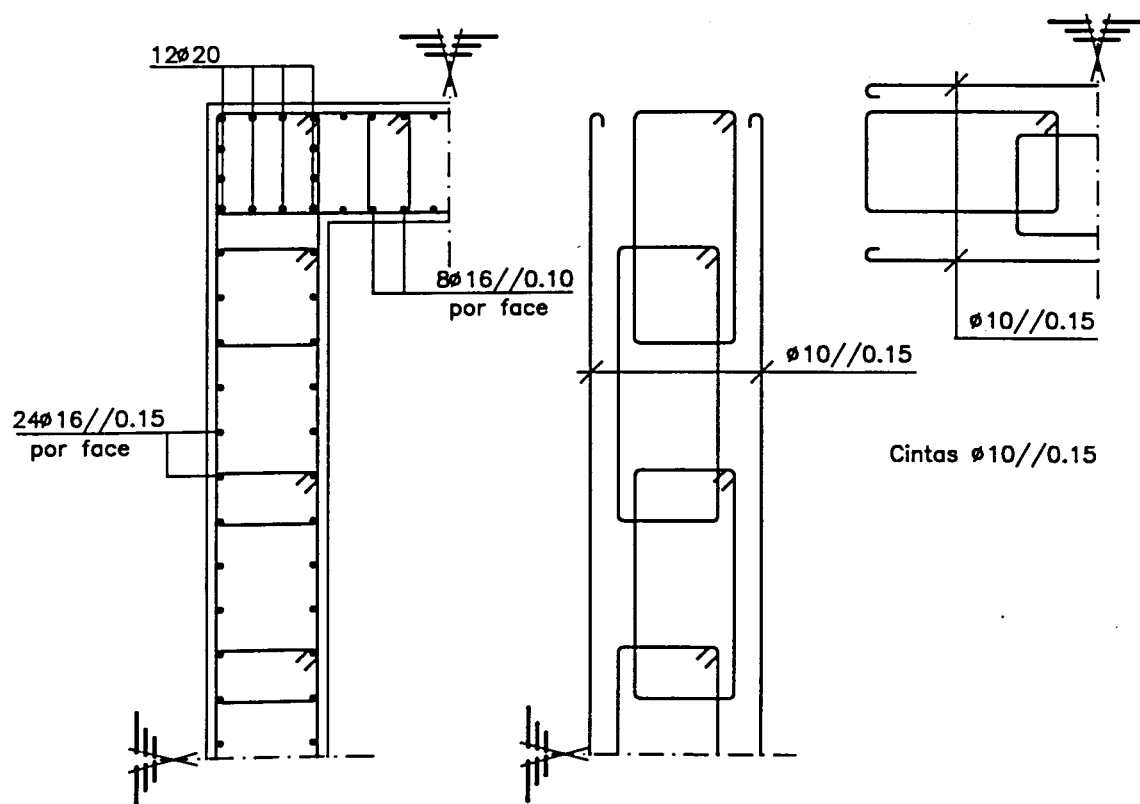


Fig. A.5 - Secção D

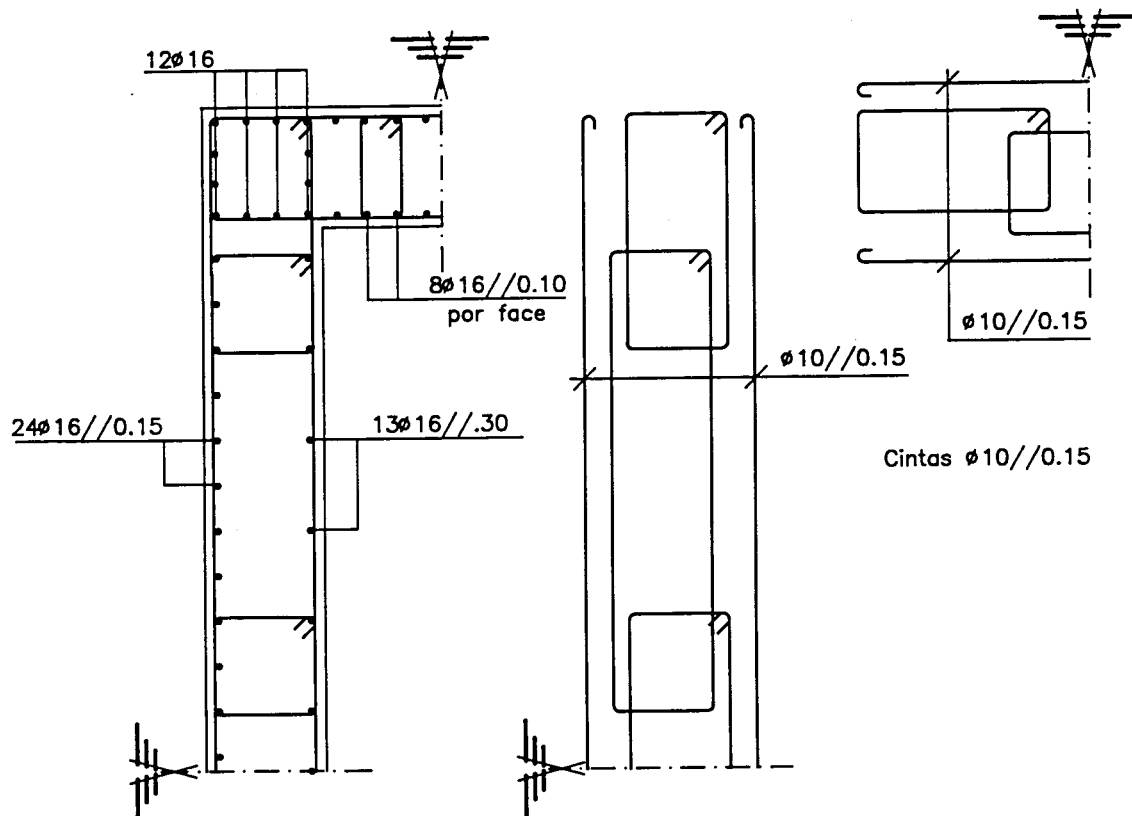


Fig. A.6 - Secção E

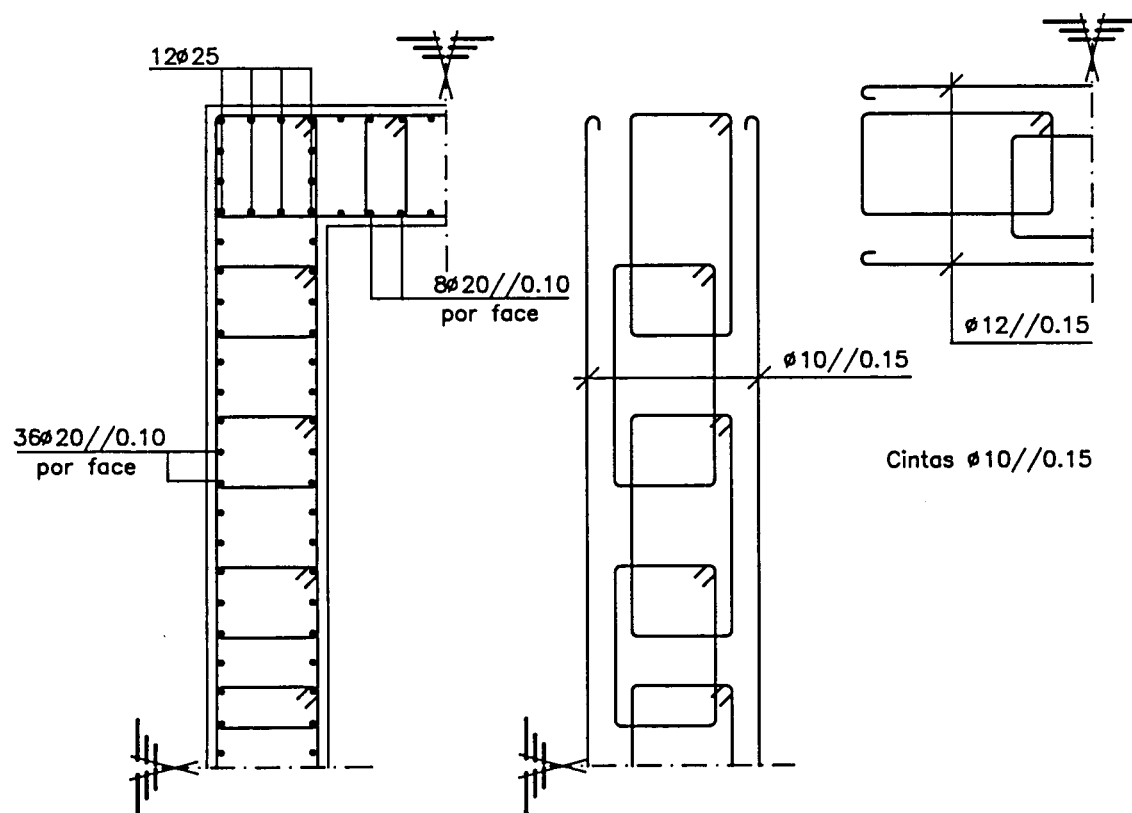


Fig. A.7 - Secção F

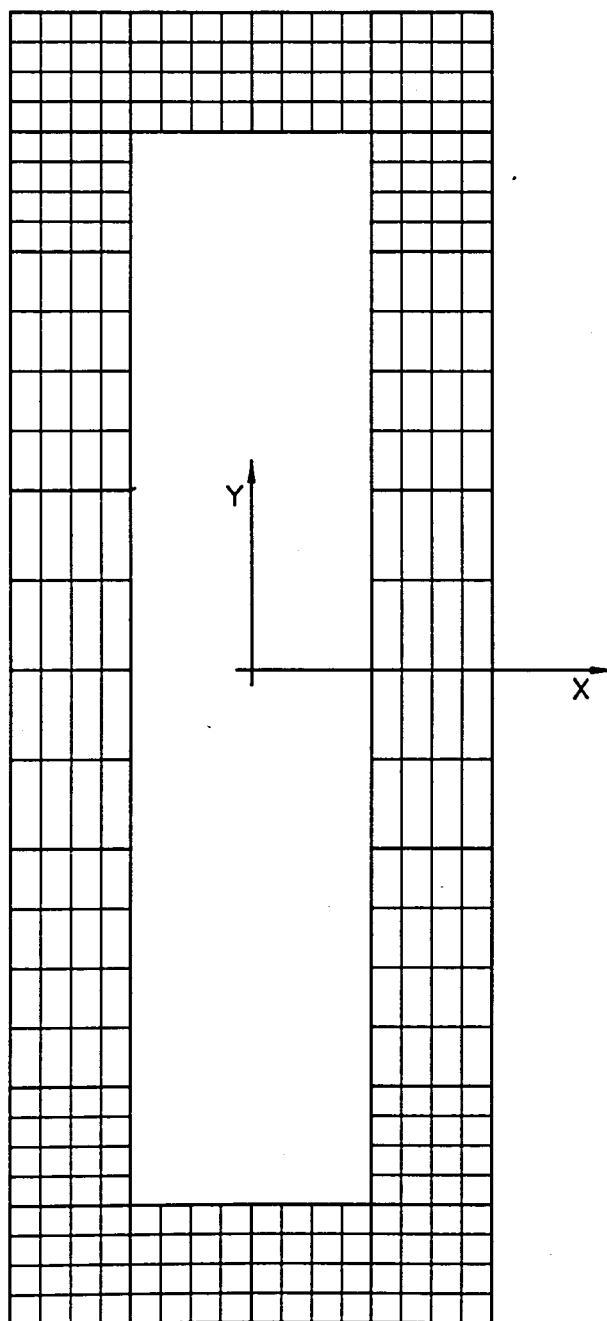


Fig. A.8 - Discretização das secções em elementos de betão.

QUADRO A.2 - Secções de controle nos elementos de pilar

Pilar	Extremidade	Barra	Secções		
			$q = 2$	$q = 3$	$q = 4$
1	Topo	1	A	B	C
	Base	6	A	B	C
2	Topo	7	D	E	E
	Base	14	D	E	E
3	Topo	15	D	E	E
	Base	22	D	E	E
4	Topo	23	F	D	E
	Base	30	F	D	E

6 - PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

Os modelos dos materiais considerados nas análises não lineares são os modelos de Giuffrè-Pinto para o aço e o modelo de Kent-Park modificado para o betão.

