Ana Maria S. Teixeira Bastos

A Exprimentação com Metodologia

DEC
FEUP
1997

A Experimentação como Metodologia de Interpretação do Comportamento de Estruturas de Betão

Ana Maria Sarmento Teixeira Bastos



DISSERTAÇÃO PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM ENGENHARIA CIVIL
NA FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO. JULHO DE 1997

A Experimentação como Metodologia de Interpretação do Comportamento de Estruturas de Betão

Ana Maria Sarmento Teixeira Bastos

620.1(043)/BAso/EXP
20065
26 03 98

DISSERTAÇÃO PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM ENGENHARIA CIVIL NA FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO. JULHO DE 1997

DEC
FEUP

"Experimental science does not receive Truth from superior Sciences:

she is the Mistress and the other sciences are her servants"

Roger Bacon: *"Opus Tertium"*

Aos meus Pais

Índice Geral

ÍNDICE GERAL vii

RESUMO ix

ABSTRACT xi

RESUMÉ xiii

AGRADECIMENTOS xv

ÍNDICE DE TEXTO xvii

ÍNDICE DE FIGURAS xxv

ÍNDICE DE QUADROS xxxv

SIMBOLOGIA xxxix

CONSIDERAÇÕES INICIAIS 1

CAPÍTULO 1 - ANÁLISE EXPERIMENTAL DE ESTRUTURAS DE BETÃO 7

CAPÍTULO 2 - ESFORÇO TRANSVERSO - ESTUDO DA INFLUÊNCIA DO ESFORÇO NORMAL NA CAPACIDADE RESISTENTE DE VIGAS ATRAVÉS DA EXPERIMENTAÇÃO EM MODELOS FÍSICOS 55

CAPÍTULO 3 - ESFORÇO TRANSVERSO. RESULTADOS EXPERIMENTAIS E SUA RÉPLICA EM MODELOS TEÓRICOS 103

CAPÍTULO 4 - O PRÉ-ESFORÇO NA RESISTÊNCIA AO PUNÇOAMENTO 221

CAPÍTULO 5 - COMPORTAMENTO COMPARADO DE LAJES DIMENSIONADAS SEGUNDO DIFERENTES METODOLOGIAS 261

CAPÍTULO 6 - APLICAÇÃO DA TEORIA DA PLASTICIDADE AO DIMENSIONAMENTO DE PEÇAS LINEARES DE BETÃO EM ESTADO ÚLTIMO DE RESISTÊNCIA 301

CONSIDERAÇÕES FINAIS 363

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 373

RESUMO

O trabalho que se apresenta tem como objectivo a investigação de aspectos particulares no domínio do Betão Armado, utilizando como técnica preferencial a análise experimental em modelos realizados e ensaiados pela autora no exercício das funções desempenhadas na Faculdade de Engenharia do Porto.

Os temas visados referem-se essencialmente à acção do esforço transverso, associado ou não aos efeitos do esforço axial, em lajes e em vigas de betão armado e pré-esforçado e à análise comparativa de comportamentos determinados por dimensionamentos à flexão segundo critérios distintos, a análise elástica ou o método plástico, tanto na vertente da deformabilidade como na da resistência.

Os modelos físicos ensaiados foram sempre que possível interpretados e comparados com modelos matemáticos reproduzindo fenómenos análogos.

Apresenta-se, no Capítulo 1, uma introdução às metodologias utilizadas na experimentação, aos critérios de interpretação e análise dos resultados. São abordadas as noções fundamentais relativas à experimentação em modelos bem como a incidência dos efeitos de escala na modelação. Descrevem-se ainda as técnicas e equipamentos utilizados na experimentação em laboratório e na observação de estruturas e os ensaios especiais associados.

No Capítulo 2 é estudada a influência do esforço normal na capacidade resistente de vigas ao esforço transverso através de um extenso conjunto de ensaios sobre vigas de secção em T de betão armado e de betão pré-esforçado, com armadura transversal variável. Para três valores crescentes de pré-esforço, introduzido por cabos pré-esforçados exteriores à secção, foi avaliada a contribuição da compressão axial na capacidade última e no mecanismo de rotura das vigas.

No mesmo capítulo é também analisada a contribuição do betão na resistência ao esforço transverso em vigas solicitadas à flexão, procurando obter a sua quantificação através da medição das extensões nos estribos da armadura transversal.

Os resultados experimentais são comparados com os resultantes da aplicação de diferentes modelos teóricos - modelos regulamentares, modelos plásticos e um modelo numérico de análise não linear, que se descrevem no Capítulo 3, apresentando-se um comentário crítico das diferentes metodologias e do seu desempenho no problema em estudo.

A influência do pré-esforço na resistência ao punçoamento é estudada no Capítulo 4. A eficiência de um sistema de pré-esforço constituído por um conjunto de fios envolvendo o cone de punçoamento, numa laje de betão armado, é claramente demonstrada, não só no aumento da resistência ao punçoamento como da própria resistência à flexão. Descreve-se

ainda um ensaio sobre uma laje (viga larga) de betão armado contínua de dois tramos, no qual é também explorada a redistribuição entre os momentos sobre o apoio de continuidade e nos vãos na análise da segurança em termos de acções.

O Capítulo 5 descreve o estudo comparativo do comportamento de modelos de lajes com armaduras dimensionadas segundo dois critérios diferentes - a teoria elástica e o método das linhas de rotura - para duas localizações diferentes das solicitações e dos apoios. São analisadas as deformações e a capacidade resistente última, comparando-se simultaneamente os consumos de armaduras utilizados em cada caso. Os resultados evidenciam um comportamento mais favorável das lajes dimensionadas de acordo com a distribuição dos momentos elásticos, essencialmente no caso em que a variabilidade da grandeza dos momentos elásticos no domínio da laje exigia um maior percurso de redistribuição para a concretização das charneiras plásticas.

No Capítulo 6 é avaliada experimentalmente a capacidade de rotação de secções de peças lineares de betão armado em estado último de resistência, pela exploração de mecanismos definidos como limite superior de resistência decorrente do teorema cinemático da teoria da plasticidade, visando obter uma medida de segurança para além dos estados limites permitidos pela regulamentação. É apresentada uma análise comparativa de dois estudos experimentais sobre vigas contínuas de dois tramos de betão armado com dimensionamentos distintos à flexão - o primeiro de acordo com os esforços elásticos e o segundo para uma redistribuição de 50% dos momentos de continuidade. O comportamento experimental é analisado através da aplicação de um modelo numérico de análise não linear e de um modelo de escoras-e-tirantes.

No mesmo capítulo, é estudada a influência do esforço transverso na limitação da capacidade de rotação de secções através de um programa experimental sobre vigas de betão armado dimensionadas para o mesmo momento flector último, fazendo-se variar o valor do esforço transverso associado através da localização de cargas concentradas em diferentes secções. A medição das rotações relativas de pares de secções a diferentes distâncias da secção crítica permitiu avaliar aproximadamente o comprimento da rótula plástica e o valor da rotação da secção crítica nas várias fases do carregamento. Os resultados obtidos nos diferentes modelos ensaiados não permitiram evidenciar qualquer intervenção do esforço transverso na limitação da capacidade rotacional das secções.

Por fim, extraem-se algumas conclusões do trabalho realizado e sugerem-se vias para desenvolvimentos futuros.

ABSTRACT

The present work reports a research concerning some aspects of the structural behaviour of concrete beams and slabs. The experimental method was used on models constructed and tested by the author at the Civil Engineering Department of the Oporto University.

The main subjects analysed were the influence of axial compression on the shear capacity of reinforced and prestressed concrete beams and plates and the comparative structural behaviour derived from different design methods, namely the linear elastic method and the plastic method.

Physical models and experimental results were interpreted by using analytical models developed for the same purpose.

An introduction to the experimental analysis methods and thecnologies is made on Chapter 1. Fundaments of model scaling, similitude requirements and size effects are presented as well as a general description of experimental techniques and instrumentation used in laboratory and in the observation and strutural evaluation of engineer construtions.

For the analysis of the influence of axial compression on the beams capacity to transverse load an extense experimental study is carried out on reinforced and prestressed concrete beams, with or without transverse reinforcement (Chapter 2). Three different prestressed levels were introduced by external cables and their contribution onto the ultimate strength and on the failure mechanism has been evaluated. On the same Chapter the concrete shear-carrying capacity in bending is investigated on two tests on T-beams under flexural loading by measuring the strains on the stirrups with increasing load up to the colapse. An evaluation of the concrete shear contribution is tried.

On Chapter 3, the experimental results are compared with the ones determined by the use of theoretical models for the evaluation of shear strength, namely concrete code models, plastic models including strut-and-tie models and a nonlinear analysis numerical model, are applied and the results are discussed and compared with the experimental values. A critical analysis of their performance and reliability is presented.

The contribution of prestressing on the punching strength of slabs is described on Chapter 4. The layout of partially unbounded tendons was devised so as to surround the critical punching failure surface. The efficiency of the tendon layout on punching and bending strength has been confirmed by the experimental results. A test on a two-way plate model is

also described. In this test, the redistribution of moments between the central support and the spans is explored.

On Chatper 5, a comparative study of plate models design by two different approaches - the linear elastic analysis and the yield line theory - is carried out. For two different locations of the loads and the supports the deformational behaviour and the ultimate load capacity are compared as well as the reinforcement area used on each model. The results show a more favourable behaviour of the plates design under the linear elastic method, specially when the variability of the elastic moments over the plate demand a larger moment redistribution way for the development of the yield lines.

On Chapter 6, the rotation capacity of plastic hinges is evaluated, exploring the mechanisms defined as the upper limit of the kinematic theorem of the limit analysis theory, as a way of obtaining a redistribution factor beyond the recommended ranges by the concrete codes with the same safety level.

A comparative analysis of tests performed on two reinforced concrete beams designed under different redistribution of moment conditions, the first one according to the elastic distribution of moments and the second one according to the redistributed moments with a reduction of 50% in the continuity moment, throughout their entire load history is shown. The experimental evolution of the cracking and moment distribution under vertical loading is analysed. A numerical non linear analysis model and a strut and tie model are also applied.

In the same Chatper it is also studied the influence of the shear effect on the rotational capacity of plastic hinges. An experimental programme on concrete beams with the same ultimate bending capacity associated to different values of the transverse load has been carried out. The length and the rotation of the plastic hinge have been evaluated by measuring the relative rotations between cross-sections which are symetric with respect to midspan. The results obtained could not confirm any influence of shear on the rotational capacity.

Finally, some major conclusions of this work are drawn, suggesting also ways for future developments.

RESUME

L'objectif de ce travail est l'investigation des problèmes particuliers dans le domaine du comportement du béton armé, utilizant comme technique préférable l'analyse expérimental sur des modèles realizés et testés par l'auteur au Département de Génie Civil de la Université de Porto.

Les thémes choisis concernent les effects associés de l'effort tranchant e de l'effort normal de compression sur poutres e dalles en béton armé et précontraint et bien aussi la comparaison entre les comportements derivés des dimensionnements suivant différents critères, la théorie de l'elasticité e la théorie de la plasticité.

Les modèles physiques et les résultats expérimentals étaient interpretés avec les résultats obtenus avec des modèles théoriques developées pour le même objectif.

Au Chapitre 1, on fait une description des méthodologies expérimentales et des critères d'interpretation et évaluation des résultats. Ce sont décrits les fundaments qui concernent le dimensionnement des modèles, les relations de similitude et les effects d'échelle sur les résultats. Ce sont aussi décrits les techniques specifiques utilisées aux essais au laboratoire et dans l'observation des structures.

Au Chapitre 2, l'influence de l'effort normal dans la résistance des poutres aux efforts tranchants est analysée sur un vaste programme experimental sur des modèles de poutres en T en béton armé est précontraint. Au même chapitre la contribuition du béton est evaluée, sur des essais à flexion de poutres en béton armé, a partir de la mesure des contraintes sur les étriers.

Au Chapitre 3, on compare des résultats experimentales avec les déterminés par des modèles théoriques - modèles réglementaires, modèles plastiques et un modèle numérique en analyse non linéaire.

L'influence de la précontrainte sur la résistance au poinçonnement est explorée au Chapitre 4. L'efficace d'un système constitué par des cables entournant le cône de poinçonnement est nettement demonstrée avec un essai sur un modèle de dalle. On décris aussi un teste sur une dalle continue à deux travées ou on explore la redistribution des moments fléchissants de continuité.

Au Chapitre 5, le dimensionnement à l'état ultime des dalles en béton armé selon la théorie de l'elasticité et par la méthode des lignes de rupture est comparé aux essais sur des

modèles de dalles avec deux configurations différents des charges et des appuis. Ce sont analysées les déformations et les valeurs des charges ultimes e comparés les volumes de armatures utilisés aux différents dalles. Les résultats mettrent en évidence le plus favourable comportement des dalles dimensionnées selon la théorie de l'elasticité surtout dans la situation que demandait une plus grande redistribution des moments pour le développement des lignes d'articulation.

Au Chapitre 6, la capacité de rotation des sections de béton armé à l'état ultime est exploitée a travers des méchanismes definis par le méthode kinématique de la théorie de la plasticité. On présente une analyse comparative entre deux essais sur des poutres continues dimensionnées selon deux critères différents: suivant les moments elástiques e d'après une redistribution de 50% des moments de continuité. Le comportement experimental est aussi analysé sur um modèle numérique en analyse non linéaire et sur un modèle d'écores et tirantes. Au même chapitre on analyse l'influence de l'effort tranchant sur la limitation de la capacité de rotation des sections avec un programme experimental sur des poutres en béton armé solicitées aux efforts de flexion associés avec différents valeurs de l'effort tranchant introdui par des charges concentrées. La mesure des rotations relatives de sections localizées simétriquement par rapport à la section central a permetté d'obtenir la longeur de la zone plastifiée et le valeur de la rotation de la section déterminante. Les résultats n'ont pas evidencié aucune influence de l'effort tranchant sur la limitation de la capacité de rotation des sections.

Finalement, on extrait des conclusions du travail réalisé et on donne des suggestions pour des travaux futures.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho é o resultante do esforço desenvolvido ao longo de vários anos em conjunto com os meus colegas, com o apoio e incentivo de muitas outras pessoas. A todos desejo expressar o meu sentido reconhecimento.

Em primeiro lugar quero agradecer ao Professor Joaquim Ribeiro Sarmento, meu Pai e meu Mestre. A ele devo a inspiração para todo este trabalho. Os seus preciosos ensinamentos, espírito criador, crítica rigorosa e constante orientação foram sem dúvida determinantes na concretização desta tese.

Ao Professor Manuel de Azeredo desejo expressar um agradecimento muito especial pela orientação e dedicação sempre manifestadas na elaboração desta dissertação. A sua crítica inteligente e a forma amiga como sempre correspondeu às muitas solicitações decorrentes deste trabalho foram essenciais para a sua realização.

Ao Professor Joaquim Figueiras, com quem colaborei em muitos trabalhos, agradeço todos os ensinamentos prestados, a sua total disponibilidade na discussão profunda dos diversos problemas e a confiança depositada. Ainda, como Director do Laboratório de Estruturas, expresso o meu vivo agradecimento por todo o apoio e facilidades concedidas para o desenvolvimento deste trabalho.

Ao Professor Rui Póvoas agradeço a sua preciosa ajuda na aplicação do modelo numérico.

Ao Professor Joaquim Sampaio exprimo o meu agradecimento pela grande amizade e por todos os ensinamentos que me transmitiu, fruto da sua grande experiência no campo dos materiais.

Quero também expressar o meu agradecimento ao Professor Aristides Guedes Coelho, de quem fui aluna e assistente, por todos os ensinamentos e pela amizade e apoio constantemente manifestadas.

À Professora Madalena Teles agradeço muito especialmente a sua crítica rigorosa, o apoio inexcedível e a sua profunda amizade.

Também ao Eng. Paulo Cachim e ao Eng. Álvaro Azevedo quero agradecer a disponibilidade e ajuda nos cálculos numéricos realizados e na utilização dos meios informáticos.

Aos Laboratórios de Estruturas e de Ensaio de Materiais exprimo o meu reconhecimento, pelas condições de trabalho, facilidades e meios concedidos para a realização dos ensaios experimentais.

Aos colegas e amigos da Faculdade de Engenharia e particularmente aos do Gabinete de Estruturas agradeço sinceramente todas as provas de amizade e o incentivo para a realização deste trabalho.

Desejo também agradecer ao Engenheiro Fernando Oliveira e à Doutora Tereza Restivo pela constante disponibilidade nos esclarecimentos prestados no campo da instrumentação e pela amizade sempre manifestada.

Aos técnicos e funcionários do Laboratório de Estruturas e do Laboratório de Ensaio de Materiais desta Faculdade, em especial ao Sr. Monteiro, à Sara e ao Sr. Manuel Nogueira da Hora, quero expressar o meu sentimento de gratidão por toda a colaboração e apoio prestados no decorrer dos ensaios experimentais.

Desejo também agradecer ao Sr. Manuel Carvalho pela sua muita competência e enexcedível boa vontade no arranjo gráfico deste trabalho.

Agradeço ainda a amizade e a colaboração das Sr^{as} D. Clotilde Bento, D. Vitória Freitas e D. Elvira Moreira.

Também ao Sr. Joaquim Andrade e ao Sr. Pedro Morais pela execução de alguns desenhos.

Por fim ao meu Marido e aos meus Filhos, que sempre elegi em primeiro lugar, agradeço todo o carinho e a compreensão com que me rodearam.

Índice de Texto

CONSIDERAÇÕES GERAIS 1

CAPÍTULO 1 - ANÁLISE EXPERIMENTAL DE ESTRUTURAS DE BETÃO

1.1 - INTRODUÇÃO 7

1.2 - MODELOS FÍSICOS EM ENGENHARIA ESTRUTURAL 12

1.2.1 - Generalidades 12

1.2.2 - Caracterização dos modelos 14

1.2.3 - Dimensionamento dos modelos 16

1.2.3.1 - Relações de semelhança 16

1.2.3.2 - Classificação dos modelos relativamente às condições de semelhança 17

1.2.4 - Modelos de betão armado 19

1.2.4.1 - Generalidades 19

1.2.4.2 - Modelação da aderência aço-betão 21

1.2.5 - Efeito de escala 22

1.2.6 - Fiabilidade dos modelos 26

1.3 - TÉCNICAS DE ENSAIO 28

1.3.1 - Sistemas de aplicação de forças e de imposição de deslocamentos 29

1.3.2 - Sistemas de medição 30

1.3.2.1 - Medição de forças 31

1.3.2.2 - Medição de deformações 33

1.3.2.2.1 - Medição de deslocamentos 33

1.3.2.2.2 - Medição de extensões 36

1.3.3 - Sistemas de aquisição e tratamento de dados 42

1.4 - OBSERVAÇÃO DE ESTRUTURAS 45

1.4.1 - Metodologia da observação 46

1.4.2 - Tipos de observação 47

1.4.3 - Ensaios não destrutivos 49

1.4.3.1 - Ensaios para a determinação das características mecânicas dos materiais *in situ* 49

1.4.3.2 - Ensaios de carga de estruturas 52

CAPÍTULO 2 - ESFORÇO TRANSVERSO - ESTUDO DA INFLUÊNCIA DO ESFORÇO NORMAL NA CAPACIDADE RESISTENTE DE VIGAS ATRAVÉS DA EXPERIMENTAÇÃO DE MODELOS FÍSICOS 55

2.1 - INTRODUÇÃO 55

2.2 - ESTUDO EXPERIMENTAL 58

2.2.1 - Programa dos ensaios 58

2.2.2 -Descrição dos ensaios 60

2.2.2.1 - Características do modelo experimental 60

2.2.2.2 - Armaduras utilizadas 61

2.2.2.3 - Características mecânicas dos materiais 63

2.2.2.4 - Parâmetros variáveis nos ensaios 65

2.2.2.5 - Instrumentação utilizada 65

2.2.3 - Resultados obtidos 69

2.3 - ANÁLISE DOS RESULTADOS 75

2.3.1 - Efeito da armadura transversal 75

2.3.2 - Efeito do esforço normal 77

2.3.3 - Aspectos particulares da fendilhação 81

2. 4 - CONTRIBUIÇÃO DO BETÃO NA RESISTÊNCIA AO ESFORÇO TRANSVERSO. ANÁLISE E QUANTIFICAÇÃO ATRAVÉS DAS EXTENSÕES MEDIDAS NOS ESTRIBOS DE VIGAS DE BETÃO ARMADO SOLICITADAS À FLEXÃO SEM ESFORÇO AXIAL 85

2.4.1 - Descrição dos ensaios das vigas V3 85

2.4.2 - Análise das tensões nos estribos 88

2.4.3 - Avaliação da contribuição do betão ao esforço transverso 93

2.5 - CONCLUSÕES 100

CAPÍTULO 3 - ESFORÇO TRANSVERSO. RESULTADOS EXPERIMENTAIS E SUA RÉPLICA EM MODELOS TEÓRICOS

3.1 - INTRODUÇÃO 103

3.2 - DESCRIÇÃO DOS MODELOS 111

3.2.1 - Modelos adoptados pela regulamentação 111

3.2.1.1 - REBAP 114

3.2.1.2 - Eurocódigo 2 115

3.2.1.2.1 - Método padrão 117

3.2.1.2.2 - Método das bielas de inclinação variável 118

3.2.2 - Modelos plásticos de Nielsen, Braestrup, Jensen e Bach 120

3.2.2.1 - Vigas sem armadura transversal 120

3.2.2.2 - Vigas com armadura transversal 125

3.2.2.3 - Ajuste dos modelos de Nielsen e Jensen aos resultados experimentais por introdução de correcções empíricas 129

3.2.3 - Modelos desenvolvidos por Vecchio, Collins e Mitchell 131

3.2.4 - Modelos de escoras-e-tirantes ("*Strut and Tie Model*") 137

3.2.4.1 - Generalidades 137

3.2.4.2 - Modelação da estrutura pelo método dos modelos de escoras-e-tirantes 140

3.2.4.3 - Dimensionamento dos modelos de escoras-e-tirantes 141

3.2.5 - Modelo de Reineck 144

3.2.5.1 - Modelo para vigas sem armadura transversal 145

3.2.5.2 - Modelo para vigas com armadura transversal 150

3.2.6 - Modelo numérico contínuo de análise não linear 153

3.2.6.1 - Modelação dos materiais 154

3.2.6.2 - Critério de resistência 161

3.2.6.3 - Modelo de fendilhação 162

3.3 - APLICAÇÃO DOS MODELOS ANALÍTICOS DE CÁLCULO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS 163

3.3.1 - Modelos regulamentares (REBAP e EC2) 163

3.3.1.1 - Vigas com armadura transversal, V_1 a V_3 164

3.4.1.2 - Vigas sem armadura transversal, V_4 a V_7 167

3.3.2 - Aplicação dos modelos de Nielsen, Braestrup, Jensen e Bach 170

3.3.2.1 - Vigas com armadura transversal 171

3.3.2.2 - Vigas sem armadura transversal 173

3.3.3 - Aplicação dos modelos de Vecchio, Collins e Mitchell 178

3.3.4 - Aplicação do modelo numérico de análise não linear 180

3.3.4.1 - Parametrização com base nas características dos materiais constituintes dos modelos 180

3.3.4.2 - Resultados obtidos 182

3.3.4.3 - Análise comparativa dos resultados 183

3.3.4.3.1 - Vigas com armadura transversal 183

3.3.4.3.2 -Vigas sem armadura transversal 187

3.3.4.4 - Influência do esforço axial avaliada por aplicação do modelo numérico a vigas à flexão, sem armadura transversal, com valores crescentes de compressão axial 190

3.3.5 - Aplicação dos modelos de escoras-e-tirantes 192

3.3.5.1 - Vigas com armadura transversal 193

3.3.5.2 - Vigas sem armadura transversal 198

3.3.6 - Aplicação dos modelos de Reineck 202

3.3.6.1 - Vigas com armadura transversal 202

3.3.6.2 - Vigas sem armadura transversal 204

3.3.6.2.1 - Discussão das condições de aplicabilidade do modelo e seu reflexo nos resultados 204

3.3.6.2.2 - Aplicação dos modelos simplificados de escoras-e-tirantes (Reineck) 205

3.4 - CONCLUSÕES 210

CAPÍTULO 4 - 0 PRÉ-ESFORÇO NA RESISTÊNCIA AO PUNÇOAMENTO

4.1 - INTRODUÇÃO 221

4.2 - ESTUDO EXPERIMENTAL - 1ª Fase 229

4.2.1 - Descrição do ensaio 229

4.2.1.1 - Caracterização do modelo utilizado 229

4.2.1.2 - Características mecânicas dos materiais 230

4.2.1.3 - Instrumentação utilizada 231

4.2.2 - Descrição do ensaio 234

4.2.2.1 - Comportamento teórico do modelo 234

4.2.2.2 - Resultados obtidos 235

4.2.3 - Análise dos resultados 239

4.2.4 - Resistência ao punçoamento 243

4.2.5 - Considerações relativas à análise da laje ao punçoamento 245

4.3 - ESTUDO EXPERIMENTAL - 2ª Fase 246

4.3.1 - Descrição do ensaio 246

4.3.1.1 - Características do modelo 246

4.3.1.2 - Metodologia utilizada 248

4.3.1.3 - Características mecânicas dos materiais 250

4.3.1.4 - Instrumentação utilizada 251

4.3.2 - Resultados obtidos no ensaio 252

4.3.3 - Discussão dos resultados 255

4.3.3.1 - Carga de rotura 255

4.3.3.2 - Tensões nas secções críticas 256

4.3.3.3 - Contribuição do pré-esforço 257

4.4 - CONCLUSÕES 259

CAPÍTULO 5 - COMPORTAMENTO COMPARADO DE LAJES DIMENSIONADAS SEGUNDO DIFERENTES METODOLOGIAS

5.1 - INTRODUÇÃO 261

5.2 - PROGRAMA EXPERIMENTAL 266

5.2.1 Descrição dos modelos de laje 266

5.2.2 - Dimensionamento dos modelos 269

5.2.2.1 - Dimensionamento elástico 269

5.2.2.2 - Dimensionamento segundo a teoria das linhas de rotura 271

5.2.3 - Distribuição das armaduras 273

5.2.3.1 - Lajes LB 273

5.2.3.2 - Lajes LC 275

5.3 - DESCRIÇÃO DOS ENSAIOS 277

5.3.1 - Disposições gerais comuns aos ensaios 277

5.3.2 - Instrumentação utilizada 277

5.3.2.1 - Ensaio das lajes LB 277

5.3.2.2 - Ensaio das lajes LC 279

5.4 - RESULTADOS DOS ENSAIOS 281

5.4.1 - Lajes LB, apoiadas em oito pontos do contorno e solicitadas por uma carga no centro 281

5.4.1.1 - Comparação dos deslocamentos medidos na experimentação com os valores correspondentes obtidos pela análise elástica (M.E.F.) 287

5.4.2 - Lajes LC, apoiadas nos quatro cantos e solicitadas por uma carga concentrada ao quarto da diagonal 290

5.4.2.1 - Comparação dos deslocamentos medidos na experimentação com os correspondentes valores obtidos pela análise elástica (M.E.F.) 293

5.5 - CONCLUSÕES 295

CAPÍTULO 6 - APLICAÇÃO DA TEORIA DA PLASTICIDADE AO DIMENSIONAMENTO DE PEÇAS LINEARES DE BETÃO EM ESTADO ÚLTIMO DE RESISTÊNCIA

6. 1. - INTRODUÇÃO 301

6.2 - ESTUDO EXPERIMENTAL DE VIGAS CONTÍNUAS DIMENSIONADAS SEGUNDO OS ESFORÇOS ELÁSTICOS E COM UMA REDISTRIBUIÇÃO DE 50% DO MOMENTO FLECTOR DE CONTINUIDADE 307

6.2.1 - Descrição dos ensaios 307

6.2.1.1 - Características do modelo de ensaio 307

6.2.1.2 - Características dos materiais 308

6.2.1.3 - Instrumentação utilizada 309

6.2.2 - Comportamento teórico dos modelos 310

6.2.3 - Descrição dos ensaios 312

6.2.3.1 - Ensaio da viga V_1 312

6.2.3.1.1 - Resultados obtidos 312

6.2.3.1.2 - Esforços em rotura 315

6.2.3.2 - Ensaio da viga V_2 316

6.2.3.2.1 - Resultados obtidos 316

6.2.3.2.2 - Discussão dos resultados 318

6.2.3.2.3 - Confirmação da extensão média da armadura de flexão medida na experimentação, para a carga última, através do diagrama dos momentos flectores experimental 320

6.2.3.2.4 - Rotação plástica 325

6.2.3.2.5 - Confirmação das rotações através do diagrama das curvaturas correspondente, por aplicação das expressões indicadas no EC2, Anexo 2 326

6.2.4 - Comparação dos resultados obtidos nos ensaios das duas vigas V_1 e V_2 330

6.2.4.1 - Capacidade última e comportamento à deformação 330

6.2.4.2 - Diagramas momentos - rotações 331

6.2.5 - Análise numérica das vigas ensaiadas por aplicação de um modelo de análise não linear desenvolvido por Figueiras e Póvoas. 332

6.2.5.1 - Parâmetros adoptados na modelação dos materiais 332

6.2.5.2 - Resultados obtidos. Comparação com os resultados da experimentação 333

6.2.6 - Aplicação do método dos modelos de escoras-e-tirantes às vigas ensaiadas 337

6.2.6.1 - Modelo de escoras-e-tirantes da viga V2 337

6.2.6.1.1 - Determinação das tensões nas barras do modelo 338

6.2.6.1.2 - Comparação com os resultados obtidos na análise numérica 339

6.3 - ESTUDO EXPERIMENTAL DO EFEITO DO ESFORÇO TRANSVERSO NA CAPACIDADE DE ROTAÇÃO DE PEÇAS LINEARES 340

6.3.1 - Programa dos ensaios 340

6.3.1.1 - Características do modelo de ensaio 340

6.3.1.2 - Instrumentação utilizada 341

6.3.2 - Resultados obtidos 343

6.3.3 - Rotações plásticas 348

6.3.4 - Confirmação do valor da rotação plástica através das flechas experimentais 353

6.3.5 - Capacidade rotacional 355

6.3.6 - Deformabilidade do betão à compressão 356

6.4 - CONCLUSÕES 358

Índice de Figuras

CAPÍTULO 1 - ANÁLISE EXPERIMENTAL DE ESTRUTURAS DE BETÃO

Figura 1.1 - Diagrama característico do material constituinte de um modelo perfeito. 18

Figura 1.2 - Modelo com distorção do material. 18

Figura 1.3 - Condições de semelhança para modelos perfeitos de betão armado. 19

Figura 1.4 - Condições de semelhança para modelos distorcidos de betão armado. 21

Figura 1.5 - Fendilhação em vigas de diferentes alturas h, para a mesma tensão de corte. h_1 =0.15m; h_2 =0.45m, h_3 =0.75m. 24

Figura 1.6 - Prensa servo-comandada em circuito fechado (Laboratório de Estruturas, FEUP). 30

Figura 1.7 - Célula de carga. 32

Figura 1.8 - Deflectómetro mecânico de deslocamento (Hetényi, 1950). 34

Figura 1.9 - Transdutor indutivo de deslocamento. 35

Figura 1.10 - Extensómetro de Howard (Hetényi, 1950). 37

Figura 1.11- Extensómetro de Huggenberger. Sistema de ampliação por meio de alavancas (Hetényi, 1950). 38

Figura 1.12 - Extensómetro eléctrico de resistência. 39

Figura 1.13 - Rosetas de extensómetros. a) Roseta em estrela, b) Rosetas Delta, c) T Delta. 41

Figura 1.14 - Sistema de aquisição em circuito aberto. 43

Figura 1.15 - Sistema de aquisição IMP. 44

Figura 1.16 - Diagrama de um sistema de aquisição em circuito fechado (Chan e Sousa, 1991). 45

Figura 1.17 - Laboratório Móvel (FEUP). 49

Figura 1.18 - Ensaio de carga de um pavimento (Bastos e Figueiras, 1991). 53

Figura 1.19 - Acção do vento sobre poste metálico realizada com cargas estáticas - lingotes de alumínio em cestos suspensos da estrutura (Bastos *et al.*, 1994). 54

CAPÍTULO 2 - ESFORÇO TRANSVERSO - ESTUDO DA INFLUÊNCIA DO ESFORÇO NORMAL NA CAPACIDADE RESISTENTE DE VIGAS ATRAVÉS DA EXPERIMENTAÇÃO DE MODELOS FÍSICOS

Figura 2.1 - Esquema do ensaio. 60

Figura 2.2 - Esquema das armaduras. a) Vigas com armadura transversal, V_1, V_2 e V_3; b) Vigas sem armadura transversal, V_4 a V_7. 61

Figura 2.3 - Aspecto das armaduras a) vigas com armadura transversal b) vigas sem armadura transversal. 62

Figura 2.4 - Aspecto da introdução do pré-esforço. 63

Figura 2.5 - Diagramas tensões-extensões dos varões a) ϕ 6mm, b) ϕ 8mm, c) ϕ 16mm. 64

Figura 2.6 - Esquema da montagem da instrumentação. 66

Figura 2.7 - Ensaio das vigas V_3. a) Aspecto do ensaio. b) Medição das extensões nos estribos. 67

Figura 2.8 - Aspecto geral do ensaio. 68

Figura 2.9 -Aspecto da fendilhação muito distribuida nas vigas com armadura transversal. a) Viga V_1 b) Viga V_2. 71

Figura 2.10 - Aspecto da fendilhação das vigas sem armadura transversal. 73

Figura 2.11 - Viga V_7. Fendilhação em rotura. 74

Figura 2.12 - Diagrama experimental cargas-extensões de compressão do betão. Viga V_{1B}. 75

Figura 2.13 - Influência da armadura transversal. Diagramas cargas-deslocamentos sob o ponto de aplicação da carga. a)V_1 e V_4, b) V_2 e V_5. 76

Figura 2.14 - Influência do esforço normal.Vigas com armadura transversal, V_1 e V_2. 77

Figura 2.15 - Diagramas cargas-deslocamentos sob o ponto de aplicação da carga. Vigas V_4 a V_7. 78

Figura 2.16 - Curva intrínseca do betão. Estado de tensão em torno da faceta de rotura. 80

Figura 2.17 - a) Trajectória da curva das compressões b) Fenda junto ao apoio na face superior da viga V_5. 82

Figura 2.18 - Fendas longitudinais na face superior do banzo. Viga V_4. 83

Figura 2.19 - Rotura por "*splitting*". Estado de tensão na fenda de rotura. 84

Figura 2.20 - Localização dos extensómetros sobre a armadura transversal. Viga V_3. 86

Figura 2.21 - Aspecto da instrumentação utilizada nos ensaios das vigas V_3. 86

Figura 2.22 - Diagramas cargas-deslocamentos sob o ponto de aplicação da carga. Vigas V_{3A} e V_{3B}. 87

Figura 2.23 - Extensões na armadura transversal. Viga V_{3A} a) estribo I (e_1 e e_2). 88

b) estribo II (e_3); c) estribo III (e_4, e_5 e e_6); d) estribo IV. 89

e) estribo V; f) estribo VI (e_8); g) estribo VII (c, d, e_9 e e_{10}). 90

Figura 2.24 - Extensões na armadura transversal. Viga V_{3B}. a) estribo I (e_1 e e_2); b) estribo III (e_5 e e_6). 91

Figura 2.25 - Diagrama esforço transverso-extensões ao longo de uma fenda. Viga V_{3A}. 93

Figura 2.26 -a) Tensões actuantes na fenda; b) Círculo de Mohr do estado de tensão na face da fenda. 94

Figura 2.27 - Variação da contribuição V_c do betão ao corte com o esforço transverso V. Vigas V_3. 100

CAPÍTULO 3 - ESFORÇO TRANSVERSO. RESULTADOS EXPERIMENTAIS E SUA RÉPLICA EM MODELOS TEÓRICOS

Figura 3.1 - Modelo de arco atirantado. 104

Figura 3.2 - Modelo de pente. 104

Figura 3.3 - Modelos de treliça. a) Modelo de treliça de Ritter; b) Modelo de Mörsch (Walther e Miehlbradt, 1990). 107

Figura 3.4 - Modelo de treliça para vigas de betão armado com banzos paralelos. 112

Figura 3.5 - Modelo para vigas de betão pré-esforçado com cabos curvilíneos (MC90). 114

Figura 3.6 - Modelo para vigas sem armadura transversal (Nielsen *et al.*, 1978). 121

Figura 3.7 - Mecanismo de rotura para vigas sem armadura transversal (Nielsen *et al.*, 1978). 122

Figura.3.8 - Mecanismo de rotura por corte para vigas de secção em T (Nielsen *et al.*, 1978). 124

Figura 3.9 - Efeito do esforço axial. a)Distribuição das tensões, b) Mecanismo de rotura (Jensen, 1979). 125

Figura 3.10- Modelo para vigas ao corte com armadura transversal (Nielsen *et al.*, 1978). 125

Figura 3.11 - Capacidade resistente ao corte de vigas com armadura transversal. 127

Figura 3.12 - Mecanismo de rotura para vigas com armadura transversal (Nielsen *et al.*, 1978). 127

Figura 3.13 - a) Elemento de viga b) Valores médios das tensões numa secção entre fendas c) tensões actuantes na face da fenda. 132

Figura 3.14 - Relações constitutivas do betão a) à compressão b) à tracção (Collins *et al.*, 1996). 133

Figura 3.15 - Extensões no betão a meia altura da secção transversal da viga. Círculo de Mohr. Estado de deformação. 135

Figura 3.16 - a) Tensões na alma fendilhada. b) Círculo de Mohr. Estado de tensão. 136

Figura 3.17 - Modelo de escoras-e-tirantes. 138

Figura 3.18 - Modelo de Reineck para vigas sem armadura transversal. a) zona do apoio; b) dente de betão; c) zona de aplicação da carga (Reineck, 1991). 146

Figura 3.19 - Distribuição das tensões tangenciais ao longo das faces do "dente" devidas à fricção. 147

Figura 3.20 - Relações cinemáticas de definição da abertura da fenda. 148

Figura 3.21 - Modelo de treliça para vigas sem armadura transversal. 150

Figura 3.22 - a) Forças actuantes num troço de viga; b) Forças devidas à fricção. 151

Figura 3.23- Forças e tensões num elemento de betão entre fendas. a) Forças e tensões devidas à acção da treliça; b) tensões devidas à fricção; c) estado de tensão resultante dos efeitos de fricção (Reineck, 1991). 152

Figura 3.24 - Modelos de treliça para avaliação da capacidade resistente ao corte. a) Estribos e campo de compressões uniaxiais; b) Estado biaxial de tensões no betão da alma. 153

Figura 3.25 - Diagrama convencional para o betão à compressão. 155

Figura 3.26 - Diagramas força-deslocamento do betão à tracção obtido num ensaio com controlo de deformação (Hordijk, 1992). 156

Figura 3.27 - Diagrama bilinear tensões-extensões normais de tracção do betão. 157

Figura 3.28 - Diagrama de retenção de tensões de tracção para o betão fendilhado. 159

Figura 3.29 - Diagrama multilinear para o aço. 160

Figura 3.30- Representação das superfícies de cedência no espaço bidimensional das tensões. 161

Figura 3.31 - Comparação do esforço transverso último experimental das vigas V_4 a V_7, sem armadura transversal, com o esforço transverso resistente determinado segundo o EC2, para os vários níveis de compressão aplicados (P em kN). 168

Figura 3.32 - Mecanismo de rotura . Viga V_1. 172

Figura 3.33 - Mecanismo de rotura por translacção.Viga V_{4B}. 175

Figura 3.34 - Viga V_{4B}. Novo mecanismo de rotura determinado pela presença dos estribos. 176

Figura 3.35 - Evolução da fendilhação da viga V_2 com o aumento da solicitação. 184

Figura 3.36 - Viga V_2. Diagramas cargas-flechas obtidos no estudo numérico e na experimentação. 185

Figura 3.37 - Viga V_2. Tensões principais de compressão do betão. 185

Figura 3.38 - Viga V_{3A}. Comparação das tensões nos estribos determinadas pelo estudo numérico com as medidas na experimentação. a) localização dos extensómetros sobre os estribos; b) tensões no estribo I; c) tensões no estribo III. 186

Figura 3.39 - Viga V_{3B}. Comparação das tensões nos estribos determinadas pelo estudo numérico com as medidas na experimentação. a) tensões no estribo I; b) tensões no estribo III. 187

Figura 3.40 - Configuração da fendilhação da viga V_5 188

Figura 3.41 - Viga V_5. a) Tensões principais de compressão do betão; b) Aspecto da deformada ampliada. 188

Figura 3.42- Viga V_5. Diagramas cargas-flechas obtidos no estudo numérico e na experimentação. 189

Figura 3.43 - Diagramas cargas-deslocamentos das vigas V_{41} a V_{46} com compressão $P = 100$ kN a $P = 600$ kN. 192

Figura 3.44 - Modelo de escoras-e-tirantes da viga V_{1A}, para a carga máxima experimental. Pormenorização das tensões no nó superior. 194

Figura 3.45 - Determinação das tensões no nó superior a partir do círculo de Mohr. 196

Figura 3.46 - a) Modelo de escoras-e-tirantes da viga V_2; b) Resultados do estudo numérico. 197

Figura 3.47 - a) Modelo de escoras-e-tirantes da viga V_{5B}; b)Tensões obtidas na análise numérica. 199

Figura 3.48 - Modelo de escoras-e-tirantes (Nahalawi e Wight). Aplicação à viga V_{5B}. 201

Figura 3.49 - Modelo de escoras-e-tirantes desenvolvidos por Reineck. Aplicação à viga V_{5B}. 206

Figura 3.50 - Viga V_{4B}. a) Modelo de escoras-e-tirantes desenvolvidos por Reineck; b) Equilíbrio dos esforços internos na fenda. 208

CAPÍTULO 4 - O PRÉ-ESFORÇO NA RESISTÊNCIA AO PUNÇOAMENTO

Figura 4.1 - Rotura por punçoamento. 222

Figura 4.2 - Modelo de Kinnunen - Nilander (Walther e Miehlbradt, 1990). 223

Figura 4.3 - Geratriz da superfície de rotura óptima segundo Nielsen e Braestrup. 225

Figura 4.4 - Configurações de armaduras de punçoamento com amarração eficaz (Pillai *et al.*, 1982, Walther, 1979). 226

Figura 4.5 - Tipos de armadura de punçoamento (Walther, 1979). 227

Figura 4.6 - Modelo ensaiado. 230

Figura 4.7 - Localização das armaduras. 230

Figura 4.8 - Diagrama de tracção do aço utilizado nas armaduras. 231

Figura 4.9 - Instrumentação utilizada. a) deflectómetros mecânicos; b) extensómetros mecânicos; c) extensómetros eléctricos. 232

Figura 4.10 - Aspecto da montagem dos extensómetros mecânicos na face inferior da laje. 233

Figura 4.11 - Diagrama dos momentos correpondentes à formação das rótulas plásticas. 234

Figura 4.12 - Evolução teórica dos momentos até à formação do mecanismo de rotura da laje. 235

Figura 4.13 - Extensões nas armaduras. 1° Ensaio da laje. 236

Figura 4.14 - Extensões na armadura. 2° Ensaio da laje. 237

Figura 4.15 - Aspecto da rotura. 238

Figura 4.16 - Reacção no apoio central. 3° Ensaio. 239

Figura 4.17 - Extensões nas armaduras. 3° Ensaio da laje. 239

Figura 4.18 - Comparação dos valores teórico e experimental do momento flector (negativo) numa secção a 0.115m do apoio central. 3° Ensaio. 240

Figura 4.19 - a) Diagrama de momentos experimentais próximo da rotura; b) localização dos extensómetros. 241

Figura 4.20 - Extensões de compressão do betão. 242

Figura 4.21 - Aspecto geral do ensaio. 246

Figura 4.22 - Esquema das armaduras. 247

Figura 4.23 - Esquema da disposição dos fios de pré-esforço. 247

Figura 4.24 - Aspecto da montagem das armaduras. 248

Figura 4.25 - Esticamento dos fios de ϕ 7mm. 249

Figura 4.26 - Diagrama de tracção da armadura de flexão. 250

Figura 4.27 - Instrumentação utilizada no ensaio. 251

Figura 4.28 - Aspecto da instrumentação. 251

Figura 4.29 - Instante da rotura. 252

Figura 4.30 - Aspecto da fendilhação na face inferior. 253

Figura 4.31 - Aspecto da rotura. 253

Figura 4.32 - Aspecto da fendilhação na face superior da laje. 254

Figura 4.33 - Diagrama cargas-deslocamentos nos pontos instrumentados. 254

Figura 4.34 - Mecanismo de rotura. 256

Figura 4.35 - Secções críticas. 257

Figura 4.36 - Contribuição dos fios pré-esforçados. 258

CAPÍTULO 5 - COMPORTAMENTO COMPARADO DE LAJES DIMENSIONADAS SEGUNDO DIFERENTES METODOLOGIAS

Figura 5.1 - a) Laje LB; b) Laje LC. 267

Figura 5.2 - Diagrama tensões-deformações dos varões ϕ=6mm utlizados em: a) LB_{plast}; b) restantes lajes. 268

Figura 5.3 - Momentos elásticos nas direcções x e y da laje LB (1/4 de laje) (kN·m/m). 269

Figura 5.4 - Momentos elásticos nas direcções x e y da laje LC (kN·m/m). 270

Figura 5.5 - Distribuição dos momentos flectores principais positivos da laje LB (M.E.F.). 270

Figura 5.6 - Distribuição dos momentos flectores principais positivos da laje LC (M.E.F.). 271

Figura 5.7 - Figura de rotura da laje LB. 272

Figura 5.8 - Figura de rotura da laje LC. 273

Figura 5.9 - Armadura da laje LB_{elast} - 1/4 de laje (distâncias em cm). 274

Figura 5.10 - Aspecto da armadura. Laje LB_{elast}. 274

Figura 5.11 - Armadura da laje LB_{plast} (distâncias em metros). 275

Figura 5.12 - Armadura da laje LC_{elast} (distâncias em cm). 276

Figura 5.13 - Armadura da laje LC_{plast} (distâncias em metros). 276

Figura 5.14 - Esquema de montagem da instrumentação nos ensaios das lajes LB. 278

Figura 5.15 - Aspecto da montagem na face inferior das lajes LB. 278

Figura 5.16 - Aspecto da montagem na face superior das lajes LB. 279

Figura 5.17 - Esquema de montagem da instrumentação nos ensaios das lajes LC. 280

Figura 5.18 - Aspecto do ensaio das lajes LC. 280

Figura 5.19 - Fissuração na face inferior. Laje LB_{elast}. 281

Figura 5.20 - Deslocamentos dos pontos instrumentados das lajes a) LB_{elast} b) LB_{plast}. 282

Figura 5.21 - Fenda junto ao pilar. 283

Figura 5.22 - Fissuração na face superior. Laje $LB_{plast.}$ 284

Figura 5.23 - Aspecto da face inferior da laje LB_{elast}. 284

Figura 5.24 - a) Localização dos extensómetros; b) extensões de compressão (‰) do betão na face superior das lajes LB. 285

Figura 5.25 - a) Localização dos extensómetros; b) extensões de tracção (‰) do betão na face inferior das lajes LB. 286

Figura 5.26 - Deslocamentos do painel. Lajes LB. 287

Figura 5.27 - Comparação dos deslocamentos teóricos com os observados na experimentação das duas lajes. 288

Figura 5.28 - Variação da relação carga experimental /carga última teoricamente esperada com as flechas sob o ponto de aplicação da carga das lajes LC. 290

Figura 5.29 - Deslocamentos dos pontos instrumentados das lajes a) LC_{elast} b) LC_{plast}. 291

Figura 5.30 - Extensões no betão. Ensaio das lajes LC. 293

Figura 5.31 - Diagramas experimentais cargas-flechas do ponto de aplicação da carga das lajes LC. 294

CAPÍTULO 6 - APLICAÇÃO DA TEORIA DA PLASTICIDADE AO DIMENSIONAMENTO DE PEÇAS LINEARES DE BETÃO EM ESTADO ÚLTIMO DE RESISTÊNCIA

Figura 6.1 - Fissuração em leque na zona de aplicação da carga e diagrama dos esforços na armadura de tracção (Leonhardt, 1979). 304

Figura 6.2 - Esquema do ensaio. Diagrama dos momentos flectores elásticos. 307

Figura 6.3 - Armaduras das vigas. 308

Figura 6.4 - Diagrama de tracção da armadura de flexão. 309

Figura 6.5 - Instrumentação utilizada. Ensaio da viga V_2. 310

Figura 6.6 - Momentos resistentes últimos das vigas a)- vigaV_1; b)-viga V_2. 311

Figura 6.7 - Aspecto do ensaio da viga V_1. 312

Figura 6.8 - Viga V_1. Aspecto da rotura. 313

Figura 6.9 - Ensaio da viga V_1. Diagramas cargas-deslocamentos dos pontos de aplicação das cargas. 314

Figura 6.10 - Extensões (‰) medidas na armadura na secção do apoio. Ensaio da viga V_1. 314

Figura 6.11- Viga V_1. Extensões médias entre as secções S_1 e S_2 para a carga de rotura experimental. 315

Figura 6.12 - Viga V_1. Diagrama dos momentos flectores elásticos para a carga $F_{u,exp}$ = 150 kN e momento médio na zona central obtido na experimentação. 316

Figura 6.13 - Ensaio da Viga V_2. 317

Figura 6.14 - Viga V_2. Diagrama dos momentos flectores obtidos na experimentação, para a carga de rotura. 319

Figura 6.15 - Viga V_2. Diagrama das extensões médias entre as secções S_1 e S_2 para a carga de rotura. 319

Figura 6.16 - Viga V_2. Verificação do valor da extensão média experimental. 321

Figura 6.17 - Diagrama das deformações médias do betão entre as secções S_1 e S_2. a)- Deformações elásticas; b)- Deformações em rotura (últimas). 325

Figura 6.18 - a) Diagrama dos momentos flectores; b) diagrama das curvaturas da viga V_2, para a carga de rotura; c) diagrama das curvaturas corrigido. 328

Figura 6.19 - Diagramas cargas-deslocamentos da secção de aplicação da carga. 330

Figura 6.20 - Variação das rotações e das curvaturas médias das secções S_1 e S_2 com o momento flector e com o momento reduzido naquele apoio, medidas no ensaio. 331

Figura 6.21 - Diagramas cargas-flechas dos pontos de aplicação das cargas obtidos pela análise numérica e pela experimentação. Vigas V_1 e V_2. 334

Figura 6.22 - Aspecto da fendilhação. Viga V_1. 335

Figura 6.23 - Aspecto da fendilhação. Viga V_2. 335

Figura 6.24 - Distribuição das tensões principais do betão na viga V_1 para uma solicitação próxima da de rotura. 336

Figura 6.25 - Evolução das tensões principais do betão na viga V_2, para solicitações crescentes. 336

Figura 6.26 - Modelo de escoras-e-tirantes da viga V_2. 337

Figura 6.27 - Pormenorização dos nós nas secções críticas. a) apoio central; b) secção do vão. 338

Figura 6.28 - Tensões médias determinadas por aplicação do modelo numérico. 339

Figura 6.29 - Viga ensaiada. 340

Figura 6.30 - Diagrama de tracção do aço da armadura longitudinal. 341

Figura 6.31 - Vigas V_c a) Secções instrumentadas. b) Aspecto do ensaio. 343

Figura 6.32 - a) Diagramas cargas-flechas do ponto de aplicação da carga das vigas ensaiadas; b) Diagramas $F \cdot a$ - flechas/a (a - distância das cargas ao apoio). 344

Figura 6.33 - Localização dos extensómetros de massa na secção do apoio. 345

Figura 6.34 - Extensões (‰) no betão ao longo da altura da secção do apoio: bordo inferior, a 4 cm do bordo inf (int inf), a 4 cm do bordo sup (int sup) e bordo superior. 346

Figura 6.35 - Diagramas das extensões na secção críticas das vigas V_c próximo da rotura. 347

Figura 6.36 - Vigas V_c. Diagramas Momentos-Rotações na secção do apoio (miliradianos). 349

Figura 6.37 - Viga V_{c1}. Extensões médias medidas entre as secções instrumentadas correspondentes às rotações elástica e total. 351

Figura 6.38 - Viga V_{c1}. a) diagrama dos momentos flectores; b) diagrama das curvaturas; c) solicitação unidade (TTV). 354

Figura 6.39 - Variação da profundidade relativa do eixo neutro com a rotação da secção. 355

Figura 6.40 - Variação da profundidade relativa do eixo neutro com a rotação da secção. 356

Figura 6.41 - Extensões de compressão no betão para diferentes percentagens da armadura transversal. 358

Índice de Quadros

CAPÍTULO 2 - ESFORÇO TRANSVERSO - ESTUDO DA INFLUÊNCIA DO ESFORÇO NORMAL NA CAPACIDADE RESISTENTE DE VIGAS ATRAVÉS DA EXPERIMENTAÇÃO DE MODELOS FÍSICOS

Quadro 2.1 - Caracterização dos tipos de vigas ensaiadas. 59

Quadro 2.2 - Características mecânicas dos aços utilizados. 63

Quadro 2.3 - Resultados obtidos nos ensaios 70

Quadro 2.4 - Relação entre a carga última e a carga de início de fendilhação nas vigas sem armadura transversal. 79

Quadro 2.5 - Vigas sem armadura transversal. Valores da tensão média de corte correspondentes à carga de início de fendilhação e à carga última. 79

Quadro 2.6 - Resultados dos ensaios das vigas V_3. 87

Quadro 2.7 - Contribuição do betão ao esforço transverso. Viga V_{3A}. 97

Quadro 2.8 - Contribuição do betão ao esforço transverso. Viga V_{3B}. 98

CAPÍTULO 3 - ESFORÇO TRANSVERSO. RESULTADOS EXPERIMENTAIS E SUA RÉPLICA EM MODELOS TEÓRICOS

Quadro 3.1 - Vigas com armadura transversal. Esforço transverso resistente determinado pela aplicação das expressões regulamentares. 164

Quadro 3.2 - Vigas com armadura transversal. Comparação dos valores regulamentares com os experimentais. 165

Quadro 3.3 - Vigas sem armadura transversal. Esforço transverso resistente obtido por aplicação das expressões regulamentares. Comparação com os valores experimentais. 167

Quadro 3.4 - Esforço transverso de início de fendilhação relativo às vigas V_4. Valor experimental e valores determinados por aplicação das expressões regulamentares (REBAP e MC90) para peças sem armadura transversal. 170

Quadro 3.5 - Modelos de Nielsen e Jensen. Vigas com armadura transversal. 172

Quadro 3.6 - Viga V_{1A}. Comparação dos valores obtidos pelo EC2, método das bielas de inclinação variável e pelo modelo de Nielsen. 173

Quadro 3.7 - Modelos de Nielsen e Jensen. Vigas sem armadura transversal. 177

Quadro 3.8 - Aplicação do modelo de Collins *et al.* à viga V_{1A}, para o valor e_1=0.003. 178

Quadro 3.9 - Aplicação do modelo de Collins *et al.* à viga V_{1A}, para o valor ε_1=0.004. 179

Quadro 3.10 - Valores dos parâmetros característicos do betão adoptados no estudo numérico. 181

Quadro 3.11 - Características mecânicas das armaduras adoptadas na simulação numérica. 182

Quadro 3.12 - Comparação da capacidade última das vigas determinada pelas vias numérica e experimental. 183

Quadro 3.13 - Capacidade última de vigas com valores crescentes de compressão axial determinada por aplicação do modelo numérico. 191

Quadro 3.14 - Aplicação do modelo de Reineck às vigas com armadura transversal. 203

Quadro 3.15 - Aplicação do modelo de Reineck às vigas sem armadura transversal. 205

Quadro 3.16 - Comparação dos resultados experimentais com os obtidos pelos modelos teóricos. 212

CAPÍTULO 4 - O PRÉ-ESFORÇO NA RESISTÊNCIA AO PUNÇOAMENTO

Quadro 4.1 - Características mecânicas dos aços utilizados nas armaduras 250

CAPÍTULO 5 - COMPORTAMENTO COMPARADO DE LAJES DIMENSIONADAS SEGUNDO DIFERENTES METODOLOGIAS

Quadro 5.1 - Características mecânicas do betão 268

Quadro 5.2 - Comparação dos deslocamentos teóricos e experimentais das lajes LB. 289

Quadro 5.3 - Comparação dos deslocamentos teóricos e experimentais das lajes LC 294

Quadro 5.4 - Resumo dos resultados obtidos nos ensaios 296

CAPÍTULO 6 - APLICAÇÃO DA TEORIA DA PLASTICIDADE AO DIMENSIONAMENTO DE PEÇAS LINEARES DE BETÃO EM ESTADO ÚLTIMO DE RESISTÊNCIA

Quadro 6.1 - Valores das extensões na armadura de tracção 324

Quadro 6.2 - Valores da extensão média na zona de referência (entre as secções S_1 e S_0) 324

Quadro 6.3 - Comparação dos resultados teóricos e experimentais. Vigas V_1 e V_2. 330

Quadro 6.4 -Caracteristícas das armaduras adoptadas na análise numérica. 333

Quadro 6.5 - Comparação dos resultados obtidos pelas análise numérica e experimental 333

Quadro 6.6 - Resultados dos ensaios das vigas V_c 343

Quadro 6.7 - Rotações das secções S_1, S_2 e S_3 .Vigas V_c. 352

Quadro 6.8 - Comparação dos valores da extensão máxima do betão à compressão medidos nos ensaios com os correspondentes valores limites indicados por Rusch e Stockl. 357

SIMBOLOGIA

a, a_v	distância do ponto de aplicação de uma carga concentrada ao apoio
A_c	área da secção de betão
A'_c	área do bloco comprimido de betão
A_s	área da armadura longitudinal de tracção
A_{sw}	área da secção da armadura transversal
b	largura de uma secção rectangular
b_{red}	largura reduzida da secção (MC90)
b_w	largura da alma da secção transversal
b_{sw}	largura entre ramos do mesmo estribo
C	escora
d	altura útil da secção
d_x, d_y	distância da armadura na direcção x, y à fibra mais comprimida da secção
E_c	módulo de elasticidade do betão
E_s	módulo de elasticidade do aço
E_0, E_1, E_2	módulos de elasticidade do aço correspondentes aos troços do diagrama trilinear simplificado
f	flecha
f_c	resistência do betão à compressão em provetes cilíndricos
f_c^*	resistência efectiva do betão à compressão
f_{cc}	resistência do betão à compressão em provetes cúbicos
f_{cd1}	valor de cálculo da tensão de rotura do betão para campos de compressão unidimensionais não fendilhados (MC90)
f_{cd2}	valor de cálculo da tensão de rotura do betão para campos de compressão unidimensionais fendilhados (MC90)
f_{cm}	valor médio da resistência à compressão do betão

f_{ct}	resistência à tracção do betão
f_{ctm}	valor médio da resistência à tracção do betão
f_y	tensão de cedência do aço; tensão de cedência da armadura longitudinal de tracção
f_{sw}	tensão nos estribos da armadura transversal ao longo do carregamento
f_{sy}, f_{yw}, f_{swy}	tensão de cedência da armadura transversal (REBAP, Nielsen *et al.*, Collins *et al.*)
f_t	resistência à tracção da armadura
f_1	tensão principal de tracção do betão
f_2	tensão principal de compressão do betão
F	carga concentrada
F_{cr}	carga correspondente ao início de fendilhação na experimentação
F_s	esforço na armadura de tracção
G_F	energia de fractura
h	altura da secção
l	comprimento da peça
m	momento flector por unidade de comprimento
m_x, m_y	momento flector na direcção x, y (por metro)
M	momento flector
M_{cr}	momento de fendilhação
N	esforço axial
P	pré-esforço; compressão axial introduzida pelo pré-esforço
R	reacção no apoio; resistência eléctrica
s	espaçamento entre estribos; espaçamento entre fendas
s_{cr}	distância crítica entre fendas
s_i	factor de semelhança de uma grandeza i
T	Tirante
u	perímetro do contorno crítico de punçoamento
V	esforço transverso

V_c	capacidade resistente ao esforço transverso da zona comprimida de betão; termo corrector da teoria de Mörsch
V_{cr}	esforço transverso correspondente ao início da fendilhação
V_P	esforço transverso resistido pelos cabos (inclinados) de pré-esforço
V_R	esforço transverso resistente
V_{Rd1}, V_{R1}	termo corrector da teoria da Mörsch (MC90, EC2); esforço transverso resistente de elementos sem armadura transversal
V_{Rd2}, V_{R2}	valor máximo do esforço transverso resistente de cálculo (EC2)
$V_{Rd2,red}$	valor reduzido de V_{Rd2} devido ao esforço axial
V_{Rd3}	esforço transverso resistente de cálculo de uma peça com armadura transversal (EC2)
V_s	esforço transverso actuante
V_w	resistência ao corte das armaduras de esforço transverso segundo a teoria de Mörsch
w	valor médio da espessura das fendas
x	distância do eixo neutro à fibra mais comprimida
z	braço entre as resultantes das tracções e das compressões na secção transversal de um elemento de betão armado
α	ângulo entre os estribos e o eixo longitudinal da peça linear; coeficiente de Poisson
α_{ct}	coeficiente de retenção de tensões de tracção
α_F	coeficiente que depende das dimensões máximas dos inertes utilizados no fabrico do betão (MC90)
β	factor relativo à contribuição do pré-esforço na resistência ao esforço transverso nas peças pré-esforçadas (REBAP)
β_{cr}	inclinação crítica de fendas (modelo de Reineck)
β_t	coeficiente dependente da duração das cargas (MC90)
β_1	coeficiente dependente das propriedades de aderência do aço
β_2	coeficiente dependente da duração das cargas (EC2)
δ	deslocamento; deslocamento virtual; coeficiente de redistribuição dos momentos flectores; coeficiente dependente da relação f_t/f_y, (MC90)

Δl	variação de comprimento
ε	extensão
ε_c	extensão de compressão do betão
ε_{cu}	extensão última do betão em compressão
ε_{ctu}	extensão máxima do betão à tracção
ε_{cr}	extensão correspondente à tensão máxima do betão à tracção
ε_{ctv}	extensão aparente máxima de retenção da rigidez de corte do betão fendilhado
ε_{sm}	extensão média da armadura tendo em consideração a contribuição do betão à tracção, entre fendas
e_{smr}	extensão da armadura calculada em secção não fendilhada para a carga de fendilhação (EC2)
ε_{sr1}	extensão da armadura calculada em secção não fendilhada para a carga de fendilhação (MC90)
ε_{sr2}	extensão da armadura calculada em secção não fendilhada para a carga de fendilhação (MC90)
ε_y	extensão do aço para a tensão de cedência;
ε_{sy}	extensão na armadura para a tensão de cedência (MC90)
ε_1	extensão principal de tracção
ε_2	extensão principal de compressão
ϕ	diâmetro do varão da armadura
γ_c, γ_s	coeficiente de segurança para o betão, para o aço.
ν	factor de eficiência
ν_{ci}	tensão tangencial na superfície da fenda
θ	rotação; ângulo da direcção das compressões do betão com o eixo da peça; ângulo de inclinação das geratrizes do cone de punçoamento
ρ e ρ_l	percentagem da armadura longitudinal de flexão
ρ_w	percentagem da armadura transversal
σ_{cp}	tensão média no betão introduzida por esforço axial
$\sigma_{cp,eff}$	tensão efectiva média no betão introduzida por esforço axial

σ_{sr}, σ_{srl}	tensão na armadura em secção fendilhada sob a carga de fendilhação (EC2, MC90)
π_i	quociente adimensional de uma grandeza *i* definido pelo Teorema de Buckingham
τ	tensão tangencial
ϖ	percentagem mecânica da armadura longitudinal
ϖ_w	percentagem mecânica da armadura tranversal
ζ	coeficiente de distribuição (EC2)

Subscritos

ap.c	relativo à secção do apoio central
c	betão
d	valor de cálculo
elast	elástico
exp	experimental
i	relativo à grandeza *i*; relativo à face inferior
k	valor característico
máx	máximo
méd	médio
m, mod	modelo
p	protótipo
teór	teórico
plast	plástico
R	resistente
s	aço; relativo à solicitação actuante; relativo à face superior
u	último
vão	relativo à secção de momento máximo no vão
w	alma; relativo à armadura transversal
x; y	relativo ao eixo dos *x*; relativo ao eixo dos y, cedência

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

"One test is worth a dozen expert opinions.
No test is worthy of credence unless supported
by an adequate theory"

Hardy Cross

A análise experimental ocupa um lugar primordial na investigação em geral e em particular na engenharia estrutural, para o estudo do comportamento das estruturas e avaliação e implementação da sua segurança.

Toda a inovação tem que ser apoiada na experimentação. Assim aconteceu no estudo do comportamento do betão armado, para a definição das relações entre os dois materiais e na descoberta das leis que os regem. No betão pré-esforçado também a experimentação antecedeu a teorização.

A experimentação proporciona o conhecimento dos fenómenos estruturais pela investigação aplicada de determinados problemas e valida os métodos de cálculo, fornecendo informações que permitem o julgamento da segurança da estrutura e sugerindo modificações a aplicar em edificações futuras.

Especialmente nos casos em que são difíceis de definir critérios de dimensionamento, condições de ligação ou efeitos da interacção entre os materiais constituintes da peça, bem como no desvendar dos aspectos oclusos da tecnologia, o método experimental será sempre soberano, já que revela com maior justeza a acção de todos os parâmetros envolvidos através da visão directa dos fenómenos estruturais.

Nesse sentido não poderá ser considerado apenas como um complemento dos métodos teóricos de análise mas antes como um método essencial e indispensável na engenharia estrutural.

Tem também virtudes pedagógicas uma vez que utiliza modelos mais descritíveis e por isso com maior impacto para o ensino.

Na simulação de um comportamento físico através de um modelo matemático há sempre situações que não podem ser reproduzidas. A aplicação destes modelos envolve, também, uma correcta quantificação de um número substancialmente elevado de parâmetros característicos dos materiais, que só é possível pela via da experimentação. A eficácia do modelo passa necessariamente pela comprovação experimental, único meio de verificar se o comportamento simulado corresponde efectivamente ao comportamento real.

Nas últimas décadas, a evolução da tecnologia da experimentação e o recurso a capacidades incrementadas da computação digital, possibilitou a interface entre os ensaios experimentais e a sua simulação através de modelos numéricos de análise.

Actualmente verifica-se uma complementaridade cada vez maior entre as duas vias, experimental e numérica: os ensaios experimentais permitem aferir as simulações numéricas; os resultados numéricos, por sua vez, servem de controlo aos obtidos na experimentação, denunciando eventuais erros decorrentes das limitações próprias da instrumentação ou de deficientes condições de realização do ensaio. Os modelos numéricos permitem, uma vez aferidos com os modelos experimentais, uma "experimentação numérica" mais versátil e económica.

A autora deste trabalho tem vindo a desenvolver no decorrer dos seus anos de actividade na FEUP, desde a licenciatura, investigação essencialmente no domínio da experimentação. As razões desta opção estão ligadas à sua primeira função, depois da licenciatura, como bolseira subsidiada pelo Instituto de Alta Cultura na Faculdade de Engenharia, em que colaborou no projecto de índole essencialmente experimental, PE2 "*Estudo do Método das Charneiras Plásticas para o Cálculo de Lajes de Betão Armado. Problemas de aderência*", sob a orientação do Professor Joaquim Sarmento, que lhe transmitiu o fascínio da experimentação, iniciando-a nas técnicas e metodologias experimentais.

Desde aí tem-se dedicado a estudos no domínio do comportamento de peças de betão armado e pré-esforçado, essencialmente apoiado na verificação experimental, incidindo sobre diferentes aspectos do seu comportamento estrutural. Neste percurso, a aquisição contínua de modernos e mais sofisticados equipamentos de ensaio pelo Laboratório de Estruturas da FEUP, essencialmente no domínio dos transdutores eléctricos e dos sistemas de aquisição e registo automático de resultados, permitiu implementar novas técnicas possibilitando uma experimentação mais precisa e consistente.

Este trabalho resulta, assim, de uma selecção de alguns desses estudos realizados sobre modelos de lajes e de vigas de betão armado e pré-esforçado, construídos e ensaiados pela

autora, só ou em colaboração, que apresentam como tónica comum o método essencialmente utilizado, experimental, e o material em que foram construídos os modelos, betão estrutural. Os resultados experimentais são também interpretados e confirmados por modelos teóricos de análise, apresentando-se a sua comparação crítica com os valores obtidos pelas diferentes metodologias.

Elegendo como primeiro objectivo poder dar um contributo para a incrementação do uso da análise experimental, como método essencial na formação do engenheiro, no desenvolvimento da sua capacidade de observação e na sensibilização para os fenómenos estruturais, apresentam-se as metodologias e técnicas essenciais utilizadas na experimentação tanto em laboratório como no exterior (Capítulo 1) e os diferentes tipos de equipamentos e instrumentação associados, designadamente os que foram utilizadas pela autora nos ensaios realizados.

São abordados os aspectos mais relevantes que concernem à análise sobre modelos estruturais, o seu dimensionamento e a interpretação dos resultados, com especial referência aos modelos de betão armado e à influência dos efeitos de escala na fiabilidade dos resultados.

Neste primeiro capítulo descrevem-se ainda os métodos relativos à observação de estruturas e os ensaios específicos de cada tipo de observação.

Os aspectos particulares do comportamento das estruturas de betão aqui estudados visaram essencialmente:

- o efeito do esforço normal na capacidade resistente de vigas à flexão e ao esforço transverso e de lajes, na resistência ao punçoamento;

- o estudo do comportamento de lajes e vigas de betão armado determinado por dimensionamentos segundo por critérios distintos, o método elástico e o método plástico, analisando-se comparativamente as deformações em estado de serviço e a capacidade resistente em estado último.

O comportamento do betão ao esforço transverso e a influência do efeito do esforço normal na resistência aos esforços de corte é analisada através de um extenso conjunto de ensaios experimentais sobre vigas de secção em T, simplesmente apoiadas, providas ou não de armadura transversal, solicitadas por uma carga concentrada a meio vão associada em alguns casos a um esforço axial, com três valores diferentes, introduzido por cabos pré-esforçados exteriores à secção.

A presença da compressão axial, para os três níveis analisados, originou um aumento substancial da capacidade resistente ao esforço transverso nas vigas sem armadura transversal,

muito embora o mecanismo de rotura fosse essencialmente comandado pela ausência daquela armadura. Nas vigas com armadura transversal a contribuição do pré-esforço foi muito reduzida.

São também interpretados os mecanismos de transferência dos esforços de corte entre o betão e as armaduras através da evolução das extensões medidas sobre os estribos durante o carregamento até à rotura (Capítulo 2). As extensões observadas permitiram confirmar a mobilização dos estribos depois de iniciada a fendilhação, bem como a variação da tensão ao longo do comprimento do estribo, dependente do seu posicionamento relativamente às fendas formadas. Ainda a contribuição do betão, considerada de valor constante na regulamentação, revelou-se de valor variável e decrescente com o aumento da solicitação. É tentada uma quantificação dessa variação por um processo simplificado aqui exposto.

Os ensaios são descritos no Capítulo 2 e os seus resultados são comparados com os resultantes da aplicação de diferentes modelos teóricos de comportamento de vigas ao esforço transverso no Capítulo 3, aferindo-se simultaneamente as limitações específicas de cada modelo e a sua fiabilidade nos casos analisados. É claramente exposto o empirismo de alguns modelos, pela divergência dos resultados por eles obtidos em relação aos experimentais, bem como a fiabilidade de outros, pela sua aproximação relativamente à experimentação.

O esforço transverso associado ao pré-esforço é também analisado na rotura específica por punçoamento (Capítulo 4), através de um estudo experimental em dois modelos distintos de lajes. No primeiro, sobre uma laje (viga larga) contínua de dois tramos de betão armado, o mecanismo de rotura gerado afasta-se do mecanismo clássico e a capacidade última é explorada por recurso a redistribuições dos momentos de continuidade. No segundo, sobre um modelo de laje apoiada em quatro pontos do contorno e com carga central, é utilizado um esquema de pré-esforço - conjunto de fios pré-esforçados parcialmente aderentes que envolveram a secção crítica de punçoamento - como processo de aumentar a capacidade resistente ao punçoamento. Os resultados permitiram confirmar a eficácia deste processo sugerindo a possibilidade da sua aplicação prática no reforço de sapatas de fundação.

Os critérios de dimensionamento de lajes e de vigas de acordo com os esforços elásticos ou segundo o método plástico, por exploração dos mecanismos em estado limite último definidos pelo teorema cinemático, são aferidos em estudos experimentais sobre modelos de lajes (Capítulo 5) e sobre vigas contínuas (Capítulo 6).

No primeiro estudo (Capítulo 5) foram ensaiados dois modelos de lajes quadradas, com duas diferentes localizações dos apoios e das solicitações, com armaduras determinadas segundo as duas metodologias e analisado comparativamente o seu comportamento deformacional e a capacidade última atingida, bem como o consumo de armadura utilizada nos dois casos.

O dimensionamento elástico, embora envolvendo uma realização prática das armaduras mais laboriosa, é, sem dúvida, preferencial nos casos analisados - o comportamento à deformação é mais favorável e a capacidade resistente última é atingida com uma economia sensível de armadura.

No estudo realizado sobre dois modelos de vigas contínuas de dois tramos (Capítulo 6), o primeiro com armaduras dimensionadas de acordo com os momentos elásticos e o segundo para uma redistribuição de 50% dos momentos de continuidade, é analisada a capacidade rotacional das secções à custa da medição das rotações relativas de secções simétricas a diferentes distâncias da secção crítica do apoio central e comparado o seu comportamento sob o ponto de vista das deformações em estado limite de resistência e da capacidade última atingida.

Na segunda viga, apesar da elevada capacidade rotacional exigida pela redistribuição imposta, foi praticamente atingida a carga última teórica, traduzindo a formação quase completa dos mecanismos em estado limite último e confirmando a aplicabilidade do cálculo plástico ao dimensionamento das peças lineares.

A simulação através da aplicação de um modelo de análise não linear e de um modelo de escoras-e-tirantes traduziu com boa aproximação o comportamento experimental.

Completando o estudo da capacidade rotacional de secções em peças reticuladas é estudada a eventual influência do esforço transverso na limitação daquela capacidade, através de um conjunto de ensaios sobre vigas isóstáticas de betão armado, com armaduras dimensionadas para o mesmo momento resistente associado a valores crescentes do esforço transverso introduzido por cargas concentradas em diferentes secções.

Os resultados não permitiram revelar qualquer diminuição da capacidade de rotação por acção daquele esforço, evidenciando, ainda, o efeito dos estribos da armadura transversal no aumento da ductilidade do betão - pelo confinamento do betão do bloco comprimido - e na manutenção da capacidade de rotação da secção crítica em estado limite de resistência.

Capítulo 1

ANÁLISE EXPERIMENTAL DE ESTRUTURAS DE BETÃO

1.1 - INTRODUÇÃO

A análise experimental tem como objectivo a caracterização, por via da observação, do comportamento físico e mecânico dos materiais e das estruturas quando submetidas a determinado tipo de solicitação.

O método experimental foi o primeiro método utilizado na análise estrutural. No passado, o dimensionamento foi quase exclusivamente baseado na experimentação em que a estrutura real era o próprio objecto do teste, medindo-se, quando muito, deslocamentos pontuais, sendo deduzidas regras empíricas que orientavam construções ulteriores.

Entre os trabalhos realizados neste domínio poderão citar-se, em primeiro lugar, os de Leonardo de Vinci (1452-1519) que estudou a resistência de arames de ferro de vários comprimentos, submetendo-os à tracção por suspensão de cargas gradualmente crescentes e anotando a carga de rotura e a localização da fractura; também ensaiou vigas à flexão, de secção uniforme, concluindo correctamente sobre a dependência da resistência face à altura e

à largura da secção; abordou também o problema da resistência de colunas em relação à sua altura, visando já então o efeito da encurvadura na carga última.

As primeiras tentativas na obtenção de um dimensionamento à flexão ficaram a dever-se a Galileu (1564-1642), legadas no seu famoso livro "Intorno à Due Nuove Scienze", no qual se poderá localizar o início do estudo da Resistência dos Materiais.

Mariotte, em 1680, (ref. em Navier, 1864), retomando os estudos de Galileu, observou, em numerosas experiências sobre peças de madeira e de vidro à flexão, a deformação por tracção e por compressão das fibras antes da rotura, situando o *"eixo de equilíbrio"*, eixo onde se localizavam as fibras sem deformação, a meia altura da secção ("Traité du movement des eaux").

Leibnitz, em 1684, dois meses depois da morte de Mariotte, admitiu, como Mariotte e Hooke, a lei de proporcionalidade entre as tracções e os alongamentos correspondentes.

Jacques Bernoulli, em 1694, descobre a "equação da elástica" de peças à flexão, enunciando a sua propriedade fundamental.

Com Robert Hooke (1635-1703) encontra-se a primeira abordagem das propriedades elásticas dos materiais, da qual surgiu a lei universalmente conhecida pelo seu nome, "Ut Tensio Sic Vis", traduzida em anagrama *"ceiiinosssttvu"* na sua primeira revelação (1676), enunciando como base da teoria da elasticidade a proporcionalidade das extensões com as forças que as desenvolvem.

No início do século XVIII, Parent realizou numerosos ensaios à rotura em barras de madeira, suspensas ou encastradas nas suas extremidades, cujos resultados serviram de base às primeiras tabelas de dimensionamento.

As leis de Hooke foram confirmadas pelas experiências de Riccati em 1731.

Buffon, em 1740, realizou os primeiros ensaios à rotura de vigas por esforço transverso ("Experiences sur la force des bois"). Ensaiou também, à flexão, vigas de madeira à escala natural (com comprimentos entre dois e nove metros) com medição das flechas, apenas em rotura, verificando que a carga de rotura era aproximadamente proporcional ao quadrado da altura da secção e inversamente proporcional ao comprimento da peça.

Duhamel de Morceau, em 1767, ("Mémoires de l'Académie") ensaiou peças de madeira à flexão, medindo, pela primeira vez, flechas em fase anterior à de rotura.

O estudo da torção em fios e cilindros metálicos foi realizado, pela primeira vez, por Coulomb em 1784.

Os primeiros ensaios realizados com um espírito verdadeiramente científico com vista à determinação das leis da flexão foram conduzidos por Charles Dupin, em 1811, sobre vigas de madeira solicitadas por cargas concentradas a meio do seu comprimento, e também por Duleau, em 1813, sobre vigas aço. Dupin verificou que as flechas eram proporcionais ao inverso do cubo da altura da secção e, para as mesmas dimensões transversais, ao cubo do comprimento entre apoios. Duleau ensaiou peças de diferentes secções solicitadas à flexão e à torção, resumindo os seus resultados em vinte e cinco leis aplicadas aos vários tipos estudados.

Peter Barlow, tendo por objectivo o estudo da *coesão*, aqui associada ao peso capaz de romper blocos de madeira por tracção paralela ou perpendicular às fibras da madeira, realizou numerosos ensaios com medição das flechas ao longo do carregamento, relatados no seu livro de 1817 "Essai sur l'elasticité et la force des bois, fondé sur les expériences exécutées à l'Academie Royale Militaire",

Navier, por volta de 1824 (École des Ponts et Chaussées), estabeleceu as expressões exactas para a teoria da flexão, localizando a posição do *eixo neutro* no centro de gravidade da secção. Utilizando a noção de módulo de elasticidade definida por Thomas Young em 1807, estabeleceu a ligação entre a resistência dos sólidos e a sua elasticidade.

Muitas experiências sobre barras e fios de ferro, visando a sua aplicação prática na construção de pontes suspensas, foram realizadas por Vicat, em 1830, por Seguin, que construiu a primeira ponte suspensa sobre o Reno em 1824, por Lamé em 1828 e por Dufour em 1832 (sobre fios de cobre e de latão). Gerstner, na Alemanha em 1838, realizou ensaios sobre fios metálicos de muito pequeno diâmetro com vista à determinação da sua tenacidade.

Vicat (1786-1861) estudou também o efeito de cargas *instantâneas* e de cargas *permanentes* sobre peças realizadas com diferentes materiais - pedra, argamassa, gesso e outros- que relatou nas suas famosas memórias "Recherches expérimentales sur les phénomènes physiques qui précèdent et accompagnent la rupture ou l'affaissement d'une certaine classe de solides", publicadas em 1833.

Em Inglaterra em 1830, o físico Eaton Hodgkinson, colaborando com Fairbairn, realizou numerosos ensaios em vigas de ferro fundido, para determinar a forma óptima da secção de vigas metálicas, elegendo a forma em I como a que melhor resistia aos esforços de flexão.

Rondelet no seu "Traité Théorique et Pratique de l'Art de Batir" (1812) descreve os resultados das suas experiências para a caracterização dos materiais (primeiras até à data) e para a determinação da aderência entre cimento e inertes.

O trabalho mais completo, realizado com todas as precauções de modo a garantir a exactidão dos resultados, é devido a Chevandier e Wertheim, em 1846, que realizaram experiências em barras de madeira de dezassete espécies retiradas de oitenta e quatro árvores. Estas experiências, relatadas em "Mémoire sur les proprietés mécaniques des bois", permitiram deduzir a relação entre as elasticidades longitudinal e transversal da madeira.

Os estudos de Considère (ref. em Tedesco e Mauriel, 1911) baseados em experiências constituiram na época (1899) o apoio mais sólido para o cálculo racional das obras de betão armado. Considère realizou numerosos ensaios em prismas, quer do betão simples, quer do betão com armaduras incorporadas, para medição da extensão máxima de tracção, verificando que a capacidade de deformação por tracção do betão armado podia atingir valores vinte vezes superiores à correspondente do betão sem armadura. Determinou ainda o coeficiente de elasticidade instantâneo do betão à compressão e as leis de deformação do betão armado quando submetido a esforços repetidos do mesmo sinal ou de sinal diferente.

Ao longo deste percurso, a experimentação recorreu sucessivamente a métodos especiais, alguns apenas invocados por memória, outros ainda em utilização, que continuam a figurar nos curricula escolares das Escolas de Engenharia. Citam-se entre eles:

- a introdução de deformações na estrutura por meio de deformómetros (Beggs, Eney, Gottschaltk, micro-influenciómetro de Magnel, etc.), para a determinação de linhas de influência pelo princípio de Müller-Breslau;
- a utilização da extensometria mecânica e óptica, para medição das extensões à superfície;
- o recurso à fotoelasticidade, às franjas de Moiré e aos vernizes frágeis, para a análise elástica das tensões em peças de geometria complexa.

Os ensaios experimentais evoluiram também para a utilização de modelos reduzidos das estruturas reais, de fácil execução e baixo custo, construídos em diversos materiais, com maior incremento a partir de 1950, pelo desenvolvimento de grandes laboratórios na Europa e na América do Norte.

Nas últimas décadas verificou-se uma grande evolução das técnicas experimentais, com sofisticação crescente da instrumentação. Até à segunda guerra mundial os ensaios eram essencialmente estáticos; desde aí, os estudos na área da caracterização das acções dinâmicas e dos seus efeitos sobre as estruturas originaram um desenvolvimento de instrumentação apropriada a ensaios dinâmicos.

Actualmente existem transdutores adaptados aos mais diversos fins, que utilizam na sua tecnologia sistemas electrónicos, electro-magnéticos, ópticos, etc., com a possibilidade de ligação a dispositivos automáticos de registo, que permitem aumentar o número de parâmetros a medir e facilitar o tratamento dos resultados.

O avanço da tecnologia computacional acompanhou este desenvolvimento com o aparecimento de sistemas de aquisição de dados e tratamento de resultados, de grande flexibilidade e rapidez, características dos equipamentos digitais.

Os sistemas de controlo "inteligentes", constituídos por unidades servo-comandadas em circuito fechado, de grande potência, permitem a aplicação de cargas ou imposição de deslocamentos segundo leis previamente estabelecidas, abrindo novos campos à experimentação.

Um exemplo da evolução das técnicas experimentais são os edifícios designados por "inteligentes" (Krauthammer, 1991): edifícios monitorizados com sistemas computacionais que registam continuamente a informação de transdutores (sensores eléctricos, acústicos ou térmicos) instalados no edifício. A partir dessa informação são determinados os valores de funções de controlo que garantem a verificação de condições específicas e indicados pelo computador os correspondentes procedimentos a efectuar.

A experimentação tem sido largamente utilizada na Engenharia das Estruturas, nomeadamente:

- na aferição de normas regulamentares e de modelos teóricos de análise e na observação de comportamentos impossíveis de modelar numericamente;
- na caracterização das leis de comportamento dos materiais;
- no controlo do comportamento ao longo do tempo de estruturas de grandes dimensões, tais como barragens, pontes, etc.;
- na observação do comportamento das estruturas, na verificação da eficiência de novos sistemas construtivos e na avaliação da capacidade resistente de estruturas degradadas;

- no apoio ao ensino, pela verificação do comportamento de estruturas conhecidas;
- em estruturas de geometria irregular ou com condições de apoio ou solicitações não usuais;
- no estudo da deterioração das estruturas recorrendo a um envelhecimento artificial através de métodos de aceleração dos efeitos agressivos em laboratório.

Apresenta-se seguidamente uma abordagem da metodologia inerente à experimentação de modelos físicos, nomeadamente a sua caracterização, as relações que exprimem as suas leis de semelhança, bem como as implicações introduzidas pelos efeitos de escala, de particular importância nos modelos de betão armado.

Descrevem-se ainda as técnicas utilizadas nos ensaios experimentais com a identificação dos sistemas de aplicação de forças e imposição de deslocamentos e a caracterização da instrumentação associada à medição de diferentes grandezas e à aquisição e registo dos resultados, elegendo-se, entre outros, os utilizados pela autora nos estudos experimentais que se apresentam nos capítulos seguintes.

Por último, faz-se uma apresentação sumária das metodologias utilizadas na observação de estruturas, com referência aos tipos de observação e a técnicas especiais, designadamente a alguns métodos para a caracterização dos materiais, betão e aço, *in situ*, e ainda aos ensaios de carga.

1.2 - MODELOS FÍSICOS EM ENGENHARIA ESTRUTURAL

1.2.1 - Generalidades

No estudo do comportamento de estruturas interessa fundamentalmente analisar os fenómenos físicos que originam alterações do seu estado de tensão e de deformação resultantes da aplicação de solicitações directas ou de fenómenos de coacção. Esse estudo é por vezes mais facilmente conduzido através da análise do comportamento de sistemas mecânicos semelhantes, designados genericamente por modelos.

Um modelo de uma estrutura ou de um elemento estrutural é uma representação física semelhante, na qual é possível estabelecer uma correspondência entre determinadas grandezas em pontos homólogos do modelo e da estrutura (Fialho, 1969, ACI Committee 444, 1979).

A experimentação em modelos estruturais engloba não só os ensaios em estruturas em tamanho natural, mas também as aplicações à escala reduzida, já que os resultados aí obtidos poderão ser extrapolados ao comportamento de outras estruturas, de diferentes dimensões ou construídas em diferentes materiais, por aplicação das relações de escala e de semelhança.

O REBAP e a regulamentação internacional aceitam a sua aplicação na verificação da segurança, como complemento ou em substituição das teorias de comportamento, chamando a atenção, nas aplicações com vista à determinação da capacidade resistente dos elementos ou das estruturas, para a necessidade de quantificar devidamente os coeficientes de segurança a adoptar de modo a reproduzir uma segurança equivalente à que seria obtida por utilização dos processos analíticos (ACI Committee 444, 1991).

Dos tipos de estruturas que poderão requerer uma análise por meio de um modelo físico destacam-se, entre outros:

- estruturas ou zonas de estruturas de geometria ou com condições de apoio e de solicitação não usuais;
- estruturas cujos materiais constituintes têm comportamento difícil de modelar analiticamente;
- estruturas de grandes dimensões submetidas a acções dinâmicas;
- estruturas para as quais as consequências de uma rotura seriam tão graves que se justifica uma confirmação do seu estudo analítico.

A experimentação em modelos físicos e a modelação matemática devem ser complementares. Os modelos experimentais aferem os modelos matemáticos, definindo o seu campo de aplicação e validando as hipóteses teóricas em que se baseou a sua formulação. Os modelos analíticos, suficientemente aproximados, serão certamente utilizados preferencialmente aos modelos físicos, pela sua mais fácil aplicação e rapidez na obtenção dos resultados. A análise computacional tende a reduzir os seus custos económicos e a aumentar as suas capacidades, do que resultará uma redução do campo de aplicação dos modelos experimentais no dimensionamento estrutural.

Por outro lado, o projectista, de uma maneira geral, está pouco familiarizado com os métodos experimentais e é pessimista em relação à reacção dos organismos oficiais na aceitação dos resultados obtidos por via experimental, o que vem reforçar a tendência referida. No entanto, os resultados experimentais podem ser seguramente mais fiéis na tradução do comportamento da estrutura. Litle (ref. em ACI Committee 444, 1979) comenta a esse respeito,

"*Uma das ironias de um modelo matemático é que as distorções da realidade, introduzidas por hipóteses incorrectas ou modelos inadequados, ficarão escondidas no espírito de quem o utiliza. Num modelo experimental os resultados dessas incorrecções são dramaticamente expostos. O efeito filosófico desta distinção, entre os métodos de dimensionamento analíticos e experimentais, pode, por um lado, levar ao detrimento dos métodos experimentais mas, por outro lado, pode constituir uma das suas características mais relevantes. Assim, os resultados consistentes serão tão dramáticos, num sentido positivo, como serão os resultados incorrectos, numa perspectiva desencorajante.*"

Há talvez um exagero desta posição que, todavia, não deixa de levantar questões que merecem reflexão.

1.2.2 - Caracterização dos modelos

Segundo o ACI Committee 444 (1979) os modelos podem ser designados por:

- *modelos directos*, nos quais a solicitação aplicada e os materiais constituintes são semelhantes aos da estrutura que representam, fornecendo valores de tensões e de deformações proporcionais aos da estrutura real;
- *modelos indirectos*, nos quais a solicitação e os materiais constituintes não têm uma relação directa com os correspondentes no protótipo - caso, por exemplo, de modelos onde são aplicadas forças ou deformações para obtenção de linhas ou de superfícies de influência pelo princípio de Müller-Breslau, sendo as tensões no protótipo determinadas a partir de diagramas de influência obtidos no ensaio dos modelos.

Os modelos directos podem dividir-se em:

- *modelos elásticos,* geométricamente semelhantes ao protótipo, mas fabricados num material homogéneo e elástico; estes modelos permitem analisar o comportamento da estrutura em fase elástica do seu material constituinte;

- *modelos de resistência última* ou *modelos perfeitos* (Fialho 1969), geométricamente homotéticos ao protótipo e construidos em materiais reologicamente semelhantes ao daquele.

Os modelos elásticos permitem analisar as estruturas apenas em fase elástica, não sendo possível extrapolar os resultados para valores superiores da solicitação. São relativamente fáceis de realizar, geralmente construídos em aço ou em materiais plásticos, estes últimos de baixo módulo de elasticidade necessitando da aplicação de valores reduzidos da solicitação para os deslocamentos pretendidos. A sua aplicação é essencialmente dirigida à determinação da distribuição dos esforços em lajes e cascas de geometria complexa, em barragens e noutros casos dificilmente abordados pelos métodos tradicionais. A aplicação deste tipo de modelos para o estudo de peças de betão armado permite apenas a análise do seu comportamento antes da fendilhação, com vista às suas respostas imediatas ou elásticas.

Os modelos de resistência última, pelo contrário, não estão limitados à análise do comportamento em fase elástica, mas possibilitam o estudo da configuração geométrica e da capacidade resistente última da estrutura real. Estes modelos requerem, no entanto, maiores cuidados na sua realização, desde a escolha dos materiais a utilizar às técnicas de execução e à interpretação dos resultados, para uma avaliação correcta do comportamento que se pretende reproduzir.

Relativamente à escala em que são realizados, os modelos podem ainda classificar-se em:

- *modelos em tamanho natural*, que reproduzem geométricamente a estrutura real;
- *modelos reduzidos*, cujas dimensões são obtidas das da estrutura real por aplicação de um factor de escala.

As limitações da utilização dos modelos em tamanho natural estão ligadas não só às dificuldades provenientes do seu manuseamento como ainda ao factor económico: maior custo no seu fabrico e nos sistemas de aplicação das solicitações. Apresentam todavia as vantagens de reproduzirem directamente a resposta pretendida, sem ser necessário efectuar a conversão dos resultados obtidos no modelo para a estrutura através das condições de semelhança.

Os modelos à escala reduzida são de mais fácil manuseamento e exigem uma menor capacidade dos equipamentos de aplicação das solicitações e das estruturas de reacção. Apresentam, no entanto, maior dificuldade na sua construção e instrumentação.

Os modelos elásticos, construidos em materiais plásticos ou em aço, não têm condicionamentos no que diz respeito a espessuras mínimas, podendo ser realizados em escalas reduzidas; nos modelos de resistência última de betão, as dimensões vêm condicionadas pelos valores mínimos das espessuras, pelo diâmetro dos varões, pelo seu espaçamento e recobrimento, pelo que nem sempre é possível a sua realização em escalas muito reduzidas.

1.2.3 - Dimensionamento dos modelos

1.2.3.1 - Relações de semelhança

O dimensionamento e a interpretação dos resultados dos modelos físicos deve obedecer às *relações de escala* ou *de semelhança*. A relação de semelhança (s_i) é definida pela relação entre o valor de uma dada grandeza (i) que se observa no protótipo, i_p, e o valor correspondente medido no ponto homólogo do modelo, i_m:

$$s_i = i_p / i_m \tag{1.1}$$

As relações de semelhança resultam da aplicação da análise dimensional à modelação e derivam directamente do Princípio da Homogeneidade [1] e do Teorema de Buckingham[2] que constitui a base de escolha das relações de semelhança necessárias e suficientes ao estudo sobre modelo de um determinado fenómeno.

Na análise das grandezas envolvidas no problema estrutural tem que se distinguir as grandezas *de base* (Vocabulário Internacional de Metrologia, 1996) ou *fundamentais* (grandezas independentes) das grandezas *dependentes,* de modo a estabelecer os quocientes

---

[1] Princípio da Homogeneidade: "Se uma grandeza X_1 depender das grandezas $X_2,...,X_n$., os dois membros da equação que traduz a relação de dependência, $X_1 = f(X_2, X_3, ... X_n)$ deverão ter as mesmas dimensões".

[2] Teorema de Buckingham: "Qualquer equação homogénea, isto é, obedecendo ao Princípio da Homogeneidade, envolvendo n grandezas físicas, pode ser traduzida por uma equação equivalente em função de grandezas adimensionais" $\pi_1 = f(\pi_2, \pi_3, ... \pi_m)$ em que π_i são parâmetros independentes, definidos por quocientes adimensionais das grandezas físicas envolvidas. O número mínimo desses quocientes adimensionaias é igual a n-k, sendo k o número de grandezas de base ou fundamentais".

adimensionais, π_i, das grandezas físicas, i, a partir dos quais se definem as relações de semelhança por igualdade daqueles quocientes no protótipo (p) e no modelo (m):

$$\pi_{ip} = \pi_{im} \tag{1.2}$$

1.2.3.2 - Classificação dos modelos relativamente às condições de semelhança

Relativamente à verificação das condições de semelhança, os modelos podem classificar-se nos seguintes tipos:

- *Modelos perfeitos* ou *modelos de semelhança completa "true models"* (Fialho, 1969 e Sabnis *et al.*, 1983), quando as relações de semelhança são verificadas para todas as grandezas envolvidas, isto é, não só as características geométricas mais representativas do protótipo são homoteticamente reproduzidas no modelo como também o material de que este é constituído apresenta diagramas tensões - deformações até à rotura semelhantes às do material do protótipo.

- *Modelos adequados*, nos quais as relações de semelhança são verificadas para as grandezas fundamentais consideradas mais representativas do problema em estudo;

- *Modelos distorcidos e modelos esquemáticos,* quando as relações de semelhança são satisfeitas apenas para algumas grandezas fundamentais, satisfazendo ou não as restantes a uma outra relação de homotetia.

A Figura 1.1 representa um diagrama tipo de comportamento a que deve obedecer o material de um modelo perfeito, no qual se verifica a igualdade dos valores das extensões no modelo e no protótipo em pontos homólogos.

Com efeito, sendo a extensão um parâmetro adimensional, o factor π_ε para as extensões é igual à própria extensão,

$$\pi_\varepsilon = \varepsilon \tag{1.3}$$

e, da igualdade dos quocientes π no protótipo e no modelo (expressão 1.2), resulta:

$$\varepsilon_p = \varepsilon_m \tag{1.4}$$

vindo o correspondente factor de escala s_ε igual à unidade, $s_\varepsilon = 1$.

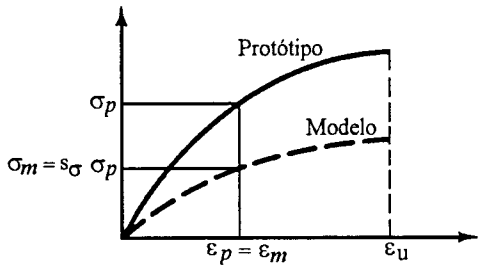


Figura 1.1 - Diagrama característico do material constituinte de um modelo perfeito.

Os modelos distorcidos são construídos em materiais com diagramas de comportamento do tipo dos indicados na Figura 1.2, que conduzem a deformações diferentes das correspondentes no protótipo. A utilização destes tipos de modelos será permitida nos casos em que os deslocamentos forem suficientemente pequenos, não alterando as condições de equilíbrio. Quando o comportamento estrutural depender do valor dos deslocamentos (problemas de encurvadura, etc.) estes modelos não poderão ser utilizados.

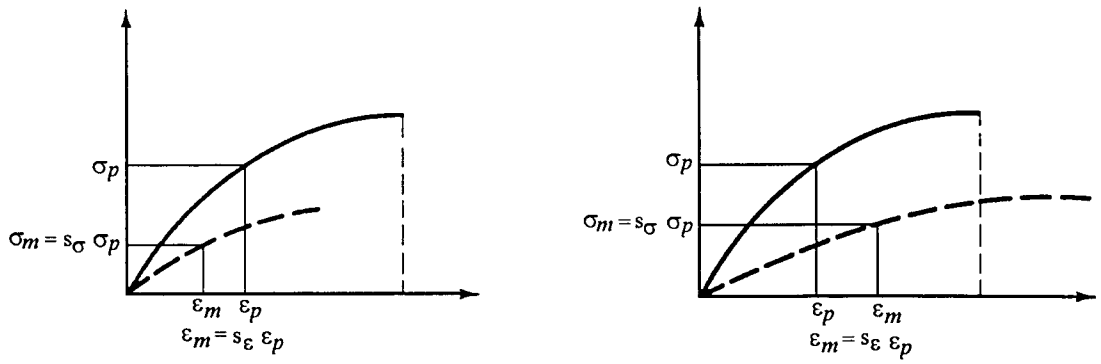


Figura 1.2 - Modelo com distorção do material.

A obtenção da semelhança completa nos modelos estruturais nem sempre é possível por razões económicas ou técnicas, estas últimas derivadas da conveniência de substituir cargas distribuidas por cargas concentradas equivalentes, de diferentes valores do coeficiente de Poisson no protótipo e no modelo, etc.

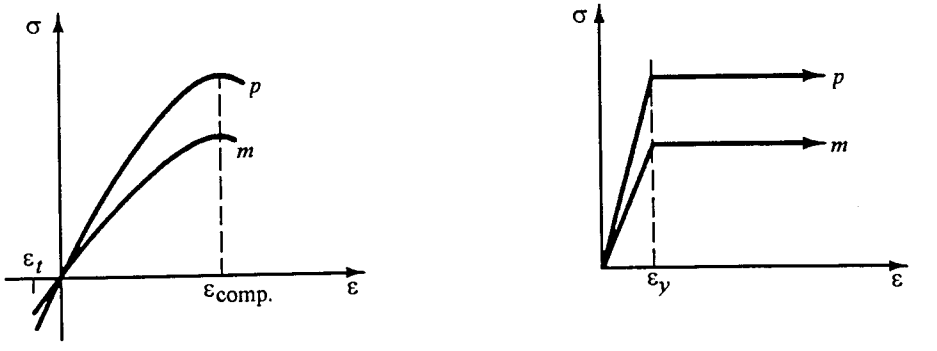
As relações de semelhança relativas às solicitações são, em geral, fáceis de obter em problemas estáticos; no caso de acções dinâmicas as condições de semelhança apresentam alguma complexidade, principalmente no que respeita à definição e aplicação dessas acções.

1.2.4 - Modelos de betão armado

1.2.4.1 - Generalidades

No estudo de estruturas de betão armado e pré-esforçado interessa fundamentalmente analisar o comportamento até à rotura, incluindo a observação da evolução da fendilhação e das configurações de rotura e a avaliação das solicitações limites.

A sua modelação apresenta alguma complexidade devido não só ao comportamento não linear do betão como à presença de dois materiais diferentes, aço e betão, e aos seus mecanismos de interacção. Nesse sentido é de particular importância a reprodução das leis de comportamento do material do protótipo, pela utilização de modelos construídos por materiais que apresentem diagramas tensão-deformação semelhantes aos da estrutura real e igualdade de extensões em rotura (Figura 1.3).



a) betão b) aço

Figura 1.3 - Condições de semelhança para modelos perfeitos de betão armado.

Neste caso, sendo o factor de escala das extensões unitário, $s_\varepsilon = 1$, a utilização de um factor de escala das tensões do betão, $(s_\sigma)_c$, de valor diferente da unidade, torna necessário ainda que o factor correspondente, em relação às tensões do aço, $(s_\sigma)_s$, tenha o mesmo valor:

$$(s_\sigma)_c = \left(\frac{\sigma_p}{\sigma_m}\right)_c \neq 1 \rightarrow (s_\sigma)_s = \left(\frac{\sigma_p}{\sigma_m}\right)_s = (s_\sigma)_c \qquad (1.5)$$

Ainda, se $s_\varepsilon = 1$ e de $\varepsilon = \sigma/E$, o factor de escala correspondente ao módulo de elasticidade, (s_E), deverá ser igual ao correspondente factor de escala das tensões, (s_σ), tanto para o aço como para o betão:

$$(s_E)_c = (s_\sigma)_c \tag{1.6}$$

$$(s_E)_s = (s_\sigma)_s \tag{1.7}$$

o que implica para o factor de escala do módulo de elasticidade da armadura:

$$(s_E)_s = (s_E)_c = (s_\sigma)_c \tag{1.8}$$

A verificação desta condição leva à conclusão de que a maneira mais prática de realizar modelos perfeitos de betão armado será por utilização dos materiais betão e aço na sua construção, sendo, nesse caso, para os dois materiais:

$$s_E = s_\sigma = 1 \tag{1.9}$$

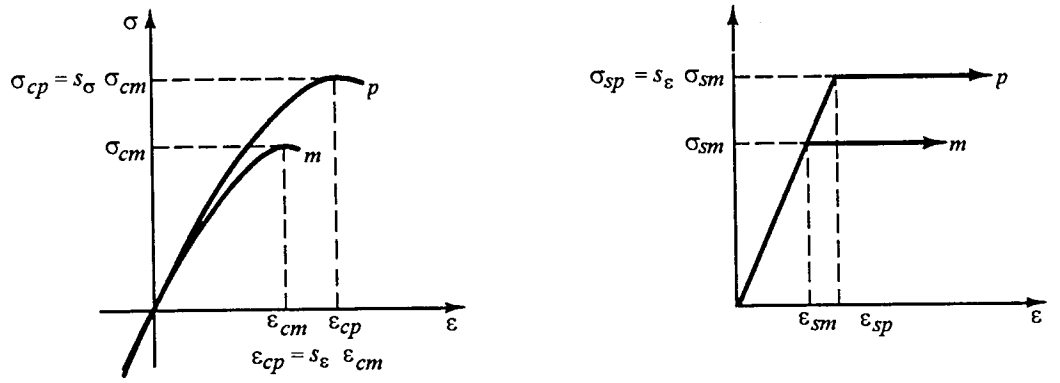
Isto obriga, porém, a ter modelos de tamanho próximo do real e consequentemente a ter de aplicar por vezes cargas elevadas para obter a rotura, razão porque nestes casos se utilizam materiais diferentes dos do protótipo, como por exemplo misturas de gesso-diatomite e betão de pedra pomes, que têm tensões de rotura muito inferiores às do betão normal, mas que apresentam diagramas tensões-deformações com andamentos semelhantes e valores idênticos do coeficiente de Poisson. Os quocientes entre as tensões de rotura à tracção e à compressão são também idênticos, garantindo uma semelhança em relação à fissuração.

São também utilizados modelos em micro-betão, construídos rigorosamente à escala e armados com arames que possuem diâmetros reduzidos à mesma escala e relações tensões-deformações idênticas às armaduras do protótipo.

Na utilização de modelos distorcidos (nos quais o factor de escala das extensões é diferente da unidade, $s_\varepsilon \neq 1$) é, em geral, utilizado o material aço para modelar a armadura.

O factor de escala para o módulo de elasticidade do aço, $(s_E)_s$, é portanto diferente do factor correspondente para o betão, $(s_E)_c$, $(s_E)_s \neq (s_E)_c$.

Na Figura 1.4 indicam-se os diagramas de comportamento dos materiais constituintes do modelo e do protótipo para um tipo possível de distorção: neste caso particular, como o factor de escala para o módulo de elasticidade do aço é unitário, o factor de escala das tensões no aço é igual ao correspondente factor de escala das extensões, $(s_\sigma)_s = (s_\varepsilon)_s$.



a) betão b) aço

Figura 1.4 - Condições de semelhança para modelos distorcidos de betão armado.

1.2.4.2 - Modelação da aderência aço-betão

A modelação da tensão de rotura por aderência aço-betão é complexa e requer o conhecimento exaustivo dos mecanismos de interacção entre os dois materiais.

A escala do modelo é um parâmetro importante nesta modelação.

A aderência, considerada um fenómeno mecânico, pode ser traduzida por relações empíricas obtidas pela experimentação em peças armadas com varões de diâmetros correntes. Estes diâmetros são em geral superiores aos utilizados nos modelos, sendo portanto discutível a aplicação daquelas relações na determinação dos factores de semelhança relativos à aderência.

Mesmo em modelos de grande escala, em que os varões utilizados para a armadura são do mesmo tipo de aço dos da estrutura real, não é garantida a verificação de iguais tensões de aderência, já que esta é dependente do diâmetro dos varões e da espessura de recobrimento.

A rugosidade da superfície dos varões é, por sua vez, um factor essencial no valor da resistência desenvolvida pela aderência, sendo por isso difícil a sua modelação quando se utilizam no modelo varões cuja superfície tem características muito diferentes das da armadura real.

Acresce-se ainda que, após a rotura da aderência subsistem tensões de atrito entre a armadura e o betão que desempenham um papel importante no comportamento das estruturas e, como se compreende, são extremamente difíceis de modelar correctamente.

1.2.5 - Efeito de escala

Um outro aspecto ligado à experimentação de modelos é o designado efeito de escala.

O efeito de escala é um fenómeno que traduz a dependência das propriedades características do material em relação às dimensões do modelo de teste, isto é, modelos de uma estrutura realizados em diferentes escalas conduzem a resultados diferentes, diferenças que não podem ser interpretadas apenas à luz das relações de semelhança. Conhecido intuitivamente há muitos anos, só recentemente foi expresso em termos matemáticos e físicos permitindo assegurar uma correcta avaliação dos resultados.

No caso do betão, este efeito traduz-se por um aparente aumento da resistência à tracção quando diminuem as suas dimensões da peça. Kani (ref. em Walraven e Lehwalter, 1994) observou, em ensaios de vigas à flexão sem armadura transversal nos quais só variava a altura da secção, uma diminuição da capacidade resistente ao corte com o aumento daquela altura (o valor da tensão última de corte baixava de 50% quando a altura da peça aumentava de 200 para 800 milímetros).

Nas estruturas de betão os efeitos de escala são particularmente importantes dado que os resultados do modelo poderão fornecer valores pouco seguros da capacidade resistente da estrutura real. Muitas normas regulamentares são resultantes da análise estatística de resultados da experimentação efectuada em laboratório, em modelos de dimensões menores do que as das estruturas que pretendem representar, sendo necessário avaliar os factores que contribuem directamente para os efeitos de escala de modo a eliminar as possíveis incorrecções por eles introduzidas.

Existem factores físicos que contribuem para a variação das propriedades do betão, tendo cada um os seus efeitos de escala característicos. Os materiais constituintes, as condições de cura do betão, a superfície de exposição, as condições do ensaio e, ainda, os efeitos de coacção devidos à retracção e à fluência do betão influenciam os resultados obtidos em modelos de diferentes tamanhos.

Em relação aos efeitos diferidos, Hansen e Mattock em 1966 (ref. em Sabnis *et al.*, 1983) verificaram, em ensaios experimentais em modelos de diferentes tamanhos, uma diminuição da retracção e da fluência com o aumento das dimensões do modelo. Ross (1944, ref. em Sabnis, 1983) sugeriu, para o parâmetro mais adequado para comparar a retracção de modelos de diferentes dimensões, a relação entre a superfície de exposição e o volume do modelo.

Estes aspectos têm particular importância no caso da experimentação, quer porque em si a experimentação de faz a uma determinada escala, quer ainda porque a caracterização das propriedades resistentes dos materiais constituintes das estruturas é feita com base em ensaios de provetes de dimensões constantes, independentemente das dimensões dos componentes estruturais que estão a ser ensaiados. As propriedades assim determinadas podem manifestar-se com valores substancialmente diferentes dos reais.

Nas estruturas de betão armado os efeitos de escala podem ser analisados em relação essencialmente a dois tipos de comportamento:

i) aderência aço-betão

ii) fendilhação e capacidade resistente última

i) em relação à aderência, se as deformações da armadura e a resistência do betão na estrutura real forem reproduzidas no modelo, o efeito de escala virá muito reduzido. Com efeito, ensaios efectuados por Harris, Sabnis e White, em 1966 (ref. em Sabnis *et al.*, 1983), permitiram verificar uma razoável fiabilidade dos resultados em modelos, quando as características mecânicas do betão e do aço eram cuidadosamente reproduzidas.

ii) na fendilhação, o efeito de escala é traduzido pela variação da espessura das fendas e da sua progressão com as dimensões do modelo - ensaios à rotura de vigas de betão à flexão, sem armadura transversal, permitiram observar um aumento do número de fendas e da sua espessura com o aumento da altura da secção do modelo, para a mesma tensão de corte aplicada.

Este fenómeno foi atribuido por Taylor (ref. em Walraven e Lehwalter, 1994) e por Reineck (1991) ao atrito desenvolvido entre as faces das fendas, cuja contribuição, estimada, pelo primeiro, em cerca de 35% a 50% da capacidade resistente total ao corte, diminuiria com o aumento da altura da peça, para dimensões constantes dos agregados.

Assim sendo, em peças realizadas com betões de agregados leves de fraca resistência, nas quais o atrito é muito reduzido devido à fenda seccionar as partículas do agregado em vez de as contornar, não se verificando portanto o impedimento ao deslizamento relativo das duas faces da fenda, o efeito de escala deveria ser diminuto.

Tal não foi, no entanto, confirmado nos testes realizados por Walraven em 1978 (ref. Walraven, 1982) que verificou uma considerável influência dos efeitos de escala em vigas de diferentes alturas, com valor constante da relação a/d (vão do esforço transverso/altura útil da secção), realizadas com betões de agregados de baixa resistência: para a mesma tensão de

corte, τ ($\tau = V/bh$, sendo V o esforço transverso aplicado e b e h a largura e a altura da secção), observou um maior desenvolvimento da fendilhação com o aumento da altura da viga (Figura 1.5), o que o levou a atribuir o efeito de escala ao gradiente das extensões.

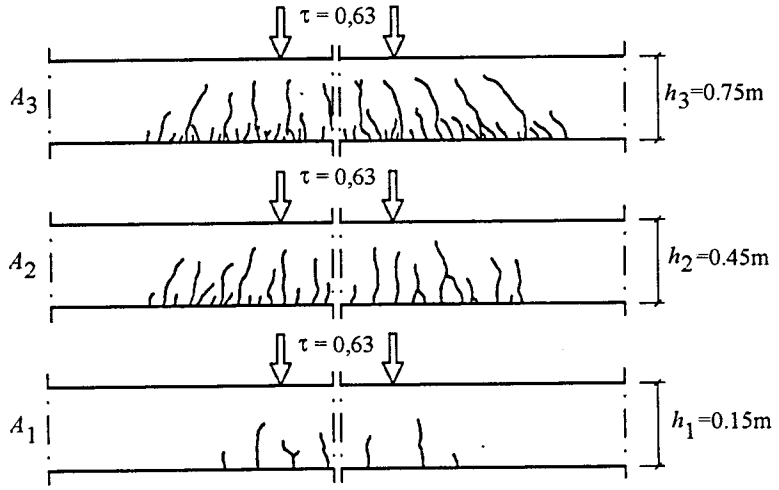


Figura 1.5 - Fendilhação em vigas de diferentes alturas h, para a mesma tensão de corte.
h_1=0.15m; h_2=0.45m, h_3=0.75m.

Estas observações pemitiram derivar uma relação entre a velocidade de propagação da fenda e a altura da secção, como uma consequência da energia libertada na abertura da fenda, que seria maior para estruturas de maiores dimensões (Walraven e Lehwalter, 1994).

O efeito de escala em relação à altura da peça seria, assim, não directamente dependente do atrito desenvolvido entre as faces das fendas, mas antes derivado do gradiente das extensões (para peças de altura reduzida o gradiente das extensões é mais elevado, estabelecendo-se como que um processo de autotravação que irá favorecer o aumento da extensão do betão à tracção), das características de ductilidade do betão e da sua capacidade de dissipar a energia desenvolvida pela abertura das fendas.

Essa capacidade está relacionada com a transmissão das tensões de tracção através das faces das fendas, que é maior nas peças de pequena altura, devido à menor espessura das fendas; nas vigas altas a abertura de fendas é maior, sendo portanto menor a contribuição daquele efeito na capacidade resistente ao corte.

Reinhardt (ref. em Walraven, 1982) procurou também explicar o efeito de escala, por um critério de energia, através da variação do gradiente de tensões com a altura da viga; utilizando os princípios da Mecânica da Fractura concluiu que a relação entre as capacidades

resistentes últimas ao corte de vigas de diferentes alturas era determinada pela raiz quadrada da relação inversa das suas alturas.

Schlangen (1993) refere, também, a influência da heterogeneidade da microestrutura do betão no efeito de escala. As dimensões dos agregados são condicionantes da espessura da zona de fendilhação e da largura das "pontes" (que se formam pelo contacto entre as partículas dos agregados seccionados) entre as duas faces da fenda (Van Mier, ref. Schlangen, 1993), estas últimas responsáveis pela transmissão das tensões de tracção entre fendas.

Bazant e Kim (1984) verificaram que a tensão de corte correspondente ao início de fendilhação não é muito sensível ao efeito de escala, ao contrário do que acontece em relação à tensão última de corte, na qual aquele efeito é notável (Gerstle *et al.*, (1992).

Esta constatação poderia, segundo eles, levantar questões quanto à actual filosofia de dimensionamento ao corte de peças sem armadura transversal, dirigida em relação à tensão correspondente ao início da fendilhação, já que é conhecido da Mecânica da Fractura não linear que a reserva de resistência, medida pela diferença entre a tensão última de corte e a correspondente à fendilhação estabilizada, diminui com o aumento da altura da peça e chega a anular-se quando determinada altura é excedida.

Nesse sentido, aqueles investigadores, com base em resultados estatísticos de observações experimentais e utilizando os princípios da Mecânica da Fractura, propuseram expressões para a tensão última de corte em vigas sem armadura transversal, definidas em função da percentagem de armadura longitudinal e das dimensões dos agregados.

A resistência ao corte, como função de d/d_a, (d - altura útil e d_a - máxima dimensão do agregado), exibiria uma transicção gradual entre um critério de resistência, para $d/d_a < 25$ (menores dimensões dos agregados determinam uma menor resistência), e um critério energético de rotura para valores superiores daquela relação.

A aplicação das expressões definidas por Bazant e Kim a numerosos ensaios sobre vigas à flexão, sem armadura transversal, realizados por diferentes experimentadores (entre outros, referem-se os efectuados por Bazant e Kazemi (1991), em vigas com diferentes alturas, e por Walraven e Lehwalter (1994), em vigas com secção constante fazendo variar o diâmetro máximo dos agregados constituintes do betão e em vigas de altura variável com dimensões constantes dos agregados), conduziu a valores da capacidade última inferiores aos correspondentes valores observados na experimentação, fornecendo, para vigas de diferentes alturas, uma margem uniforme de segurança.

Os ensaios referidos permitiram também confirmar a reduzida influência do efeito de escala na tensão de corte correspondente ao início da fendilhação ao contrário do que acontece em relação à tensão última. Ainda, em ensaios sobre vigas com armadura transversal, o efeito de escala foi muito reduzido.

A incidência dos efeitos de escala, aqui sobretudo analisados no caso da resistência ao esforço transverso, verifica-se também noutros aspectos da experimentação.

É pois necessário não só desenvolver esforços para minimizar os efeitos de escala como também prevê-los, de modo a que os resultados obtidos no modelo possam traduzir fielmente o comportamento das estruturas que representam.

Um correcto dimensionamento do modelo conduzirá certamente a uma redução ou mesmo à eliminação daquele efeito.

1.2.6 - Fiabilidade dos modelos

A fiabilidade de um modelo mede a maior ou menor possibilidade de reproduzir os efeitos esperados na estrutura real. Os resultados da observação são extremamente sensíveis às características dos materiais utilizados, aos procedimentos do teste e às imperfeições do modelo, com maior incidência nos modelos de menores tamanhos.

Os factores que condicionam a fiabilidade do modelo são:

- as propriedades dos materiais constituintes - é necessária uma criteriosa escolha dos materiais constituintes do modelo e uma correcta modelação das propriedades relevantes para a análise a efectuar: módulo de elasticidade, coeficiente de Poisson, coeficiente de dilatação térmica, retracção, etc.;

- a precisão no seu fabrico - a geometria do modelo deve reproduzir exactamente a geometria do protótipo, à escala pretendida. Em particular, nos modelos de betão armado, deverá haver uma correcta selecção das dimensões dos agregados e das condições de compactação e cura do betão e uma precisa colocação das armaduras, de acordo com a estrutura real;

- as técnicas de carregamento - a reprodução das solicitações (grandeza, direcção, distribuição e lei de carregamento) e do efeito das forças gravíticas, bem como as condições de apoio, devem concordar no modelo com as correspondentes na estrutura;

- os métodos utilizados na medição e na interpretação dos resultados - a calibração prévia de toda a instrumentação e, se possível, a sua verificação durante o ensaio de modo a efectuar as correcções eventualmente necessárias, são indispensáveis para a precisão das medidas efectuadas. Deve ser efectuada uma verificação dos algoritmos de controlo e das expressões de conversão das diferentes variáveis medidas. Uma comparação dos resultados com os obtidos em outros ensaios semelhantes ou num estudo analítico é sempre desejável, para detecção de possíveis erros ocorridos;

- os custos envolvidos e o tempo disponível para o estudo experimental - dos quais depende a realização de um determinado projecto. Sob o ponto de vista do projectista a solução óptima será a mais exacta, de menor custo e obtida num menor intervalo de tempo; o investigador, por seu lado, estará mais preocupado com a precisão e provavelmente menos com o custo e o tempo dispendido.

Segundo o ACI Committee 444 (1979) uma excelente fiabilidade, nos modelos de betão armado, é obtida quando as diferenças entre os resultados do modelo e os do protótipo são próximas de 10%; uma boa fiabilidade é atribuida a desvios máximos de 20% e uma ainda aceitável fiabilidade para diferenças da ordem dos 30%.

Num modelo elástico convenientemente dimensionado pode, em geral, obter-se uma excelente fiabilidade, muito embora seja, na maioria dos casos, impossível satisfazer as condições de semelhança em relação ao coeficiente de Poisson; esta limitação é importante em geral nos modelos de estruturas do tipo lajes e cascas, sendo necessária a sua consideração na análise dos resultados. Para modelos de estruturas reticuladas, onde os esforços de flexão e os esforços axiais são predominantes, o valor do coeficiente de Poisson tem pouca influência no comportamento estrutural.

Nos modelos de betão armado é no entanto difícil definir o grau de fiabilidade, já que dois modelos idênticos poderão acusar entre si diferenças da ordem de 10 a 20% nos resultados, valores da ordem de grandeza daquela que define a própria fiabilidade, sendo portanto necessário ensaiar múltiplos modelos do mesmo protótipo.

Enumeraram-se algumas das dificuldades levantadas pela utilização de modelos reduzidos, que o material betão, simples ou armado, agrava substancialmente.

Os ensaios que se descrevem nos capítulos seguintes foram efectuados em provetes de dimensões reduzidas, pelo que a sua transposição para outras estruturas de maiores dimensões poderá ser influenciada por efeitos de escalas derivados do elevado gradiente das extensões ou das tensões atingidos para os mesmos valores limites da resistência.

1.3 - TÉCNICAS DE ENSAIO

A análise experimental do comportamento de uma estrutura consiste essencialmente na caracterização dos seus materiais constituintes e na quantificação das acções actuantes e dos efeitos estruturais face às solicitações. Para tal recorre-se principalmente à realização de ensaios laboratoriais e à observação de estruturas, em que se medem as grandezas relacionadas com o comportamento da estrutura, nomeadamente as deformações e as tensões instaladas nas zonas mais representativas, bem como as deteriorações induzidas na estrutura, como por exemplo a fendilhação e a formação do mecanismo de rotura.

Num ensaio experimental procuram-se reproduzir todas as características físicas do problema que se pretende analisar, isto é, as propriedades dos materiais, os seus processos de fabrico, as condições de apoio e de aplicação das solicitações, de modo garantir a obtenção da resposta correcta da peça ensaiada e concluir da segurança da estrutura em face das acções aplicadas.

Na sua realização devem ser observadas as seguintes fases:

1 - planeamento - definição dos parâmetros envolvidos e identificação das grandezas a medir;

2 - escolha dos materiais constituintes e sua caracterização;

3 - escolha dos aparelhos de medida, em função das grandezas a medir, do nível de precisão e da sua calibração;

4 - dimensionamento do sistema de aplicação das solicitações;

5 - preparação do modelo e montagem do ensaio, incluindo a aparelhagem de medida e de aplicação das solicitações;

6 - medição e registo dos resultados e observação do comportamento da peça - fissuração e mecanismo de rotura;

7 - análise e tratamento dos resultados;

8 - interpretação e elaboração do relatório de ensaio.

No que diz respeito ao equipamento associado, podem distinguir-se os seguintes componentes: sistemas de aplicação de forças e de imposição de deslocamentos (incluindo estruturas de suporte e de reacção), sistemas de medição e sistemas de aquisição e tratamento dos resultados, que a seguir se descrevem.

ERRATA

Capítulo	Página	Par./linha/Fig	onde se lê	deve ler-se
1	19	Fig. 1.3 b)	aço	armadura
1	23	2	de	se
1	39	1		retirar as duas primeiras linhas
1	52	8	a única via	uma via
2	91	Fig 2.24		retirar o desenho da fenda sobre os ext. 2 e 4)
3	119	7	e de	que corresponde a
3	130 e 174	6 e 19	σ_c	f_c
3	133	1	f_c	f'_c
3	149	9	a seguinte a expressão	a seguinte expressão
3	151	6	μ	μ_f
3	158	13	e_{cr}	ε_{cr}
3	170	Quadro 3.4	(3.83) (3.84)	(3.84) (3.85)
3	171	18	tg β	tg θ
3	202	1	l = 0.85m	l = 1.70m
3	206 e 215	17 e 2	intercessão	intersecção
4	229	18	0.03	0.08
4	243	4	para a mesma carga	sensivelmente para a...
4	244	15	muito próxima	próxima
4	230	última	20cm e 15cm	20cm (1cubo) e 15cm (3 cubos)
4	242	7	secção do meio vão	secção do apoio central
5	262	6º parágrafo.	passa para pg.263 depois do 4º parág.	
5	273	última	momento elástico	momentos elásticos m_x e m_y
5	282	13	retirar "para os quais não	qualquer armadura"
5	298	6	exclusivamente	essencialmente
6	310	1	a meio vão	sobre o apoio central
6	315	Fig. 6.11	%	‰
6	319	Fig. 6.15	1.8 % e %	2.2‰ e ‰
6	328	Fig. 6.18a	5.36	4.36
6	331	6	σ_c	f_c
6	342	4	elongâmetros	alongâmetros
6	346	Fig. 6.34	‰	%
6	351	Fig. 6.37	%	‰

1.3.1 - Sistemas de aplicação de forças e de imposição de deslocamentos

O dimensionamento e a constituição dos sistemas de aplicação de forças e de imposição de deslocamentos são definidos em função da grandeza das acções envolvidas e do tipo do ensaio. É necessário por vezes criatividade e grande imaginação de modo a adaptar as disponibilidades existentes em laboratório à realização destes sistemas e obter a precisão e segurança necessárias.

A aplicação das forças (ou de deslocamentos) pode ser realizada por sistemas mecânicos, sistemas hidráulicos e cargas estáticas, devendo a sua reacção ser absorvida por estruturas (pavimentos ou paredes) significativamente mais rígidas do que a peça a ensaiar.

Os sistemas de aplicação de forças concentradas mais usuais são as prensas electro-hidráulicas e os actuadores hidráulicos, montados em prensas ou em estruturas de reacção e com maior versatilidade para exercer forças em diferentes direcções.

As prensas universais (realizam tracção e compressão) são basicamente constituídas por um sistema de aplicação de cargas, um sistema de medição de forças e/ou de deslocamentos e uma unidade de controlo.

Em alguns modelos, a incorporação de um acumulador estabilizador do sistema permite ajustar permanentemente o valor da força aplicada.

As prensas mais sofisticadas são constituídas por sistemas servo-comandados em circuito fechado (uma servo-válvula controla o sistema óleo-hidráulico em função de uma lei de variação de carga ou de deslocamento previamente estabelecida) permitindo ensaios comandados por computador em regime de controlo de carga ou de deslocamento (Figura 1.6).

Os ensaios em controlo de deslocamento são particularmente utilizados na caracterização do comportamento pós-pico (ramo descendente da curva força - deslocamento) dos materiais frágeis, em particular do betão, impossível de obter nos ensaios realizados nas prensas tradicionais ("*máquinas duras*") nas quais a força cai abruptamente na cedência do provete.

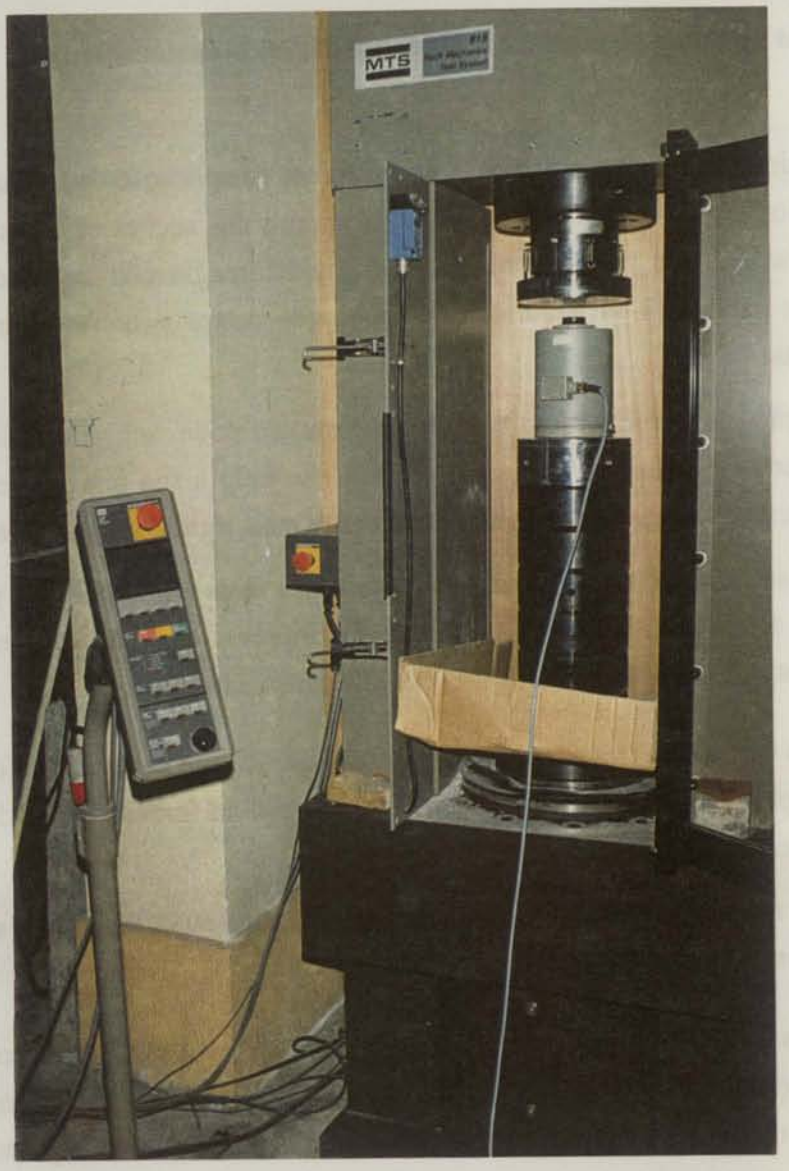


Figura 1.6 - Prensa servo-comandada em circuito fechado (Laboratório de Estruturas, FEUP).

1.3.2 - Sistemas de medição

Um sistema de medição é constituído pelo conjunto de instrumentos de medição e outros dispositivos montados para executar uma medição específica. A sequência dos elementos do sistema de medição, que constitui o trajecto do sinal de medição desde a entrada até à saída, é designada por cadeia de medição (Vocabulário Internacional de Metrologia, 1996).

A leitura pode ser obtida directamente a partir do transdutor de medição que faz corresponder, segundo uma lei determinada, uma grandeza de saída a uma grandeza de entrada, ou através de um sistema de aquisição e tratamento de dados que realiza a transmissão e condicionamento do sinal do transdutor e a visualização e registo do resultado da medição de uma forma analógica ou digital.

Uma correcta instrumentação inclui a identificação cuidada das grandezas a medir, a selecção dos transdutores apropriados e equipamento auxiliar e a sua calibração e verificação das suas grandezas características antes do ensaio.

Como características dos instrumentos de medição podem enumerar-se, entre outras (Vocabulário Internacional de Metrologia, 1996):

- *sensibilidade*: quociente da variação da resposta do instrumento de medição pela variação correspondente do estímulo;

- *resolução*: menor diferença entre indicações de um dispositivo indicador que se podem distinguir significativamente;

- *exactidão*: aptidão de um instrumento de medição para dar indicações próximas do verdadeiro valor da grandeza medida;

- *neutralidade*: aptidão de um instrumento de medição para não alterar o valor da grandeza mensuranda (grandeza particular submetida à medição);

- *erro de indicação*: diferença entre a indicação de um instrumento de medição e o valor verdadeiro da correspondente grandeza de entrada;

- *estabilidade*: aptidão de um instrumento de medição para conservar no tempo as suas características metrológicas;

- *repetibilidade*: aptidão de um instrumento de medição para dar, em condições de utilização definidas, indicações muito próximas quando se aplica repetidamente à mesma mesuranda.

1.3.2.1 - Medição de forças

A medição das forças é realizada pelos transdutores de força, através da detecção das deformações a que eles estão submetidos, por acção daquelas.

De entre os transdutores de força mais utilizados podem citar-se os anéis dinamométricos, nos quais a deformação, directamente relacionada com a força aplicada, é convertida num deslocamento medido por um comparador analógico, e as células de carga, nas quais aquela deformação é medida a partir das variações de resistência de extensómetros eléctricos.

Os anéis dinamométricos são constituídos por um anel de aço ou liga metálica que integra um transdutor de deslocamento, sendo a sua conversão no valor da força obtida pela curva de calibração do aparelho.

As células de carga (Correia e Castro, 1990) são constituídas por um elemento elástico, geralmente construído em aço (Figura 1.7), cujo estado de deformação produzido por actuação da força é medido por extensómetros eléctricos de resistência montados internamente em posições adequadas (fixados por colagem sobre a superfície do elemento e ligados electricamente em ponte de Wheatstone) e convertido, por calibração, na força aplicada.

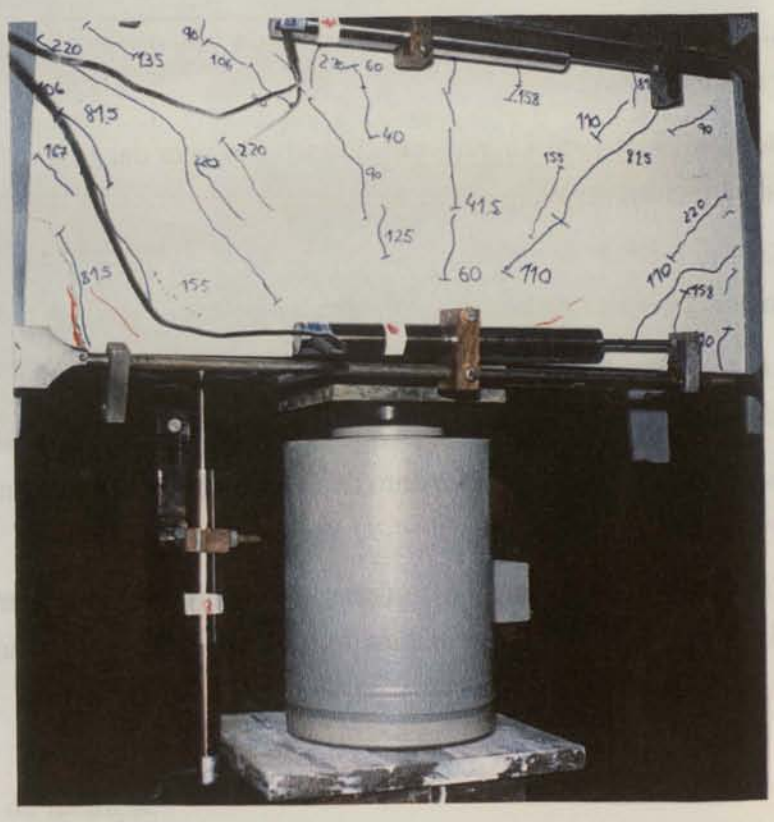


Figura 1.7 - Célula de carga.

Este tipo de transdutores de força é, pela sua grande sensibilidade e estabilidade em carregamentos prolongados e ainda pela possibilidade de ligação a sistemas automáticos de aquisição, largamente utilizado em aplicações em regime estático ou dinâmico.

1.3.2.2 - Medição de deformações

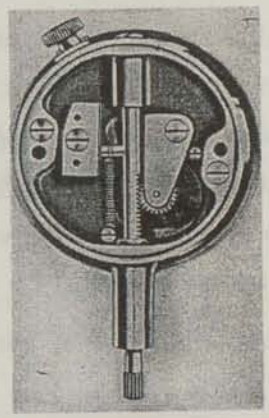
A medição das deformações - deslocamentos, extensões, rotações, etc. - de que depende a medida de muitas outras grandezas levanta muitas dificuldades já que os valores a medir são em geral muito inferiores aos que podem ser observados pelos meios visuais directos, necessitando portanto de conveniente ampliação.

1.3.2.2.1 - Medição de deslocamentos

A medição de deslocamentos é realizada por uma grande variedade de aparelhos, transdutores de deslocamentos também designados por deflectómetros, que utilizam no seu funcionamento e ampliação sistemas mecânicos, ópticos, hidráulicos, eléctricos (de indução, de capacidade ou de resistência) (Fialho, 1964), etc., dependendo a escolha da sua utilização da grandeza dos deslocamentos a medir, da precisão exigida, do tipo de observação (duração, condições do meio ambiente, etc.), da geometria da estrutura analisada, etc.

As técnicas de medição mais antigas eram baseadas na ampliação dos deslocamentos por meio de sistemas mecânicos de alavancas e de engrenagens ou por sistemas ópticos de associações de espelhos, não havendo em princípio limitação para o valor da ampliação pretendida.

Os transdutores mecânicos mais conhecidos são os deflectómetros de mostrador (Figura 1.8), que utilizam um sistema de ampliação por intermédio de rodas dentadas. Inicialmente construídos pela Standard Gage Company, são ainda hoje largamente utilizados nos laboratórios e na indústria, pela fácil aplicação e grande sensibilidade (centésimos e milésimos de milímetro).



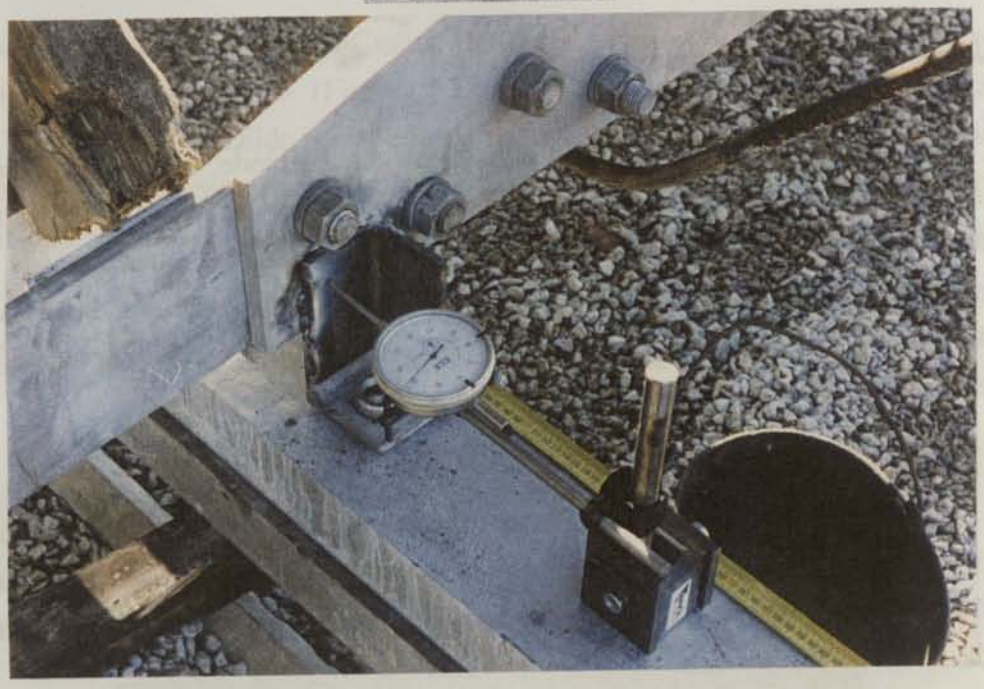


Figura 1.8 - Deflectómetro mecânico de deslocamento (Hetényi, 1950).

Neste tipo de aparelhos o deslocamento é medido através da leitura directa da posição da agulha numa escala graduada - *deflectómetro indicador* - ou obtido através da leitura de um registo realizado pelo equipamento móvel - *deflectómetro registador* (como por exemplo o flechímetro registador de Richard).

Os deflectómetros mecânicos apresentam inconvenientes derivados do seu sistema de ampliação, nomeadamente o atrito entre as peças móveis e a inércia das partes móveis do aparelho, e ainda da sua grande sensibilidade às vibrações e às variações de temperatura. Estes factores prejudicam a precisão e a fidelidade dos resultados, especialmente no caso de serem necessárias grandes ampliações ou na medição de variações rápidas de deslocamentos com direcções alternadas, pelo que são essencialmente utilizados em medições estáticas.

Com o aperfeiçoamento dos métodos de medida de pequenas variações de corrente ocorridas num circuito eléctrico por ampliação electrónica surgiram os deflectómetros eléctricos.

Entre os deflectómetros eléctricos citam-se os transdutores indutivos, como por exemplo os "*LVDT, linear variable differential transformers*" (Figura 1.9) e os "*DCDT, direct current differential transformers*", nos quais os deslocamentos são obtidos através da variação de uma corrente induzida num selenoide pelo deslocamento de um núcleo magnético no seu interior.

Estes transdutores apresentam uma boa estabilidade a longo prazo, grande sensibilidade e uma boa resposta tanto em medidas estáticas como em dinâmicas. Embora de custo superior aos comparadores mecânicos, são preferencialmente utilizados em medições estáticas e dinâmicas, pela possibilidade de registo através de ligação a um sistema automático de aquisição.

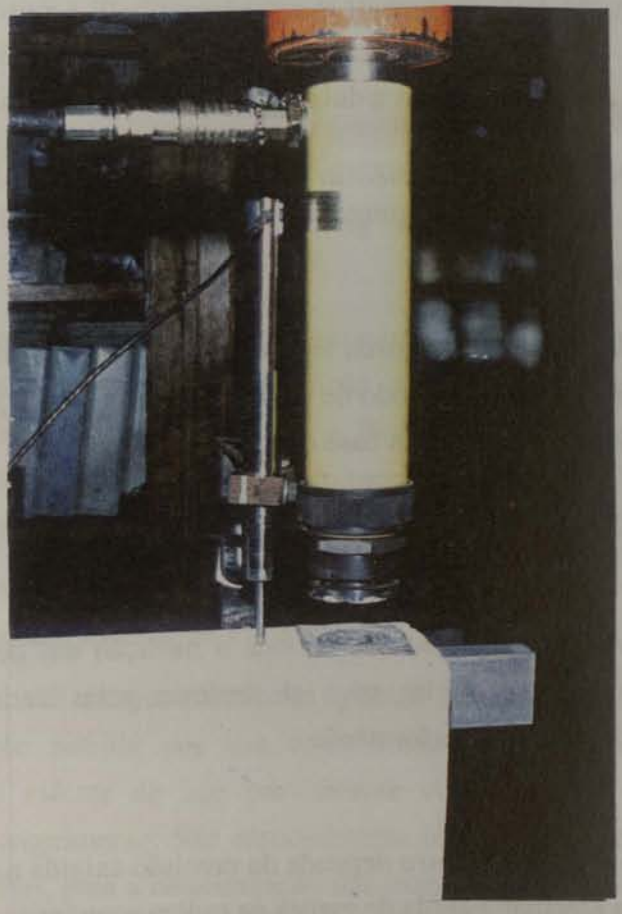


Figura 1.9 - Transdutor indutivo de deslocamento.

Existem, ainda, transdutores eléctricos com mostrador incorporado que permitem, além da leitura directa dos deslocamentos, o registo automático das medições.

1.3.2.2.2 - Medição de extensões

A medição das extensões, variações relativas de comprimento, numa dada direcção, à superfície ou no interior da peça, é realizada por aparelhos designados por extensómetros.

Os extensómetros medem, na realidade, a variação de comprimento, Δl, entre dois pontos distanciados de um comprimento l, designado por *base de medida*. A extensão, $\Delta l/l$, pode ser lida directamente na escala do aparelho, ou calculada a partir do conhecimento da base de medida e do valor da variação do comprimento Δl correspondente à menor divisão da escala - *constante do extensómetro*. Quanto menor for a base do extensómetro mais correcta será a determinação da extensão no ponto considerado.

Existem vários tipos de extensómetros, baseados em diferentes sistemas de ampliação (Fialho, 1964):

- *extensómetros mecânicos* - utilizam um sistema de ampliação constituído por engrenagens e alavancas ligadas a dois cutelos que definem a base de medida;

- *extensómetros eléctricos de resistência* - baseados na medição de pequenas variações de resistência eléctrica numa grelha ligada à base de medida, ampliadas electronicamente;

- *extensómetros acústicos* ou *de corda vibrante* - nos quais a medição das deformações é obtida pela auscultação do período de vibração de um fio de aço (corda vibrante) sob tensão, entre dois pontos ligados à base de medida;

- *extensómetros ópticos* - em que a ampliação é realizada por sistemas de espelhos ou de lentes;

- *extensómetros eléctricos de indução* - onde a medição das deformação é realizada através das correntes induzidas num electroíman pelas variações de um campo magnético introduzidas pela deformação.

A escolha do tipo de extensómetro depende da precisão exigida na medição, do número e duração das medidas a efectuar e ainda de razões de ordem económica.

Os primeiros *extensómetros mecânicos* datam de 1856. Refere-se a sua utilização pelo Prof. Eaton Hodgkinson na medição dos alongamentos em vigas à flexão (Navier, 1864).

O extensómetro criado por Howard, em 1888, era constituído por dois tubos coaxiais providos de ponteiras cónicas, sendo a deformação medida através de um micrómetro de parafuso, pelo deslocamento relativo entre eles (Figura 1.10). Com este aparelho era possível efectuar medições de extensões da ordem de $2.5 \cdot 10^{-6}$, sendo necessária a presença de dois operadores para a sua utilização.

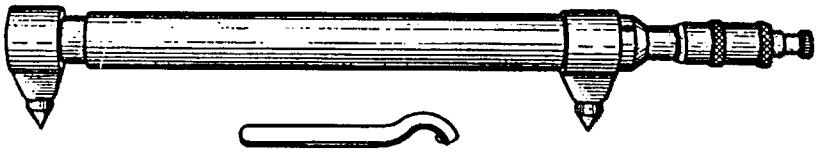


Figura 1.10 - Extensómetro de Howard (Hetényi, 1950).

Surgiram depois os aparelhos com micrómetros duais, construidos por Thurston, em 1875, e desenvolvidos por Henning e Marshall (Hetényi, 1950).

Entre outros instrumentos do mesmo tipo referem-se ainda o extensómetro de Benjamin, de 1895, o de Strohmayer, pioneiro na medição de deformações produzidas por cargas rolantes, e os extensómetros de Whittemore e Berry, fabricados em 1910, nos quais o micrómetro era substituído por um indicador com mostrador.

No extensómetro de Huggenberger (Figura 1.11) a ampliação é realizada por um sistema de alavancas, que permite ampliações até 3,0 com uma sensibilidade de $10 \cdot 10^{-6}$. É ainda hoje muito utilizado pela sua fácil montagem e boa precisão.

Os elongâmetros são extensómetros de grande base, amovíveis, que medem, por comparação, a variação sofrida por um comprimento fixo (geralmente de 250 mm) referenciado por duas esferas de aço previamente coladas sobre a peça a analisar e distanciadas daquele comprimento. São especialmente utilizados na observação de obras de betão (pontes e barragens), para a determinação das extensões entre dois pontos previamente fixados da estrutura.

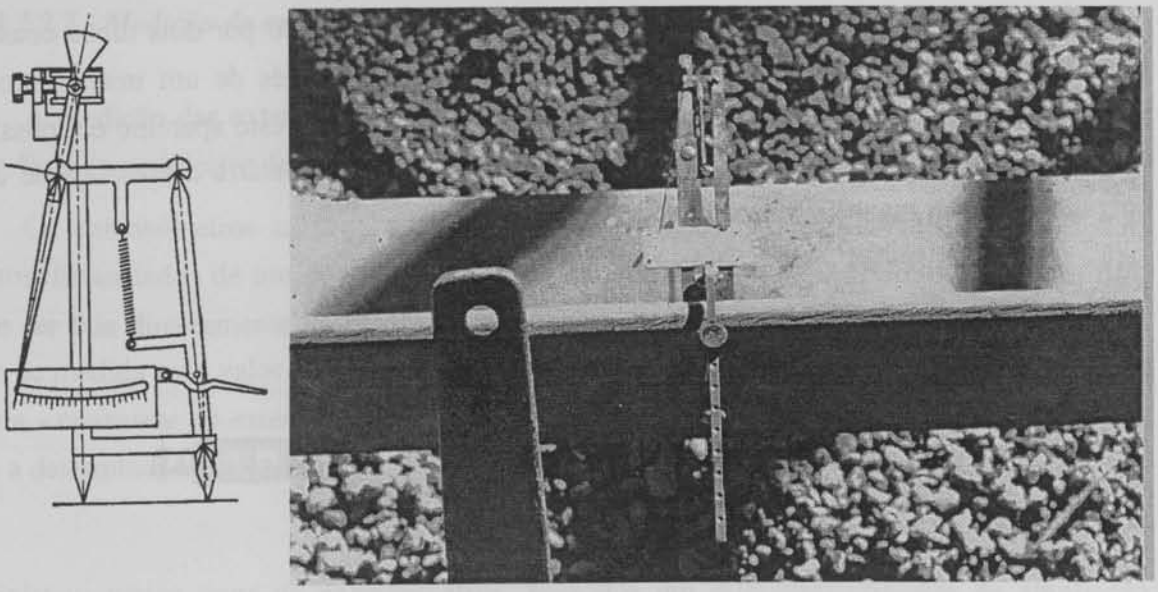


Figura 1.11- Extensómetro de Huggenberger. Sistema de ampliação por meio de alavancas (Hetényi, 1950).

Os extensómetros mecânicos, sendo de fácil leitura e montagem, apresentam, no entanto, tal como outros transdutores do mesmo tipo, deficiências provenientes das forças envolvidas na transmissão dos movimentos que ampliam as deformações e na fixação do instrumento à peça. A *rigidez* do transdutor mecânico, definida como a força necessária para impor ao ponteiro indicador um deslocamentos de 10 divisões menores da escala (Fialho, 1964), deve pois ser a menor possível de modo a minimizar a perturbação introduzida pelo aparelho na deformação que se pretende medir.

Os *extensómetros eléctricos de resistência* (Dally e Riley, 1978) baseiam-se na proporcionalidade que se verifica entre a variação relativa de resistência eléctrica, $\Delta R/R$, sofrida por um condutor ou semi-condutor e a correspondente variação relativa de comprimento - extensão propriamente dita - $\varepsilon = \Delta l/l$, a que ele está sujeito (fenómeno descoberto por Lord Kelvin). Esta relação é designada por sensibilidade ("*gage factor*") do extensómetro, k,

$$\frac{\Delta R}{R} = k\frac{\Delta l}{l} = k \cdot \varepsilon \tag{1.10}$$

O extensómetro é essencialmente constituído por um fio eléctrico muito fino formando uma grelha (Figura 1.12) montada, por colagem ou por impressão, sobre uma película

O extensómetro é essencialmente constituído por um fio eléctrico muito fino formando uma grelha (Figura 1.12) montada, por colagem ou por impressão, sobre uma película plástica ou de papel, de pequena espessura (base), apresentando nas extremidades do filamento duas patilhas que permitem a sua ligação aos condutores do circuito de medida.

A montagem deste tipo de transdutores no provete de ensaio é realizada por colagem ou por simples fixação, através de dispositivos mecânicos, de modo a que a grelha fique orientada segundo a direcção da extensão que se quer medir. As variações de comprimento sofridas pela superfície do provete são traduzidas em variações de resistência do filamento, podendo ser medidas por meio de um simples circuito eléctrico comparativo, em geral do tipo ponte de Wheatstone.

A compensação dos efeitos produzidos pelas variações de temperatura é obtida através de circuitos de compensação (extensómetros auto-compensados) ou por introdução de um extensómetro compensador, "*passivo*", no ramo adjacente do correspondente ao extensómetro "*activo*" (que sofre a variação de resistência produzida pela deformação), na ponte de Wheatstone.

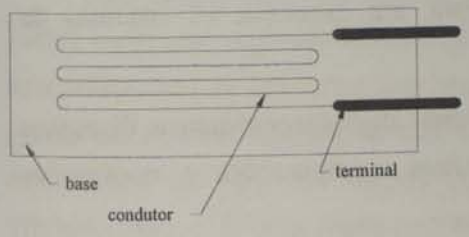




Figura 1.12 - Extensómetro eléctrico de resistência.

Os primeiros extensómetros eléctricos surgiram com Carlson e Eaton, em 1930, e consistiam num simples fio metálico fixado, nas suas extremidades, em duas placas que eram envolvidas na estrutura. Em 1938, dois investigadores, Simmons e Ruge, trabalhando

independentemente, desenvolveram a técnica de fixar o filamento metálico directamente sobre o provete ou sobre uma lâmina de papel colada na peça a ensaiar (Vaughan, 1975).

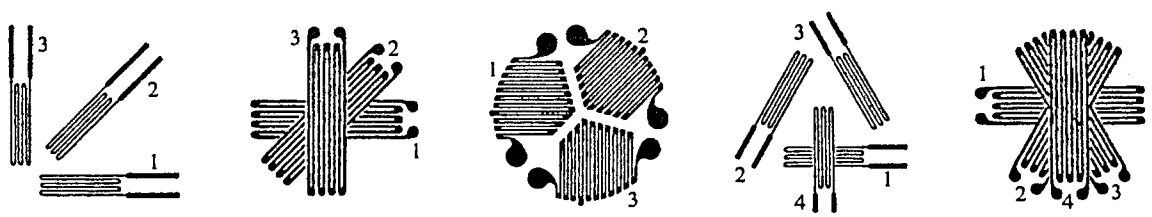
Desde então verificou-se um grande desenvolvimento das técnicas extensométricas, encontrando-se hoje disponível uma grande variedade de extensómetros de diferentes características, adaptada aos mais diversos fins. Podem classificar-se em três tipos: os de fio circular (primeiros a ser fabricados), os obtidos pelas técnicas de fabrico dos circuitos impressos e os semi-condutores que utilizam um semi-condutor em vez de um fio metálico.

Os metais utilizados para os filamentos são ligas de cobre-níquel (constantan), níquel-crómio (nicrómio), níquel-aço (danaloy) ou platina, de alta sensibilidade e reduzida variação de resistência com a temperatura.

Quando se pretende determinar o estado de deformação numa superfície plana ou no interior de um meio contínuo, utilizam-se associações planas ou tridimensionais de extensómetros, designadas por "*rosetas*". Os circuitos de montagem permitem a leitura simultânea das extensões em duas, três ou quatro direcções diferentes sendo a determinação das extensões principais obtida através de expressões simples adaptadas a cada tipo de roseta.

As rosetas mais comuns são as rosetas de três extensómetros a 45° (*roseta em estrela*) e a 60° (*roseta em triângulo,* ou *roseta Delta*); nestes últimas existe, por vezes, um quarto extensómetro montado a 90° sobre qualquer um dos outros (*roseta T Delta*), que serve de aferidor das leituras efectuadas. A Figura 1.13 representa, em esquema, os sistemas de montagem referidos.

Existem ainda as rosetas planas constituídas por apenas dois extensómetros dispostos ortogonalmente entre si (*rosetas cruzadas*) e muitas outras configurações e associações destinadas a aparelhos ou montagens particulares.



a) a) b) c) c)

Figura 1.13 - Rosetas de extensómetros. a) Roseta em estrela, b) Rosetas Delta, c) T Delta.

As vantagens dos extensómetros eléctricos de resistência consistem nas suas reduzidas dimensões, massa desprezável, fácil aplicação, grande sensibilidade (1×10^{-6} = 1μm/m) e boa resposta em leituras estáticas e dinâmicas. Têm a possibilidade de ligação a um sistema automático de registo, necessitando, para isso, de condicionadores de sinal apropriados.

Em utilizações durante largos períodos de tempo é necessário ter em atenção as possíveis deficiências causadas por instabilidade das colas utilizadas na montagem.

Os extensómetros eléctricos são hoje largamente utilizados para a medição directa das extensões, ou incorporados noutros transdutores, como, por exemplo, em células de carga, em células de pressão, etc., nas quais a variação da extensão é relacionada com a propriedade que se quer medir.

Como uma aplicação integrada da extensometria eléctrica refere-se o "autoinfluenciógrafo" electromecânico do Prof. Edgar Cardoso, utilizado no traçado das linhas de influência em modelos de pontes, no qual a leitura obtida em extensómetros eléctricos instalados em determinadas secções é transmitida a um aparelho que faz o traçado das linhas de influência dos esforços nas secções instrumentadas, para cargas rolantes que percorrem o modelo.

Os *extensómetros de cordas vibrantes* surgiram com Dr. Schaefer em 1933 (Hetényi, 1950) e operam segundo o princípio da frequência natural de uma "corda" em tensão. São essencialmente constituídos por um fio de aço, "corda", fixado nas duas extremidades em placas de aço no interior de um corpo tubular, que é posto em vibração. A medição da deformação ou extensão sofrida pela corda é feita por comparação da sua frequência de vibração com a de uma corda padrão excitada com o mesmo impulso e cujo estado de tensão se pode fazer variar.

Embora de preço elevado, este tipo de extensómetros é muito utilizado em registos efectuados durante largos períodos de tempo (fases de construção, observação no tempo de estruturas de grande porte, etc.).

Os transdutores para a medição de grandezas dinâmicas, com características específicas ligadas à rapidez exigida na medição, bem como outros tipos de transdutores (para medição de temperatura, etc.) não são aqui especialmente referidos, já que não serão utilizados neste trabalho.

1.3.3 - Sistemas de aquisição e tratamento de dados

O sistema de aquisição e tratamento de dados é o conjunto de equipamentos que recebem as leituras registadas nos transdutores eléctricos e realizam o seu condicionamento e transmissão para visualização e registo. É essencialmente constituído por (Chan e Sousa, 1991):

- *sistemas de condicionamento de sinal* - fontes de energia, amplificadores adaptados ao sinal de saída do transdutor, etc.;
- *sistemas de transmissão de sinal* - cabos e interfaces de comunicação, que convertem o sinal de saída do transdutor num tipo mais conveniente para comunicação com o sistema de aquisição;
- *sistemas de aquisição e controlo* - multímetros, osciloscópios ou sistemas integrados, responsáveis pelas comunicações para os sistemas de registo, microcomputadores e registadores;
- *programa ou séries de programas* que fazem a aquisição e tratamento dos resultados. A sofisticação destes programas varia desde a simples aquisição até ao controlo simultâneo dos diferentes sistemas envolvidos.

Os primeiros sistemas de aquisição eram sistemas analógicos, intermitentes, operados manualmente em circuito aberto, isto é, limitavam-se a fazer as leituras dos sinais transmitidos pelos transdutores independentemente da acção exercida pelo actuador. Cada leitura era feita individualmente e registada pelo operador para tratamento posterior. Este tipo de sistema de aquisição foi utilizado pela autora nos ensaios, que se descrevem no Capítulo 2, relativos a vigas de secção em T de betão armado e pré-esforçado.

Surgiram depois os sistemas em regime de aquisição semi-contínua e contínua (leituras em fracções de segundo) com possibilidade de memorização em aparelhos de registo, fitas magnéticas e, posteriormente, em micro computadores. Os sistemas analógicos foram sendo progressivamente abandonados em favor dos digitais, sendo utilizados hoje apenas em situações pontuais.

Os sistemas de aquisição actuais são sistemas automáticos integrados, em geral em circuito aberto (a acção é controlada externamente pelo operador), sendo a aquisição e memorização dos resultados realizada por varrimento automático, segundo intervalos de

tempo definidos pelo utilizador (Figura 1.14). São sistemas rápidos e de grande precisão, com versatilidade para adaptação a qualquer tipo de ensaio, estático ou dinâmico.



Figura 1.14 - Sistema de aquisição em circuito aberto.

Nos ensaios que se descrevem no Capítulo 6, sobre vigas de dois tramos de secção rectangular, foi já utilizado um sistema com estas últimas características.

Existem ainda sistemas de aquisição adaptados a diferentes condições do ensaio (em laboratório ou no exterior) e às características e número das grandezas a medir, apoiados em programas automáticos de fácil utilização. Como exemplo refere-se o sistema de aquisição com comunicação em *S-net*-sistema IMP, Schumberger, especialmente utilizado na aquisição da medidas eléctricas em situações que envolvem grandes comprimentos dos cabos de transmissão (Figura 1.15).

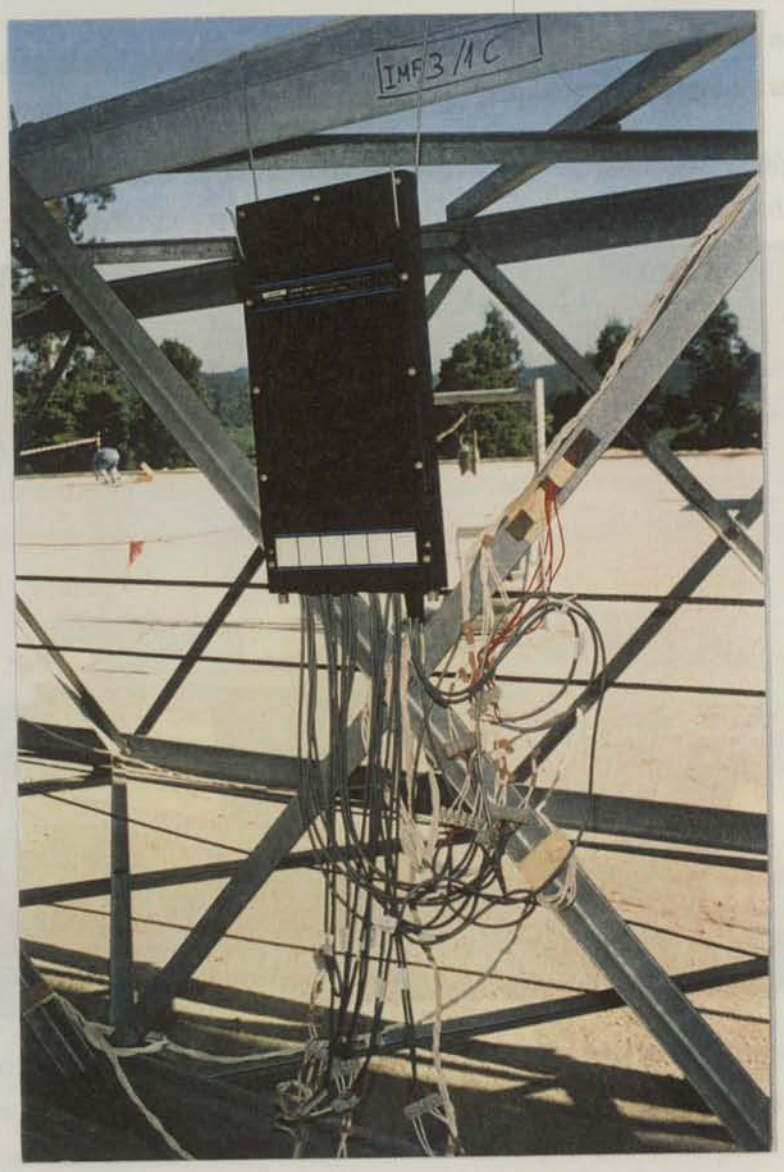


Figura 1.15 - Sistema de aquisição IMP.

Os sistemas mais modernos são sistemas operados em circuito fechado, isto é, a acção a aplicar sobre o provete é definida previamente e controlada automáticamente por computador.

O esquema de funcionamento destes sistemas representa-se na Figura 1.16: a lei de variação da solicitação é, por software, transmitida ao transdutor de entrada através de um conversor (*D / A - digital/analógico*); a resposta do provete é lida por um transdutor de saída e enviada, por um conversor (*A / D - analógico/digital*) para o computador, que a compara com o sinal de entrada e faz o seu ajustamento, continuamente, através de um algoritmo de controlo do programa.

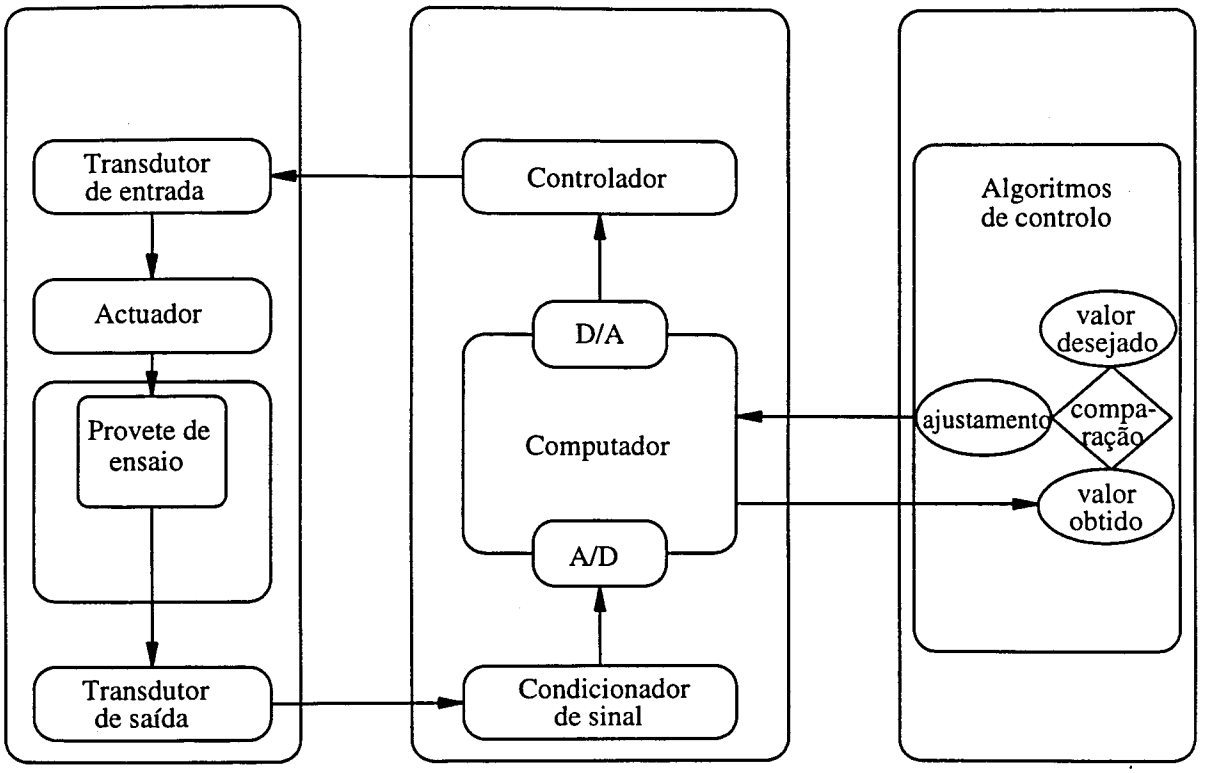


Figura 1.16 - Diagrama de um sistema de aquisição em circuito fechado (Chan e Sousa, 1991).

Os sistemas em circuito fechado apresentam inúmeras vantagens pela possibilidade de controlo automático das acções aplicadas e registo dos resultados.

1.4 - OBSERVAÇÃO DE ESTRUTURAS

A observação de uma estrutura, que envolve também a sua fundação, consiste na caracterização das acções e das propriedades físicas dos materiais e na quantificação dos efeitos estruturais face às solicitações.

Esta quantificação dos efeitos estruturais incidirá na observação das grandezas relacionadas com o comportamento da obra, nomeadamente de deslocamentos, de deformações e de tensões bem como das deteriorações induzidas, nas medições e inspecções durante a sua construção e exploração.

É um meio cada vez mais reconhecido como essencial para a avaliação do comportamento e da segurança das estruturas, possibilitando um avanço progressivo dos

conhecimentos numa perspectiva integrada de segurança, economia e funcionalidade da obra, de forma a permitir um aperfeiçoamento dos critérios e técnicas a utilizar no projecto e na construção.

Só em meados no nosso século a observação sistemática das estruturas de betão atingiu o desenvolvimento desejado. Em Portugal, verificou-se, a partir dessa altura, um grande incremento, pela implementação das tecnologias de intrumentação e medida associadas ao estudo do comportamento de grandes barragens, em relação às quais as normas de segurança impunham uma observação permanente. Actualmente, não só este tipo de estruturas mas também outros empreendimentos económicos e sociais de grande envergadura exigem os mesmos requisitos de segurança em relação a vários estados limites, requerendo por isso uma observação sistemática.

1.4.1 - Metodologia da observação

A observação de uma estrutura é estabelecida de acordo com o respectivo plano de observação, elaborado durante a fase de projecto e complementado, por vezes, por planos parciais de observação, numa óptica dinâmica face à evolução do comportamento da obra.

A tecnologia da observação engloba o planeamento, a aparelhagem utilizada, os métodos de colocação em obra, as técnicas de recolha da informação, incluindo a automatização e o tratamento e interpretação dos resultados para a formulação de um juízo baseado nessa informação.

Devem ser observadas as seguintes fases (Florentino, 1983, Rocha *et al.*, 1986)

- organização do plano de observação;
- escolha da instrumentação a utilizar, sua calibração e instalação sobre a estrutura;
- registo do processo construtivo e das acções introduzidas durante a construção;
- definição das características de resistência e deformabilidade dos materiais da estrutura e da sua fundação, que são relevantes para a avaliação dos resultados das medições;
- definição das acções exteriores actuantes em condições de serviço e actualização dos elementos que permitam uma melhor caracterização das acções de carácter aleatório;
- observação do comportamento estrutural durante a construção e, para as acções de serviço, comparação com as previsões do projecto;

- observação durante o ensaio de carga;
- observações periódicas da evolução do comportamento da estrutura ao longo do tempo;
- interpretação dos resultados da observação; informação para o estudo de eventuais correcções a introduzir na obra ou sobre a necessidade de realização de trabalhos de conservação, com o fim de aumentar o tempo de serviço da estrutura.

A observação deve ser sempre apoiada num estudo analítico para a eleição das zonas a instrumentar e para a correcta montagem dos dispositivos de observação e ainda para a avaliação da segurança da obra através da comparação dos resultados da observação com os obtidos por aplicação do modelo analítico de previsão.

Nesse sentido, a observação surge como uma componente do controlo da segurança da obra, definida como "o conjunto de medidas a tomar com o fim de conhecer bem o estado actual da obra e detectar as anomalias eventuais em tempo útil, para intervir eficazmente e corrigir a situação ou, ao menos, evitar as mais graves consequências" (Grupo de Trabalho sobre a Automatização das Observações para o Controlo Instantâneo da Segurança das Barragens, ref. Florentino, 1983). Da eficácia com que for realizada e da sua correcta introdução no sistema de controlo, poderá depender a segurança da estrutura.

A concretização efectiva da segurança da estrutura exige, ainda, o controlo adequado dos materiais a utilizar na obra, pelo que os ensaios de caracterização em laboratório constituem uma das tarefas essenciais no processo da observação.

1.4.2 - Tipos de observação

O período de tempo em que se processa a observação é determinado a partir dos objectivos que se pretendem atingir. Em relação à duração da observação, são utilizadas três designações diferentes (Catarino, 1986):

- *observações a curto prazo* - conjunto de ensaios efectuados, após a construção da obra, que consistem normalmente em medições de deslocamentos ou de deformações na superfície dos elementos estruturais, induzidos por acções variáveis;
- *observações a médio prazo* - quantificação e interpretação do comportamento de uma estrutura durante a sua construção e num curto período após a sua entrada em

funcionamento; inclui medições de deformações, temperaturas, etc., efectuadas à superfície ou no interior dos elementos estruturais, bem como ensaios em laboratório sobre provetes recolhidos durante a construção;

- *observações a longo prazo* - análogas às observações a médio prazo, mas prolongando-se durante períodos mais longos, que podem estender-se a toda a vida da estrutura.

Podem ainda considerar-se as *observações dinâmicas*, que se processam durante intervalos de tempo, em geral, inferiores a um minuto.

Cada um destes tipos de observação requer pessoal técnico especializado e técnicas de instrumentação e medida específicas, de acordo com a duração dos ensaios e com a geometria da estrutura e as grandezas a medir, de modo a atingir os objectivos pretendidos com a máxima fiabilidade. Sempre que necessário, devem ser utilizados sistemas automáticos de aquisição ligados a computadores, para o registo contínuo, armazenamento e tratamento dos resultados da observação. O equipamento é transportado para o local da observação em "laboratórios móveis", como o indicado na Figura 1.17.



Figura 1.17 - Laboratório Móvel (FEUP).

Em certos casos requerem-se técnicas especiais de medição como é o caso de deslocamentos verticais ou horizontais em pontos inacessíveis, referindo-se, entre outros, os meios ópticos - incluindo os sistemas laser ou de raios infravermelhos fixados na estrutura e orientados para alvos especiais - os nivelamentos de precisão, os sistemas de níveis hidráulicos de vasos comunicantes e, ainda, os fios de prumo de invar ou de aço (em estruturas de grande altura).

A medição de extensões a longo prazo é, em geral, realizada por extensómetros embebidos na massa do betão (de resistência ou de cordas vibrantes), extensómetros de superfície ou alongâmetros de alta precisão.

1.4.3 - Ensaios não destrutivos

Na avaliação da capacidade de carga de um elemento estrutural, sob determinadas solicitações, ou da resistência dos materiais nele aplicados, são em geral utilizados ensaios não destrutivos, que permitem aquela avaliação sem ocasionar deteriorações da peça analisada.

Dentro dos ensaios não destrutivos mais utilizados em estruturas de betão armado destacam-se (Brito e Branco, 1985) os ensaios para a determinação das características mecânicas dos materiais "*in situ*" e os ensaios de carga de estruturas.

1.4.3.1 - Ensaios para a determinação das características mecânicas dos materiais in situ

A avaliação das propriedades mecânicas dos materiais "*in situ*" é o procedimento mais fiável para caracterizar exactamente o material posto em obra.

Caracterização do betão

No caso particular do betão, recorre-se sistematicamente a este tipo de ensaios para a determinação da *resistência real*, designação atribuida à resistência observada nas estruturas, sendo a *resistência potencial* determinada em laboratório, sobre provetes fabricados e conservados em condições normalizadas (Gonçalves, 1986).

A necessidade do conhecimento desta resistência deriva da ocorrência de situações como:

- não existem provetes de controlo, ou os resultados obtidos em provetes no laboratório não satisfazem os valores indicados no caderno de encargos;
- a superfície do elemento mostra sinais de deterioração ou de deficiente betonagem, levantando dúvidas sobre a qualidade do betão colocado em obra;
- diminuição da resistência do betão por corrosão ou acidentes;
- controlo no tempo da evolução da resistência do betão *"in situ"*, para descofragem ou aplicação do pré-esforço.

De entre os meios de caracterização do betão em obra destacam-se:

- ***medição da dureza superficial*** - a dureza superficial do betão foi inicialmente medida através da observação da impressão causada pelo impacto de uma certa massa, activada com determinada energia.

Actualmente é utilizado o aparelho denominado "esclerómetro", desenvolvido por Esnest Schmidt em 1940, que mede a dureza superficial a partir do recuo da massa incidente após o choque. Os resultados deste tipo de ensaio só são representativos para a camada superficial de cerca de 3 cm de espessura e são afectados pela dosagem do cimento, pela relação água/cimento, pela natureza do inerte, pelo estado de carbonatação e de humidade da superfície e pelas suas irregularidades e ainda pelo ângulo de incidência do esclerómetro com a superfície de aplicação.

Fornece essencialmente uma informação aproximada da resistência do betão, já que pode apresentar desvios superiores a 20% em relação aos resultados obtidos por ensaios de compressão (em provetes cúbicos). É no entanto um ensaio simples, rápido e económico, em que a aparelhagem envolvida é robusta e portátil, podendo ser realizado em praticamente qualquer ponto e por isso frequentemente utilizado em numerosas situações.

- ***medição da resistência à penetração*** - é medida a profundidade da penetração, a partir da superfície do betão, de uma sonda activada de uma certa energia, estabelecendo-se a correlação com a resistência do betão através de tabelas de calibração.

Comparado com o esclerómetro, permite analisar zonas do betão mais afastadas da superfície, embora com uma precisão semelhante àquele. É recomendado apenas para avaliar o aumento da resistência do betão nas idades jovens e verificar a uniformidade do betão em várias zonas da mesma estrutura, por critérios qualitativos.

- ***ensaio de compressão em "carottes" extraídas da própria estrutura*** - realizado em laboratório sobre provetes do material retirado da obra, em zonas consideradas representativas. Este ensaio fornece seguramente o valor mais exacto da resistência do betão.

- ***medição da velocidade de propagação dos ultra-sons*** - esta técnica baseia-se no princípio demonstrado por Lord Rayleigh, em 1877, segundo o qual a velocidade de propagação de uma onda vibratória que atravessa um corpo está relacionada com o módulo de elasticidade do material de que este é constituído. Por outro lado, a resistência do betão é função do seu módulo de elasticidade.

Com este ensaio obtem-se uma informação apenas qualitativa do betão em profundidade. O som tem diferentes velocidades de propagação através dos diferentes componentes do betão (pasta de cimento, inertes, àgua e vazios); a velocidade no betão dependerá das percentagens relativas de cada um deles. A medição vem ainda influenciada por vários factores, como a trabalhabilidade e a idade do betão e a existência de varões paralelos à direcção de propagação.

Para a avaliação quantitativa da resistência do betão é pois necessária uma aferição através de ensaios em provetes do mesmo betão, que se levam à rotura depois de testados pelos ultra-sons (o erro esperado é cerca de 15%).

Por esse motivo, o ensaio tem sido mais utilizado na verificação da uniformidade, na avaliação de deteriorações do betão e na detecção de fissuras perpendiculares à propagação das ondas.

Caracterização do aço

De entre os processos de caracterização do aço em obra destacam-se:

- ***métodos radioactivos*** - permitem obter informação sobre contornos de armaduras no interior de peças de betão de espessuras até cerca de 45 cm. Não fornecem indicações sobre a resistência das armaduras, mas apenas sobre a sua localização, os diâmetros dos varões e a sua espessura de recobrimento. Estes métodos permitem ainda verificar a compactação do betão, a existência de vazios, o enchimento de baínhas de pré-esforço, etc.

- ***métodos por utilização de sondas de superfície e de profundidade*** - baseadas na medição de campos eléctricos e magnéticos permitem a localização das armaduras não só da primeira camada mas também das armaduras dispostas em camadas interiores. Indicam, com

apreciável rigor, o diâmetro dos varões e a espessura de recobrimento. Como exemplo, refere-se o "*Profometer*" (nome comercial) que atinge, para medidas até 50 mm, uma precisão de ±1mm. A medição é obtida por leitura directa num visor digital.

1.4.3.2 - Ensaios de carga de estruturas

Este tipo de ensaios é utilizado, por imposição da legislação vigente, na recepção de estruturas especiais (pontes, viadutos, etc.) e na certificação de estruturas que vão ser fabricadas em elevado número, para verificação dos métodos de cálculo e das disposições construtivas. Os ensaios de carga são também a única via para avaliar a capacidade resistente de estruturas nas quais o betão ou as armaduras apresentam sinais visíveis de diminuição de resistência (por deterioração) ou ainda no caso de aumento de sobrecargas que não foram inicialmente previstas no projecto.

As sobrecargas a introduzir na estrutura são realizadas através da colocação de materiais diversos: veículos carregados, água, tijolos, areia (Figura 1.18), etc., ou ainda por sistemas de carga por pressão de ar ou por vácuo, nos casos de aplicação de forças distribuidas perpendicularmente à superficie da peça.

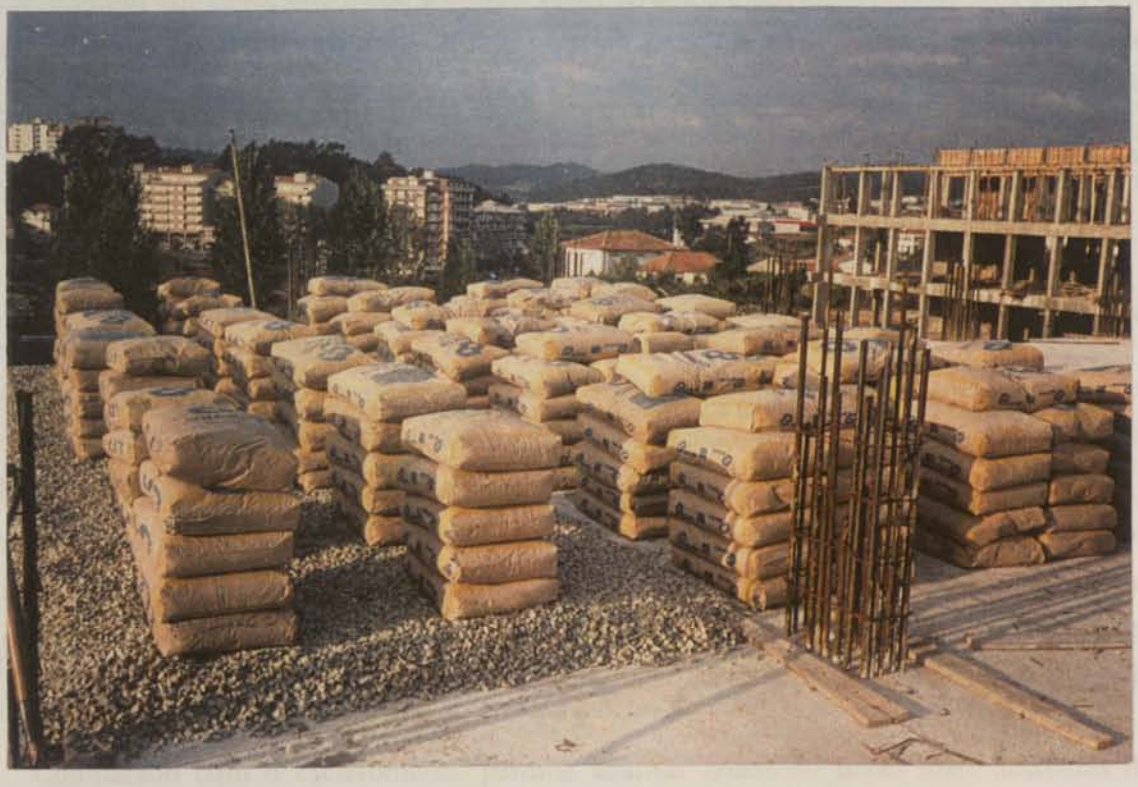


Figura 1.18 - Ensaio de carga de um pavimento (Bastos e Figueiras, 1991).

Recorre-se, também frequentemente, à utilização de cabos pré-esforçados para realizar acções concentradas ou, quando possível, cargas suspensas com grandeza e direcção constantes e independentes da deformação da estrutura (Figura 1.19).



Figura 1.19 - Acção do vento sobre poste metálico realizada com cargas estáticas - lingotes de alumínio em cestos suspensos da estrutura (Bastos *et al.*, 1994).

São, em geral, medidos os deslocamentos sofridos pela estrutura por aplicação das sobrecargas e as deformações residuais, após retiradas as acções. Da comparação entre os valores máximos atingidos pelos deslocamentos, depois da sua estabilização no tempo, e os correspondentes valores residuais, pode inferir-se do comportamento da estrutura para as acções aplicadas.

É necessário ter em atenção os efeitos introduzidos durante o ensaio de carga pelas variações de temperatura - movimentos da estrutura e deformações dos pêndulos de referência (quando não são utilizados fios de invar) - procedendo às devidas correcções.

Capítulo 2

ESFORÇO TRANSVERSO

ESTUDO DA INFLUÊNCIA DO ESFORÇO NORMAL NA CAPACIDADE RESISTENTE DE VIGAS ATRAVÉS DA EXPERIMENTAÇÃO DE MODELOS FÍSICOS

2.1 - INTRODUÇÃO

A capacidade resistente de uma peça linear de betão sob a acção de momento flector vem em geral influenciada pela presença de um esforço transverso, que lhe produz tensões tangenciais. Estas tensões vão fazer variar a grandeza e a inclinação das tensões principais de tracção e de compressão, conduzindo a figuras de fendilhação bem características e impondo o valor da capacidade última das peças face a uma acção aplicada.

A capacidade resistente do betão ao corte traduz-se por mecanismos de rotura diversos, dependentes de múltiplos parâmetros, pelo que a experimentação ocupa um papel essencial na sua quantificação. A avaliação dos esforços internos envolve a consideração dos vários fenómenos, como o estado biaxial de tensões do betão na alma entre as fendas inclinadas, as forças de atrito entre faces de fendas e o efeito de cavilha por resistência ao corte da armadura longitudinal. Por essa razão o comportamento afasta-se da teoria clássica da flexão, sendo necessário encontrar soluções recorrendo a modelos simplificados ou relações empíricas que tentam traduzir os mecanismos envolvidos.

Nas vigas sem armadura transversal o esforço transverso é suportado fundamentalmente pelo banzo comprimido, junto da secção crítica, e complementarmente pelas saliências nascidas ao longo das fendas oblíquas dirigidas para aquela secção, que tendem a bloquear os deslizamentos, e ainda pelas armaduras longitudinais interceptadas pelas fendas, por resistência transversal, "*dowell action*", o já referido efeito de cavilha.

Nas vigas com armadura transversal a distribuição dos esforços de corte pelo banzo e pela armadura da alma vem dependente da forma da secção. Enquanto que nas vigas de secção rectangular o esforço de corte é essencialmente resistido pelo banzo comprimido (Leonhardt verificou, nos ensaios de Stuttgart, valores muito reduzidos das tensões nos estribos verticais), nas vigas de secção em T ou em I a distribuição do esforço de corte pelo banzo comprimido e pela armadura da alma vem dependente da relação b/b_w, entre a largura do banzo, b, e a largura da alma, b_w - as tensões nos estribos aumentam comparativamente com a diminuição de b_w (Leonhardt, 1970 e 1978).

Uma análise empírica dos resultados da experimentação apontam para a influência, além da geometria da secção, da qualidade do betão e da percentagem da armadura longitudinal, da relação a/d, entre o designado *vão do esforço transverso*, a, e a altura útil da secção transversal da peça, d.

A dependência deste último parâmetro foi aferida, em vigas sem estribos, por Kani ("shear valley"), acusando a maior redução da capacidade quando aquele valor se situa entre 2.5 e 3.0, para betões de resistências médias, sendo progressivamente menos limitativo para valores superiores a 3.0 e deixando praticamente de se fazer sentir quando essa relação atinge cerca de 5.5 a 6. Este efeito é menos notório no caso de baixas percentagens de armadura, não se verificando, em geral, rotura por corte para percentagens inferiores a 0.5%.

A presença de uma compressão axial introduzida por pré-esforço ou por forças directamente aplicadas é também um factor importante na resistência ao corte, determinando tensões normais mesmo sobre os elementos mais desfavoravelmente localizados quanto ao esforço transverso como são os da vizinhança do centro de gravidade da secção.

A tensão σ_G ao nível do centro de gravidade, conduz a uma alteração da circunferência de Mohr que traduz o estado de tensão a qual se afastará assim da tangência à curva intrínseca de resistência do betão reduzindo a tensão principal de tracção. A nova tracção diagonal, f_1, determinada pela expressão:

$$f_1 = \sqrt{\frac{\sigma_G^2}{4} + \tau^2} - \frac{\sigma_G}{2} \qquad (2.1)$$

τ - tensão tangencial ao nível do centro de gravidade

agora sobre uma faceta inclinada de um ângulo menor do que 45° sobre o eixo da peça, fica com frequência dentro dos valores admissíveis (Sarmento, 1970).

O esforço axial conduz a um aumento da altura do bloco comprimido de betão e da parcela do esforço transverso por ele suportada e, pela diminuição das tracções na alma, a um atraso no aparecimento da fendilhação e a uma menor abertura de fendas, permitindo uma maior mobilização do atrito entre as suas faces.

O aumento da capacidade resistente vem, não obstante, condicionado pela possibilidade de rotura por esmagamento das bielas de betão, devido ao aumento das tensões principais de compressão introduzidas pelo pré-esforço.

O objectivo do estudo que se apresenta neste capítulo foi pôr em evidência o efeito da introdução de um esforço axial, como processo de aferir a contribuição do betão na resistência aos esforços de corte e daí quantificar a resistência demandada complementarmente à armadura transversal. A área desta armadura viria assim quantificada para a parcela complementar do esforço transverso que ultrapassasse a capacidade que reside no bloco comprimido, na secção crítica.

O estudo envolveu a análise por via experimental de vigas de betão armado de secção em T, solicitadas à flexão, nas quais foi introduzido um esforço axial como meio de fazer variar a espessura do bloco comprimido, traduzida pelo aumento da profundidade do eixo neutro (Bastos e Sarmento, 1986).

Para a realização desse esforço axial recorreu-se à utilização de cabos pré-esforçados rectilíneos exteriores à secção. Foram aplicados três valores diferentes do pré-esforço e analisados comparativamente os resultados com a situação de haver apenas flexão e esforço transverso.

Nos diversos casos foram também efectuados ensaios com vigas dotadas ou não de armadura transversal para se apreciar os mesmos efeitos nessas condições.

As conclusões apontam para um efeito favorável da compressão axial introduzida, na capacidade resistente última ao corte e à fendilhação diagonal, muito embora o mecanismo de rotura venha essencialmente dependente da presença da armadura transversal.

Complementarmente, foi ainda realizado um estudo experimental sobre vigas de características idênticas às anteriores, sem esforço axial e com armadura transversal, que teve como objectivo a determinação das tensões nos estribos, ao longo do carregamento, por

medição directa das correspondentes extensões, como via de quantificar as parcelas atribuidas ao betão e às armaduras na resistência ao esforço transverso.

O estudo experimental foi acompanhado de um estudo analítico das diferentes vigas ensaiadas por aplicação de modelos teóricos de comportamento ao esforço transverso, estabelecendo-se a comparação crítica dos resultados obtidos pelas duas vias.

Para melhor organização da apresentação, optou-se por uma distribuição segundo dois capítulos, o presente contemplando a descrição dos ensaios efectuados e a discussão dos resultados obtidos e o seguinte, Capítulo 3, onde se efectua uma abordagem dos diferentes modelos teóricos de comportamento de vigas ao esforço transverso e a sua aplicação às vigas ensaiadas, estabelecendo a análise comparativa dos resultados obtidos pelas diferentes vias.

2.2 - ESTUDO EXPERIMENTAL

2.2.1 - Programa dos ensaios

Descreve-se o estudo por via experimental de vigas de betão armado, com e sem pré-esforço exterior, como se disse, com o objectivo de avaliar a influência do esforço axial na resistência ao esforço transverso.

O estudo englobou os ensaios de doze vigas de secção em T, simplesmente apoiadas, solicitadas por uma carga concentrada a meio vão (Figura 2.1) acompanhada, em alguns casos, de uma compressão axial, sendo a relação *a/d* (entre o *vão do esforço transverso* e a altura útil da secção) igual a 2.7.

As vigas, de características geométricas e armadura longitudinal semelhantes, distinguiram-se apenas pela localização da armadura transversal e pelo valor da compressão axial aplicada (Quadro 2.1).

Para cada tipo de viga, V_i, foram realizados dois modelos iguais, designados por V_{iA} e V_{iB}, para confirmação de resultados obtidos e detecção de possíveis anomalias ocorridas.

As vigas foram ainda agrupadas em dois conjuntos essencialmente caracterizados pela localização da armadura transversal.

No primeiro conjunto, *vigas com armadura transversal*, V_1 e V_2, foram utilizados estribos em todo o seu comprimento.

No segundo conjunto, *vigas sem armadura transversal*, V_4 a V_7, os estribos localizaram-se apenas nas zonas junto dos apoios, deixando livre um comprimento de 0.52 m para cada lado da secção de aplicação da carga (meio vão).