Para os parâmetros do modelo de Giuffrè-Pinto foram tomados os valores indicados no Quadro A.3.

QUADRO A.3 - Valores dos parâmetros do modelo de Giuffrè-Pinto

R_0	A_1	A_2	b	σ_y (Mpa)	ϵ_y
20	5,3	1,766	0,015	400	0,002

Em relação ao modelo de Kent-Park modificado os valores adoptados para os parâmetros são indicados no Quadro A.4

QUADRO A.4 - Valores dos parâmetros
do modelo de Kent-Park Modificado

f_c (Mpa)	E_0 (GPa)	f_{syx} (MPa)
35	35	400

Os valores dos parâmetros do modelo de Kent-Park modificado que contabilizam o efeito do confinamento sobre a envolvente são apresentados no Quadro A.5 para as secções consideradas.

QUADRO A.5 - Valores dos parâmetros das secções

Secção	ρ_v	K	Z_m
A	0,0157	1,179	12,71
B	0,0145	1,166	13,73
C , F	0,0099	1,113	19,88
D , E	0,0095	1,109	20,59

7 - AMORTECIMENTO

A matriz de amortecimento considerada tem a forma

$$C = aM + bK \quad (A.1)$$

em que as constantes a e b são calculadas resolvendo o sistema de equações

$$\begin{aligned}a + \omega_1 b &= 2\omega_1 \xi_1 \\a + \omega_2 b &= 2\omega_2 \xi_2\end{aligned}\tag{A.2}$$

Neste sistema de equações ω_1 e ξ_1 representam, respectivamente, a frequência angular média e o coeficiente de amortecimento médio dos modos de vibração n^{os} 1 e 2 (transversais) e ω_2 e ξ_2 a frequência angular e coeficiente de amortecimento do 3^o modo de vibração (longitudinal). No caso presente tomou-se $\xi_1 = \xi_2 = 0,02$ e, uma vez que $\omega_1 = 6,4409$ e $\omega_2 = 6,8945$, obtém-se $a = 0,13278$ e $b = 0,00301$.

8 - LISTAGEM DOS DADOS DA ESTRUTURA

PONTE COM 260 M DE VAO - VAOS 40*60*60*60*40 - PILARES 12,22,24 E 18 M

* LISTAGEM DOS DADOS *

N.DE NOS : 61
 N.DE BARRAS : 60
 N.DE APOIOS FIXOS : 0
 N.DE APOIOS ELASTICOS : 6
 N.DE MATERIAIS DIFERENTES : 1
 N.DE MODOS DE VIBRACAO : 16
 ACELERACAO DA GRAVIDADE : 9.800
 APROXIMACAO : 1.000E-08
 N.DE MASSAS CONCENTRADAS : 31
 ESCOLHA AUTOMATICA DAS ESTIMATIVAS