A compressão axial, de valor constante, foi introduzida por cabos pré-esforçados exteriores à secção, com três níveis diferentes, 200 kN, 400 kN e 600 kN, com a sequência seguinte:

- nas *vigas com armadura transversal*:

  vigas V_1 - sem pré-esforço

  vigas V_2 - com pré-esforço de 200 kN - que introduz uma tensão de compressão média de $\sigma_{cp} = \frac{P}{A_c}$ = 3.64 MPa (um cordão de pré-esforço em cada lado da alma da viga,

- nas *vigas sem armadura transversal*:

  vigas V_4 - sem pré-esforço

  vigas V_5 - com pré-esforço de 200 kN, σ_{cp} = 3.64 MPa,

  vigas V_6 - com pré-esforço de 400 kN, σ_{cp}= 7.27 MPa (dois cordões de pré-esforço de cada lado da alma),

  -vigas V_7 - com pré-esforço de 600 kN, σ_{cp}= 10.91 MPa (três cordões de cada lado da alma).

Quadro 2.1 - Caracterização dos tipos de vigas ensaiadas.

	Vigas com arm. transversal		Vigas sem armadura transversal			
Designação	V_1	V_2	V_4	V_5	V_6	V_7
Compressão axial (kN)	0	200	0	200	400	600

Esta série de ensaios foi completada por um estudo experimental sobre duas vigas designadas por V_3 (designação que era destinada a um tipo de viga com armadura transversal e pré-esforço de 400 kN, que não pôde ser realizado) com características geométricas e solicitação semelhantes às anteriores, realizado com o objectivo de observar a evolução das tensões nos estribos da armadura transversal ao longo do carregamento e daí poder avaliar a contribuição do betão aos esforços de corte.

Os valores das tensões na armadura transversal, em secções previamente escolhidas, foram obtidos pela medição das extensões nas secções correspondentes, efectuada por meio de extensómetros eléctricos colados sobre os varões.

O modelo de viga V_3 era idêntico à viga V_1 mas com diferente diâmetro da armadura transversal. Também neste caso foram fabricados dois modelos iguais, V_{3A} e V_{3B}, para confronto dos resultados.

O estudo experimental englobou a caracterização prévia das propriedades dos materiais constituintes, a medição das deformações ao longo do carregamento, a observação dos mecanismos de rotura e a interpretação dos resultados obtidos.

2.2.2 - Descrição dos ensaios

2.2.2.1 - Características do modelo experimental

O modelo utilizado nos ensaios consistiu numa viga de secção em T, simplesmente apoiada, com dois metros de comprimento (1.70 m entre apoios), 0.35 m de altura e larguras do banzo, b, e da alma, b_w, respectivamente iguais a 0.30 e 0.10 m, $b/b_w = 3$, (Figura 2.1). A solicitação foi constituída por uma carga concentrada a meio do vão associada ou não a um esforço axial.

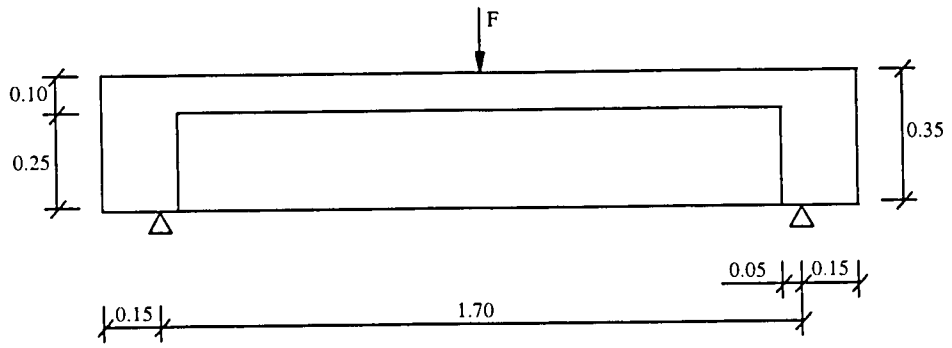


Figura 2.1 - Esquema do ensaio.

2.2.2.2 - Armaduras utilizadas

A armadura longitudinal foi, em todos os casos, constituída por quatro varões contínuos de 16 mm de diâmetro correspondendo a uma percentagem $\rho = 2.6\%$.

A armadura transversal foi realizada por estribos de 8 ou de 6 mm de diâmetro espaçados de 0.08 m, segundo os esquemas da Figura 2.2.

As *vigas com armadura transversal* V_1, V_2 e V_3 apresentavam estribos, de 8 mm (V_1 e V_2) e de 6 mm (V_3) de diâmetro, distribuídos em todo o comprimento (Figuras 2.2,a e 2.3,a).

Nas *vigas sem armadura transversal*, V_4, V_5, V_6 e V_7, os estribos, de 8 mm de diâmetro, foram localizados apenas nas zonas junto aos apoios (Figuras 2.2,b e 2.3,b).

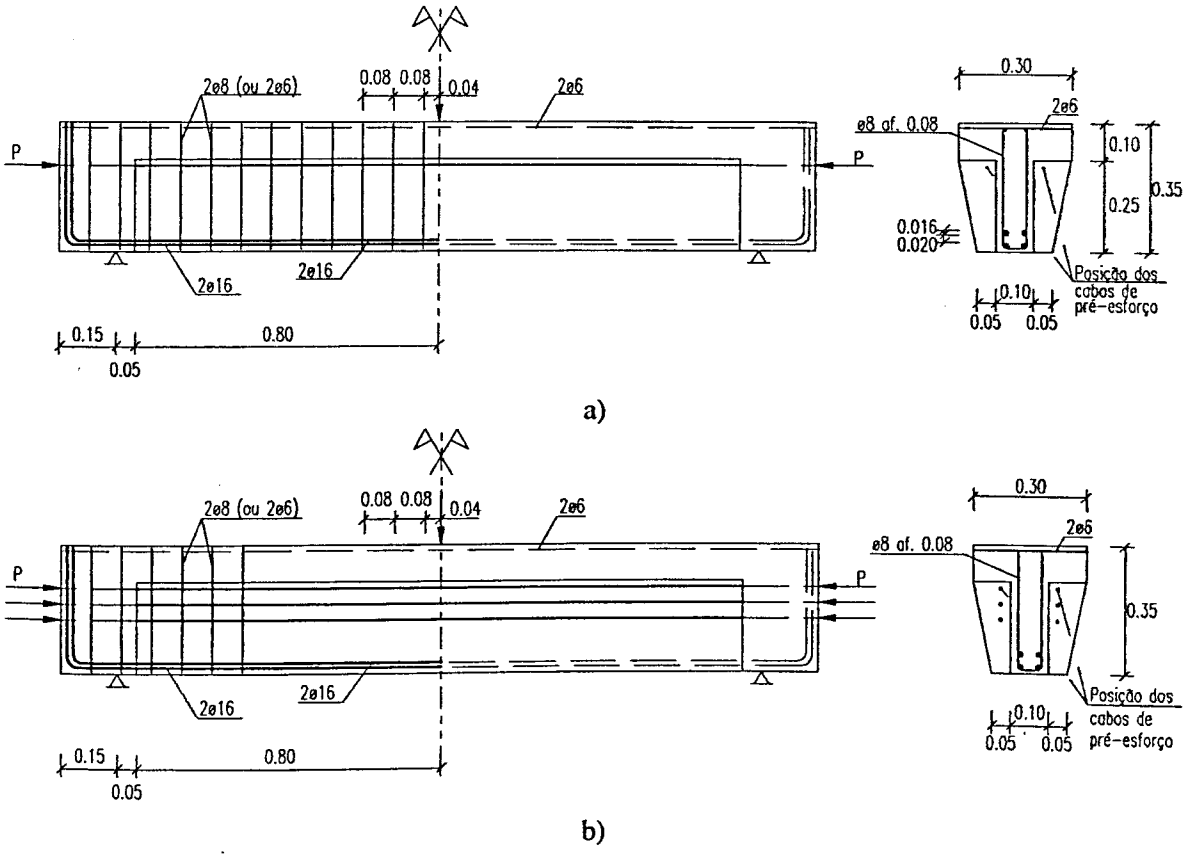
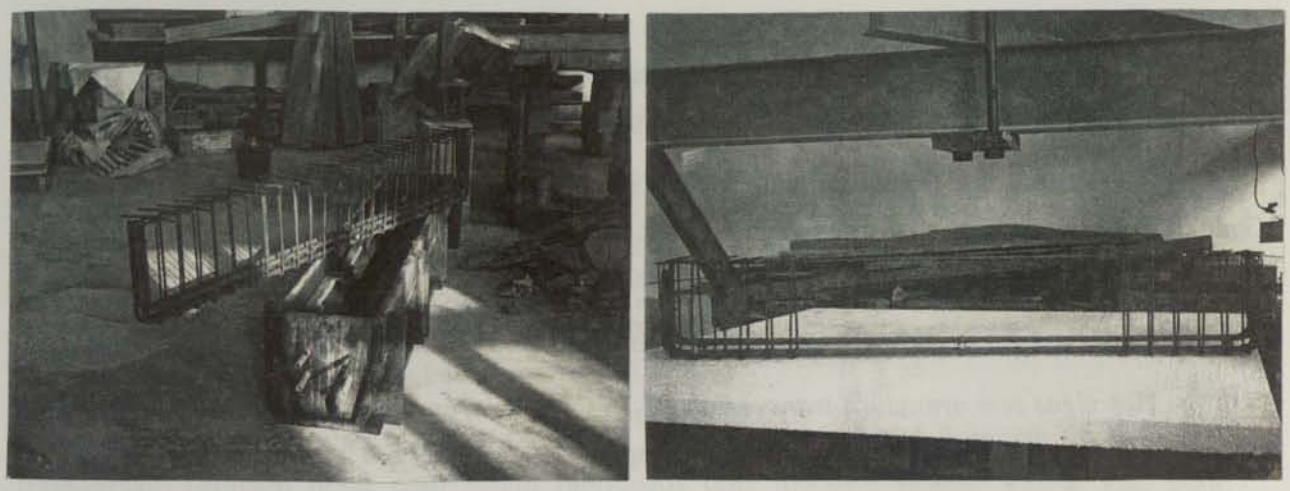


Figura 2.2 - Esquema das armaduras. a) Vigas com armadura transversal, V_1, V_2 e V_3; b) Vigas sem armadura transversal, V_4 a V_7.

A Figura 2.3 mostra a montagem das armaduras dos dois tipos de vigas.



a) b)

Figura 2.3 - Aspecto das armaduras a) vigas com armadura transversal b) vigas sem armadura transversal.

A compressão axial foi realizada por cordões rectilíneos exteriores constituídos cada um por três fios de ϕ=7mm, ancorados nas extremidades das vigas que apresentavam um alargamento da sua secção de modo a permitir a fixação dos dispositivos de ancoragem (Figura 2.2).

Foram ainda colocadas, nos topos das vigas, duas placas de aço de 0.01 m de espessura com orifícios para alojamento dos cones de fixação dos cabos, para uma melhor distribuição das tensões de contacto (Figura 2.4).

Pretendia-se introduzir uma compressão centrada em todas as vigas. No entanto, por dificuldade de alojamento dos cabos, a compressão apresentou, nas diferentes vigas, as seguintes excentricidades, e, em relação ao centro de gravidade da secção de betão:

$P = 200$ kN - vigas V_2 e V_5 $\quad e = 1.0$ cm

$P = 400$ kN - vigas V_6 $\quad e = 2.8$ cm

$P = 600$ kN - vigas V_7 $\quad e = 3.3$ cm

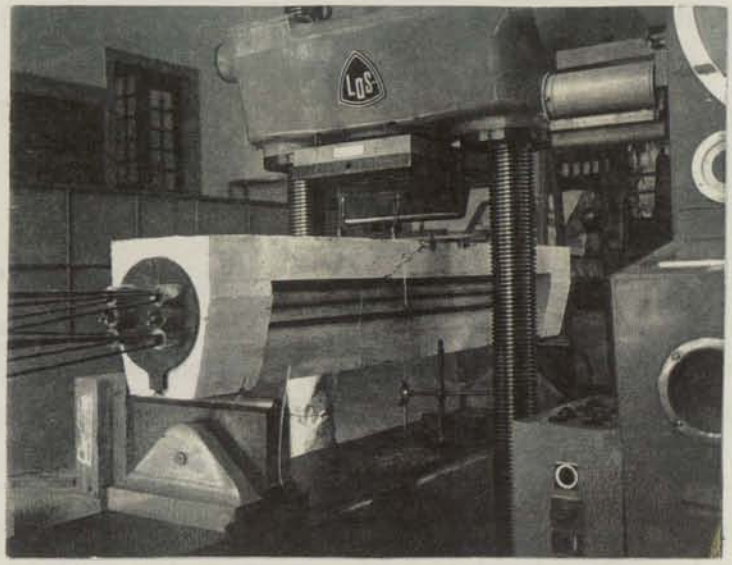


Figura 2.4 - Aspecto da introdução do pré-esforço.

2.2.2.3 - Características mecânicas dos materiais

Armaduras

As características mecânicas dos aços utilizados nas armaduras foram determinadas por ensaios de tracção e estão registados no Quadro 2.2. A Figura 2.5 representa os diagramas σ-ε de comportamento dos varões até à rotura obtidos experimentalmente.

Quadro 2.2 - Características mecânicas dos aços utilizados.

	Características	Provete	Diâmetro (mm)	Tensão de rotura (MPa)	Extensão após rot. (%) em 10ϕ
Estribos	liso	I	6	492.5	12.3
		II	6	518.5	11.3
	nervurado	I	8	535.7	9.0
		II	8	534.7	10.2
Armadura de flexão	nervurado	I	16	507.3	13.6
		II	16	557.0	12.5

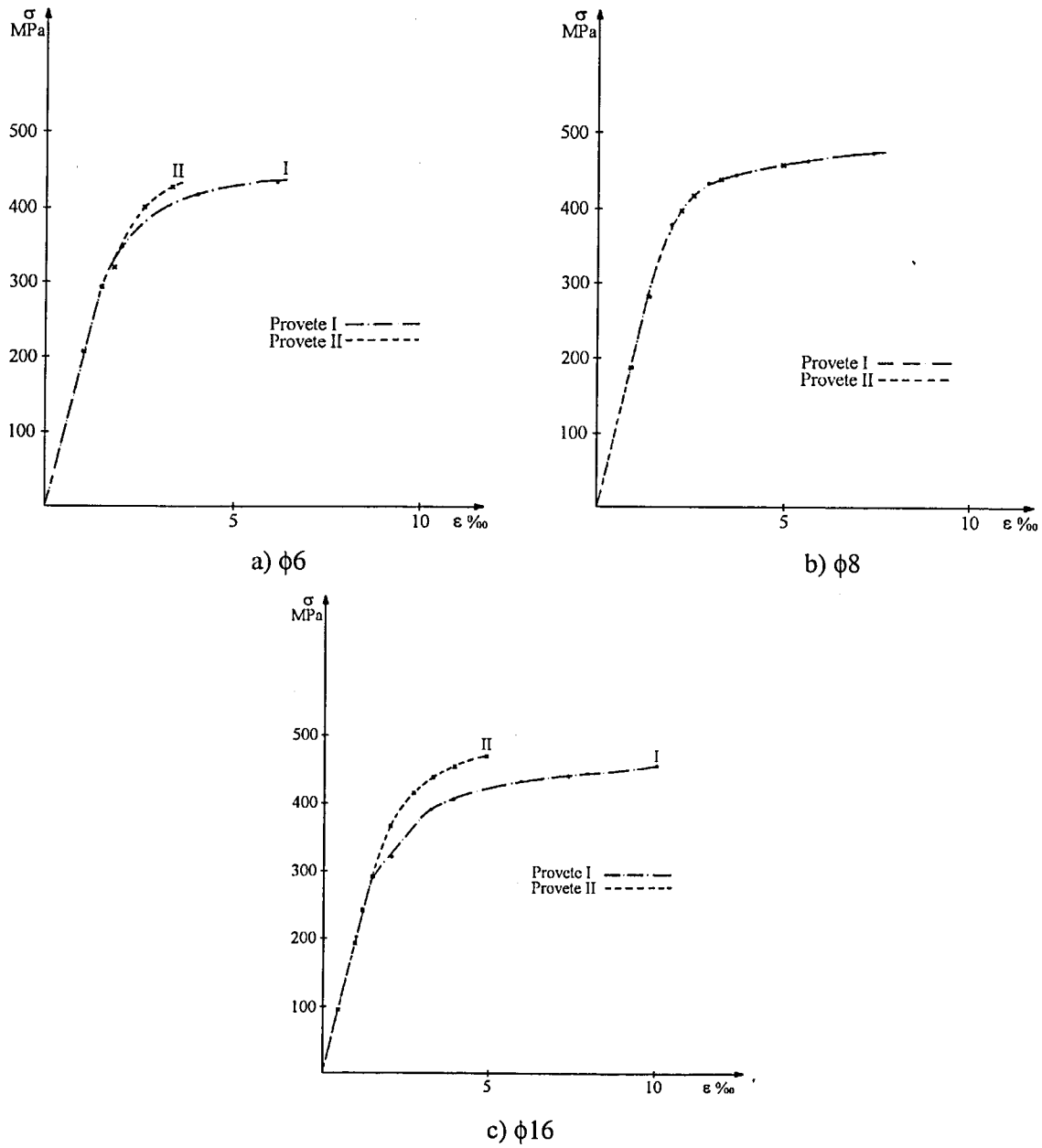


Figura 2.5 - Diagramas tensões-extensões dos varões a) ϕ 6mm, b) ϕ 8mm, c) ϕ 16mm.

Betão

Dado o número relativamente elevado de ensaios, o tempo decorrido durante a sua realização e as disponibilidades existentes em laboratório, não foi possível manter uma uniformidade da composição do betão no que respeita ao tipo de inertes utilizado na fabricação do betão dos modelos, o que conduziu a uma maior variação dos valores obtidos para a resistência mecânica do betão.

O valor médio da resistência à compressão axial do betão foi determinado por ensaios de provetes cúbicos de 20 cm de aresta, moldados a partir dos betões usados para os modelos, com um número mínimo de dois provetes por cada viga, ensaiados na data do ensaio da viga correspondente. Os valores obtidos variaram entre 16.18 e 28.92 MPa e indicam-se no Quadro de resultados (Quadro 2.3).

2.2.2.4 - Parâmetros variáveis nos ensaios

Numa investigação experimental deve, tanto quanto possível, fazer-se variar o valor de um único parâmetro em cada ensaio de modo a estimar a sua real influência no comportamento observado.

No estudo realizado pretendia-se que os parâmetros variáveis fossem apenas a influência da existência ou não da armadura transversal e o valor do esforço de compressão axial introduzido pelos cabos de pré-esforço.

Porém, a variabilidade das características mecânicas do betão, inerente às condições de fabricação dos provetes e à impossibilidade de se utilizar o mesmo tipo de inertes ao longo de todo o espaço de tempo em que decorreram os ensaios, influenciou também os resultados obtidos, pelo que esta influência não pode ser esquecida na interpretação dos resultados.

2.2.2.5 - Instrumentação utilizada

A instrumentação utilizada, condicionada pelas disponibilidades de equipamento de medida e aquisição de dados então existentes no laboratório da FEUP, foi constituída por deflectómetros mecânicos, extensómetros mecânicos e extensómetros eléctricos:

- o deflectómetro mecânico (C_1), com precisão da centésima de milímetro, foi instalado na face inferior da viga para medição das flechas a meio vão (Figura 2.6).

- os extensómetros mecânicos (E), com precisão da centésima de milímetro, foram montados segundo o esquema indicado na Figura 2.6:

  - quatro na face superior, com 10 cm de abertura, localizados simetricamente em relação ao eixo médio transversal e posicionados, dois sobre o eixo longitudinal (E_1 e E_2) e dois próximo do bordo (E_3 e E_4), para a obtenção das extensões de compressão no betão;

- um na face inferior (E_5), com 8 cm de abertura, a meio vão, para medição das extensões de tracção do betão até à fendilhação (este último foi utilizado apenas nos ensaios das vigas V_1 e V_6).

- os extensómetros eléctricos de resistência foram utilizados apenas nos ensaios das duas vigas V_3, para medição das extensões nos estribos da armadura transversal durante o carregamento. Os extensómetros (da marca Shinkok, tipo S-108, com grelha de 8mm de comprimento), foram aplicados por colagem, sobre os estribos nas posições 1 a 10 indicadas na Figura 2.7.

Foram também instalados extensómetros mecânicos de 0.5 cm de abertura, sobre os estribos, nas posições *a*, *b*, *c*, e *d* (Figura 2.7).

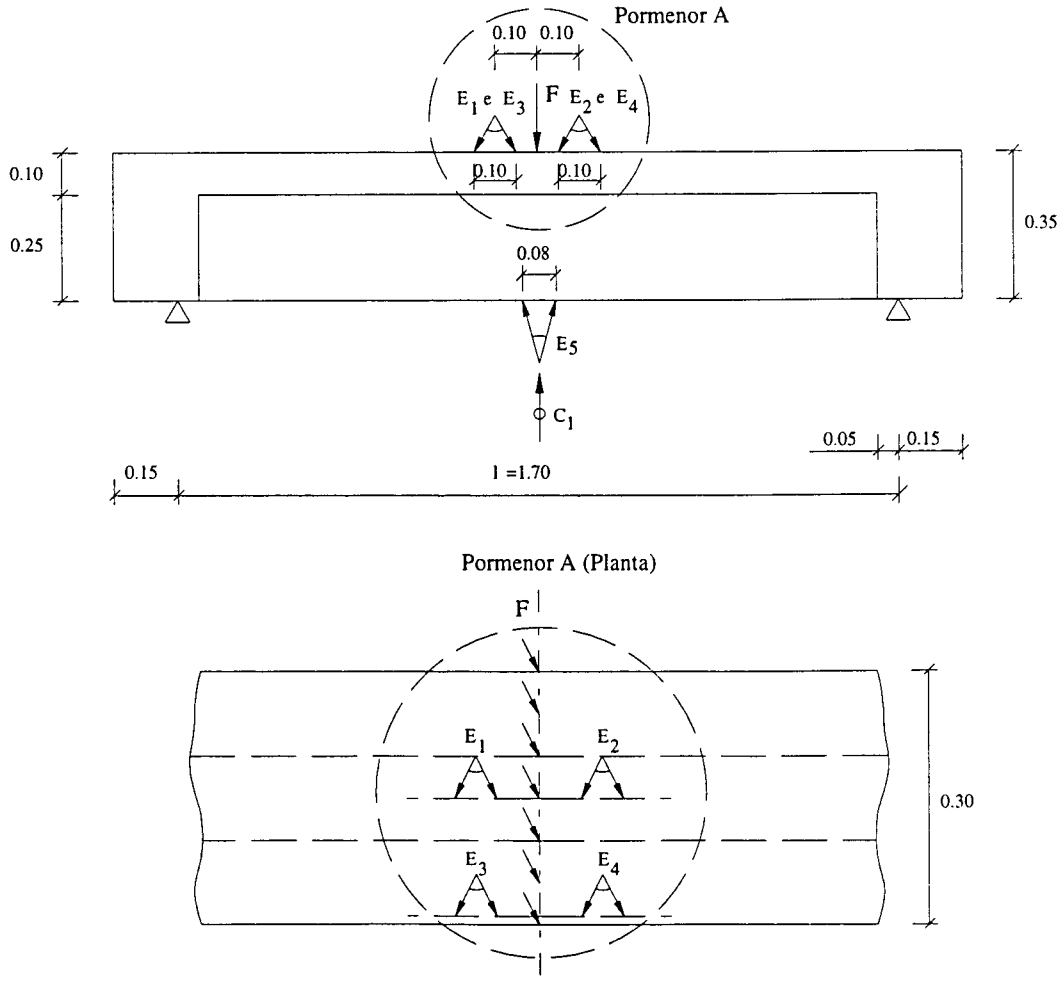
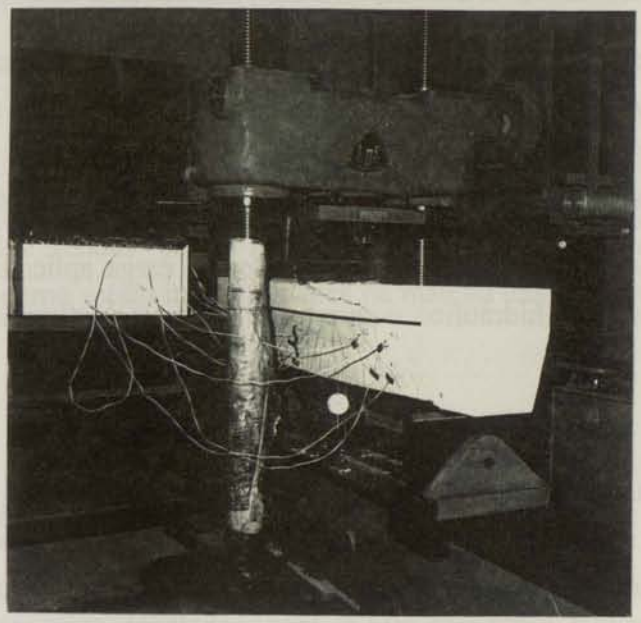
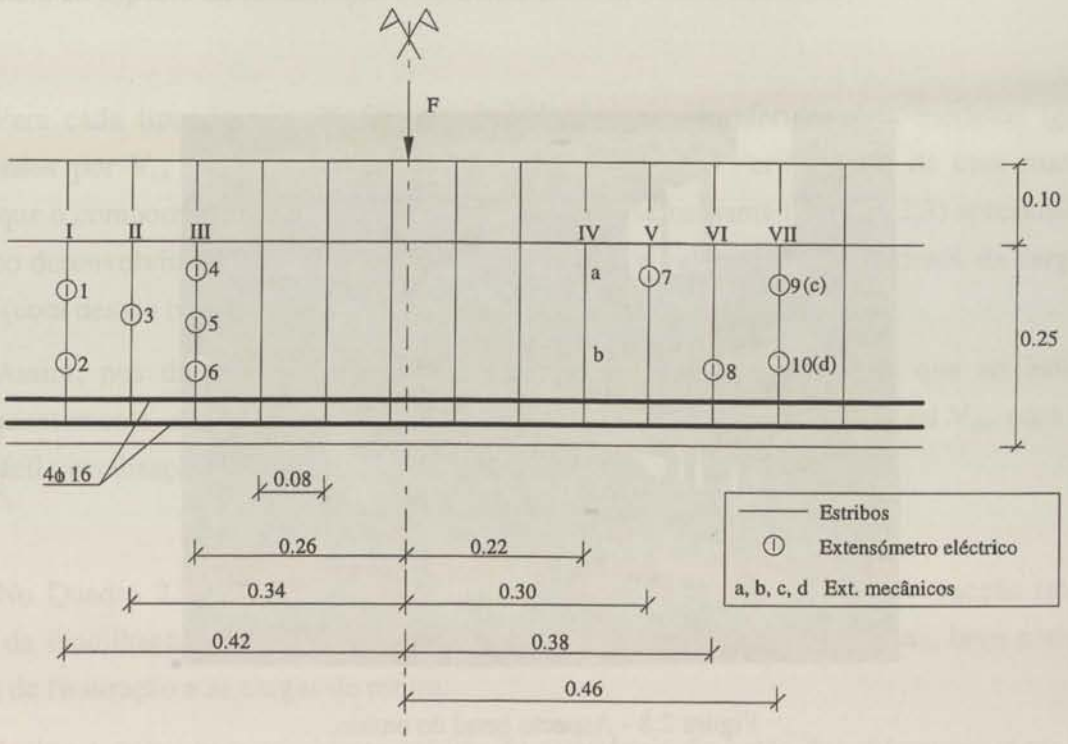


Figura 2.6 - Esquema da montagem da instrumentação.



a)



b)

Figura 2.7 - Ensaio das vigas V_3. a) Aspecto do ensaio. b) Medição das extensões nos estribos.

As informações dos transdutores mecânicos foram recolhidas por leitura directa, para cada incremento de carga. A aquisição das medidas nos extensómetros eléctricos foi realizada por um sistema analógico operado manualmente - ponte Phillips de medidas extensométricas

multicanal com selector de dez canais simultâneos. Foi ainda utilizado um extensómetro externo ("*dummy gauge*") compensador dos efeitos das variações de temperatura durante o ensaio.

No intervalo de tempo de registo das medições e de observação da evolução da fendilhação foi, por vezes, necessário ajustar o valor da carga aplicada devido às perdas de pressão do óleo do sistema hidráulico o que originou uma duplicação de medições para a mesma solicitação.

As vigas foram ensaiadas numa prensa visível na Figura 2.8. A carga foi aplicada linearmente por meio de uma meia cana com 10 cm de comprimento assente sobre uma placa de aço de aproximadamente 5 cm de largura para evitar esmagamento local do betão e medida por meio de um anel dinamométrico. Os apoios foram realizados por dois roletes de aço.

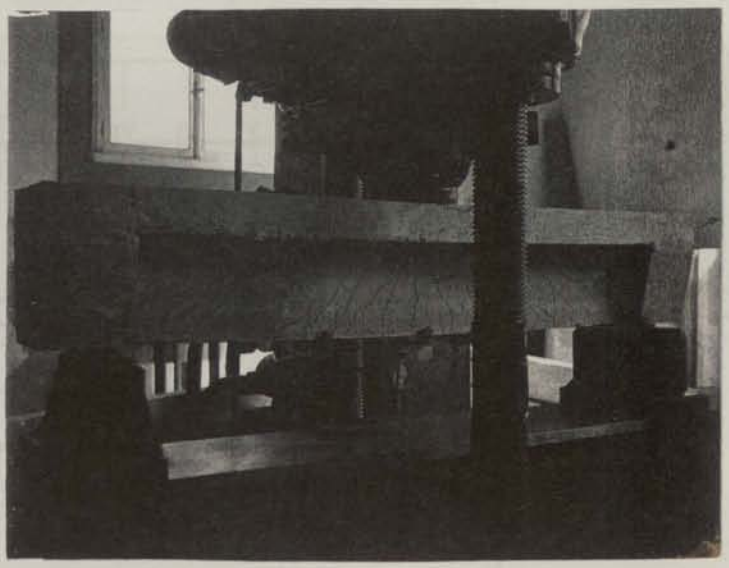


Figura 2.8 - Aspecto geral do ensaio.

A solicitação foi aplicada por incrementos de 5 e 10 kN, tendo sido, para cada um deles, registadas as leituras nos aparelhos de medida e observado o aparecimento e a evolução da fendilhação.

Importa assinalar as dificuldades que se apresentaram na metodologia seguida para a observação do aparecimento das fendas; efectivamente, a falta de equipamento adequado obrigou à pesquisa das fendas pelos meios visuais directos, apenas auxiliados por circunstâncias indiciais como sejam irregularidades na marcha das deformações ou na medida dos deslocamentos.

2.2.3 - Resultados obtidos

Os dois grupos de vigas ensaiadas, com e sem armadura transversal, evidenciaram comportamentos essencialmente distintos verificando-se, dentro de cada um deles, uma constância do aspecto da fendilhação e do mecanismo de rotura ocorrido.

Para cada tipo de viga V_i foram ensaiados, como já referido, dois modelos iguais, designados por V_{iA} e V_{iB}, para confirmação dos resultados. Verificou-se, de uma maneira geral, que o comportamento dos dois modelos foi muito semelhante (Quadro 2.3) apresentando idêntico desenvolvimento dos diagramas cargas-flechas e valores muito próximos da carga de rotura (com desvio médio de cerca de 5%).

Assim, nos diagramas de comportamento de cada tipo de viga V_i que se indicam subsequentemente, explicita-se apenas o correspondente a uma das vigas, V_{iA} ou V_{iB}, para uma mais fácil visualisação e interpretação.

No Quadro 2.3 estão indicados os valores máximos das extensões de tracção (até ao início da fendilhação visível) e de compressão do betão medidos nos ensaios, bem como as cargas de fissuração e as cargas de rotura.

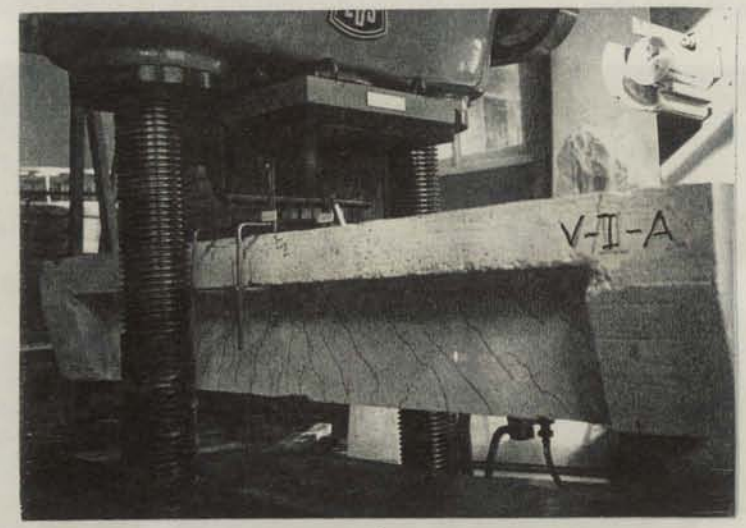
Incluem-se também os valores médios da resistência do betão das diferentes vigas e da capacidade teórica última aproximada à flexão determinada pelo equilíbrio interno na secção crítica com base nas características mecânicas dos materiais utilizados, para uma melhor interpretação dos resultados.

Quadro 2.3 - Resultados obtidos nos ensaios.

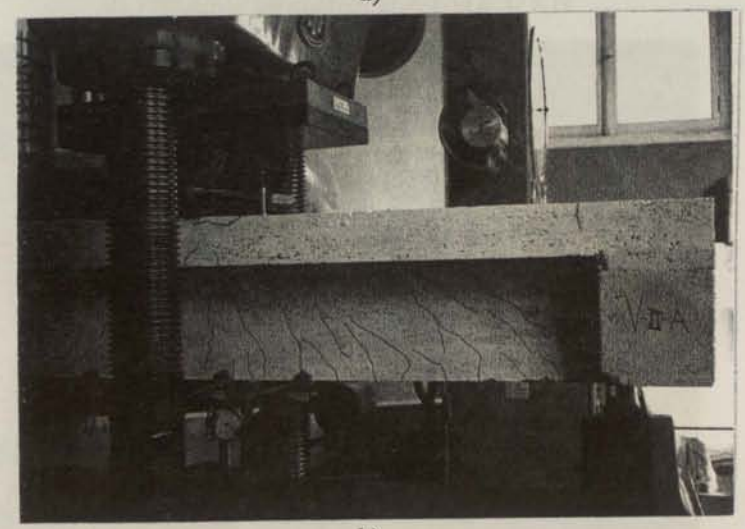
	Designação	Características	Arm. Long.	Arm. Transv.	Resist. cúbica do betão à compressão f_{cc} (MPa)	Carga de fissuração F_{fiss} (kN)	Carga de rotura experimental $F_{u,exp}$ (kN)	Extensão máx. do betão à compressão $e_{c,max}$ (‰)	Carga teórica média de rotura por flexão $F_{u,teór.}$ (kN)	$F_{u,exp} / F_{u,teór}$ (valores médios)
estribos em todo o comp.	V_{1A}	BETÃO ARMADO SIMPLES	4 ϕ16	ϕ8 a 8cm	25.98	85.98	271.57	2.12	251	1.06
	V_{1B}				26.13	61.08	262.06	3.40		
	V_{2A}	PRÉ-ESFORÇO DE 200 kN	4 ϕ16	"	22.45	71.57	262.55	2.45	274	0.96
	V_{2B}				22.45	70.59	262.75	3.10		
estribos só na zona dos apoios	V_{4A}	BETÃO ARMADO SIMPLES	4 ϕ16	ϕ8 a 8cm	16.18	49.02	117.65	0.95	223	0.54
	V_{4B}				19.61	53.92	122.55	1.00		
	V_{5A}	PRÉ-ESFORÇO DE 200 kN	4 ϕ16	"	22.79	80.98	149.61	2.04	250	0.58
	V_{5B}				19.51	81.18	140.00	1.93		
	V_{6A}	PRÉ-ESFORÇO DE 400 kN	4 ϕ16	"	16.47	110.29	154.41	1.69	222	0.67
	V_{6B}				19.12	90.98	135.10	1.68		
	V_{7A}	PRÉ-ESFORÇO DE 600 kN	4 ϕ16	"	28.82	147.06	198.82	2.03	325	0.62
	V_{7B}				27.60	138.24	198.63	3.00		

As *vigas com armadura transversal*, V_1, e V_2, revelaram um comportamento essencialmente dominado pela flexão, tendo-se verificado uma rotura por flexão, com esmagamento do betão sob o ponto de aplicação da carga, para uma solicitação próxima da teóricamente prevista. Os valores da relação carga última experimental/carga última teórica, $F_{u,exp} / F_{u,teo}$, são efectivamente muito próximos da unidade (Quadro 2.3).

A fendilhação iniciou-se com fendas ténues oblíquas a meia altura da alma, surgindo depois fendas normais ao eixo da viga, muito ramificadas, que evoluiram segundo as inclinações habituais (Figura 2.9). A presença da armadura transversal conferiu uma elevada ductilidade, permitindo um grande desenvolvimento das fendas de flexão que se mantiveram de pequena espessura até próximo da rotura.



a)

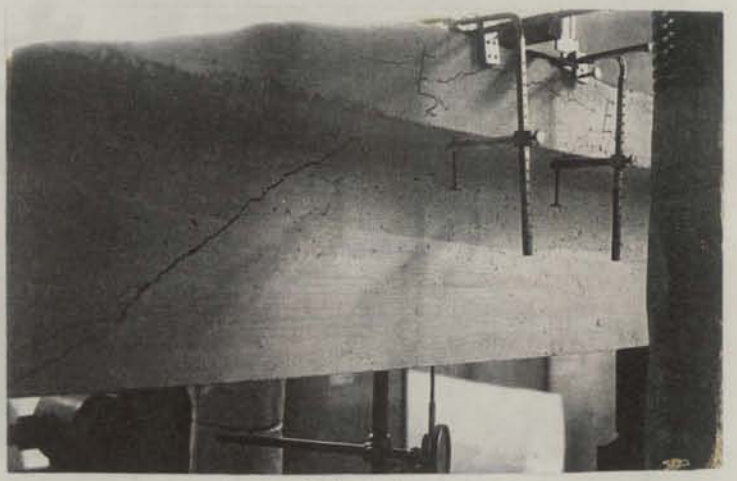


b)

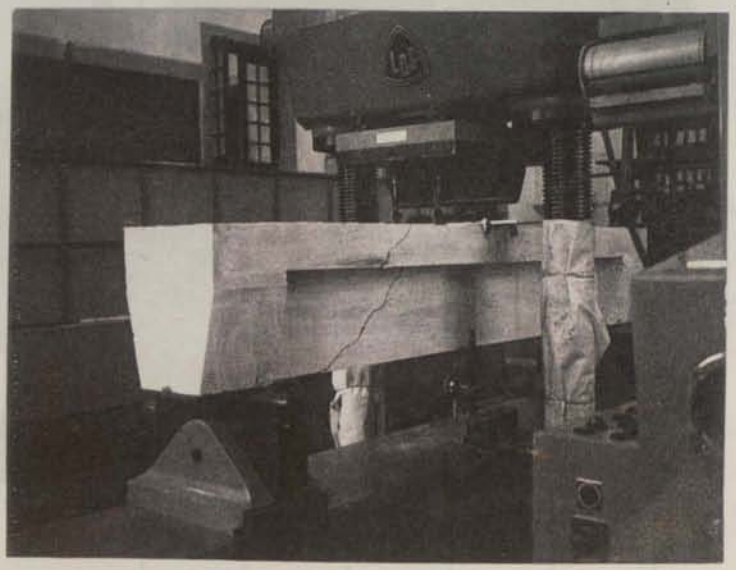
Figura 2.9 -Aspecto da fendilhação muito distribuida nas vigas com armadura transversal. a) Viga V_1 b) Viga V_2.

As *vigas sem armadura transversal*, V_4, a V_7, reflectiram um comportamento típico de vigas sem armadura de esforço transverso. Verificou-se uma fissuração concentrada em uma ou duas fendas oblíquas simétricas, com inclinação entre 28° e 31° (Figura 2.10), que progrediram rapidamente com grande abertura, sendo dominantes no mecanismo de colapso.

A inclinação das fendas oblíquas, muito semelhante nas diferentes vigas, foi essencialmente condicionada pela localização do primeiro estribo no vão: as fendas seguiram aproximadamente a direcção da diagonal entre o ponto de aplicação da carga e o ponto de intersecção daquele estribo com os varões da armadura longitudinal. Esse ponto de fronteira entre duas zonas de diferente rigidez (criada pela presença ou não dos estribos) funcionou como um ponto de apoio para a biela de descarga.



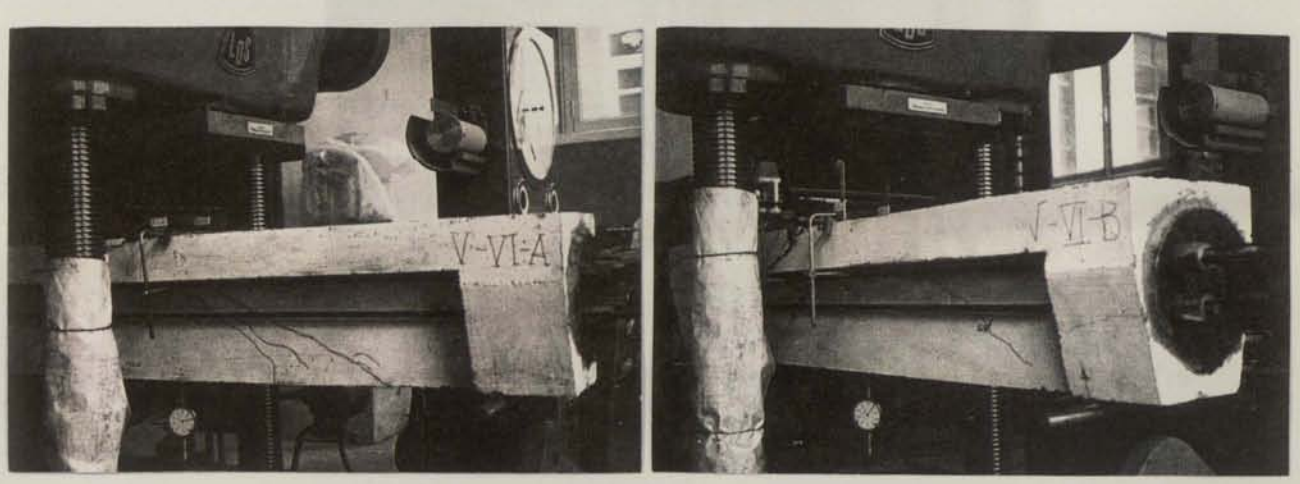
a) fenda isolada na alma.



b) viga V_4 sem compressão axial.



c) viga V_5, com compressão de 200 kN (um cabo de pré-esforço de cada lado da alma da viga).



d) vigas V_6 com compressão de 400 KN.



e) viga V_7 com compressão de 600 kN.

Figura 2.10 - Aspecto da fendilhação das vigas sem armadura transversal.

A rotura verificou-se para uma carga bastante inferior ao valor teórico esperado por flexão: os valores de $F_{u,exp} / F_{u,teo}$ variaram entre 0.52 e 0.61 (Quadro 2.3) observando-se, no momento da rotura, um destaque brusco do betão sob o ponto de aplicação da carga característico de um fenómeno de "*splitting*" (Figura 2.11), mais acentuado nas vigas com compressão axial mais elevada, pela recuperação da deformação dos cabos pré-esforçados (energia elástica dos cabos dissipada no momento da rotura).

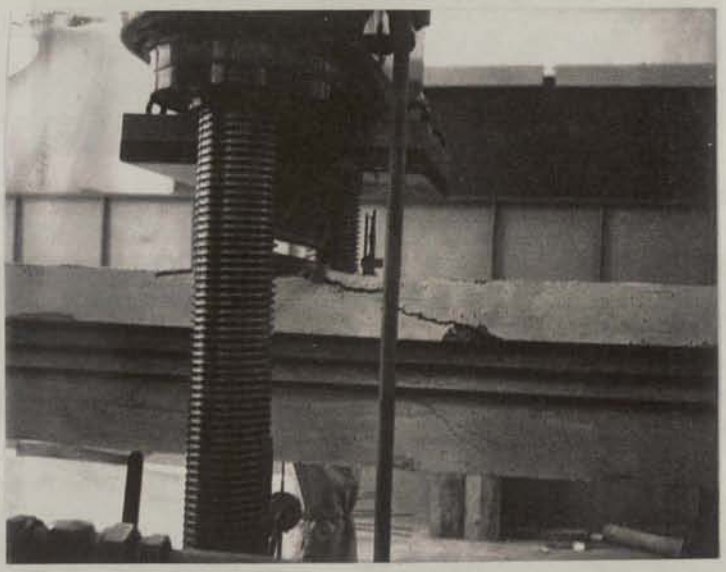


Figura 2.11 - Viga V_7. Fendilhação em rotura.

Em alguns casos foi observada, na altura da rotura, um prolongamento da fenda horizontalmente ao longo da armadura de tracção, evidenciando uma rotura por perda de aderência, possivelmente resultante da grande abertura da fenda por cedência do primeiro estribo do vão.

Yoon, Cook e Mitchell (1996) referem fendas semelhantes em vigas de betão de alta resistência sem armadura transversal ou com reduzida percentagem daquela armadura, que atribuem ao efeito combinado das tensões elevadas de corte na armadura longitudinal com as tensões desenvolvidas por aderência.

Na Figura 2.12 indicam-se as extensões de compressão do betão medidas na face superior da viga V_{1B} durante o ensaio. Dado que os valores medidos nos pares de extensómetros, E_1 e E_3, e E_2 e E_4, colocados em posições simétricas relativamente ao eixo da viga, foram muito próximas, as curvas representam a média das leituras obtidas em cada par.

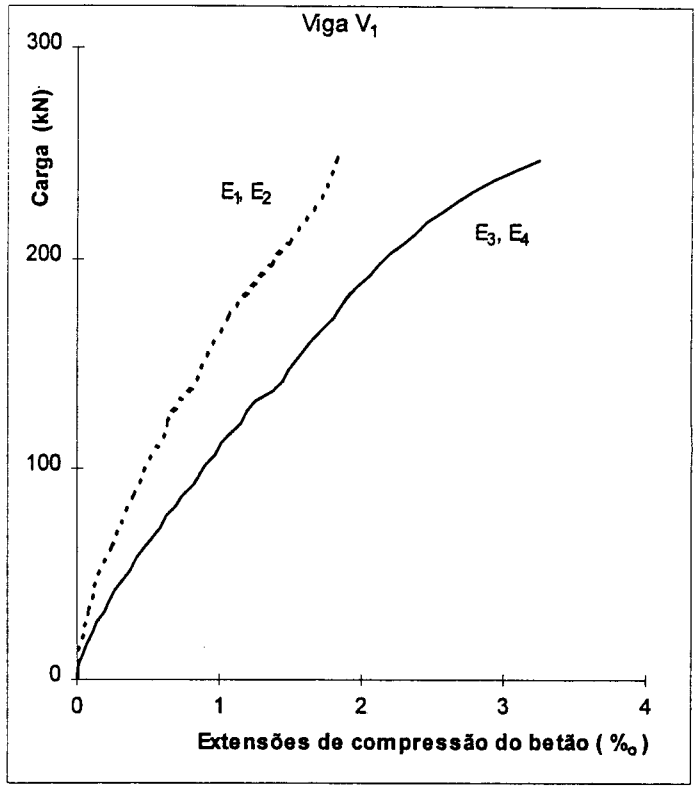


Figura 2.12 - Diagrama experimental cargas-extensões de compressão do betão. Viga V_{1B}.

2.3 - ANÁLISE DOS RESULTADOS

2.3.1 - Efeito da armadura transversal

Como já foi referido, o comportamento das vigas - o aspecto da fendilhação, a capacidade última e o mecanismo de rotura foi essencialmente influenciado pela presença da armadura transversal.

Observando os diagramas cargas-flechas representados na Figura 2.13 a) e b), relativos a vigas com idênticos valores de compressão axial e diferente localização dos estribos, pode verificar-se, nas vigas armadas ao esforço transverso, valores das cargas de rotura, F_u, muito superiores aos atingidos nas vigas sem armadura transversal.

Comparando os valores da carga última (média das duas vigas A e B), obtidos nos conjuntos V_1 e V_4, sem esforço axial, e V_2 e V_5, com compressão de 200 kN, obtem-se:

vigas sem esforço axial V_1 e V_4 $\rightarrow$ $F_{u,V1} = 2.2\ F_{u,V4}$

vigas com pré-esforço de 200 kN, V_2 e V_5 $\rightarrow$ $F_{u,V2} = 1.8\ F_{u,V5}$

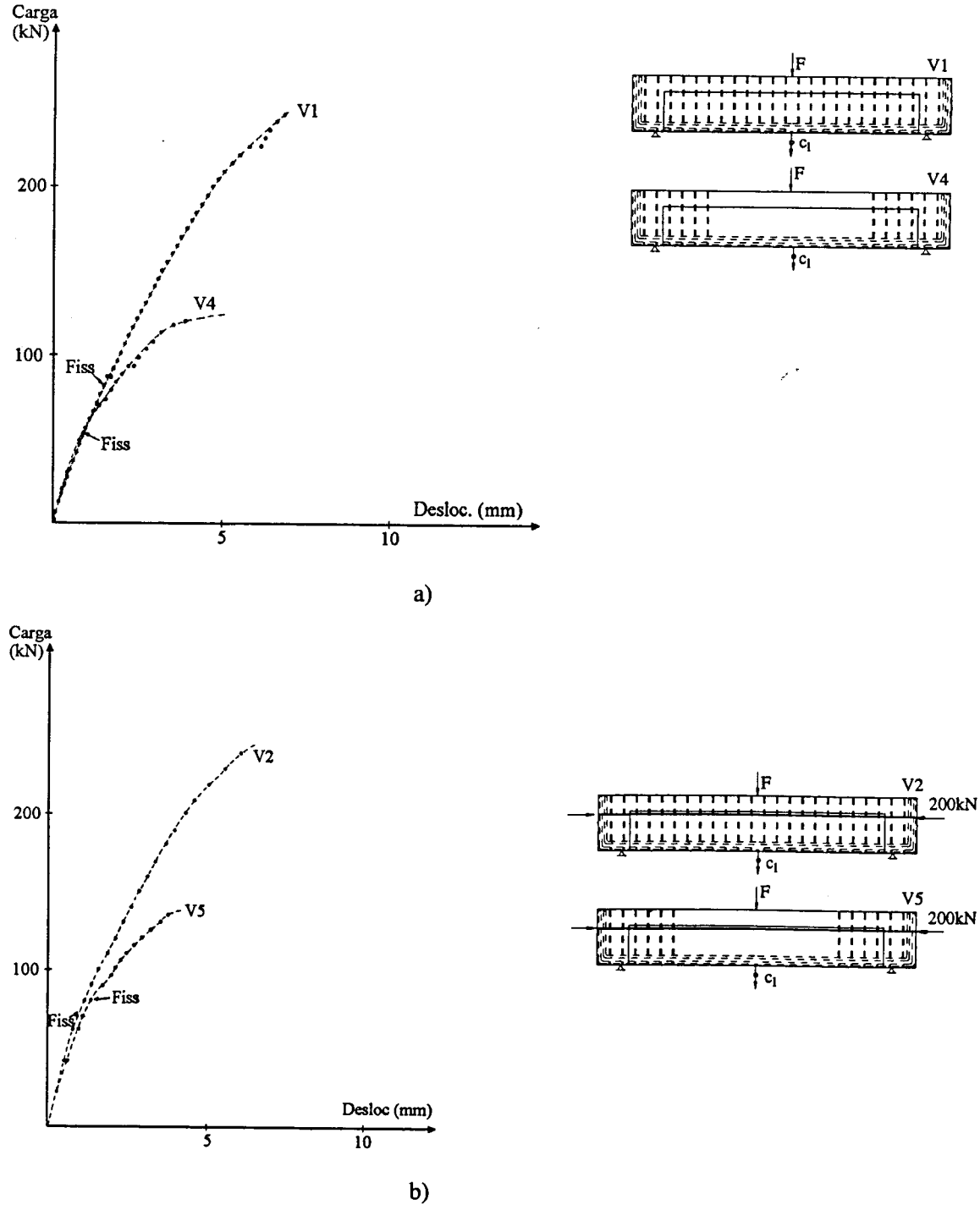


Figura 2.13 - Influência da armadura transversal. Diagramas cargas-deslocamentos sob o ponto de aplicação da carga. a)V_1 e V_4, b) V_2 e V_5.

2.3.2 - Efeito do esforço normal

Nas *vigas com armadura transversal*, V_1 e V_2, e para o nível de pré-esforço ensaiado (P = 200 kN), o efeito da compressão axial foi muito reduzido: os comportamentos observados foram semelhantes (Figura 2.14), com valores muito próximos da carga de rotura (média das duas vigas A e B, para cada caso):

$$F_{u,V1} = 266.8 \text{ kN}$$

$$F_{u,V2} = 262.7 \text{ kN}$$

A relação carga de fissuração/carga última apresentou também o mesmo valor, $F_{cr}/F_u = 0.27$, nas duas vigas.

Neste caso, a introdução do pré-esforço traduziu-se apenas numa menor abertura de fendas e numa diminuição do valor das flechas a meio vão, para o mesmo nível de carga. Na viga V_2 (P = 200 kN) observou-se uma redução daquelas flechas, de cerca de 30% em fase elástica e de 10% na rotura, relativamente às correspondentes na viga V_1, sem pré-esforço.

Note-se que a compressão aplicada introduzia uma tensão axial relativamente baixa, $\sigma_{cp} = P/A_c$ = 3,64 MPa e $P/A_c f_{cm} = 0.16$, e que a resistência média à compressão, f_{cm}, do betão das vigas V_1 era cerca de 16% superior à das vigas V_2.

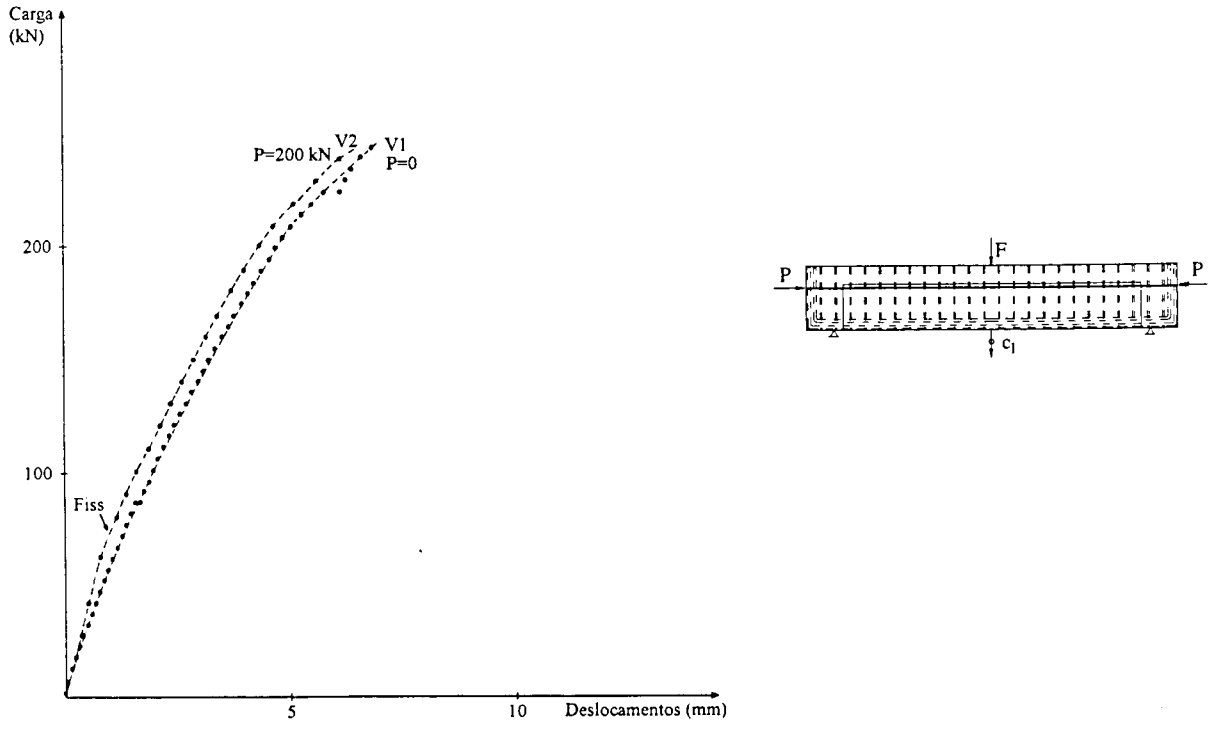


Figura 2.14 - Influência do esforço normal.Vigas com armadura transversal, V_1 e V_2.

Mattock e Wang (1984), em ensaios semelhantes sobre modelos de vigas com armadura transversal - simplesmente apoiadas, com valores idênticos da resistência à compressão do betão e com a mesma área das armaduras, solicitadas por uma carga concentrada a meio vão associada ou não a um esforço normal - observaram, nas vigas com uma compressão axial P à qual correspondia um valor $P/A_c f_c = 0.16$, idêntico ao correspondente nas vigas V_2, valores do esforço de corte correspondente ao início da fendilhação diagonal muito próximos dos encontrados em vigas idênticas sem esforço normal. A carga última foi, no entanto, nas mesmas vigas, substancialmente superior (36%) à encontrada nas vigas sem esforço axial, contrariamente ao que aqui se verificou em relação à viga V_2. Note-se que neste caso (viga V_2) a capacidade resistente última foi essencialmente condicionada pelo momento flector.

Nas *vigas sem armadura transversal*, pelo contrário, a presença do pré-esforço revelou, por confronto dos três níveis utilizados (200, 400 e 600 kN), um aumento substancial da influência da compressão introduzida, quer no atraso do aparecimento da fendilhação diagonal, quer no aumento da capacidade resistente última (Figura 2.15).

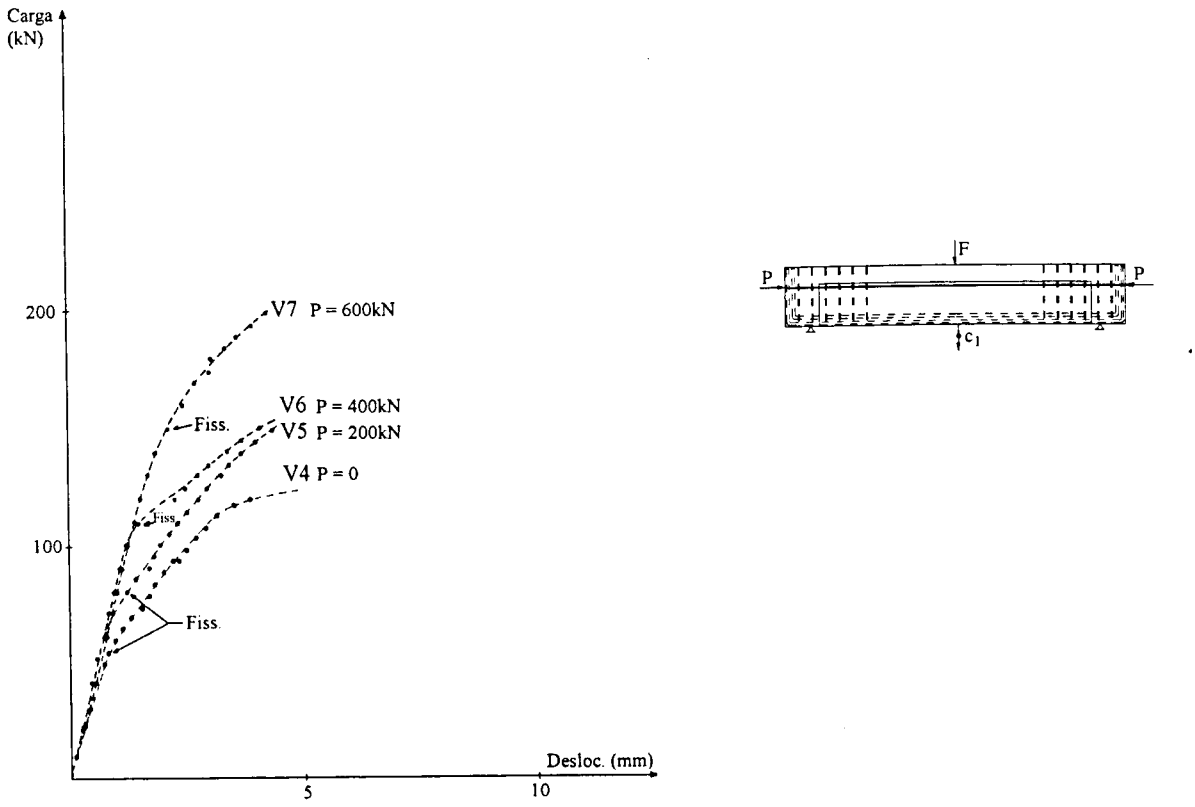


Figura 2.15 - Diagramas cargas-deslocamentos sob o ponto de aplicação da carga. Vigas V_4 a V_7.

Com o aumento do valor da compressão aplicada verificou-se uma diminuição da relação, F_u / F_{fiss}, entre a carga última e a carga correspondente ao início da fendilhação (Quadro 2.4).

Quadro 2.4 - Relação entre a carga última e a carga de início de fendilhação nas vigas sem armadura transversal.

Viga	V_4 P=0	V_5 P=200 kN	V_6 P=400 kN	V_7 P=600 kN
F_u / F_{fiss}	2.34	1.79	1.44	1.39

A tensão de referência de corte correspondente ao início da fendilhação, τ_{cr}:

$$\tau_{cr} = V_{cr} / (b_w \cdot d) \tag{2.2}$$

e a tensão última de corte, τ_u,

$$\tau_u = V_u / (b_w \cdot d) \tag{2.3}$$

com d =31.5 cm (altura útil da secção) apresentaram, nas diferentes vigas, os valores indicados no Quadro 2.5. No mesmo quadro apresenta-se também a resistência cúbica do betão à compressão e a tensão média de compressão introduzida pelo pré-esforço, nas diferentes vigas.

Quadro 2.5 - Vigas sem armadura transversal. Valores da tensão média de corte correspondentes à carga de início de fendilhação e à carga última.

Viga	V_4 P=0	V_5 P=200 kN	V_6 P=400 kN	V_7 P=600 kN
$f_{cc}^{(*)}$ (MPa)	17.9	21.2	17.8	28.3
$\sigma_{cp}^{(**)}$ (MPa)	0	3.64	7.27	10.91
τ_{cr} (MPa)	0.82	1.29	1.60	2.26
τ_u (MPa)	1.91	2.30	2.30	3.15

(*) f_{cc} - resistência média à compressão do betão em provetes cúbicos (valor médio obtido nas duas vigas A e B)

(**) σ_{cp} - tensão média de compressão introduzida pelo pré-esforço, $\sigma_{cp}=P/A_c$

Em rotura e na secção crítica o esforço transverso será suportado apenas pela resistência ao corte do banzo comprimido se se desprezar a contribuição da armadura longitudinal por efeito de cavilha.

No estado de tensão instalado nessa área, prolongado até à rotura, ocorrerá um esgotamento que corresponderá a uma tangência à curva intrínseca do betão (Figura 2.16) situada num trecho em que será legítimo assimilar o fenómeno a um estado de equilíbrio tipo Coulomb (2.4) podendo a segunda parcela, análoga ao efeito de atrito, representar uma contribuição decisiva na manutenção do equilíbrio limite.

$$\tau = c + \sigma \cdot tg\varphi \qquad (2.4)$$

φ – ângulo de atrito

c - coesão

F_r - faceta de rotura

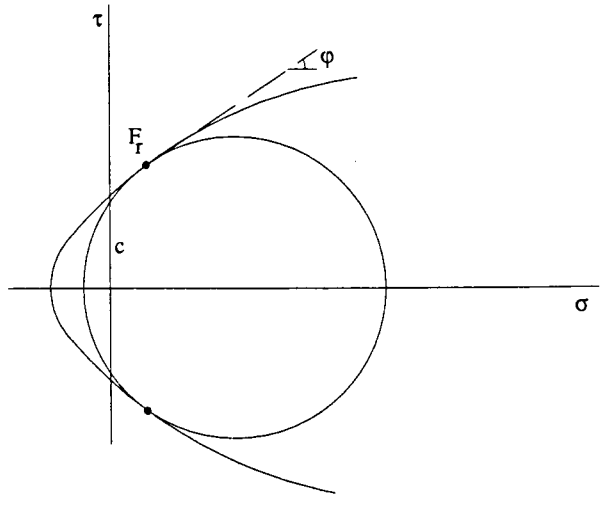


Figura 2.16 - Curva intrínseca do betão. Estado de tensão em torno da faceta de rotura.

Com efeito, a resistência que se gera através do atrito na secção transversal do banzo comprimido possibilitará o apoio duma biela de compressão dirigida sobre esse domínio,

suportando essencialmente o mecanismo prolongado até ao esgotamento do estado de equilíbrio contido no fenómeno.

O efeito do pré-esforço será o de reduzir a componente tangencial da compressão incidente nesse banzo.

O valor da carga de rotura da viga V_7, com valor mais elevado do esforço normal (P=600kN), foi de $F_{u,V7}$ = 198.7 kN. Este valor é cerca de 65% superior ao valor correspondente atingido pela viga V_4, $F_{u,V4}$ = 120.1 kN, sem compresssão axial, e aproximadamente igual a 75% da carga máxima atingida pela viga V_1 ($F_{u,V1}$ = 266.8 kN), com armadura transversal e sem compressão axial.

Pode pois concluir-se que o esforço axial introduzido pelo pré-esforço compensou em parte a inexistência da armadura transversal na efectivação da capacidade resistente das vigas ao esforço transverso.

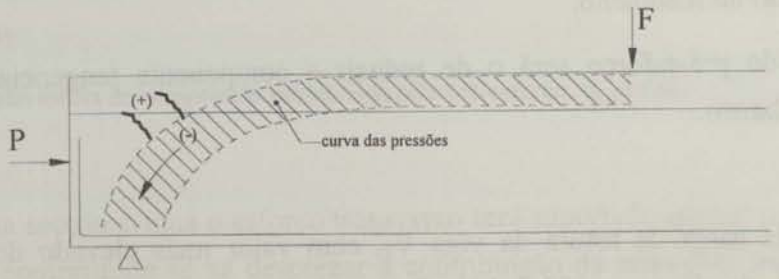
2.3.3 - Aspectos particulares da fendilhação

São de referir alguns aspectos observados na distribuição e evolução das figuras de fendilhação, determinados fundamentalmente pela geometria da secção e pelo tipo de solicitação aplicada:

Aparecimento de fendas transversais na face superior do banzo junto aos apoios:

- nas vigas de secção em T ou em I de alma delgada, como no caso presente, a trajectória das forças de compressão em direcção aos apoios "concentram-se" no interior do banzo (de maior largura), inflectindo com grande curvatura junto à secção dos apoios. A inclinação acentuada por essas isostáticas de compressão, equilibradas pela armadura inferior, poderá levar ao aparecimento de fendas de tracção na parte superior daquelas secções (Figura 2.17,a).

Estas fendas, já referidas por alguns experimentadores (Leonhardt, 1978), foram também aqui observadas (Figura 2.17,b), revelando a existência de tracções na parte superior da viga que não seriam de prever em face do diagrama dos momentos flectores. São devidas fundamentalmente à trajectória das isostáticas de compressão, desviadas para concorrerem com as reacções concentradas nos apoios, afastando-se assim dos traçados relativos ao sólido de Saint-Venant.



a)



b)

Figura 2.17 - a) Trajectória da curva das compressões b) Fenda junto ao apoio na face superior da viga V_5.

- Rotura por escorregamento entre os banzos e a nervura da secção em T:

- verificou-se, nas vigas sem armadura horizontal no banzo, perto da rotura o aparecimento de fendas longitudinais na face superior do banzo junto à secção de aplicação da carga, originadas por tensões tangenciais na ligação entre a parte saliente do banzo e a nervura, que levaram à separação daquelas duas superfícies (Figura 2.18).

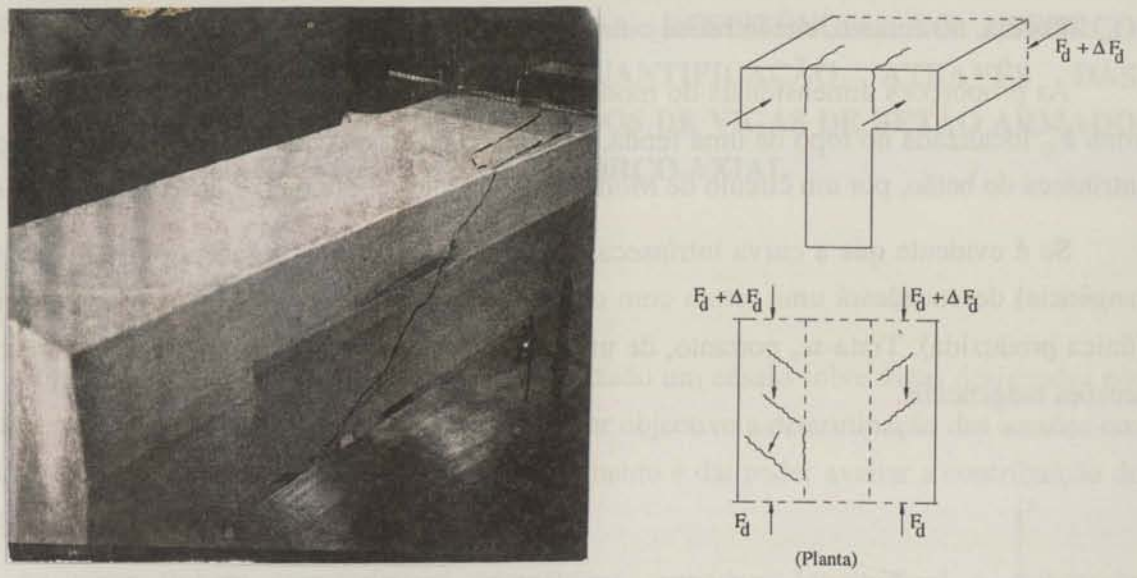


Figura 2.18 - Fendas longitudinais na face superior do banzo. Viga V_4.

F_d - força longitudinal actuando na secção do banzo.

Rotura por "splitting" do betão sob o ponto de aplicação da carga:

- a rotura por "*splitting*" (clivagem) é caracterizada pela progressão da fenda inclinada através da zona comprimida de betão produzindo um destaque (ou mesmo uma "projecção") do betão superior.

Este fenómeno, descrito por Robinson como uma rotura *silenciosa*, foi observado na rotura das vigas sem armadura transversal.

Este tipo de rotura ocorre geralmente em vigas sem armadura transversal, geralmente fora das zonas de actuação de cargas concentradas, tendo sido atribuido, por alguns investigadores, às tensões transversais de tracção (induzidas pelas tensões de compressão) de valor suficientemente elevado para originar a abertura de fendas, que conduziam a uma expansão volumétrica do betão não contido pela ausência dos estribos.

Como exemplo cita-se Kotsovos (1984), que, analisando vigas de betão armado solicitadas por duas cargas simétricas, com armadura transversal localizada apenas nas zonas correspondentes ao "vão do esforço transverso", encontrou um mecanismo de rotura por "*splitting*", por progressão de uma fenda diagonal que se estendeu à zona interior às cargas, sem armadura transversal. No entanto, quando os estribos foram localizados em toda a viga esse efeito não foi observado.

Poderá, no entanto, encontrar-se outra explicação para este tipo de rotura.

As proporções dimensionais do modelo e ainda outros factores, poderiam determinar na zona F_r, localizada no topo de uma fenda, um estado de tensão que se traduz, quanto à curva intrínseca do betão, por um círculo de Mohr com tangência sobre o eixo dos τ (Figura 2.19).

Se é evidente que a curva intrínseca é uma figura contínua, a faceta pior situada (a de tangência) desencadeará uma rotura com um mecanismo em que é soberana a componente τ (única produzida). Trata-se, portanto, de um caso de rotura do betão por efeito exclusivo das tensões tangenciais.

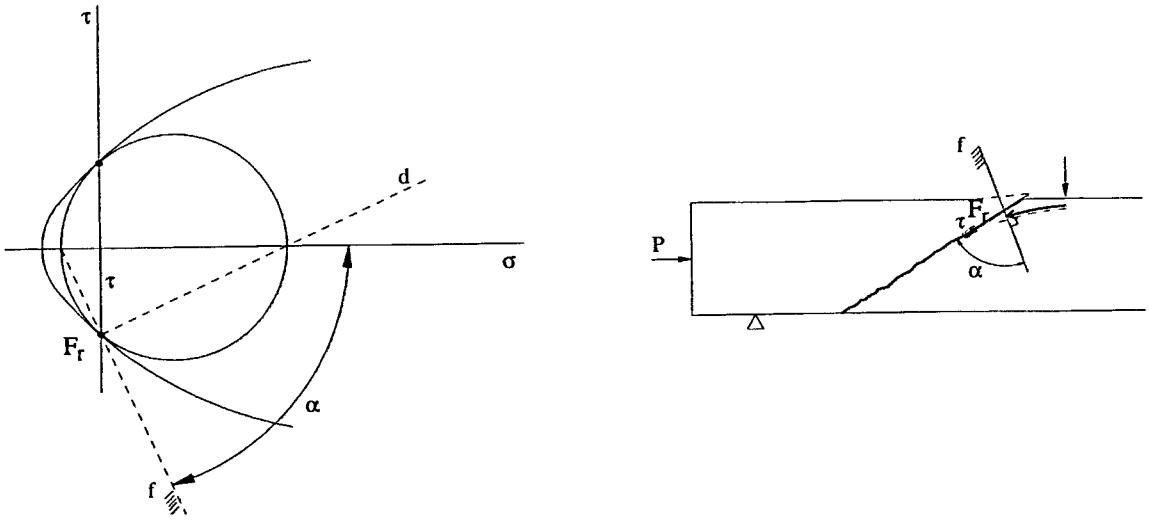


Figura 2.19 - Rotura por "*splitting*". Estado de tensão na fenda de rotura.

f - faceta principal máxima

d - direcção principal máxima

α - ângulo entre a faceta de rotura e a faceta principal máxima

Poderá ainda dizer-se que é um caso único, já que é sempre por tracção ou por compressão que o betão rompe, em estado de solicitação correspondente: na compressão simples, por exemplo, a rotura produz-se por escorregamento mas há uma compressão combinada na faceta de rotura; na torção simples, o estado de corte simples traduz uma rotura por tracção pura; no "*splitting*" é que se poderá encontrar uma rotura por corte simples.

2. 4 - CONTRIBUIÇÃO DO BETÃO NA RESISTÊNCIA AO ESFORÇO TRANSVERSO. ANÁLISE E QUANTIFICAÇÃO ATRAVÉS DAS EXTENSÕES MEDIDAS NOS ESTRIBOS DE VIGAS DE BETÃO ARMADO SOLICITADAS À FLEXÃO SEM ESFORÇO AXIAL

2.4.1 - Descrição dos ensaios das vigas V_3

Como inicialmente referido, foi também realizado um ensaio sobre vigas designadas por V_3 (dois modelos idênticos, V_{3A} e V_{3B}), que teve por objectivo a determinação das tensões nos estribos da armadura transversal durante o carregamento e daí poder avaliar a contribuição do betão ao esforço transverso.

As vigas tinham características geométricas, armadura longitudinal e solicitação idênticas às das vigas V_1, sem compressão axial, com armadura transversal em todo o comprimento realizada neste caso com varões de 6 milímetros de diâmetro, espaçados de 8 cm (Quadro 2.6).

Para o objectivo pretendido foram medidas, por meio de extensómetros eléctricos de resistência (1 a 10 na Figura 2.20), as extensões nos estribos em dez secções previamente escolhidas, segundo o esquema representado na Figura 2.20.

A posição dos extensómetros foi determinada, no ensaio da primeira viga (V_{3A}), pela localização aproximada das primeiras fendas diagonais na alma, formadas num carregamento prévio.

Foram então postos a descoberto os estribos, nas secções de cruzamento com as fendas e ainda noutras secções escolhidas aleatóriamente, numa extensão suficientemente reduzida para permitir as operações de colagem dos extensómetros e soldadura dos terminais eléctricos. Os orifícios foram depois preenchidos com argamassa (Figura 2.21).

Foram também instalados sobre os estribos extensómetros mecânicos, de 0.5cm de abertura, nas posições *a*, *b*, *c*, e *d* assinaladas na Figura 2.20.

No ensaio da segunda viga, V_{3B}, foram apenas utilizados extensómetros eléctricos, que seguiram uma localização próxima da escolhida na viga V_{3A}, tendo, neste caso, sido colados nos estribos antes da betonagem da viga.

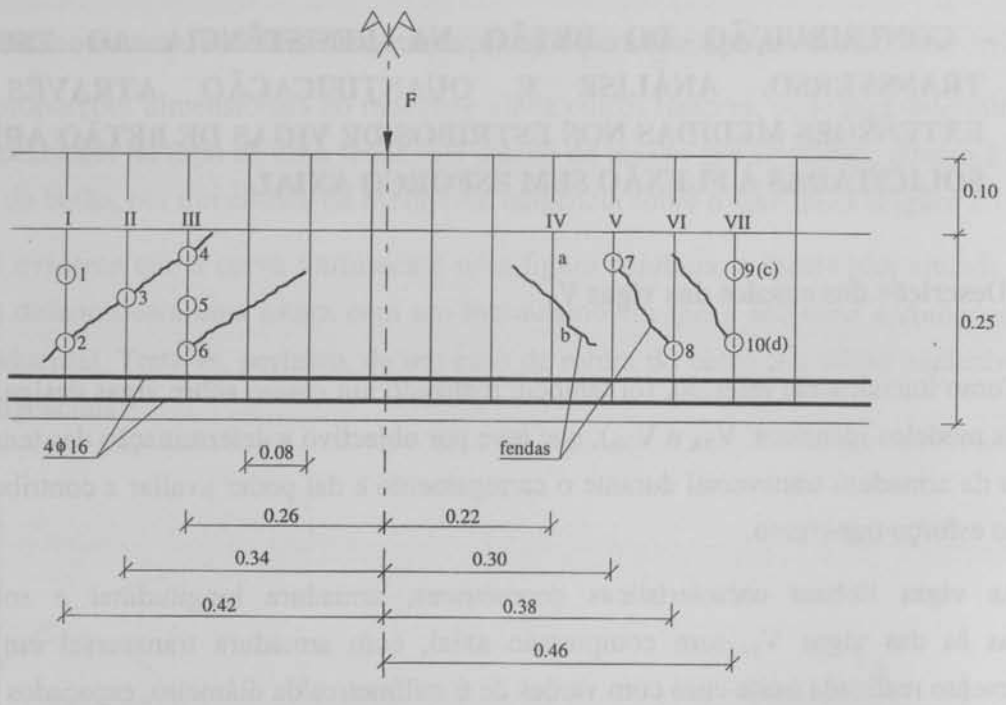


Figura 2.20 - Localização dos extensómetros sobre a armadura transversal. Viga V_3.

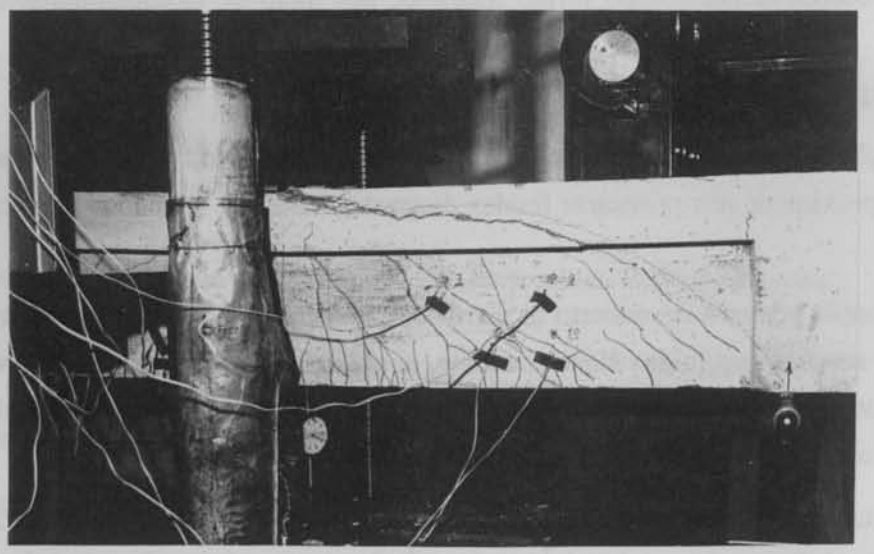


Figura 2.21 - Aspecto da instrumentação utilizada nos ensaios das vigas V_3.

Foram efectuados dois ciclos de carga e descarga com medição das leituras nos extensómetros e um terceiro carregamento até à rotura. A fendilhação observada (Figura 2.21) foi idêntica à das vigas com armadura transversal, já descrita, verificando-se uma rotura por flexão-corte com esmagamento do betão na secção crítica, sob a carga $F_u = 291$ kN (média

dos dois provetes V_{3A} e V_{3B}), superior à teoricamente esperada em rotura por flexão de acordo com as características dos materiais (Quadro 2.6).

Quadro 2.6- Resultados dos ensaios das vigas V_3.

Viga	Arm. Transv.	Resist. cúbica do betão à compressão f_{cc} (MPa)	Carga de fissuração $F_{cr,exp}$ (kN)	Carga de rotura exp. $F_{u,\,exp}$ (kN)	Carga teórica de rotura por flexão $F_{u,teór.}$ (kN)	$F_{u,exp}/F_{u,teór}$
V_{3A}	ϕ6 af 8cm	33.98	76.5	306.9	252	1.15
V_{3B}	"	33.98	49.0	275.5	"	"

Na Figura 2.22 indicam-se os diagramas cargas-deslocamentos sob o ponto de aplicação da carga das duas vigas V_3. Na viga V_{3A} não foi possível a medição das flechas até à rotura por deslocamento do deflectómetro.

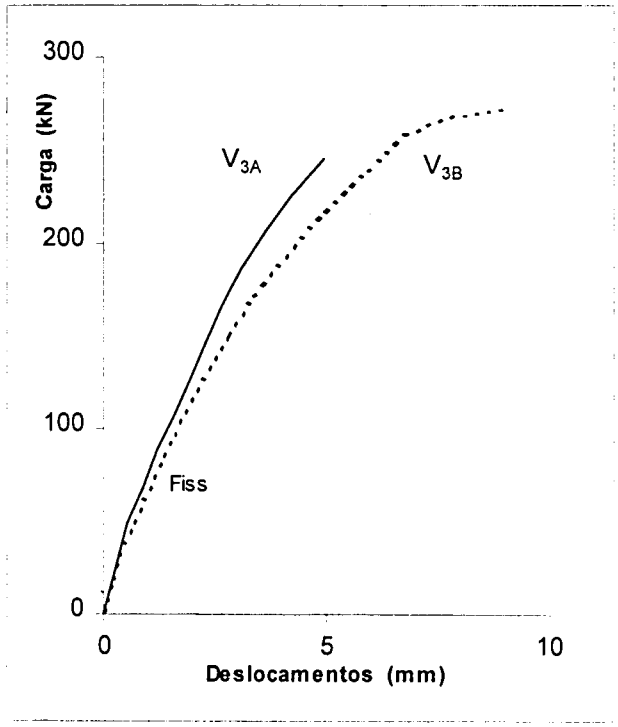
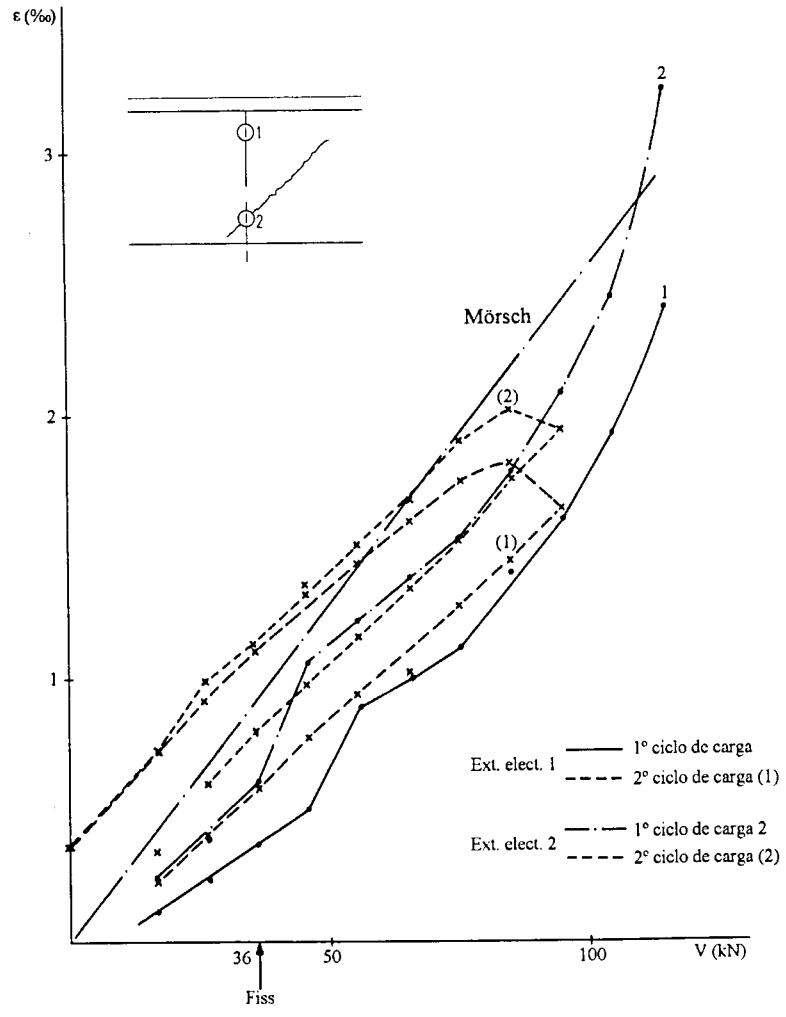


Figura 2.22 - Diagramas cargas-deslocamentos sob o ponto de aplicação da carga. Vigas V_{3A} e V_{3B}.

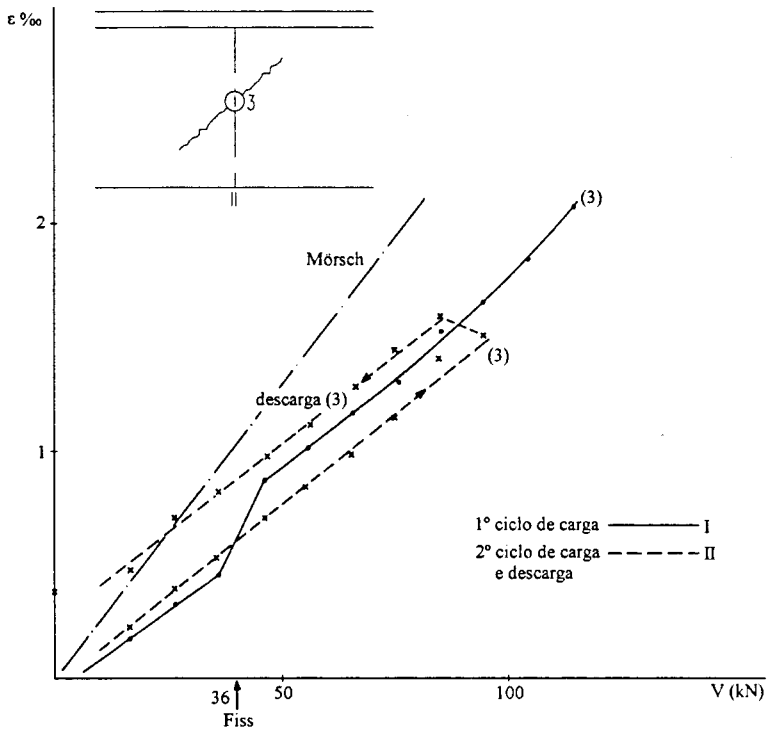
2.4.2 - Análise das tensões nos estribos

Com as leituras das extensões medidas nos estribos construiram-se os diagramas esforço transverso-extensão (V-ε), respeitantes às duas vigas V_{3A} e V_{3B}, que se representam nas Figuras 2.23 e 2.24, respectivamente.

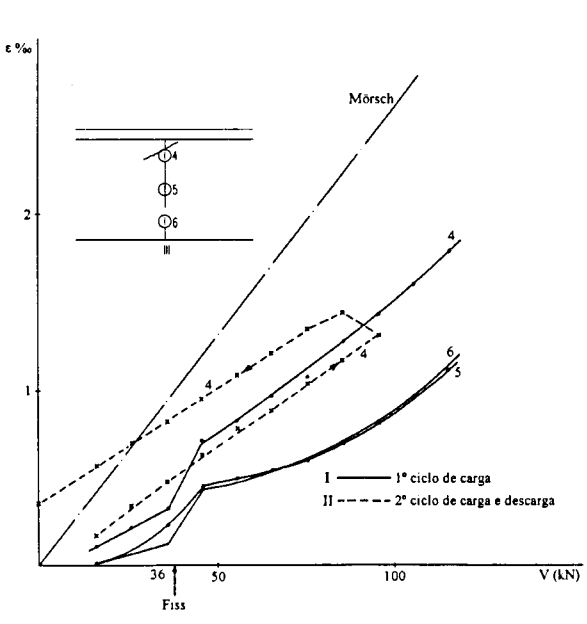


a)

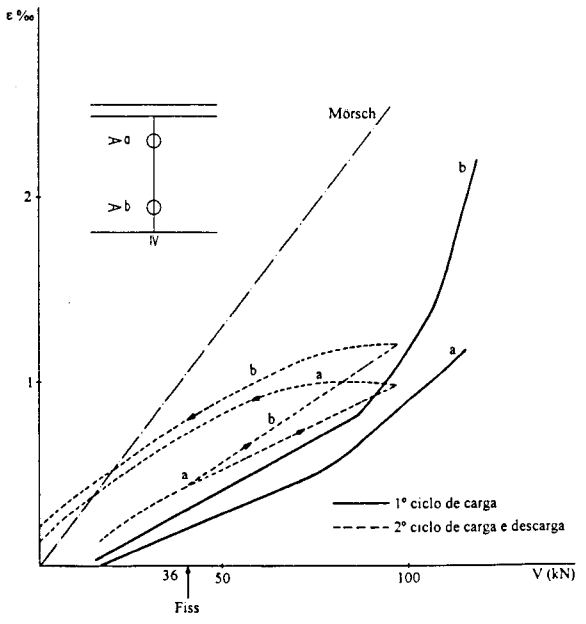
Figura 2.23 - Extensões na armadura transversal. Viga V_{3A} a) estribo I (e_1 e e_2).



b)

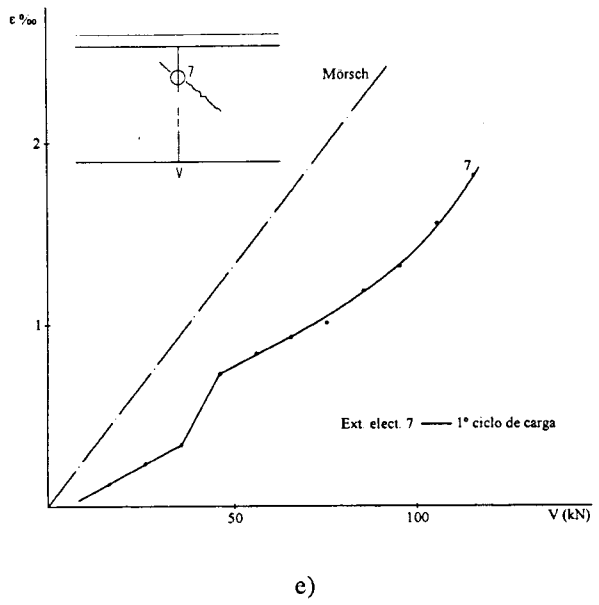


c)

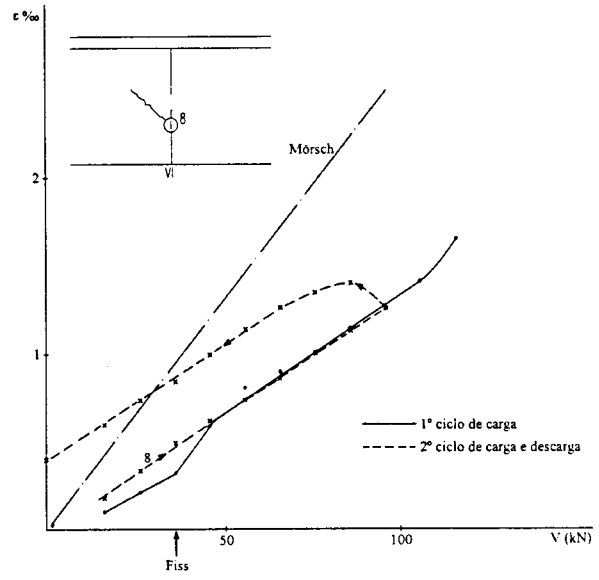


d)

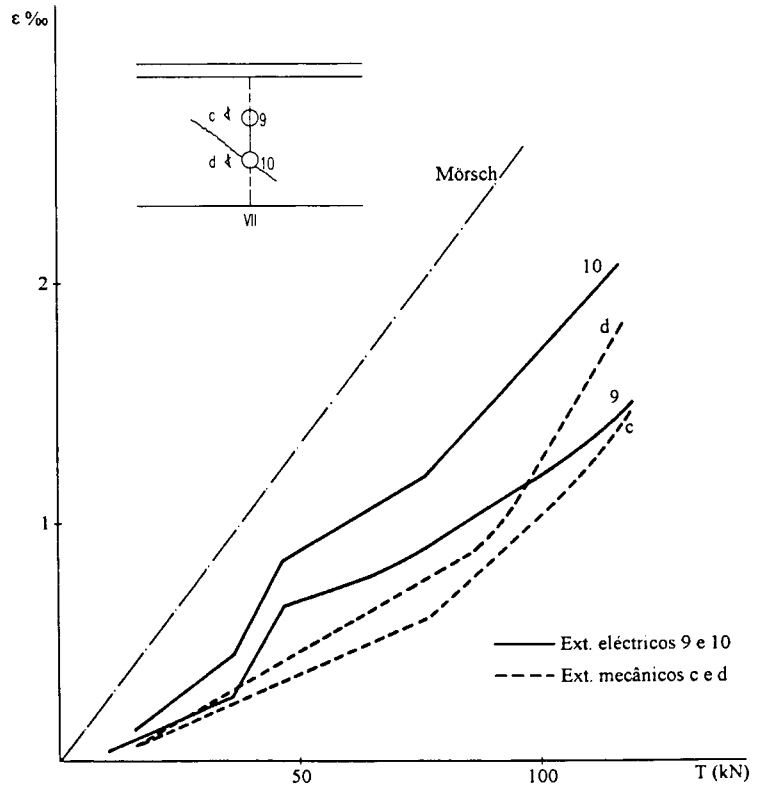
Figura 2.23 - Extensões na armadura transversal. Viga V_{3A} b) estribo II (e_3), c) estribo III (e_4, e_5 e e_6), d) estribo IV.



e)



f)



g)

Figura 2.23 - Extensões na armadura transversal. Viga e) estribo V, f) estribo VI (e_8), g) estribo VII (c, d, e_9 e e_{10}).