COORDENADAS DOS NOS

NO	X	Y	Z
1	-10.00000	0.00000	0.00000
2	-3.33333	0.00000	0.00000
3	3.33333	0.00000	0.00000
4	10.00000	0.00000	0.00000
5	16.66667	0.00000	0.00000
6	23.33333	0.00000	0.00000
7	30.00000	0.00000	0.00000
8	30.00000	0.00000	-1.50000
9	40.00000	0.00000	0.00000
10	30.00000	0.00000	-3.00000
11	50.00000	0.00000	0.00000
12	30.00000	0.00000	-6.00000
13	60.00000	0.00000	0.00000
14	30.00000	0.00000	-9.00000
15	70.00000	0.00000	0.00000
16	30.00000	0.00000	-10.50000
17	80.00000	0.00000	0.00000
18	30.00000	0.00000	-12.00000
19	90.00000	0.00000	0.00000
20	90.00000	0.00000	-1.50000
21	90.00000	0.00000	-3.00000
22	100.00000	0.00000	0.00000
23	90.00000	0.00000	-7.00000
24	110.00000	0.00000	0.00000
25	90.00000	0.00000	-11.00000
26	120.00000	0.00000	0.00000
27	90.00000	0.00000	-15.00000
28	130.00000	0.00000	0.00000
29	90.00000	0.00000	-19.00000
30	140.00000	0.00000	0.00000
31	90.00000	0.00000	-20.50000
32	90.00000	0.00000	-22.00000
33	150.00000	0.00000	0.00000
34	150.00000	0.00000	-1.50000
35	150.00000	0.00000	-3.00000
36	160.00000	0.00000	0.00000
37	150.00000	0.00000	-7.50000
38	170.00000	0.00000	0.00000
39	150.00000	0.00000	-12.00000
40	180.00000	0.00000	0.00000
41	150.00000	0.00000	-16.50000
42	190.00000	0.00000	0.00000
43	150.00000	0.00000	-21.00000
44	200.00000	0.00000	0.00000
45	150.00000	0.00000	-22.50000
46	150.00000	0.00000	-24.00000
47	210.00000	0.00000	0.00000
48	210.00000	0.00000	-1.50000
49	216.66667	0.00000	0.00000
50	210.00000	0.00000	-3.00000
51	223.33333	0.00000	0.00000
52	210.00000	0.00000	-6.00000
53	230.00000	0.00000	0.00000

54	210.00000	0.00000	-9.00000
55	236.66667	0.00000	0.00000
56	210.00000	0.00000	-12.00000
57	243.33333	0.00000	0.00000
58	210.00000	0.00000	-15.00000
59	250.00000	0.00000	0.00000
60	210.00000	0.00000	-16.50000
61	210.00000	0.00000	-18.00000

PROPRIEDADES DAS BARRAS

DADOS GEOMETRICOS

NUM	E1	E2	TIP	MAT	Cx	Cy	Cz	COMP	ANG
1	8	7	0	1	0.000	0.000	1.000	1.50	0.00
2	10	8	0	1	0.000	0.000	1.000	1.50	0.00
3	12	10	0	1	0.000	0.000	1.000	3.00	0.00
4	14	12	0	1	0.000	0.000	1.000	3.00	0.00
5	16	14	0	1	0.000	0.000	1.000	1.50	0.00
6	18	16	0	1	0.000	0.000	1.000	1.50	0.00
7	20	19	0	1	0.000	0.000	1.000	1.50	0.00