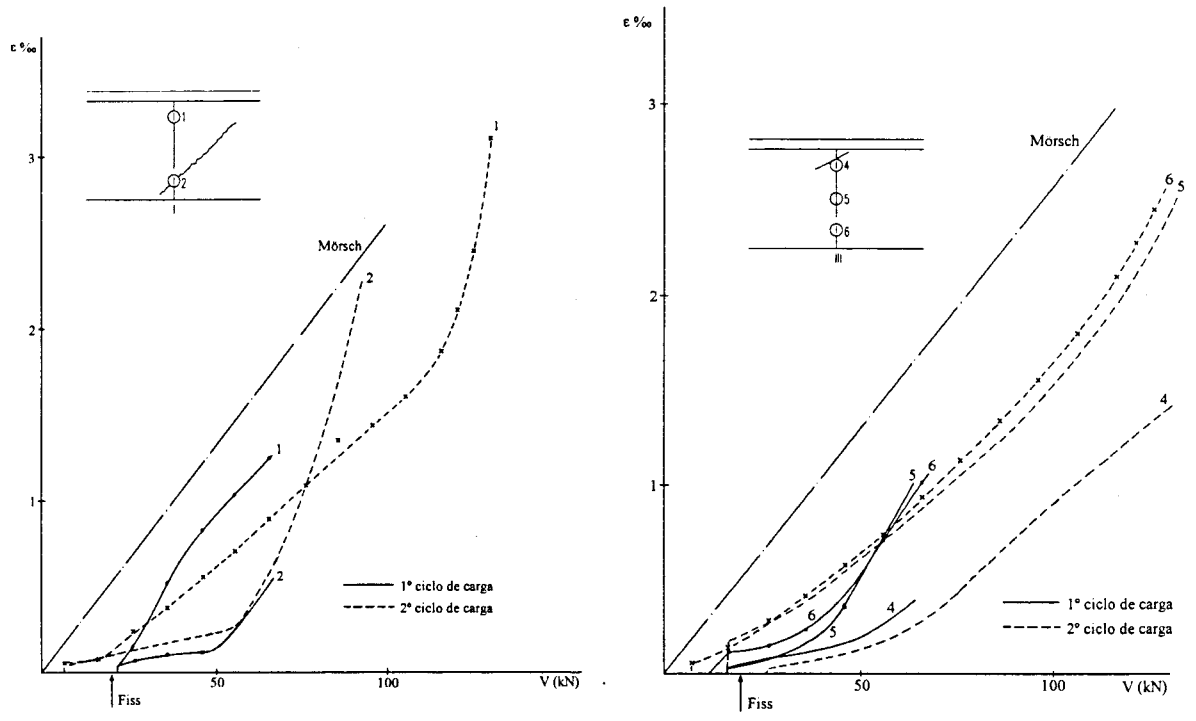


Figura 2.24 - Extensões na armadura transversal. Viga V_{3B} a) estribo I (e_1 e e_2), b) estribo III (e_5 e e_6).

Os diagramas apresentam três fases distintas:

- um troço inicial de pequena inclinação com valores muito reduzidos das tensões instaladas na armadura transversal, traduzindo a contribuição do betão até à fendilhação;

- uma descontinuidade bem visível com crescimento notável das extensões nos estribos, que assinala o início da fendilhação;

- uma terceira curva, correspondente à mobilização da armadura transversal, que se desenvolve com uma inclinação menor do que a inclinação teórica definida pela treliça com diagonais a 45°.

Em alguns casos, próximo da rotura, observa-se uma aproximação à recta de Morsch, traduzindo uma contribuição cada vez mais diminuta do betão na resistência ao corte (Figura 2.23,a). Esta diminuição poderá ser devida a uma cada vez maior participação dos estribos, não só pelas tensões neles produzidas como pelo seu número.

Este comportamento parece de certo modo contrariar o critério regulamentar, pela existência de uma contribuição do betão que permanece constante até ao estado limite. Esta posição resultou, entre outros, dos ensaios desenvolvidos por Leonhardt nos anos sessenta, e tem sido mantida nas várias edições dos códigos modelos do CEB.

Os diagramas aqui obtidos, com alguma aleatoridade, vão ao encontro dos resultados apresentados por Leonhardt e Thurlimann (1970) nos ensaios sobre vigas de secção em T, pré-esforçadas, com diferentes valores da espessura da alma, em que as tensões nos estribos embora sigam a habitual translacção em relação à recta teórica (Morsch), se desenvolvem na fase posterior no sentido de se aproximarem dessa recta, deixando mesmo uma faixa muito estreita na fase final.

Este resultado foi então interpretado pela maior ductilidade oferecida pela armadura de pré-esforço, permitindo um desenvolvimento mais rápido da fendihação, se bem que a sua percentagem talvez não fosse tão baixa que pudesse dar apoio a tal explicação.

Da análise dos diagramas pode ainda verificar-se:

- o aumento brusco de tensão nos estribos coincide aproximadamente com o aparecimento da primeira fenda vísivel, que ocorreu para o esforço de corte de V_{cr} = 36.0 kN na viga V_{3A} e V_{cr} = 24.5 kN na viga V_{3B}. Na primeira viga, V_{3A}, alguns estribos teriam já sido solicitados pelo carregamento prévio até ao aparecimento das primeiras fendas antes da instalação dos extensómetros; com efeito, neste caso, o primeiro troço do diagrama V-ε, correspondente à fase considerada "não fendilhada" apresenta uma inclinação que embora reduzida é superior à que se observa nos diagramas correspondentes da viga V_{3B} (sem carregamento inicial), com extensões praticamente nulas naquela fase.

- a distribuição das tensões nos estribos vem fortemente condicionada pela sua localização em relação às fendas formadas, observando-se os valores mais elevados das extensões nas secções atravessadas por uma fenda: comparando as leituras feitas nos três extensómetros e_4, e_5 e e_6, instalados no mesmo estribo III, a diferentes alturas (Figuras 2.23,c e 2.24,b), verifica-se que o valor mais elevado da tensão ocorreu na secção do estribo interceptada por uma fenda - extensómetro e_4, na viga V_{3A}, e extensómetro e_6, na viga V_{3B}.

Resultados semelhantes foram encontrados por Anderson e Ramirez (1989) em ensaios realizados em vigas simplesmente apoiadas com armadura transversal variável, que verificaram a cedência dos estribos em secções muito variáveis em altura, dependentes da sua localização em relação à fendas formadas.

- ao longo de uma mesma fenda os valores da extensões nos estribos por ela seccionados crescem com a distância da secção medida em relação à extremidade superior da fenda - nas curvas de variação das extensões nos estribos I, II e III medidas sobre uma mesma fenda (extensómetros e_2, e_3 e e_4, Figura 2.25), os valores mais elevados foram observados no extensómetro mais próximo da face inferior (e_4) - indicando a crescente abertura da fenda por rotação relativa das suas faces em torno da extremidade superior.

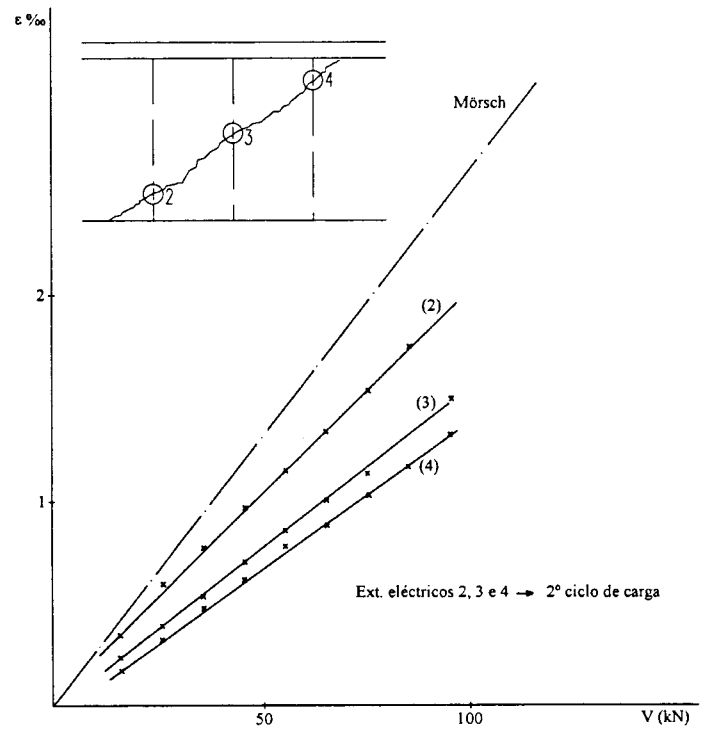


Figura 2.25 - Diagrama esforço transverso-extensões ao longo de uma fenda. Viga V_{3A}.

- a recuperação das extensões dos estribos na descarga não é total - ciclo de carga e descarga (a tracejado nos diagramas V-ε da Figura 2.23, a, b e c). A desagregação das partículas que romperam aquando a abertura da fenda não permitiu a justaposição posterior das duas faces da fenda na descarga, originando extensões residuais na armadura transversal.

2.4.3 - Avaliação da contribuição do betão ao esforço transverso

A contribuição do betão ao corte é geralmente avaliada pelo valor do esforço transverso correspondente ao início da fendilhação diagonal, V_{cr}. Até aí o esforço transverso é, quase na totalidade, absorvido pelo betão, como indicam os valores muito reduzidos das extensões medidas sobre os estribos.

Quando as tensões principais de tracção atingem o valor da resistência do betão à tracção formam-se as primeiras fendas perpendicularmente à direcção daquelas tensões, desenvolvendo-se um novo sistema de forças internas à custa de uma redistribuição das

tensões de tracção entre a armadura transversal e o betão entre fendas. Ao longo das faces da fenda desenvolvem-se simultaneamente tensões tangenciais por atrito gerado pelo deslocamento relativo entre elas.

Os "dentes" de betão separados pelas fendas ficam submetidos a um estado de tensão biaxial (tracção e compressão) apresentando, por isso, uma capacidade resistente à compressão que é inferior à sua resistência à compressão uniaxial.

Nesta fase (Jennewein, 1989), o estado de tensão no betão entre fendas pode ser traduzido através do círculo de Mohr representado na Figura 2.26, em que α–θ mede o ângulo formado pela direcção das compressões na alma (θ) com a inclinação das fendas de corte α.

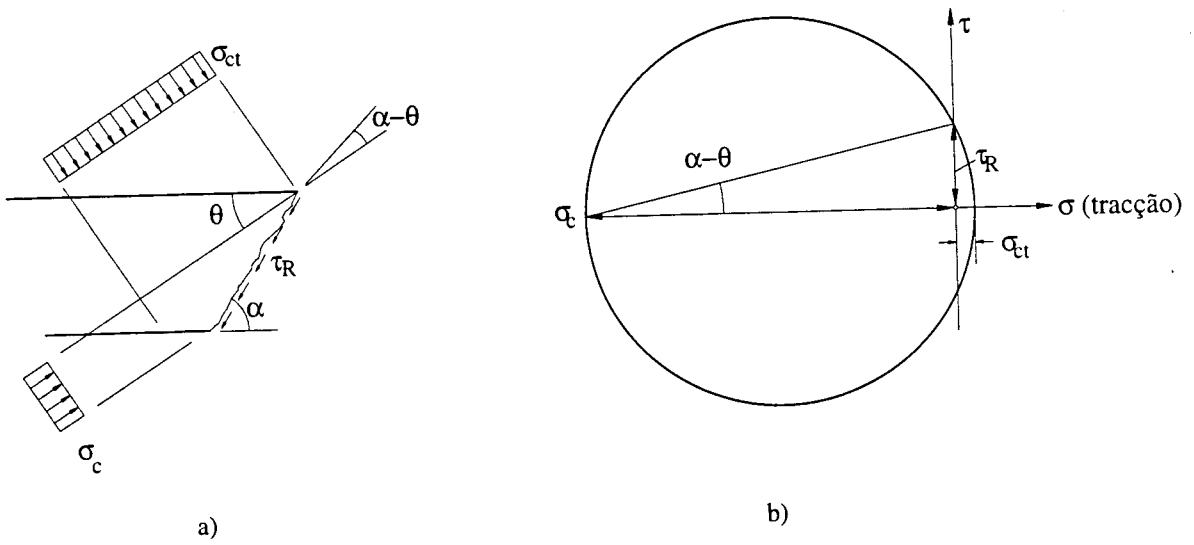


Figura 2.26 -a) Tensões actuantes na fenda; b) Círculo de Mohr do estado de tensão na face da fenda.

σ_c - tensão de compressão na biela de betão, de valor inferior à sua resistência à compressão uniaxial

σ_{ct} - tensão de tracção, inferior à resistência à sua tracção uniaxial

τ_R - tensão tangencial desenvolvida por atrito

α- inclinação da fenda

θ - inclinação das tensões de compressão na alma

Com o crescimento da solicitação, as tensões de tracção no betão entre fendas vão aumentando progressivamente até atingir o valor da resistência do betão à tracção, com formação de novas fendas e com nova redistribuição das tensões entre a armadura e o betão. Na fase final o betão da alma estará submetido a um estado de compressão uniaxial, atingindo

a sua capacidade resistente máxima à compressão. Nesse momento a inclinação das bielas comprimidas de betão é coincidente com a orientação das fendas de corte.

Numa tentativa de, com os resultados obtidos na experimentação, avaliar aproximadamente a variação da parcela V_c de contribuição do betão ao corte, desde o início da fendilhação até à rotura, foi ensaiado um procedimento simplificado que a seguir se descreve.

Essa contribuição é avaliada pela diferença entre o esforço transverso aplicado, V, e a parcela resistida pela armadura transversal, V_w, (considerando desprezável o efeito de cavilha da armadura longitudinal), $V_c=V-V_w$.

A parcela V_w. viria determinada a partir das tensões nos estribos (determinadas pelas correspondentes extensões medidas nos extensómetros e pelo diagrama de tracção do aço) e do valor θ de inclinação das compressões na alma.

Essa inclinação é, porém, impossível de quantificar correctamente já que varia, ao longo do carregamento, de acordo com o valor das tensões de tracção e de compressão do betão entre fendas e da abertura destas (pelo atrito desenvolvido entre as suas faces), que por sua vez condicionarão a repartição das tensões pelos estribos da armadura transversal. Essa repartição não é linear (porque aumenta o número de fendas), não só pelas tensões produzidas como também pelo número de estribos envolvidos.

Assim, para levantar essa indeterminação, foram consideradas hipóteses simplificadoras mais ou menos aproximadas, de modo a poder obter, pelo menos qualitativamente, a contribuição do betão ao esforço transverso:

i) foi analisada apenas uma zona da viga com um comprimento de 24cm (aproximadamente igual a $z\cdot cot\theta$, para $\theta \approx 45°$) envolvendo três estribos - estribos I, II e III (Figura 2.20), utilizando como valores de referência as extensões medidas nos extensómetros neles instalados (e_2, e_3 e e_4, respectivamente), seccionados por uma mesma fenda oblíqua.

A escolha destas posições foi determinada pela sua localização, sobre uma mesma fenda diagonal, a uma distância média da secção de aplicação de carga aproximadamente igual à altura da secção (zona onde teoricamente os estribos serão mobilizados), e pela semelhança dos valores das extensões observadas nos três extensómetros.

ii) a tensão média, f_{sw}, nos estribos I, II e III, considerou-se igual à média dos valores medidos em cada um deles, para os diferentes valores da solicitação.

Esse valor será também, por hipótese, o valor da tensão média nos estribos progressivamente envolvidos, por diminuição do ângulo θ, com o crescimento da solicitação.

iii) o ângulo θ de inclinação das tensões de compressão na alma foi considerado constante naquele comprimento, com os seguintes valores:

- θ =45° até à carga de fendilhação - comportamento ainda incipiente, de treliça com diagonais a 45° embora, teoricamente, só em fase avançada de fissuração do betão ele possa ser considerado efectivo;
- para a carga de rotura, o valor de θ (θ_u) foi determinado pela suposição de que a contribuição do betão estaria praticamente esgotada e o esforço transverso seria integralmente suportado pela armadura transversal ($V=V_w$ e $V_c=0$), a partir da expressão (treliça com bielas de inclinação variável):

$$V = V_w = \frac{A_{sw}}{s} \cdot f_{sw} \cdot z \cdot \cot\theta \tag{2.5}$$

(em fase próxima da de rotura, a viga apresentava uma elevada fendilhação com grande abertura das fendas e as extensões medidas nos estribos indicavam a cedência da armadura transversal em várias secções, pelo que seria aceitável considerar esta suposição)

- na fase intermédia de carregamento, entre o início da fendilhação e a rotura, na qual não é possível avaliar o valor de θ pelo número de parâmetros que o condicionam, foi considerada, por simplificação, uma diminuição do ângulo θ proporcional ao aumento do esforço transverso aplicado.

A quantificação da contribuição V_c do betão da viga V_{3A} conduziu aos resultados seguintes:

- para valores do esforço transverso inferiores ao correspondente à formação das primeiras fendas, $V<V_{cr}$ = 36 kN (indicado pela descontinuidade nos diagrama V-ε, embora a primeira fenda visível detectada a olho nu correspondesse a um valor um pouco superior, V=38.2 kN), admite-se que o esforço aplicado é suportado quase exclusivamente pelo betão.

Na realidade, as extensões medidas nas secções de referência não são nulas mas apresentam já um valor médio de $\varepsilon_m = 0.46 \cdot 10^{-3}$, devido ao carregamento inicial antes da instalação dos extensómetros; no entanto, a hipótese considerada poderá ser aceitável em face

dos valores desprezáveis das extensões medidas no ensaio da segunda viga, V_{3B}, que não sofreu carregamento prévio;

- para $V=V_{cr}$ = 36 kN e para as extensões médias medidas nos referidos estribos e correspondentes valores das tensões, f_{sw}, retiradas do diagrama de tracção dos varões, obtêm-se:

$$V_w = 19.5 \text{ kN} \qquad \text{(pela expressão (2.5) com } \theta=45°)$$

$$V_c = V\text{-}V_w = 16.5 \text{ kN}$$

- para o esforço transverso último, V_u = 153.4 kN, e supondo uma contribuição nula do betão ao corte, V_c=0, o valor de θ obtido pela expressão (2.5) foi:

$$\theta_u = 28.7°$$

(para esta inclinação os estribos existentes no comprimento $z \cdot cot\theta$ terão, por hipótese, uma tensão média igual à encontrada nos estribos I, II e III).

- na fase intermédia do carregamento e considerando, como já referido, uma diminuição do valor de θ proporcional ao aumento do esforço transverso aplicado, obtiveram-se os valores de V_c que se indicam no Quadro 2.7.

Quadro 2.7 - Contribuição do betão ao esforço transverso. Viga V_{3A}.

V	Ext. nos estribos $\varepsilon_{sw}(*10^{-3})$			Tensão méd.	Inclinação	V_w	$V_c=V-V_w$
(kN)	I (e2)	II (e3)	III (e4)	f_{sw} (MPa)	das bielas	(kN)	(kN)
0	0	0	0	0	-	-	-
16.1	0.20	0.18	0.11	34	45	(6.9)	(9.2)
26.2	0.41	0.32	0.22	67	45	(13.5)	(12.7)
36.0(*)	0.60	0.45	0.33	97	45	19.5	16.5
45.8	1.05	0.88	0.72	185	43.6	38.9	6.9
55.6	1.21	1.02	0.84	215	42.2	47.4	8.2
65.4	1.38	1.16	0.96	246	40.9	56.9	8.5
75.3	1.52	1.29	1.06	260	39.5	63.3	12.0
85.1	1.79	1.52	1.28	295	38.1	75.4	9.7
94.9	2.08	1.65	1.44	316	36.7	86.0	8.9
104.6	2.45	1.84	1.60	345	35.3	97.5	7.1
114.5	3.26	2.07	1.78	365	33.9	108.6	5.9
137.4	3.04	3.60	3.60	400	30.7	136.0	1.4
153.4	3.70	3.70	3.64	415	28.7	153.4	0

O mesmo procedimento foi efectuado para a viga V_{3B}, tomando como referência, neste caso, os valores médios das extensões medidas nos mesmos estribos, conduzindo aos resultados indicados no Quadro 2.8.

Quadro 2.8 - Contribuição do betão ao esforço transverso. Viga V_{3B}.

V	Ext. média nos estribos $\varepsilon_{sw}(*10^{-3})$			Tensão méd.	Inclinação	V_w	$V_c=V-V_w$
(kN)	I	II	III	f_{sw} (MPa)	das bielas	(kN)	(kN)
0	0	0	0	0	-	-	-
16.5	0.07	0.00	0.02	-	45	-	(16.5)
24.5(*)	0.12	0.10	0.19	31	45	(6.2)	(18.3)
35.8	0.28	0.16	0.30	53	43.3	11.3	24.5
45.6	0.40	0.23	0.41	74	41.8	16.6	29.0
55.4	0.51	0.34	053	97	40.3	23.0	32.4
65.2	0.66	0.50	0.69	130	38.9	32.6	32.6
75.0	0.87	0.70	0.87	171	37.4	45.1	29.9
84.8	1.16	0.90	1.07	219	36.0	60.9	23.9
94.6	1.35	1.08	1.27	259	34.5	76.1	18.5
104.4	1.54	1.24	1.49	299	33.0	92.6	11.8
114.2	1.67	1.36	1.74	315	31.6	103.4	10.8
119.1	1.93	1.46	1.87	326	30.9	110.1	9.0
124.0	2.13	1.52	2.01	341	30.2	118.6	5.4
128.9	2.54	1.60	2.19	352	29.4	126.0	2.9
136.5	2.73	1.64	2.32	370	28.7	136.5	0

(*) início da fendilhação

Analisando os resultados dos Quadros 2.7 e 2.8 pode verificar-se,

- na viga V_{3A}, para o incremento de carga imediatamente superior à carga de fendilhação, V=45.8 kN, um aumento substancial das extensões sofridas pelos estribos em relação aos valores anteriores e uma diminuição acentuada do valor de V_c, indicando a transferência das tensões de tracção do betão para a armadura transversal;

-na viga V_{3B} esse efeito não é notável, observando-se um crescimento proporcional das contribuições do betão até a um valor máximo, V_c = 32.6 kN, para V = 65.2 kN.

- na viga V_{3A} também se observa um ligeiro aumento de V_c depois de iniciada a fendilhação, embora o valor máximo atingido, V_c = 12.0 kN, fosse bastante inferior ao encontrado na viga V_{3B}. (a viga V_{3A} tinha sofrido um carregamento prévio até à fendilhação, antes da colocação dos extensómetros, pelo que não terá sido medido o valor integral da parcela resistente do betão ao esforço transverso até ao início da fendilhação. O aumento da contribuição do betão, depois de iniciada a fendilhação, poderá ser atribuido à mobilização do atrito entre as faces das fendas;

- na fase final, uma diminuição progressiva da parcela resistente de betão - redução do efeito do atrito entre as faces das fendas, pela maior abertura daquelas, e da resistência oferecida pelo próprio banzo comprimido, pela cada vez maior participação dos estribos.

Embora salvaguardando as hipóteses consideradas este procedimento fornece, pelo menos qualitativamente, uma percepção do processo de transferência das tensões de corte, antes suportadas pelo betão, para a armadura transversal.

Essa transferência é nítida nas secções atravessadas pelas fendas. Nas restantes secções instrumentadas, não seccionadas por fendas oblíquas, os valores das extensões são mais reduzidos, indicando uma participação do betão ainda elevada (ver gráficos de variação ε-V).

No procedimento seguido, como foram utilizados valores médios das extensões ao longo dos estribos, aquela transferência aparece de uma forma mais gradual, especialmente na viga V_{3B}, que, como não sofreu qualquer carregamento antes da colocação dos estribos, estes não terão necessariamente coincidido com as fendas que se vieram a formar.

A Figura 2.27 representa em diagrama as curvas de variação da contribuição do betão, V_c, com o esforço total de corte, V, nas duas vigas, que visualiza o comportamento idealizado.

A contribuição da armadura transversal será obtida pela distância, medida na vertical (direcção do eixo V_c) entre cada uma das curvas de variação de V_c e a recta a tracejado que indica o valor do esforço transverso total, V, aplicado.

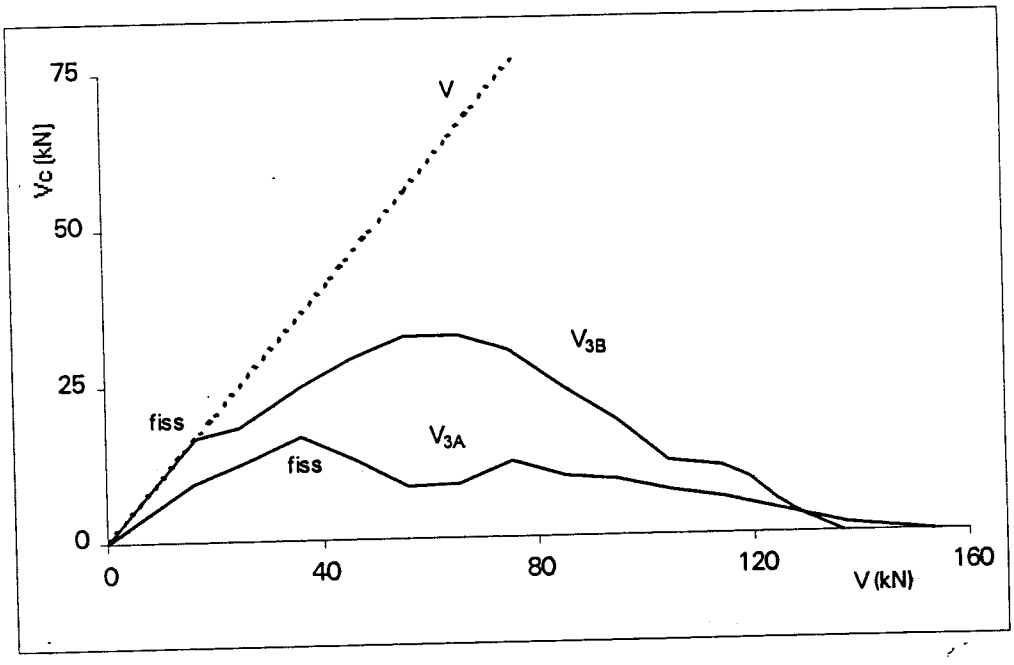


Figura 2.27 - Variação da contribuição V_c do betão ao corte com o esforço transverso V. Vigas V_3.

2.5 - CONCLUSÕES

O estudo comparativo da resistência ao esforço transverso de vigas com e sem armadura transversal, com iguais características geométricas, armaduras longitudinais e tipo de solicitação aplicada e com diferentes valores do pré-esforço permitiu concluir:

- nas *vigas com armadura transversal* e para o nível de pré-esforço aplicado, o efeito da compressão axial na capacidade última ao corte foi muito reduzido: os ensaios das vigas V_1 e V_2, sem pré-esforço e com compressão de 200 kN, respectivamente, evidenciaram cargas de início de fendilhação e de rotura muito semelhantes, sendo apenas notório um melhoramento do comportamento deformacional - diminuição do valor das flechas e da abertura das fendas nas vigas V_2, para a mesma carga aplicada. Note-se que estas vigas romperam por esgotamento à flexão - a capacidade resistente última à flexão era inferior à resistência correspondente ao esforço transverso - pelo que não se poderá daí concluir sobre o efeito da compressão na resistência ao corte.

- nas *vigas sem armadura transversal*, pelo contrário, a compressão axial, dentro de certos limites, exerceu um efeito favorável na capacidade resistente aos esforços de corte.

Os ensaios das vigas V_4 a V_7 revelaram valores da carga de fendilhação e de rotura crescentes com o nível de pré-esforço aplicado, muito embora o mecanismo de rotura fosse idêntico em todas elas.

A rotura foi originada pela grande abertura de uma fenda inclinada (de cada lado da secção do meio vão) que se prolongou a toda a altura da viga, orientada segundo a biela que liga a secção de aplicação da carga com o ponto de intersecção da armadura de flexão com o primeiro estribo do vão. Este ponto de separação das duas zonas da viga de diferente rigidez criada pela presença dos estribos terá funcionado como um ponto de apoio da biela de descarga.

A inclinação da fenda, que teoricamente deveria diminuir com o aumento do valor da compressão axial aplicada, foi assim aproximadamente constante e aparentemente insensível ao efeito do esforço axial.

O pré-esforço não foi efectivo no desenvolvimento de outros processos de transmissão da carga para os apoios, de modo que a resistência última foi, em todos os casos, essencialmente condicionada pelo valor das tensões de tracção na alma das vigas.

A presença dos estribos nas zonas junto aos apoios terá certamente desenvolvido, na última fase do carregamento, um mecanismo de treliça nas zonas extremas do vão, que não foi contudo suficiente para mobilizar a transmissão da carga para os apoios.

Uma possível transmissão da carga por um mecanismo de biela orientada para os pontos de ancoragem dos cabos de pré-esforço, que seria resistida por aumento da tensão naqueles, foi também inviabilizada pela progressão rápida da fenda através do corpo da viga.

Assim a carga última atingida ficou aquém da carga que seria determinada por esgotamento da capacidade resistente à flexão, limitando-se a 54% daquela carga, nas vigas V_4, sem compressão axial, 58% nas viga V_5, com P = 200kN, 65% nas vigas V_6, com P = 400 kN, e atingindo apenas 61% nas vigas, V_7, com compressão mais elevada (P = 600 kN).

Nos ensaios das duas vigas, V_3, com armadura transversal, a medição das extensões sobre os estribos permitiu interpretar mais claramente os mecanismos de transferência das tensões na alma entre o betão e as armaduras.

Na primeira viga (V_{3A}) a posição dos extensómetros coincidiu com a localização das fendas oblíquas formadas num carregamento prévio até ao início da fendilhação visível. No segundo modelo (V_{3B}) os extensómetros tomaram posições análogas, mas foram instalados sobre os estribos antes da betonagem da viga.

O desenvolvimento das curvas de variação das extensões permitiram identificar o início da fendilhação por uma descontinuidade bem visível, com aumento brusco da deformação medida. Até esse ponto as deformações foram muito reduzidas indicando uma participação muito diminuta dos estribos na resistência ao esforço transverso.

A mobilização dos estribos, depois de iniciada a fendilhação, é traduzida nos diagramas por um troço com inclinação inferior à inclinação definida pela recta de Mörch, embora, na

fase de rotura se observe em alguns casos uma aproximação à recta teórica, evidenciando a quase anulação da comparticipação do betão aos esforços de corte.

Verifica-se, também, que a maior ou menor participação dos estribos é essencialmente dependente da sua posição relativamente às fendas formadas: nas secções atravessadas pelas fendas os valores das extensões são substancialmente superiores aos observados no caso contrário.

Foi avaliada aproximadamente a contribuição do betão ao esforço transverso, ao longo do processo de carregamento, por um processo simplificado a partir das extensões (e correspondentes tensões) medidas sobre os estribos em secções localizadas sobre uma mesma fenda de corte. Essa contribuição foi procurada pela consideração de um valor variável para a inclinação θ das compressões do betão na alma ao longo do carregamento, supondo-se $\theta = 45°$ para a carga de fendilhação e, para a carga máxima atingida, essa inclinação determinada pela hipótese de que o esforço transverso seria integralmente resistido pela armadura transversal, pelo anulamento da contribuição do betão na rotura.

Capítulo 3

ESFORÇO TRANSVERSO

RESULTADOS EXPERIMENTAIS E SUA RÉPLICA EM MODELOS TEÓRICOS

3.1 - INTRODUÇÃO

O comportamento das vigas de betão armado e pré-esforçado submetidas a esforços de flexão-corte tem sido, nas últimas décadas, objecto de uma intensa investigação experimental e analítica não tendo, no entanto, daí derivado uma teoria racional generalizada, comparável à que regulamenta o comportamento das estruturas à flexão ou ao esforço axial.

A capacidade resistente ao esforço transverso é quantificada por expressões empíricas aferidas por resultados da experimentação e por modelos simplificados calibrados por coeficientes empíricos, que tentam traduzir a distribuição das forças internas resistentes.

Os primeiros modelos físicos de comportamento de vigas sem armadura transversal aos esforços de corte foram o *modelo de arco atirantado e o modelo de "pente"*.

O modelo de arco atirantado (Figura 3.1) desenvolvido por Kani em 1964, considerava a transmissão das cargas realizada através de um arco comprimido de betão, orientado para os apoios, atirantado pela armadura longitudinal de tracção. A mobilização desse arco de

descarga, como único elemento na condução das acções aplicadas para os apoios, era compatível com a não existência de aderência entre a armadura e o betão circundante, aceitando, no limite, um esforço de tracção constante ao longo de todo o comprimento dos varões.

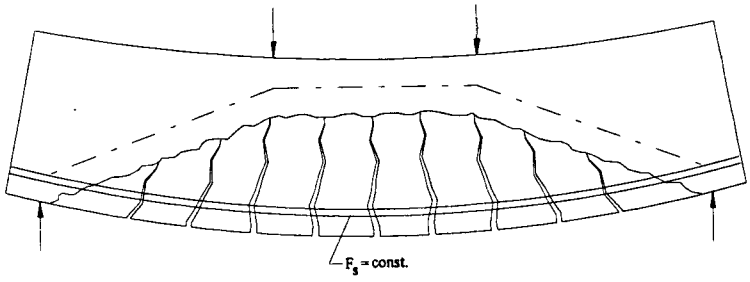


Figura 3.1 - Modelo de arco atirantado.

A medição das tensões na armadura longitudinal revelou, no entanto, que, até determinado valor da solicitação, as tensões na armadura variavam ao longo do seu comprimento proporcionalmente ao momento aplicado, o que não correspondia ao comportamento imaginado.

Fenwick e Paulay (ref. em Walraven, 1982) atribuiram essa variação ao efeito do atrito desenvolvido entre as faces das fendas, que contrariaria a deformação horizontal dos "dentes" de betão separados pelas fendas e encastrados no banzo de superior comprimido por alongamento da armadura longitudinal, e à resistência ao corte por efeito de *cavilha* da armadura longitudinal, desenvolvendo o modelo de "pente" (Figura 3.2).

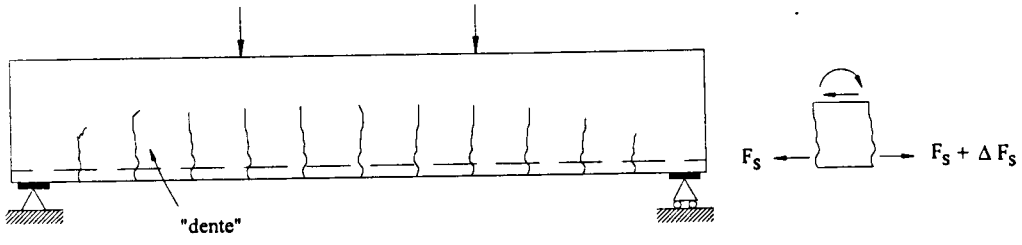


Figura 3.2 - Modelo de pente.

Kani verificou experimentalmente que a importância relativa de cada um destes modelos dependia do valor do parâmetro *a/d* (vão do esforço transverso/altura útil da secção), predominando, para valores de *a/d* inferiores a 2.5 a 3, o comportamento de arco atirantado

e, para valores de *a/d* entre aquele limite e 5.5 a 6, o comportamento essencialmente segundo o modelo de pente. Para *a/d* superior a 6 a interferência do efeito do esforço transverso é mais reduzida e a rotura ocorre geralmente por flexão.

A influência do valor da relação *a/d* foi também analisada por Zsutty (1971), que desenvolveu expressões empíricas para a resistência última ao esforço transverso em função daquele valor, e experimentalmente por Ahmad, Khaloo e Poveda (1986) e Ahmad e Lue (1987), em vigas de betão de alta resistência, Elzanaty, Nilson e Slate (1986), em vigas de betão pré-esforçado, Akhtaruzzaman e Hasnat (1986) em vigas de betão com agregados de tijolo, Salandra e Ahmad (1989), em vigas de betão leve de alta resistência, entre muitos outros, que observaram diferentes comportamentos e modos de rotura em função do valor daquela relação.

Dentro da filosofia do modelo de pente destaca-se o modelo de Reineck (1991), que define de uma forma física o efeito da engrenagem entre as faces de fendas, com base nas leis constituintes do atrito desenvolvidas por Walraven (1981, 1982). O modelo físico para o mecanismo de engrenagem desenvolvido por este último explica a transmissão das tensões de corte no betão fendilhado através das tensões normais e tangenciais produzidas por deslizamento entre as faces das fendas, por deformação e esmagamento da matriz cimentícia nas zonas de contacto. Walraven conclui, através de uma análise estatística de observações experimentais, que o atrito vem fundamentalmente dependente da resistência do betão e da curva granulométrica dos agregados utilizados na sua composição e do valor da abertura da fenda.

Entre os modelos de arco atirantado referem-se, entre outros, os modelos de Nielsen, Braestrup, Jensen e Bach (1978), que se baseiam na teoria da plasticidade.

Mais recentemente assistiu-se a um crescente interesse no estudo da fractura do betão, surgindo uma nova forma da Mecânica da Fractura aplicada ao betão com a definição do seu comportamento à tracção sob deformação monotonicamente crescente. O parâmetro mais importante neste estudo consiste na relação entre a abertura da fenda e a tensão instalada, associada à identificação da zona de fractura, "*crack band*", onde se verifica a propagação da fenda.

Foram desenvolvidos os *modelos energéticos* baseados em mecanismos de fractura, apresentados inicialmente por Hawkins, Mattock e Wyss em 1977 (ref. Walraven, 1982) e mais tarde por Bazant e Kim (1984). Estes modelos justificam a rotura por instabilidade das fendas - a rotura frágil por corte, em vigas sem armadura transversal, deriva da progressão rápida de uma fenda diagonal quando atinge um comprimento crítico para o qual a energia necessária para a abertura da fenda é menor do que a correspondente energia libertada por relaxação do material.

Segundo Bazant e Kim as expressões baseadas em critérios de resistência são aplicáveis a tipos de rotura dúcteis, mas não justificam as fracturas frágeis por tracção nas estruturas de betão, onde se verifica uma diminuição da tensão de tracção quando esta atinge a resistência limite do betão. Nestes casos, os critérios baseados em conceitos energéticos serão com certeza mais consistentes.

Nas vigas de betão pré-esforçado sem armadura transversal o efeito do pré-esforço traduz-se pela diminuição das tensões de tracção na alma da viga e pelo atraso na ocorrência das fendas de flexão. No caso de secção em I ou em T, mais usualmente utilizadas nos elementos pré-esforçados, o banzo comprimido pode ainda impedir temporariamente a progressão das fendas inclinadas através da zona comprimida, contrariamente ao que se verifica nas vigas de secção rectangular.

O efeito do pré-esforço no aumento da capacidade resistente ao esforço transverso é traduzido pelo factor β, aplicado à capacidade correspondente de peças sem pré-esforço, traduzido pela expressão:

$$\beta = 1 + M_0 / M_S \leq 2 \tag{3.1}$$

em que

M_0 - momento que aplicado à secção anularia a tensão de compressão resultante do esforço normal actuante de cálculo e do pré-esforço de cálculo na fibra extrema da secção,

M_S - valor do momento actuante.

Este procedimento baseia-se na hipótese de que o esforço transverso último, V_u, seria obtida pela soma da resistência da viga sem pré-esforço e sem armadura transversal, V_c, com a resistência oferecida por aquele, V_o,

$$V_u = V_c + V_o \tag{3.2}$$

sendo V_0 determinado por:

$$V_o = M_o / x = M_o / (M_s / V) \tag{3.3}$$

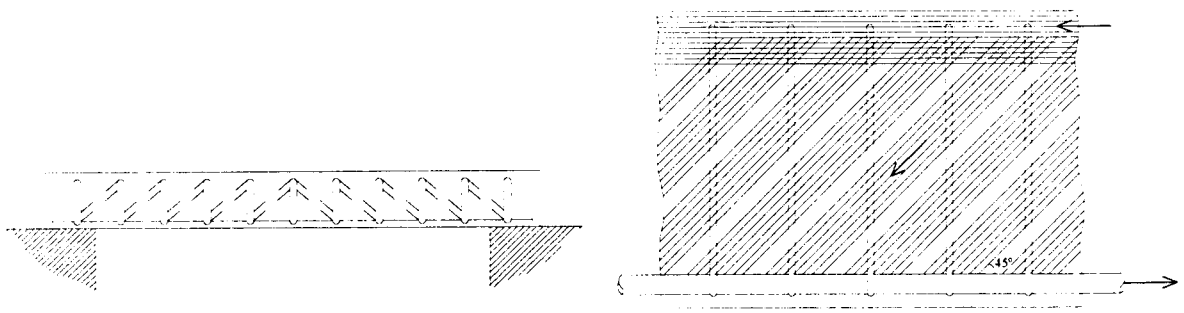
associando o comportamento de uma viga pré-esforçada ao de viga semelhante sem pré-esforço, a partir do momento de descompressão. Esta expressão revela-se, porém, inconsistente porque, no caso de vigas estaticamente indeterminadas, no ponto de inflexão do momento flector a capacidade resistente ao corte seria teoricamente infinita, pelo anulamento

de M_s (Walraven. 1987). Daí a adopção do parâmetro β definido pela expressão (3.1), vindo o esforço transverso último igual a:

$$V_u=\beta \cdot V_c \tag{3.4}$$

Nas vigas com armadura transversal o comportamento é tradicionalmente definido por *modelos clássicos em treliça*, que representam sistemas de forças internas em equilíbrio em estado último de resistência.

O primeiro modelo foi desenvolvido por Ritter em 1899 (Figura 3.3,a). Mörsch, em 1902, introduziu a treliça com diagonais orientadas a 45°, valor que traduzia a imagem elástica das tensões na alma da viga, "*modelo da analogia da treliça*" (Figura 3.3,b), embora já reconhecendo, através de múltiplas observações experimentais, a influência da percentagem da armadura transversal na inclinação das bielas comprimidas de betão.



a) b)

Figura 3.3 - Modelos de treliça. a) Modelo de treliça de Ritter; b) Modelo de Mörsch (Walther e Miehlbradt, 1990).

A vantagem desta modelação consistia na isostaticidade da treliça, não necessitando, por isso, de condições de compatibilidade para a determinação dos esforços nos seus elementos. A verificação da segurança em estado limite último de resistência ao esforço transverso é feita com base no teorema estático da análise limite (imposição de um campo de tensões estaticamente admissível e garantia de que não são ultrapassados os valores limites de resistência dos materiais), sendo por isso designados por modelos plásticos.

O modelo de treliça ajusta-se à reestruturação da peça após a fendilhação diagonal e traduz com alguma aproximação o seu comportamento estrutural, pelo que tem servido de base à formulação de diversas metodologias e normas regulamentares para o dimensionamento de estruturas de betão ao esforço transverso.

Resultados da experimentação demonstraram que o modelo de treliça a 45° era muito conservativo, especialmente para as vigas com reduzida armadura transversal: os ensaios de Leonhardt e Walther, em 1970, permitiram verificar, pela medição das extensões medidas sobre os estribos, que a armadura transversal só era efectiva depois de iniciada a fendilhação e que as tensões correspondentes se afastavam consideravelmente das previstas pelo modelo de Mörsch. Efectivamente, na treliça a 45° eram desprezadas a resistência à tracção e à flexão dos dentes de betão entre fendas, a resistência ao corte do banzo comprimido de betão, as acções tangenciais desenvolvidas por atrito entre as faces das fendas e o efeito de cavilha por resistência ao corte da armadura longitudinal, que contribuiam na resistência aos esforços transversos.

Leonhardt (1970, 1978) observou também a influência da relação entre a largura do banzo e a espessura da alma, b/b_w, na inclinação das fendas: para a secção rectangular (b/b_w=1) aquela inclinação era próxima de 30°; nas vigas de alma estreita, para b/b_w=6, ela foi sensivelmente igual a 42°, devido à concentração das tensões de corte na alma e à rarefacção das tensões normais. As tensões medidas nos estribos, revelaram também valores crescentes com a diminuição da espessura da alma, em contradição com o valor constante que seria de esperar pela treliça de Mörsch.

Nos ensaios de vigas de betão pré-esforçado verificam-se ainda maiores diferenças quando se utiliza a treliça a 45°. Numerosos estudos experimentais em vigas pré-esforçadas (Leonhardt, 1970, Mattock e Wang, 1984, Elzanaty *et al.*, 1986, Rezai-Jorabi e Regan, 1986, entre muitos outros) observaram que a presença da compressão axial originava uma menor inclinação das diagonais comprimidas solicitando um maior número de estribos do que o previsto pela treliça de Mörsch, bem como um alargamento do bloco comprimido de betão aumentando a sua contribuição resistente ao esforço transverso.

Estas observações levaram à introdução de um termo corrector na equação de Mörsch, "*modelo de treliça a 45° corrigido*" (Hedman e Losberg, 1978) que visava a consideração da contribuição do betão, V_c, aferida pela capacidade resistente de elementos sem armadura transversal (parcela já estimada por Mörsch em 30% do valor do esforço transverso aplicado).

Este termo empírico associado ao esforço transverso correspondente ao aparecimento da primeira fenda diagonal foi adoptado pela regulamentação para o dimensionamento das estruturas de betão aos esforços de corte.

Segundo esta metodologia a resistência ao esforço transverso vem determinada pela soma das contribuições do betão, V_c, e da armadura transversal, V_w:

$$V = V_c + V_w \tag{3.5}$$

A teoria da plasticidade foi também aplicada ao dimensionamento de vigas de betão à flexão-corte, a partir do fim da década de 50, nas escolas de Copenhague (Nielsen *et al.*, 1978, Exner, 1979, entre outros) e de Zurique (Thürlimann, 1978). Marti (1985) apresentou uma base justificativa dos modelos de treliça aplicados a campos descontínuos de tensões, pela teoria da plasticidade.

Grob e Thurlimann (1976), baseados em numerosos estudos experimentais, tentaram definir uma formulação geral para o dimensionamento de peças de betão ao corte através do "*modelo de treliça com inclinação variável das diagonais comprimidas de betão*", que se revelou como o que melhor traduzia o comportamento ao esforço transverso sendo por isso adoptado pela nova regulamentação europeia (EC2).

Dentro da filosofia da treliça de inclinação variável desenvolveram-se ainda modelos que procuram quantificar os vários fenómenos envolvidos na resistência ao corte como sejam o atrito entre faces de fendas, o efeito de cavilha da armadura longitudinal e a própria resistência à tracção do betão fendilhado, vindo então a contribuição do betão aferida, não pelo esforço de corte correspondente ao início da fendilhação diagonal, mas como resultado da conjugação daqueles efeitos ao longo do carregamento da peça:

Collins e Mitchell (1980) definiram as leis de comportamento do betão fendilhado e, em conjunto com Vecchio, desenvolveram um modelo contínuo "modified compression field theory" (Vecchio e Collins, 1986 e 1988, Collins e Mitchell, 1986, Collins *et al.*, 1996) para as acções de corte e de torção.

Schlaich, Schäfer e Jennwein (Schlaich *et al.*, 1987, Schlaich e Schäfer, 1991) fizeram a generalização da analogia da treliça aos "modelos de escoras-e-tirantes" e a sua aplicação a qualquer tipo de estrutura.

Marti (1985, 1986 e 1991), Nahlawi e Wight (1992), Tan e Naamann (1993), Ramirez e Breen (1991), Johnson e Ramirez (1989), Alshegeir e Ramirez (1992), entre outros, aplicaram os modelos de treliça ao cálculo de vigas de betão armado e pré-esforçado.

Reineck (1991) desenvolveu um modelo físico para a quantificação do efeito de atrito entre as faces de fendas na resistência ao corte.

Actualmente, verifica-se uma tendência para uniformizar a modelação do comportamento do betão através de *modelos de escoras-e-tirantes*, como generalização da filosofia de treliça a qualquer tipo de estrutura. Como método novo e necessitando ainda de clarificação em alguns aspectos, a sua aplicação exige uma sensibilidade acrescida do utilizador na escolha do modelo mais adequado ao comportamento real da peça e na definição da resistência efectiva dos elementos de betão que o constituem, de modo a obter a segurança estrutural pretendida.

Coexiste, no entanto, o dimensionamento tradicional através do critério de manutenção da parcela V_c. Os diversos regulamentos e códigos europeus propõem expressões empíricas para a quantificação desta última (no regulamento americano de betão armado ACI 318-83 (1983) ela é explicitamente considerada igual ao valor do esforço transverso de início de fendilhação) dependentes das dimensões da secção, da resistência do betão à tracção e das condições de carga e independente da armadura transversal, muito embora desmentido em parte pela experimentação, especialmente nas estruturas pré-esforçadas.

Note-se, porém, que as expressões empíricas e os modelos físicos para a avaliação da contribuição do betão ao esforço transverso são definidos com base em resultados experimentais, sendo necessário introduzir factores correctores de modo a ajustar os resultados teóricos aos obtidos na experimentação.

Esses factores são, em geral, coeficientes de redução, ν, "*effectiveness factor*", aplicados à resistência do betão à compressão, f_c, de modo a definir uma *resistência efectiva*, $f_c^* = \nu f_c$, que melhor traduza as observações experimentais. São essencialmente uma medida da ductilidade do betão (Exner, 1979, entre outros), englobando ainda outros efeitos implícitos como o estado de tensão inicial, a rigidez dos materiais, os efeitos de escala, a actuação de cargas prolongadas elevadas, a extensão transversal do betão (Collins *et al.*, 1980, 1986), etc.

De um modo geral o factor de eficiência, ν, toma valores entre 0.60 e 0.75.

Referem-se também os modelos numéricos de análise não linear, que permitem obter a resposta contínua de uma estrutura durante todo o processo de carregamento e, consequentemente, aferir a sua segurança quer em fase de utilização quer em fase de rotura.

Estes modelos exigem, além da definição das características geométricas, das solicitações e da história de carga da estrutura, o conhecimento das relações entre os materiais componentes e das leis que os regem. Esse conhecimento é actualmente permitido pela sofisticação atingida pelos equipamentos de análise experimental, que possibilitam a caracterização do comportamento "pós pico" através das curvas descendentes dos diagramas σ-ε dos materiais.

Verifica-se actualmente um progressivo desenvolvimento na formulação dos modelos de análise não linear, calibrados através dos resultados da experimentação, possibilitado pelo aumento da capacidade de processamento, pelas facilidades de utilização de programas gráficos interactivos e pela rapidez dos computadores digitais (Figueiras, 1983, Póvoas, 1991, Cervenka e Pükl, 1992, entre outros).

A aplicação destes modelos conduz, no entanto, a um acréscimo da responsabilidade do utilizador na escolha correcta dos valores dos parâmetros envolvidos.

No presente capítulo são apresentados alguns modelos de comportamento de vigas submetidas aos esforços de flexão-corte, referindo-se com algum pormenor a sua formulação, com vista à sua aplicação às vigas que foram objecto do estudo experimental que se descreve no capítulo anterior - Capítulo 2 - e à comparação crítica dos resultados assim obtidos com os correspondentes valores determinados na experimentação.

3.2 - DESCRIÇÃO DOS MODELOS

3.2.1 - Modelos adoptados pela regulamentação

Não foi até agora possível encontrar um modelo único de dimensionamento ao esforço transverso verificando-se, mesmo em relação aos regulamentos europeus, uma divergência nos métodos propostos.

A regulamentação portuguesa, REBAP (1983), adopta um dimensionamento a partir dos esforços seccionais determinados pela teoria da treliça a 45° corrigida, baseando as suas disposições, embora com algumas alterações, no Código Modelo 1978, "Standard Method".

A metodologia apresentada pelo Código Modelo MC90 (CEB-FIP, 1991) é fundamentada na determinação da resistência da estrutura e dos seus componentes com base

na interpretação de modelos físicos de treliça de ângulo variável (Figura 3.4) que deverão verificar aproximadamente as condições de compabilidade.

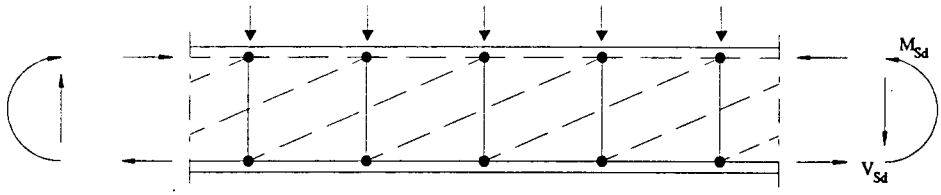


Figura 3.4 - Modelo de treliça para vigas de betão armado com banzos paralelos.

São indicados diferentes valores para a resistência de cálculo do betão à compressão uniaxial em zonas não fendilhadas ou fendilhadas, para atender à redução de resistência por efeito da tensão transversal introduzida pela armadura e pela necessidade de transmitir forças através das fendas. Esses valores são determinados pelas expressões seguintes, função dos valores característico, f_{ck}, e de cálculo, f_{cd}, da resistência do betão à compressão,

$$f_{cd1} = 0.85 \cdot \left[1 - \frac{f_{ck}}{250}\right] \cdot f_{cd} \quad \text{- betão não fendilhado} \quad \text{(MC90, 6.2-4)} \qquad (3.6)$$

$$f_{cd2} = 0.60 \cdot \left[1 - \frac{f_{ck}}{250}\right] \cdot f_{cd} \quad \text{- betão fendilhado} \quad \text{(MC90, 6.2-5)} \qquad (3.7)$$

Estas expressões são aplicáveis na condição de a extensão máxima, ε_{cu}, em qualquer fibra não exceda o valor dado por:

$$\varepsilon^{*}_{cu} = 0.004 - 0.002 f_{ck} / 100 \qquad (f_{ck} \text{ em MPa}) \qquad (3.8)$$

O valor do ângulo θ de inclinação das bielas de betão da alma pode ser escolhido livremente no intervalo $18.7° \leq \theta \leq 45°$ $(1 \leq \cot\theta \leq 3)$, em função das características da secção e da percentagem das armaduras. A fixação da amplitude de variação de θ neste intervalo está relacionada com o valor dos esforços normais aplicados ao betão, não sendo aconselháveis valores baixos daquele ângulo no caso de peças submetidas a flexão composta com tracção. A contribuição do betão, em particular, o efeito de atrito entre as faces de fendas, "*aggregate interlock*", não são aqui directamente quantificados, podendo este último ser traduzido pelo valor do ângulo θ (a uma menor inclinação, θ, corresponderá um maior efeito de atrito).

O Eurocódigo EC2 (1991) propõe dois modelos alternativos de cálculo, deixando ao projectista um critério indefinido de escolha: o *método padrão*, em que a inclinação das bielas é fixa e igual a 45° e o termo corrector se mantem ainda que com algumas alterações, e o *método das bielas de inclinação variável*, no qual o ângulo θ pode variar de acordo com a geometria da secção e com a percentagem das armaduras transversal e longitudinal e não é considerado o termo corrector. Verifica-se, no entanto, uma tendência cada vez maior para o desaparecimento do termo corrector, V_c, bem como do valor fixo da inclinação, θ.

A acção do pré-esforço é introduzida, no modelo de *treliça a 45° corrigido*, através de:

- um factor corrector β, que incide sobre a parcela correspondente à contribuição do betão, V_c, (modelo adoptado pelo REBAP) determinado pela expressão (3.1), para o valor de cálculo do momento actuante, na secção de verificação da segurança ao esforço transverso, vindo, neste caso, a capacidade resistente determinada por:

$$V = \beta \cdot V_c + V_w \tag{3.9}$$

- introdução, na expressão que quantifica a capacidade resistente do betão ao corte, de uma parcela igual a 15% da tensão de compressão introduzida pelo pré-esforço (adoptado pelo EC2).

Na modelação através do *método das bielas de inclinação variável* a acção do pré-esforço é traduzida de duas formas diferentes e simultâneas: a primeira, através da diminuição da inclinação das diagonais comprimidas da treliça, devido à compressão aplicada, aumentando o efeito do atrito desenvolvido entre as faces das fendas; a segunda, pela mobilização de um arco resistente de betão mobilizado pelas forças de ancoragem dos cabos, que equilibra uma parcela das acções instaladas, sendo a restante absorvida pela treliça de inclinação variável.

No MC90 os efeitos do pré-esforço são introduzidos em modelos resistentes (do tipo do representado na Figura 3.5) para a verificação da segurança em estado limite último; a acção do pré-esforço é considerada como uma solicitação exterior (Regan, 1992).

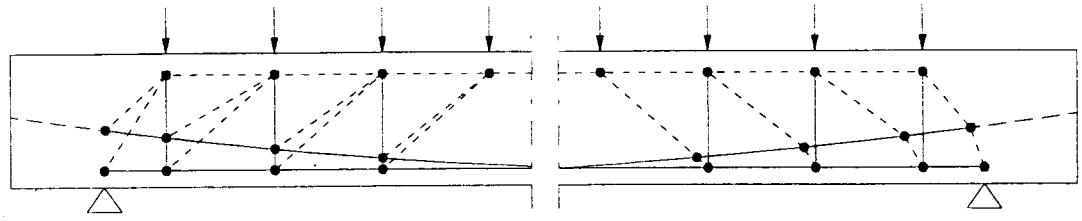


Figura 3.5 - Modelo para vigas de betão pré-esforçado com cabos curvilíneos (MC90).

3.2.1.1 - REBAP

A resistência ao esforço transverso é obtida mediante a associação do termo correspondente à contribuição do betão, V_c, com a resistência da armadura transversal, V_w, determinada para uma inclinação de 45° das diagonais da treliça (os índices d e R designam cálculo e resistência):

$$V_{Rd} = V_{cd} + V_{wd} \tag{3.10}$$

em que a contribuição do betão é definida pela expressão empírica:

$$V_{cd} = \beta \cdot \tau_1 \cdot b_w \cdot d \tag{3.11}$$

$\beta \leq 2$ - factor que quantifica o efeito do pré-esforço, determinado pela expressão (3.1) (com M_S em valor de cálculo) referente à secção em estudo,

τ_1 – tensão resistente do betão ao corte, expressa por: $\tau_1 = 0.6 f_{ctd}$

f_{ctd} - valor de cálculo da resistência à tracção do betão, $f_{ctd} = \gamma_c f_{ctm}$, ($\gamma$ =1.5) sendo a resistência média, f_{ctm}, função do seu valor característico, f_{ck},

$$f_{ctm} = 0.3 \, (f_{ck})^{2/3} \tag{3.12}$$

e a contribuição da armadura transversal é obtida pela expressão que resulta do equilíbrio da treliça:

$$V_{wd} = 0.9d \cdot \frac{A_{sw}}{s} \cdot f_{syd} \cdot (1 + \cot\alpha) \cdot sen\alpha \tag{3.13}$$

sendo:

A_{sw} - área da secção da armadura transversal

f_{syd} - valor de cálculo da tensão limite de cedência da armadura transversal,

α - ângulo da armadura transversal com o eixo da peça

A parcela V_{cd}, que traduz a contribuição do betão, não é baseada em nenhum modelo físico e é constante para cada caso e independente da percentagem de armadura de flexão.

Importa garantir que as tensões de compressão nas bielas da alma não conduzem à rotura por esmagamento do betão, pelo que o valor do esforço transverso resistente máximo é limitado pela condição:

$$V_{Rd} \leq \tau_2 \cdot b_w \cdot d \tag{3.14}$$

função das dimensões da secção e da tensão de referência τ_2 , determinada pela expressão, $\tau_2=0.3\, f_{cd}$ (f_{cd} - valor de cálculo da resistência à compressão do betão).

Esta expressão traduz a limitação do valor da tensão máxima de compressão em $0.6f_{cd}$, para atender às tracções no betão entre fendas introduzidas pelo comportamento à flexão dos dentes de betão encastrados no banzo superior comprimido, pela deformação da armadura longitudinal de tracção.

3.2.1.2 - Eurocódigo 2

O EC2 (1991) propõe dois métodos de cálculo:

- o *método padrão*, em que a inclinação das bielas é fixa e igual a 45° e a parcela correspondente à contribuição do betão se mantem,

- o *método das bielas de inclinação variável*, no qual o ângulo θ pode variar, de acordo com a geometria da secção e com a percentagem das armaduras transversal e longitudinal, no intervalo $21{,}8° \leq \theta \leq 68{,}2°$ ($0.4 \leq \cot\theta \leq 2.5$) quando a armadura longitudinal não é interrompida no vão e entre $26{,}6° \leq \theta \leq 63{,}4°$ ($0.5 \leq \cot\theta \leq 2$) no caso contrário, e não é considerado o termo corrector.

O dimensionamento é baseado em três valores resistentes de cálculo:

V_{Rd1} - valor de cálculo do esforço transverso resistente de elementos sem armadura transversal,

V_{Rd2} - valor máximo de cálculo do esforço transverso resistente que pode ser suportado sem esmagamento das bielas comprimidas de betão,

V_{Rd3} - valor de cálculo do esforço transverso resistente de uma peça com armadura transversal.

A segurança ao esforço transverso é determinada pela limitação do valor de cálculo do esforço transverso actuante V_{Sd}, pelas condições:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd2} \tag{3.15}$$

$$V_{Sd} \leq V_{Rd3} \tag{3.16}$$

A primeira exprime a segurança ao esmagamento das bielas comprimidas de betão pela parcela V_{Rd2}, que é uma função da resistência do betão à compressão, das dimensões da secção e da inclinação α dos estribos. No caso de existência de um esforço axial de compressão os esforços nas bielas virão agravados relativamente aos determinados pela acção exclusiva do esforço transverso, devendo então atender-se a esse efeito reduzindo o valor de V_{Rd2} para $V_{Rd2,red}$, obtido pela expressão:

$$V_{Rd2,red} = 1.67 \cdot V_{Rd2} \cdot (1 - \frac{\sigma_{cp,eff}}{f_{cd}}) \leq V_{Rd2} \tag{3.17}$$

em que $\sigma_{cp,eff}$, igual a:

$$\sigma_{cp,eff} = \frac{N_{sd} - f_{yk} A_{s2} / \gamma_s}{A_c} \tag{3.18}$$

representa a tensão média efectiva no betão devido ao esforço normal, N_{Sd}, (por cargas aplicadas ou pré-esforço - a compressão é considerada positiva) com,

A_c - área total da secção de betão,

A_{s2} - área da armadura na zona comprimida, em estado último de resistência,

f_{yk} - tensão característica de cedência da armadura de compressão,

devendo verificar-se a condição: $f_{yk} / \gamma_s \leq 400\text{MPa}$ (γ_s =1.5 - coeficiente de segurança).

Nas secções em que é verificada a condição:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd1} \tag{3.19}$$

a segurança ao esforço transverso não requer armadura específica de esforço transverso (a menos da imposição da percentagem mínima daquela armadura). Neste caso, esforço transverso resistente é determinado, nos dois métodos, pela expressão empírica, que traduz a influência de vários parâmetros:

$$V_{Rd1} = \left[\tau_{Rd} \cdot k(1.2 + 40\rho_1) + 0.15 \cdot \sigma_{cp}\right] \cdot b_w d \tag{3.20}$$

em que:

$\tau_{Rd} = 0.25 \cdot f_{ctk0.05} / \gamma_c$ - valor de cálculo da tensão resistente do betão ao corte,

$f_{ctk0.05}$ - valor característico inferior da tensão de rotura do betão à tracção ($f_{ctk0.05}=0.7f_{ctm}$) e $\gamma_c=1.5$,

k =1.6 - $d \geq 1$, ou igual a 1 nos elementos em que mais do que 50% da armadura inferior é interrompida no vão) (d em metros) - coeficiente que representa um efeito de escala que avalia a contribuição da altura útil nos mecanismos de engrenagem,

$1.2 + 40\rho_l \leq 2$ (com $\rho_l = A_{sl} / b_w d$, sendo A_{sl} a armadura longitudinal de tracção num comprimento maior ou igual a $d+l_{b.net}$ além da secção considerada e $l_{b.net}$ - comprimento de amarração do varão) - indica a influência da percentagem da armadura no número e na abertura de fendas e no efeito de cavilha,

$\sigma_{cp} = N_{Sd}/A_c$ - o efeito do pré-esforço é introduzido, de uma forma simplificada, através da soma de uma parcela igual a 15% (sem justificação quantitativa) da tensão de compressão introduzida, na capacidade resistente de elementos sem armadura transversal.

Para elementos que necessitam de armadura transversal, $V_{sd} \geq V_{Rd1}$, o dimensionamento pode efectuar-se segundo os dois métodos acima indicados.

3.2.1.2.1 - Método padrão

A resistência de cálculo ao esforço transverso é determinada de acordo com a expressão:

$$V_{Rd3} = V_{cd} + V_{wd} \tag{3.21}$$

em que $V_{cd} = V_{Rd1}$ define a contribuição do betão (3.20) e a V_{wd} a da armadura transversal determinada pela expressão (3.13).

A condição de não esmagamento é obtida por:

$$V_{Rd2} = \frac{1}{2} b_w \cdot \nu f_{cd} \cdot 0.9d \cdot (1 + \cot\alpha) \tag{3.22}$$

em que ν é o factor corrector, a que já se fez referência, para atender à diminuição da resistência do betão à compressão, em relação ao valor de cálculo, determinada pelas tensões transversais de tracção nos dentes de betão separados pelas fendas induzidas pelo efeito de

engrenagem e pelo atravessamento dos varões e ainda à diminuição relativa da capacidade ao corte dos betões de alta resistência,

$$\nu = 0.7 - \frac{f_{ck}}{200} \geq 0.5 \tag{3.23}$$

Este factor redutor conduz, no caso de betões de classes superiores a C20/25, a resistências à compressão inferiores às determinadas pelo REBAP (no qual o factor ν é igual a 0.6).

3.2.1.2.2 - Método das bielas de inclinação variável

Os valores resistentes de cálculo são definidos pelas expressões:

$$V_{Rd3} = (\frac{A_{sw}}{s}) \cdot f_{ywd} \cdot z(\cot\theta + \cot\alpha) \cdot sen\alpha \tag{3.24}$$

e

$$V_{Rd2} = b_w z \cdot \nu f_{cd} \frac{\cot\theta + \cot\alpha}{1 + \cot^2\theta} \tag{3.25}$$

com $z = 0.9\,d$.

Deve ser ainda verificada a condição de não fragilidade,

$$\frac{A_{sw} f_{swd}}{b_w s} \leq \frac{1}{2} \cdot \frac{\nu sen\alpha}{1 - \cos\alpha} f_{cd} \tag{3.26}$$

da qual deriva o limite superior para o valor do ângulo θ igual a 45° ($\cot\theta > 1$), que vem no entanto em contradição com os limites teóricos anteriormente definidos.

De facto a consideração de valores de $\theta > 45°$ iria conduzir a situações em que fendas formadas inicialmente a 45° tenderiam a tomar inclinações superiores se se verificasse uma diminuição do valor do esforço transverso; este fenómeno foi observado apenas em situações de corte puro e poderá ocorrer na presença de esforços de torção, razão por que o EC2 mantem os limites anteriormente referidos para o ângulo θ (Levi *et al.*, 1992).

O método das bielas de inclinação variável, embora não considerando explicitamente a contribuição do betão ao corte, permite, em relação ao método padrão, uma maior liberdade no dimensionamento da armadura transversal. Em alguns casos verifica-se uma economia desta armadura (valores reduzidos do ângulo θ originam o envolvimento de um maior número de estribos na resistência ao corte, diminuindo consequentemente a tensão neles instalada) à custa, no entanto, de um aumento do prolongamento adicional, a_l, da armadura de flexão,

$$a_l = z/2 \cdot (\cot \theta - \cot \alpha) \tag{3.27}$$

e de um aumento do esforço nela instalado, ΔF, por efeito do esforço transverso,

$$\Delta F = 0.5\ V \cdot (\cot \theta - \cot \alpha) \tag{3.28}$$

Nestes casos a verificação do estado limite de fendilhação poderá ser condicionante para o dimensionamento, essencialmente em elementos de grande vão. No método padrão são válidas as mesmas expressões com $\theta = 45°$.

O uso de valores reduzidos de θ não é recomendado em peças sujeitas a tracção axial.

O dimensionamento pelo método padrão fornece, em alguns casos, valores mais económicos para a armadura transversal necessária, especialmente para valores reduzidos de tensões de corte, $\tau \leq 1.2$ MPa, para betões de resistências características da ordem dos 25MPa. Essa economia é, no entanto, prejudicada pela imposição regulamentar de uma armadura transversal mínima.

Para valores médios das tensões transversais (1.2 a 3 MPa) o método das bielas de inclinação variável conduz a valores menores das armaduras do que o método tradicional (Levi *et al.*, 1992).

O método das bielas de inclinação variável é, sem dúvida, o que mais se aproxima do comportamento físico das vigas sujeitas a esforços de corte, permitindo simultaneamente uma maior liberdade no seu dimensionamento em relação à metodologia preconizada pelo REBAP. Exige no entanto uma compreensão dos fenómenos estruturais por parte do projectista, de modo a não explorar soluções irrealistas que poderiam comprometer a segurança da estrutura. Daí o EC2 manter com destaque o método padrão, como método de dimensionamento em situações correntes, mais compatível com os condicionamentos de tempo e com o nível geral do conhecimento.

3.2.2 - Modelos plásticos de Nielsen, Braestrup, Jensen e Bach

A aplicação dos métodos da análise plástica ao comportamento do betão é questionável já que exige como condição necessária a possibilidade de redistribuição das forças internas durante o carregamento até ao colapso. O betão à compressão apresenta uma ductilidade limitada; o seu diagrama de comportamento é caracterizado por um ramo descendente após atingida a resistência máxima (pós-pico), sendo portanto a redistribuição dos esforços obtida à custa de uma diminuição da resistência.

Tem-se verificado, no entanto, uma aplicação generalizada dos teoremas da análise limite ao betão armado, não só no dimensionamento de lajes mas também no cálculo de vigas, com resultados razoavelmente concordantes com os da experimentação.

Nielsen, Braestrup, Jensen e Bach (1978) (Dinamarca), entre outros, desenvolveram modelos de dimensionamento ao corte de vigas com e sem armadura transversal, para várias hipóteses de carga e diferentes inclinações da armadura transversal, pela utilização dos teoremas da análise plástica.

Na caracterização dos materiais é atribuido ao comportamento do betão à compressão uma superfície de cedência segundo o Critério Modificado de Coulomb (Nielsen e Braestrup 1975). O betão é caracterizado por um único parâmetro, a sua resistência à compressão, f_c, e considerada desprezável a sua resistência à tracção. O aço das armaduras resiste apenas a esforços na sua direcção longitudinal, com resistência constante à tracção e à compressão (é desprezado o efeito "*dowell*").

Descreve-se apenas o modelo para vigas solicitadas por cargas concentradas, visando a sua aplicação às vigas de secção em T, analisadas experimentalmente (Capítulo 2).

3.2.2.1 - Vigas sem armadura transversal

O modelo desenvolvido para vigas sem armadura transversal de secção rectangular e solicitadas por cargas concentradas é equivalente a um modelo de arco atirantado representado na Figura 3.6. A carga é suportada por uma biela inclinada (ABED) de betão, comprimida axialmente e pela armadura longitudinal traccionada. Como se admite desprezável a resistência à tracção do betão, o esforço de tracção que resulta por transferência do esforço diagonal de compressão para o apoio é realizada através da ancoragem da armadura de flexão numa zona anterior ao apoio.

Nas zonas nodais (AEG e BCD) é admitido um estado de tensão hidrostático de valor igual ao da tensão uniaxial de compressão na biela inclinada (o que implica ser o ângulo BDE= 90°), por sua vez igual à resistência à compressão do betão.

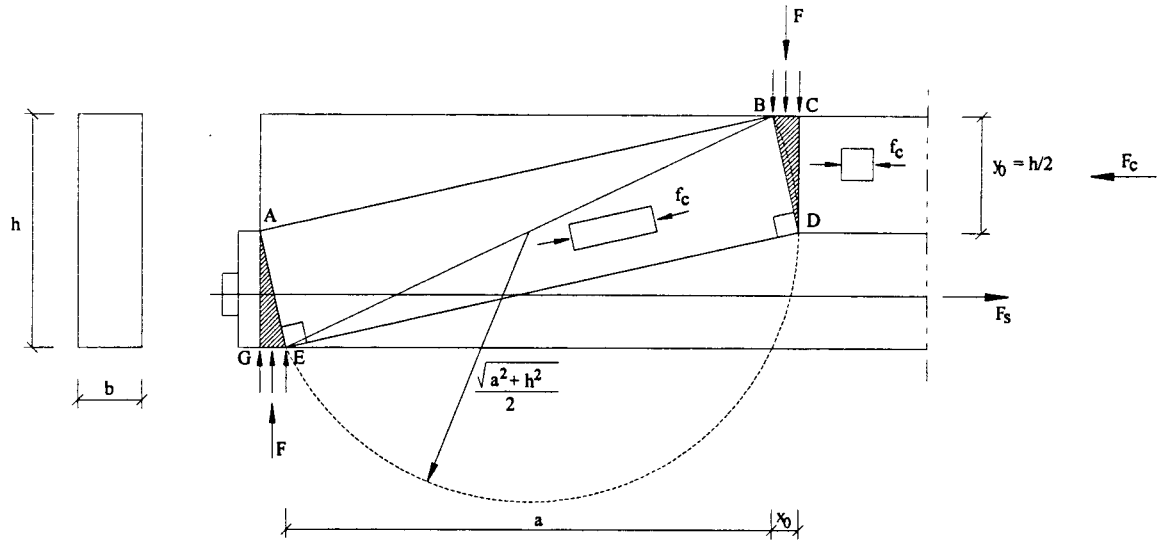


Figura 3.6 - Modelo para vigas sem armadura transversal (Nielsen *et al.*, 1978).

F_s- esforço na armadura longitudinal,

F_c - resultante das compressões no banzo superior.

A capacidade resistente é dependente da largura da zona de aplicação da carga, BC=x_0,, e o seu valor máximo é obtido para CD igual a $y_o = h/2$ (Figura 3.6).

A solução determinada pelo *teorema estático* vem definida pelas expressões seguintes:

$$F = b \cdot x_0 \cdot f_c \tag{3.29}$$

$$\frac{\tau}{f_c} = \frac{x_0}{h} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{1+\left(\frac{a}{h}\right)^2} - \frac{a}{h}\right) \tag{3.30}$$

sendo h, a altura da secção, a e x_0 obtidas da Figura 3.6 e $\tau = F / bh$ (calculado, neste caso, em relação à altura total da secção).

O esforço instalado nos varões longitudinais deve ainda obedecer a:

$$F_s = A_s f_y \geq \frac{1}{2} bh \cdot f_c \tag{3.31}$$

sendo f_y e A_s a tensão de cedência e a área da armadura longitudinal,

conduzindo à condição a obedecer pela percentagem mecânica da armadura longitudinal, ϖ:

$$\varpi = \frac{A_s f_y}{bhf_c} \geq \frac{1}{2} \tag{3.32}$$

No caso de percentagens da armadura longitudinal inferiores àquele valor a condição é substituida por:

$$\begin{aligned} A_s f_y &= b y_0 f_c \\ y_0 &= \frac{A_s f_y}{bhf_c} = \varpi \cdot h \end{aligned} \tag{3.33}$$

A capacidade resistente é, neste caso, obtida pela expressão:

$$\frac{\tau}{f_c} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{4\varpi(1-\varpi)+\left(\frac{a}{h}\right)^2} - \frac{a}{h}\right) \qquad \left(\varpi \leq \frac{1}{2}\right) \tag{3.34}$$

A solução fornecida pelo *teorema cinemático* é obtida a partir do mecanismo de rotura representado na Figura 3.7. O mecanismo é definido pela formação de uma "linha de rotura" inclinada de um ângulo β e pelo deslocamento Δ da zona I no sentido vertical.

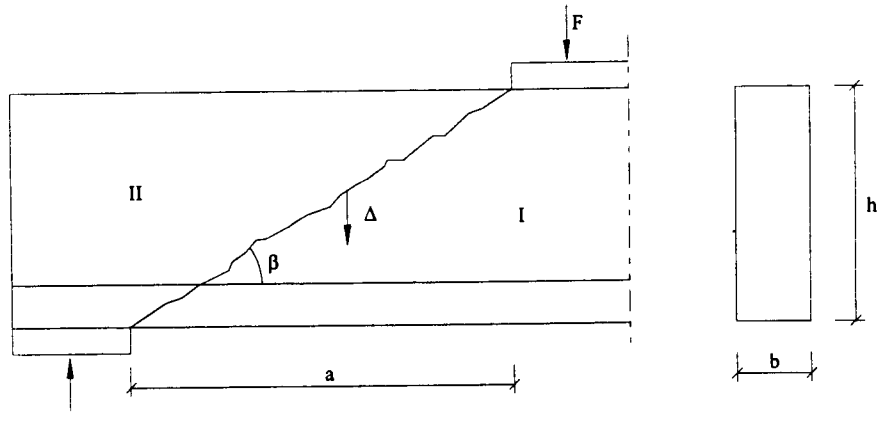


Figura 3.7 - Mecanismo de rotura para vigas sem armadura transversal (Nielsen *et al.*, 1978).

Este mecanismo, designado por "*web-crushing mechanism*", pressupõe que na rotura a armadura longitudinal não atinge a cedência (daí a direcção vertical imposta para o

deslocamento), facto que se verifica em geral nas vigas sem armadura transversal ou no caso de percentagens elevadas da armadura longitudinal.

Nos mecanismos clássicos (Borishansky e Gvozdev, Sigalov e Strongin, mencionado em Nielsen e Braestrup, 1975) a abertura da fenda era originada por rotação da zona I em torno de uma rótula plástica formada na extremidade superior da fenda. Resultados experimentais não evidenciaram, no entanto, a cedência da armadura longitudinal seccionada pela fenda, que seria de ocorrer naquela rotação, antes sugeriam deslocamentos por translacção da zona limitada pelas linhas de rotura; esses deslocamentos desenvolviam forças tangenciais ao longo da fenda diagonal, aqui atribuidas à resistência do betão desenvolvida pela deformação de corte (e não ao atrito entre as faces da fenda).

A determinação da capacidade última ao corte vem determinada pela verificação da igualdade $W=D$, entre o trabalho W realizado pelas forças exteriores (F) e a energia D dissipada pelas armaduras e pelo betão ao longo das linhas de fractura, para o deslocamento Δ:

$$F \cdot \Delta = \frac{1}{2} f_c \cdot b \frac{h}{sen\beta} (1 - \cos\beta) \cdot \Delta \tag{3.35}$$

O segundo membro da expressão representa a energia dissipada por esmagamento do betão ao longo da linha de rotura (linha de descontinuidade do campo de tensões), sendo nula a parcela da energia correspondente à armadura longitudinal.

Por optimização do ângulo de β de inclinação da fenda de corte (Figura 3.7), obtem-se a equação:

$$\frac{\tau}{f_c} = \frac{x_0}{h} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{1+\left(\frac{a}{h}\right)^2} - \frac{a}{h}\right)$$

coincidente com a solução derivada da aplicação do teorema estático (equação 3.30).

O efeito do banzo comprimido em vigas de secção em T é particularmente importante na capacidade resistente ao corte.

Verifica-se experimentalmente um aumento substancial daquela capacidade, que nestes modelos é determinada pela consideração do mecanismo de rotura indicado na Figura 3.8. As expressões antes apresentadas são, no entanto, válidas para vigas com este tipo de secção,

desde que a largura b da secção rectangular seja substituida pela largura b_w, da alma da secção em T.

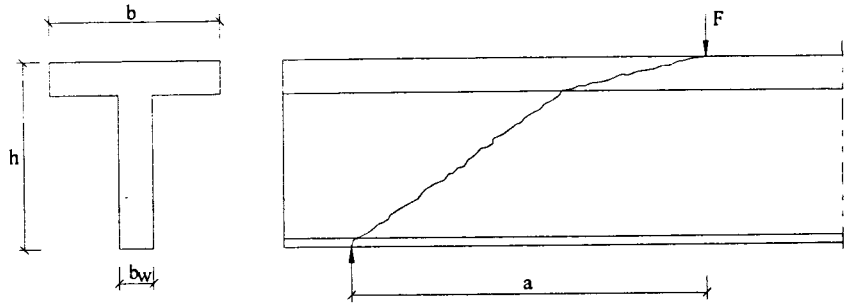


Figura.3.8 - Mecanismo de rotura por corte para vigas de secção em T (Nielsen *et al.*, 1978).

Influência do esforço axial

No caso da presença de um esforço axial, N, Jensen (1979), generalizando o modelo anterior por introdução de uma escora adicional, obteve, por aplicação do teorema estático, a partir da distribuição de tensões representada na Figura 3.9,a, e pelo teorema cinemático, de acordo com o mecanismo de rotura da Figura 3.9,b, por optimização dos valores de x_o, y_1 e y_2 (Figura 3.9,b) as seguintes expressões para a capacidade resistente:

$$\frac{\tau}{f_c} = \frac{V}{bh \cdot f_c} = \frac{1}{2}\sqrt{2\pi(1-\pi-2\varpi)+4(1-\varpi)+\left(\frac{a}{h}\right)^2} - \left(\frac{a}{h}\right) \quad \text{-para } 0 \le \pi \le 1-2\varpi \qquad (3.36)$$

$$\frac{\tau}{f_c} = \frac{1}{2}\sqrt{1-\pi^2+\left(\frac{a}{h}\right)^2} - \frac{a}{h} \quad \text{- para } 1-2\varpi \le \pi \le 1 \qquad (3.36)$$

sendo o factor π igual a $\pi = N/b \cdot h \cdot f_c$.

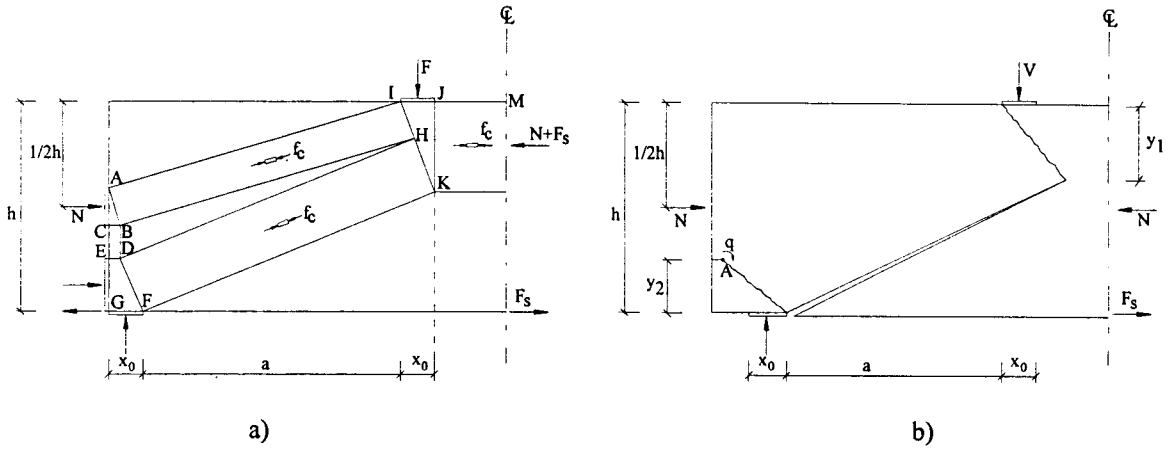


Figura 3.9 - Efeito do esforço axial a)Distribuição das tensões, b) Mecanismo de rotura (Jensen, 1979).

3.2.2.2 - Vigas com armadura transversal

No modelo desenvolvido para vigas de secção rectangular armadas transversalmente ao corte e solicitadas por forças concentradas, (Figura 3.10) é admitido um campo uniaxial de compressões diagonais na alma, cuja tensão principal σ_c toma uma inclinação θ em relação ao eixo da peça.

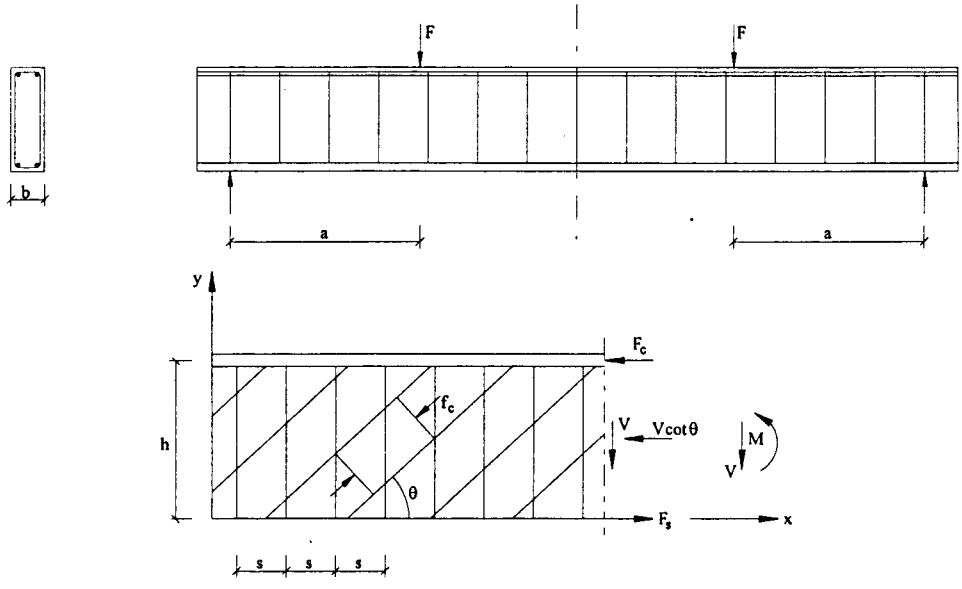


Figura 3.10- Modelo para vigas ao corte com armadura transversal (Nielsen *et al.*, 1978).

A capacidade resistente ao corte (limite inferior) é determinada a partir do equilíbrio do troço de viga representado na Figura 3.10, estabelecendo como critério de rotura o esmagamento da biela comprimida de betão da alma, $\sigma_c = f_c$, e a cedência da armadura transversal, $\sigma_{sw} = f_{yw}$, (f_{yw} - tensão de cedência da armadura transversal), pela expressão dependente da percentagem mecânica da armadura transversal:

$$\frac{\tau}{f_c} = \sqrt{\varpi_w (1 - \varpi_w)} \tag{3.37}$$

em que

$\varpi_w = \dfrac{\rho_w f_{yw}}{f_c} = \dfrac{A_{sw} \cdot f_{yw}}{sb \cdot f_c}$ percentagem mecânica da armadura transversal

$\tau = V / bh$ e, neste caso, h igual ao braço das forças interiores.

A inclinação das tensões principais de compressão na alma é definida pela expressão:

$$\tan\theta = \sqrt{\frac{\varpi_w}{1 - \varpi_w}} \tag{3.38}$$

A expressão (3.37) é representada por um círculo num sistema de eixos τ/f_c, ϖ_w, (Figura 3.11).

O valor máximo de $\dfrac{\tau}{f_c}$ é 0.5, que se obtem para ϖ_w = 0.5. Para valores de ϖ_w superiores a 0.5 a solução é determinada por:

$$\sigma_w = 0.5 \frac{f_c}{\rho_w} < f_{yw} \tag{3.39}$$

que corresponde a $\dfrac{\tau}{f_c} = 0.5$, representada pela linha recta paralela ao eixo ϖ_w no diagrama $\dfrac{\tau}{f_c}$, ϖ_w (Figura 3.11).

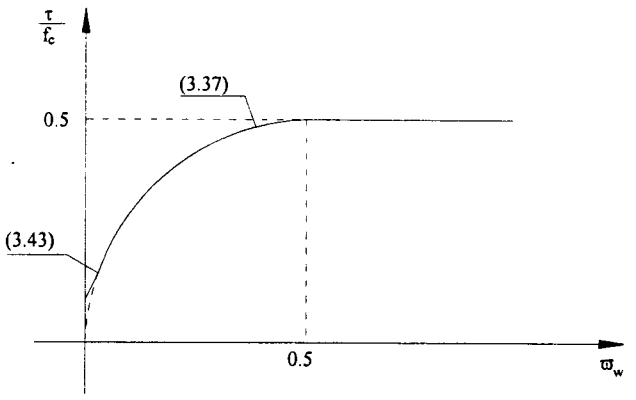


Figura 3.11 - Capacidade resistente ao corte de vigas com armadura transversal.

Verifica-se que para valores de ϖ_w entre 0 e 0.5, a inclinação θ varia entre 0 e 45°; assumindo, para valores superiores de ϖ_w, um valor constante e igual a 45°.

Para valores reduzidos de ϖ_w a capacidade última tem que ser corrigida. Neste caso o valor de $\frac{\tau}{f_c}$ é aproximadamente coincidente com a solução determinada pelo teorema do limite superior para $tg\,\theta = h/a$ (que a seguir se apresenta) e traduzida pela recta tangente ao arco de círculo na Figura 3.11.

A solução determinada por aplicação do teorema cinemático (limite superior) é obtida pela consideração de um mecanismo de rotura semelhante ao utilizado para as vigas sem armadura transversal (Figura 3.12), "*web crushing mechanism*", definido por uma simples translacção vertical Δ da zona interna do vão limitada pelas fendas de corte linhas rectas inclinadas de um ângulo β em relação ao eixo da viga, consideradas fixas as zonas exteriores.

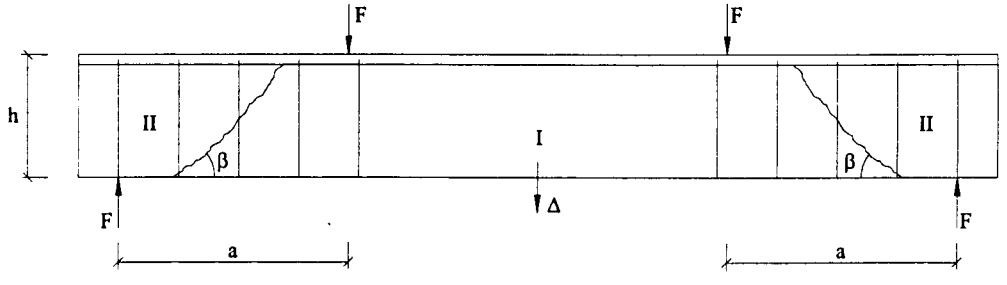


Figura 3.12 - Mecanismo de rotura para vigas com armadura transversal (Nielsen *et al.*, 1978).

A equação dos trabalhos para o deslocamento Δ vem:

$$F \cdot \Delta = \rho f_{yw} \cdot b \cdot h \cdot \cot\beta + \frac{1}{2} f_c \cdot b \frac{h}{sen\beta}(1-\cos\beta) \cdot \Delta \tag{3.40}$$

na qual a primeira parcela do segundo membro corresponde à energia dissipada pelos estribos da armadura transversal seccionados pela linha de rotura e a segunda à energia dissipada pelo betão ao longo daquela.

A capacidade resistente ao corte é obtida por minimização da equação (3.40) em relação ao ângulo β de inclinação da linha de rotura:

$$\frac{\tau}{f_c} = \frac{F}{bhf_c} = \sqrt{\varpi_w(1-\varpi_w)} \tag{3.41}$$

que vem coincidente com a solução determinada pelo teorema estático (5):

O ângulo β é definido por:

$$\tan\beta = \frac{2\sqrt{\varpi_w(1-\varpi_w)}}{1-2\varpi_w} \tag{3.42}$$

verificando-se a correspondência $\beta = 2\theta$ (sendo θ a inclinação das bielas de betão obtida pela expressão 3.38), isto é, a inclinação das tensões principais no betão da alma bissecta o ângulo da linha de rotura com a direcção perpendicular ao deslocamento.

Por razões geométricas deve verificar-se a condição $\frac{h}{a} \leq tg\beta \leq \infty$.

Quando $tg\beta = h/a$ a capacidade resistente ao corte vem determinada pela expressão:

$$\frac{\tau}{f_c} = \frac{1}{2}\sqrt{1+\left(\frac{a}{h}\right)^2} - \frac{a}{h} + \varpi_w \frac{a}{h} \tag{3.43}$$

representada pela recta tangente ao arco de círculo da Figura 3.11.

O valor de $\beta = \pi/2$ corresponde a uma linha de rotura vertical e é obtido para $\varpi_w = 0.5$ e $\tau/f_c = 0.5$; valores da percentagem de armadura transversal acima deste limite não aumentarão consequentemente a capacidade resistente ao corte, que será constante a partir daquele valor (Figura 3.11).

3.2.2.3 - Ajuste dos modelos de Nielsen e Jensen aos resultados experimentais por introdução de correcções empíricas

Como já foi referido, a aplicação da teoria plástica às peças de betão obriga à introdução de um coeficiente redutor ν, "effectiveness factor", aplicado ao valor da resistência à compressão do betão, f_c, de modo a obter resultados concordantes com os obtidos na experimentação.

Nestes modelos esse factor foi atribuido, entre outras razões, à limitada capacidade de deformação do betão, especialmente nas vigas sem armadura de alma, em virtude da qual a tensão no betão em todos os pontos da zona de rotura não iguala a sua resistência máxima à compressão. A tensão do betão na alma da viga vem também influenciada pela formação de fendas para níveis de solicitação inferiores à solicitação última, com inclinações diferentes das admitidas para as fendas que produzem a rotura.

A capacidade resistente ao corte de vigas solicitadas por cargas concentradas é então obtida a partir das equações modificadas por substituição de f_c pelo seu valor efectivo, f_c^*, resistência efectiva à compressão, $f_c^* = \nu f_c$.

Nielsen e Jensen, comparando os resultados da sua teoria com múltiplos resultados experimentais obtiveram uma quantificação aproximada do factor de redução ν para os diferentes tipos de vigas analisados:

- *nas vigas com armadura transversal*, de secção rectangular ou em T, ν é essencialmente condicionado pela resistência do betão (verifica-se uma redução do valor de ν com o aumento da resistência do betão); o seu valor médio poderá ser determinado pela expressão:

$$\nu = 0.8 - \frac{f_c}{200} \qquad (f_c \text{ em MPa}) \tag{3.44}$$

- *nas vigas sem armadura transversal* (modelo de Nielsen) os parâmetros que mais influenciam o valor de ν são:

- a resistência do betão - verifica-se uma redução de ν com o aumento da resistência do betão (pela menor ductilidade dos betões de resistências elevadas),

- a percentagem geométrica da armadura longitudinal (pouco notória no caso das vigas armadas transversalmente ao corte) - aumento do valor de ν com o aumento daquela percentagem por efeito de cavilha, que aqui se despreza, e ainda pela consequente redução da espessura das fendas,

- a altura da secção - diminuição de ν com o aumento da altura, por efeito de escala.

- a relação entre o "vão do esforço transverso", a, e a altura, h, da secção - diminuição de ν para valores decrescentes de a/h até aproximadamente 2.5.

O factor ν é quantificado pela expressão empírica:

$$\nu = f_1(f_c)\cdot f_2(h)\cdot f_3(\rho)\cdot f_4(a/h) \tag{3.45}$$

em que as funções f_i foram definidas por análise estatística de resultados experimentais:

$$f_1(f_c) = 3.5/\sqrt{\sigma_c} \quad (5 < f_c < 60 \text{ MPa}) \tag{3.46}$$

dado que uma maior resistência do betão corrresponde a uma menor ductilidade;

$$f_2(h) = 0.27\left(1 + 1/\sqrt{h}\right. \tag{3.47}$$

com $0.008 < h < 0.7$, (h em m) - efeito de escala introduzido pela valor da altura da viga;

$$f_3(\rho) = 0.15\rho + 0.58 \qquad (\rho < 4.5\%) \tag{3.48}$$

a percentagem de armadura longitudinal influi por efeito "dowell" e ainda devido ao facto de que quanto maior for aquela percentagem menor será a abertura das fendas em rotura;

$$f_4\left(\frac{a}{h}\right) = 1.0 + 0.17\left(\frac{a}{h} - 2.6\right)^2 \quad (a/h < 5.5) \tag{3.49}$$

o aumento do coeficiente ν com o aumento de a/h, para valores superiores a 2.5, deriva de se desprezar a resistência do betão à tracção.

Jensen, no seu modelo para vigas sem armadura transversal com esforço axial, adopta para o valor do coeficiente ν redutor da resistência do betão à compressão o determinado pela expressão (3.44), como o que melhor se ajusta aos resultados experimentais.

Os modelos descritos para vigas com e sem armadura transversal foram desenvolvidos para vigas de secção rectangular. São, no entanto, aplicáveis a vigas de secção em T, procedendo-se, neste caso, à substituição de b (largura da secção rectangular) por b_w (largura da alma da secção em T), nas expressões apresentadas. Segundo Nielsen, os valores assim obtidos apresentaram uma boa concordância com os resultados da experimentação.

Salienta-se mais uma vez a necessidade de introdução de complicados coeficientes empíricos afectando a resistência do betão à compressão, de modo a obter uma melhor concordância dos valores obtidos através destes modelos simplificados com os correspondentes resultados experimentais.

3.2.3 - Modelos desenvolvidos por Vecchio, Collins e Mitchell

Vecchio, Collins e Mitchell (Vecchio e Collins, 1986 e 1988, Collins e Mitchell, 1986) baseados em resultados obtidos na experimentação de painéis de betão submetidos a estados de corte, desenvolveram um modelo contínuo para o betão armado fendilhado, considerado como um novo material, com as suas relações constitutivas próprias formuladas em valores médios das tensões e das extensões, "*Modified Compression Field Theory*", que foi adoptado pelo regulamento canadiano, CSA (1984), para o dimensionamento ao esforço transverso.

Este modelo surgiu da adaptação ao corte de uma teoria geral de equilíbrio para elementos de betão armado sujeitos a estados de tensão biaxial, "*Compression-field theory*" (Collins e Mitchell, 1980), pela consideração da existência de tensões de tracção diagonais (ignoradas no modelo inicial) actuantes no betão entre fendas que, em conjunto com as tensões de compressão perpendiculares, eram responsáveis pela transmissão dos esforços de corte.

Recentemente (Collins *et al.*, 1996), estes investigadores apresentam um método unificado de dimensionamento ao corte para elementos de betão armado e pré-esforçado, "*General shear design method*", que introduz algumas simplificações no método anterior.

Na formulação é admitida uma distribuição uniforme de fendas inclinadas de um ângulo θ, que se admite igual à inclinação das diagonais comprimidas de betão, que é determinado pela verificação das condições de compatibilidade das deformações do elemento de viga.

A transmissão das tensões de corte entre fendas por efeito do atrito entre as suas faces é aqui justificada de uma forma física a partir da abertura das fendas, permitindo uma análise da sua evolução para os vários níveis de carga aplicados.

São analisados o estado de tensão média do betão numa secção entre fendas e na secção da fenda (Figura 3.13). Estes dois estados são estaticamente equivalentes, o que implica que o anulamento das tensões de tracção do betão na fenda seja traduzido num aumento da tensão da armadura transversal seccionada pela fenda e pelas tensões tangenciais, v_{ci}, na superfície da fenda. Estas tensões são uma função da abertura da fenda.

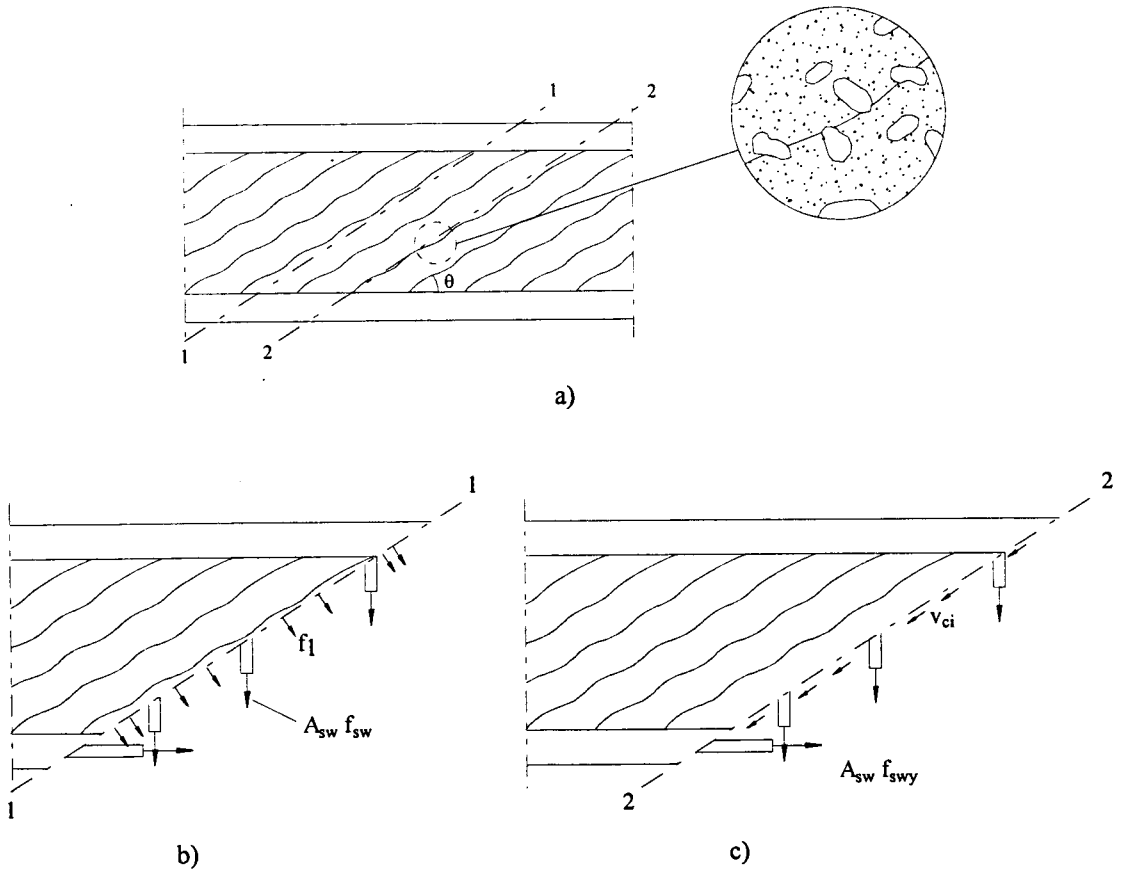


Figura 3.13 - a) Elemento de viga b) Valores médios das tensões numa secção entre fendas c) tensões actuantes na face da fenda.

Comportamento dos materiais

A tensão principal de compressão do betão, f_2, é definida por uma lei parabólica (Figura 3.14,a) obtida a partir de resultados experimentais e vem dependente das extensões principais de compressão, ε_2, de tracção, ε_1, e ainda da extensão ε'_c, correspondente à tensão máxima de compressão:

$$f_2 = f_{2\max}\left[\frac{2\varepsilon_2}{\varepsilon'_c} - \left[\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon'_c}\right]^2\right] \tag{3.50}$$

com:

$$f_{2\max} = \frac{f'_c}{0.8 - 0.34\dfrac{\varepsilon_1}{\varepsilon'_c}} \leq f'_c \tag{3.51}$$

f_c - resistência do betão à compressão em provetes cilíndricos

$\varepsilon'_c = -0.002$

Admite-se ainda que as direcções principais de tensão são coincidentes com as direcções principais de extensão.

O comportamento à tracção, formulado em termos médios, é definido pelo gráfico da Figura 3.14, b) e pelas expressões determinadas, também experimentalmente, por Vecchio e Collins:

$$f_1 = E_c \varepsilon_1 \quad \text{para} \quad \varepsilon_1 \leq \varepsilon_{cr} \quad \text{(betão não fendilhado)} \tag{3.52}$$

com $E_c \cong 2f'_c / \varepsilon'_c$ - módulo de elasticidade do betão

$$f_1 = \frac{f_{cr}}{1 + \sqrt{200\varepsilon_1}} \quad \text{para} \quad \varepsilon_1 > \varepsilon_{cr} \quad \text{(depois da fendilhação)} \tag{3.53}$$

ε_{cr} - extensão correspondente à tensão máxima de tracção

f_{cr} - tensão de fendilhação (cujo valor pode ser associado a $0.33 \cdot \sqrt{f'_c}$)

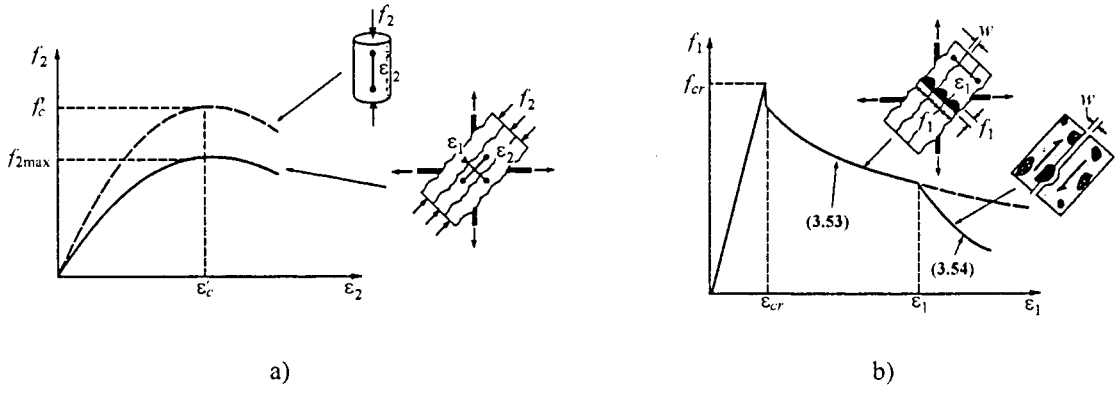


Figura 3.14 - Relações constitutivas do betão. a) à compressão; b) à tracção (Collins *et al.*, 1996).

O valor médio da extensão principal de tracção, ε_1, do betão fendilhado é assim utilizada como um "*factor de dano*", que controla a tensão principal de tracção, f_1, e a de compressão, f_2, no betão fendilhado diagonalmente.

Depois de a armadura transversal atingir a tensão de cedência e se verificar o deslizamento entre as faces da fenda, a tensão principal média de tracção no betão, f_1, é traduzida pelo último troço do diagrama de comportamento do betão à tracção (Figura 3.14) e vem definida pela equação seguinte (Collins *et al.*, 1996):

$$f_1 = \nu_{ci} \cdot tg\theta \tag{3.54}$$

ν_{ci} - tensão tangencial na face da fenda

A tensão de corte que pode ser transmitida através da fenda, ν_{ci}, vem definida pela expressão (baseada em estudos efectuados por Walraven, 1981), em função da abertura das fendas, w, da resistência cilíndrica do betão, f_c, e da dimensão máxima, a (em milímetros), do agregado:

$$\nu_{ci} = \frac{0.18\sqrt{f_c}}{0.31 + 24w/a + 16} \text{ (MPa, mm)} \tag{3.55}$$

sendo a abertura das fendas, aqui considerada como a abertura média na superfície fendilhada, dependente da extensão principal média de tracção do betão e determinada pela expressão:

$$w = \varepsilon_1 s_\theta = \frac{\varepsilon_1}{\left(\frac{sen\theta}{s_{mx}}\right) + \left(\frac{\cos\theta}{s_w}\right)} \quad \text{abertura da fenda} \tag{3.56}$$

sendo s_{mx} - espaçamento das armaduras longitudinais da alma

s_w - espaçamento dos estribos

s_θ - valor médio da distância entre fendas

As tensões tangenciais desenvolvidas por atrito vêm assim também dependentes do "*factor de dano*", ε_1.

O comportamento do aço é definido por uma lei bilinear definida por:

$$\sigma_s = E_s \varepsilon_s \leq f_y \tag{3.57}$$

Relações de compatibilidade

A compatibilidade das deformações, consideradas iguais no aço e no betão em termos médios, é introduzida na treliça de ângulo variável pelas expressões obtidas a partir do círculo de Mohr para as deformações (Figura 3.15):

$$\tan^2\theta = \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 - \varepsilon_x} \tag{3.58}$$

$$\varepsilon_x + \varepsilon_y = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \tag{3.58}$$

em que,

ε_1 - extensão principal de tracção da alma (positiva)

ε_x - extensão longitudinal (direcção x) a meia altura da secção (positiva para extensão de tracção)

ε_2 - extensão principal de compressão da alma (negativa)

ε_y - extensão na direcção transversal (y)

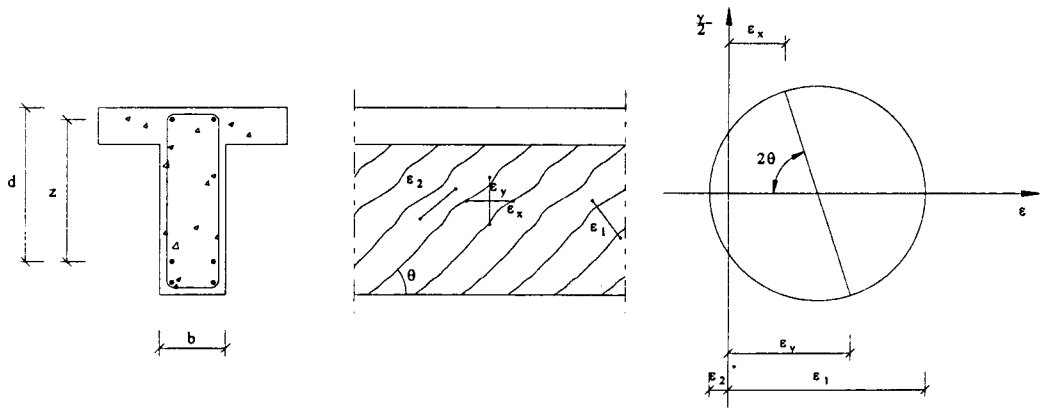


Figura 3.15 - Extensões no betão a meia altura da secção transversal da viga. Círculo de Mohr. Estado de deformação.

Relações de equilíbrio

A tensão principal de compressão do betão é determinada a partir do equilíbrio do elemento de viga (Figura 3.16,a), pelo circulo de Mohr das tensões, (Figura 3.16,b), pela expressão:

$$f_2 = \frac{V}{b_w z}(\tan\theta + \frac{1}{\tan\theta}) - f_1 \tag{3.59}$$

função da tensão principal de tracção e da tensão de corte no betão ($\tau = V/b_w z$).

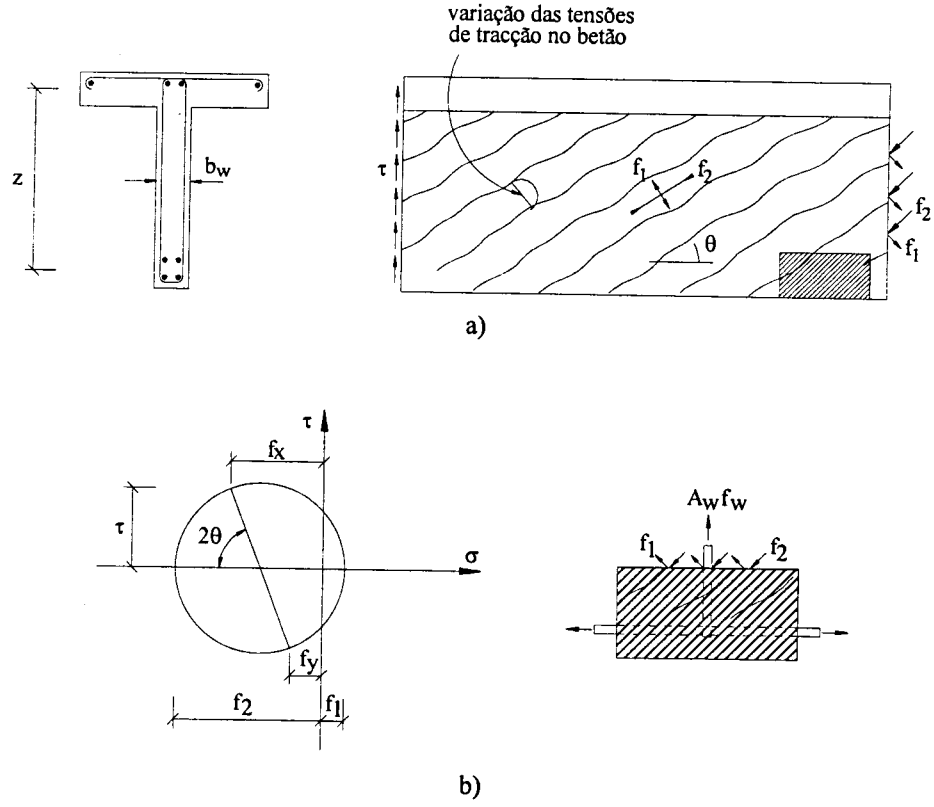


Figura 3.16 - a) Tensões na alma fendilhada; b) Círculo de Mohr. Estado de tensão.

A capacidade resistente ao corte para peças lineares de betão armado vem obtida pela equação (Collins *et al.*, 1996):

$$V = V_c + V_w = f_1 \cdot b_w \cdot d\cot\theta + \frac{A_{sw} f_{yw}}{s_w} z\cot\theta \tag{3.60}$$

sendo f_{yw} - tensão de cedência da armadura transversal e s_w - espaçamento dos estribos.

A solução é obtida por um processo iterativo para as extensões longitudinais e para a distribuição das tensões de corte, possibilitando a obtenção da resposta de uma secção transversal, para qualquer tipo de combinação de acções aplicadas, durante todo o processo de carga.

A extensão na armadura de flexão, ε_s, nas vigas de betão armado é determinada pela expressão:

$$\varepsilon_s = \frac{1}{E_s A_s}(M/z + 0.5N + 0.5V\cot\theta) \tag{3.61}$$

M - momento aplicado

N - esforço normal

A_s e E_s - relativos à armadura longitudinal

Uma aplicação prática desta teoria consiste na divisão da secção transversal da viga por camadas horizontais representando o betão e as armaduras, "*multi-layer analysis*" (Vecchio e Collins, 1988) nas quais são admitidas constantes a extensão longitudinal, a tensão de corte e a inclinação das tensões principais de compressão. Os estados de tensão e de deformação na secção são determinados pelas condições de compatibilidade e de equilíbrio.

Este modelo foi aferido experimentalmente por ensaios realizados pelos autores e por outros experimentadores (Elzanaty, Nilson e Slate, 1986, Mattock e Wang, 1984), conduzindo, de uma maneira geral, a uma boa concordância de resultados. Verificou-se no entanto a necessidade de uma correcta avaliação da resistência à tracção do betão, especialmente nos caso de vigas de betão de alta resistência.

3.2.4 - Modelos de escoras-e-tirantes ("*Strut and Tie Model*")

3.2.4.1 - Generalidades

O método dos modelos de escoras e tirantes, desenvolvido essencialmente nas escolas de Stuttgart e Zurique, deriva da teoria clássica da treliça (Ritter-Mörsch) para o dimensionamento de vigas à flexão, corte e torção, que aqui é estendida a qualquer tipo de estrutura. Já Drucker, em 1962, tinha definido o funcionamento de uma viga solicitada por uma carga concentrada através de um modelo de escoras-e-tirantes, constituído por escoras inclinadas de betão à compressão e uma barra à tracção simulando a armadura longitudinal.

O dimensionamento baseado nos modelos clássicos de treliça é aplicável apenas a *zonas de continuidade* da estrutura, *zonas B*, nas quais se considera válida a hipótese de conservação de secções planas de Navier-Bernoulli; no caso das *zonas D, zonas de descontinuidade,* geométrica (nós de pórticos, zonas com aberturas) ou estática (zonas na vizinhança das cargas

concentradas, etc.), em muitos casos zonas críticas no comportamento global da peça, o dimensionamento é geralmente obtido através de métodos empíricos calibrados por resultados experimentais e pela experiência dos projectistas, conduzindo portanto a um nível de segurança de difícil avaliação (Schlaich *et al.*, 1987, 1991).

Os modelos de escoras-e-tirantes surgem assim como uma necessidade de generalizar um mesmo tratamento a qualquer zona da estrutura, de modo a obter um critério uniforme de segurança para a estrutura global. As barras da treliça representam campos uniaxiais de tensão, aqui simplificadamente representados por linhas rectas, supondo a sua curvatura concentrada nos nós submetidos a estados biaxiais de tensão, que devem assegurar a transmissão dos esforços entre as barras de diferentes direcções que neles concorrem (Figura 3.17). Daí a necessidade de uma cuidada pormenorização das armaduras nas zonas de amarração.

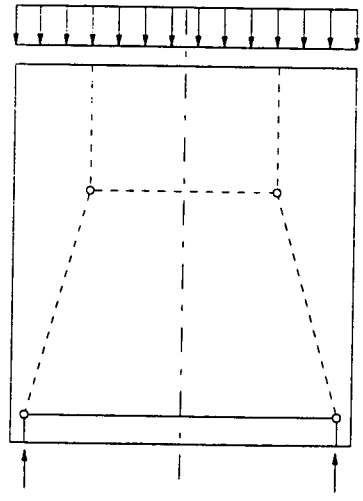


Figura 3.17 - Modelo de escoras-e-tirantes.

As barras da treliça devem seguir orientações próximas das inclinações das tensões indicadas pela análise elástica, com desvios iguais ou inferiores a ±15° (Schlaich, 1987), de modo a garantir que em nenhuma zona seja excedida a capacidade de deformação do betão antes de se ter atingido o estado de tensão esperado nas outras zonas da estrutura. Esta condição não explora a capacidade última que resultaria da aplicação pura da teoria da plasticidade. Apresenta no entanto a vantagem do modelo poder ser utilizado tanto em serviço como em estado último de resistência, devendo conduzir a uma minimização das deformações plásticas características do estado último.

No caso de estruturas complexas ou estaticamente indeterminadas será portanto necessária uma análise prévia, por um método complementar, para a determinação das trajectórias das tensões elásticas no corpo ou em zonas da peça e dos valores desconhecidos das reacções.

A orientação da treliça poderá, no entanto, não coincidir com a orientação elástica quando são conhecidas, por aplicação de um método de análise não linear ou pela experimentação, a inclinação das tensões em estado fendilhado (a modelação por estribos verticais constitui um exemplo de uma primeira redistribuição das tracções elásticas na alma, inicialmente orientadas segundo as isostáticas a 45°). Neste caso será necessário verificar a capacidade de rotação do modelo.

O método dos modelos de escoras-e-tirantes é já reconhecido pela regulamentação internacional (MC90, CEB-FIP 1991 e Eurocódigo 2, 1991). O espírito do dimensionamento utilizado pelo MC90 vem fortemente imbuído desta metodologia, apresentando uma abordagem mais qualitativa com um relativamente reduzido número de regras práticas.

Optimização do modelo

Na construção do modelo de escoras-e-tirantes deve ter-se presente que as forças interiores se orientam de modo a conduzir ao menor valor das forças e das deformações.

O sistema resultante deve pois satisfazer o princípio da energia mínima de deformação, considerando-se como modelo óptimo aquele que, desprezando a deformabilidade das escoras de betão, geralmente muito inferior à extensão dos tirantes, apresenta o menor número e menor comprimento de barras à tracção e o trabalho dos seus esforços seja mínimo, isto é, satisfaça à equação

$$\Sigma F_i l_i \varepsilon_{mi} = \min \tag{3.62}$$

sendo

F_i - esforço na barra i

l_i - comprimento da barra i

ε_{mi} - extensão principal da barra i

3.2.4.2 - Modelação da estrutura pelo método dos modelos de escoras-e-tirantes

A modelação de uma estrutura pelo método de escoras-e-tirantes consiste em:

i) desenvolver um modelo de treliça sobre a estrutura escolhendo como direcções das barras as orientações das tensões principais, substituindo curvas pouco acentuadas por linhas poligonais e acrescentando as escoras e os tirantes necessários para o equilíbrio transversal entre os nós. Na realidade as escoras representam campos bidimensionais com uma determinada largura, podendo apresentar entre dois nós diferentes formas (designadas por Schlaich por "*prisma*", "*bolbo*" ou "*leque*"), sendo necessário atender às tensões de tracção que por compatibilidade se desenvolvem transversalmente às barras comprimidas (no caso da configuração em "*bolbo*" ou em "*leque*") e que poderão causar fendilhação ou o colapso prematuro da estrutura. Essas tracções deverão ser consideradas através de um refinamento do modelo com tirantes suplementares ou, no critério de rotura das bielas, por limitação da sua resistência à compressão. O refinamento será mais ou menos desenvolvido de acordo com as dimensões e a importância do elemento.

Os tirantes seguem, em geral, as linhas das armaduras de tracção tendo ainda em consideração a orientação da fendilhação ou as orientações dos campos de tensões de tracção no betão. A utilização de tirantes de betão deve, no entanto, ser limitada a zonas não fendilhadas (Rogowsky e MacGregor, 1986) e apenas para garantir o equilíbrio do modelo em zonas onde seja impossível a colocação de armadura e onde não seja esperada uma rotura por fendilhação progressiva (Schlaich *et al.*, 1987).

Nos modelos desenvolvidos por Alshegeir e Ramirez (1992) para vigas altas de betão pré-esforçado são ainda introduzidas barras suplementares, com a inclinação das fendas de corte, que modelam a resistência desenvolvida por atrito entre as faces daquelas fendas; essa resistência é quantificada através do esforço nos estribos que atravessam a fenda, do valor do coeficiente de atrito e da inclinação da fenda.

ii) calcular os esforços nas barras de modo a equilibrar as solicitações aplicadas e as reacções. A treliça é na maioria dos casos um sistema isóstático; no caso do modelo ser estaticamente indeterminado (treliça com distribuição das escoras em "*leque*" nas zonas dos apoios ou nas zonas de aplicação de cargas) Rogowsky e Macgregor (1986) indicam, como procedimento a seguir para levantar aquela indeterminação, a imposição de um valor limite para a tensão em tirantes de aço adoptando, por exemplo, como tensão nos estribos a tensão de cedência do aço correspondente.

iii) dimensionar a largura das escoras e a área das armaduras dos tirantes, em função do valor dos esforços que têm de suportar, a partir dos valores resistentes das tensões no aço e no betão indicados em cada caso. A rotura do modelo ocorrá por esgotamento de uma escora de

betão ou de um número de tirantes suficiente para formar um mecanismo. É desejável que os tirantes que representam as armaduras, longitudinal ou transversal, atinjam a cedência antes que se verifique o esmagamento de uma das escoras ou de um nó; isto assegura de certa forma um comportamento dúctil da peça e, se o mecanismo puder ser completamente atingido, a capacidade resistente última será igual ou superior à teoricamente prevista.

Pode também ocorrer uma rotura por escorregamento dos varões (perda de aderência), rotura num nó onde concorram barras à tracção. Este tipo de rotura é traduzida por um modelo de escoras-e-tirantes desenvolvido por Hong e Mueller (1996).

iv)- assegurar a transmissão dos esforços entre as barras da treliça, através da verificação da capacidade resistente dos nós: limitação das tensões no betão a valores previamente estabelecidos e uma amarração eficaz das armaduras, numa zona anterior ao nó. Em zonas nodais submetidas a tensões elevadas, as barras do modelo devem formar entre si ângulos próximos de 60° e nunca inferiores a 45° (MC90, Schlaich *et al.*, 1987, 1991).

3.2.4.3 - Dimensionamento dos modelos de escoras-e-tirantes

Nesta metodologia de dimensionamento, de acordo com o teorema do limite inferior da análise plástica, são fixados valores limites para a resistência *efectiva* dos materiais (que, como já referido, é igual à resistência afectada de um coeficiente, em geral, inferior à unidade), de acordo com a função que ocupam no modelo:

Betão

A *resistência efectiva à compressão do betão*, dependente da existência de uma tensão de tracção transversal, do seu estado de fendilhação e da presença da armadura transversal, é definida com diferentes valores para as escoras e para o betão dos nós:

Resistência efectiva do betão nas escoras:

- o MC90 indica os valores de cálculo da resistência efectiva do betão, f_{cd}^{*}:

  $f_{cd}^{*} = f_{cd1}$ para o betão não fendilhado e

  $f_{cd}^{*} = f_{cd2}$ para zonas fendilhadas,

sendo f_{cd1} e f_{cd2} expressas pelas equações (3.6 e 3.7) apresentadas no início do capítulo.

- o EC2 recomenda, de acordo com resultados experimentais, $f_{cd}^{*} = 0.6 f_{cd}$;

- Schaich *et al.* (1987, 1991) propõem, para o factor, ν, corrector da resistência do betão (de modo a obter a resistência efectiva de cálculo, $f_{cd}^{*} = \nu \cdot f_{cd}$, os seguintes valores, dependentes do estado de tensão na escora e do estado de fendilhação:

  $\nu = 1$ - no caso de escoras prismáticas,

  $\nu = 0.8$ - quando existem tracções transversais - betão fendilhado com fendas paralelas às tensões de compressão,

  $\nu = 0.6$ - nos casos em que existe fendilhação transversal à direcção de compressão ou em zonas atravessadas por uma elevada densidade de armadura.

- Marti (1985) e Rogowsky e MacGregor (1986) adoptam para o factor ν o valor 0.6.

- Tan e Naaman (1993) no seu modelo de escoras-e-tirantes com largura linearmente variável das escoras de betão desenvolvido para vigas de betão pré-esforçado com cabos exteriores à secção, indicam o valor de $f_c^{*} = 0.8 f_c$ (f_c - resistência cilíndrica do betão à compressão).

Resistência efectiva do betão nos nós:

É necessário identificar o tipo de nó relativamente aos esforços - de tracção, *T*, ou de compressão, *C*, das barras que nele concorrem e atender ao tipo de solicitações, distribuidas ou concentradas, nele aplicadas.

- o MC 90 recomenda:

  $f_{cd}^{*} = f_{cd1}$ - nos nós onde apenas convergem escoras,

  $f_{cd}^{*} = f_{cd2}$ - nos nós onde estão ancorados os varões da armadura principal.

- Schlaich propõe os seguintes valores para a tensão de cálculo do betão à compressão:

  $f_{cd}^{*} = 1.1\, f_{cd}$ - nos nós onde convergem apenas escoras - nó do tipo *CC* ou *CCC*: estado de tensão biaxial ou triaxial,

  $f_{cd}^{*} = 0.8 f_{cd}$ - nos nós onde estão ancoradas barras à tracção - nó do tipo *CTC*, *CTT*, etc.

  Schlaich indica ainda, que a segurança nos nós será satisfeita se a pressão na face mais carregada do nó (ou na placa de ancoragem das armaduras) for inferior a $0.6 f_{cd}$.

- o regulamento canadiano CSA (1984) indica os seguintes valores:

$f_{cd}^{*} = 0.85 f_{cd}$ - nos nós onde convergem apenas escoras,

$f_{cd}^{*} = 0.75 f_{cd}$ - nos nós onde é ancorada apenas uma barra à tracção,

$f_{cd}^{*} = 0.6 f_{cd}$ - nos nós onde converge mais do que uma barra à tracção.

Resistência efectiva à tracção do betão

É definida para os tirantes de betão, propostos por alguns investigadores (Anderson e Ramirez, 1989, Reineck, 1991, Nahlawi e Wight, 1992 e outros) para os tirantes da alma da treliça em modelos de vigas sem armadura transversal (embora com as reservas atrás expostas). Neste caso os tirantes de betão deverão romper antes de se verificar a cedência da armadura longitudinal.

Para a resistência à tracção do betão, f_{ct}, Reineck (1991) propõe; $f_{ct} = 0.246 \cdot (0.95 \cdot f_c)^{2/3}$.

Nahlawi e Wight (1992), nos seus modelos desenvolvidos para vigas sem armadura de alma, adoptam valores no intervalo: $0.5\sqrt{f_c} \leq f_{ct} \leq 0.67\sqrt{f_c}$ (f_c em MPa).

Aço

No dimensionamento dos tirantes de aço é utilizado o valor de cálculo da tensão de cedência do aço das armaduras ordinárias, f_{yd}, ou da tensão disponível dos varões pré-esforçados (diferença entre a tensão de cedência e a tensão de pré-esforço).

Os modelos de escoras-e-tirantes são cinemáticos, isto é, adaptados a uma determinada configuração das solicitações e da geometria da estrutura. Será pois necessário construir um modelo de treliça para cada caso particular, procedimento pouco prático numa análise global com várias combinações. Um modelo estudado para uma determinada estrutura ou zona de uma estrutura pode, no entanto, ser aplicado a outras estruturas com geometria e solicitações semelhantes, evitando o processo, por vezes moroso, da procura do modelo óptimo para cada caso.

Este método não garante de uma forma directa a verificação da segurança em relação aos estados limites de utilização (pela impossibilidade de avaliar a deformações da estrutura através das deformações da treliça). Essa segurança é procurada, através da prática do

projectista, pela escolha de um modelo que não conduza a valores elevados de tensões em zonas relativamente extensas da estrutura e pela aproximação das direcções das barras da treliça às inclinações das trajectórias das tensões internas determinadas pela análise elástica e ainda pela redução das tensões limites do betão.

O processo de construção dos modelos de escoras-e-tirantes é um processo iterativo: no caso de não se verificarem os limites inicialmente impostos para as tensões é necessário corrigir a geometria do modelo e a "largura" das escoras de betão, dentro de certos limites, até que sejam satisfeitas as condições previamente estabelecidas. As dimensões exigidas para os nós poderão também vir a alterar a inclinação das barras inicialmente adoptada e o esforço nas mesmas.

Esta metodologia, embora aparentemente simples e atractiva, contém, como se referiu, algumas indefinições obrigando a uma intervenção do projectista, à custa da sua sensibilidade estrutural, não só nas opções da escolha da geometria mais adequada do modelo como também do valor da resistência a atribuir ao betão dos seus diversos elementos. Por isso, na opinião da autora, será difícil quantificar a segurança obtida na sua utilização como método de dimensionamento, pela impossibilidade de garantir que o comportamento idealizado para o modelo se identifique com o comportamento real da estrutura.

A sua aplicação será mais adequada ao estudo de zonas designadas *zonas D*, como consolas curtas, zonas de ancoragem de cabos de pré-esforço, zonas junto aos apoios, etc., pela possibilidade de traduzir a transmissão interna das forças segundo barras à tracção e à compressão e realizar a sua materialização em aço e betão.

O método tem, sem dúvida, um alto valor pedagógico na sensibilização do projectista em relação ao comportamento da estrutura, pela visualização do seu sistema estrutural resistente e na procura do modelo que melhor se aproxime do seu funcionamento real.

3.2.5 - Modelo de Reineck

Os modelos de Reineck (1991) para vigas de betão armado e pré-esforçado, com ou sem armadura transversal, submetidas a esforços de flexão-corte e esforço axial, são enquadrados na filosofia do modelo de "*pente*" e essencialmente aplicáveis a vigas com valores da relação *a/d* superiores a 5 ou 6 (para valores de *a/d* inferiores, de acordo com as conclusões de Kani, o modelo desenvolvido para vigas sem armadura transversal não será, portanto, adequado, já que neste caso se verifica um esquema misto de *pente* e *arco atirantado*, predominando, para

valores de *a/d* inferiores a 2.5, o mecanismo de escoras-e-tirantes na transmissão da carga para o apoio - neste caso não é aplicável o princípio de Saint-Venant).

Segundo estes modelos, a resistência ao corte em vigas sem armadura transversal é essencialmente suportada pelo efeito da *fricção* (englobando neste termo a engrenagem entre as faces das fendas em betões correntes, betões realizados com agregados leves e betões de alta resistência - estes últimos apresentam superfícies muito lisas, em contraste com as superfícies rugosas características dos betões com resistências de menor valor) e pela resistência oferecida por efeito de cavilha da armadura longitudinal. O estado biaxial de tensões na alma de betão resultante destes efeitos é representado por um modelo de escoras-e-tirantes de betão.

A capacidade última ao corte é determinada pelo valor *crítico* da abertura da fenda de corte na alma, que por sua vez depende da percentagem da armadura e da altura da secção.

Nas vigas com armadura transversal o estado de tensão da alma é representado por um modelo de treliça, que resulta da acção combinada dos estribos com barras de betão à tracção. O esforço de corte suportado pelo betão à tracção é dependente da *fricção* entre as faces das fendas, que é determinada a partir do conhecimento das deformações na alma e do valor da abertura das fendas.

O comportamento dos materiais aço e betão é definido através de uma lei bilinear que é justificada pelo facto de os dois materiais não atingirem as resistências limites numa rotura por corte. Os valores adoptados para as resistências à compressão (f'_c) e à tracção (f_{ct}) do betão são:

$$f'_c = 0.95 \cdot f_c \tag{3.63}$$

$$f_{ct} = 0.246 \cdot (f'_c)^{2/3} \tag{3.64}$$

f_c - resistência cilíndrica à compressão.

3.2.5.1 - Modelo para vigas sem armadura transversal

O modelo desenvolvido para vigas sem armadura transversal solicitadas por uma carga concentrada a uma distância, a, do apoio, de valor igual ou superior a $5\,d$ (d - altura útil da secção) está representado na Figura 3.18. É suposta uma distribuição de fendas discretas com um determinado espaçamento, s_{cr}, estimado por Reineck (1990) em:

$$s_{cr} = 0.7 \cdot (d - c) \tag{3.65}$$

c - altura do bloco comprimido

de acordo com observações experimentais.

A inclinação crítica das fendas de corte foi fixada em $\beta_{cr} = 60°$, valor considerado como melhor traduzir aquela inclinação, para níveis pouco elevados da solicitação.

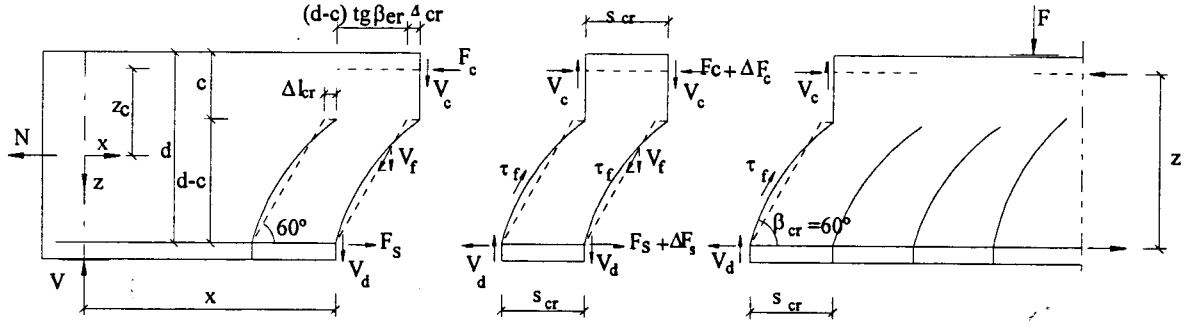


Figura 3.18 - Modelo de Reineck para vigas sem armadura transversal. a) zona do apoio; b) dente de betão; c) zona de aplicação da carga (Reineck, 1991).

O esforço de corte é suportado pelo efeito do atrito entre faces de fendas, V_f, pela resistência ao corte da armadura longitudinal, V_d, (por efeito de cavilha), pela resistência ao corte do banzo superior comprimido de betão, V_c, e pela componente vertical, V_p, da força nos cabos de pré-esforço no caso de vigas pré-esforçadas.

$$V = V_c + V_f + V_d + V_p \tag{3.66}$$

A parcela V_c é determinada através do equilíbrio de momentos no "dente" limitado por duas fendas numa zona "B" (supondo a força aplicada a uma distância do apoio igual ou superior a *2d*) por integração das tensões tangenciais ao longo da altura, *c*, do bloco comprimido:

$$V_c = \frac{2}{3} c b_w \tau_n = \frac{2}{3}\frac{c}{z} V \tag{3.67}$$

$$\text{com} \qquad \tau_n = \frac{V}{b_w \cdot z} \qquad \text{e} \qquad z = d - \frac{c}{3},$$

Reineck atribui-lhe o valor aproximado de 30% V para um valor máximo de *c* igual a 0,4 *d*.

A resistência ao corte da armadura longitudinal, V_d, depende directamente da resistência à tracção do betão, f_{ct}. O seu valor máximo, V_{du}, é obtido pela expressão (baseada em estudos de Baumann, referido em Reineck, 1991):

$$V_{du} = \frac{6}{f_c^{1/3}} \cdot b_n \phi \cdot f_{ct} \tag{3.68}$$

com $b_n = b_w - \Sigma\phi$ e ϕ - diâmetro dos varões longitudinais

A componente V_f, correspondente ao efeito de atrito (aqui designado por "fricção") é determinada pela integração das tensões mobilizadas ao longo da fenda, admitindo-se uma distribuição simplificada composta pela soma de duas parcelas, uma constante τ_{f1} e outra com variação parabólica τ_{f2}. (Figura 3.19). Esta última é dependente da resistência ao corte da armadura longitudinal - o deslizamento produzido por efeito de cavilha origina um decréscimo do atrito na zona inferior do dente.

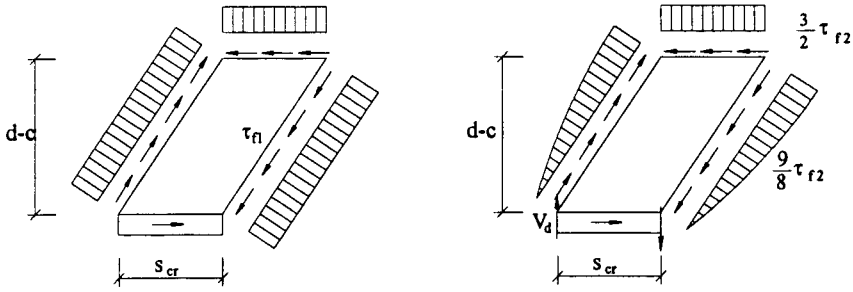


Figura 3.19 - Distribuição das tensões tangenciais ao longo das faces do "dente" devidas à fricção.

O atrito entre faces de fendas varia linearmente com o deslizamento entre estas, para valores constantes da abertura da fenda. Para vigas sem armadura transversal a tensão desenvolvida por fricção depende da resistência à tracção do betão (Walraven, 1981) e diminui linearmente com o aumento da largura da fenda, Δn. O seu valor máximo está associado à deformação crítica do dente de betão e é determinado pela expressão:

$$\tau_{fu} = 0.45 \cdot f_{ct} \cdot \left(1 - \frac{\Delta n}{\Delta n_u}\right) \tag{3.69}$$

com $\Delta n_u = 0.9$ mm.

Este valor máximo é atingido para um deslizamento crítico, Δs_u (a partir do qual deixa de ser possível mobilizar o efeito de fricção), que é determinado pela expressão:

$$\Delta s_u = 0.336\Delta n + 0.01mm \tag{3.70}$$

A abertura de fendas correspondente, Δ_u, pode ser determinada por condições cinemáticas retiradas da Figura 3.20, considerando que o deslocamento horizontal a meia altura da fenda é igual a metade do respectivo deslocamento ao nível da armadura longitudinal,

$$\Delta_u = 0.5\Delta_{uL} = 0.5 \cdot \varepsilon_{sm} \cdot s_{cr} \tag{3.71}$$

ε_{sm} - extensão média da armadura de flexão

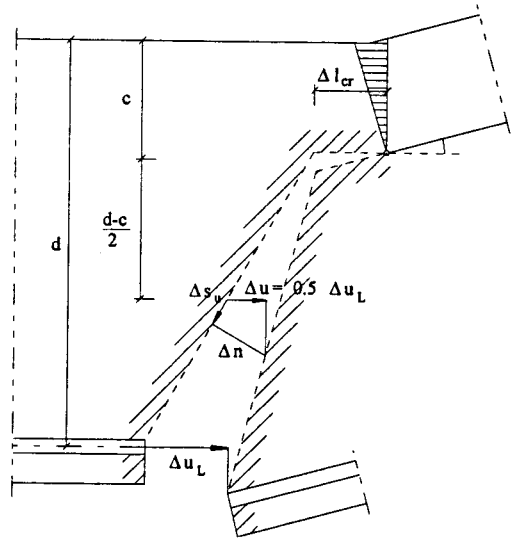


Figura 3.20 - Relações cinemáticas de definição da abertura da fenda.

Considerando desprezável a contribuição do betão à tracção entre fendas "*tension stiffening*", isto é, $\varepsilon_{sm} \cong \varepsilon_s$, para vigas de alturas correntes, e a partir das condições cinemáticas retiradas da Figura 3.20, obtem-se a seguinte expressão para a abertura crítica das fendas (Reineck, 1991):

$$\Delta_n = 0.71 \cdot \varepsilon_s \cdot s_{cr} \tag{3.72}$$

Esta expressão traduz a influência da altura da secção (através do valor de s_{cr}, equação 3.65) no valor da abertura crítica e na resistência desenvolvida por fricção (pela expressão 3.69) evidenciando o efeito de escala na capacidade resistente ao corte.

A acção de um esforço axial, condicionando os valores da extensão longitudinal e da espessura das fendas, permite estabelecer uma transição das peças de betão pré-esforçado para as parcialmente pré-esforçadas e para as de betão armado simples.

Capacidade última ao corte

Considerando como critério de rotura a limitação do deslizamento crítico, Δs_u, Reineck (1991) derivou a seguinte a expressão para o esforço transverso último, função da resistência por efeito da fricção e por efeito de cavilha, da relação *a/d* e do parâmetro λ (valor adimensional da espessura crítica da fenda na cedência da armadura longitudinal definido por (3.74)):

$$V_u = \frac{b_w \cdot d \cdot 0.4 f_{ct} - 0.16 \frac{f_{ct}}{f_c} \lambda \frac{z_c}{d} N + V_{du}}{\left[1 + 0.16 \frac{f_{ct}}{f_c} \lambda \cdot \left(\frac{x}{d} + 0.5\right)\right]} \qquad (3.73)$$

sendo,

$c = 0.3\, d$

z_c - braço da força axial aplicada em relação à resultante das compressões no banzo superior.

λ - factor dependente da percentagem de armadura longitudinal, ρ, da altura da secção da peça e da abertura crítica da fenda de corte, definido pela expressão:

$$\lambda = \frac{\varepsilon_{sy} d}{\varpi \cdot \Delta n_u} = \frac{f_c}{E_s \rho} \cdot \frac{d}{\Delta n_u} \qquad (3.74)$$

com $\varepsilon_{sy} = \frac{f_y}{E_s}$ e $\varpi = \rho \frac{f_y}{f_c}$ (percentagem mecânica da armadura longitudinal).

A secção crítica poderá ser considerada, nos casos de não interrupção da armadura longitudinal, coincidente com a secção limite da zona *D*, correspondente à secção de aplicação da carga concentrada, a uma distância aproximada do apoio de: $x_u = a - 3 s_{sr} \approx a - 1.5 \cdot d$.

Modelo de treliça associado

O campo biaxial de tensões nos dentes de betão resultante da combinação das tensões devidas à fricção com a componente resistida por efeito "*dowell*" é representado, por Reineck, pelo modelo de treliça da Figura 3.21. A alma da viga é discretizada em barras de betão à tracção (que incluem a resistência desenvolvida por atrito entre as faces das fendas e por corte da armadura de flexão) e à compressão, dentro do conceito de modelo de escoras-e-tirantes, admitindo determinadas orientações para as diagonais comprimidas da alma.

É um modelo simplificado que se destina essencialmente à interpretação de resultados experimentais.

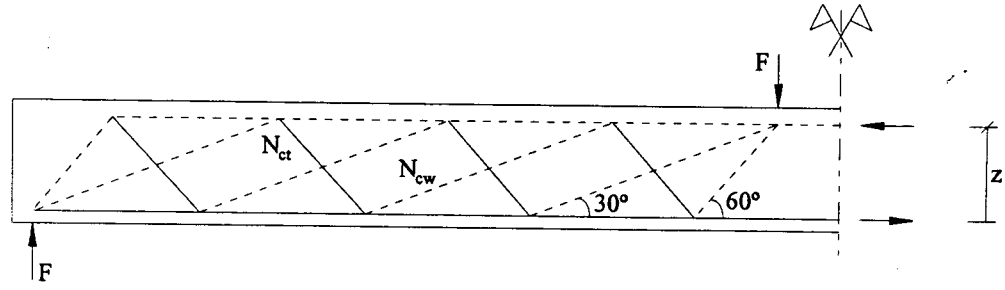


Figura 3.21 - Modelo de treliça para vigas sem armadura transversal.

N_{ct} - esforço no tirante de betão

N_{cw} - esforço na biela de betão

3.2.5.2 - Modelo para vigas com armadura transversal

No modelo para vigas com armadura transversal a capacidade resistente ao corte é determinada pelo equilíbrio vertical das forças num troço de viga (considerado zona *B*), representado na Figura 3.22, pela soma das parcelas referentes aos contributos da armadura transversal (primeira parcela), do efeito de fricção, V_f, e do pré-esforço, V_P:

$$V = \frac{A_{sw}}{s} f_{yw} z \cot \beta_{cr} + V_f + V_P \tag{3.75}$$

É desprezado por simplificação o efeito de cavilha da armadura longitudinal.

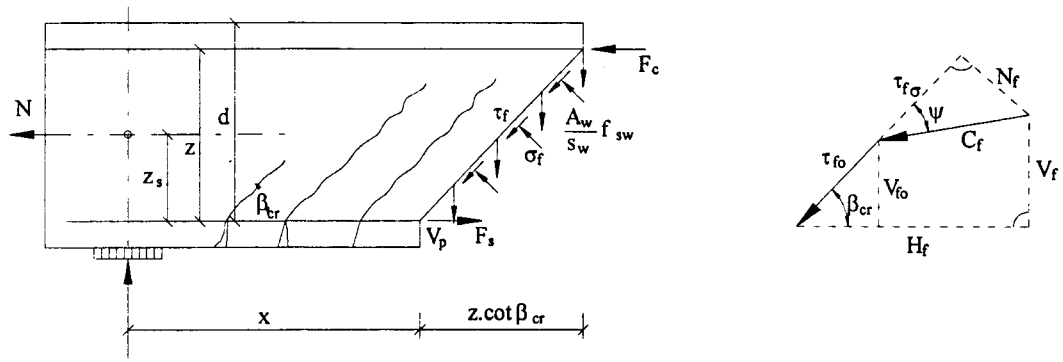


Figura 3.22 - a) Forças actuantes num troço de viga; b) Forças devidas à fricção.

A componente vertical da resultante das tensões de fricção, V_f, na alma é expressa por:

$$V_f = b_w z\left[\tau_{fo} + \tau_{f\sigma}\left(1 - \frac{\cot\beta_{cr}}{\mu_f}\right)\right] \tag{3.76}$$

sendo as tensões devidas à fricção (Figura 3.22,b) determinadas a partir das relações definidas por Walraven:

$$\tau_f = \tau_{fo} + \mu_f \sigma_f = \tau_{fo} + \tau_{f\sigma} \tag{3.77}$$

com $\mu = 1{,}7$ - coeficiente de atrito (para largura de fendas até o.5 mm)

τ_f - tensões de atrito entre faces de fendas

τ_{fo} - parcela constante das tensões de atrito

$\tau_{f\sigma}$ - parcela variável das tensões de atrito

O seu valor é dependente da abertura da fenda e do deslocamento relativo entre as suas faces, determinados a partir do conhecimento do campo de deformações do elemento de viga.

O estado de tensão na escora ("*dente*") de betão entre fendas é obtido por sobreposição de dois campos de tensão: o primeiro resultante do funcionamento de treliça (Figura 3.23,a) que origina uma compressão uniaxial no betão (C_η) e um esforço de tracção nos estribos, e o segundo, derivado do efeito da fricção, caracterizado por tensões tangenciais, τ_f, e tensões normais, σ_f, (Figura 3.23,b).

O campo bi-dimensional de tensões na alma resultante dos efeitos da fricção (Figura 3.23,c) é caracterizado pelas tensões principais de tracção, σ_1, e de compressão, σ_2, cuja inclinação, θ, é inferior à inclinação da fenda de corte, β_{cr}, e pode ser determinado pela teoria da elasticidade para valores da tensão principal de tracção inferiores à resistência do betão à tracção.

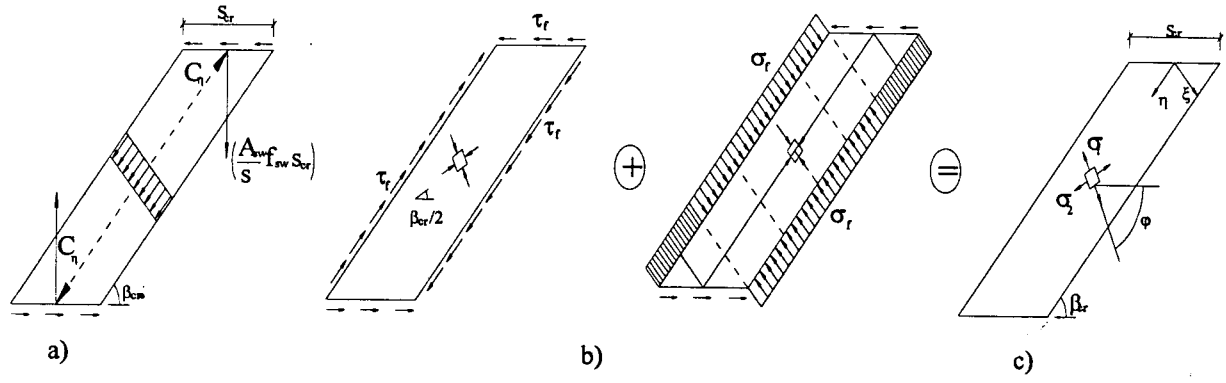


Figura 3.23- Forças e tensões num elemento de betão entre fendas. a) Forças e tensões devidas à acção da treliça; b) tensões devidas à fricção; c) estado de tensão resultante dos efeitos da fricção (Reineck, 1991).

Nesta formulação e contrariamente a outros modelos (modelo de Collins *et al.*), a inclinação das extensões principais não é coincidente com a das tensões principais.

Modelo de treliça associado

Reineck associou o seu modelo desenvolvido para vigas com armadura transversal a dois modelos de treliça sobrepostos, um derivado da treliça clássica de inclinação variável traduzindo o efeito da armadura transversal (Figura 3.24,a) e o outro constituído por barras de betão à compressão e à tracção representando as tensões desenvolvidas por atrito na alma de betão sem armadura transversal (Figura 3.24,b).

O esforço transverso resistente é o determinado pela soma dos correspondentes esforços resistentes dos dois modelos: V_{ct} - na treliça constituída pelos tirantes de betão e V_w - na treliça constituída por tirantes representando os estribos.

Esta modelação permite estabelecer uma transição para o modelo de vigas sem armadura transversal.

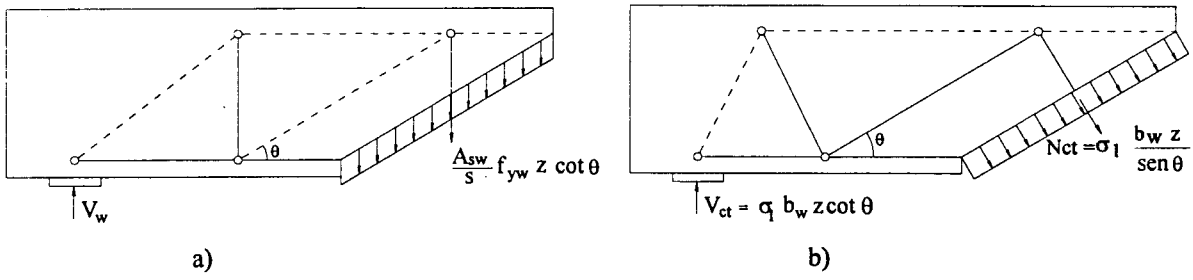


Figura 3.24 - Modelos de treliça para avaliação da capacidade resistente ao corte. a) Estribos e campo de compressões uniaxiais; b) Estado biaxial de tensões no betão da alma.

Reineck aplicou o seu modelo a vigas estudadas experimentalmente por Leonhardt (1970) verificando, no caso de valores elevados das tensões de corte, um maior contributo do modelo de treliça com tirantes realizados por estribos e, para valores pequenos ou médios de τ, uma maior aproximação com o modelo constituído por tirantes de betão.

Estes modelos parecem, no entanto, necessitar de deslocamentos sensíveis que não são em geral compatíveis com as roturas bruscas por corte. No modelo desenvolvido para vigas sem armadura transversal é suposta uma distribuição discreta de fendas com um determinado espaçamento (dentro da filosofia do modelo de pente), que nem sempre é verificada na experimentação.

Daí a limitação da sua aplicação a vigas com valores da relação *a/d* iguais ou superiores a cinco, já que, para valores inferiores daquela relação, a rotura deriva geralmente da abertura de uma única fenda dominante.

3.2.6 - Modelo numérico contínuo de análise não linear

O modelo utilizado no estudo numérico das vigas ensaiadas é um modelo de análise não linear desenvolvido por Figueiras (1983) e Póvoas (1991). Este modelo segue a formulação do

Método dos Elementos Finitos e um procedimento incremental iterativo permitindo analisar estruturas de betão armado e pré-esforçado até à rotura e reiniciar a análise em fases intermédias do carregamento.

O modelo fornece a visualização do desenvolvimento da deformação e da fendilhação em todas as fases do carregamento e a caracterização do mecanismo de rotura; para cada incremento de carga são verificadas as condições de equilibrio e de compatibilidade em todo o domínio da estrutura, possibilitando assim a verificação do seu comportamento tanto em serviço como em estado último.

3.2.6.1 - Modelação dos materiais

Betão

Na definição dos diagramas de comportamento adoptados no modelo o betão é considerado como um material contínuo, homogéneo e inicialmente isotrópico.

Comportamento do betão à compressão axial

O comportamento do betão em ensaio de compressão com controlo de deformação é caracterizado por um troço inicial praticamente elástico linear até um valor sensivelmente igual a 30% da sua tensão máxima (nesta fase inicial do carregamento as microfissuras iniciadas no processo de endurecimento do betão mantêm-se inalteradas), um troço parabólico até se atingir o valor máximo da tensão e um último troço descendente, caracterizado por fendilhação macroscópica segundo superfícies de fractura sensivelmente paralelas à direcção da carga, com deformações não uniformes e desagregação do material até à sua completa destruição.

A curva correspondente a esta última fase do diagrama é particularmente influenciada pelas condições de execução do ensaio, no que se refere ao atrito existente entre o provete e os dispositivos de carga que condicionam a expansão lateral das extremidades do provete, não traduzindo, portanto, com rigor o comportamento do material.

O diagrama adoptado no modelo numérico de Figueiras e Póvoas aproxima-se do diagrama parábola-rectângulo (Figura 3.25) no qual, atingida a resistência máxima à compressão, o betão exibe um comportamento perfeitamente plástico até um valor máximo da extensão, ε_{cu}, que é determinada através da definição da superfície de fractura por esmagamento.

A partir deste valor admite-se a ocorrência da rotura do material com perda total das suas características de resistência e rigidez.

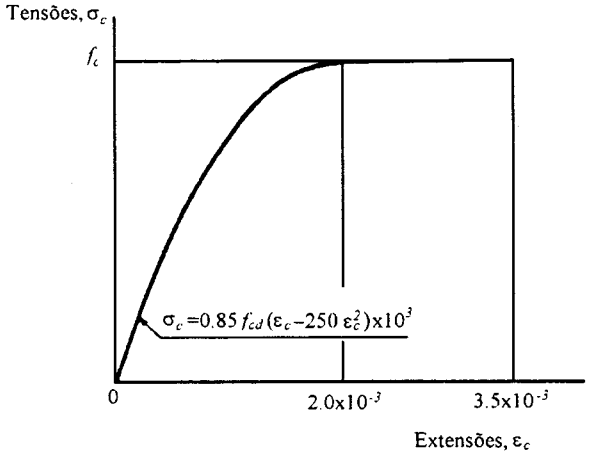


Figura 3.25 - Diagrama convencional para o betão à compressão.

Os parâmetros que definem este diagrama são:

- a resistência à compressão uniaxial em cilindros, f_c;
- o coeficiente de Poisson α, que toma valores dentro do intervalo $0.15 < \alpha < 0.20$ para níveis de tensão até 75% da resistência a compressão, crescendo até atingir o valor 0.5 em fase de rotura;
- a extensão máxima à compressão, ε_{cu}, variável entre 0.003 e 0.007. Os valores mais elevados observam-se nos betões de menor resistência que evidenciam um comportamento mais dúctil.

O módulo de elasticidade longitudinal do betão, aos j dias de idade, E_{cj}, é quantificado pela expressão empírica indicada pelo REBAP, função do valor médio da tensão de rotura do betão em provetes cilíndricos, com a mesma idade, $f_{cm,j}$:

$$E_{cj} = 9.5 \cdot \sqrt[3]{f_{cm,j}} \tag{3.78}$$

Comportamento do betão à tracção axial

Este tipo de comportamento é modelado diferentemente para o betão simples e para o betão com armaduras incorporadas. O betão é caracterizado por exibir um tipo de rotura frágil em tracção. A resposta do betão consiste numa componente elástica linear recuperável na descarga e uma não linear permanente, que representa o efeito da deformação produzida pela fendilhação microscópica sob o aumento das tensões de tracção.

O diagrama correspondente ao ensaio com controlo de deformação (Figura 3.26) é caracterizado por (Hordijk, 1992):

-um troço inicial (troço I) aproximadamente linear até cerca de 60% da tensão de rotura. Análogamente ao que se verifica no ensaio de compressão não se registam nesta fase alterações sensíveis no padrão da microfendilhação pré-existente podendo, numa macro visão, considerar-se uma distribuição uniforme de tensões na secção;

-um ramo não linear (troço II), com reduzida propagação das fendas microscópicas, entre o limite de proporcionalidade (LP) e a carga máxima que caracteriza o valor da sua resistência à tracção; verifica-se então a concentração das micro-fissuras, numa zona designada por zona de fractura "*softening zone*", que se desenvolvem numa macro-fissura ocorrendo a rotura numa secção mais fraca do provete segundo um plano perpendicular à direcção da força de tracção aplicada;

-um ramo descendente, que apresenta uma diminuição progressiva da carga com aumento de deslocamento (troço III) quando se refere à zona III onde se verificou a rotura, ou uma descarga com recuperação das micro fendas (troço IV) que corresponde a uma zona exterior àquela.

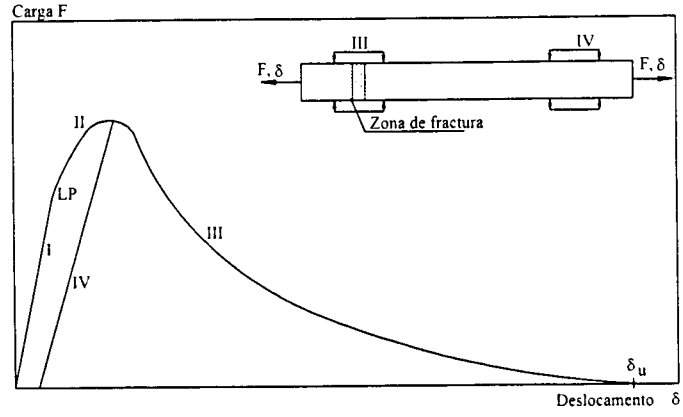


Figura 3.26 - Diagramas força-deslocamento do betão à tracção obtido num ensaio com controlo de deformação (Hordijk, 1992).

A curva III traduz o comportamento designado por *amaciamento* do betão à tracção e resulta da soma de duas contribuições: a extensão do betão e a abertura das micro-fendas.

Idênticamente ao verificado no ensaio de compressão também o ramo descendente da curva vem substancialmente afectado pelas condições do ensaio (Hordijk, 1992): a ligação do

provete à máquina de teste, as suas dimensões (efeito de escala), o comprimento no qual é medida a deformação, etc.

A variação da tensão com a largura de fendas é definida à custa do valor da energia da fractura, G_F, quantidade de energia necessária para propagar uma fenda de área unitária, que é quantificada pela área limitada pelo diagrama de comportamento tensão-deslocamento:

$$G_F = \int \sigma \cdot dw \tag{3.79}$$

em que w representa a largura das microfendas existentes na zona de fendilhação.

A "ductilidade" (*amaciamento*) do betão à tracção, que é traduzida pelo ramo descendente do diagrama de comportamento, foi atribuida por Walraven (1981) e Van Mier (ref. em Schlangen, 1993) ao efeito de engrenagem entre partículas dos agregados separadas pela fenda ("*aggregate interlock*") produzida por escorregamento entre as suas faces.

O comportamento do *betão simples* à tracção adoptado no modelo numérico vem definido pelo diagrama simplificado da Figura 3.27 com base num critério energético de propagação da fendilhação.

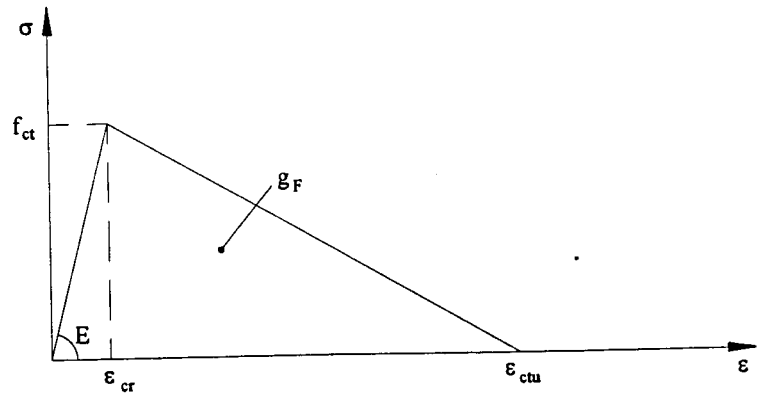


Figura 3.27 - Diagrama bilinear tensões-extensões normais de tracção do betão.

Os parâmetros envolvidos na definição deste diagrama são:

- a resistência à tracção axial, f_{ct} - o seu valor médio (f_{ctm}) está relacionado com o valor característico da resistência à compressão em cilindros, f_{ck}, pela a expressão indicada pelo REBAP,

$$f_{ctm} = 0.3\ (f_{ck})^{2/3} \tag{3.80}$$

com $f_{ck} = f_{cm} - 8$ (MC90)

-a energia de fractura G_F, $G_F = g_F \cdot h$ (sendo g_F a área definida pelo diagrama σ,ε e h a largura da zona de fractura) vem quantificada pela expressão indicada no MC90:

$$G_F = \alpha_F \cdot (f_{cm} / f_{cm0})^{0.7} \tag{3.81}$$

em que,

α_F - coeficiente que depende das dimensões máximas dos inertes utilizados no fabrico do betão e $f_{cmo} = 10$ MPa.

-a extensão máxima, ε_{ctu}, determinada pela expressão:

$$\varepsilon_{ctu} = 2G_F / h f_{ct} \quad \text{(MC90)} \tag{3.82}$$

em que h (largura da zona de fractura) é avaliada em função da geometria e das dimensões a e b dos elementos da malha utilizada, $h = \sqrt{\frac{a}{2} \cdot \frac{b}{2}}$

- a extensão correspondente à tensão máxima, e_{cr}, define o critério de iniciação da fenda.

A extensão do betão é definida em relação à "*largura*" da zona de fractura e, no caso da modelação em elementos finitos, à dimensão do elemento onde se distribuem as fendas. Existe portanto um efeito de escala que traduz a dependência entre o ramo descendente da curva de comportamento e aquela largura. Os parâmetros variáveis do diagrama deverão ser pois escolhidos em função das dimensões dos elementos finitos de modo que o valor da energia de fractura venha independente da geometria da malha utilizada (Rots *et al.*, 1985).

O comportamento do *betão armado à tracção* apresenta uma capacidade de retenção das tensões de tracção, "*tension stiffening*", depois de iniciada a fendilhação, atribuido à aderência entre o betão e as armaduras. O diagrama característico (Figura 3.28) apresenta:

- um troço inicial linear até ser atingida a tensão máxima de tracção, verificando-se depois uma diminuição brusca deste valor que correspondente ao início da fendilhação; essa diminuição é medida pelo factor α_{ct}, *coeficiente de retenção de tensões de tracção*, que define a redução da tensão de tracção no momento de fendilhação.

- um segundo troço linear, representando a variação das tensões de tracção no betão fendilhado, "*tension stiffening effect*", com ajustamento do módulo de elasticidade fictício,

$E = \sigma / \varepsilon$; este parâmetro traduz a redução progressiva de rigidez em virtude da deterioração da aderência entre as armaduras e o betão envolvente. Se num ponto do troço descendente do diagrama se verificar uma diminuição de tensão esta será traduzida por uma recta em direcção à origem (fechamento da fenda), considerando-se para um aumento posterior da tensão o mesmo percurso agora em sentido inverso.

A validade deste diagrama restringe-se às regiões da estrutura onde a interacção entre o betão e as armaduras permite mobilizar o mecanismo de aderência.

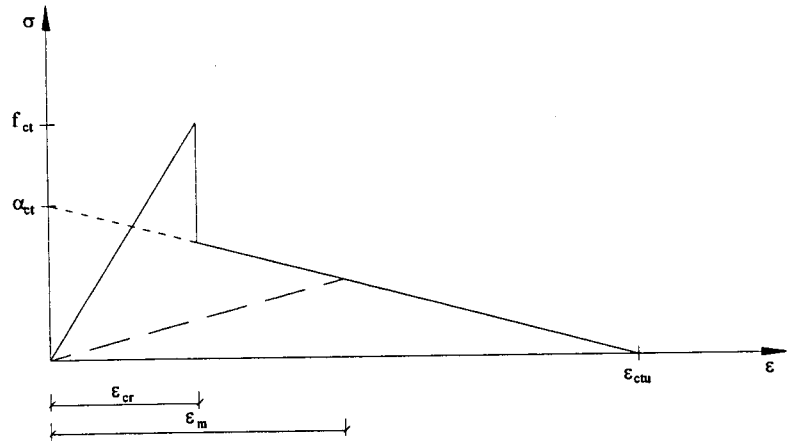


Figura 3.28 - Diagrama de retenção de tensões de tracção para o betão fendilhado.

Os parâmetros que definem este diagrama são:

- a resistência à tracção axial, f_{ct},
- o coeficiente α_{ct} de retenção de tensões de tracção definido em função das características geométricas e mecânicas do elemento estrutural, quantifica a diminuição de tensão no betão no momento da fendilhação; em geral $0.5 \leq \alpha_{ct} \leq 0.8$.
- a forma do ramo descendente, aqui adoptada uma variação linear;
- a extensão máxima do betão à tracção, ε_{ctu}, definida através de uma relação entre a largura da fenda e o deslizamento relativo entre o betão e a armadura, com progressiva perda de aderência entre os dois materiais. Considerando a eliminação total da aderência com a entrada em cedência das armaduras, a extensão máxima virá limitada por $\varepsilon_{ctu} = f_y / E_s$.

Comportamento do betão ao corte

A resistência ao corte do betão fendilhado é devida fundamentalmente à aderência betão-armaduras e ao atrito entre partículas seccionadas pela fenda. A quantificação da "rigidez" ao corte vem assim dependente do valor da espessura das fendas, sendo necessário fixar uma largura máxima (em geral 0.4 a 0.5 milímetros) para a qual deixa de se verificar transferência de tensões.

A modelação do comportamento do betão fendilhado ao corte é feita, por um procedimento simplificado, através da diminuição do seu módulo de elasticidade transversal, G, pela aplicação de um coeficiente redutor, *coeficiente de retenção de corte*, com variação linear entre zero e aproximadamente 0.25.

Comportamento do aço

As leis constitutivas adoptadas para o aço baseiam-se num comportamento elásto-plástico idealizado com base num diagrama multilinear (Figura 3.29).

Os parâmetros envolvidos na caracterização da curva de comportamento são:

- os valores do módulo de elasticidade longitudinal, E_0, E_1 e E_2, correspondentes aos três troços lineares,
- o valor da tensão (ou extensão) máxima correspondente a cada um dos troços; no último troço é considerada uma pequena inclinação diferente de zero, para evitar instabilidades numéricas associadas a valor nulo da rigidez.

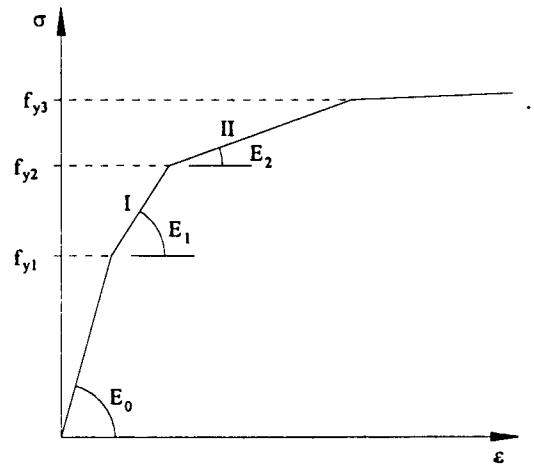


Figura 3.29 - Diagrama multilinear para o aço.

3.2.6.2 - Critério de resistência

O critério de resistência máxima estabelece um conjunto de estados de tensão que definem a capacidade resistente máxima do betão e são representados por superfícies de tensão máxima (Figura 3.30).

O critério de resistência é acompanhado de uma lei de endurecimento que define o movimento da superfície de cedência (ou a posição das sucessivas superfícies de carga), determinado pela ocorrência das deformações plásticas.

A superfície de cedência limite adoptada foi estabelecida por Figueiras (1983) a partir de resultados experimentais apresentados por Kupfer *et al.* (1969), relativos a ensaios de compressão uniaxial e biaxial, e é expressa em termos das componentes do estado de tensão por:

$$f_c = \sqrt{1.355\left(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y\right) + 3\tau_{xy}^2} - 0.355 f_c \left(\sigma_x + \sigma_y\right) \tag{3.83}$$

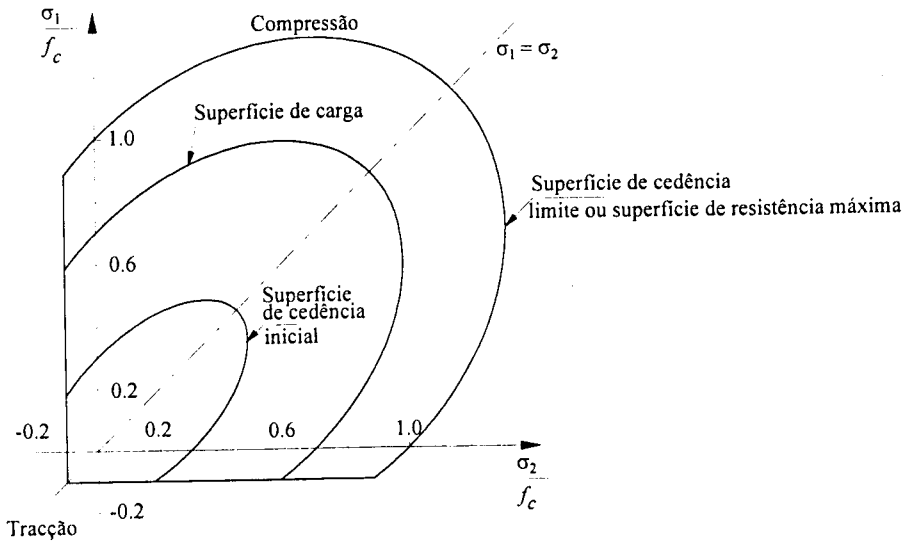


Figura 3.30- Representação das superfícies de cedência no espaço bidimensional das tensões.

A superfície de cedência inicial é definida com base na expressão (3.83) através da simples consideração de um valor reduzido (usualmente igual a 30%) para a tensão de cedência.

3.2.6.3 - Modelo de fendilhação

A fendilhação do betão é caracterizada pelo desenvolvimento de macro e de microfissuras devidas à heterogeneidade do material. Na modelação o betão fendilhado é considerado como um material contínuo, sendo a fendilhação traduzida por uma transformação das leis constitutivas do betão.

A abertura de uma fenda é determinada com base num critério de tensão máxima, que define a superfície de fractura por tracção do betão: logo que num dado ponto (ponto de Gauss) a tensão principal atinge a resistência à tracção uniaxial do betão verifica-se a formação de uma fenda na direcção perpendicular à da referida tensão principal. O betão é então considerado como um material ortotrópico, com os eixos locais de ortotropia coincidentes com as direcções das tensões principais. Com o aumento da deformação verifica-se, na direcção normal à fenda, uma perda de tensão do material, de acordo com o ramo descendente da curva σ-ε correspondente (diagrama de retenção de tensões de tracção no caso do betão com armaduras incorporadas e diagrama de tracção com *amaciamento* no caso do betão simples). Na direcção paralela ao plano de fractura consideram-se mantidas constantes as características de rigidez e resistência iniciais do material.

O modelo de fendilhação adoptado para o betão foi idealizado com base no conceito de fendilhação distribuida "*smeared crack model*", que consiste em distribuir a fenda no interior da zona de fractura correspondente (banda de fendilhação) cuja largura está relacionada com a configuração da malha de elementos finitos utilizados na discretização da estrutura, de modo que os resultados obtidos por modelos numéricos baseados no método dos elementos finitos e nos conceitos da mecânica da fractura não linear venham independentes do tamanho dos elementos que discretizam a estrutura.

É admitida a formação de duas fendas ortogonais em cada ponto, cujas direcções se supõem fixas ao longo de todo o processo de carga, independentemente das modificações entretanto ocorridas nas direcções das tensões principais, "*fixed crack model*". Esta limitação é ultrapassada nos modelos que aceitam a possibilidade de formação de mais do que duas fendas simultâneas com possibilidade de mudança de orientação, "*rotating crack models*", que não foram, no entanto, aqui utilizados.

3.3 - APLICAÇÃO DOS MODELOS ANALÍTICOS DE CÁLCULO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Nos números seguintes efectua-se a análise das vigas de secção em T que foram objecto do estudo experimental que se descreve no Capítulo 2, através dos diferentes modelos de dimensionamento ao esforço transverso apresentados no ponto anterior, estabelecendo-se a comparação da capacidade resistente obtida nos diferentes casos com os correspondentes valores observados na experimentação.

No conjunto das vigas ensaiadas foram analisadas as que melhor satisfaziam as condições de aplicabilidade de cada modelo.

3.3.1 - Modelos regulamentares (REBAP e EC2)

Na aplicação das expressões regulamentares apresentadas pelo REBAP e pelo EC2, os valores de cálculo das resistências dos materiais foram identificados com os correspondentes valores médios, obtidos por via experimental:

- o valor de cálculo da resistência do betão à compressão foi considerado igual à resistência cilíndrica média à compressão do betão f_{cm}, determinada a partir da resistência cúbica (obtida nos ensaios de compressão de provetes de 20 cm de aresta) afectada de um coeficiente redutor apropriado;

- ao valor de cálculo da resistência do betão à tracção foi atribuido o valor médio dessa resistência, f_{ctm}, avaliada a partir da resistência cilíndrica à compressão, pela expressão $f_{ctm} = 0.3 \cdot f_{cm}^{2/3}$ indicada no REBAP;

- o valor da tensão resistente de cálculo do betão ao corte, τ_1 (REBAP) ou τ_{Rd} (EC2), foi determinado a partir das expressões: $\tau_1 = 0.6 \cdot f_{ctd}$ e $\tau_{Rd} = 0.25 \cdot f_{ctd}$, respectivamente, com $f_{ctd} = f_{ctm}$.

- o valor de cálculo da tensão de cedência dos aços da armadura transversal foram determinados a partir dos correspondentes valores médios, obtidos nos ensaios de tracção.

3.3.1.1 - Vigas com armadura transversal, V_1 a V_3

No Quadro 3.1 indicam-se os valores do esforço transverso resistente V_R, determinados por aplicação das expressões indicadas no REBAP (3.10) e no EC2 - método padrão, $V_{R,m.p}$ (3.21) e método das bielas de inclinação variável ($V_{R,b.i.v}$) - definidas em valores médios das tensões.

Em todos os casos foi verificada a condição de não esmagamento das bielas inclinadas de betão da alma (3.14) e (3.17).

Na aplicação do método das bielas de inclinação variável (EC2) a escolha do valor do ângulo θ foi determinado pela condição $V_{R2} = V_{R3}$, (igual capacidade resistente das bielas inclinadas de betão e da armadura transversal ao esforço transverso) que pode ser considerada como uma solução óptima relativamente ao valor mínimo exigido para a área da armadura transversal ou, no caso presente, em que esta armadura é conhecida, como a inclinação que determina o seu maior rendimento.

Apresentam-se também os valores da contribuição do betão ao corte, V_c - REBAP, (3.11) e V_{R1} - EC2, (3.20) e os valores do esforço transverso último e de início da fendilhação diagonal visível, observados na experimentação, respectivamente $V_{u,exp}$ e $V_{cr,exp}$. No Quadro 3.2 faz-se a comparação dos valores determinados pelas diferentes vias.

Quadro 3.1 - Vigas com armadura transversal. Esforço transverso resistente determinado pela aplicação das expressões regulamentares.

	Res. à comp.	Valores experimentais		REBAP		EC2 Método padrão		EC2 Mét.b. inc.v.	
Viga	f_{cm} (MPa)	$V_{cr,exp}$ (kN)	$V_{u,exp}$ (kN)	V_c (kN)	$V_R \leq \tau_2 b_w d$ (kN)	V_{R1} (kN)	$V_{R,m.p.} \leq V_{r2,red}$ (kN)	$V_{R2} = V_{R3}$ V (kN)	θ (°)
V_{1A}	23.28	43.0	135.8	46.3	177.4 < 220.0	49.6	180.7 < 192.6	182.6	θ=35.7
V_{1B}	24.11	30.5	131.0	47.4	178.5 < 227.8	49.8	180.9 < 198.0	182.7	θ=35.7
V_{2A}	20.28	35.8	131.4	45.2	176.3 < 191.6	62.3	(193.42)>172.5	167.2	θ=38.1
V_{2B}	20.28	35.3	131.4	45.2	176.3 < 191.6	62.3	(193.42)>172.5	167.2	θ=38.1
V_{3A}	30.08	38.2	153.4	54.9	121.0 < 284.3	58.7	124.8 < 242.3	163.3	θ=22.1
V_{3B}	30.08	24.5	137.8	54.9	121.0 < 284.3	58.7	124.8 < 242.3	163.3	θ=22.1

Quadro 3.2 - Vigas com armadura transversal. Comparação dos valores regulamentares com os experimentais.

Viga	$V_{u,exp}/V_{u,REBAP}$	$V_{u,exp}/V_{u,EC2,mp}$	$V_{u,exp}/V_{u,EC2,biv}$	$V_{cr,exp}/V_{c,REBAP}$	$V_{cr,exp}/V_{R.,EC2}$
V_{1A}	0.77	0.75	0.74	0.93	0.87
V_{1B}	0.73	0.72	0.72	0.64	0.61
V_{2A}	0.75	0.76	0.79	0.79	0.57
V_{2B}	0.75	0.76	0.79	0.78	0.57
V_{3A}	1.27	1.23	0.94	0.70	0.65
V_{3B}	1.14	1.10	0.84	0.45	0.42

A análise dos Quadros 3.1 e 3.2 permite retirar as seguintes conclusões:

i) esforço transverso último

- REBAP e EC2 - método padrão:

Os valores do esforço transverso último, V_u, determinados por aplicação do método padrão (EC2) são ligeiramente superiores aos obtidos pelas expressões indicadas no REBAP (efeito da elevada percentagem de armadura de flexão). Exceptua-se o caso da viga V_2, para a qual o valor do esforço transverso último obtido pelas expressões indicadas no EC2 vem limitado pela resistência à compressão das bielas de betão, $V_{R2,red}$ (para o valor da resistência do betão o coeficiente redutor, ν, é inferior ao indicado pelo REBAP).

Em relação às vigas V_1 (sem compressão axial) e V_2 (compressão axial igual a 200 kN) os valores de V_u regulamentares são cerca de 30% superiores aos observados na experimentação. Este resultado seria de esperar, já que, nestas vigas, a rotura terá ocorrido essencialmente por esgotamento da sua capacidade resistente à flexão (cujo valor teórico era inferior ao correspondente valor da capacidade resistente por esforço transverso) - por esmagamento do bloco comprimido de betão - quando haveria ainda uma capacidade suplementar ao esforço transverso.

No caso das vigas V_3 (sem compressão axial), com menor percentagem de armadura transversal (estribos ϕ=6mm em vez de ϕ=8 mm como em V_1 e V_2) os valores regulamentares são conservativos. Nestas vigas foi verificada (pela grandeza das extensões medidas nos estribos), na rotura, a cedência da armadura transversal.

- *EC2 - método das bielas de inclinação variável*

Este método fornece, pela condição $V_{R2}=V_{R3}$, os valores mais elevados do esforço transverso resistente, $V_{u,EC2,b.i.v.}$, que são superiores aos correspondentes valores experimentais, nas três vigas analisadas.

A inclinação "óptima" das bielas comprimidas, determinada pela mesma igualdade, apresentou os valores $\theta = 35.7°$ na viga V_1, $\theta=38.1°$ na viga V_2 e $\theta = 22.1°$ na viga V_3.

Para esta última viga e para $\theta = 22.1°$ a capacidade resistente regulamentar é um pouco superior à observada na experimentação. Note-se que para esta inclinação o valor de $z \cdot cot\theta$ vem igual a 70 cm, próximo da distância a entre a carga e os apoios (a = 85 cm) - traduzindo uma transmissão "quase" directa da carga para os apoios através de um mecanismo do tipo biela e tirante.

Este valor de θ é inferior ao correspondente valor determinado pelo processo aproximado de avaliação da contribuição do betão ao esforço transverso ao longo do carregamento, $\theta_u = 28.7°$ (descrito no Capítulo 2, ponto 2.3.3), nas mesmas vigas, para a carga de rotura. Efectivamente a inclinação óptima determinada pela igualdade $V_{R2} = V_{R3}$ pressupõe, no limite, a ocorrência de esmagamento das bielas de betão da alma, o que não foi observado no ensaio experimental.

ii) esforço transverso de fendilhação diagonal

O esforço transverso correspondente ao início da fendilhação diagonal visível na experimentação poderá, de uma maneira aproximada, ser associado à contribuição do betão ao corte, V_c, indicada no REBAP e à resistência do betão ao corte em elementos sem armadura transversal, V_{R1}, apresentada no EC2 (método padrão).

Estes valores não são por definição equivalentes: o início de fendilhação oblíqua corresponde ao esforço transverso que introduz na alma uma tensão principal de tracção igual à resistência à tracção do betão, enquanto que a contribuição do betão ao corte definida na regulamentação é traduzida por uma expressão empírica, constante ao longo do carregamento, baseada no comportamento de elementos sem armadura transversal.

Da análise do Quadro 3.2 pode verificar-se que a contribuição do betão ao corte determinada pelas expressões regulamentares é, em todas as vigas analisadas, superior ao valor do esforço transverso, $V_{cr,exp}$, correspondente ao início da fendilhação visível (fendas diagonais ténues na alma) na experimentação:

$$0.45 < V_{cr,exp}/V_{c\,(REBAP)} < 0.93$$

$$0.42 < V_{cr,exp}/V_{R1(EC2)} < 0.87$$

3.4.1.2 - Vigas sem armadura transversal, V_4 a V_7

Nas vigas sem armadura transversal, V_4 a V_7, o esforço transverso último obtido na experimentação, $V_{u,exp}$, é comparado com o esforço transverso resistente de peças sem armadura transversal, V_c - no REBAP (3.11) e V_{R1} - no EC2 (3.20).

No Quadro 3.3 indicam-se os valores de corte resistentes determinados pelas expressões regulamentares, bem como também os valores do esforço transverso último $V_{u,exp}$, e de início de fendilhação diagonal $V_{cr,exp}$, observados nos ensaios experimentais, para comparação dos resultados.

Quadro 3.3 - Vigas sem armadura transversal. Esforço transverso resistente obtido por aplicação das expressões regulamentares. Comparação com os valores experimentais.

	Res. à comp.	Valores esperimentais		Valores regulamentares		Valores exp. / Valores reg.	
Viga	f_{cm} (MPa)	$V_{cr,exp}$ (kN)	$V_{u,exp}$ (kN)	REBAP $V_C < \tau_2\, b_w\, d$	EC_2 $V_{R1} \leq V_{R2,red}$	$V_{u,exp}/V_{c,REBAP}$	$V_{u,exp}/V_{R1,EC2}$
V_{4A}	14.95	24.5	58.8	34.4	36.9	1.71	1.60
V_{4B}	17.87	27.0	61.3	38.8	41.5	1.58	1.48
V_{5A}	20.57	40.5	74.8	45.8	62.8	1.63	1.19
V_{5B}	17.78	40.6	70.0	41.9	58.5	1.67	1.20
V_{6A}	15.20	55.2	77.2	48.0	71.6	1.68	1.08
V_{6B}	17.45	45.5	67.6	50.4	75.2	1.34	0.90
V_{7A}	25.70	73.5	99.4	67.7	104.4	1.47	0.95
V_{7B}	24.66	69.1	99.3	66.7	103.0	1.48	0.96

Da análise do Quadro 3.3 verifica-se que os valores do esforço transverso resistente determinados pelas expressões indicadas pelo REBAP vêm substancialmente inferiores aos valores últimos obtidos na experimentação. A capacidade resistente determinada pelo EC2 é mais próxima da experimental, fornecendo mesmo valores por excesso em relação às vigas V_{6B} e $V_{7(A\ e\ B)}$, com compressão axial mais elevada.

No gráfico da Figura 3.31 indicam-se, para uma melhor visualização da análise comparativa, as curvas de variação do esforço transverso resistente, V_{R1} ($<V_{r2.,red}$) segundo a expressão indicada no EC2 (método padrão), com a resistência cilíndrica do betão à compressão, para os níveis de compressão axial aplicados nos ensaios experimentais (P igual a 0, 200, 400 e 600 kN), bem como os correspondentes valores do esforço transverso último experimental das vigas V_4 a V_7. Em relação à curva correspondente a P= 400 kN, o primeiro valor do esforço transverso resistente assinalado no gráfico (para uma resistência à compressão do betão próxima de 10 MPa) é determinado pelo esmagamento das bielas de compressão na alma, $V = V_{R2.red}$.

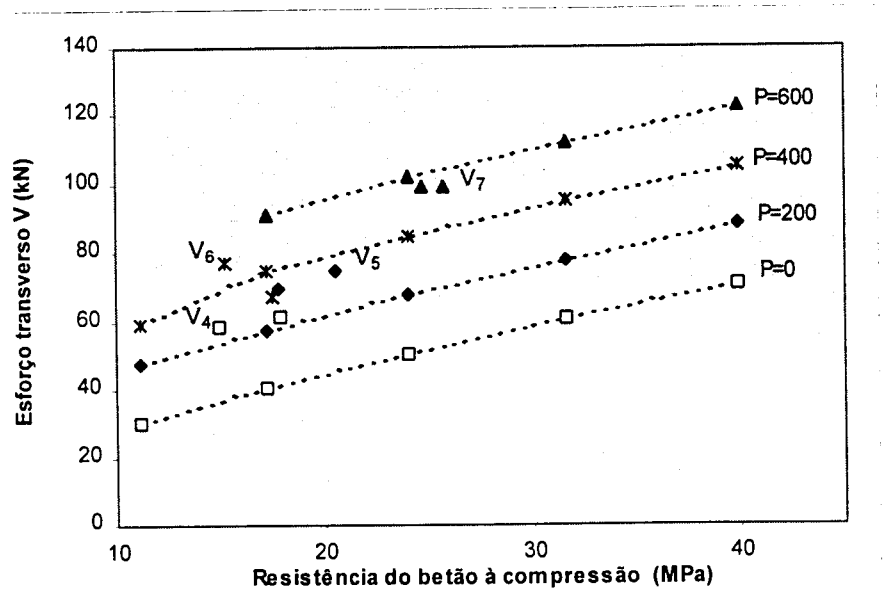


Figura 3.31 - Comparação do esforço transverso último experimental das vigas V_4 a V_7, sem armadura transversal, com o esforço transverso resistente determinado segundo o EC2, para os vários níveis de compressão aplicados (P em kN).

A menor capacidade resistente última regulamentar destas vigas em relação à obtida na experimentação poderá ser atribuida à presença dos estribos nas zonas extremas dos vãos, que terão desenvolvido um comportamento de treliça nessas zonas, aumentando, por esse efeito, a capacidade global da peça. A diferença entre os dois valores diminui e mesmo anula-se com o aumento do valor do pré-esforço aplicado, evidenciando o efeito favorável da compressão axial na resistência ao corte .

A capacidade resistente obtida pelo EC2 é, no entanto, em todos os casos superior ao valor experimental do esforço transverso de início de fendilhação diagonal, $V_{cr,exp}$.

O esforço transverso máximo determinado pela condição de não esmagamento das bielas de betão na alma é, em todos os casos, substancialmente superior ao valor do esforço transverso último observado na experimentação (omitindo-se, por isso a sua apresentação).

Para as vigas V_4, sem compressão axial, foram ainda determinados:

- o esforço transverso resistente, pela expressão apresentada no REBAP (comentário ao Artigo 53.4) para elementos sem armadura transversal (permitido apenas nas lajes), em relação às quais a treliça de Morsch não é aplicável,

$$V_R = 0.6\,\tau_1\ (1.6\text{-}d)\ b_w d \tag{3.84}$$

- os valores do esforço transverso correspondente à formação da primeira fenda de corte pela expressão empírica indicada no CódigoModelo MC90 (comentário ao ponto 6.3.3.2) para o caso de grande parte da carga estar aplicada a uma distância do apoio igual $z \cdot \cot\theta \le 3z$ ($z = 0.9d$), permitindo uma transmissão da carga directamente para o apoio através de uma biela de betão, (no caso presente $z \cdot cot\theta = 3z = 0.85$m):

$$V_{cr} = 0.15\left(\frac{3d}{a_v}\right)^{1/3} \xi\left(100\rho \cdot f_{ck}\right)^{1/3} b_{red} d \tag{3.85}$$

em que

$\xi = 1 + \sqrt{200/d}$ (d em mm),

a_v - distância da secção de aplicação da carga ao apoio,

ρ - percentagem da armadura longitudinal,

$\left(\frac{3d}{a_v}\right)^{1/3}$ - expressão empírica que representa a influência da compressão transversal devida às cargas e às reacções dos apoios,

b_{red} - largura reduzida da secção, igual à largura da zona comprimida subtraida da soma dos diâmetros dos varões que a atravessam multiplicados por um factor dependente das características dos varões.

Os valores encontrados para as vigas V_4, sem pré-esforço, estão indicados no Quadro 3.4, verificando-se uma boa concordância com os valores do esforço transverso de início de fendilhação observado na experimentação.

Quadro 3.4 - Esforço transverso de início de fendilhação relativo às vigas V_4. Valor experimental e valores determinados por aplicação das expressões regulamentares (REBAP e MC90) para peças sem armadura transversal.

Viga	f_c (MPa)	$V_{cr,exp}$ (kN)	$V_{R,REBAP}$ (3.83) (kN)	$V_{cr,MC90}$ (3.84) (kN)
V_{4A}	14.95	24.5	26.6	29.1
V_{4B}	17.87	27.0	29.9	30.8

3.3.2 - Aplicação dos modelos de Nielsen, Braestrup, Jensen e Bach

Apresenta-se a aplicação dos modelos de Nielsen *et al.* às vigas com armadura transversal V_1 e V_3.

Os modelos relativos a vigas com armadura transversal e com compressão axial foram desenvolvidos apenas para o caso de vigas encastradas nas extremidades, pelo que não são aplicáveis às vigas V_2.

Em relação às vigas sem armadura transversal, V_4 a V_7 foi aplicado o modelo de Jensen, que faz intervir o efeito da compressão axial na capacidade resistente ao esforço transverso.

Os valores da resistência efectiva à compressão do betão adoptados nos modelos foram calculados a partir dos obtidos experimentalmente, por aplicação dos correspondentes coeficientes de redução de cada modelo.