8	21	20	0	1	0.000	0.000	1.000	1.50	0.00
9	23	21	0	1	0.000	0.000	1.000	4.00	0.00
10	25	23	0	1	0.000	0.000	1.000	4.00	0.00
11	27	25	0	1	0.000	0.000	1.000	4.00	0.00
12	29	27	0	1	0.000	0.000	1.000	4.00	0.00
13	31	29	0	1	0.000	0.000	1.000	1.50	0.00
14	32	31	0	1	0.000	0.000	1.000	1.50	0.00
15	34	33	0	1	0.000	0.000	1.000	1.50	0.00
16	35	34	0	1	0.000	0.000	1.000	1.50	0.00
17	37	35	0	1	0.000	0.000	1.000	4.50	0.00
18	39	37	0	1	0.000	0.000	1.000	4.50	0.00
19	41	39	0	1	0.000	0.000	1.000	4.50	0.00
20	43	41	0	1	0.000	0.000	1.000	4.50	0.00
21	45	43	0	1	0.000	0.000	1.000	1.50	0.00
22	46	45	0	1	0.000	0.000	1.000	1.50	0.00
23	48	47	0	1	0.000	0.000	1.000	1.50	0.00
24	50	48	0	1	0.000	0.000	1.000	1.50	0.00
25	52	50	0	1	0.000	0.000	1.000	3.00	0.00
26	54	52	0	1	0.000	0.000	1.000	3.00	0.00
27	56	54	0	1	0.000	0.000	1.000	3.00	0.00
28	58	56	0	1	0.000	0.000	1.000	3.00	0.00
29	60	58	0	1	0.000	0.000	1.000	1.50	0.00
30	61	60	0	1	0.000	0.000	1.000	1.50	0.00
31	1	2	0	1	1.000	0.000	0.000	6.67	90.00
32	2	3	0	1	1.000	0.000	0.000	6.67	90.00
33	3	4	0	1	1.000	0.000	0.000	6.67	90.00
34	4	5	0	1	1.000	0.000	0.000	6.67	90.00
35	5	6	0	1	1.000	0.000	0.000	6.67	90.00
36	6	7	0	1	1.000	0.000	0.000	6.67	90.00
37	7	9	0	1	1.000	0.000	0.000	10.00	90.00
38	9	11	0	1	1.000	0.000	0.000	10.00	90.00
39	11	13	0	1	1.000	0.000	0.000	10.00	90.00
40	13	15	0	1	1.000	0.000	0.000	10.00	90.00
41	15	17	0	1	1.000	0.000	0.000	10.00	90.00
42	17	19	0	1	1.000	0.000	0.000	10.00	90.00
43	19	22	0	1	1.000	0.000	0.000	10.00	90.00
44	22	24	0	1	1.000	0.000	0.000	10.00	90.00
45	24	26	0	1	1.000	0.000	0.000	10.00	90.00
46	26	28	0	1	1.000	0.000	0.000	10.00	90.00
47	28	30	0	1	1.000	0.000	0.000	10.00	90.00
48	30	33	0	1	1.000	0.000	0.000	10.00	90.00
49	33	36	0	1	1.000	0.000	0.000	10.00	90.00
50	36	38	0	1	1.000	0.000	0.000	10.00	90.00
51	38	40	0	1	1.000	0.000	0.000	10.00	90.00
52	40	42	0	1	1.000	0.000	0.000	10.00	90.00
53	42	44	0	1	1.000	0.000	0.000	10.00	90.00
54	44	47	0	1	1.000	0.000	0.000	10.00	90.00
55	47	49	0	1	1.000	0.000	0.000	6.67	90.00
56	49	51	0	1	1.000	0.000	0.000	6.67	90.00
57	51	53	0	1	1.000	0.000	0.000	6.67	90.00
58	53	55	0	1	1.000	0.000	0.000	6.67	90.00
59	55	57	0	1	1.000	0.000	0.000	6.67	90.00
60	57	59	0	1	1.000	0.000	0.000	6.67	90.00