3.3.2.1 - Vigas com armadura transversal

Descreve-se a aplicação do modelo referido à viga V_{1A}, resumindo-se para as restantes vigas, no Quadro 3.5, os resultados obtidos.

- *Viga V_{1A}*

  - resistência efectiva do betão à compressão: $f_c^* = \nu \cdot f_c = 0.684 \times 23.28 = 15.92$ MPa,

    com $f_c = 23.28$ MPa e o coeficiente redutor (3.44) $\nu = 0.8 - f_c / 200 = 0.684$

  - percentagem mecânica da armadura transversal: $\varpi_w = \dfrac{\rho_w f_{yw}}{f_c^*} = 0.290$

    (com $f_{yw} = 370$ MPa)

A capacidade última vem determinada por aplicação do teorema estático pela expressão (3.37),:

$$\frac{\tau}{f_c^*} = \sqrt{\varpi_w (1 - \varpi_w)} = 0.454$$

$$\tau = 7.23 \text{ MPa}$$

$$V_{u,Niels} = \tau \cdot b_w \cdot h = 205.0 \text{ kN} = 1.5\ V_{u,exp} \quad (V_{u,exp} = 135.8 \text{ kN})$$

(com $b_w = 0.10$ m e h aqui igual ao braço das forças interiores, $h = 0.9\,d$)

A capacidade última ao corte é obtida por aplicação do teorema cinemático, para o mecanismo de rotura da Figura 3.32, definido por :

- inclinação da fenda de corte (3.42)..... $tg\,\beta = 2.167 \rightarrow \beta = 65.2°$
- inclinação das bielas de compressão na alma (3.38) .....$tg\,\beta = 0.64 \rightarrow \theta = 32.6°$

sendo verificadas as condições $\theta = \beta/2$ $(32.6° = 65.2°/2)$ e $\dfrac{h}{a} \le tg\beta \le \infty$ $(0.33 < 2.167)$

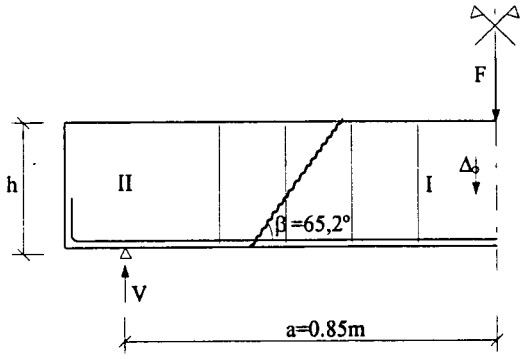


Figura 3.32 - Mecanismo de rotura . Viga V_1.

Pela igualdade entre o trabalho realizado pela solicitação exterior e a energia dissipada pelo betão (a energia dissipada pela armadura longitudinal é nula) $W = D$ (3.40), para meia viga, obtem-se:

$$F/2 \cdot \Delta = V \cdot \Delta = \rho_w f_{yw} \cdot b \cdot h \cdot \cot\beta \cdot \Delta + \frac{1}{2} f_c^* \cdot b \frac{h}{sen\beta}(1-\cos\beta) \cdot \Delta = 205 \text{ kN}$$

igual à capacidade última obtida por aplicação do teorema estático.

A solução encontrada permite confirmar o valor obtido pelo teorema estático, para a inclinação β da fenda de corte (mecanismo de rotura) igual a 65.2°.

No Quadro 3.5 indicam-se os valores do esforço transverso resistente determinados por aplicação dos modelos referidos às vigas com armadura transversal, estabelecendo-se a comparação com os correspondentes valores obtidos na experimentação.

Quadro 3.5 - Modelos de Nielsen e Jensen. Vigas com armadura transversal.

Viga	Res. efect. à compressão f_c^* (MPa)	V. experimental $V_{u,exp}$ (kN)	Mod. plást. de Nielsen e Jensen $V_{u,Niels.}$ (kN)	$V_{u,exp}/V_{u,Niels.}$
V_{1A}	15.92	135.8	205.0	0.66
V_{1B}	16.38	131.0	211.2	0.62
V_{3A}	19.54	153.4	180.2	0.81
V_{3B}	19.54	137.8	180.2	0.73

Da análise do Quadro 3.5 pode verificar-se a capacidade resistente última ao esforço transverso fornecida por estes modelos é substancialmente superior à obtida nos ensaios experimentais, o que seria de esperar, já que essa capacidade é associada a uma rotura por esmagamento das bielas inclinadas de betão da alma ("*web crushing criterion*"), com cedência simultânea da armadura transversal, que não foi verificada na experimentação.

A resistência última assim determinada é, por isso, comparável à obtida pelo método das bielas de inclinação variável (EC2) para a hipótese $V_{R2}=V_{R3}$, que é equivalente à condição de rotura adoptada pelo método estático da teoria plástica.

Efectivamente, analisando por exemplo a viga V_{1A}, os valores obtidos pelos dois modelos (Nielsen *et al* e EC2), para a resistência efectiva do betão à compressão indicada em cada caso, são muito próximos, bem como as inclinações das tensões de compressão na alma (Quadro 3.6).

Se se adoptar o mesmo valor para a resistência efectiva do betão, $f_c^* = 15.92$ MPa, obtem-se pelos dois métodos, a mesma capacidade última, $V_u = 205.0$ kN, para também o mesmo valor da inclinação das bielas de betão, $\theta = 32.6°$.

Quadro 3.6 - Viga V_{1A}. Comparação dos valores obtidos pelo EC2, método das bielas de inclinação variável e pelo modelo de Nielsen.

	Resistência efectiva à compressão (MPa)	V_u (kN)	θ (°)
EC2 (*m. b. i. v.*)	13.60	182.6	35.7°
Mod. de Nielsen	15.92	205.0	32.6°

3.3.2.2 - Vigas sem armadura transversal

O modelo de Nielsen desenvolvido para vigas sem armadura transversal não se identifica inteiramente com o comportamento das vigas ensaiadas, pela presença dos estribos existentes nas zonas junto aos apoios.

Efectivamente o mecanismo de rotura previsto pela modelação de Nielsen, segundo um arco atirantado, é diferente do revelado na experimentação das vigas, em que a fenda dominante era dirigida, não para os apoios, mas para a secção onde se localizava o primeiro estribo do vão.

A avaliação da capacidade última ao esforço transverso através da sobreposição dos modelos para vigas com e sem armadura transversal não seria no entanto correcta, já que os mecanismos de rotura de cada modelo não são adicionáveis.

Assim os resultados determinados por este modelo serão, com certeza, pouco concordantes com os correspondentes valores experimentais.

Apresenta-se, como exemplo, a aplicação do modelo à viga V_{4B}. No caso das vigas V_5 a V_7 foi aplicado o modelo de Jensen (1979), desenvolvido para vigas sem armadura transversal com esforço axial, salvaguardando, no entanto, o referido em relação à viga V_4, quanto à presença dos estribos junto aos apoios. Os resultados encontrados indicam-se no Quadro 3.7.

Viga V_{4B}

A capacidade resistente última determinada por aplicação do teorema estático, para os seguintes valores de:

- coeficiente redutor da resistência à compressão - expressões (3.45) a (3.49):

$$f_1(f_c) = 3.5/\sqrt{\sigma_c} = 0.83$$

$$f_2(h) = 0.27(1 + 1/\sqrt{h}) = 0.73 \qquad (h = 0.35 \text{ m})$$

$$f_3(\rho) = 0.15\rho + 0.58 = 0.92$$

$$f_4\left(\frac{a}{h}\right) = 1.0 + 0.17\left(\frac{a}{h} - 2.6\right)^2 = 1.02 \qquad (a = 0.85 \text{ m})$$

$$\nu = f_1(f_c) \cdot f_2(h) \cdot f_3(\rho) \cdot f_4(a/h) = 0.57$$

- resistência efectiva do betão à compressão: $f_c^* = \nu \cdot f_c = 0.57 \times 17.9 = 10.2$ MPa

- percentagem mecânica da armadura longitudinal (3.32) $\varpi = 0.45 > \nu/2 = 0.285$ (com $f_{yl} = 350$ MPa),

é obtida pela expressão (3.30):

$$\frac{\tau}{f_c} = \frac{1}{2}\nu\left(\sqrt{1+\left(\frac{a}{h}\right)^2} - \frac{a}{h}\right) = 0.061 \quad (\text{com } a = 79 \text{ cm})$$

$$\tau = 1.09 \text{ MPa}$$

$$V_{u,Niels} = V_u = \tau \cdot b_w \cdot h = 38.2 \text{ kN} = 62\% \; V_{uexp}$$

muito inferior ao valor experimental ($V_{u,exp} = 61.28$ kN).

A verificação do valor $V_{u,Niels}$ por aplicação do teorema cinemático, será obtida através do mecanismo de rotura por translacção vertical Δ (Figura 3.33), para uma inclinação da fenda oblíqua $\beta = 24°$, determinada por:

$$tg\,\beta = h/a, \quad \text{com } h = 35 \text{ cm} \text{ e } a \approx 77.6 \text{ cm}$$

$$x_0 = \frac{1}{2}(\sqrt{a^2 + h^2} - a) = 3.7 \text{ cm}$$

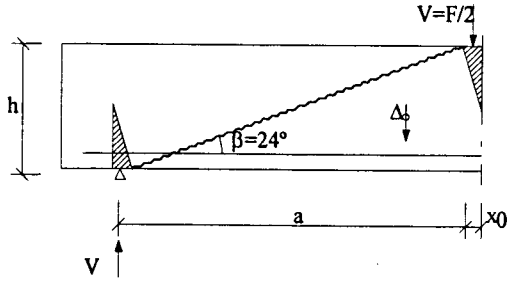


Figura 3.33 - Mecanismo de rotura por translacção.Viga V_{4B}.

e para $y_o = h/2$ (altura do nó de transmissão da carga para o apoio segundo a biela inclinada), vem determinado pela igualdadeentre o trabalho realizado pela força exterior e a energia dissipada pelo betão ao longo da linha de rotura (3.35) - considera-se desprezável a presença dos estribos e a dissipação da armadura longitudinal é nula pela ortogonalidade entre a sua direcção e a direcção do deslocamento:

$$V \cdot \Delta = \frac{1}{2} f_c^* \cdot b \frac{h}{sen\beta}(1 - \cos\beta) \cdot \Delta$$

$V_{u,Niels} = 38.0$ kN igual à solução obtida pelo teorema estático.

Efectivamente, a configuração da linha de rotura considerada não se identifica com a observada no ensaio, pelo que seria certamente de esperar uma discordância da capacidade última em relação ao valor experimental.

De facto, a presença dos estribos nas zonas extremas da viga, criando aí zonas de maior rigidez, possibilitou o desenvolvimento diferente do imaginado: a intercessão do primeiro estribo do vão com a armadura longitudinal de flexão, funcionou como um ponto de apoio a partir do qual se desenvolveu a linha de rotura, dirigida não para o apoio de extremidade, mas para aquele ponto (Figura 3.34).

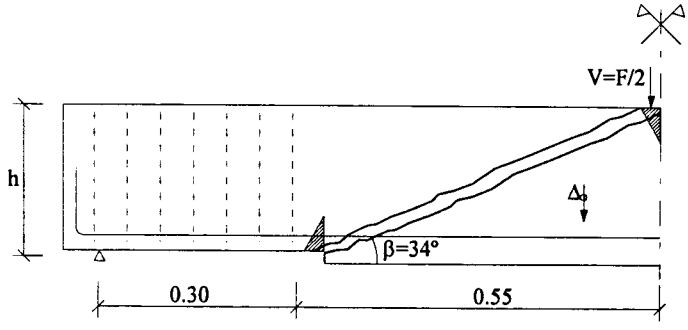


Figura 3.34 - Viga V_{4B}. Novo mecanismo de rotura determinado pela presença dos estribos.

Para este novo mecanismo de rotura, cuja inclinação da linha de rotura é agora de 34°, a equação dos trabalhos, considerando apenas a energia dissipada pelo betão, a capacidade última obtida pela expressão anterior (3.35) é:

$$V_{u,Niels} = 54.6 \text{ kN}$$

razoavelmente próxima do valor experimental ($V_{u,exp} = 61.28$ kN).

Note-se que, para este novo mecanismo, poderia ainda adicionar-se uma parcela relativa à energia dissipada pela deformação do primeiro estribo do vão originada por uma fracção daquele deslocamento, no entanto difícil de quantificar, que iria certamente aproximar a capacidade resistente última do valor encontrado na experimentação.

Vigas V_5 a V_7

A capacidade resistente ao corte $V_u = \tau \cdot b_w \cdot h$ é determinada, por aplicação do teorema estático, a partir do valor de τ obtido pela expressão (3.36) (Jensen, 1979):

$$\frac{\tau}{f_c^*} = \frac{1}{2}\sqrt{1-\pi^2+\left(\frac{a}{h}\right)^2} - \frac{a}{h}$$

para $1\text{-}2\varpi \leq \pi = \frac{N}{A_c \cdot f_c^*} \leq 1$ e $f_c^* = (0.8 - \frac{f_c}{200}) \cdot f_c$, sendo A_c a área total de betão e N a compressão aplicada, conduzindo aos valores indicados no Quadro 3.7, que são muito inferiores aos resultados experimentais.

Quadro 3.7 - Modelos de Nielsen e Jensen. Vigas sem armadura transversal.

Viga	Resistência efect. à comp.	Valores experimentais		Modelos de Nielsen e Jensen	$V_{u,exp}/V_{u,mod}$
	f_c^* (MPa)	$V_{cr,exp}$	$V_{u,exp}$	$V_{u,mod}$	
V_{4A}	9.2	24.5	58.8	34.4	1.71
V_{4B}	10.2	27.0	61.3	38.0	1.61
V_{5A}	14.34	40.5	74.8	49.8	1.50
V_{5B}	12.64	40.6	70.0	43.1	1.62
V_{6A}	11.01	55.2	77.2	23.5	3.29
V_{6B}	12.44	45.5	67.6	30.8	2.19
V_{7A}	17.26	73.5.0	99.4	39.2	2.54
V_{7B}	16.69	69.1	99.3	36.2	2.74

Essa insuficiente quantificação poderá ser certamente atribuida não só à presença dos estribos, que determina uma configuração da linha de rotura diferente da considerada no modelo, mas também ao efeito da aba comprimida da secção em T, que não é aqui explicitamente considerado.

O valor da resistência efectiva do betão à compressão, definido pelo factor ν, tem também uma influência considerável. O carácter empírico deste coeficiente, cuja expressão deriva de observações experimentais, em alguns casos ainda em número reduzido, é também certamente responsável por parte dos desvios encontrados, que são substancialmente superiores aos referidos pelos autores em estudos comparativos semelhantes.

3.3.3 - Aplicação dos modelos de Vecchio, Collins e Mitchell

A aplicação do modelo de Collins é efectuada por um processo iterativo, a partir de valores previamente escolhidos para a extensão principal de tracção do betão (ε_1) e para o valor θ da inclinação da tensão principal de compressão, pela verificação das equações de equilíbrio e de compatibilidade (com base nas relações tensões-extensões para as armaduras e para o betão fendilhado definidas em termos médios). O modelo fornece o valor da carga última e as correspondentes tensões no betão e nas armaduras, permitindo derivar o tipo de rotura ocorrido.

Devido à aleatoridade na escolha dos valores a atribuir aos parâmetros independentes, extensão máxima de tracção do betão e inclinação da tensão principal de compressão na alma, aliada ainda à incerteza dos valores a atribuir às tensões médias instaladas nas armaduras longitudinal e transversal, o processo iterativo é moroso e deverá ser conduzido por um procedimento automático através de um algoritmo de cálculo, de modo a torná-lo compatível com as exigências de economia e de tempo de um dimensionamento corrente (Collins e Mitchell, 1991).

Apresenta-se, como exemplo, a aplicação deste modelo à viga V_{1A}.

Foram estimados dois valores para a extensão principal de tracção do betão, $\varepsilon_1 = 0.003$ e $\varepsilon_1 = 0.004$. Para cada um deles foram analisados cinco valores diferentes para o ângulo θ de inclinação da tensão principal de compressão na alma, 45°, 40°, 38°, 35° e 32°, que conduziram a diferentes capacidades resistentes últimas ao esforço transverso. Os valores obtidos resumem-se nos Quadro 3.8 e 3.9.

Quadro 3.8 - Aplicação do modelo de Collins *et al.* à viga V_{1A}, para o valor ε_1=0.003.

θ (°)	w (mm)	f_1 (MPa)	ν_{ci} (MPa)	V (kN)	$f_2 < f_{2max}$ (MPa)	ε_2 (10^{-3})	ε_x (10^{-3})	ε_y (10^{-3})	f_{sw} (MPa)	Tipo de rotura
45	0.39	1.10	1.52	148.1	9.3<17.7	-0.62	1.19	1.19	238	cedência da arm. long.
40	0.38	1.10	1.54	176.5	11.6<17.7	-0.83	0.75	1.41	280	"
38	0.37	1.10	1.55	189.6	12.7<17.7	-0.93	0.56	1.51	302	"
35	0.37	1.10	1.57	211.5	14.8<17.7	-1.18	0.195	1.62	320	"
32	0.36	1.10	1.58	237.0	17.6<17.7	-1.85	0.049	1.64		"

Quadro 3.9 - Aplicação do modelo de Collins *et al.* à viga V_{1A}, para o valor ε_1=0.004.

θ (°)	w (mm)	f_1 (MPa)	v_{ci} (MPa)	V (kN)	$f_2<f_{2max}$ (MPa)	ε_2 (10^{-3})	ε_x (10^{-3})	ε_y (10^{-3})	f_{sw} (MPa)	Tipo de rotura
45	0.53	1.11	1.31	148.2	9.3<15.7	-0.73	1.6	1.6	228	cedência da arm. long.
40	0.51	1.11	1.34	176.6	11.5<15.7	-0.97	1.08	1.95	390>370	cedência da arm. transv.
38	0.50	1.11	1.35	189.7	12.7<15.7	-1.1	0.83	2.07	>370	"
35	0.49	1.11	1.37	211.7	14.8<15.7	-1.5	0.31	2.20	>370	"
32	0.48	1.11	1.38	237.2	17.5>15.7	--	---	---		esmag. da biela comp.

θ - inclinação da tensão (e da extensão) principal de compressão do betão fendilhado relativamente ao eixo longitudinal da viga (valor adoptado)

w - valor médio da espessura das fendas (3.56)

f_1 - tensão principal de tracção do betão fendilhado (3.53 e 3.54)

v_{ci} - tensão tangencial na superfície da fenda (3.55)

V - esforço transverso resistente (3.60)

f_2 - tensão principal de compressão do betão (3.59)

f_{2max} - valor máximo da tensão de compressão do betão fendilhado (3.51)

f_{sw} - tensão na armadura transversal $f_{sw}=E_s\,\varepsilon_y$

ε_2 - extensão principal de compressão (3.58)

ε_y - extensão a meia altura da viga na direcção y (3.58)

ε_x - extensão a meia altura da viga, na direcção do eixo da viga (3.58)

Para os casos analisados o valor aproximado da capacidade resistente ao esforço transverso corresponde ao menor valor de V obtido, V = 148 kN, razoavelmente concordante com o valor experimental, $V_{u,exp}$= 135.8 kN. Para esse valor o modelo conduz a uma rotura por flexão - a extensão na armadura longitudinal determinada pela expressão (3.61) indica a cedência da armadura de tracção - que traduz aproximadamente o comportamento experimental.

Para a inclinação das compressões no betão da alma, θ = 32°, o esforço transverso obtido V= 237 kN, é próximo do valor V_u = 205 kN, determinado pelos métodos anteriores - método das bielas de inclinação variável e modelo de Nielsen - para valores semelhantes de θ (θ = 32.6°) e da resistência efectiva à compressão do betão f_c^* (igual a 17.7 e 15.7 MPa, no modelo de Collins, e igual a 15.92 MPa nos restantes). Nos três casos a rotura ocorre por esmagamento das bielas de betão na alma.

3.3.4 - Aplicação do modelo numérico de análise não linear

Apresenta-se o estudo numérico das vigas ensaiadas (apenas uma viga de cada tipo), por aplicação do modelo de análise não linear que utiliza o método dos elementos finitos desenvolvido por Figueiras e Póvoas, estabelecendo-se a comparação dos resultados obtidos com os encontrados na experimentação. Dentro de cada tipo de viga foi escolhido o modelo A ou o modelo B de acordo com o correspondente valor da resistência do betão à compressão, de modo a obter uma menor variação deste parâmetro nos diferentes tipos analisados.

A malha de elementos finitos isoparamétricos de oito nós utilizada foi constituída por setenta e sete elementos e duzentos e sessenta e oito nós, para meia viga simétrica, apresentando sete camadas em altura e onze camadas em comprimento de acordo com a geometria da secção e a disposição das armaduras.

A representação dos varões das armaduras foi considerada uniformemente distribuida nos elementos de betão, o que obrigou à caracterização do "*material*" de cada elemento em função das suas dimensões e da percentagem da armadura aí localizada

Foram definidos um número total de dez tipos de materiais para as vigas com armadura transversal e de catorze tipos nas vigas com ausência daquela armadura no vão.

3.3.4.1 - Parametrização com base nas características dos materiais constituintes dos modelos

Os valores adoptados para os parâmetros envolvidos na caracterização dos materiais betão e aço foram derivados dos valores médios obtidos por via experimental.

Betão - os valores dos parâmetros característicos do betão adoptados no estudo numérico indicam-se no Quadro 3.10.

Aço - o comportamento do aço das armaduras foi definido através do diagrama trilinear que melhor se aproximou da curva obtida no ensaio de tracção uniaxial correspondente, realizado em laboratório. No Quadro 3.11 indicam-se os valores das tensões, das extensões e dos módulos de elasticidade correspondentes aos diversos troços do diagrama trilinear adoptado.

Quadro 3.10 - Valores dos parâmetros característicos do betão adoptados no estudo numérico.

Viga	V_{1A}	V_{2A}	V_{3B}	V_{4B}	V_{5B}	V_{6B}	V_{7B}
f_{cm} (MPa)	23.28	20.28	30.08	17.87	17.78	17.45	24.7
f_{ctm} (MPa)	2.45	2.23	2.90	2.05	2.04	2.02	2.54
$f_{ctm,b}$ (MPa)	2.74	2.50	3.25	2.30	2.29	2.26	2.85
E_c (GPa)	27.12	25.91	29.54	24.83	24.83	24.64	27.65
α	0.2						
ε_{cu}	$4.0\ (10^{-3})$						
ε_{ctu}	$3.0\ (10^{-3})$			$3.0\ (10^{-3})$ e $1.64\ (10^{-3})$			$3.0\ (10^{-3})$ e $1.43\ (10^{-3})$
α_{ct}	0.6 e 0.8			0.6, 0.8 e 1.0			
ε_{ctv}	$4.5\ (10^{-3})$						

f_{cm} - resistência cilíndrica do betão à compressão

f_{ctm} - resistência do betão à tracção

$f_{ctm,b}$ - resistência do betão à tracção por flexão (determinada segundo a expressão indicada no REBAP, Artº 16)

E_c - módulo de elasticidade do betão

α - coeficiente de Poisson

ε_{cu} - resistência máxima do betão à compressão

ε_{ctu} - extensão máxima do betão à tracção correspondente à total eliminação da aderência entre o aço e o betão; foram considerados os valores:

$\varepsilon_{ctu} = 0.003$ - nas vigas V_1 a V_3, em todo o domínio, e nas vigas V_4 a V_7, apenas na zona de betão envolvente da armadura longitudinal.

$\varepsilon_{ctu} = 0.00164$ - na alma das vigas V_4 a V_6 (3.82)

$\varepsilon_{ctu} = 0.00143$ - na alma das vigas V_7 (3.82)

ε_{ctv} - extensão aparente máxima de tracção no plano da fenda, a partir da qual se anula o efeito de retenção de rigidez do betão aos esforços de corte

α_{ct} - coeficiente de retenção de tensões de tracção:

$\alpha_{ct} = 0.8$ - na zona de betão envolvente dos varões longitudinais inferiores,

$\alpha_{ct} = 1$ - na zona da alma sem estribos (vigas V_4 a V_7),

$\alpha_{ct} = 0.6$ - nas restantes zonas.

Quadro 3.11 - Características mecânicas das armaduras adoptadas na simulação numérica.

	Arm princ. ϕ 16mm	Arm. transv. ϕ 8mm	Arm. transv. ϕ 6mm
E_0 (GPa)	200	200	200
f_{y1} (MPa)	350	370	330
E_1 (GPa)	40	110	48.6
f_{y2} (MPa)	430	433	415
E_2 (GPa)	9.0	7.6	6.1
f_{y3} (MPa)	455	480	440

3.3.4.2 - Resultados obtidos

No Quadro 3.12 indicam-se desde já os valores da carga última, $F_{u,num}$, obtidos na análise efectuada e os correspondentes valores experimentais. De uma maneira geral verifica-se uma grande concordância entre os resultados numéricos e os valores observados na experimentação. Uma análise mais detalhada destes resultados apresenta-se nos números seguintes.

Quadro 3.12 - Comparação da capacidade última das vigas determinada pelas vias numérica e experimental.

Viga	$F_{u,exp}$ (kN)	$F_{u,num}$ (kN)	$F_{u,exp}/F_{u,num}$
V_{1A}	271.6	235.5	1.15
V_{1A} (*)	271.6	295.5	0.92
V_{2A}	262.7	264.0	0.99
V_{3B}	275.5	240.0	1.15
V_{4B}	122.6	124.5	0.99
V_{5B}	140.0	133.5	1.05
V_{6B}	135.1	153.0	0.88
V_{7B}	198.6	228.0	0.87

(*) - consideração de uma reacção horizontal nos apoios desenvolvida por atrito, de grandeza igual a 10% do valor da carga aplicada.

3.3.4.3 - Análise comparativa dos resultados

A análise comparativa entre os resultados obtidos com o modelo numérico e os determinados por via experimental privilegiou os seguintes aspectos:

- resistência última e mecanismo de colapso;
- resposta da estrutura - aspecto da fendilhação e valor das deformações;
- tensões nos estribos da armadura transversal (relativas apenas à viga V_3).

Os valores das tensões no betão e na armadura de tracção obtidos numericamente e na ausência de medições experimentais correspondentes, indicam-se apenas no ponto 3.3.5, relativo à análise das vigas através dos modelos de escoras-e-tirantes, para uma comparação com valores correspondentes determinados por este último método.

3.3.4.3.1 - Vigas com armadura transversal

Em relação às vigas com armadura transversal o modelo numérico previu um comportamento sob cargas crescentes que apresenta uma boa correlação com os resultados experimentais; os valores da carga última são muito próximos dos verificados na experimentação, com desvios máximos de 15%.

O acréscimo do valor da carga última experimental em relação ao obtido numéricamente (vigas V_1 eV_3) poderá ser justificado pelo atrito nos sistemas de apoio; efectivamente, uma segunda análise numérica da viga V_1 com a consideração de uma reacção horizontal de atrito de grandeza igual a 10% do valor da carga aplicada conduziu a uma carga última práticamente coincidente com a observada na experimentação,

$$F_{u,exp} = 1{,}05 \cdot F_{u,num}.$$

O mecanismo de rotura, por flexão com esmagamento do betão na secção crítica ocorrido nos ensaios, foi confirmado analiticamente em todos os casos estudados.

O desenvolvimento e orientação da fendilhação, muito distribuida ao longo de todo o comprimento da viga, é também semelhante ao observado na experimentação (ver Figura 2.9, Cap.2). Na Figura 3.35 é ilustrada a evolução da fendilhação para solicitações progressivamente crescentes obtida na análise da viga V_2, com compressão de $P = 200$ kN:

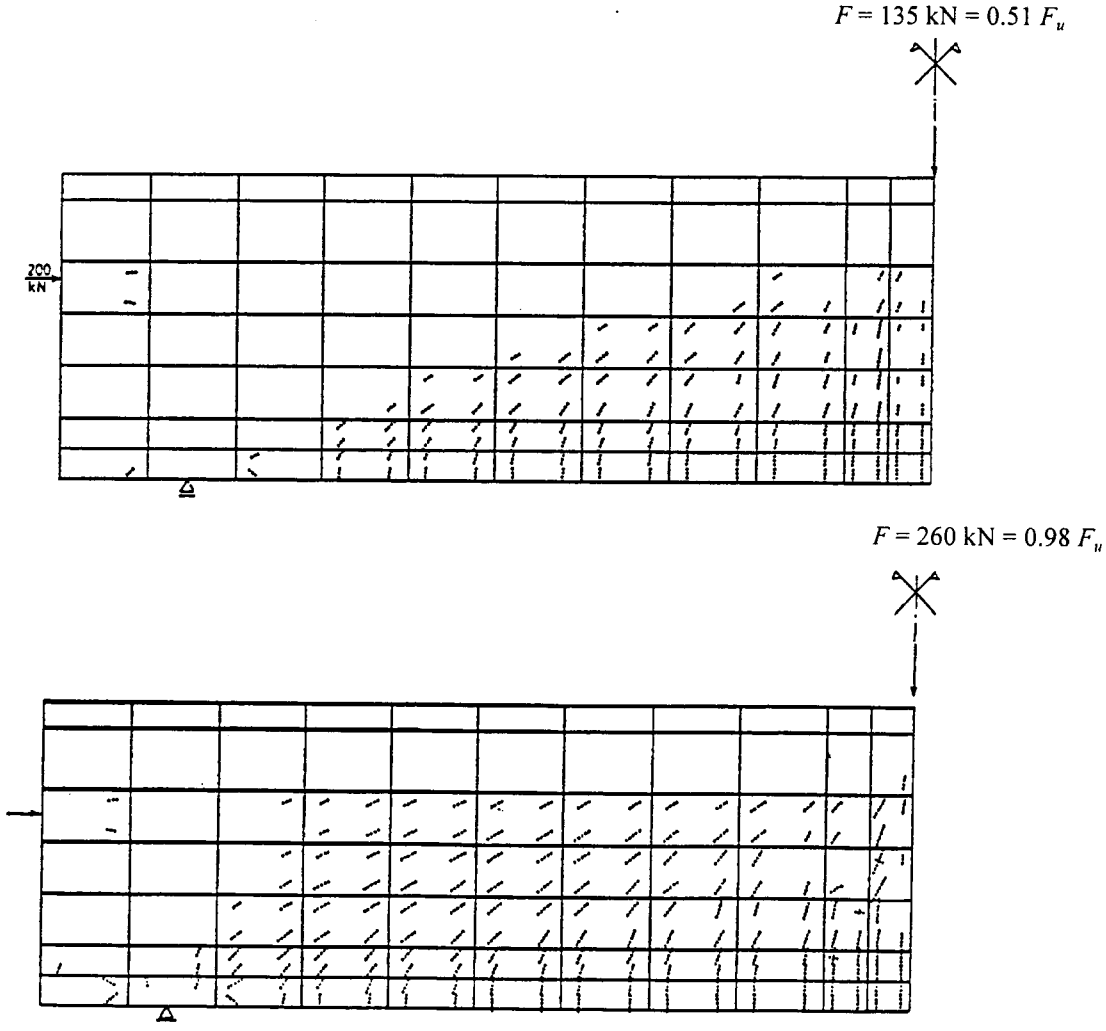


Figura 3.35 - Evolução da fendilhação da viga V_2 com o aumento da solicitação.

A análise comparativa dos diagrama cargas-flechas obtidos pelas duas vias revela, no entanto, um desvio razoável desde o início do carregamento, com maior ou menor intensidade, em todos os casos estudados,. Na Figura 3.36 representa-se, como exemplo, os diagramas cargas-flechas relativos à viga V_2, obtidos pelas duas vias.

Esse desvio, ainda em fase elástica, levou a supor a ocorrência de assentamentos nos apoios da máquina de ensaio, de certo modo inesperados face às características de rigidez do equipamento. Esses assentamentos foram efectivamente confirmados num ensaio realizado posteriormente, para esse efeito, sobre uma viga de características idênticas às estudadas (as deformações observadas, depois de corrigidas por dedução daqueles movimentos, vieram a confirmar, tanto em fase elástica como em rotura, os valores obtidos na análise numérica).

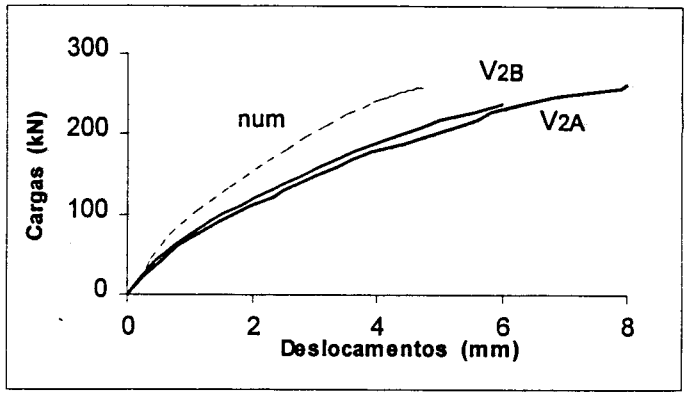


Figura 3.36 - Viga V_2. Diagramas cargas-flechas obtidos no estudo numérico e na experimentação.

Na Figura 3.37 representa a distribuição das tensões principais de compressão no betão, na viga V_2, para a solicitação de rotura.

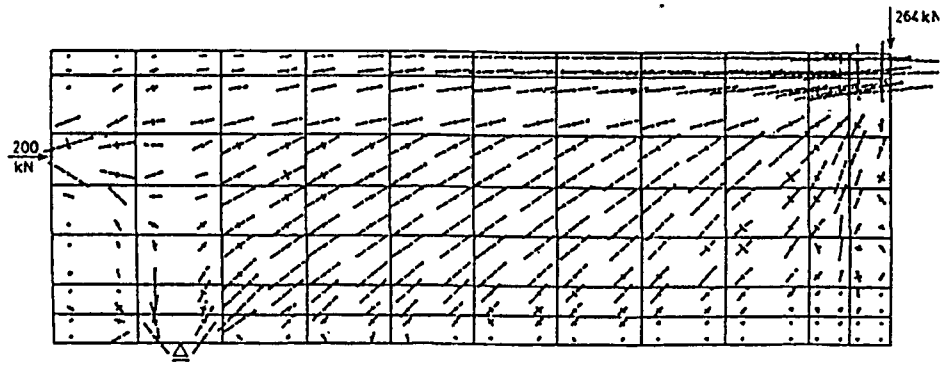
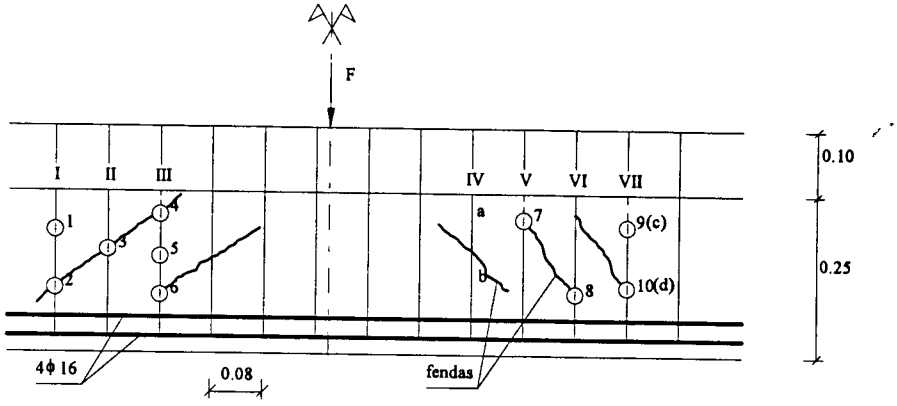


Figura 3.37 - Viga V_2. Tensões principais de compressão do betão.

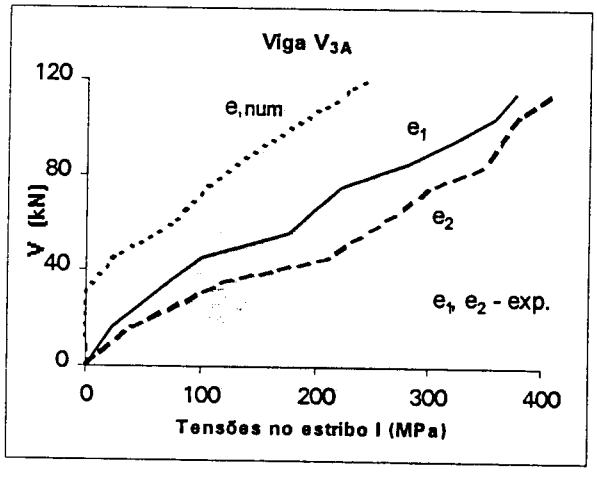
Tensões nos estribos - Viga V_3

As tensões nos estribos da armadura transversal determinados por aplicação do modelo numérico foram comparadas com os correspondentes valores obtidos nos ensaios da vigas V_3, em função das extensões medidas por extensómetros eléctricos (e) sobre as armaduras. Na Figura 3.38,a) representa-se em esquema a localização dos extensómetros sobre os estribos da viga referida.

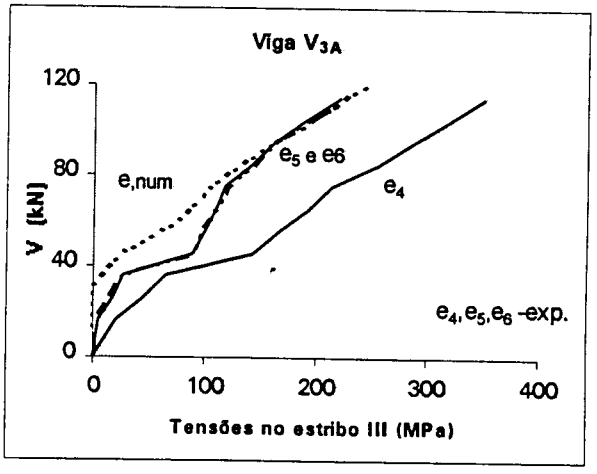
Nas Figuras 3.38,b) e c) indicam-se os diagramas de variação da tensão medida em duas secções do estribo I (extensómetros e_1 e e_2) e em três secções do estribo III (extensómetros e_4, e_5 e e_6), respectivamente, e da tensão fornecida pelo modelo numérico (e,num) em secções aproximadamente coincidentes, com o esforço transverso aplicado V, na viga V_{3A}.



a)



b)



c)

Figura 3.38 - Viga V_{3A}. Comparação das tensões nos estribos determinadas pelo estudo numérico com as medidas na experimentação. a) localização dos extensómetros sobre os estribos; b) tensões no estribo I; c) tensões no estribo III.

Nas Figuras 3.39, a) e b) repetem-se os mesmos diagramas de variação relativos à viga V_{3B}.

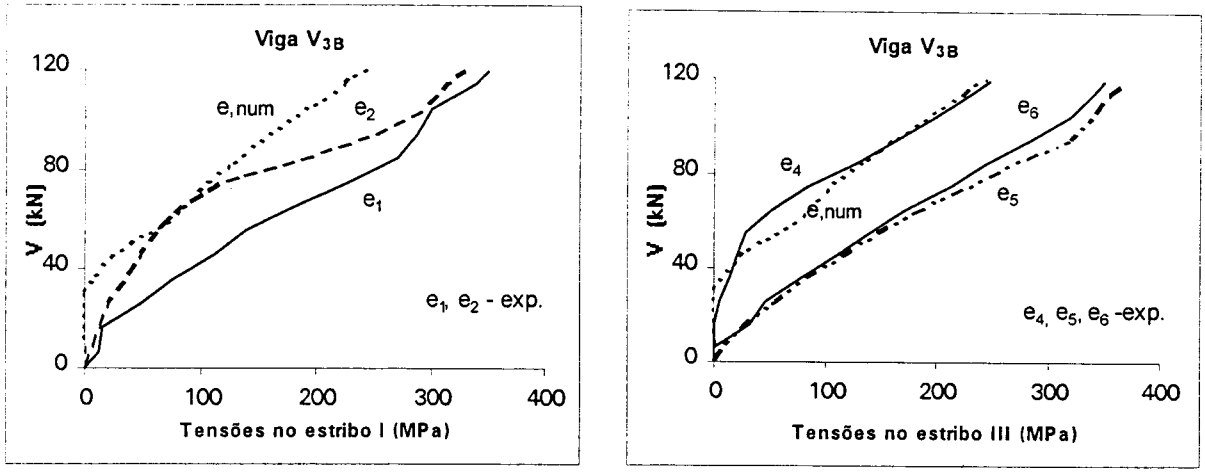


Figura 3.39 - Viga V_{3B}. Comparação das tensões nos estribos determinadas pelo estudo numérico com as medidas na experimentação. a) tensões no estribo I; b) tensões no estribo III.

Verifica-se uma razoável reprodução dos valores das tensões nos estribos analisados obtidos pelas duas vias, atendendo a que, no modelo numérico, é adoptada uma distribuição uniforme da armadura transversal no elemento da malha conduzindo assim a valores médios das tensões, enquanto que na experimentação se observou uma variação significativa das tensões ao longo do comprimento de cada estribo, em função da sua localização em relação às fendas formadas. Essa variação não é reconhecida no estudo numérico em virtude do modelo de fendilhação, distribuida na zona de fractura, utilizado.

3.3.4.3.2 -Vigas sem armadura transversal

Nas *vigas sem armadura transversal,* nas quais se verificou uma rotura por corte diagonal resultante da grande abertura de duas fendas inclinadas, o modelo numérico mostrou-se incapaz de traduzir correctamente o comportamento real observado:

- a fendilhação discreta, localizada em duas fendas diagonais predominantes, observada no ensaio experimental não foi reproduzida na análise numérica - o modelo apresenta muitas fendas distribuidas de flexão na zona da alma sem armadura transversal que se orientam em direcção ao ponto de aplicação da carga (Figura 3.40, viga V_5).

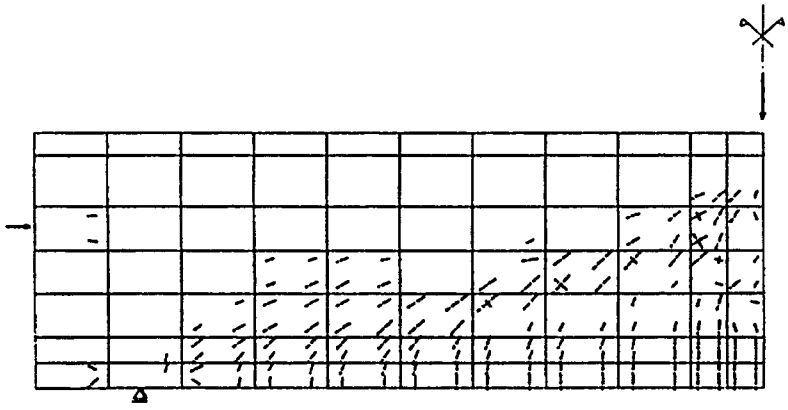


Figura 3.40 - Configuração da fendilhação da viga V_5.

- embora a carga máxima atingida na análise numérica tenha sido, em todos os casos, muito próxima do valor experimental correspondente (com desvio máximo de 13.4% na viga V_5, Quadro 3.12), o modelo não conseguiu captar correctamente o mecanismo de colapso, indicando uma rotura por esmagamento do betão ou não fornecendo qualquer indicação sobre o tipo de rotura.

A observação gráfica da orientação das tensões principais no betão e a distorção ampliada de alguns elementos na alma das vigas (Figura 3.41 a) e b), viga V_5), permitem, no entanto, deduzir o tipo de rotura ocorrido.

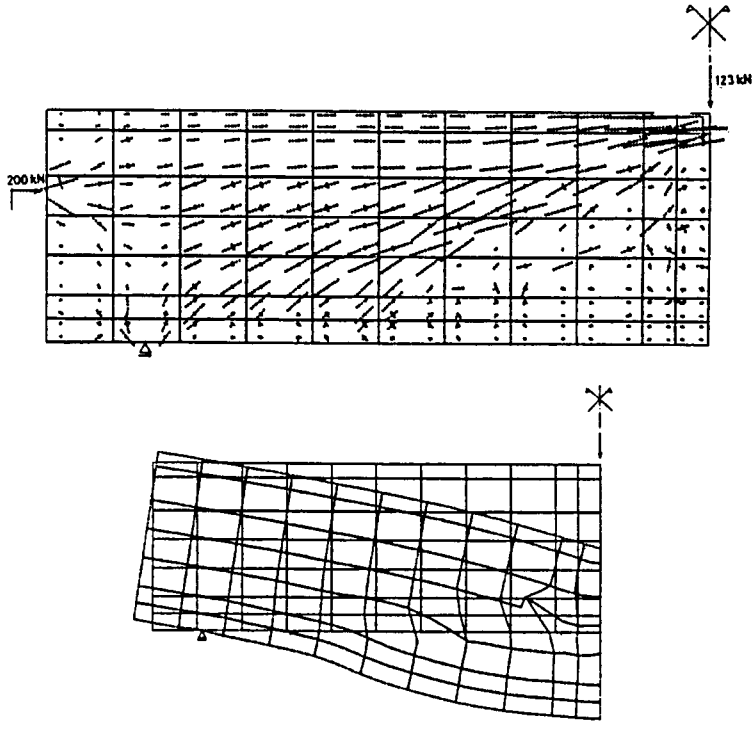


Figura 3.41 - Viga V_5. a) Tensões principais de compressão do betão; b) Aspecto da deformada ampliada.

O comportamento deformacional, traduzido pelos diagramas cargas-flechas a meio vão, obtido numéricamente difere sensívelmente, como no caso anterior, do observado na experimentação (Figura 3.42, viga V_5). Mais uma vez a diferença pode atribuir-se principalmente a assentamentos elásticos dos apoios.

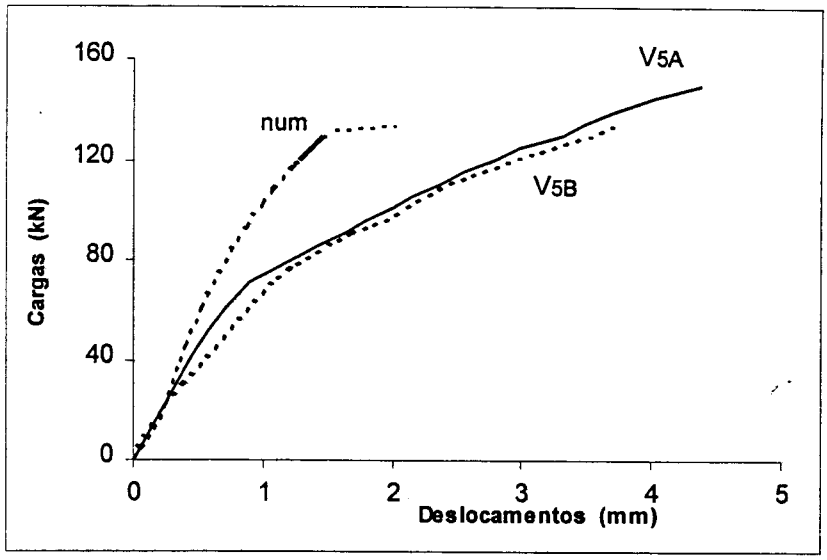


Figura 3.42- Viga V_5. Diagramas cargas-flechas obtidos no estudo numérico e na experimentação.

Para as vigas com níveis mais altos de pré-esforço verificou-se, na análise numérica, a formação de fendas transversais paralelas à direcção da compressão, devidas a pressões de contacto ao nivel das ancoragens dos cabos. Essas fendas, que não foram observadas na experimentação, dificultaram a obtenção da convergência na análise numérica, para a actuação de cargas próximas da carga última.

A análise comparativa dos resultados obtidos pelas duas vias permitiu aferir razoavelmente a fiabilidade do modelo numérico no que respeita à reprodução no essencial das características do comportamento das vigas ensaiadas e ao valor da capacidade última obtida na experimentação, denunciando, no entanto, algumas limitações na caracterização do tipo de rotura das vigas sem armadura transversal.

Em relação à fendilhação, o modelo de fendilhação "fixa" aqui utilizado traduziu correctamente o comportamento observado nas vigas com armadura transversal. Já nas vigas sem armadura de corte o modelo indica fendas muito distribuidas a todo o comprimento da viga, que não se verificaram na experimentação.

3.3.4.4 - Influência do esforço axial avaliada por aplicação do modelo numérico a vigas à flexão, sem armadura transversal, com valores crescentes de compressão axial

Apresenta-se o estudo numérico por aplicação do mesmo modelo de análise não linear a vigas com características geométricas e mecânicas análogas às da viga V_{4B} ensaiada e com o mesmo tipo de solicitação - carga concentrada a meio vão - agora acompanhada de uma compressão axial que tomou, nas diferentes vigas, valores entre 0 e 600kN, com incrementos de 100 kN.

Este estudo teve por objectivo a análise da influência da compressão axial na resistência última ao esforço transverso de vigas sem armadura transversal (embora tenham sido mantido os estribos nas zonas dos vãos), para os diferentes níveis de compressão referidos, numa tentativa de determinar o valor do esforço axial que seria mais eficaz no aumento da sua capacidade resistente.

Note-se que os resultados deste estudo, apenas numérico, não podem ser comparados com os resultados experimentais.

A compressão foi aplicada sem excentricidade relativamente ao centro de gravidade da secção homogeneizada. O valor da relação entre a tensão média no betão introduzida pelo esforço axial, P/A_c, e a resistência média do betão à compressão, f_c=17.9 MPa, constante em todas as vigas, vai indicado no Quadro 3.13.

As vigas foram designadas por V_{40} a V_{46}, em que o segundo índice, de zero a seis, indica o valor da compressão axial (em kN) dividido por cem (Quadro 3.13). A malha de elementos finitos e os valores dos diferentes parâmetros utilizados na análise foram os já indicados para a viga V_{4B}.

A carga máxima fornecida pelo modelo, nas diferentes vigas, foi de valor crescente com a compressão axial, P, até ao valor P=500 kN, (viga V_{45}). Para o nível de compressão superior, P = 600 kN, viga V_{46}, verificou-se uma diminuição da capacidade última atingida.

No Quadro 3.13 resumem-se, para cada uma das vigas, os valores da carga máxima (a meio vão) obtidos na análise numérica, $F_{u,num}$, e o valor aproximado da capacidade resistente última à flexão, $F_{u,teór}$, determinada pelo equilíbrio dos esforços internos na secção crítica, para o mesmo valor da resistência do betão à compressão.

Indicam-se também os valores da capacidade resistente ao esforço transverso calculada pelo método padrão (EC2), V_{R1}, (vigas sem armadura transversal) bem como o esforço resistente máximo obtido, no mesmo método, pela condição de não esmagamento das bielas comprimidas da alma, $V_{R2,red}$, ambos multiplicados por dois para uma melhor comparação com os valores da carga a meio vão.

Quadro 3.13 - Capacidade última de vigas com valores crescentes de compressão axial determinada por aplicação do modelo numérico.

Viga	P (kN)	σ_P/f_c	$F_{u,num}$ (kN)	$F_{u,teór}$ (flexão) (kN)	$2V_{Rl}$ (EC2) (kN)	$2V_{R2,red}$ (EC2) (kN)
V_{40}	0	0	124.5	255.0	83.0	308.8
V_{41}	100	0.102	109.5	268.0	100.2	"
V_{42}	200	0.203	139.5	263.0	117.0	"
V_{43}	300	0,305	162.0	250.0	134.6	"
V_{44}	400	0.406	171.0	252.0	151.6	307.2
V_{45}	500	0.507	196.5	233.0	168.8	254.8
V_{46}	600	0.609	178.5	183.0	186.0	202.0

Em todas as vigas analisadas e para o valor da resistência do betão à compressão adoptado, a capacidade resistente à flexão é superior à carga máxima determinada pelo modelo, embora muito próxima desta no caso da viga, V_{46}, com compressão axial mais elevada.

Verifica-se também que o valor da carga última atingida na análise numérica é sempre superior à capacidade resistente ao esforço transverso definida apenas pela contribuição do betão, V_{Rl}, a menos da mesma viga V_{46}, com maior esforço axial (analogamente ao que se observou na comparação do mesmo valor regulamentar com o correspondente experimental relativamente às vigas V_{6B} e $V_{7(A\ e\ B)}$ ensaiadas (ponto 3.4.1.2).

Os valores obtidos pela condição de não esmagamento das bielas comprimidas de betão a 45° (método padrão) são sempre superiores aos do esforço transverso máximo determinado no modelo.

Na Figura 3.43 indicam-se os diagramas cargas-flechas obtidos no estudo numérico das diferentes vigas.

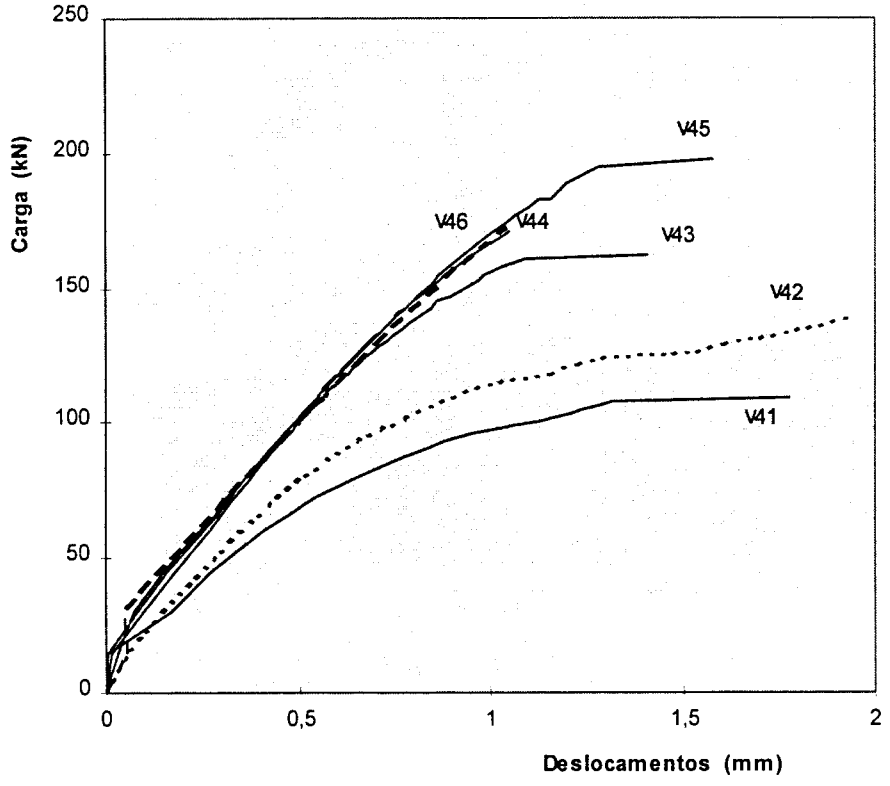


Figura 3.43 - Diagramas cargas-deslocamentos das vigas V41 a V46 com compressão P = 100 kN a P = 600 kN.

Os resultados obtidos pelo modelos numérico parecem indicar que não será possível aumentar a capacidade última da viga considerada para valores do esforço axial superiores a 500 kN, isto é para um valor da relação σ_P / f_c superior a 0.507.

3.3.5 - Aplicação dos modelos de escoras-e-tirantes

A aplicação do método dos modelos de escoras-e-tirantes às vigas T ensaiadas visou a verificação dos resultados obtidos nos ensaios experimentais e não directamente o seu dimensionamento (Bastos e Figueiras, 1992).

Os modelos representam uma solução para a distribuição dos esforços internos nas vigas, para uma solicitação próxima da carga de rotura, com base na orientação das tensões principais no betão e nas armaduras fornecidas pelo estudo numérico descrito no ponto anterior.

A verificação estática de cada modelo consistiu em:

i) cálculo dos esforços nas barras da treliça em equilíbrio com as forças aplicadas e as reacções nos apoios (o pré-esforço foi considerado como uma acção exterior);

ii) determinação das tensões médias nas armaduras pela expressão:

$$\sigma_s = F_s / A_s \tag{3.86}$$

em que A_s representa a área da armadura longitudinal e F_s o esforço nas barras do banzo inferior da treliça, ou a soma das áreas dos estribos existentes na distância entre dois tirantes verticais no modelo (A_{sw}) para o esforço $F_s = F_{sw}$ neles instalado;

iii) determinação das tensões médias nas bielas de betão, considerando que os esforços, F_{cw}, nas bielas inclinadas, ou F_c, no banzo comprimido, se distribuem uniformemente em larguras definidas de acordo com a distribuição das tensões fornecida pela análise não linear e com a geometria do modelo. A tensão média de compresssão do betão da alma é determinada pela expressão:

$$\sigma_c = \frac{F_{cw}}{b_w z \cos\theta} \tag{3.87}$$

iv) determinação das tensões principais nos nós a partir dos esforços que nele concorrem e da sua geometria;

v) identificação do tipo de rotura ocorrido em função dos valores das tensões encontradas nas armaduras e no betão, considerando como valores limites:

- para as armaduras, a correspondente tensão de cedência, f_y,
- para o betão, o valor da resistência à compressão, corrigido através de um coeficiente redutor que tomou os valores (Schlaich *et al.*, 1987, 1991):
  - 0.6 para o betão traccionado transversalmente,
  - 1.1 para o betão das zonais nodais onde apenas concorram barras à compressão.

3.3.5.1 - Vigas com armadura transversal

As treliças são constituídas por um banzo superior comprimido horizontal, ou de pequena inclinação nas vigas com compressão axial, e um banzo inferior traccionado localizado sobre a armadura longitudinal, sendo a transmissão dos esforços entre eles

realizada por escoras, com inclinações variando entre 61.5° e 39° aproximadamente, e por tirantes verticais onde se consideram localizadas as resultantes dos esforços na armadura transversal.

Apresentam-se os modelos de escoras-e-tirantes construidos para as vigas V_{1A} (Figura 3.44) e para a viga V_{2A} (Figura 3.46), para uma solicitação próxima do colapso, bem como a sua verificação estática. As larguras das bielas de betão foram determinadas de acordo com a geometria do modelo.

Viga V_{1A}

V_{mod} = 117.8 kN; $V_{u,exp}$ = 135.8 kN; f_c = 23.28 MPa.

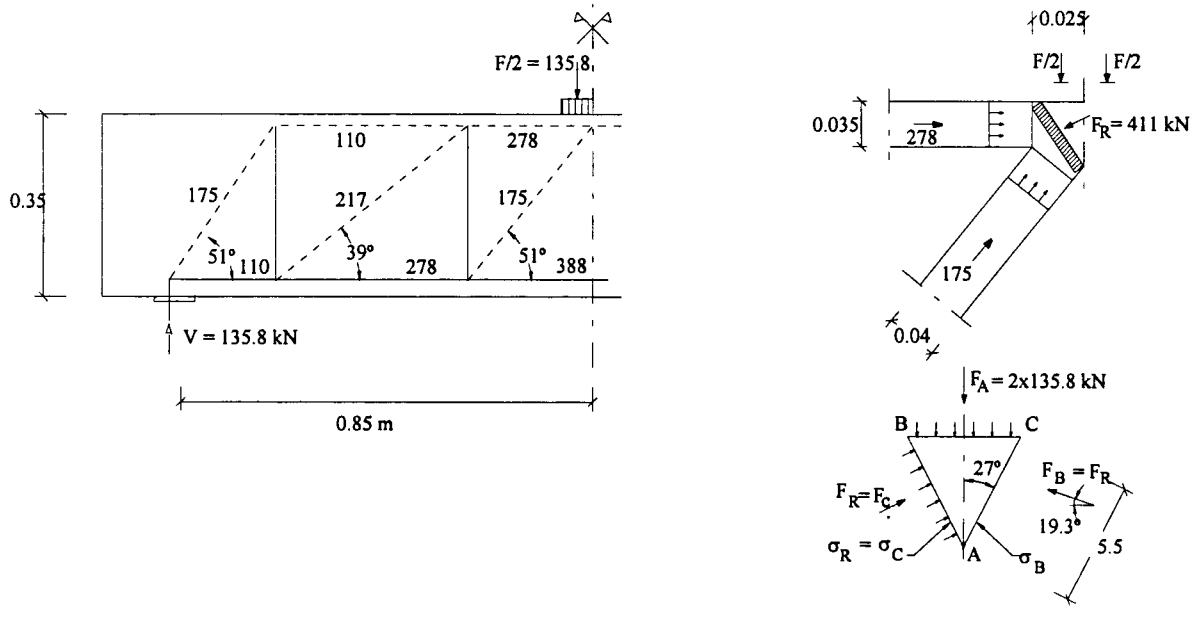


Figura 3.44 - Modelo de escoras-e-tirantes da viga V_{1A}, para a carga máxima experimental. Pormenorização das tensões no nó superior.

Verificação estática do modelo

- tensão na armadura longitudinal F_s = 388.0 kN e A_s = 8 cm^2 (4ϕ16mm):

$\sigma_s = F_s/A_s = 485$ MPa $> f_{sy} = 350$ MPa - cedência da armadura longitudinal na secção crítica.

- tensão na escora longitudinal de betão $F_c = 278.0$ kN

  - largura da escora - 0.035m (das condições geométricas do modelo),

  - largura da aba da secção T $b = 0.30$m,

  $\sigma_c = F_c / (0.30 \times 0.035) = 26.5$ MPa $> 1.1 f_c = 25.6$ MPa - esmagamento do betão no banzo superior junto à secção crítica.

- tensão média nos estribos $F_{sw} = 135.8$ kN

  $\sigma_{sw} = F_{sw} / A_{sw,(5.4 \text{ estribos envolvidos})} = 252$ MPa $< f_{swy} = 370$ MPa - não se verifica a cedência da armadura transversal.

- tensão média no betão na alma $F_{cw} = 175$ kN;

  $z = 29.75$ cm, $b_w = 10$ cm e $\theta = 51°$:

  $\sigma_{cw} = F_{cw} / (b_w z \cdot cos\theta) = 9.3$ MPa $< 0.6 f_c = 13.9$ MPa - não se verifica o esmagamento do betão na alma.

Determinação das tensões principais no nó superior junto à secção crítica

O estado de tensão no nó triangular (*ABC*) junto à secção crítica é determinado através do valor das forças nas escoras (horizontal e inclinada) nele concorrentes e da força exterior aplicada.

O valor das tensões principais actuantes no nó pode ser obtido graficamente a partir do círculo de Möhr (Marti, 1985, Sigrist *et al.*, 1995).

Seguindo a metodologia indicada em Marti (1985) foi determinada a resultante F_R das forças das bielas horizontal e inclinada ($F_c = 278$ kN e $F_{cw} = 175$ kN, respectivamente),

$F_R = 411.0$ kN,

e a sua inclinação de 19.3° em relação à horizontal.

A tensão σ_R correspondente, nas duas faces simétricas do nó triangular vem igual a:

$\sigma_R = F_R / (0.30 \times 0.055) = 24.9$ MPa

A tensão produzida pela carga aplicada, $F = 2 \times 135.8$ kN é $\sigma_F = F/(0.30 \times 0.05) = 18.1$ MPa

A partir das tensões σ_R introduzidas pelas forças F_R (simétricas em relação ao eixo médio da viga), designadas por σ_C e por σ_B na Figura 3.45, e pela carga F, σ_F designada por σ_A na figura, foram traçados os correspondentes círculos de Mohr correspondentes a cada uma daquelas tensões (Figura 3.45).

Pelo ponto O traçaram-se rectas paralelas às direcções das tensões, que determinaram os polos Q_A, Q_B, e Q_C na intercessão com os círculos correspondentes. O estado de tensão no nó é determinado pelos pontos S_A, S_B e S_C de intercessão das linhas paralelas a BC, CA e AB, passando pelos polos Q_A, Q_B, e Q_C respectivamente, com os correspondentes círculos de Mohr.

Os três pontos S_A, S_B e S_C definem o circulo de Mohr do estado biaxial de tensão no nó, e as correspondentes tensões principais, σ_1 e σ_2. As linhas Q_AS_A, Q_BS_B e Q_CS_C devem interceptar-se no polo O_1 deste círculo.

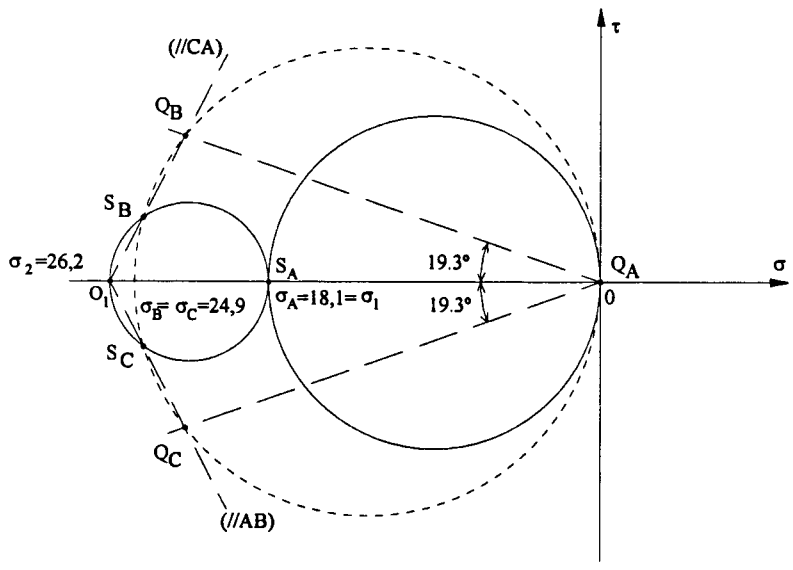


Figura 3.45 - Determinação das tensões no nó superior a partir do círculo de Mohr.

As tensões principais no nó assim determinadas:

$$\sigma_1 = 18.1 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = 26.2 \text{ MPa} \quad > 1.1 f_c = 25.6 \text{ MPa}$$

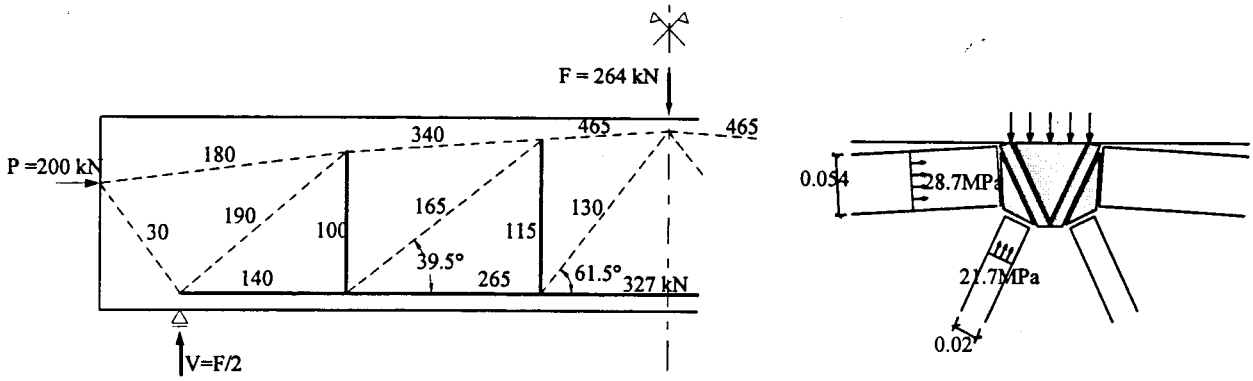
justificam o esmagamento do betão do nó superior para a carga aplicada.

Viga V_{2A}

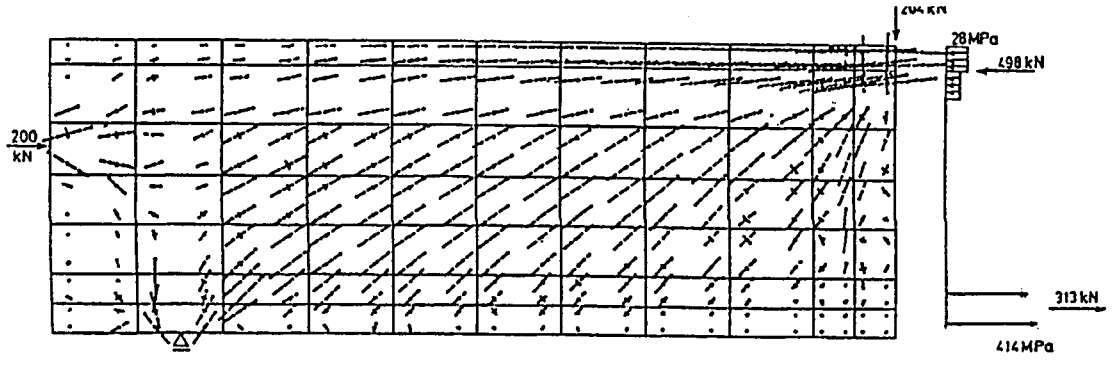
V_{mod} = 132 kN; $V_{u,exp}$ = 131.4 kN; f_c = 20.28 MPa

Na Figura 3.46 indica-se o modelo de escoras-e-tirantes idealizado para a viga V_2.

Representam-se também a distribuição das tensões e o seu valor na secção crítica obtidas na análise numérica efectuada (3.3.4.3.1) que concordam aproximadamente com os valores e orientações correspondentes encontrados no modelo.



a)



b)

Figura 3.46 - a) Modelo de escoras-e-tirantes da viga V_2; b) Resultados do estudo numérico.

Verificação estática do modelo

- banzo traccionado $F_s = 327$ kN,

$\sigma_s = F_s/A_s = 409$ MPa $> f_{sy} = 350$ MPa - cedência da armadura longitudinal na secção crítica.

- escora longitudinal de betão $F_c = 465$ kN,

largura da escora - 0.054m (da geometria do modelo)

$\sigma_c = F_c / (0.30 \times 0.054) = 28.7$ MPa $> 1.1 \cdot f_c = 22.3$ MPa - esmagamento do betão superior na mesma secção.

- tensão média nos estribos $F_{sw} = 115$ kN

$\sigma_{sw} = F_{sw} / A_{sw\,4,1\ estribos\ envolvidos} = 280$ MPa < 370 MPa - não se verifica a cedência da armadura transversal.

- tensão média no betão na alma $F_{cw} = 130$ kN ($z = 28.7$cm e $\theta = 61.5°$)

$\sigma_{cw} = F_{cw} / (b_w\ z\ cos\theta) = 9.5$ MPa $< 0.6 \cdot f_c = 12.17$ MPa - não se verifica o esmagamento do betão da alma.

3.3.5.2 - Vigas sem armadura transversal

No caso das vigas sem armadura transversal (V_4 a V_7) e dada a existência de estribos nas zonas junto aos apoio, o modelo seguiu uma geometria análoga à dos modelos construídos para vigas com armadura transversal: alma da treliça constituída por uma biela de pequena inclinação (próxima de 26°), ligando o ponto de aplicação da carga à zona onde se localizam os primeiros estribos, e um tirante vertical representando as resultantes dos esforços nos estribos existentes na zona junto ao apoio (para meia viga), seguindo depois um esquema análogo aos modelos apresentados para as vigas com armadura transversal

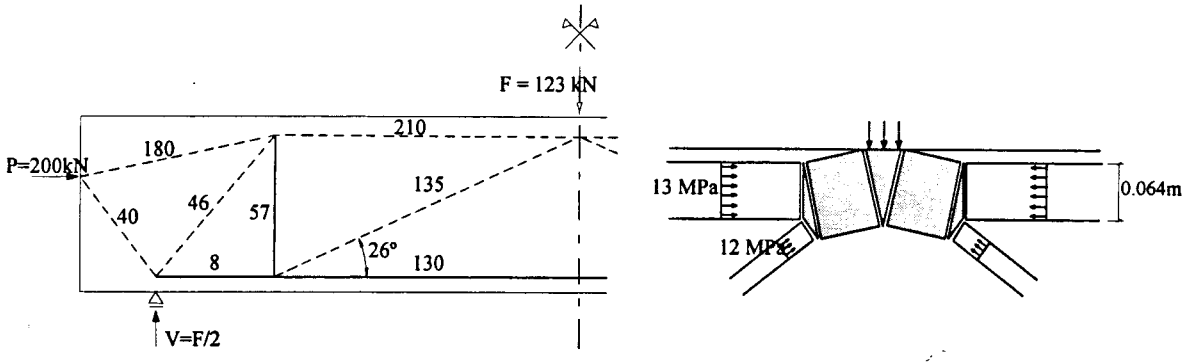
Apresenta-se apenas o modelo construido para a viga V_{5B} (Figura 3.47) omitindo-se os correspondentes às restantes vigas, que tornaria repetitiva a exposição.

Viga V_{5B}

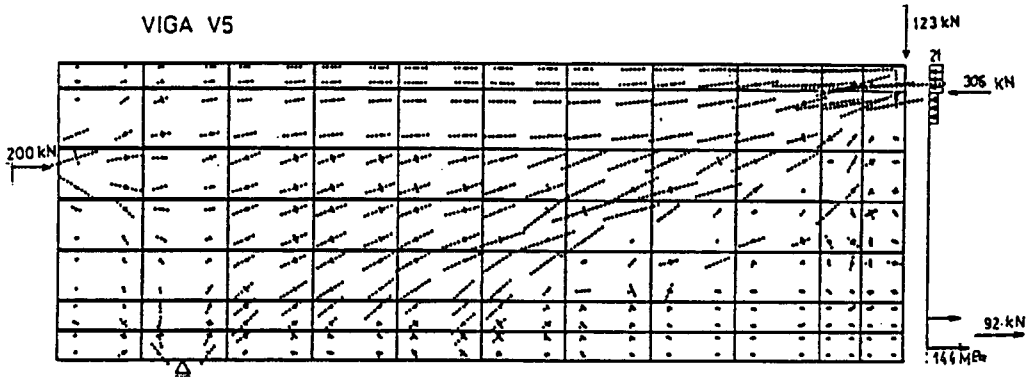
O modelo de escoras-e-tirantes (Figura 3.47) foi construido para um esforço transverso $V_{mod} = 61.5$kN, ligeiramente inferior ao correspondente valor último experimental, de modo a

possibilitar a comparação das tensões determinadas no modelo com as correspondentes obtidas na análise numérica para o mesmo valor da solicitação.

V_{mod} = 61.5 kN; $V_{u,exp}$ = 70 kN; f_c = 17.78 MPa



a)



b)

Figura 3.47 - a) Modelo de escoras-e-tirantes da viga V_{5B}; b)Tensões obtidas na análise numérica.

Verificação estática do modelo

- armadura longitudinal F_s=130 kN,

$\sigma_s = F_s / A_s$ = 163 MPa $< f_{sy}$ = 350 MPa - não se verifica a cedência da armadura longitudinal.

- escora longitudinal de betão F_c =210 kN; considerando uma largura da escora aproximadamente igual a 0.054m, obtem-se:

  $\sigma_c = F_c / (0.30 \times 0.064)$ =10.9 MPa $< 1.1 \cdot f_c$ = 19.6 MPa - não se verifica o esmagamento do betão.

- tensão média no betão na alma F_{cw} = 135 kN, (z = 27.7 cm e $\theta = 26°$)

  $\sigma_{cw} = F_{cw} / (b_w\, z\, cos\theta)$ = 5.3 MPa $< 0.6 \cdot f_c$ = 10.7 MPa - não se verifica o esmagamento do betão na alma.

As três tensões encontradas são, como se verifica, muito inferiores aos valores máximos, não fazendo prever que a rotura efectiva ocorreu com um nível de solicitação apenas ligeiramente superior. As tensões incidentes no nó superior são, também, sensivelmente inferiores à tensão de referência (igual a $1.1 \cdot f_c$ = 19.6 Mpa) e o esforço no tirante vertical (igual a 57 kN), mesmo considerando apenas dois estribos mobilizados, determina uma tensão média,

$$\sigma_{sw} = F_{sw} / A_{sw\,2\ \text{estribos envolvidos}} = 285\ \text{MPa} < 370\ \text{MPa},$$

inferior à tensão de cedência correspondente.

O modelo apresentado, construído para uma solicitação próxima da máxima de ensaio, não se afigura, portanto, adequado para traduzir a rotura ocorrido na experimentação.

Neste caso, um modelo constituído por tirantes de betão na alma (embora este tipo de modelos apresente as limitações já referidas na descrição do método) poderá porventura simular com melhor aproximação o comportamento observado.

Efectivamente nestes modelos a capacidade última ao esforço transverso é determinada pelo esgotamento das barras de betão à tracção, isto é, para a solicitação que introduz uma tensão média nos tirantes de betão igual a sua resistência à tracção; os valores propostos pelos diferentes investigadores (Reineck, 1991, Nahalawi e Wight, 1992, entre outros) para as inclinações das bielas e tirantes de betão na alma e para as resistências limites à compressão e à tracção do betão são os que, segundo eles, melhor se ajustam aos resultados experimentais. Os modelos são portanto essencialmente empíricos, pelo que a capacidade última ao corte determinada pela sua aplicação poderá certamente não concordar com a capacidade real.

Apresenta-se, como exemplo, o modelo construído para a mesma viga V_{5B}, adoptando para as orientações dos tirantes de betão as propostas por Nahalawi e Wight. Um modelo do mesmo tipo, com inclinações das barras de betão na alma concordantes com as indicadas por Reineck, é apresentado em 3.6.6.2. Foi desprezado o efeito da armadura transversal junto aos apoios.

Viga V_{5B}

No modelo de Nahalawi e Wight (Figura 3.48) é adoptada uma inclinação de 45° para a biela de descarga da solicitação e de 35° para a biela junto do apoio. A orientação do tirante de betão é determinada pela sua ortogonalidade com a biela a 35°. Estes valores são, como já se disse, empíricos e aferidos por resultados da experimentação.

A largura do tirante é determinada por $h_1 \cdot cos\alpha$, sendo h_1 a projecção vertical do tirante de betão entre dois nós e α a inclinação da biela que concorre no apoio (Nahalawi e Wight, 1992).

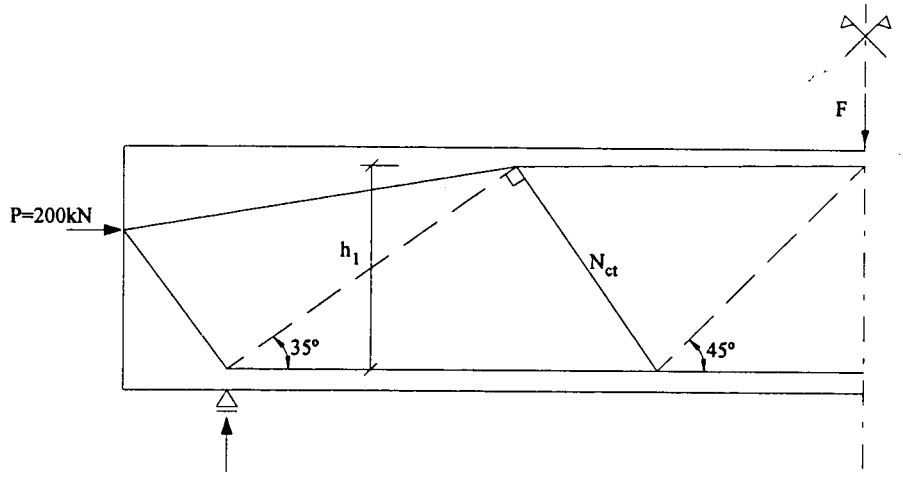


Figura 3.48 - Modelo de escoras-e-tirantes (Nahalawi e Wight). Aplicação à viga V_{5B}.

Capacidade resistente ao esforço transverso:

Para o valor da resistência à tracção é indicada a seguinte expressão, calibrada por resultados experimentais:

$$f_{ct} = 0.67\sqrt{f_c} = 2.83 \text{ MPa}$$

O esforço no tirante de betão é determinado pela expressão:

$$N_{ct} = f_{ct} \cdot b_w \cdot z_i = 6\ 1.4 \text{ kN}$$

em que z_t é a largura de influência do tirante, definida por:

$$h_1 = (\ l/2 - z) \cdot \cos 35° \cdot \text{sen } 35° = 26.6 \text{ cm}$$

sendo l =0.85m o comprimento da viga entre apoios e z o braço das forças interiores na secção crítica, z =0.9 d = 28.4 cm)

$$z_t = h_1 \cdot \cos 35° = 0.217 \text{ m}$$

O esforço transverso resistente último vem então:

$$V_{u,N.eW.} = N_{ct} \cdot cos35° = 50.3 \text{ kN} = 0.72\ V_{u,exp} \quad (V_{u,exp} = 70.0 \text{ kN})$$

A capacidade resistente última obtida é inferior à encontrada na experimentação. Tal seria de esperar, não só pelo empirismo do modelo, mas também pela presença dos estribos nas zonas extremas do vão, que terão certamente sido mobilizados depois da formação da fenda oblíqua, e ainda porque não é explicitamente considerada a acção da compressão axial.

O mesmo modelo foi também aplicado à viga V_4, sem esforço axial. Não se representa aqui explicitamente, pela sua semelhança com o modelo anterior, apenas com supressão das duas bielas que concorrem no nó de aplicação do pré-esforço. Neste caso a capacidade última obtida vem igual a 87% da capacidade obtida na experimentação, mais próxima portanto da capacidade real. Note-se que neste caso, por não existir compressão axial, o valor de 45° proposto para a inclinação média da biela de descarga da solicitação através da alma estará certamente mais próximo da inclinação média real das tensões de compressão naquela zona.

3.3.6 - Aplicação dos modelos de Reineck

Apresenta-se a aplicação dos modelos de Reineck às vigas com e sem armadura transversal estabelecendo-se a comparação dos resultados obtidos com os valores experimentais.

3.3.6.1 - Vigas com armadura transversal

O modelo desenvolvido para as vigas armadas transversalmente ao corte permite a tradução do seu comportamento para cada incremento de carga através do conhecimento do seu estado de deformação. O campo de deformações é obtido a partir da combinação do estado biaxial de tensões, originado pelas tensões desenvolvidas por atrito entre as faces das

fendas com as tensões determinadas pelo comportamento de treliça com tirantes realizados por estribos.

As tensões desenvolvidas por atrito dependem, por seu lado, do valor da abertura da fenda e do deslizamento relativo das suas faces, para um determinado valor da inclinação crítica da fenda.

A aferição do modelo às vigas com armadura transversal através dos valores das deformações medidas experimentalmente seria laboriosa e necessariamente imprecisa, pela limitada informação experimental.

Assim, o valor do esforço transverso último determinado por este modelo foi obtido, de uma maneira simplificada, pela soma das capacidades resistentes fornecidas pelo modelo de vigas sem armadura transversal, com a contribuição oferecida por esta armadura (expressões 3.73 e 3.75):

$$V_u = V_c + V_w = \frac{b_w \cdot d \cdot 0.4 f_{ct} - 0.16 \frac{f_{ct}}{f_c} \lambda \frac{z_c}{d} N + V_{du}}{\left[1 + 0.16 \frac{f_{ct}}{f_c} \lambda \cdot \left(\frac{x}{d} + 0.5\right)\right]} + \frac{A_{sw}}{s} f_{yw} z \cot \beta_{cr}$$

Foi considerado um valor da inclinação das bielas na alma, β_{cr}= 45°, de acordo com os valores adoptados por Reineck em aferições semelhantes (comparação com os resultados experimentais obtidos por Leonhardt, em vigas de secção em T com diferentes dimensões).

Os valores assim obtidos indicam-se no Quadro 3.14, estabelecendo-se a sua comparação com os resultados da experimentação.

Quadro 3.14 - Aplicação do modelo de Reineck às vigas com armadura transversal.

Viga	Res. efect. à comp (Rein)	Val. exp.	Mod. de Reineck			$V_{u,exp}/V_{u,Rein}$
	f_c^* (MPa)	$V_{u,exp}$ (kN)	V_c	V_w	$V_{u,Rein}$ (kN)	
V_{1A}	22.1	135.8	27.9	131.1	159.0	0.85
V_{2A}	19.3	131.4	26.6	131.1	157.7	0.83
V_{3A}	28.6	153.4	32.6	66.2	98.8	1.55

O modelo fornece valores superiores aos experimentais (em cerca de 17%) para as duas primeiras vigas, V_1 e V_2 (cuja rotura foi essencialmente determinada por flexão, como já foi referido). No caso da viga V_3, com menor percentagem de armadura transversal, a capacidade resistente ao corte vem inferior à medida na experimentação.

3.3.6.2 - Vigas sem armadura transversal

3.3.6.2.1 - Discussão das condições de aplicabilidade do modelo e seu reflexo nos resultados

Em relação às vigas sem armadura transversal, a formulação de Reineck pressupõe uma distribuição de fendas de corte segundo o modelo de "*pente*", estabelecendo as condições de equilíbrio a partir da análise de um elemento de viga de largura igual à "distância crítica" entre fendas, s_{cr}.

Na experimentação deste tipo de vigas, quando a rotura é dominada pelos esforços de corte, verifica-se, no entanto, a formação de apenas uma fenda dominante cuja progressão determina uma rotura frágil (efectivamente observado nos ensaios das vigas V_4 a V_7). Daí a limitação do modelo de Reineck a vigas em que a relação *a/d* (vão do esforço transverso/altura útil da secção) toma valores superiores a 5, de modo a conduzir a roturas essencialmente determinadas por esforços de flexão, nas quais será razoável considerar aquele tipo de fendilhação distribuida.

Por estas razões o modelo não se afigura adequado ao tipo de vigas ensaiadas, pelo que a capacidade última ao esforço transverso obtida através da sua aplicação será necessariamente discordante com a determinada pela experimentação.

Efectivamente, os valores encontrados para as vigas sem armadura transversal (apresentam-se apenas os relativos aos modelos referenciados por V_B), por aplicação da expressão (3.73) foram muito inferiores aos resultados experimentais (Quadro 3.15).

Também, neste caso, a não consideração da presença da armadura transversal junto dos apoios terá ainda contribuido para os desvios encontrados.

Quadro 3.15 - Aplicação do modelo de Reineck às vigas sem armadura transversal.

Viga	Res. efect. à comp.(Reineck) f_c^* (MPa)	$V_{u,Rein}$ (kN)	$V_{u,exp}$ (kN)	$V_{u,exp}/V_{u,Rein.}$
V_{4B}	17.0	23.7	61.3	2.59
V_{5B}	16.9	24.6	70.0	2.85
V_{6B}	16.6	31.1	67.6	2.17
V_{7B}	23.4	33.6	99.3	2.96

3.3.6.2.2 - Aplicação dos modelos simplificados de escoras-e-tirantes (Reineck)

Efectua-se ainda a aplicação do modelo de escoras-e-tirantes, segundo a geometria indicada por Reineck, às vigas V_4 e V_5. São adoptadas para as bielas de transmissão da carga à armadura inferior inclinações de 60 e 30° e para os tirantes de betão uma inclinação de 60°.

Os modelos são neste caso utilizados como processo de dimensionamento (tal como no ponto 3.3.5.2- modelos de Nahalawi e Wight) e não como verificação dos resultados experimentais (caso dos modelos construídos para o valor conhecido da solicitação de rotura).

A capacidade última da viga ao esforço transverso vem determinada pelo esgotamento dos tirantes de betão, isto é, quando a tensão média nos tirantes atinge o valor da resistência à tracção do betão adoptada no modelo, definida pela expressão (3.64),

$$f_{ct} = 0.246 \cdot (0.95 f_c^{2/3}) \quad \text{(Reineck, 1991)}$$

O esforço resistente do tirante de betão, N_{ct}, igual à resultante das tensões de tracção na área de influência correspondente, é determinado pelo produto da resistência do betão à tracção pela secção do tirante (igual à sua "largura" multiplicada pela espessura da alma da viga, b_w).

A "largura" do tirante (largura do campo de tracções) é avaliada aproximadamente pela projecção, na direcção perpendicular ao tirante, de metade da distância do tirante às bielas adjacentes, medida segundo o eixo da peça.

Viga V_{5B}

O modelo construído para a viga V_{5B} representa-se na Figura 3.49.

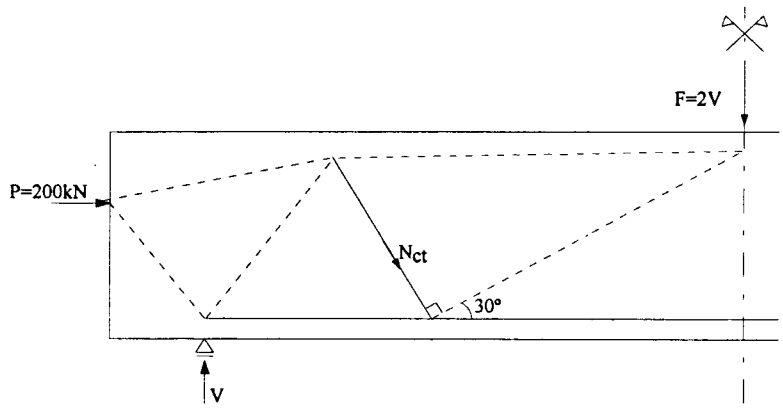


Figura 3.49 - Modelo de escoras-e-tirantes desenvolvidos por Reineck. Aplicação à viga V_{5B}.

Considerando apenas uma biela de transmissão das compressões na alma com inclinação, sobre o eixo da peça, igual a 30° (que se poderá considerar razoavelmente aproximada face à compressão axial aplicada) e um campo das tracções respectivamente perpendicular, a largura de influência do tirante virá aproximadamente igual a 0.225m (pela geometria do modelo).

Para o valor da resistência à tracção, definido pela expressão (3.64), igual a:

$$f_{ct} = 1.62 \text{ MPa}$$

e com $b_w = 0.10$ cm (largura da alma da viga), o valor do esforço resistente do tirante de betão vem obtido por:

$$N_{ct} = f_{ct} \cdot (0.10 \times 0.225) = 36.5 \text{ kN},$$

O valor do esforço transverso último V_u correspondente será então:

$$V_u = N_{ct} \cdot \cos 30° = 31.6 \text{ kN}$$

igual a 45% do correspondente valor experimental, $V_{u,exp} = 70.0$ kN.

Reineck refere, no entanto, que este valor poderá não corresponder à capacidade resistente real - já que a abertura excessiva da fenda oblíqua (ultrapassando a abertura crítica) poderá, na intercessão com a biela inclinada, inviabilizar a transmissão das compressões na

alma - devendo esta ser obtida a partir da expressão (3.73) que efectivamente conduz, neste caso, a uma capacidade resistente inferior ($V_{u,Rein}$ = 24.6 kN, Quadro 3.15) à determinada pelo modelo de treliça.

Viga V_{4B}

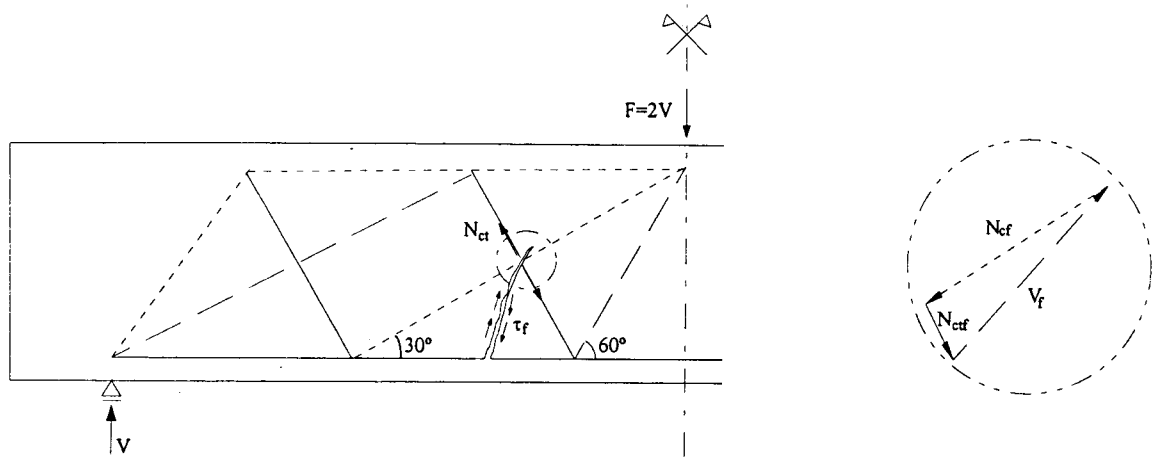
Em relação a esta viga, sem compressão axial, foram consideradas duas bielas de descarga orientadas a 60° e a 30° e tirantes orientados a 60° sobre o eixo da viga. A "largura" dos tirantes é definida de forma análoga à indicada no modelo da viga V_{5B}.

Em virtude da hiperstaticidade do modelo, a distribuição da carga pelas duas treliças - duas bielas de descarga - foi determinada pelo seguinte raciocínio:

- para os primeiros níveis da solicitação a carga será transmitida para o banzo inferior através da biela a 60° (pelo caminho mais "curto"); esse caminho será mantido até ao valor da carga para a qual a tensão de tracção no tirante oblíquo atinge à resistência à tracção do betão, f_{ct}, (valor adoptado no modelo), isto é, até ao início da fendilhação do betão da alma;
- a partir deste valor e para cargas crescentes, a transmissão da carga efectuar-se-á através da biela inclinada a 30°, se for possível o equilíbrio das compressões, na intercessão com a fenda inclinada, à custa das tensões, τ_{fu}, desenvolvidas por atrito entre as faces das fendas, e das tensões de tracção entre fendas.

Na sequência deste processo, será necessário admitir valores para a inclinação da primeira fenda oblíqua bem como para a sua espessura máxima.

O modelo de escoras-e-tirantes, construído para a viga V_{4B}, sem compressão axial, representa-se na Figura 3.50,a.



a) b)

Figura 3.50 - Viga V_{4B}. a) Modelo de escoras-e-tirantes desenvolvidos por Reineck; b) Equilíbrio dos esforços internos na fenda.

Sendo f_c = 17.87 MPa (resistência cilíndrica) a resistência efectiva do betão à tracção vem:

$$f_{ct} = 1.63 \text{ MPa} \qquad \text{(pela expressão 3.64)}$$

Considerando a largura do tirante aproximadamente igual a 0.22 m e sendo b_w = 0.10m, o esforço máximo no tirante de betão, N_{ct}, atingido até ao início da fendilhação, vem obtido por:

$$N_{ct} = 1.63 \cdot 10^3 \times 0.10 \times 0.22 = 35.86 \text{ kN},$$

O esforço transverso associado é aproximadamente igual a:

$$V_1 = N_{ct} \cdot \cos 30° = 31.0 \text{ kN},$$

que corresponde à rotura do tirante inclinado de betão e ao início da fendilhação na alma (de acordo com o modelo).

Supondo que a fissuração se iniciou por uma fenda inclinada a 45° sobre o eixo da peça (inclinação admissível visto não existir compressão axial aplicada) e adoptando para a abertura da fenda o valor Δn =0.1mm, a tensão tangencial máxima desenvolvida por atrito será determinada pela expressão simplificada desenvolvida por Walraven (3.69), com Δn_u = 0.9 mm:

$$\tau_{fu} = 0.45 \cdot f_{ct} \cdot \left(1 - \frac{\Delta n}{\Delta n_u}\right) = 0.65 \text{ MPa}$$

Considerando o prolongamento da fenda a toda a altura da alma até atingir o limite do banzo comprimido, o seu comprimento, l_f, será obtido por:

$$l_f = (z - l_b/2) / cos\ 45°$$

sendo z - braço das forças interiores

l_b - largura do banzo comprimido, $l_b = 2(d-z)$ - o eixo do banzo coincide com a escora longitudinal.