SECCOES

N.	Itorcao	Ix	Iy	AREA	ACORx	ACORy
1	1.00E+00	8.25E+00	1.35E+00	4.16E+00	1.28E+00	3.52E+00
2	1.00E+00	8.25E+00	1.35E+00	4.16E+00	1.28E+00	3.52E+00
3	1.00E+00	8.25E+00	1.35E+00	4.16E+00	1.28E+00	3.52E+00
4	1.00E+00	8.25E+00	1.35E+00	4.16E+00	1.28E+00	3.52E+00
5	1.00E+00	8.25E+00	1.35E+00	4.16E+00	1.28E+00	3.52E+00
6	1.00E+00	8.25E+00	1.35E+00	4.16E+00	1.28E+00	3.52E+00
7	1.00E+00	8.25E+00	1.35E+00	4.16E+00	1.28E+00	3.52E+00
8	1.00E+00	8.25E+00	1.35E+00	4.16E+00	1.28E+00	3.52E+00
9	1.00E+00	8.25E+00	1.35E+00	4.16E+00	1.28E+00	3.52E+00
10	1.00E+00	8.25E+00	1.35E+00	4.16E+00	1.28E+00	3.52E+00
11	1.00E+00	8.25E+00	1.35E+00	4.16E+00	1.28E+00	3.52E+00
12	1.00E+00	8.25E+00	1.35E+00	4.16E+00	1.28E+00	3.52E+00
13	1.00E+00	8.25E+00	1.35E+00	4.16E+00	1.28E+00	3.52E+00
14	1.00E+00	8.25E+00	1.35E+00	4.16E+00	1.28E+00	3.52E+00
15	1.00E+00	8.25E+00	1.35E+00	4.16E+00	1.28E+00	3.52E+00
16	1.00E+00	8.25E+00	1.35E+00	4.16E+00	1.28E+00	3.52E+00
17	1.00E+00	8.25E+00	1.35E+00	4.16E+00	1.28E+00	3.52E+00
18	1.00E+00	8.25E+00	1.35E+00	4.16E+00	1.28E+00	3.52E+00
19	1.00E+00	8.25E+00	1.35E+00	4.16E+00	1.28E+00	3.52E+00
20	1.00E+00	8.25E+00	1.35E+00	4.16E+00	1.28E+00	3.52E+00
21	1.00E+00	8.25E+00	1.35E+00	4.16E+00	1.28E+00	3.52E+00
22	1.00E+00	8.25E+00	1.35E+00	4.16E+00	1.28E+00	3.52E+00
23	1.00E+00	8.25E+00	1.35E+00	4.16E+00	1.28E+00	3.52E+00
24	1.00E+00	8.25E+00	1.35E+00	4.16E+00	1.28E+00	3.52E+00
25	1.00E+00	8.25E+00	1.35E+00	4.16E+00	1.28E+00	3.52E+00
26	1.00E+00	8.25E+00	1.35E+00	4.16E+00	1.28E+00	3.52E+00
27	1.00E+00	8.25E+00	1.35E+00	4.16E+00	1.28E+00	3.52E+00
28	1.00E+00	8.25E+00	1.35E+00	4.16E+00	1.28E+00	3.52E+00
29	1.00E+00	8.25E+00	1.35E+00	4.16E+00	1.28E+00	3.52E+00
30	1.00E+00	8.25E+00	1.35E+00	4.16E+00	1.28E+00	3.52E+00
31	6.72E+00	3.51E+00	1.10E+02	7.31E+00	1.00E+10	1.00E+10
32	6.87E+00	4.17E+00	1.11E+02	7.46E+00	1.00E+10	1.00E+10
33	7.34E+00	6.15E+00	1.12E+02	7.89E+00	1.00E+10	1.00E+10
34	7.95E+00	8.78E+00	1.14E+02	8.47E+00	1.00E+10	1.00E+10
35	8.57E+00	1.14E+01	1.16E+02	9.04E+00	1.00E+10	1.00E+10
36	9.19E+00	1.41E+01	1.18E+02	9.62E+00	1.00E+10	1.00E+10
37	9.03E+00	1.34E+01	1.17E+02	9.48E+00	1.00E+10	1.00E+10
38	8.11E+00	9.44E+00	1.14E+02	8.61E+00	1.00E+10	1.00E+10
39	7.18E+00	5.49E+00	1.11E+02	7.74E+00	1.00E+10	1.00E+10
40	7.18E+00	5.49E+00	1.11E+02	7.74E+00	1.00E+10	1.00E+10
41	8.11E+00	9.44E+00	1.14E+02	8.61E+00	1.00E+10	1.00E+10
42	9.03E+00	1.34E+01	1.17E+02	9.48E+00	1.00E+10	1.00E+10
43	9.03E+00	1.34E+01	1.17E+02	9.48E+00	1.00E+10	1.00E+10
44	8.11E+00	9.44E+00	1.14E+02	8.61E+00	1.00E+10	1.00E+10
45	7.18E+00	5.49E+00	1.11E+02	7.74E+00	1.00E+10	1.00E+10
46	7.18E+00	5.49E+00	1.11E+02	7.74E+00	1.00E+10	1.00E+10
47	8.11E+00	9.44E+00	1.14E+02	8.61E+00	1.00E+10	1.00E+10
48	9.03E+00	1.34E+01	1.17E+02	9.48E+00	1.00E+10	1.00E+10
49	9.03E+00	1.34E+01	1.17E+02	9.48E+00	1.00E+10	1.00E+10
50	8.11E+00	9.44E+00	1.14E+02	8.61E+00	1.00E+10	1.00E+10
51	7.18E+00	5.49E+00	1.11E+02	7.74E+00	1.00E+10	1.00E+10
52	7.18E+00	5.49E+00	1.11E+02	7.74E+00	1.00E+10	1.00E+10
53	8.11E+00	9.44E+00	1.14E+02	8.61E+00	1.00E+10	1.00E+10
54	9.03E+00	1.34E+01	1.17E+02	9.48E+00	1.00E+10	1.00E+10
55	9.19E+00	1.41E+01	1.18E+02	9.62E+00	1.00E+10	1.00E+10
56	8.57E+00	1.14E+01	1.16E+02	9.04E+00	1.00E+10	1.00E+10
57	7.95E+00	8.78E+00	1.14E+02	8.47E+00	1.00E+10	1.00E+10
58	7.34E+00	6.15E+00	1.12E+02	7.89E+00	1.00E+10	1.00E+10
59	6.87E+00	4.17E+00	1.11E+02	7.46E+00	1.00E+10	1.00E+10
60	6.72E+00	3.51E+00	1.10E+02	7.31E+00	1.00E+10	1.00E+10

PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

NMAT	MODULO DE ELASTICIDADE	MODULO DE DISTORCAO	COEFICIENTE DE POISSON	PESO VOLUMICO
1	2.900E+07	1.208E+07	0.200	2.500E+01

APOIOS ELASTICOS

NO	CONSTANTES P/ DESLOCAMENTOS			CONSTANTES P/ ROTACOES		
	Cxx	Cyy	Czz	Rxx	Ryy	Rzz
1	0.00E+00	0.00E+00	1.00E+30	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
18	1.00E+30	1.00E+30	1.00E+30	1.00E+30	1.00E+30	1.00E+30
32	1.00E+30	1.00E+30	1.00E+30	1.00E+30	1.00E+30	1.00E+30
46	1.00E+30	1.00E+30	1.00E+30	1.00E+30	1.00E+30	1.00E+30
59	0.00E+00	0.00E+00	1.00E+30	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
61	1.00E+30	1.00E+30	1.00E+30	1.00E+30	1.00E+30	1.00E+30

MASSAS CONCENTRADAS

NO	MASSA			INERCIAS DE ROTACAO		
	Mx	My	Mz	Ix	Iy	Iz
1	1.63E+01	1.63E+01	1.63E+01	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
2	3.27E+01	3.27E+01	3.27E+01	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
3	3.27E+01	3.27E+01	3.27E+01	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
4	3.27E+01	3.27E+01	3.27E+01	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
5	3.27E+01	3.27E+01	3.27E+01	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
6	3.27E+01	3.27E+01	3.27E+01	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
7	4.08E+01	4.08E+01	4.08E+01	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
9	4.90E+01	4.90E+01	4.90E+01	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
11	4.90E+01	4.90E+01	4.90E+01	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
13	4.90E+01	4.90E+01	4.90E+01	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
15	4.90E+01	4.90E+01	4.90E+01	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
17	4.90E+01	4.90E+01	4.90E+01	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
19	4.90E+01	4.90E+01	4.90E+01	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
22	4.90E+01	4.90E+01	4.90E+01	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
24	4.90E+01	4.90E+01	4.90E+01	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
26	4.90E+01	4.90E+01	4.90E+01	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
28	4.90E+01	4.90E+01	4.90E+01	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
30	4.90E+01	4.90E+01	4.90E+01	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
33	4.90E+01	4.90E+01	4.90E+01	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
36	4.90E+01	4.90E+01	4.90E+01	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
38	4.90E+01	4.90E+01	4.90E+01	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
40	4.90E+01	4.90E+01	4.90E+01	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
42	4.90E+01	4.90E+01	4.90E+01	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
44	4.90E+01	4.90E+01	4.90E+01	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
47	4.08E+01	4.08E+01	4.08E+01	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
49	3.27E+01	3.27E+01	3.27E+01	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
51	3.27E+01	3.27E+01	3.27E+01	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
53	3.27E+01	3.27E+01	3.27E+01	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
55	3.27E+01	3.27E+01	3.27E+01	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
57	3.27E+01	3.27E+01	3.27E+01	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
59	1.63E+01	1.63E+01	1.63E+01	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00

Sector de Artes Gráficas do CDIT – LNEC, Lisboa, 1992



FACULDADE DE ENGENHARIA
UNIVERSIDADE DO PORTO

BIBLIOTECA



0000005937