O esforço total, V_f, desenvolvido por atrito ao longo da fenda será então:

$$V_f = l_f \cdot b_w \cdot \tau_{fu} = 0.36 \times 0.10 \times 0.65 = 23.3 \text{ MPa}$$

Do equilíbrio vectorial (Figura 3.50,b) obtem-se o valor das resultantes das tensões de compressão na biela inclinada a 30° (N_{cf}) e das tensões de tracção (N_{ctf}) orientadas a 60°, que podem ser transmitidas através deste mecanismo:

$N_{cf} = 22.47$ kN - compressões (a 30°) equilibradas por atrito

$N_{ctf} = 6.02$ kN - tracções equilibradas por atrito

O esforço no tirante de betão permite ainda, pelo equiíbrio do nó inferior, uma transmissão de um esforço de compressão do mesmo valor, (N_{ctf}) através da biela inclinada a 60°.

Assim, o acréscimo do esforço transverso resultante deste mecanismo será igual a:

$$V_2 = N_{cf} \text{ sen } 30° + N_{ctf} \text{ sen } 60° = 16.5 \text{ kN}$$

desprezando a inclinação do banzo superior junto à secção de aplicação da carga.

O esforço transverso último virá então obtido pela soma dos dois valores

V_1 - (até à fendilhação) por resistência à tracção do betão

V_2 - resistido por efeito do atrito entre as faces das fendas,

$$V_u = V_1 + V_2 = 31.0 + 16.5 = 47.5 \text{ kN} = 78\%\ V_{u,exp} \quad (V_{u,exp} = 61.3 \text{ kN}).$$

Note-se que não foi considerado o efeito de cavilha da armadura de flexão nem a contribuição dos estribos nas zonas dos apoios, que certamente contribuiriam ainda para uma aumento da capacidade última ao esforço transverso.

Neste procedimento procurou traduzir-se o mecanismo idealizado por Reineck.

Note-se que as hipóteses consideradas (formação de uma única fenda, valor da sua abertura e do ângulo de inclinação) bem como a geometria do próprio do modelo são certamente simplistas e mesmo em parte desajustadas do comportamento real (em que a fenda final dominante apresentava uma inclinação inferior a 45°).

Assim, a sua apresentação visou sobretudo fornecer uma clarificação dos mecanismos de transmissão das tensões através da alma, de acordo com a filosofia do modelo exemplificado.

3.4 - CONCLUSÕES

No conjunto de vigas envolvidas no programa experimental apresentado no capítulo anterior, Capítulo 2, foi efectuada a comparação da capacidade resistente última ao esforço transverso obtida na experimentação com a determinada pela aplicação de diferentes modelos teóricos, que se descrevem na parte inicial deste capítulo.

Nas aplicações dos modelos foram considerados os valores reais das características mecânicas dos materiais constituintes de modo a obter uma melhor concordância com os resultados experimentais.

Assim, nos modelos apresentados pela regulamentação os valores de cálculo foram substituidos pelos correspondentes valores médios determinados em ensaios de caracterização do aço e do betão; nos restantes modelos aqueles valores médios foram afectados de coeficientes correctores ("*efectivos*") indicados, em cada caso, pelos autores, como resultado de aferições semelhantes.

A experimentação envolveu um conjunto de vigas à flexão, acompanhada ou não de um esforço axial, constituído por um primeiro grupo de vigas com armadura transversal em todo o

domínio e por um segundo grupo de vigas, designadas por vigas sem armadura transversal, que continham estribos apenas nas zonas junto aos apoios.

A introdução destes estribos, que se previa terem uma influência reduzida no comportamento ao esforço transverso, revelaram, no entanto, uma contribuição não desprezável que determinou comportamentos mistos de vigas com e sem aquela armadura, afastando-as portanto do comportamento típico de vigas sem armadura de alma.

Em relação a este último tipo de vigas o valor propositadamente escolhido da relação $a/d = 2.7$ (vão do esforço transverso/ altura útil da peça) foi também determinante na redução da capacidade última por efeito do esforço transverso.

Relativamente às vigas armadas transversalmente ao corte, nas duas primeiras, V_1 e V_2, a capacidade resistente última à flexão era inferior à respectiva capacidade ao esforço transverso, condicionando o tipo de rotura ocorrido. Nas vigas V_3, com menor percentagem de armadura transversal, a capacidade última foi essencialmente determinada pela acção do esforço transverso.

No Quadro 3.16 apresentam-se os resultados obtidos por aplicação dos diferentes modelos aos tipos de vigas ensaiadas e a sua comparação com o esforço transverso último experimental.

A análise através dos modelos de escoras-e-tirantes não se inclui neste quadro, já que foram em geral aplicados como verificação da carga última experimental e não como processo de dimensionamento. Exceptuam-se os modelos com tirantes de betão na alma, cuja análise conclusiva dos resultados se apresenta adiante.

No Quadro 3.16 indicam-se, na primeira coluna, os valores da resistência cilíndrica à compressão do betão (determinada a partir da resistência obtida em provetes cúbicos) e do esforço transverso máximo de ensaio.

Nas colunas seguintes apresentam-se, para cada um dos modelos indicados, os valores adoptados para a inclinação das tensões de compressão do betão na alma e para a resistência efectiva do betão à compressão, bem como o esforço transverso resistente e a sua comparação com o valor experimental correspondente.

Assinalam-se, com relevo especial, os casos em que o desvio entre a capacidade resistente determinada pelo modelo e o esforço transverso último experimental ($V_{u.mod}$ e $V_{u.exp}$) é igual ou inferior a 20%.

Quadro 3.16 - Comparação dos resultados experimentais com os obtidos pelos modelos teóricos.

Viga		REBAP	EC2 *(m.p.)*	EC2 *(m.b.i.v)*	Nielsen e Jensen	Collins *et al.*	Modelo numérico	Reineck
V_{1A}	θ	45	45	35.7	32.6	45	39	45
f_c = 23.28	f_c'	6.98	6.79	13.60	15.92	11.60	23.28	22.1
$V_{u,exp}$ =135.8	$V_{u,mod}$	177.4	180.8	182.6	205.0	148.1	117.8	159.0
	$V_{u,exp}/V_{u,mod}$	**0.77**	**0.75**	**0.74**	**0.77**	**0.92**	**1.15**	**0.85**
V_{2A}	θ	45	45	38.1	34.8		35	45
f_c =20.28	f_c'	6.08	6.07	12.14	14.17	_	20.28	19.3
$V_{u,exp}$ =131.4	$V_{u,mod}$	176.5	172.1	167.2	188.3		132.0	157.7
	$V_{u,exp}/V_{mod}$	**0.75**	**0.76**	**0.79**	**0.73**		**0.99**	**0.83**
V_{3A}	θ	45	45	22.1	20.3		38	45
f_c = 30.08	f_c'	9.02	8.27	16.54	19.54	_	30.08	28.6
$V_{u,exp}$ = 153.4	$V_{u,mod}$	121.0	124.8	163.3	180.2		120.0	98.8
	$V_{u,exp}/V_{mod}$	**1.27**	**1.23**	**0.94**	**0.81**		**1.15**	**1.55**
V_{4B}	θ	45	45		24		38	30
f_c = 17.87	f_c'	5.36	5.46	_	10.2	_	17.87	17.0
$V_{u,exp}$ = 61.3	$V_{u,mod}$	38.8	41.5		38.0		62.2	23.7
	$V_{u,exp}/V_{mod}$	**1.58**	**1.48**		**1.61**		**0.99**	**2.59**
V_{5B}	θ	45	45				27	
f_c = 17.78	f_c'	5.33	5.43	_	12.64	_	17.78	16.9
$V_{u,exp}$ = 70.0	$V_{u,mod}$	43.8	58.5		43.1		66.8	24.6
	$V_{u,exp}/V_{mod}$	**1.60**	**1.20**		**1.62**		**1.05**	**2.85**
V_{6B}	θ	45	45				27	30
f_c = 17.75	f_c'	5.24	5.35	_	12.44	_	17.45	16.6
$V_{u,exp}$ = 67.6	$V_{u,mod}$	59.9	75.2		30.8		76.5	31.1
	$V_{u,exp}/V_{mod}$	**1.13**	**0.90**		**2.19**		**0.88**	**2.17**
V_{7B}	θ	45	45				23	30
f_c = 24.66	f_c'	7.40	7.11	_	16.69	_	24.66	23.4
$V_{u,exp}$ = 99.3	$V_{u,mod}$	77.7	103.0		36.2		114.0	33.6
	$V_{u,exp}/V_{mod}$	**1.28**	**0.96**		**2.74**		**0.87**	**2.96**

(*) $V_{u,mod}$ (kN) - esforço transverso resistente obtido pelo modelo

$V_{u,exp}$ (kN) - valor máximo do esforço transverso medido na experimentação

f_c' (MPa) - resistência efectiva do betão à compressão - condição de esmagamento das bielas de betão da alma

θ (°) - inclinação média das compressões do betão na alma

A análise dos resultados apresentados permite retirar as seguintes conclusões:

Modelos apresentados pela regulamentação - REBAP e EC2 (método padrão e método das bielas de inclinação variável

No primeiro grupo, *vigas com armadura transversal*, os valores regulamentares são razoavelmente próximos dos observados na experimentação:

- em relação aos dois primeiros tipos (vigas V_1 e V_2), cuja rotura foi essencialmente determinada por flexão (quando haveria ainda uma capacidade suplementar ao corte), a capacidade resistente última regulamentar ao esforço transverso é, efectivamente, superior à obtida na experimentação.

- no terceiro tipo, viga V_3, em que o esforço transverso foi determinante, a capacidade resistente regulamentar é inferior à experimental. Neste caso, o valor determinado pelo método das bielas de inclinação variável, pela condição de igual capacidade resistente das bielas inclinadas de betão e da armadura transversal, é ligeiramente superior ao valor experimental (de facto não foi observada, na experimentação, a rotura por esmagamento das bielas da alma).

A inclinação média das compressões na alma encontrada para esta solução, $\theta = 22.1°$, é inferior à obtida pelo procedimento aproximado para a avaliação da contribuição do betão ao corte, desenvolvido no Capítulo 2 (2.3.3) - a partir do qual se obteve $\theta_u = 28.7°$ para a inclinação da biela em rotura - o que de certa forma vem aferir aquele procedimento.

No segundo grupo, *vigas sem armadura transversal*, a capacidade resistente ao esforço transverso é identificada com a parcela resistida pelo betão, considerando-se desprezável a contribuição dos estribos junto aos apoios.

Os valores resistentes regulamentares são substancialmente inferiores aos experimentais - particularmente nas vigas, V_4 e V_5 - traduzindo a contribuição dos estribos nas zonas extremas do vão, por comportamento de treliça possibilitado nessas zonas.

Com o aumento do valor do pré-esforço aplicado verifica-se uma maior concordância dos valores determinados pelas duas vias, evidenciando o efeito da compressão axial na resistência ao corte. No caso das vigas V_6 e V_7, com compressão axial mais elevada, os dois valores são muito próximos, verificando-se mesmo uma capacidade resistente superior (na aplicação do EC2) ao esforço transverso último experimental.

Modelos plásticos de Nielsen et al. e de Jensen

Nos modelos de Nielsen *et al.* e de Jensen desenvolvidos para *vigas com armadura transversal* a resistência última é definida pelo esmagamento das bielas de betão da alma e esgotamento simultâneo da armadura transversal, procurando-se uma concordância com os valores experimentais à custa da adopção de valores reduzidos da resistência do betão à compressão.

A capacidade última obtida pela sua aplicação será então, a menos do valor da resistência efectiva adoptada para o betão, coincidente com a solução determinada pelo método das bielas de inclinação variável, apresentado no EC2, para a condição $V_{R2} = V_{R3}$ que assenta no mesmo critério de resistência (como foi verificado para a viga V_{1A}).

As soluções encontradas para este grupo de vigas, analogamente ao que se verificou em relação à aplicação do método das bielas de inclinação variável, são efectivamente superiores aos valores experimentais correspondentes (embora mais aproximadas no terceiro tipo de viga, V_3), que poderá ser atribuido às razões já apontadas e ainda a um possível desajustamento do valor (empírico) atribuido à resistência efectiva do betão à compressão.

Nos modelos definidos para as *vigas sem armadura transversal*, para o tipo de solicitação actuante (carga concentrada), a definição da capacidade resistente é baseada num mecanismo de biela, ligando a secção de aplicação da carga aos apoios ou aos pontos de ancoragem dos cabos de pré-esforço e atirantada pela armadura de flexão, sendo a solução determinada pela optimização das dimensões dos nós de transmissão das solicitações.

Nas vigas ensaiadas (V_4 a V_7) a presença dos estribos na zona dos apoios terá, porém, originado um mecanismo diferente do suposto na formulação, determinado pela diferente rigidez das zonas com e sem estribos do vão.

A capacidade resistente ao esforço transverso determinada por estes modelos é, com efeito, razoavelmente discordante da obtida na experimentação. Não só devido às razões indicadas, como também à avaliação da resistência efectiva do betão à compressão, neste caso dependente de muitos parâmetros empíricos, com grande influência no resultado final.

A aplicação do teorema do limite superior a um mecanismo diferente do adoptado no modelo - definido por uma fenda dirigida para o ponto de intercessão do primeiro estribo do vão com a armadura longitudinal - mais aproximado do observado na rotura experimental, permitiu determinar um valor da capacidade última razoavelmente concordante com o valor experimental.

Modelo de Collins et al.

O modelo desenvolvido por Collins *et al.*. baseia a sua formulação em leis constituintes definidas para o betão armado fendilhado, considerado como um *novo* material, e na verificação da compatibilidade das deformações no elemento de viga.

A sua aplicação foi efectuada apenas à viga V_{1A}, para várias hipóteses de valores atribuídos aos parâmetros variáveis (extensão principal de tracção e inclinação das tensões de compressão do betão na alma), elegendo-se como solução exacta a que conduziu ao menor valor do esforço transverso resistente.

O resultado obtido (para uma inclinação média das tensões de compressão do betão da alma igual a 45°) foi muito próximo do valor da capacidade última experimental. O tipo de rotura, por esgotamento da armadura de flexão, reproduziu também a rotura observada no ensaio.

Para uma inclinação das tensões de compressão na alma igual a 32°, o modelo indica, analogamente ao modelo de Nielsen, para a mesma inclinação e para um valor próximo da capacidade última ao esforço transverso, uma rotura por esmagamento das bielas inclinadas de betão.

Modelo de análise não linear desenvolvido por Figueiras e Póvoas

A análise numérica efectuada envolveu um número significativo de parâmetros necessários para a caracterização mecânica dos materiais constituintes, que apresentavam uma grande variação no conjunto de modelos ensaiados, tendo-se procurado reproduzir geométrica e mecanicamente a realidade à custa de um elevado número de "tipos" de materiais diferentes associados aos elementos da malha utilizada na análise.

O modelo numérico de análise não linear simula com boa aproximação o comportamento das vigas com armadura transversal observado na experimentação, não só no

que respeita à evolução da fendilhação e da deformação (a menos dos deslocamentos de corpo rígido provocados por assentamentos da máquina de ensaio) como também no valor da resistência última e no mecanismo de rotura.

No caso de vigas sem estribos no vão o desempenho do modelo é mais limitado: embora a capacidade última encontrada seja muito próxima da capacidade real, o modelo não reproduz as características do comportamento deformacional em relação à fendilhação discreta bem localizada observada nos ensaios, nem indica com clareza o mecanismo de rotura experimental. Apenas pela visualização da deformação ampliada de alguns elementos da alma da viga, para uma solicitação próxima do seu valor máximo, é possível inferir o tipo de rotura ocorrido.

Modelo de Reineck

Nos modelos desenvolvidos para vigas com armadura transversal é necessário conhecer o campo de deformações para cada valor da solicitação, que resulta da sobreposição de dois modelos de treliça, um constituído por tirantes formados pelos estribos e o segundo que traduz o estado biaxial de tensões no betão da alma originado pelas tensões de atrito mobilizadas entre as faces das fendas. As tensões de atrito dependem do valor da abertura das fendas - parâmetro que define a capacidade última ao esforço transverso.

Esta metodologia possibilita uma transição do estudo de peças sem armadura transversal para peças com essa armadura.

A aplicação do modelo às vigas V_1 a V_3, com armadura transversal, foi conduzida pela adição daqueles efeitos, isto é, o esforço transverso último foi determinado, de um modo simplificado, pela soma da capacidade da viga sem armadura transversal com a resistência oferecida por aquela armadura (a compatibilidade de deformações entre os dois modelos supõe-se garantida pela condição de abertura de fendas).

Os valores obtidos foram razoavelmente próximos da capacidade última experimental no caso das vigas V_1 e V_2, embora mais reduzidos (64%) no caso da viga V_3 com menor percentagem de armadura transversal.

O modelo para vigas sem armadura transversal requer valores de *a/d* superiores a 5, de modo a verificar-se o tipo de fendilhação distribuida adoptado, a partir do qual são definidas as relações de equilíbrio das forças internas no elemento de viga e a expressão que determina capacidade última.

Essa condição não é verificada para as vigas sem armadura transversal ensaiadas, V_4 a V_7; efectivamente, o valor da relação a/d = 2.7 não satisfazia as condições impostas pelo modelo - valor mínimo de a/d = 5.

Optou-se, no entanto, pela sua apresentação, já que daí poderia resultar uma melhor compreensão do modelo, sensibilizando simultaneamente o utilizador para as suas limitações.

Os valores obtidos foram efectivamente muito reduzidos, não só pela razão apontada mas também, como nos casos anteriores, pela presença dos estribos nas zonas dos apoios.

Foram ainda, neste caso, aplicados a dois tipos de vigas (V_4 e V_5) os modelos simplificados em treliça constituídos por diagonais de betão à tracção, com orientações propostas por Reineck e desprezando a contribuição dos estribos do vão (a rotura ocorreu efectivamente na zona sem estribos). Neste tipo de modelos a consideração da contribuição do atrito entre as faces das fendas implica a escolha de valores para o ângulo de inclinação das fendas e para a abertura destas, de difícil quantificação.

No caso da viga V_4, sem compressão axial foi adoptada uma inclinação de 45° para a fenda de corte estabelecendo-se o equilíbrio das bielas de compressão seccionadas pela fenda à custa das tensões mobilizadas por atrito ao longo das faces da fenda.. A capacidade resistente encontrada foi igual a 78% da determinada na experimentação.

No caso da viga V_5, com compressão axial, a inclinação da primeira fenda oblíqua era difícil de definir, pelo que a capacidade última foi determinada, de uma maneira simplificada, pela resistência dos tirantes de betão da alma . O valor obtido (igual a 45% de $V_{u,exp}$) foi muito inferior à capacidade real. e também inferior (em cerca de 20%) ao esforço transverso de fendilhação observado no ensaio.

Modelos de escoras-e-tirantes

A aplicação do método dos modelos de escoras-e-tirantes às vigas ensaiadas teve como objectivo a verificação da sua capacidade última obtida na experimentação e não o seu dimensionamento. Não foram, por isso, incluidos no Quadro 3.16.

Os modelos foram construídos para uma solicitação próxima da carga de rotura experimental, tendo-se adoptado, para as inclinações das bielas da treliça, valores próximos das orientações das tensões principais do betão indicadas pela análise numérica efectuada, para o mesmo valor da solicitação. O modelo assim definido foi considerado como modelo óptimo, já que fundamentado na análise numérica, reduzindo-se desta forma o processo iterativo necessário no caso do desconhecimento daquelas orientações.

Em relação às vigas armadas ao corte os modelos de treliça desenvolvidos justificam aproximadamente o tipo de rotura ocorrido, pela comparação das tensões no betão e nas armaduras com as respectivas tensões de referência.

As tensões obtidas foram também concordantes com as fornecidas pela análise numérica.

No caso das vigas sem armadura transversal não parece, no entanto, possível derivar o tipo de rotura ocorrido através desta formulação - as tensões médias encontradas nas armaduras e no betão, para um valor próximo da carga máxima experimental, foram muito inferiores às correspondentes tensões de referência.

O recurso a modelos simples envolvendo tirantes de betão na alma - semelhantes aos modelos em treliça de Reineck (já referidos) mas agora segundo as propostas de Nahalawi e Wight - utilizados como método de dimensionamento e não como verificação da capacidade resistente última, permitiu obter valores da capacidade última ao esforço transverso (entre 71% e 87%) razoavelmente próximos dos valores experimentais.

Apreciação global

As vigas de betão armado e de betão pré-esforçado atingem o esgotamento por efeito combinado das acções de flexão e de esforço transverso. A capacidade resistente última é medida pela resistência aos momentos flectores que é sempre mais ou menos afectada pelo efeito do esforço transverso. As duas acções não podem, portanto, ser dissociadas já que ambas intervêem com maior ou menor incidência da capacidade global da peça. Nesse sentido não se poderá falar numa resistência ao esforço transverso; ela será sempre solidária com a resistência aos momentos flectores.

Assim, a aplicação dos modelos específicos para a determinação da resistência ao esforço transverso que não envolvam a acção conjunta dos dois efeitos, fornecerá certamente sempre uma capacidade última aproximada.

Tendo em consideração o exposto e numa análise global dos resultados encontrados nos diferentes modelos pode concluir-se:

- o modelo numérico revela-se o melhor em todos os casos; o comportamento real das vigas é bem reproduzido e as soluções encontradas apresentam desvios máximos de 15% em relação à capacidade real observada.

- para efeitos práticos a metodologia dos modelos de dimensionamento regulamentares é relativamente eficiente e de simples aplicação mas poderá conduzir a resultados perigosos, por serem contra a segurança (aqui evidenciada nas vigas sem armadura transversal com valor mais elevado da compressão axial introduzida).

- os modelos de escoras-e-tirantes exigem o conhecimento prévio do estado de tensão, para a determinação das inclinações das tensões no corpo da peça. A partir daí fornecem resultados consistentes embora, no caso das vigas sem armadura transversal, permitam obter uma informação de caracter essencialmente qualitativo.

- os modelos plásticos de Nielsen e Jensen , bem como os modelos desenvolvidos por Reineck, nos casos aqui analisados, parecem não ser de privilegiar numa avaliação da capacidade real. No primeiro caso, o número relativamente elevado de parâmetros empíricos, especialmente nas vigas sem armadura transversal, cujo valor influencia substancialmente o resultado final, não garante efectivamente a obtenção da capacidade real. No segundo caso, não só a complexidade da metodologia utilizada como a dificuldade na avaliação dos valores dos parâmetros variáveis (inclinação e abertura críticas das fendas) e na quantificação das acções desenvolvidas por atrito, torna a utilização do modelo pouco prática.

- os modelos de Collins *et al.* fornecem resultados consistentes. Dada a sua complexidade da sua formulação e a necessidade de testar diferentes valores dos parâmetros variáveis recorrendo ainda a um processo iterativo para atingir a solução optimizada, a sua aplicação prática sugere a utilização de um procedimento automático através de um algoritmo de cálculo, que não será com certeza viável na generalidade dos casos. O recurso a tabelas disponíveis, de simples aplicação, será uma alternativa nos dimensionamentos correntes.

CAPÍTULO 4

O PRÉ-ESFORÇO NA RESISTÊNCIA AO PUNÇOAMENTO

4.1 - INTRODUÇÃO

Quando uma carga concentrada de valor elevado actua normalmente ao plano médio de uma laje pode verificar-se uma rotura brusca por penetração da carga no corpo da laje.

A rotura é caracterizada pela formação de um cone de rotura originado pela abertura de uma fenda inclinada entre 25° e 35° em relação ao plano da laje, que se desenvolve em torno da zona de aplicação da carga progredindo a toda a espessura da laje, com destaque do volume tronco-cónico de betão limitado pela fenda de corte. Verifica-se uma queda acentuada no diagrama cargas-flechas depois de atingida a carga máxima, evidenciando uma energia dissipada por deformação plástica muito reduzida, especialmente nas lajes sem armadura transversal.

Este fenómeno, designado por rotura por punçoamento, é determinado pela acção do esforço transverso eventualmente combinado com um momento flector, conduzindo a uma rotura frágil, sem avisos prévios notórios, para uma carga inferior à capacidade última da laje à flexão (Figura 4.1). Verifica-se essencialmente em lajes com cargas concentradas elevadas, lajes fungiformes e sapatas de fundação. A possibilidade da sua ocorrência é agravada na presença de cargas excêntricas como é o caso de pilares de bordo ou de canto.

A presença de uma armadura transversal aumenta não só a resistência a esse esforço transverso mas também a ductilidade da ligação laje-pilar, sendo uma eventual ruína precedida por deformações sensíveis.

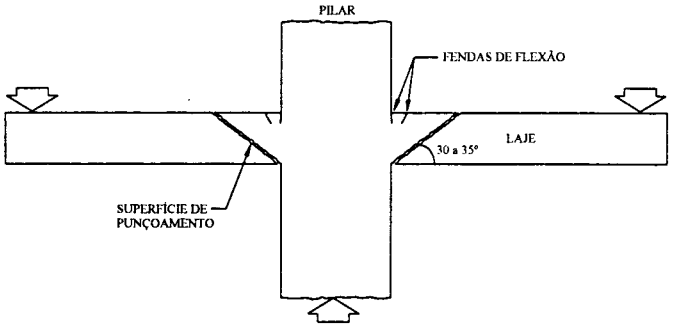


Figura 4.1 - Rotura por punçoamento.

Este fenómeno é ainda dependente das condições de apoio e do grau de confinamento lateral no plano da laje, o que leva a associar à rotura por punçoamento a influência dos efeitos de membrana (Kinnunen, 1963 e Nielsen, 1978).

A resistência ao punçoamento sofre também a influência dos efeitos de escala, como foi observado por Bazant e Cao (1987) em ensaios sobre lajes circulares de betão armado de diferentes espessuras e realizadas com betões com diferentes dimensões dos agregados.

Estes efeitos são, no entanto, ainda pouco conhecidos em lajes pela reduzida informação existente sobre ensaios de lajes de grandes dimensões.

Existem várias teorias e modelos explicativos do fenómeno de punçoamento baseadas na observação experimental, não tendo sido contudo até agora conseguida uma concordância quanto à definição do mecanismo de rotura ou de um modelo geral de modo a contemplar os diferentes casos, quer de punçoamento simétrico, quer de punçoamento excêntrico.

As teorias simplificadas, introduzidas inicialmente por Talbot, em 1931, abstraem da existência dos momentos de flexão, normalmente importantes na proximidade dos pilares, e reduzem o fenómeno de punçoamento a um problema de corte puro ("*Control Surface Approach*"). A verificação ao punçoamento é obtida por comparação da tensão principal oblíqua de tracção na superfície crítica com um valor admissível correspondente; a superfície crítica é definida pelo "contorno crítico" de punçoamento multiplicado pela altura útil da laje, considerando como contorno crítico a linha fechada envolvendo a superfície carregada a uma distância igual a $d/2$ (d - altura útil da laje).

As teorias mais recentes consideram a interacção do momento flector e do esforço transverso em modelos de rotura que fazem intervir a compatibilidade das deformações em estado limite último.

Entre os primeiros ensaios realizados neste domínio citam-se os de Kinnunen e Nilander (Kinnunen e Nilander, 1960) na Dinamarca, sobre lajes circulares apoiadas num pilar central e carregadas ao longo do bordo livre, com várias disposições da armadura de flexão - em duas direcções ortogonais, em anéis concêntricos ou nas direcções radial e circular. Estas lajes, de diâmetro d, tentavam reproduzir o comportamento de zonas limitadas de lajes contínuas de vão, l, para $d = 0.44\ l$, valor que corresponde ao lugar geométrico dos momentos radiais nulos segundo a teoria da elasticidade.

O comportamento observado nos ensaios caracterizou-se pela divisão da zona da laje exterior ao cone de punçoamento em segmentos limitados por fendas radiais convergindo no pilar e por uma fenda circunferencial de flexão. Esses segmentos consideram-se supostamente apoiados numa casca tronco-cónica de betão comprimido, situada entre a base do pilar e o início da fenda oblíqua de punçoamento (Figura 4.2), e comportam-se como corpos rígidos no que respeita à sua deformação na direcção radial. A rotura é originada por fendas radiais inclinadas que se formam em torno do pilar com inclinações entre 30° e 35°.

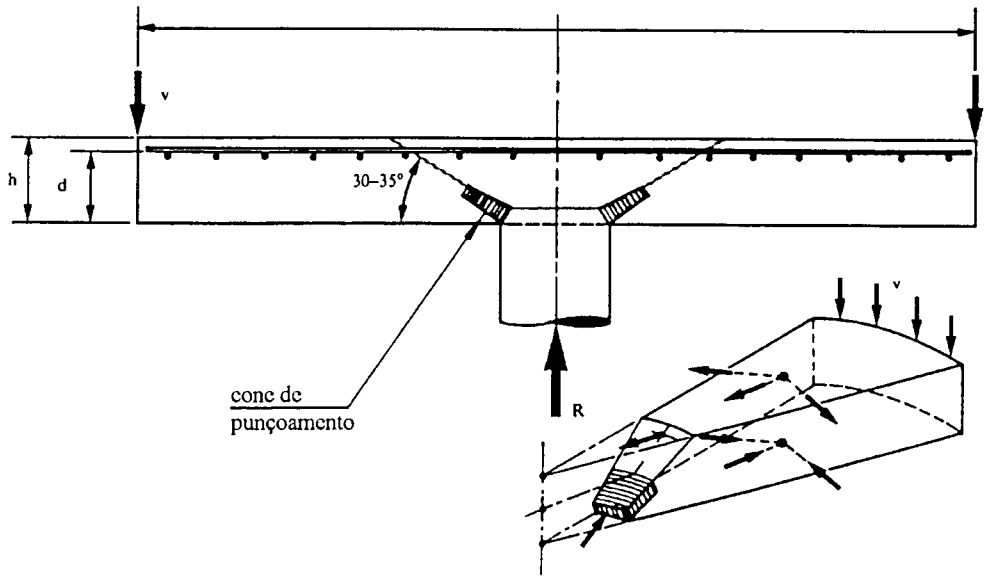


Figura 4.2 - Modelo de Kinnunen - Nilander (Walther e Miehlbradt, 1990).

No perímetro do pilar as forças de corte são resistidas pelas compressões radiais inclinadas na zona comprimida e pelo efeito de cavilha da armadura de flexão. A inclinação das geratrizes da casca cónica é determinada pelas condições de equilíbrio e de compatibilidade das deformações.

A capacidade última é definida por um critério de rotura expresso pela limitação do valor das extensões tangenciais de compressão no betão do volume tronco-cónico.

Com base nos resultados observados aqueles investigadores definiram o conhecido modelo mecânico para punçoamento, representado na Figura 4.2. Inicialmente formulado para lajes com armadura axissimétrica, foi modificado por Kinnunen (1963) para lajes com armadura em duas direcções ortogonais - fazendo intervir a influência do efeito "*dowell*" da armadura de flexão - e, por Andersson (1963), com base em resultados experimentais em ensaios de lajes com armadura transversal.

O modelo de Kinnunen - Nilander define com precisão o valor das tensões radiais e tangenciais na zona de rotura e ainda as deformações por rotação, ao longo de todo o processo de carregamento, podendo considerar-se como o modelo mais completo para a análise do punçoamento axissimétrico.

A teoria da plasticidade foi aplicada ao estudo do punçoamento por Nielsen, Braestrup, Jensen e Bach, Regan, Clyde e Carmichael, Marti e Thürlimman, Pralong e Taylor, entre outros, com a realização de numerosos ensaios experimentais (ref. Braestrup *et al.*, 1976 e Braestrup, 1978, Nielsen, 1988, e Regan e Braestrup, 1985).

Braestrup, Nielsen, Jensen e Bach desenvolveram um modelo baseado no teorema cinemático para punçoamento axissimétrico em lajes de betão simples ou armado, cuja aplicação forneceu resultados qualitativamente concordantes com os obtidos na experimentação, embora com um elevado coeficiente de variação.

Segundo eles a superfície de rotura óptima tem como geratriz uma catenária de revolução continuada numa linha recta (junto à face superior na Figura 4.3). A superfície de rotura intercepta a laje segundo um círculo cujo diâmetro é determinado pela minimização da solução obtida pelo teorema cinemático. Uma solução simplificada consiste na adopção de uma superfície de rotura tronco-cónica de geratrizes rectilíneas, que conduz a resultados muito próximos dos obtidos pela consideração da superfície curva referida.

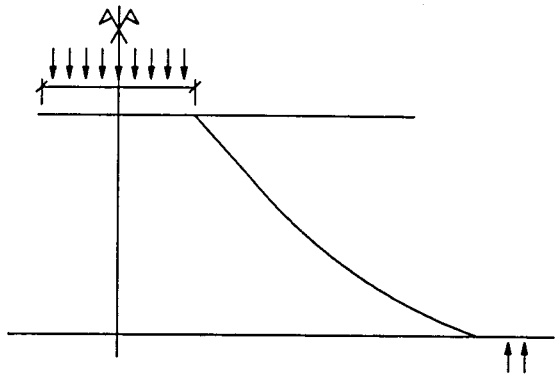


Figura 4.3 - Geratriz da superfície de rotura óptima segundo Nielsen e Braestrup.

Para a resistência à compressão é adoptado não o valor real mas um valor reduzido, "resistência efectiva", f_c^*, de modo a ajustar os valores obtidos pela análise plástica aos resultados da experimentação.

Braestrup (1978) propõe, para uma melhor concordância com os resultados experimentais, a atribuição de um valor diferente de zero para a resistência do betão à tracção, f_{ct}, obtido pela relação f_{ct} / f_c =400. Menétrey (1996), com base em simulações numéricas calibradas com ensaios experimentais, conclui que a carga última de punçoamento é proporcional a $f_{ct}^{2/3}$.

A definição de critérios normativos para a verificação da segurança em estado limite último de punçoamento tem vindo a apoiar-se em teorias baseadas na experimentação. O fundamento desses critérios reside na definição de um valor de cálculo da tensão de corte na superfície crítica como parâmetro principal (método da superfície crítica de punçoamento). As normas regulamentares diferem, contudo, consideravelmente na definição da superfície de controlo e no valor da resistência do betão ao punçoamento-corte: o REBAP adopta uma superfície crítica à distância $d/2$ da face do pilar e uma tensão resistente igual à estabelecida para o esforço transverso afectada de um coeficiente, dependente da altura últil da laje, igual ou superior à unidade; segundo o MC90, a distância do contorno crítico à face do pilar pode variar até $2d$, devendo a verificação ao punçoamento efectuar-se para a situação mais desfavorável dentro desse intervalo, para uma tensão resistente de valor variável com aquela distância; o EC2, indicando para aquela tensão o mesmo valor de referência utilizado para a quantificação do esforço transverso, define uma superfície crítica à distância $1.5d$ da face do pilar.

Consultando vários textos da regulamentação ou tratados específicos, verifica-se que haverá que prestar atenção ao que se passa na primeira secção crítica em torno do pilar, sendo por vezes esquecida a possibilidade de uma vez garantida a resistência nessa secção, se formar uma nova secção crítica exterior àquela, embora com um perímetro que tornará mais remota essa eventualidade.

Na avaliação da resistência ao punçoamento um dos aspectos mais importantes relativos ao dimensionamento da armadura transversal e às suas disposições construtivas reside na necessidade de assegurar convenientemente a sua amarração. Especialmente em lajes de espessura reduzida, a utilização de estribos ou de varões inclinados tem como inconveniente a falta de ancoragem suficiente, pela pequena extensão da zona de amarração, que poderá comprometer seriamente a eficácia daquela armadura.

Efectivamente, tem sido estudada a eficiência de diversos tipos de armadura transversal, com diferentes configurações no sentido de aumentar a capacidade resistente ao punçoamento.

Cita-se, por exemplo, a utilização de configurações de estribos envolvendo as armaduras longitudinais de tracção e de compressão (Figura 4.4) - nos ensaios efectuados por Portland Cement Association, U.S.A., em 1970 (ref. em Walther,1979), por Pillai, Kirk e Scavuzzo (1982) no Canadá, entre outros - que, embora de difícil colocação, aumentou significativamente a resistência da laje e a ductilidade da ligação laje-pilar.

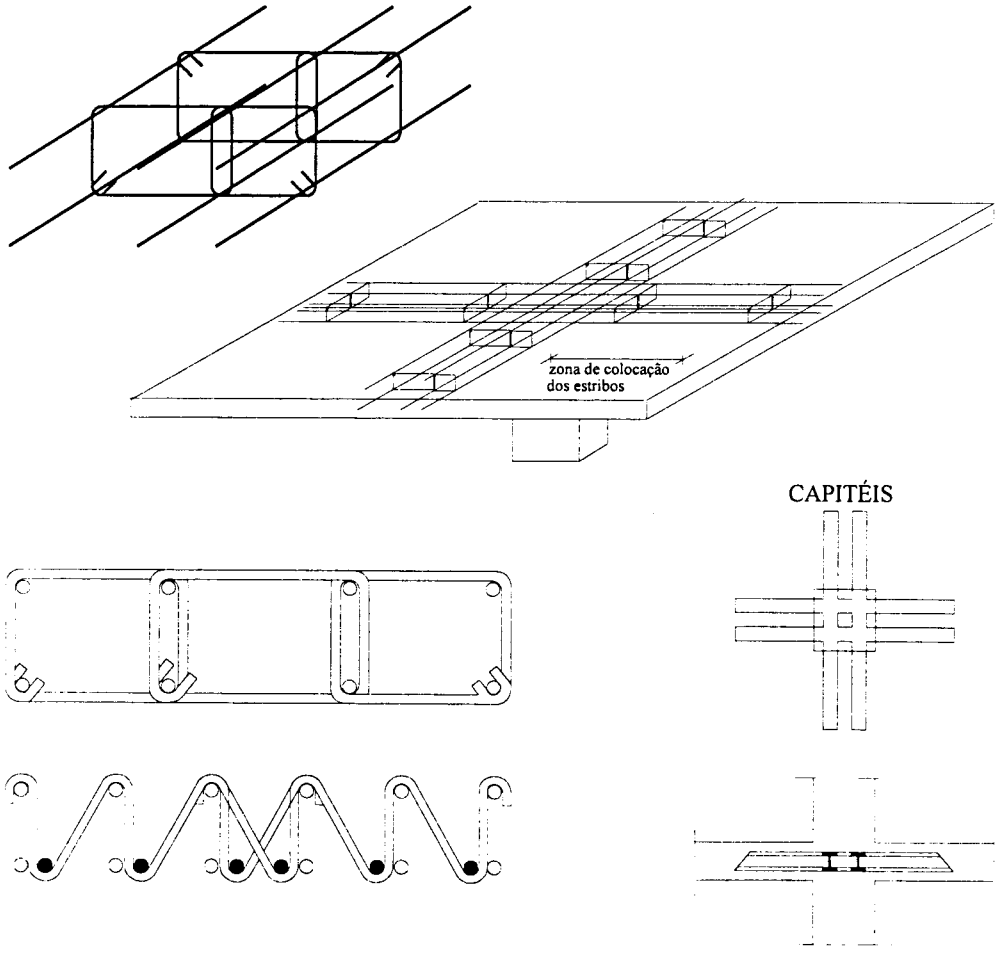


Figura 4.4 - Configurações de armaduras de punçoamento com amarração eficaz (Pillai *et al.*, 1982, Walther, 1979).

A introdução de elementos de armadura verticais alargados nas extremidades de modo a assegurar uma ancoragem mecânica, como o recurso a um quadro de perfis metálicos de secção em I ou ainda a varões soldados em placas metálicas (Figura 4.5), foi adoptada nos ensaios realizados por Dilger, Elmasri e Ghali (1978) no Canadá.

Marzouk e Jiang (1997) ensaiaram também diferentes tipos de armaduras transversais, varões inclinados e perfis em T, analisando a eficácia de cada um deles na resistência ao punçoamento.

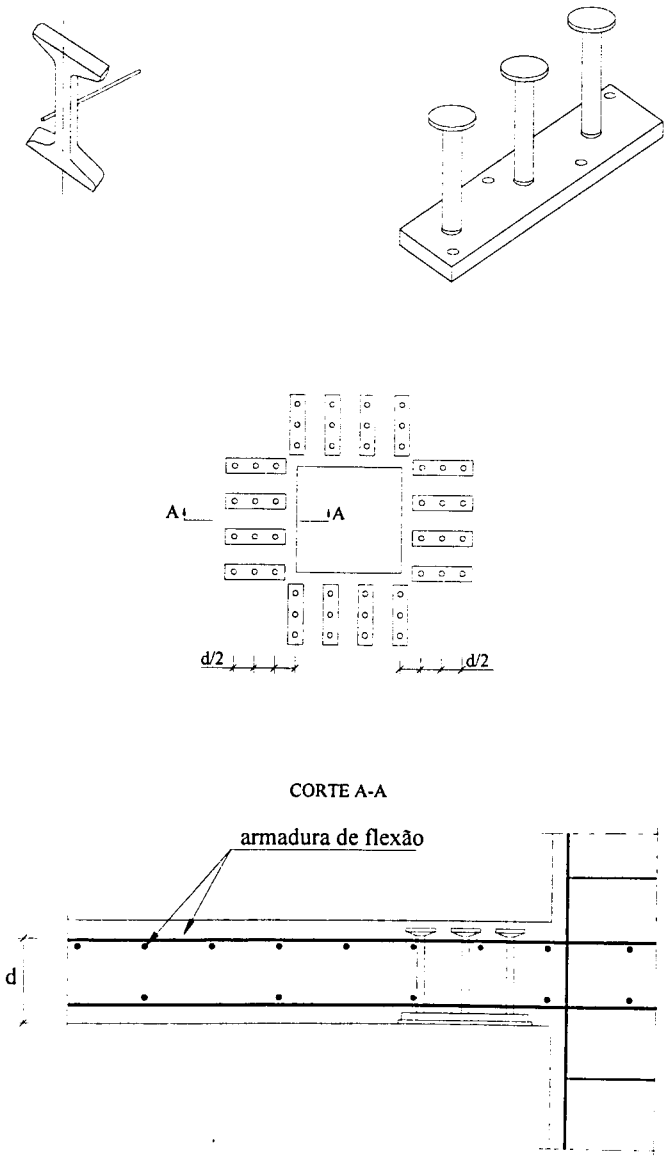


Figura 4.5 - Tipos de armadura de punçoamento (Walther, 1979).

Foram também ensaiadas soluções envolvendo o pré-esforço introduzido mediante varões de aço duro atravessando perpendicularmente o corpo da laje, realizando portanto uma função equivalente à dos estribos, neste caso pré-esforçados, nos quais a eficiência da amarração era garantida a partir dos blocos de ancoragem.

É nesta linha que se insere o presente estudo experimental do punçoamento em lajes de betão armado, analisando a contribuição das armaduras incorporadas de dois tipos: convencional (passiva) e cabos pré-esforçados (activa).

Como objectivos paralelos, procurava-se ainda quantificar:

- a segurança em termos de acções, com recurso a redistribuições entre os momentos sobre os apoios e nos vãos, para estabelecimento dos mecanismos de colapso;

- a segurança resultante da contribuição dos cabos de pré-esforço, quer quanto aos momentos quer quanto aos esforços transversos;

- o efeito da localização dos cabos relativamente aos eixos dos apoios, explorando afastamentos crescentes sobre esses eixos, situando-se progressivamente dentro e fora do cone de punçoamento; efeito a observar sobre a capacidade resistente aos momentos e ao punçoamento.

Previa-se a realização de ensaios sobre lajes contínuas de dois tramos, de betão armado com armaduras convencionais (1ª fase) e sobre lajes armadas apenas com cabos pré-esforçados (2ª fase).

Foram, no entanto, encontradas dificuldades na realização do primeiro ensaio sobre uma laje contínua de betão armado com armaduras convencionais, originadas por assentamentos diferenciais de apoio que condicionaram fortemente os resultados encontrados.

Devido a essas dificuldades decidiu-se modificar o programa relativo à 2ª fase de testes prevista para um outro modelo de dimensões mais reduzidas, no qual foram explorados outros aspectos visando o aumento da capacidade resistente ao punçoamento, aqui por intervenção de um sistema diferente de pré-esforço.

Assim, o estudo experimental realizado na 2º fase teve por objectivo analisar um outro esquema de aplicação do pré-esforço - um conjunto de fios pré-esforçados, parcialmente aderentes, que envolveram a secção crítica de punçoamento.

Levou-se a efeito um ensaio numa laje de características especiais (Bastos, 1988) em que se procurou ainda poder eventualmente mobilizar uma segunda secção crítica, exterior à primeira, tendo-se obtido resultados de algum interesse prático.

4.2 - ESTUDO EXPERIMENTAL - 1ª Fase

4.2.1 - Descrição do ensaio

4.2.1.1 - Caracterização do modelo utilizado

O modelo utilizado foi uma laje rectangular de dois tramos contínuos de 1.50m de comprimento, solicitada por duas cargas simétricas linearmente distribuidas na largura da laje, aplicadas sensivelmente aos terços dos vãos (Figura 4.6).

Este esquema de carregamento conduz a momentos elásticos sobre o apoio central de valor sensivelmente igual a 1.78 dos momentos positivos máximos nos vãos, havendo portanto a possibilidade de se verificarem ao longo do carregamento redistribuições importantes dos momentos de continuidade, antes do esgotamento da capacidade resistente da laje.

A laje de secção $0{,}60^{x}0.15$ m^2 (largura x espessura), era apoiada ao longo dos dois lados menores e num pilar central circular de 0.15 m de diâmetro betonado em conjunto com a laje. Os apoios de extremidade foram realizados por roletes de aço para possibilitar o livre deslocamento no sentido horizontal e localizados a 0.03 m das extremidades (comprimento entre apoios de 1.42 m).

As cargas foram aplicadas através de duas barras metálicas de 0.40m de comprimento e 0.07m de largura, dispostas paralelamente aos lados menores da laje a uma distância de 0.50m do apoio central (Figura 4.6).

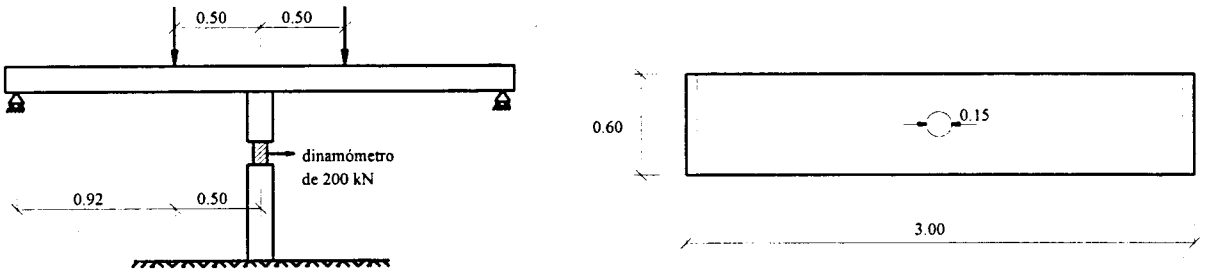


Figura 4.6 - Modelo ensaiado.

A armadura longitudinal era constituída por varões de 16 mm de diâmetro segundo a disposição indicada na Figura 4.7: três varões inferiores em todo o comprimento e três superiores sobre o apoio central, com comprimento de 1.0 m, continuados até às extremidades por varões de ϕ = 6 mm utilizados como armadura de montagem.

A laje era armada transversalmente com estribos de ϕ = 6 mm, espaçados de 0.20 m, em todo o comprimento.

A armadura do pilar foi constituída por 4 varões de 12 mm de diâmetro cintados transversalmente com uma hélice de ϕ = 6 mm.

A escolha das dimensões do modelo foi condicionada pelas limitações de equipamento existentes em laboratório, em particular da capacidade dos sistemas de carregamento e das dimensões do cavalete de apoio.

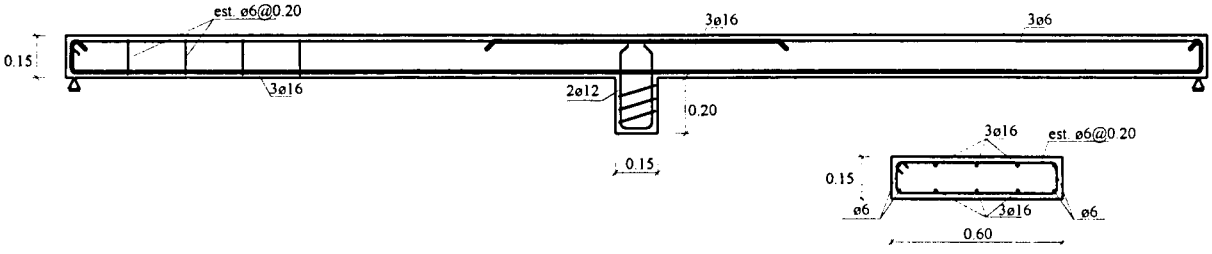


Figura 4.7 - Localização das armaduras.

4.2.1.2 - Características mecânicas dos materiais

Betão - o valor médio da resistência à compressão axial do betão, determinada em ensaios de provetes cúbicos de 20 cm e de 15 cm de aresta, na data do ensaio, foi de 23 MPa

e 28 MPa respectivamente. Estes valores conduzem a uma resistência cilíndrica aproximada de f_c = 22 MPa. A resistência média à tracção, obtida pela expressão indicada no REBAP ($f_{ctm}=0.3(f_{ck})^{2/3}$), vem igual a f_{ctm} = 2.4 MPa.

Armaduras - Para a armadura longitudinal (varões ϕ=16mm) foi utilizado um aço da classe SN 400, com os seguintes valores da tensão limite de cedência e da tensão de rotura (obtidos por ensaio de tracção, diagrama F-δ representado na Figura 4.8): f_y = 430 MPa e f_t = 660 MPa, respectivamente.

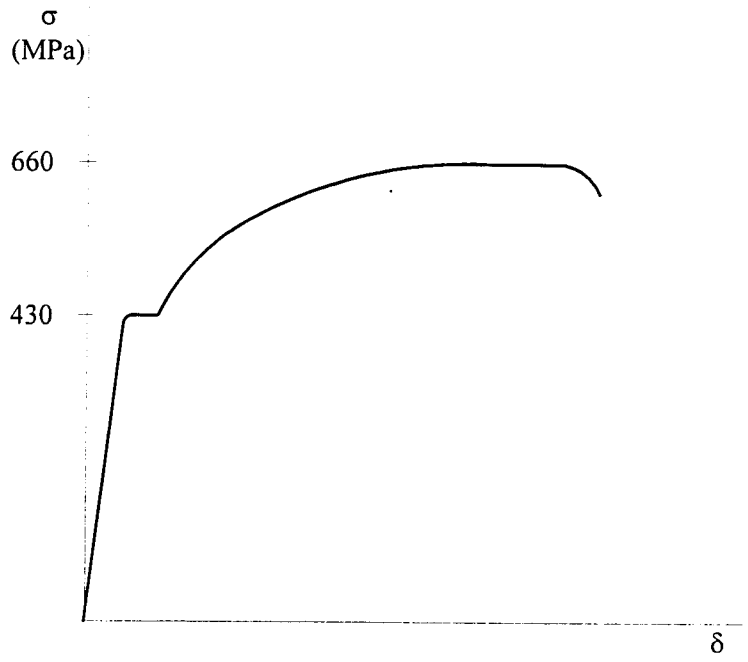


Figura 4.8 - Diagrama de tracção do aço utilizado nas armaduras.

4.2.1.3 - Instrumentação utilizada

A instrumentação utilizada nas medições foi constituída por deflectómetros mecânicos de deslocamento, extensómetros mecânicos e extensómetros eléctricos cuja localização sobre o modelo de ensaio se indica na Figura 4.9:

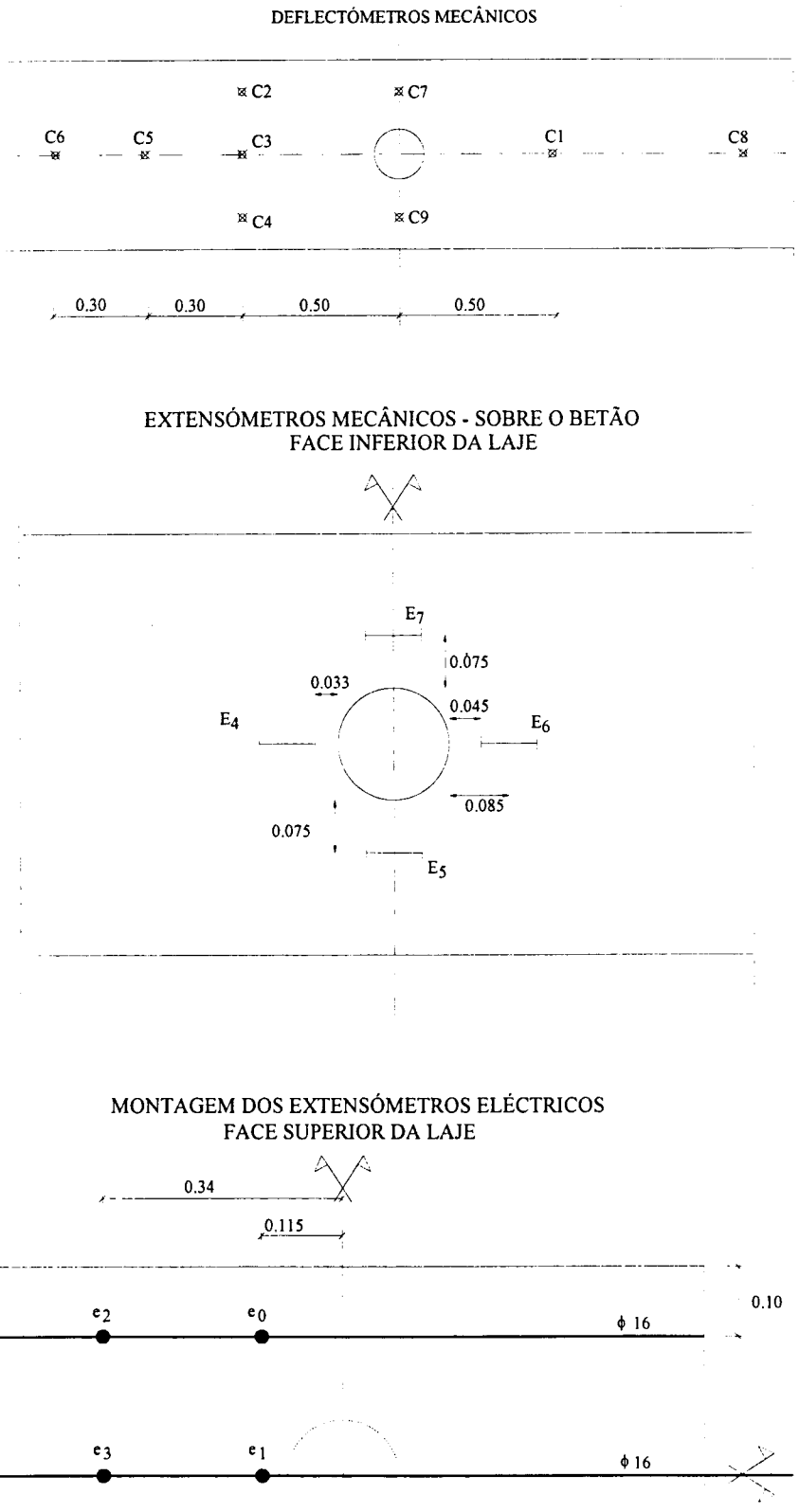


Figura 4.9 - Instrumentação utilizada. a) deflectómetros mecânicos; b) extensómetros mecânicos; c) extensómetros eléctricos.

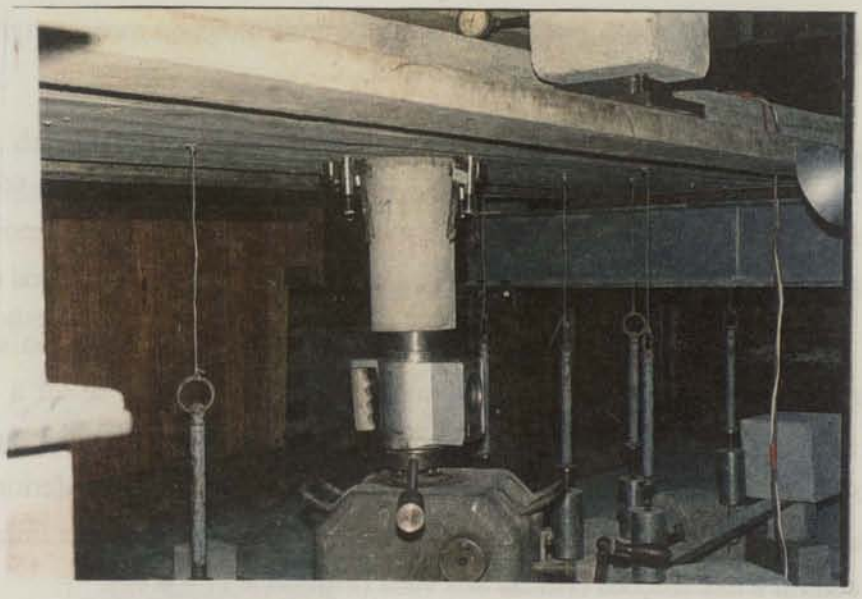


Figura 4.10 - Aspecto da montagem dos extensómetros mecânicos na face inferior da laje.

- nove deflectómetros mecânicos de deslocamento (C_1 a C_9) instalados nas faces superior (C_7 e C_9) e inferior (os restantes) da laje, para leitura das flechas da laje nas secções indicadas na Figura 4.9a);

- quatro extensómetros mecânicos de 8 cm de abertura (E_4 a E_7) montados sobre o betão na face inferior da laje, nas posições e orientação assinaladas nas Figuras 4.9b) e 4.10, para medição das extensões do betão;

- quatro extensómetros eléctricos, e_o a e_3, colados sobre dois varões da armadura longitudinal superior da laje (nas posições indicadas na Figura 4.9c), em secções distantes de 11.5 cm e 34.0 cm do apoio central;

- anéis dinamométricos para medição das cargas aplicadas e da reacção no apoio central.

Os extensómetros eléctricos foram instalados depois da betonagem tendo sido para esse efeito coladas sobre a armadura, antes da betonagem, placas de esferovite de dimensões mínimas de modo a permitir realizar as operações envolvidas (colagem e soldadura dos terminais), que foram facilmente removidas após o endurecimento do modelo. Foi utilizado um extensómetro compensador montado sobre um varão exterior, com as mesmas características da armadura da laje, para correcção dos erros derivados de possíveis variações de temperatura durante o ensaio.

As leituras extensométricas foram efectuadas por meio de uma ponte de medida Bruel & Kjaer de 40 canais, com intervalos de tempo mínimo de 5 seg. entre cada leitura.

A solicitação foi aplicada por um actuador hidráulico sobre um perfil metálico com rigidez suficiente para permitir a distribuição equitativa da carga nas duas secções do vão.

4.2.2 - Descrição do ensaio

4.2.2.1 - Comportamento teórico do modelo

A localização das cargas no vão conduz a momentos elásticos sobre o apoio central de valor aproximadamente 1,78 vezes superior ao dos momentos máximos positivos no vão.

Haveria assim possibilidade de, após atingido o esgotamento da secção sobre o pilar central, por cedência dos varões da armadura superior naquela secção, se vir a realizar, por redistribuição dos momentos de continuidade, uma segunda linha de rotura na segunda secção crítica, secção de aplicação da carga, por esgotamento das armaduras inferiores. A carga última seria determinada pela formação do mecanismo constituído pelas três linhas de rotura, sobre o apoio central e nas secções críticas dos vãos (Figuras 4.11 e 4.12).

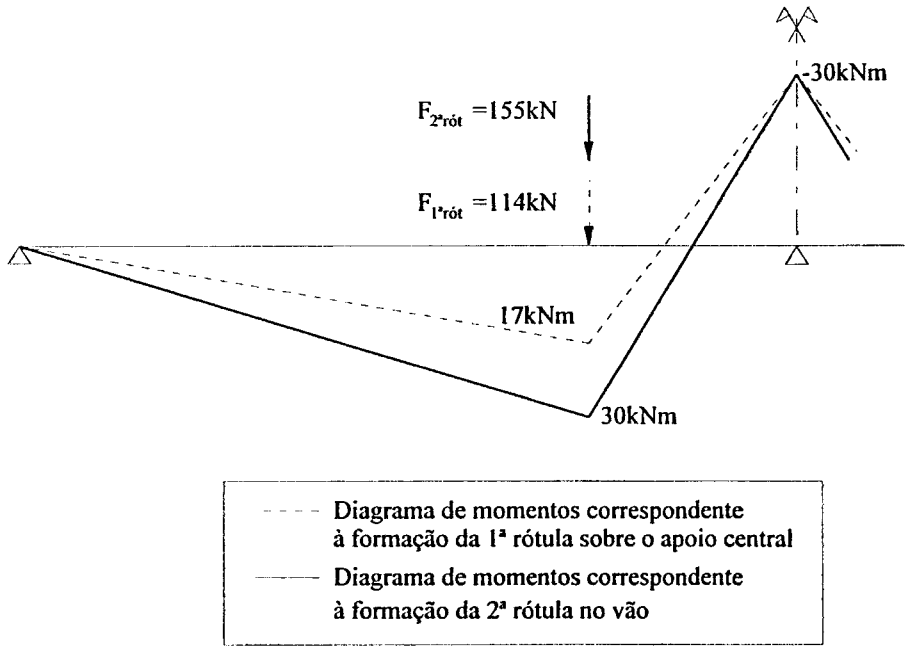


Figura 4.11 - Diagrama dos momentos correpondentes à formação das rótulas plásticas.

A carga teórica correspondente à formação da primeira rótula plástica sobre o apoio central, $F_{1ªrot}$, determinada a partir das características mecânicas dos materiais do modelo e do equilíbrio das forças internas na secção crítica, vem aproximadamente igual a:

$$F_{1ªrot} = 114 \text{ kN},$$

que introduz um momento no apoio central, $M_{ap.c}$ = -30 kNm, e um momento máximo no vão, $M_{vão}$ = 17 kNm.

O valor da carga última, alcançada depois da redistribuição dos momentos de continuidade, pela formação da segunda rótula plástica no vão, seria

$$F_{2ªrot} = F_u = 155 \text{ kN},$$

sendo nesse momento os momentos no apoio central e no vão de igual valor:

$$M_{ap.c} = M_{vão} = 30\text{kNm}.$$

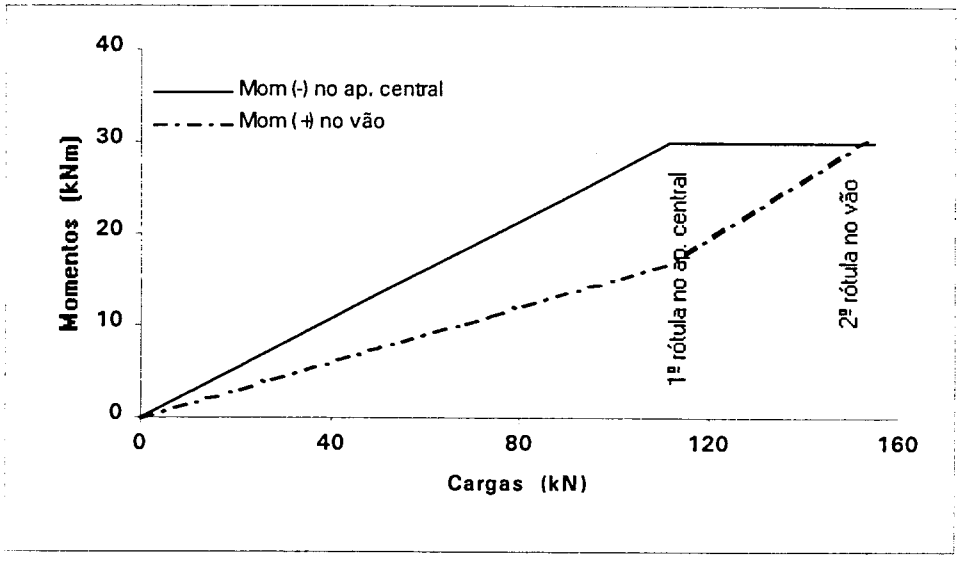


Figura 4.12 - Evolução teórica dos momentos até à formação do mecanismo de rotura da laje.

Este mecanismo de rotura poderia no entanto não ser atingido, por ductilidade insuficiente da laje ou por rotura antecipada por punçoamento.

4.2.2.2 - Resultados obtidos

Em face da evolução dos momentos prevista pelo estudo teórico as primeiras fissuras deveriam surgir na face superior da laje, na secção do apoio central, estendendo-se depois ao vão, por redistribuição dos momentos de continuidade.

No entanto, tal não aconteceu, tendo-se verificado o aparecimento da fendilhação na face inferior da laje, sob os pontos de aplicação das cargas, para níveis de solicitação relativamente reduzidos.

Simultaneamente, as extensões nos varões da armadura de tracção sobre o apoio central eram negativas (Figura 4.13) denunciando momentos positivos na zona do apoio central. Este comportamento foi originado por assentamentos não desprezáveis do pavimento na zona do ensaio, cujo solo de fundação era um aterro constituído por escórias.

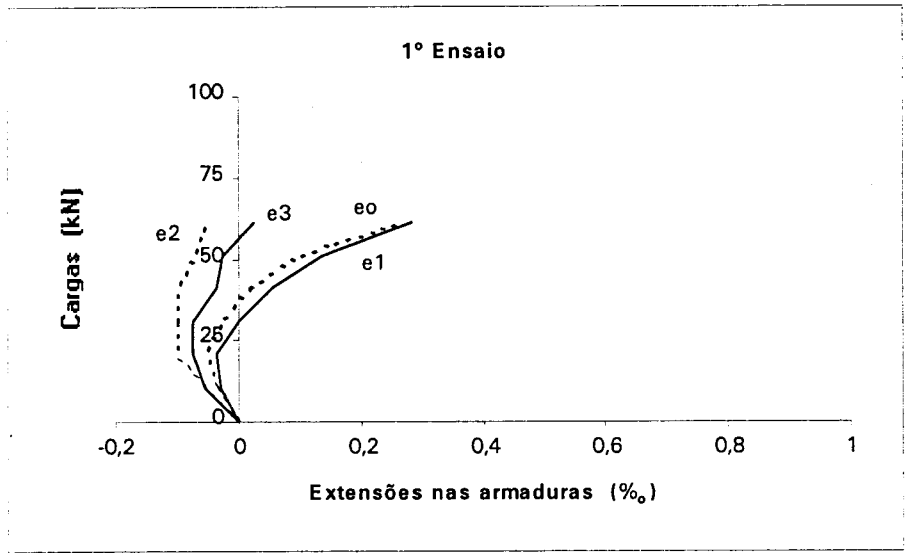


Figura 4.13 - Extensões nas armaduras. 1° Ensaio da laje.

Foi pois interrompido o ensaio para a carga de 61 kN e modificada a montagem, colocando-se um actuador sob o pilar central, de modo a poder corrigir em fase elástica a reacção no apoio central até ao seu valor teórico, e ainda introduzindo-se uma placa de aço como sapata sob o apoio do pilar central, de modo a atenuar a concentração das pressões sobre o pavimento.

Mesmo assim, foi ainda necessário corrigir o valor da reacção no apoio central para a carga aplicada de F=20.4 kN, através do levantamento do apoio por accionamento do actuador.

Essa correcção é visível na Figura 4.14 pelo diferente andamento do diagrama das extensões nas armaduras.

Este procedimento não se revelou, no entanto, eficaz, pois simultaneamente alterava o valor da solicitação aplicada superiormente, sendo necessário o seu contínuo ajustamento, de difícil realização prática. O ensaio foi, no entanto, prosseguido até à carga de 120 kN em cada tramo, sendo novamente interrompido devido à rotura do pavimento.

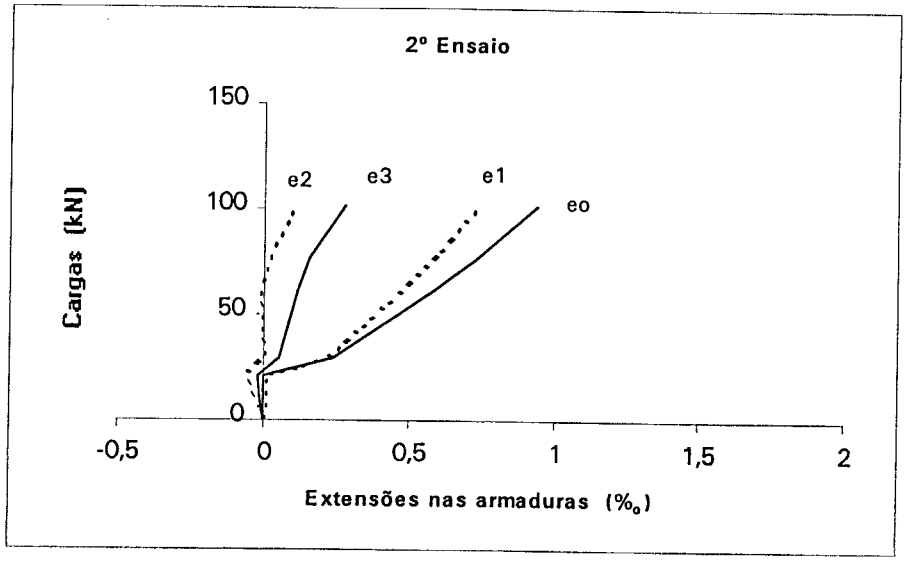


Figura 4.14 - Extensões na armadura. 2º Ensaio da laje.

Procedeu-se então ao reforço do pavimento na zona do ensaio e à colocação, sob o pilar de apoio da laje, de um perfil metálico de grande rigidez (HEB 26 reforçado com chapas de banzo) com 6 metros de comprimento de modo a distribuir das acções aplicadas numa superfície suficientemente grande para evitar os assentamentos do pavimento.

No último carregamento (3º ensaio) a fendilhação na face superior iniciou-se sob a carga de 61 kN em cada vão, com fendas transversais na zona do apoio central que se estenderam a toda a largura da laje. Surgiram depois, para a carga aproximada de 110 kN, fendas na face inferior sob o ponto de aplicação das cargas, que se estenderam com o aumento da solicitação para as zonas exteriores dos vãos.

A carga máxima atingida foi F_u=153 kN em cada vão, muito próxima do valor previsto para a sua capacidade última à flexão ($F_{u,teór}$ = 155 kN). A reacção medida no apoio central para a mesma carga foi de $R_{ap.c}$= 230 kN (a reacção máxima teoricamente prevista pela análise do mecanismo seria $R_{ap.c,teór}$ = 243 kN).

A rotura surgiu bruscamente pela abertura de fendas oblíquas em torno do pilar central, que se prolongaram a toda a espessura da laje, e esmagamento do betão inferior na inserção do pilar com a laje.

Verificou-se mesmo uma penetração do pilar central no corpo da laje, com destacamento de uma superfície cónica interior às fendas inclinadas, com geratrizes mais inclinadas no sentido da menor largura (inclinação média de 35º no sentido transversal e de 21º no sentido longitudinal). A localização das cargas linearmente distribuidas bem como a geometria da laje perturbaram a efectivação do mecanismo típico de punçoamento

verificando-se, na face superior da laje, não uma fenda circular característica daquele mecanismo, mas uma fenda aproximadamente elíptica, de maior diâmetro no sentido longitudinal, aproximando-se das secções de aplicação das cargas (Figura 4.15).

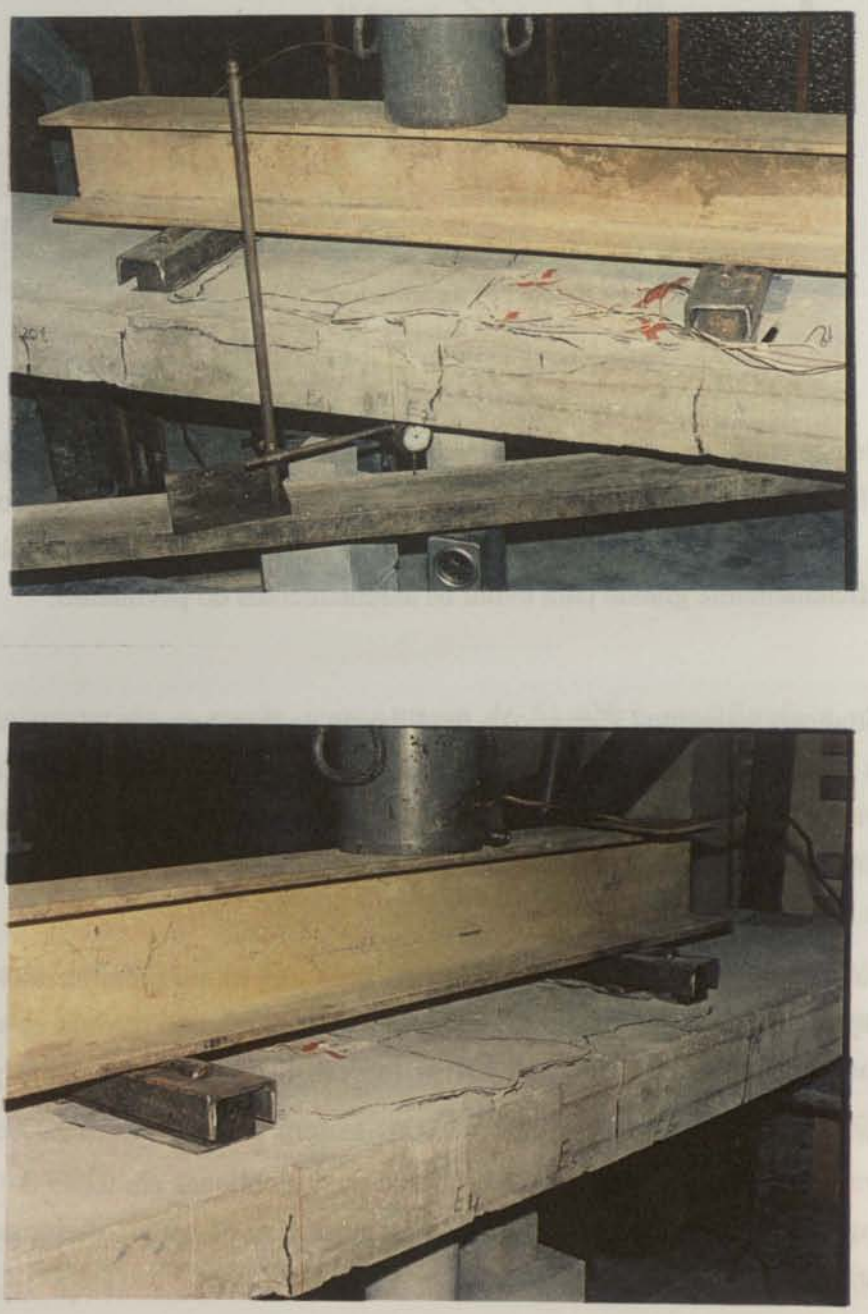


Figura 4.15 - Aspecto da rotura.

4.2.3 - Análise dos resultados

Na Figura 4.16 representam-se os valores da reacção no apoio central medidos no ensaio e o valor teórico correspondente, verificando-se pequenos desvios durante o carregamento.

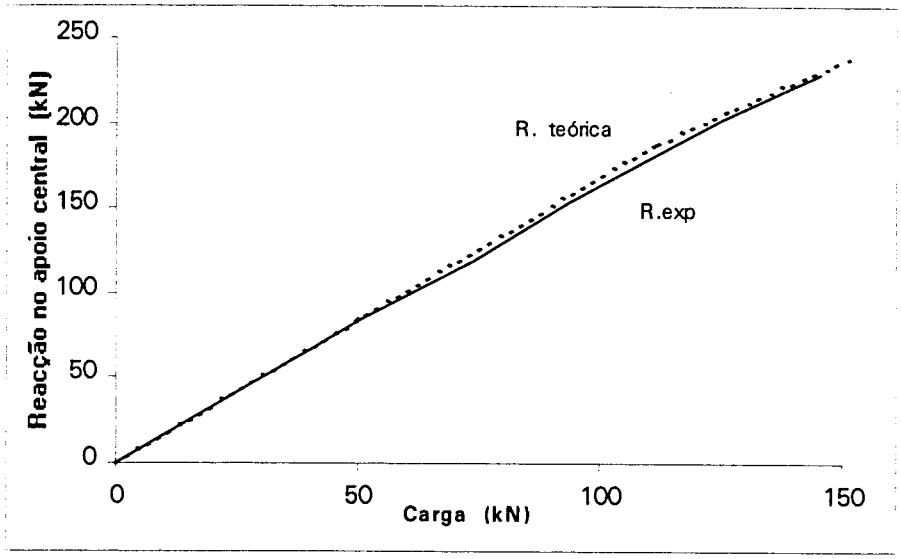


Figura 4.16 - Reacção no apoio central. 3° Ensaio.

As extensões medidas, durante o carregamento, nos varões da armadura superior em duas secções distantes de 0,115m (e_0 e e_1) e 0,34m (e_2 e e_3) do apoio central, vão representadas na Figura 4.17.

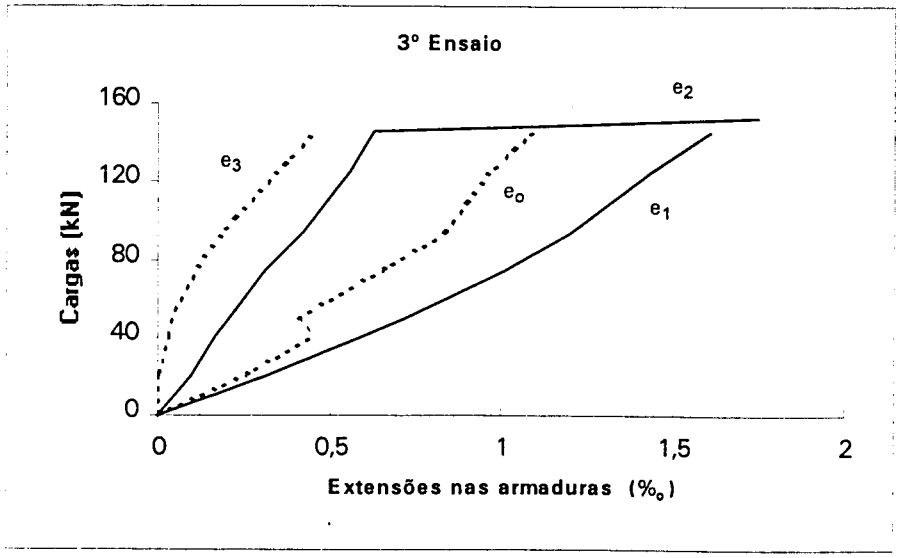


Figura 4.17 - Extensões nas armaduras. 3° Ensaio da laje.

Os valores obtidos indicam, na fase de rotura, tensões próximas da cedência num dos varões da armadura cuja localização corresponde aproximadamente à sua intercessão com a fenda oblíqua de corte - extensómetro e_2, na secção distante de 0,34 m do apoio central. Na secção a 0.115 m deste apoio (extensómetros e_0 e e_1) os valores das extensões medidas sobre as armaduras durante o carregamento revelam tensões inferiores à tensão limite característica do aço utilizado nas armaduras.

A partir das extensões observadas nos extensómetros e_0 e e_1 foram determinadas as respectivas tensões na armadura e o valor médio aproximado do momento negativo naquela secção (a 0.115 m do eixo do apoio), que se representa na Figura 4.18. Na mesma figura esse momento é comparado com o momento teoricamente esperado (na mesma secção). Também aqui se reflectem os desvios observados em relação aos valores teórico e experimental da reacção no apoio central.

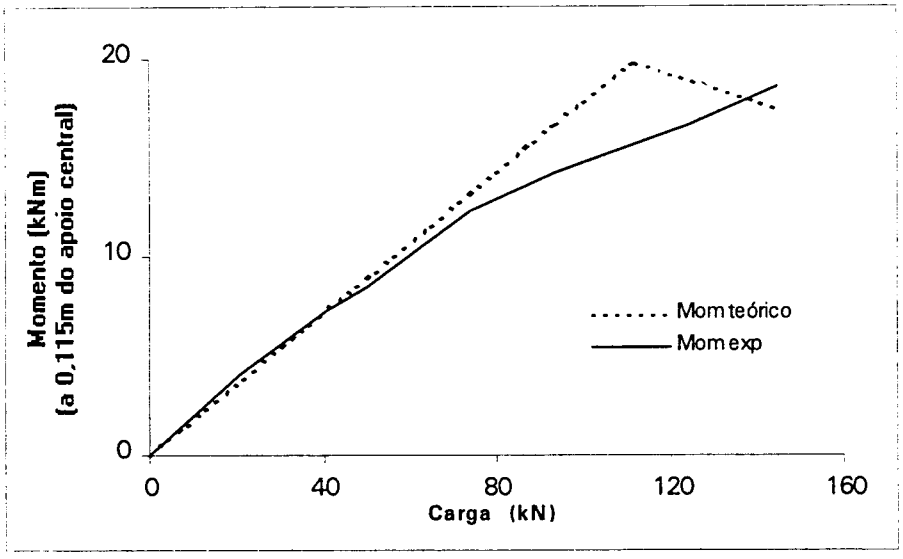


Figura 4.18 - Comparação dos valores teórico e experimental do momento flector (negativo) numa secção a 0.115m do apoio central. 3° Ensaio.

A evolução teórica prevista para aquele momento consistia num crescimento linear até à formação da primeira charneira plástica sobre o apoio central (para a carga aproximada de 114kN), seguindo-se, por rotação daquela, uma diminuição do momento à custa do crescimento dos momentos positivos no vão.

Para o nível de carga F =145 kN, imediatamente anterior à de rotura, o momento sobre o apoio central, determinado a partir do momento na secção à distância de 0,115 m, atinge o valor $M_{ap,c}$= -30 kNm, valor que é igual ao momento teórico correspondente à entrada em cedência da armadura de flexão naquela secção.

Para a mesma carga, F =145 kN, o momento na secção crítica do vão (sob o ponto de aplicação da carga) é igual a $M_{vão}$ = 26 kN, próximo do correspondente à formação da segunda rótula naquela secção (M_{2rot} = 30 kN).

A Figura 4.19,a representa o diagrama de momentos flectores para a carga F= 145 kN, que é confirmado pelo valor da reacção no apoio central.

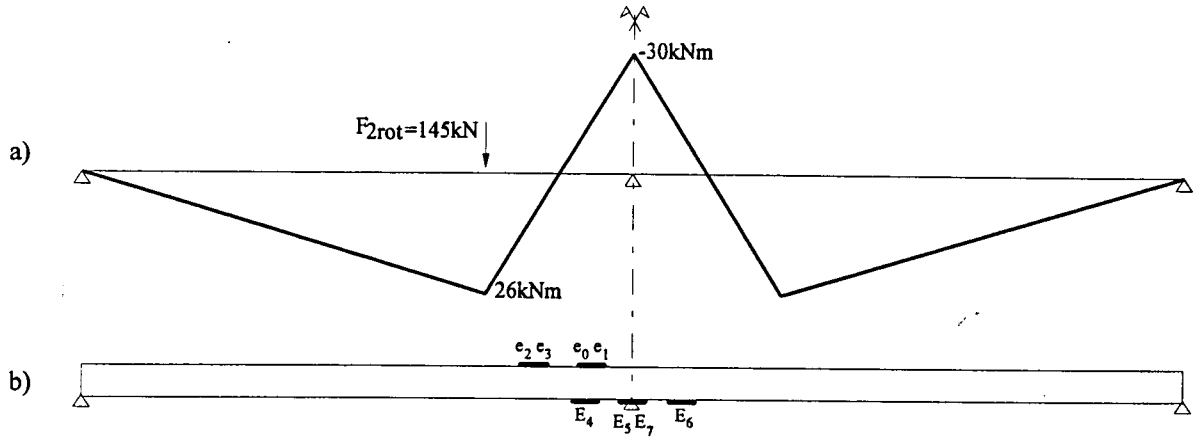


Figura 4.19- a) Diagrama de momentos experimentais próximo da rotura; b) localização dos extensómetros.

Assim, estaria próxima a formação das rótulas plásticas sobre as secções críticas do apoio e dos vãos, não segundo a sequência e as solicitações teoricamente previstas, mas com um atraso, devido possivelmente a assentamentos do apoio central. Esses assentamentos determinaram um crescimento mais lento dos momentos negativos sobre aquele apoio, acelerando o aumento dos momentos positivos no vão em relação aos previstos pelo mecanismo teórico.

A rotura parece, no entanto, ter sido antecipada por um mecanismo semelhante ao de rotura por punçoamento, quando poderia existir ainda uma capacidade suplementar à flexão.

Verifica-se ainda que as extensões (Figura 4.17) medidas nos extensómetros e_2 e e_3, localizados na secção a 0.34 m do eixo do apoio central (Figura 4.19,b), são de valor positivo, indicando tracções na armadura superior.

No entanto, o diagrama de momentos flectores (Figura 4.19,a) indica, naquela secção, momentos flectores de sinal positivo.

As extensões de tracção medidas poderão, no entanto, ser justificadas como sendo extensões medidas na zona de amarração dos varões numa zona já comprimida de betão.

Extensões de compressão no betão

As extensões de compressão do betão medidas na face inferior na direcção longitudinal da laje, em quatro secções igualmente afastadas (7,5 cm) do contorno do pilar de apoio estão representadas na Figura 4.20. Verifica-se que os valores mais elevados foram obtidos na secção do meio vão, (extensómetros E_5 e E_7, Figura 4.19,b).

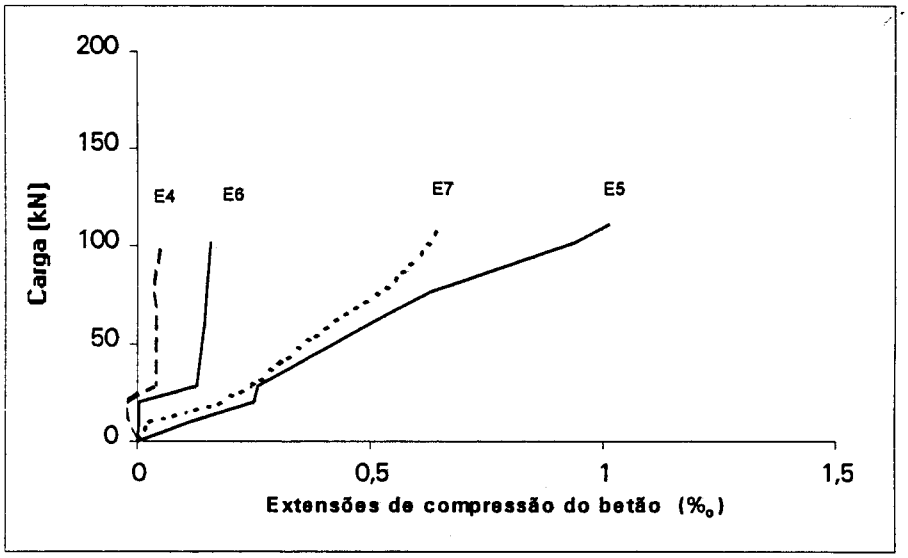


Figura 4.20 - Extensões de compressão do betão.

As extensões medidas nos extensómetros E_4 e E_6, com a mesma orientação dos anteriores mas localizados a aproximadamente 15 cm do eixo do pilar de apoio, mantêm-se praticamente constantes com o aumento da solicitação. Efectivamente, os momentos naquela secção, deduzidos através das extensões medidas, pelas condições de equilíbrio, são sempre negativos e com pequena amplitude de variação com o aumento da solicitação, na última fase do carregamento (Figura 4.20).

4.2.4 - Resistência ao punçoamento

Como já referido, o valor máximo obtido, para cada uma das cargas, no ensaio experimental foi F_u = 153 kN, muito próximo do valor teórico previsto pela capacidade resistente à flexão, $F_{u,teór}$ = 155 kN. A reacção medida no apoio central, para a mesma carga, foi $R_{u,exp}$ = 229 kN.

O tipo de rotura observado assemelha-se, no entanto, a um mecanismo de punçoamento.

Uma análise da resistência da laje ao punçoamento poderá porventura caracterizar mais claramente o tipo de rotura ocorrido.

Segundo a regulamentação, a verificação da segurança ao punçoamento deve ser obtida por controlo do valor do esforço de punçoamento por unidade de comprimento do contorno crítico de punçoamento. Esse contorno é definido pela linha fechada envolvendo a área carregada a uma distância fixada, que segundo o REBAP não deverá ser inferior a *d*/2 e, segundo o EC2, igual a 1.5*d*. Este aumento do perímetro crítico preconizado pelo EC2 em relação ao REBAP é, no entanto, compensado por uma redução acentuada das tensões admissíveis de punçoamento, de cerca de 36,6% para os betões de resistências cilíndricas até 16 MPa e maior ou igual a 40% no caso contrário.

Dada a pequena distância do contorno do pilar ao bordo livre, menor do que *5d* (a largura da laje era igual a 60 cm) e, segundo o comentário do Artº 54.3 do REBAP, não poderá ser considerado o contorno crítico de punçoamento nele definido mas antes "*deverá ser adoptado um contorno crítico adequado justificado com base em literatura especializada*".

Por seu lado o EC2 determina neste caso (ponto 4.3.4.2.2.(3)) um contorno crítico definido pelas perpendiculares aos bordos livres da laje à distância *1.5 d* da face do pilar.

Efectivamente, não terá sentido definir o cone de punçoamento como é habitual, dada a incidência desigual da carga em torno do pilar.

Na realidade o comportamento da laje foi diferente nas duas direcções como demonstra o "contorno crítico" observado no ensaio experimental - aqui associado ao perímetro do contorno da fenda (Figura 4.15) - alongado na direcção longitudinal da laje e de forma aproximadamente rectangular.

Poder-se-á portanto, neste caso, considerar para contorno crítico o definido pelas duas secções transversais da laje, isto é, um comprimento igual a 2×0.60 = 1.20 m.

Determinando, por aplicação do EC2 (expressão 4.56), a capacidade resistente média ao punçoamento da laje ensaiada, considerando como tensão de cálculo à tracção do betão a

correspondente resistência média, f_{ctm}, obtida a partir do valor experimental da resistência à compressão e desprezando a contribuição dos estribos existentes que, pela sua localização e espaçamento, não podem ser efectivos naquela resistência:

$$V_{R1} = \tau_R \cdot k \cdot (1.2 + 40\rho) \cdot d \cdot u \qquad \text{(EC2, (4.56))} \qquad (4.1)$$

em que:

u - perímetro do contorno crítico de punçoamento, $u = 1.20$ m,

$k = 1.6\text{-}d = 1.47 \geq 1$ ($d = 0.13$m - altura efectiva da secção),

ρ - percentagem da armadura de flexão, $\rho = 0.74\%$,

τ_R - tensão resistente do betão ao corte, $\tau_R = 0.25 \times f_{ctk,0.05}$, com

$f_{ctk0.0}$ - valor característico inferior da tensão de rotura do betão à tracção, aqui considerado igual a $f_{ctm} = 2.4$ MPa, vindo

$\tau_R = 0.25 \times 2.4 = 0.60$ MPa

obtem-se:

$$V_R = 205.8 \text{ kN} \quad \text{igual a } 0.90 \cdot R_{u,exp},$$

valor muito próximo da reacção máxima medida no pilar central ($R_{u,exp} = 229$ kN).

A tensão média de corte determinada pela reacção máxima do ensaio, para a mesma secção crítica, vem igual a:

$$\tau_{méd} = 229 / (1.2 \times 0.13) = 1.47 \text{ MPa} \qquad (4.2)$$

Se se atender a que a rotura se obtem por tracção numa faceta diagonal agora inclinada de um ângulo inferior a 45° e imaginando que a tensão máxima é igual a 3/2 da tensão média, aquela tensão será igual a

$$\tau_{máx} = 1.5 \cdot \tau_{méd} = 2.2 \text{ MPa} \qquad (4.3)$$

valor que é efectivamente muito próximo da resistência à tracção do betão, $f_{ctm} = 2.4$ MPa.

4.2.5 - Considerações relativas à análise da laje ao punçoamento

Há, deste ensaio, algumas considerações a extrair.

O efeito do punçoamento explorado não corresponde ao que é tradicional: o apoio e a sua localização relativamente à laje não geram o mecanismo clássico.

Efectivamente não se trata de um apoio interior com distribuição simétrica da solicitação. Há antes um plano principal de actuação e no plano perpendicular o comportamento da peça não corresponde ao de uma laje. Não há, com efeito, armadura transversal de flexão, não possuindo os estribos existentes expressão material que os torne equivalentes.

Assim, é mais uma viga de secção alongada, em que o apoio central pode, no entanto, figurar uma acção de punçoamento.

Segundo as ideias conhecidas (Nylander *et al.*, entre outros) a casca gerada não pode portanto ser cónica; a sua configuração corresponde a uma figura mais ou menos elíptica de rotura na face superior em torno do apoio, com eixo maior na direcção do plano da solicitação.

Como é conhecido, na forma clássica o cone toma inclinações de 30 a 35° e nas suas geratrizes instalam-se as bielas de compressão de transmissão das cargas para o apoio. A armadura de flexão (momentos negativos) tem um papel decisivo quanto a essa orientação: as bielas dirigem-se do contorno do pilar para os varões das armaduras, onde se equilibram à custa da aderência destes com o betão. A rigidez desta armadura determinará a inclinação dessas bielas, as quais, iniciadas em fase não fissurada com orientação a 45°, logo virão a tomar outro abatimento, numa redistribuição dependente da rigidez (e portanto da percentagem) da armadura.

No caso concreto desta viga-laje, no plano transversal, como não existe armadura de flexão, a redistribuição é mínima - as fendas nascem e desenvolvem-se aproximadamente a 45° e as linhas de rotura determinadas sobre a laje ficam portanto a menor distância do pilar de apoio.

Na direcção longitudinal, dada a localização das cargas, não foi possível a formação da membrana cónica típica da rotura por punçoamento. Assim, predominou o efeito do esforço transverso, produzindo-se uma rotura segundo um ângulo (naquela direcção longitudinal) que é característico do tipo de rotura de vigas ou lajes sem armadura transversal.

4.3 - ESTUDO EXPERIMENTAL - 2ª Fase

4.3.1 - Descrição do ensaio

Descreve-se o ensaio sobre uma laje quadrada de pequena espessura na qual se procurou avaliar a eficiência de um sistema de pré-esforço na resistência ao punçoamento.

4.3.1.1 - Características do modelo

O modelo consistiu numa laje quadrada com 1m de lado e 0.08 m de espessura, armada em duas direcções ortogonais e sem armadura transversal (Bastos, 1988). A laje era simplesmente apoiada em quatro pontos localizados ao meio das faces laterais e solicitada por uma carga concentrada no centro (Figura 4.21).

Foi introduzido um pré-esforço na zona central realizado por fios de 7 mm de diâmetro, dispostos em duas direcções perpendiculares, com traçado poligonal de modo a interceptar a superfície crítica de punçoamento.

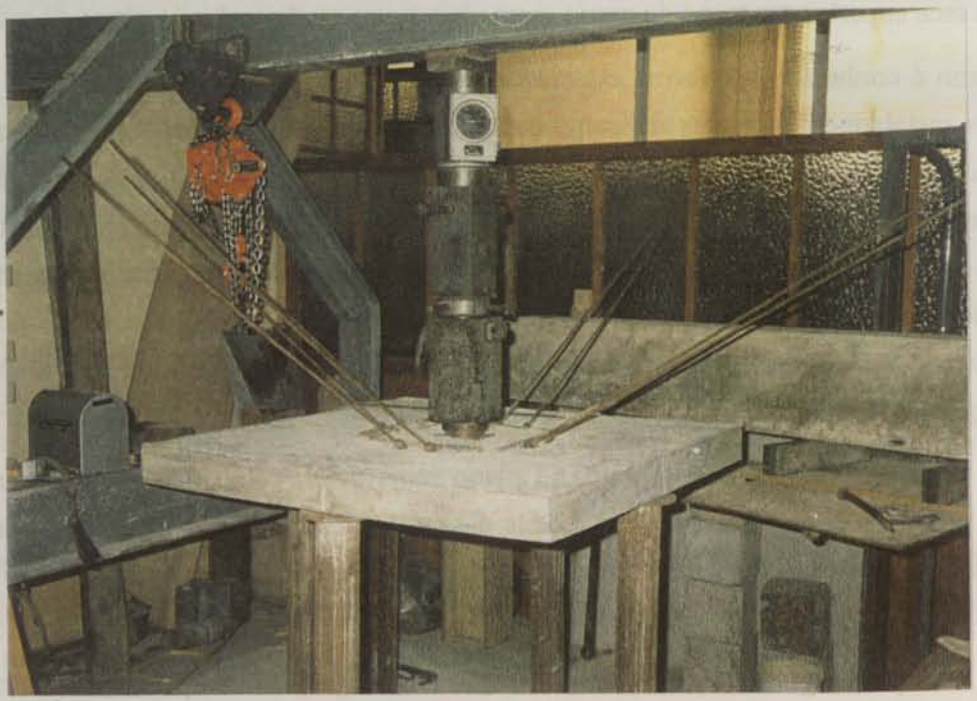


Figura 4.21 - Aspecto geral do ensaio.

A armadura ordinária era realizada por varões de 8 mm de diâmetro (disposição indicada na Figura 4.22) distribuidos em duas direcções perpendiculares entre si, segundo as diagonais da laje, e com espaçamentos iguais a 0.10 m. Na zona central os varões ficaram espaçados de 0.30 m de modo a deixar aquele espaço livre de armaduras. Para uma

conveniemte amarração os varões foram dobrados nas extremidades e prolongados a toda a altura da laje.

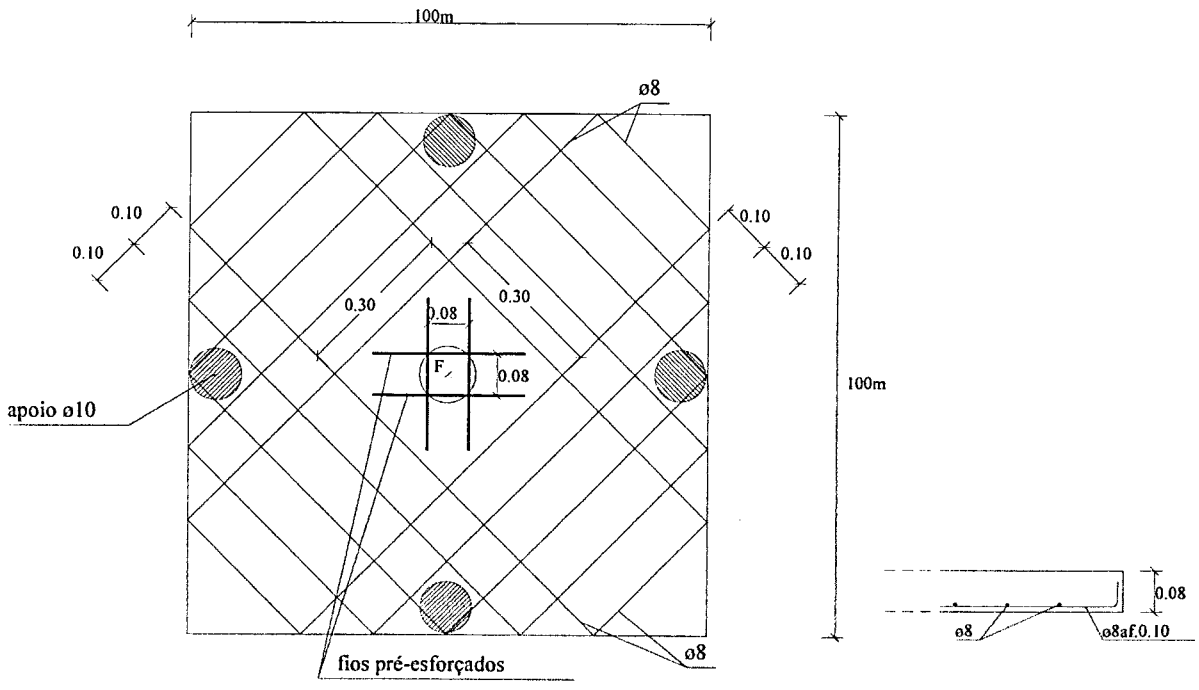


Figura 4.22 - Esquema das armaduras.

O pré-esforço (*P*) foi realizado por quatro varões de 7 mm de diâmetro dispostos segundo um traçado poligonal constituído por um troço horizontal, sob a área de aplicação da carga, e dois troços adjacentes inclinados de 30° em relação à horizontal (Figuras 4.23 e 4.24).

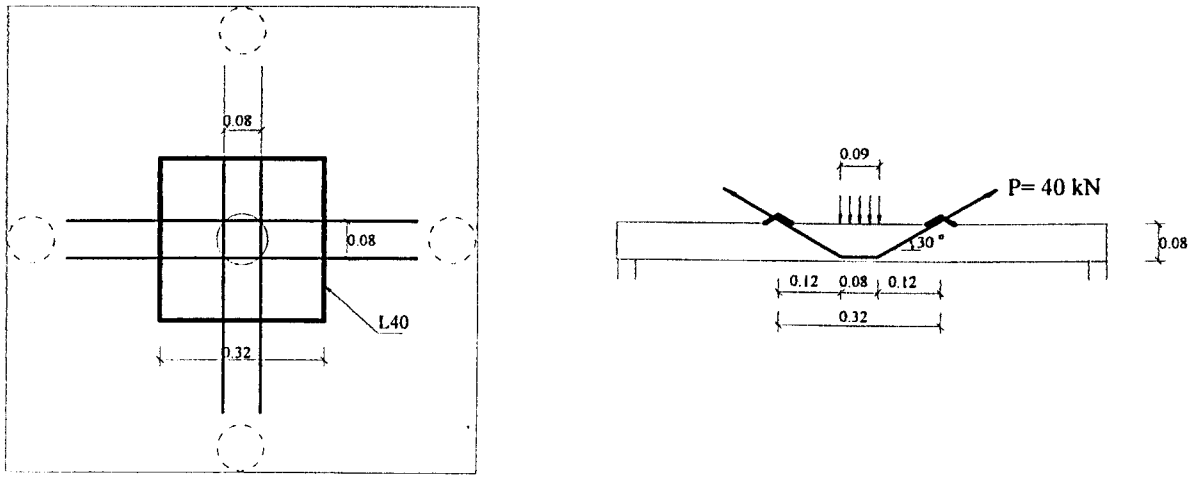


Figura 4.23 - Esquema da disposição dos fios de pré-esforço.

Os varões de pré-esforço ficaram aderentes apenas no curto comprimento horizontal (8 cm) e embainhados em tubo plástico nos troços inclinados. Para a realização das ancoragens foram dispostas quatro cantoneiras L 40 (Figuras 4.23 e 4.24) encostadas ao corpo da laje de modo a não ferirem o betão pela concentração das forças criada.

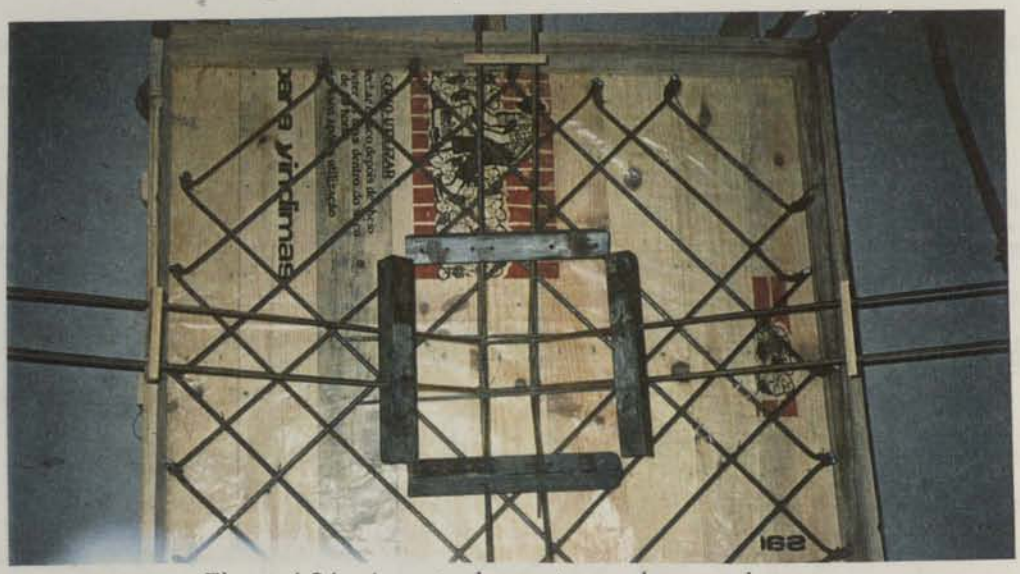


Figura 4.24 - Aspecto da montagem das armaduras.

A carga central foi exercida num domínio circular, por interposição de uma placa metálica de 0.09 m de diâmetro entre a face superior da laje e o actuador hidráulico; um anel dinamométrico realizou a medição da solicitação aplicada (Figura 4.21).

Os apoios circulares eram constituídos por tubos metálicos de 0.10m de diâmetro, encastrados no pavimento.

4.3.1.2 - Metodologia utilizada

Estimando à priori, o mais aproximadamente possível, a capacidade resistente da laje pretendia-se obter uma rotura por punçoamento com uma eventual localização diferente da secção crítica, pelo que foram tomadas algumas disposições de ensaio de modo a eliminar a influência de possíveis factores cuja contribuição seria difícil de avaliar no comportamento da estrutura e no valor da carga máxima atingida:

i) foi escolhida uma localização dos apoios a meio dos lados e não nos cantos, visando reduzir os efeitos de punçoamento que poderiam gerar-se em torno desses pontos;

ii) a disposição das armaduras ordinárias, orientadas diagonalmente e distribuidas fora da zona dominada pelo carregamento, tiveram como propósito não contribuir, ainda que minimamente, para a capacidade da laje face ao punçoamento, por efeito "*dowell*";

iii) os fios de pré-esforço apresentaram levantamentos a cerca de 30° de modo a, como já referido, interceptar o cone de punçoamento.

A aplicação do pré-esforço de 40 kN em cada varão foi realizada por esticamento de ambas as extremidades, com um macaco de 50 kN (Figura 4.25), aos 15 dias de betonagem, altura em que o betão apresentava uma resistência próxima de 26.8 MPa (obtida aos 14 dias por ensaio à rotura de provetes cúbicos).

De modo a minimizar as perdas de pré-esforço procedeu-se a um ajustamento prévio por esticamento de uma das extremidades de cada fio até 10 kN, seguido do esticamento da extremidade oposta até 40 kN. Cada um dos fios foi em seguida pré-esforçado, nas duas extremidades, ao valor cerca de 10% superior ao nível previsto (40 kN) para atender às perdas por escorregamento das cunhas (cones Guiford-Udall). Durante a operação de esticamento foram lidos os deslocamentos sofridos pelos varões de pré-esforço.

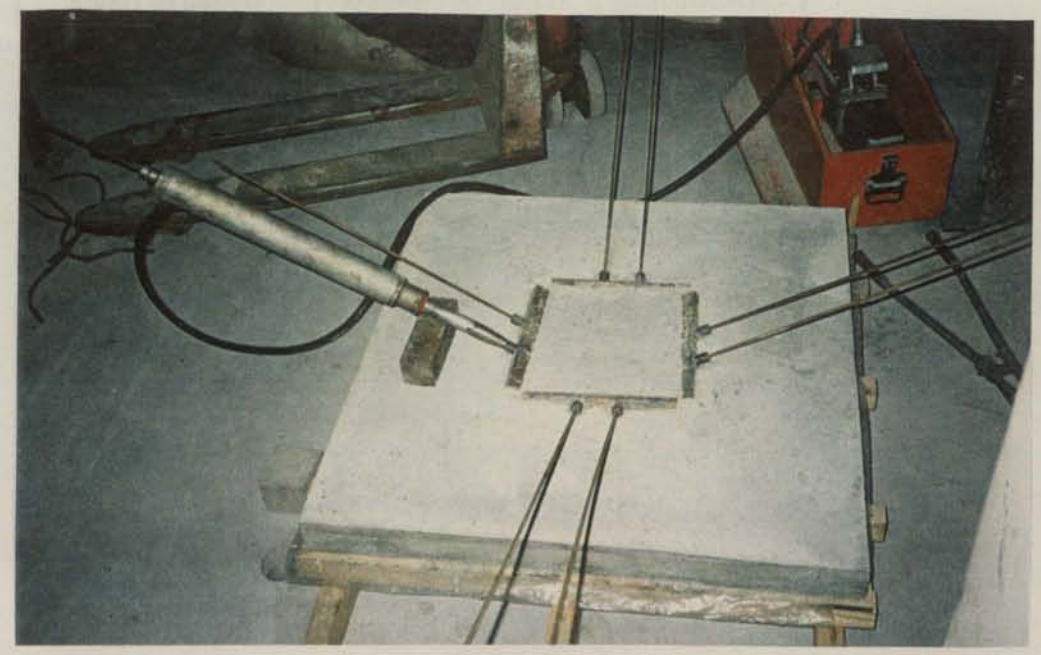


Figura 4.25 - Esticamento dos fios de ϕ 7mm.

Para o esforço aplicado a cada um deles não foi observada qualquer fendilhação na face superior da laje.

4.3.1.3 - Características mecânicas dos materiais

Betão - o valor médio da resistência à compressão axial do betão foi determinada em ensaios, aos 14 e 36 dias de betonagem, de provetes cúbicos de 20cm de aresta e provetes cilíndricos de 15 cm de diâmetro. A resistência cúbica obtida aos 14 dias foi de 26.8 MPa e aos 36 dias (data do ensaio) os valores foram 32 MPa e 23 MPa respectivamente para a resistência em cubos e em cilindros. A resistência média cilíndrica aproximada é $f_{cm} = 25$ MPa.

Armaduras - as características mecânicas dos aços utilizados (varões de ϕ=8mm) foram determinadas por ensaios de tracção e estão especificados no Quadro 4.1 e diagrama da Figura 4.26.

Quadro 4.1 - Características mecânicas dos aços utilizados nas armaduras.

	Características	Tensão de cedência (MPa)	Tensão de rotura (MPa)
Fios de pré-esforço	liso	1560	1754
Armadura de flexão	nervurado	557	795

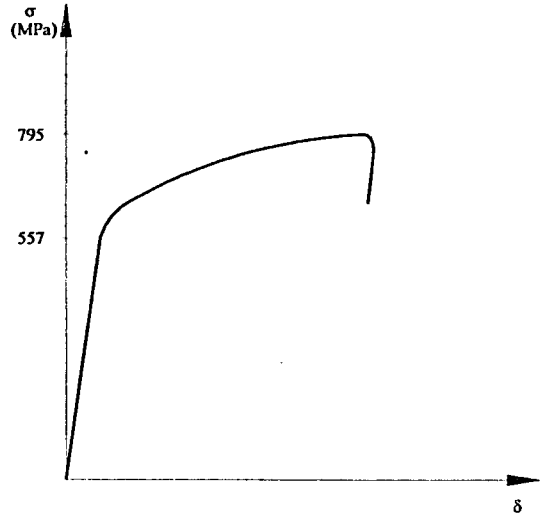


Figura 4.26 - Diagrama de tracção da armadura de flexão.

4.3.1.4 - Instrumentação utilizada

Foram instalados, na face inferior da laje, deflectómetros mecânicos de deslocamento (Figura 4.27 e 4.28) em três secções: no centro (c_1) e a meia distância das linhas que unem o ponto de aplicação da carga aos apoios (c_2 e c_3). Estas linhas coincidem com as charneiras plásticas previstas pelo método das linhas de rotura, para a estrutura e tipo de solicitação considerados.

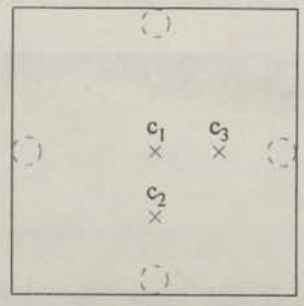


Figura 4.27 - Instrumentação utilizada no ensaio.

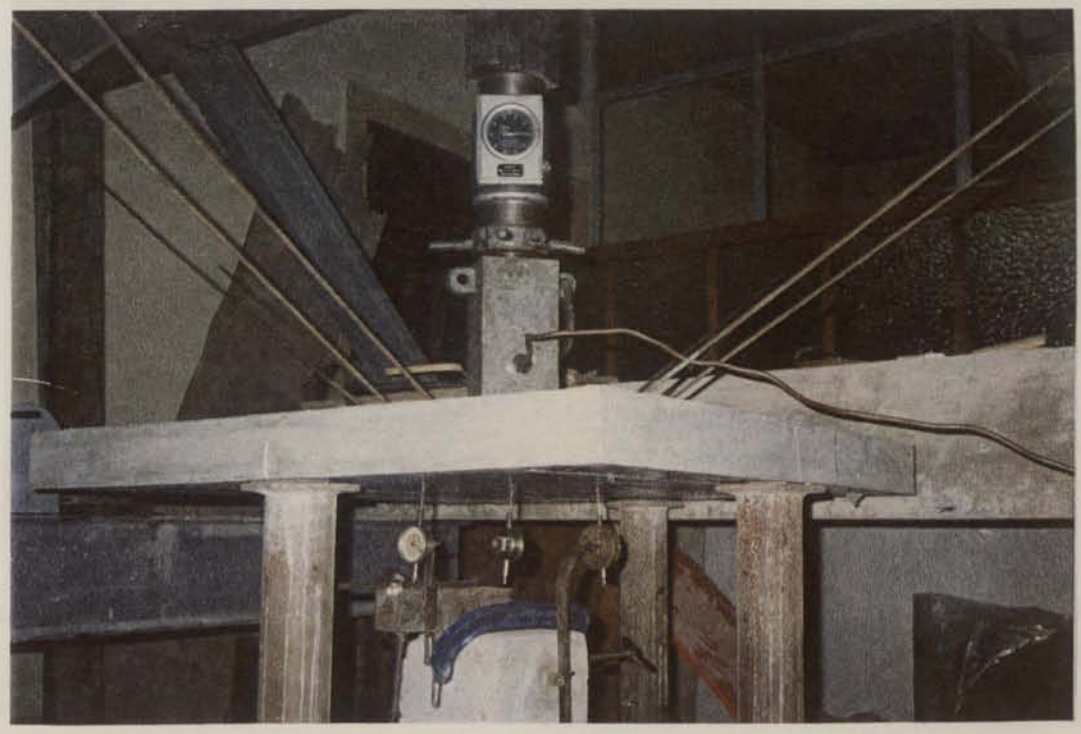


Figura 4.28 - Aspecto da instrumentação.

4.3.2 - Resultados obtidos no ensaio

A solicitação foi aplicada gradualmente com incrementos de cerca de 10 kN, tendo sido observado, para cada nível de carga, a evolução da fissuração e dos deslocamentos.

A rotura ocorreu sob a acção de uma carga aproximada de 140 kN, vindo a gerar-se um esquema de punçoamento na segunda secção crítica, tal como se esperava obter. A rotura aconteceu bruscamente (Figura 4.29), com penetração franca da zona central pré-esforçada no corpo da laje. Nessa altura tinha sido por precaução, retirada a instrumentação.

Não foi visível qualquer escorregamento dos fios de pré-esforço em rotura.



Figura 4.29 - Instante da rotura.

A fissuração iniciou-se para a carga de 95 kN, cerca de 68% da carga última, com uma fenda central inferior ténue, paralela ao lado da laje, segundo a configuração prevista para a linha de rotura. Com o aumento da solicitação surgiram fendas diagonais na face inferior (Figura 4.30) formando um losango, até ao destacamento brusco da zona central da laje (Figura 4.31).

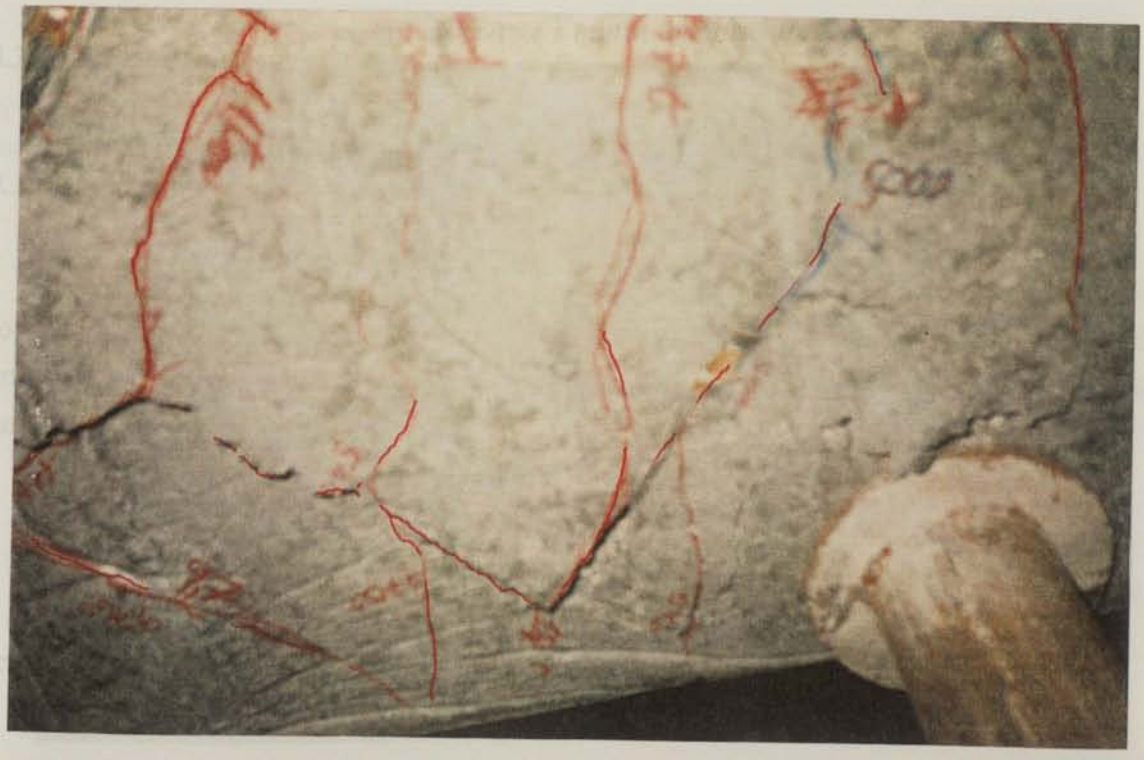


Figura 4.30 - Aspecto da fendilhação na face inferior.



Figura 4.31 - Aspecto da rotura.

A fendilhação da face superior em rotura é visível na Figura 4.32.

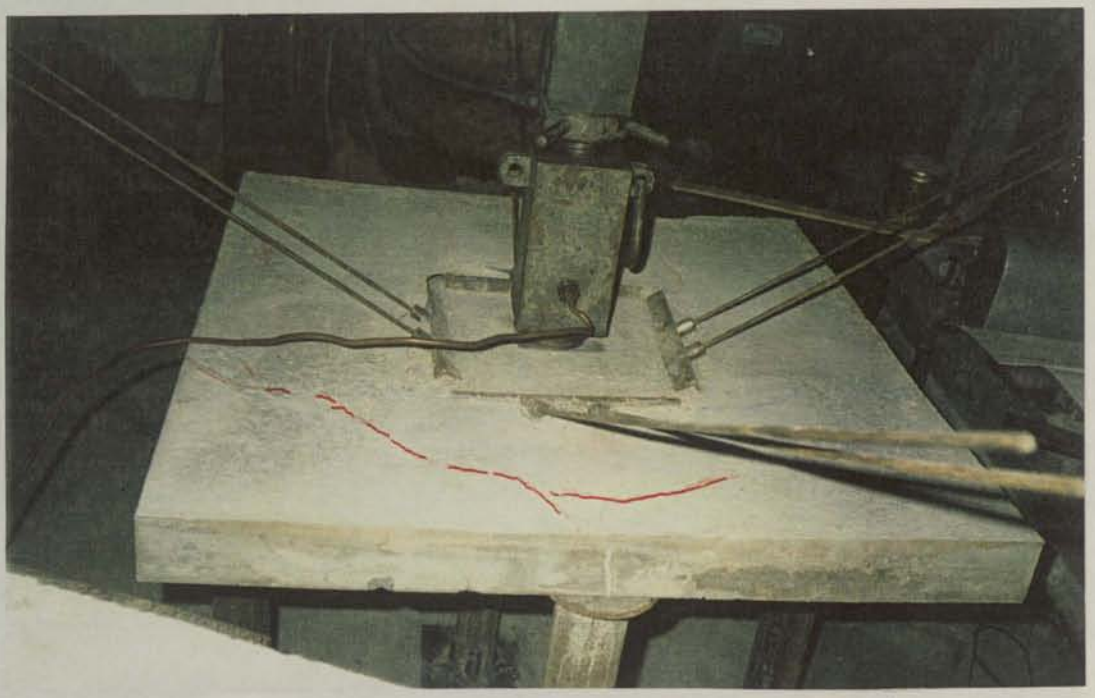


Figura 4.32 - Aspecto da fendilhação na face superior da laje.

Na Figura 4.33 estão representados os diagramas carga-deslocamento dos pontos instrumentados.

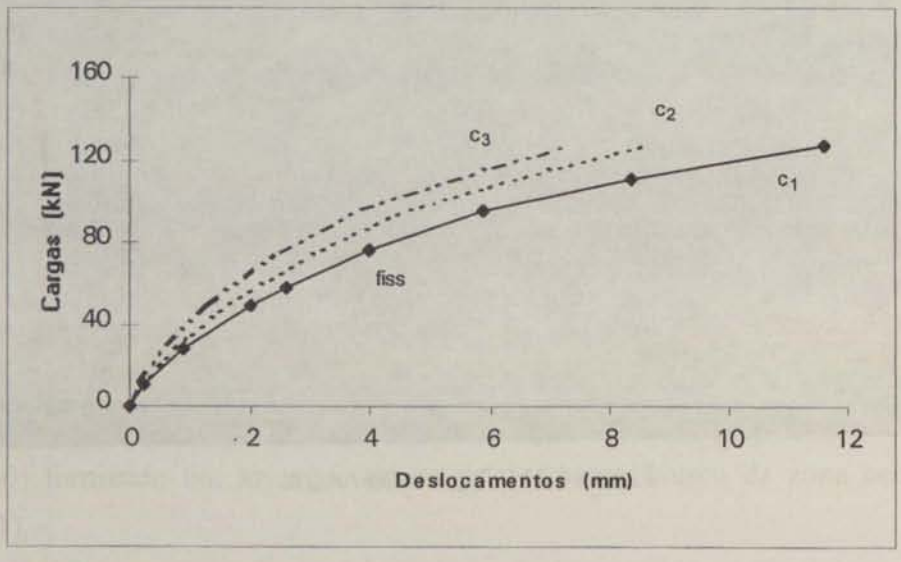


Figura 4.33 - Diagrama cargas-deslocamentos nos pontos instrumentados.

4.3.3 - Discussão dos resultados

4.3.3.1 - Carga de rotura

O valor previsto para a carga última, calculado analiticamente pelo método das linhas de rotura, por exploração do mecanismo representado na Figura 4.34 e, atendendo apenas às armaduras ordinárias utilizadas, vem dado pela equação do trabalho virtual para uma rotação unitária (1/4 de laje).

Sendo M_1 o momento resistente determinado por cada varão (ϕ8mm):

$$M_1 = A_s \cdot f_y \cdot z = 1.70 \text{ kNm} \tag{4.4}$$

sendo

$A_S = 0.5 \text{ cm}^2$ a área de cada varão,

$f_y = 557$ MPa a tensão de cedência respectiva e

$z = 0.9\,d$ o braço do binário das forças interiores (com $d \cong 6{,}8$ cm; a espessura de recobrimento era próxima de 4 cm),

o momento resistente na linha de rotura vem:

$$M_R = 2 M_1 \sqrt{2} = 4.81 \text{kNm} \tag{4.5}$$

Da equação dos trabalhos relativa a 1/4 de laje:

$$(2 M_1 \cdot \sqrt{2}) \cdot 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = (F/4) \cdot a = 6.80 \text{ kNm} \tag{4.6}$$

com $a \cong 32.0$cm (Figura 4.34), obtem-se:

$$F = 85.00 \text{ kN}.$$

A carga atingida na rotura foi de $F_{u,exp} = 140$ kN, valor muito superior ao teoricamente esperado, traduzindo o aumento substancial da capacidade resistente à flexão pela introdução dos fios de pré-esforço, que a seguir se justifica.

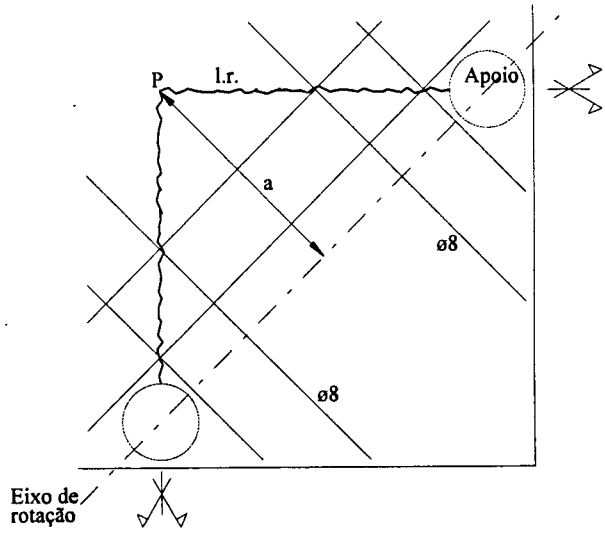


Figura 4.34 - Mecanismo de rotura.

4.3.3.2 - Tensões nas secções críticas

O controlo das tensões de punçoamento nas secções críticas, aqui consideradas como as localizadas a uma distância igual a $d/2$ do limite exterior do domínio de aplicação da carga (segundo o REBAP) - *primeira secção crítica*, ou do contorno definido pelas quatro cantoneiras (pontos de amarração dos fios de pré-esforço) - *segunda secção crítica* (Figura 4.35), conduziu aos valores seguintes:

- *primeira secção crítica*:

$$\tau = \frac{140 \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot (0.09 + d) \cdot d} = 4.2 \text{ MPa} \tag{4.7}$$

muito superior à resistência média à tracção do betão utilizado, f_{ctm} = 2.6 MPa determinada a partir do valor da resistência cilíndrica média à compressão do betão, f_{cm} = 25 MPa, pela expressão indicada no REBAP, o que só poderá ser explicado pelo efeito do pré-esforço.

- *segunda secção crítica*:

$$\tau = \frac{140 \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot (0.32 + d) \cdot d} = 1.69 \text{ MPa} \tag{4.8}$$

Este valor corresponde a um valor médio da tensão instalada. Se se atender a que a rotura se obtém por tracção numa faceta diagonal aproximadamente a 45°, e imaginando que a tensão máxima é igual a 3/2 da tensão média, esta será então igual a

$$\tau = \frac{3}{2} \cdot 1.69 = 2.54 \text{ MPa} \tag{4.9}$$

o que equivale muito aproximadamente à tensão de rotura por tracção do betão do modelo.

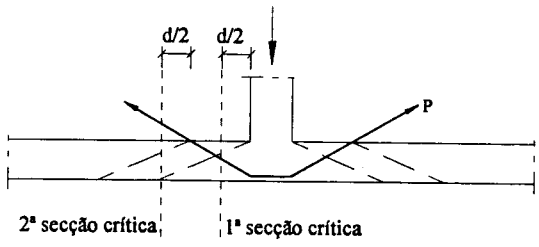


Figura 4.35 - Secções críticas.

4.3.3.3 - Contribuição do pré-esforço

Em face dos resultados podem retirar-se as conclusões seguintes:

i) a carga de rotura só pode ser explicada pela contribuição da armadura de pré-esforço. De facto parece razoável que a carga suportada pelos arames se tenha transferido para o contorno crítico definido pelas ancoragens (Figura 4.36) vindo, de (4.6) para a equação dos trabalhos a seguinte expressão (Figura 4.36):

$$6.80 \text{ kNcm} = (F/4) \cdot a' \tag{4.10}$$

Sendo a' =17.7cm, obtem-se agora para a carga máxima o valor:

$$F_{max} = F = 153.7 \text{ kN}$$

muito próximo do obtido no ensaio experimental ($F_{u,exp}$ = 140 kN), parecendo então poder atribuir-se a rotura a nítido punçoamento ao longo do segundo contorno crítico.

Note-se que as linhas de rotura não se estendem ao núcleo carregado, tornando-se por isso o braço de rotação, a', mais curto. No mecanismo o núcleo desce como volume rígido, não mobilizando mais armadura.

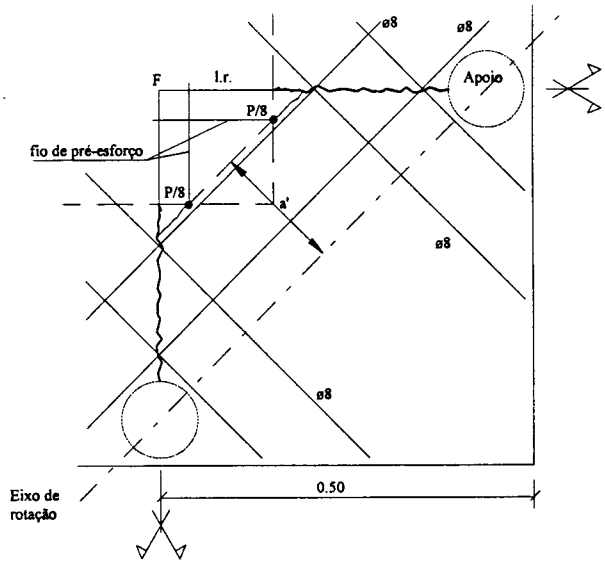


Figura 4.36 - Contribuição dos fios pré-esforçados.

A nova capacidade resistente à flexão, $F_{máx} = 153.7$ kN, vem assim substancialmente superior (80%) à determinada sem a introdução do pré-esforço ($F = 85.0$ kN).

ii) a intervenção da armadura de pré-esforço, na sustentação da carga pelos arames pré-esforçados, foi nitidamente revelada. Efectivamente, tendo provocado em várias fases a descarga da laje, a recuperação das flechas foi sempre total e instantânea como é característico das vigas pré-esforçadas.

Note-se ainda que a direcção das compressões introduzidas pelo pré-esforço era aproximadamente concordante com as inclinações das tracções diagonais produzidas pela solicitação aplicada, o que derivou uma maior eficácia deste esquema de aplicação do pré-esforço.

4.4 - CONCLUSÕES

Na experimentação, mesmo quando tomadas todas as precauções e avaliada previamente a influência de todos os parâmetros envolvidos, existem sempre factores imprevistos que poderão introduzir efeitos inesperados e comprometer os resultados que se pretendem obter.

Com efeito, assim aconteceu em relação ao programa experimental (1ªfase) que se propunha realizar, no qual o modelo escolhido se mostrou inadequado aos fins que se desejava obter, por dificuldades associadas às condições do ensaio.

O modelo de laje analisado afastou-se efectivamente do comportamento estrutural previsto, por ocorrência de assentamentos do apoio de continuidade, muito embora a capacidade resistente final viesse muito próxima da teoricamente esperada. A redistribuição dos momentos de continuidade foi também verificada para níveis de solicitação diferentes dos valores previstos, devido àqueles assentamentos, tendo ocorrido uma rotura aparentemente por punçoamento, quando a capacidade à flexão estaria quase esgotada, para um valor da reacção no apoio central menor do que a que se verificaria na ausência daqueles assentamentos.

O estudo experimental sobre o segundo modelo teve como objectivo a procura de soluções para atender aos efeitos do punçoamento em lajes de pequena espessura, à custa da introdução de armaduras activas que assegurassem a resistência ao esforço transverso.

Na solução proposta, por introdução dos fios pré-esforçados inclinados interceptando o cone de punçoamento, verifica-se uma aproximação da direcção das compressões introduzidas pelo pré-esforço com as inclinações das tracções diagonais, produzindo um efeito equivalente ao aumento da resistência à tracção do betão, correspondendo ao conceito de Fressinet relativo ao betão pré-esforçado, segundo o qual, através da introdução de uma compressão se pode obter um material igualmente resistente à tracção e à compressão.

Ainda o alargamento da dimensão do contorno de punçoamento, por transferência da carga de punçoamento para os pontos de ancoragem dos varões de pré-esforço, altera o contorno da superfície crítica, aumentando a capacidade última da laje ao esforço transverso.

Parece pois poder concluir-se da possibilidade de melhorar substancialmente a resistência ao punçoamento com este tipo de armadura pré-esforçada.

Por outro lado, ao garantir um funcionamente do núcleo pré-esforçado como rígido (isento de linhas de rotura) a própria resistência à flexão vem muitíssimo aumentada (neste caso 1.8 vezes superior) sem qualquer aumento de armadura de flexão.

A eficiência do sistema, de simples realização, poderá tornar interessante a sua utilização especialmente em sapatas de fundação ou em outros casos de esforços de punçoamento particularmente importantes.

No caso particular de reforços de sapatas de fundação, perante o agravamento de cargas suportadas ou para redução das pressões de contacto com o solo, o tipo de armadura pré-esforçada analisada puderá porventura ter uma aplicação interessante.

Com o alargamento e espessamento da sapata existente, fazendo-a integrar na estrutura inicial - volume de betão acrescentado com a armadura pré-esforçada com uma disposição idêntica à utilizada no ensaio - seria possível transferir a carga introduzida pelo pilar para o novo contorno, conseguindo assim que todo o solo mobilizado viesse a participar na nova estrutura de base.

Capítulo 5

COMPORTAMENTO COMPARADO DE LAJES DIMENSIONADAS SEGUNDO DIFERENTES METODOLOGIAS

5.1 - INTRODUÇÃO

A verificação da resistência última das lajes de betão armado e pré-esforçado pode ser baseada quer num cálculo elástico, quer num cálculo não linear ou plástico.

O ***cálculo elástico*** das lajes tem por base a equação diferencial da sua superfície média (equação de Lagrange) válida para lajes de espessura constante, constituídas por materiais homogéneos e isótropos, solicitadas por cargas perpendiculares ao seu plano médio e suficientemente rígidas para que a deformação elástica seja uma pequena fracção da espessura das lajes.

A integração da equação de Lagrange, satisfazendo simultaneamente às condições de contorno, permite conhecer não só os deslocamentos em todos os seus pontos como calcular os diferentes esforços que se produzem nas suas secções transversais ou sejam os momentos flectores e de torção, os esforços transversos e as reacções dos apoios. Mediante estes esforços será possível determinar as tensões criadas nos seus materiais componentes por efeito de

determinada solicitação, podendo assim efectuar-se um dimensionamento a partir das condições em fase de serviço, na qual se admite que o comportamento da peça é essencialmente elástico, ainda que os efeitos da fissuração e das deformações diferidas (fluência e retracção) produzam, por vezes, desvios notáveis em relação aquele cálculo.

O dimensionamento em estado de equilíbrio limite é obtido admitindo-se que esse estado se atingiria por crescimento proporcional daqueles esforços elásticos, deduzindo a partir daí as características a atribuir às diversas secções de modo a verificarem as condições limites da respectiva capacidade resistente.

Este procedimento baseia-se na hipótese de que o comportamento do betão armado segue uma lei linear até à rotura, o que se poderá afastar mais ou menos das condições reais. Efectivamente, não só as características dos materiais, individualmente considerados, como o próprio comportamento da estrutura em fase de rotura, com plastificação da armadura e fendilhação elevada, não legitimam evolução linear.

O ***cálculo não linear*** faz intervir o comportamento real dos materiais e as suas leis σ-ε características e, com base no método dos elementos finitos e utilizando processos numéricos incrementais e iterativos, analisa a evolução dos esforços e das deformações de uma estrutura desde o estado inicial até à rotura.

É aplicável a qualquer tipo de laje, para qualquer tipo de solicitação, fornecendo o valor da sua capacidade resistente de uma forma rápida e precisa.

Paralelamente, o desenvolvimento das teorias de optimização aplicadas ao estudo das lajes de betão armado (introduzidas inicialmente por Morley, em 1965, para lajes rectangulares simplesmente apoiadas), permitiu derivar soluções com volumes mínimos de betão e das armaduras.

O ***cálculo plástico***, baseado nos teoremas limites da plasticidade, considera um comportamento rígido plástico dos materiais aço e betão supondo que estes se encontram plastificados em secções determinantes. A sua aplicabilidade pressupõe um comportamento suficientemente dúctil da estrutura de modo que esta possa adaptar-se à redistribuição dos esforços internos admitida em estado último, sem ocorrência de uma rotura frágil prematura.

No caso particular das lajes de betão armado, estruturas que pela sua pequena espessura e geralmente reduzida percentagem de armadura são capazes de experimentar rotações significativas, a aplicação deste tipo de análise conduz a resultados suficientemente próximos dos obtidos pela experimentação.

O dimensionamento de lajes através do cálculo plástico pode ser realizado segundo dois métodos: o *método cinemático* ou *método das linhas de rotura* e o *método estático*.

O *método das linhas de rotura* constituiu a primeira extensão da teoria plástica ao betão estrutural. Já em 1921 Ingerslev tinha proposto um método de cálculo baseado na suposição de momentos flectores constantes ao longo de determinadas linhas. Com Johansen, na Dinamarca (na sua tese de doutoramento em 1943), e com Gvozdev, na Rússia (embora os seus estudos só mais tarde fossem conhecidos fora do seu país), surgiu o conceito de linhas de rotura como linhas de descontinuidade cinemática. Na forma final, com a designação de "teoria das linhas de rotura" (Johansen, 1962), aquelas linhas assumiam um significado mecânico, como que de charneiras onde se concentravam as rotações relativas entre as diferentes partes em que a laje ficava dividida depois de esgotada a sua capacidade.

Esta teoria constitui uma aplicação do teorema cinemático da análise plástica e baseia-se na igualdade entre o trabalho produzido pelas solicitações exteriores e o realizado pelos esforços internos na deformação virtual considerada, fornecendo de uma maneira fácil e rápida, a partir de um mecanismo admitido à priori, soluções que constituem um limite superior da carga última.

A introdução do conceito de *forças nodais* (forças estaticamente equivalentes ao momento torsor e ao esforço transverso ao longo das linhas de rotura, concentradas em cada extremidade daquelas linhas e perpendiculares ao plano da laje) definido por Johansen, veio facilitar a determinação da solução.

O *método estático* é uma aplicação particular do teorema do limite inferior da teoria da plasticidade e consiste na procura de um campo de momentos estaticamente admissível, isto é, cujo valor não ultrapasse em nenhuma secção o momento de plastificação. É, no entanto, laborioso dada a multiplicidade de campos de momentos possíveis em equilíbrio com as solicitações exteriores. A solução é exacta quando ao campo de momentos estaticamente admissível é possível fazer corresponder um mecanismo cinematicamente admissível.

Uma aplicação simples deste método é o *método das bandas*, "*strip method*", desenvolvido por Hillerborg em 1956. Este método considera a laje funcionando como dois conjuntos de vigas ortogonais entre si, sendo a solicitação suportada à custa dos momentos flectores agindo nas duas direcções perpendiculares e supostos nulos os momentos de torção.

No dimensionamento das lajes quer pela análise elástica, quer pela análise plástica, é considerada apenas a acção dos momentos flectores e torsores, sendo desprezado o efeito dos

esforços no plano médio da laje. No caso das lajes de betão armado esses esforços podem surgir não só por efeitos de segunda ordem, como também, pela heterogeneidade própria da estrutura, pelo eixo neutro não se localizar no eixo médio da laje.

Assim, quando são impedidas as deformações no plano da laje, pode desenvolver-se o chamado "*efeito de membrana*", que se traduz pela formação de uma membrana que se desenvolve por bielas que ligam as resultantes das compressões nos banzos superior e inferior da laje, nas secções de máximos momentos de sinal oposto. Essa membrana vai suportar parte das acções aplicadas originando um acréscimo considerável da capacidade resistente da laje.

Esse impedimento pode resultar do confinamento introduzido pelas ligações ou por painéis adjacentes, ou ainda, no caso de lajes simplesmente apoiadas, pode desenvolver-se à custa da rigidez à deformação da armadura orientada no sentido transversal, gerando um comportamento análogo ao de uma membrana ou "cúpula" central apoiada num anel circundante traccionado (Nielsen, 1978).

Para pequenas deformações a solicitação é suportada pela membrana comprimida, podendo, por aumento da deformação, verificar-se uma inversão da posição relativa das resultantes de compressão, formando-se então uma membrana traccionada no plano da laje, "efeito de funicular", já em fase próxima da rotura, resultando um acréscimo suplementar da capacidade resistente.

A opção por um dimensionamento baseado na teoria da plasticidade definirá a segurança global a partir de determinado mecanismo, que importará que seja o de trabalho virtual mínimo. Porém, o comportamento em relação aos estados limites de utilização deverá ser atendido tanto quanto possível, isto é, um cálculo elástico mesmo aproximado será, em princípio, sempre conveniente como complementar de um dimensionamento por consideração dos diversos mecanismos.

Os defensores do cálculo plástico têm invocado um menor dispêndio de armaduras para a efectivação estrita da capacidade resistente regularmentar quando o dimensionamento se confronta com o cálculo elástico.

Steinmann, por exemplo, já há vários anos escrevia que o cálculo elástico das lajes conduzia a uma segurança irregular mas sempre excessiva, quando esta era medida pela capacidade global da estrutura (em ensaios de lajes dimensionadas segundo a teoria elástica, mas armadas como era habitual ou regulamentar, os valores encontrados para os coeficientes de segurança à fendilhação foram de 1.36 a 2.05 e à rotura de 4.24 a 5.35). O cálculo através

das linhas de rotura era pelo contrário muito mais fidedigno e exigia, para determinado coeficiente global de segurança, um menor peso de armaduras.

É evidente que essa irregularidade dependerá da forma e condições de apoio da laje e do tipo de carregamento. O facto de a segurança parecer excessiva deriva de se adoptar muitas vezes, e por razões práticas de simplificação, uma armadura uniforme calculada para os pontos mais esforçados segundo o cálculo elástico.

O dimensionamento mediante o tratamento dos mecanismos, nos quais se admite que o momento de plastificação é constante ao longo das linhas de rotura, conduz a uma uniformidade de armaduras interceptadas por essas linhas. Importa no entanto saber se essa distribuição é a que conduz à forma mais racional ou se, em alternativa, a mesma armadura, na sua totalidade distribuida mais em correspondência com o campo dos momentos elásticos, poderia beneficiar a economia ou a segurança da estrutura.

De facto, facilmente se compreende que, se o processo de redistribuição de momentos for "o mais curto", e para isso contribuirá um maior ajustamento da armadura ao campo de momentos elásticos, não somente as deformações até à rotura poderão ser menores, como a sua exploração se poderá desenvolver com maior rendimento, contribuindo para um resultado final de maior economia.

Assim, e dado que a plastificação em todo o comprimento das charneiras plásticas parece duvidosa (por ser a rigidez dos painéis apenas hipotética), será de pensar que uma distribuição das armaduras estritamente cotada com os momentos elásticos conduza a um menor peso de aço sem que a segurança global, requerida inicialmente, venha por isso diminuida. Simultaneamente, poderá em estado de serviço o comportamento das lajes ser mais correcto particularmente quanto à grandeza da fendilhação.

Daqui nasceu a ideia de estabelecer um confronto entre lajes dimensionadas segundo dois conceitos extremos. O primeiro baseado numa hipótese de evolução dos esforços elásticos em termos proporcionais até à rotura, aguardando-se que nesse instante se estabelecesse um mecanismo "difuso" de rotura, teoricamente sem redistribuições. O segundo baseado na aplicação do cálculo plástico, com armaduras uniformes em todo o domínio da laje, ficando a rotura condicionada pela formação das linhas de rotura após um processo mais ou menos longo de redistribuições.

No presente capítulo descrevem-se os ensaios realizados sobre modelos isolados de lajes de betão armado com armaduras dimensionadas segundo dois critérios diferentes, em conformidade com o diagrama dos momentos elásticos e uniformemente distribuidas

satisfazendo os princípios basilares dos mecanismos, nos quais se procurou comparar os respectivos comportamentos à fendilhação e à deformação e as resistências em estado último, em termos de acções (Bastos, 1988).

Os modelos de laje quadrada de 2m de lado foram analisados para duas localizações diferentes dos apoios e para dois tipos de solicitação.

Os ensaios efectuados permitiram verificar, na hipótese de armaduras obedecendo aos diagramas elásticos dos esforços, uma fendilhação muito menos acentuada e, nos casos especiais aqui reportados, um menor consumo de armadura (as reduções atingiram 25%) com a efectivação da mesma capacidade global.

Insere-se em todo este debate o clássico critério formulado por Marcus, que alguns regulamentos do passado adoptaram para painéis rectangulares de lajes de betão armado, de se proceder a uma redução de 50% das armaduras nas faixas marginais de determinada largura. Era uma forma indirecta de se fazer intervir um processo de redistribuição diferenciado, porventura mais real do que o correspondente à uniformização dos momentos de plastificação, como em geral se admite num dimensionamento processado pelo método das charneiras plásticas.

5.2 - PROGRAMA EXPERIMENTAL

5.2.1 Descrição dos modelos de laje

O modelo utilizado no estudo experimental (Bastos, 1988) foi uma laje quadrada de 2m de lado e 0,07 m de espessura, ensaiado em duas configurações diferentes no que diz respeito à localização dos apoios e à disposição das cargas aplicadas.

Na primeira configuração, lajes designadas por LB, a laje foi apoiada em oito pontos do contorno e solicitada por uma carga (F) concentrada no centro (Figura 5.1a).

Na segunda configuração, lajes designadas por LC, os apoios foram localizados nos quatro cantos sendo a solicitação constituída por uma carga (F) concentrada ao quarto da diagonal (Figura 5.1b).

Nota: A designação LB e LC resulta de um estudo preliminar em vários modelos de laje, correspondendo a designação LA a um primeiro modelo de laje ensaiado com diferentes condições de apoio.



a) b)

Figura 5.1 - a) Laje LB; b) Laje LC.

A escolha destes modelos e as suas condições de carga e apoios deve-se por um lado a condicionamentos de equipamento existente e por outro lado ao facto de nestes dois casos se verificarem momentos elásticos com valores muito variáveis de ponto para ponto e ao longo das charneiras plásticas, portanto com possibilidade de sofrerem redistribuições de grande amplitude.

Para cada um dos dois tipos, B e C, considerados foram realizadas duas lajes, uma com armaduras determinadas pelo método elástico (laje designada pelo índice elast) e a outra em com armaduras dimensionadas pelo método das charneiras plásticas (laje designada pelo índice plast).

Nas lajes LB_{elast} e LC_{elast} foi utilizada uma armadura estritamente necessária para os momentos elásticos encontrados, de modo a que as secções críticas fossem mobilizadas simultaneamente durante o processo de rotura. É evidente que a realização prática destas lajes dimensionadas por cálculo elástico não é cómoda nem simples, necessitando de muito trabalho de gabinete e de estaleiro de modo a manter em todo o campo da estrutura armaduras estritamente necessárias (embora com alguns desperdícios devido às amarrações) para fazer face aos esforços elásticos produzidos em cada ponto.

Nas lajes LB_{plast} e LC_{plast} as armaduras, distribuidas uniformemente em duas direcções ortogonais, foram dimensionadas para o momento de plastificação constante ao longo das linhas de rotura, ficando a rotura condicionada pela formação daquelas linhas, após um processo mais ou menos extenso de redistribuição.

Características dos materiais utilizados

As resistências à compressão e à tracção do betão utilizado na realização das lajes foram determinadas por ensaios de compressão em cubos de 15 cm de aresta e por ensaios de flexão em prismas de 12×12×36 (cm^3) e indicam-se no Quadro 5.1.

Quadro 5.1 - Características mecânicas do betão.

LAJE	Resistência do betão à compressão (MPa)	Resistência do betão à tracção (MPa)
LB_{elast}	20.0	1.51
LB_{plast}	20.7	1.87
LC_{elast}	45.6	2.56
LC_{plast}	16.8	1.39

A armadura das lajes foi realizada com varões lisos de 6 mm de diâmetro cujas características mecânicas, obtidas experimentalmente por ensaio de tracção dos varões, se indicam na Figura 5.2:

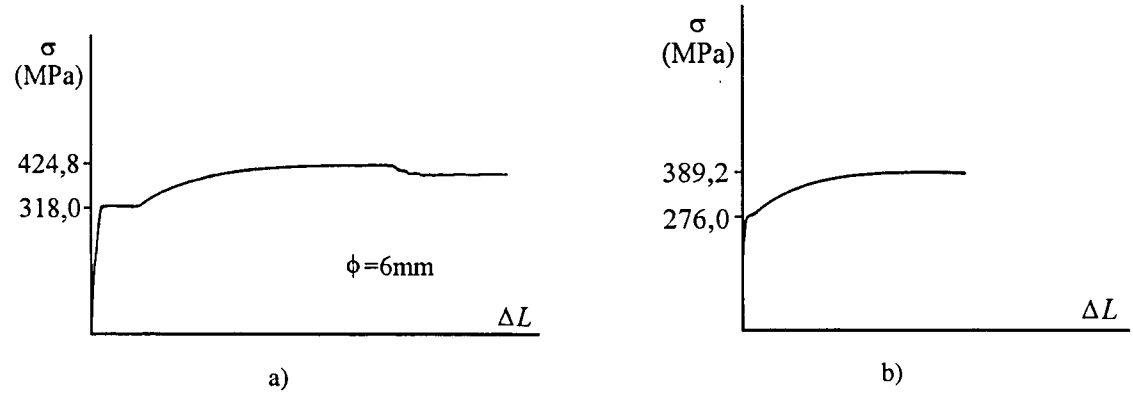


Figura 5.2 - Diagrama tensões-deformações dos varões ϕ = 6mm utlizados em: a) LB_{plast}; b) restantes lajes.

5.2.2 - Dimensionamento dos modelos

5.2.2.1 - Dimensionamento elástico

A solução elástica foi determinada pela aplicação do método das diferenças finitas - equação de Lagrange escrita em diferenças aproximadas e resolução do correspondente sistema de equações algébricas - para uma divisão da laje numa malha quadrada, de 0.25 m de lado, no caso da laje LB, e de 0.50 m de lado para a laje LC.

Complementarmente, foi feita uma análise por aplicação do método dos elementos finitos, utilizando um programa automático disponível na FEUP, para uma malha quadrada de 0.25 m de lado para os dois tipos de laje, que confirmou os valores obtidos pelo método anterior.

Nas Figuras 5.3 e 5.4 indicam-se os valores dos momentos flectores elásticos (em kN·m/m) nos nós da malha nas duas direcções ortogonais, para as solicitações:

Laje LB $F = 48$ kN no centro da laje (Figura 5.3)

Laje LC $F = 40$ kN ao quarto da diagonal (Figura 5.4)

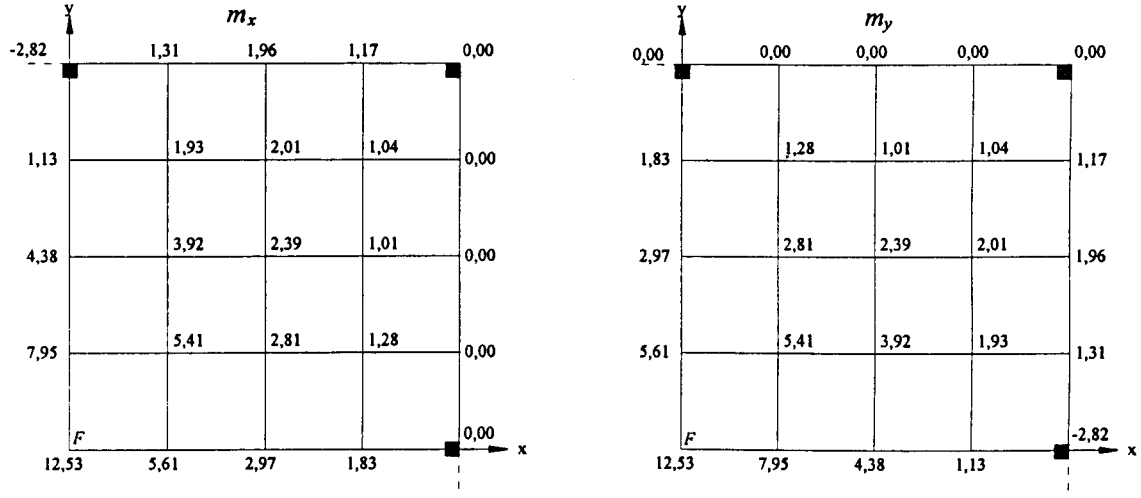


Figura 5.3 - Momentos elásticos nas direcções x e y da laje LB (1/4 de laje) (kN·m/m).

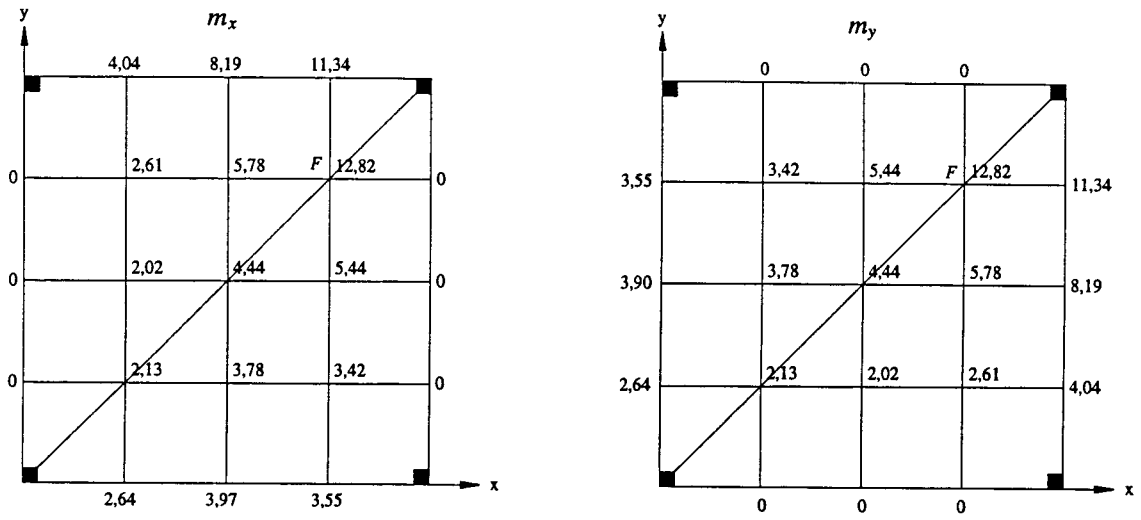


Figura 5.4 - Momentos elásticos nas direcções x e y da laje LC (kN·m/m).

Nas Figuras 5.5 e 5.6 indica-se a distribuição dos momentos principais positivos no corpo das lajes.

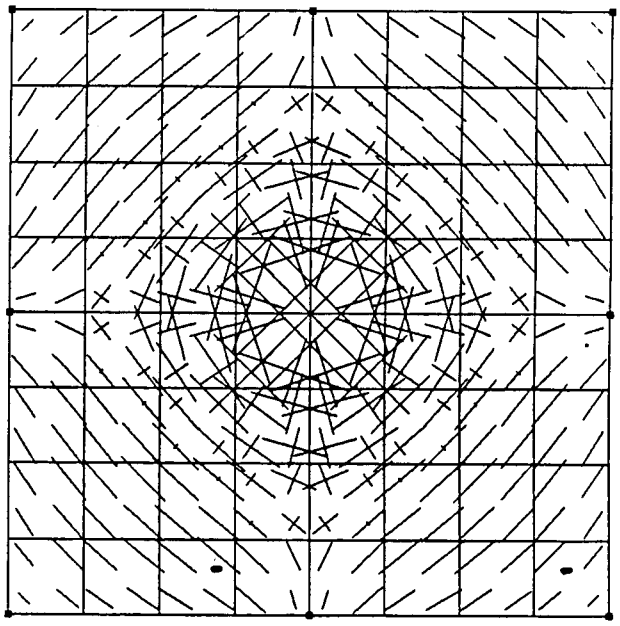


Figura 5.5 - Distribuição dos momentos flectores principais positivos da laje LB (M.E.F.).

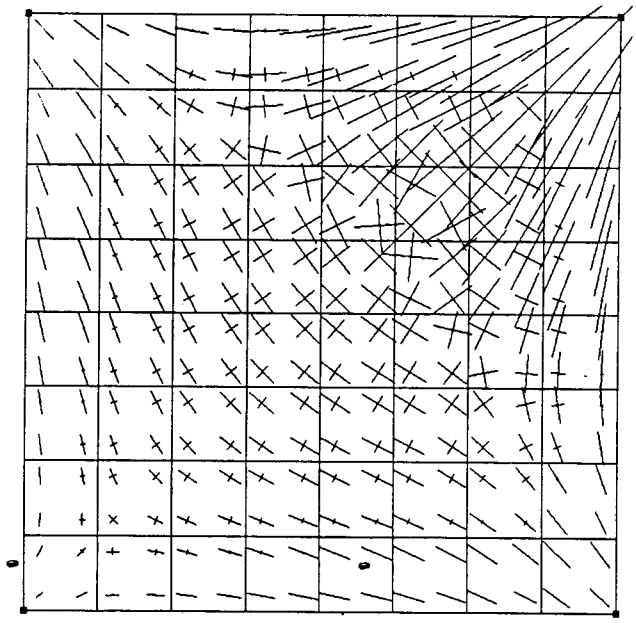


Figura 5.6 - Distribuição dos momentos flectores principais positivos da laje LC (M.E.F.).

5.2.2.2 - Dimensionamento segundo a teoria das linhas de rotura

A aplicação do método das linhas de rotura consistiu na determinação do valor do momento constante ao longo das charneiras plásticas através da igualdade entre a energia dissipada por flexão ao longo daquelas e o trabalho externo produzido pela solicitação no deslocamento virtual da laje - movimento vertical do ponto de aplicação da carga - do mecanismo considerado. De entre todas as configurações das linhas de rotura possíveis, a correcta será a que conduz ao valor mínimo do momento de plastificação ao longo das linhas de rotura.

Laje LB, apoiada em oito pontos do contorno, com carga concentrada no centro.

O seu funcionamento é idêntico ao de uma laje apoiada em todo o contorno, na qual o traçado das linhas de rotura é muito característico. Os eixos de rotação coincidem com os bordos apoiados da laje e as charneiras plásticas, passando pelo ponto de aplicação de carga e pela intercessão desses eixos, vão coincidir com as diagonais (Figura 5.7). O valor do

momento, m, ao longo delas é obtido pela equação do trabalho virtual em relação a uma zona de laje limitada por duas linhas de rotura (F - carga aplicada no centro da laje):

$$\frac{F}{4}\cdot\delta = m\cdot\sqrt{2}\cdot l\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\delta}{l/2} \tag{5.1}$$

vindo:

$$m = F/8 \tag{5.2}$$

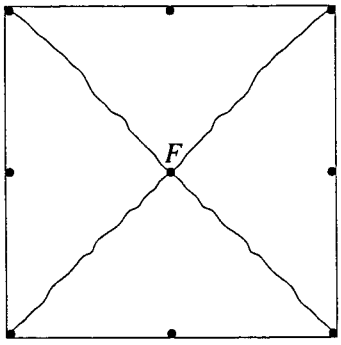


Figura 5.7 - Figura de rotura da laje LB.

Laje LC, apoiada nos quatro cantos com carga concentrada ao quarto da diagonal.

O traçado da figura de rotura foi também obtido por aplicação do teorema dos trabalhos virtuais, procurando-se, por tentativas, a configuração que conduzia ao valor mínimo do momento, m, ao longo das linhas de rotura. O valor mais baixo foi obtido para a configuração da Figura 5.8.

Equação do trabalho virtual (F - carga aplicada no quarto da diagonal):

$$F\cdot\delta = m\cdot(2\cdot b_1\cdot 1/a_1 + b_2\cdot 1/a_2 + b_3\cdot 1/a_3)\cdot\delta \tag{5.3}$$

momento ao longo da linha de rotura:

$$m = F/4 \tag{5.4}$$

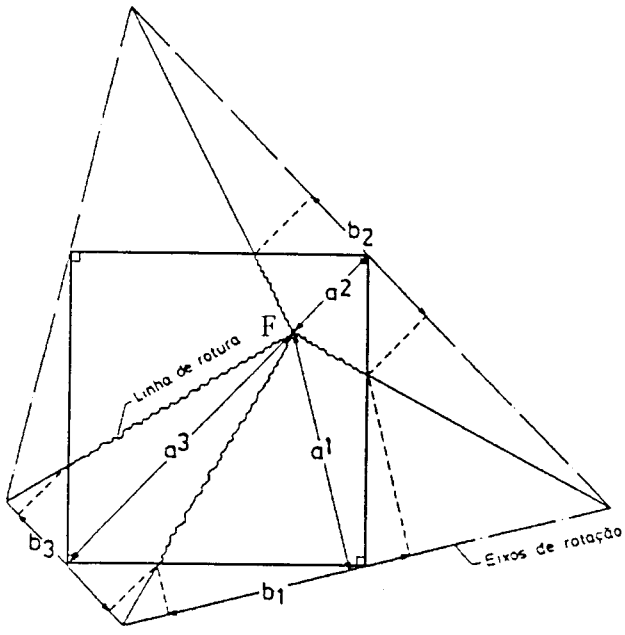


Figura 5.8 - Figura de rotura da laje LC.

5.2.3 - Distribuição das armaduras

De acordo com os dimensionamentos elástico e plástico efectuados foram determinadas as áreas das armaduras correspondentes, para um valor escolhido da carga de rotura. Os varões localizaram-se em duas direcções ortogonais, paralelas aos lados das lajes. O comprimento de amarração das armaduras foi de 10 cm aproximadamente.

5.2.3.1 - Lajes LB

O valor da carga de rotura considerado foi $F_{u,teór} = 48$ kN.

Na laje LB_{elast} as armaduras foram dimensionadas de modo a satisfazerem, em cada ponto, o valor do momento elástico correspondente (Figuras 5.9 e 5.10).

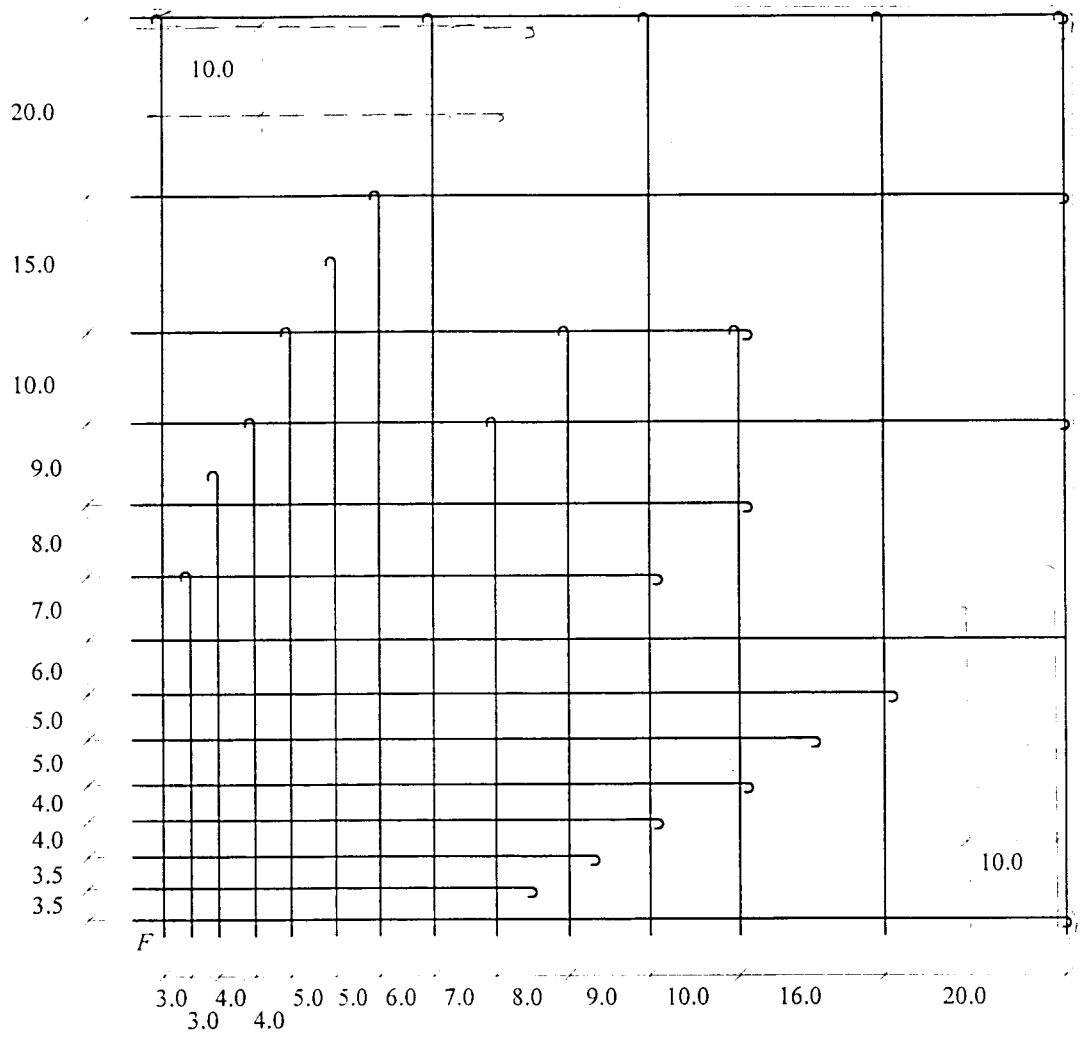


Figura 5.9 - Armadura da laje $LB_{elast.}$ - 1/4 de laje (distâncias em cm).

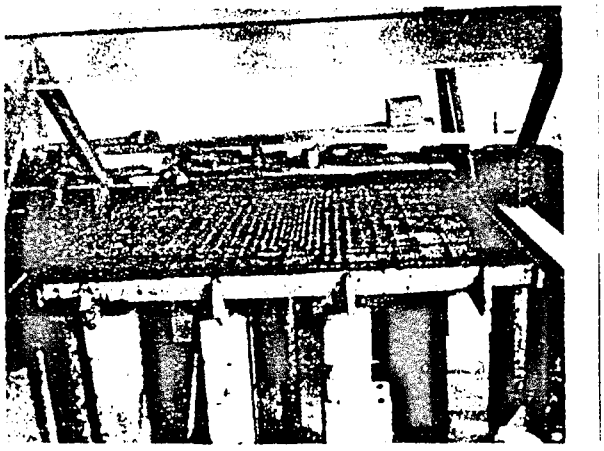


Figura 5.10 - Aspecto da armadura. Laje $LB_{elast.}$

Na laje LB_{plast} as armaduras, dispostas uniformemente no corpo da laje (Figura 5.11), foram dimensionadas para o momento flector de plastificação ao longo das linhas de rotura de valor $m = F/8 = 6$ kNm/m.

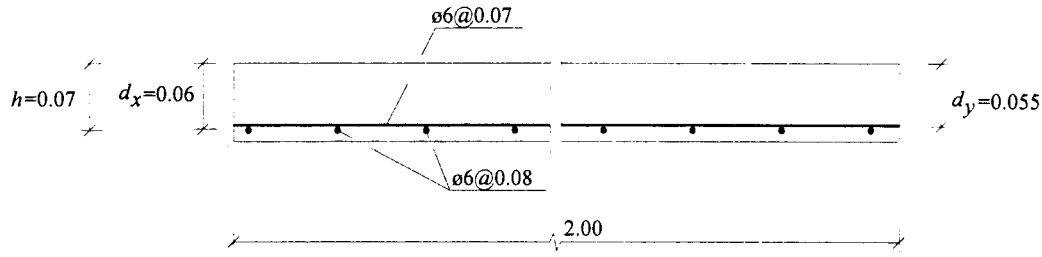


Figura 5.11 - Armadura da laje LB_{plast} (distâncias em metros).

Comparando o comprimento total de aço consumido nas armaduras das duas lajes, verificou-se uma redução de 25% da armadura da laje LB_{elast} em relação à laje LB_{plast}, para a mesma capacidade resistente prevista.

5.2.3.2 - Lajes LC

A carga máxima inicialmente prevista no dimensionamento das duas lajes foi $F_{u,teo}$= 40 kN. No entanto, dado que este valor conduzia a uma grande densidade de armadura no caso da laje com armadura uniforme, LC_{plast}, com consequente dificuldade de colocação, esta foi dimensionada para o valor igual a metade da carga máxima de dimensionamento da laje LC_{elast}:

Laje LC_{plast} $\quad F_{u,teór} = 20$ kN

Laje LC_{elast} $\quad F_{u,teór} = 40$ kN

A distribuição das armaduras das lajes LC_{elast} (de acordo com os momentos elásticos) e LC_{plast} (determinadas pelo método das charneiras plásticas) vai indicada nas Figuras 5.12 e 5.13 respectivamente.

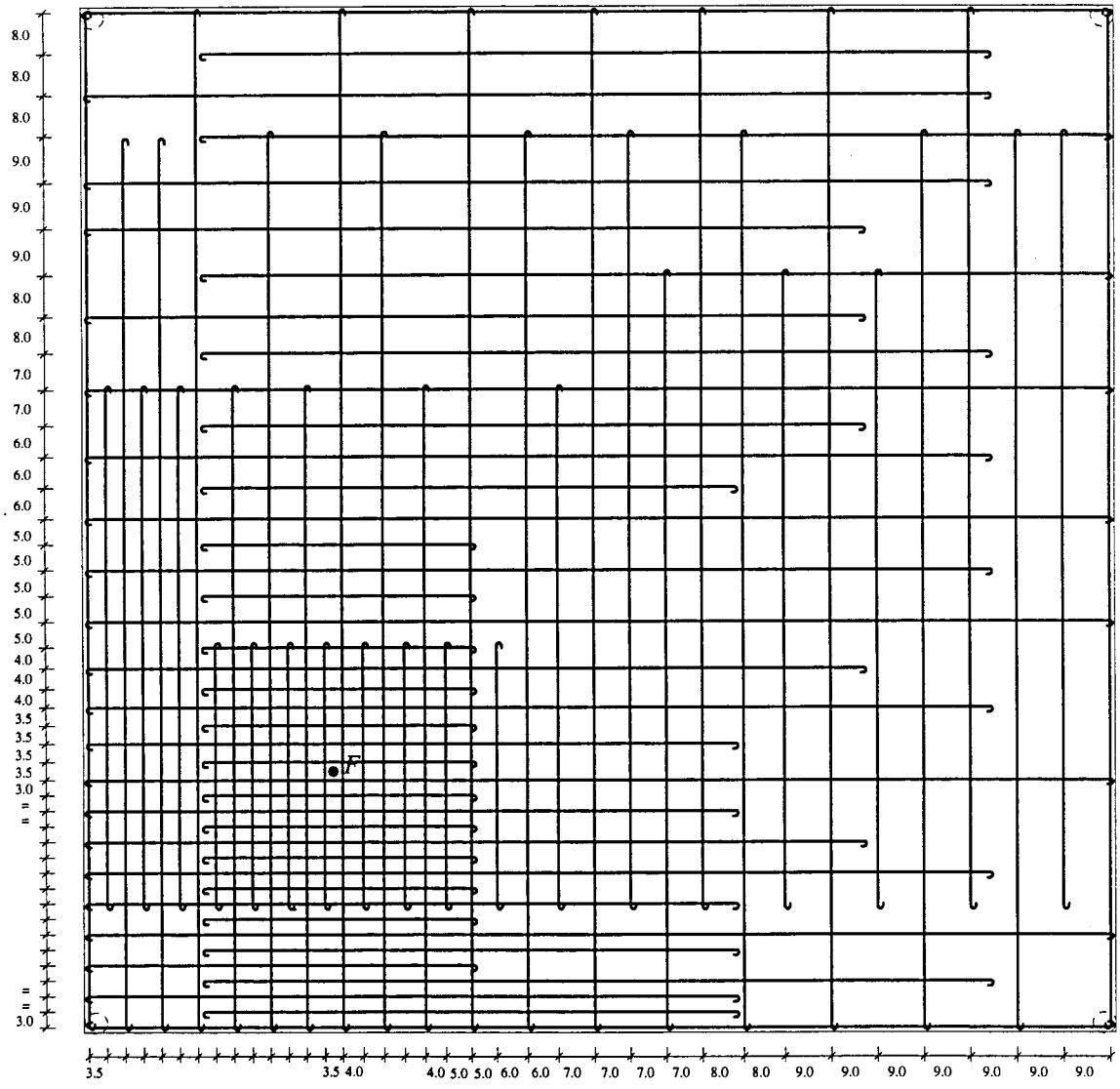


Figura 5.12 - Armadura da laje LC_{elast} (distâncias em cm).

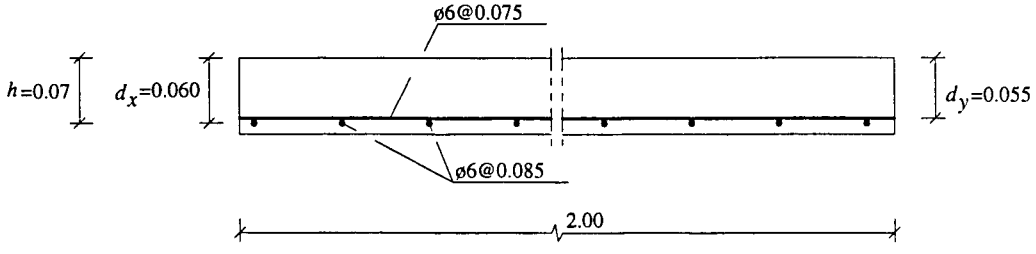


Figura 5.13 - Armadura da laje LC_{plast} (distâncias em metros).

Contabilizando a armadura utilizada em cada uma das lajes LC verificou-se que para cargas de rotura na relação 2:1 as duas lajes consumiram sensivelmente igual peso de armadura total.

5.3 - DESCRIÇÃO DOS ENSAIOS

5.3.1 - Disposições gerais comuns aos ensaios

Os apoios foram constituídos por pilares cilíndricos de aço de 9cm de diâmetro encastrados no solo e ligados às lajes por meio de um gancho metálico inserido no corpo da laje e roscado na extremidade superior dos pilares de apoio.

A solicitação foi realizada por um actuador hidráulico ligado a um anel dinamométrico e transmitida às lajes por intermédio de um cilindro de metal de 12 cm de diâmetro.

Os incrementos de carga variaram entre 2 e 3.5 kN e, para cada nível de solicitação, foram registadas as flechas e as extensões do betão nos aparelhos de medida instalados e observado o aparecimento e evolução das fissuras.

5.3.2 - Instrumentação utilizada

5.3.2.1 - Ensaio das lajes LB

A distribuição dos aparelhos de medida utilizados está indicada nas Figuras 5.14 a 5.16 (*F* indica o ponto de aplicação da carga):

1,2,...8 - deflectómetros mecânicos aplicados na face inferior da laje, para medição das flechas em pontos coincidentes com os nós da malha utilizada na determinação dos deslocamentos elásticos (os deflectómetros nas posições 7 e 8 não foram instalados no ensaio da laje LB_{elast});

A, a *G* - extensómetros mecânicos de 10 cm de abertura aplicados sobre o betão:

A, *B* e *C* - instalados na face superior da laje (Figura 5.16), medem extensões de compressão,

D, *E*, *G* e *H* - montados na face inferior, medem extensões de tracção do betão.

As informações destes transdutores foram recolhidas por leitura directa, para cada incremento de carga (na altura dos ensaios o Laboratório não dispunha ainda de comparadores indutivos de registo automático).

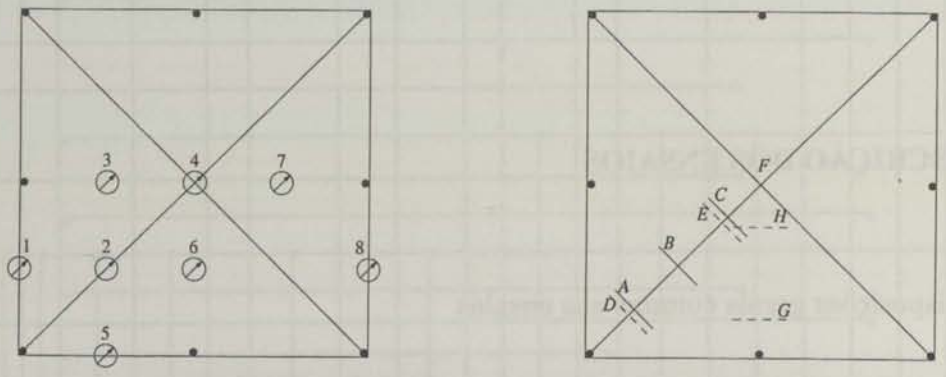


Figura 5.14 - Esquema de montagem da instrumentação nos ensaios das lajes LB.

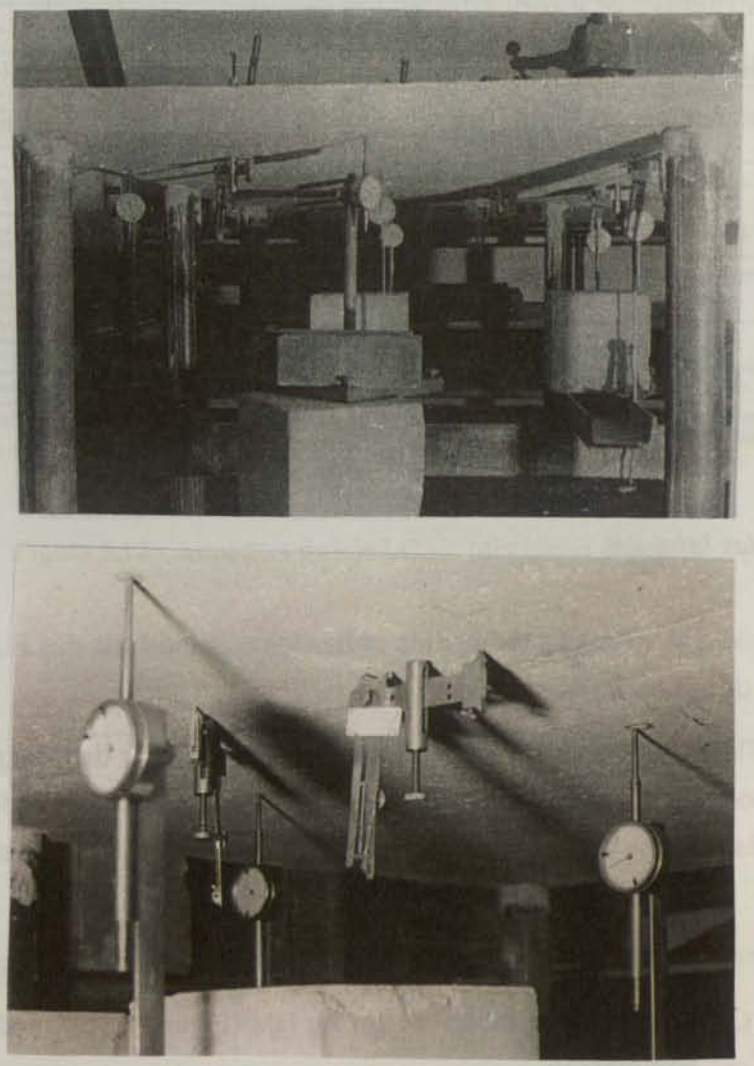


Figura 5.15 - Aspecto da montagem na face inferior das lajes LB.

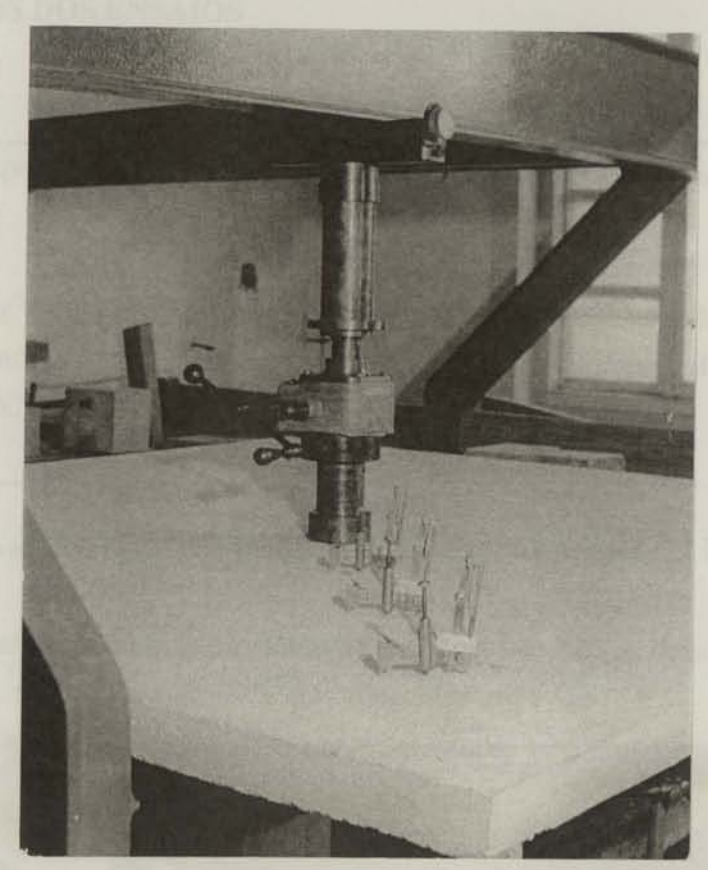


Figura 5.16 - Aspecto da montagem na face superior das lajes LB.

5.3.2.2 - Ensaio das lajes LC

As Figuras 5.17 e 5.18 mostram a localização dos aparelhos de medida utilizados no ensaio (*F* indica o ponto de aplicação da carga):

1,2,..5 - deflectómetros mecânicos aplicados na face inferior da laje, para medição das flechas em pontos coincidentes com os nós da malha utilizada na determinação dos deslocamentos elásticos;

A, B e *C* - extensómetros mecânicos de 10 cm de abertura aplicados sobre o betão:

A e *B* - instalados na face superior da laje, para a medição das extensões de compressão,

C - montado na face inferior, para a medição das extensões de tracção.

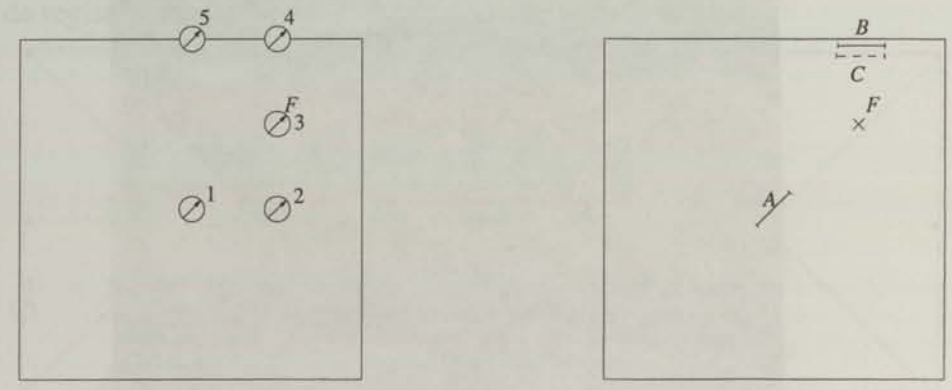


Figura 5.17 - Esquema de montagem da instrumentação nos ensaios das lajes LC.

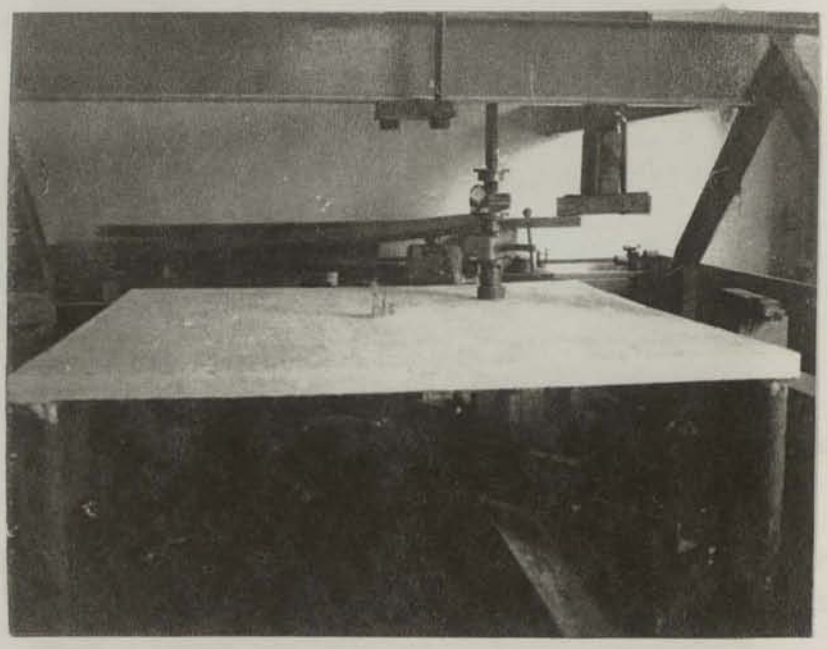


Figura 5.18 - Aspecto do ensaio das lajes LC.

5.4 - RESULTADOS DOS ENSAIOS

5.4.1 - Lajes LB, apoiadas em oito pontos do contorno e solicitadas por uma carga no centro

As duas lajes LB_{elast} e LB_{plast} tiveram comportamentos semelhantes durante o carregamento atingindo a rotura sob cargas idênticas e muito próximas da carga de rotura prevista ($F_{u,teór} = 48$ kN),

$$F_{u,exp}\,(LB_{elast}) = 46 \text{ kN}$$

$$F_{u,exp}\,(LB_{plast}) = 48 \text{ kN}$$

Note-se que embora a área de armadura utilizada na laje LB_{elast}, dimensionada para os momentos elásticos, fosse cerca de 70% da consumida pela laje LB_{plast} o valor da carga máxima atingida foi praticamente igual nos dois casos.

A fendilhação desenvolveu-se, nas duas lajes, segundo as direcções predominantes das diagonais (direcções teoricamente previstas pelo método das linhas de rotura), embora de maneira menos nítida na laje dimensionada por cálculo elástico onde se observaram fendas com muitas ramificações em todas as direcções (Figura 5.19).

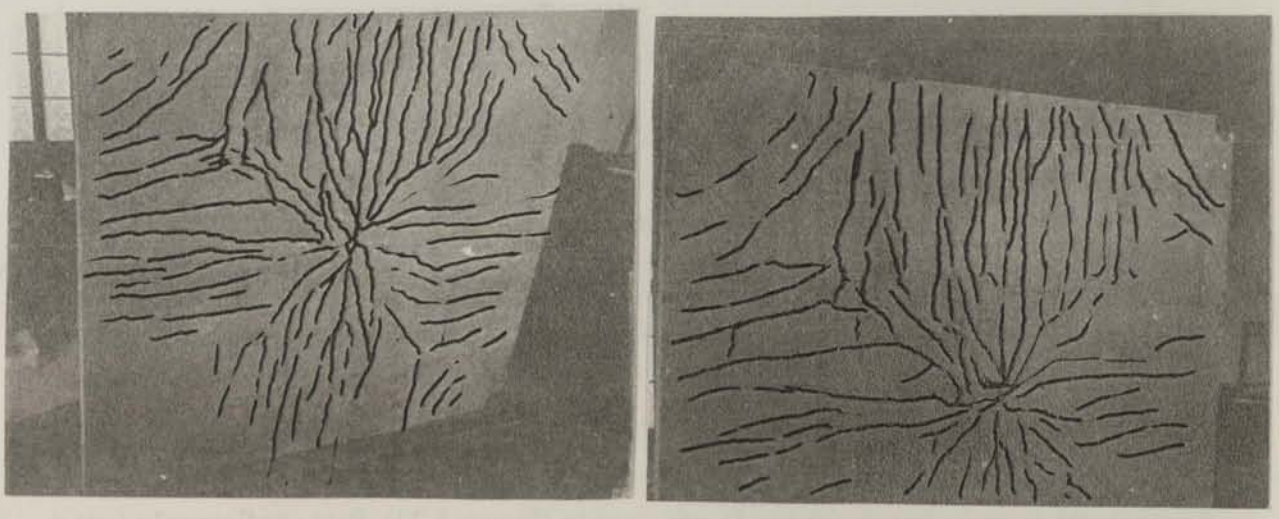


Figura 5.19 - Fissuração na face inferior. Laje LB_{elast}.

A fendilhação iniciou-se mais cedo na laje LB_{plast}, com armadura uniforme de acordo com a teoria plástica. As primeiras fissuras surgiram na parte central das lajes sob o ponto de aplicação da carga, para o valor da solicitação:

$$LB_{elast} \quad F_{fiss} = 17.5 \text{ kN} = 0.38\, F_u$$

$$LB_{plast} \quad F_{fiss} = 14.3 \text{ kN} = 0.30\, F_u$$

Comparando os padrões de fendilhação nas duas lajes, para o mesmo valor da solicitação, verificou-se, na laje LB_{elast}, uma maior dispersão de fendas, de menor abertura, indicando um melhor comportamento em fase de serviço em relação à laje LB_{plast}.

Na Figura 5.20 indicam-se os deslocamentos dos pontos instrumentados das lajes observados ao longo do ensaio (4 - ponto de aplicação da carga).

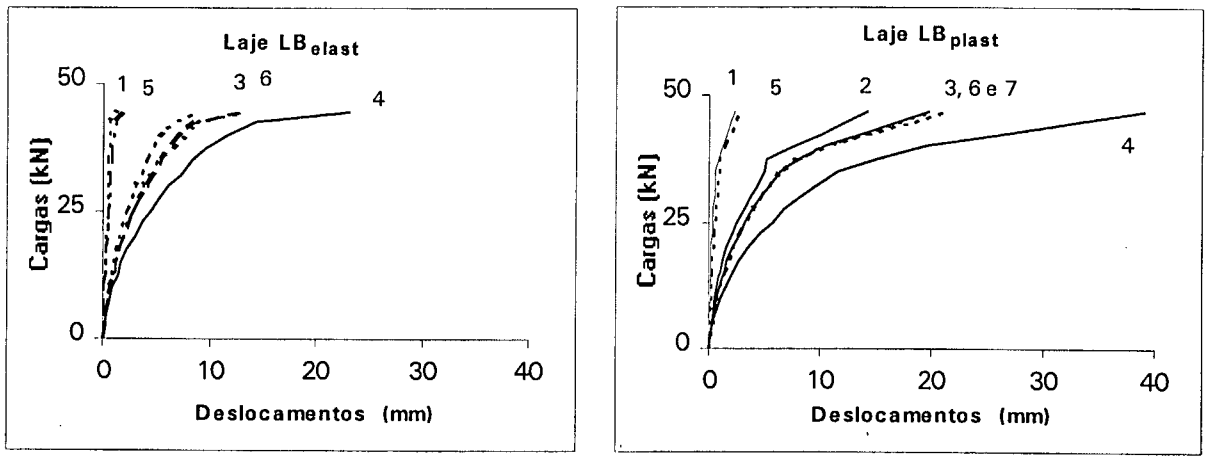


Figura 5.20 - Deslocamentos dos pontos instrumentados das lajes a) LB_{elast} b) LB_{plast}.

Na face superior verificou-se, para $F = 27.5$ kN, a formação de fendas junto aos pilares intermédios (Figura 5.21), devido a momentos negativos aí existentes para os quais não tinha sido prevista qualquer armadura, que evoluiram na fase de rotura segundo direcções paralelas às diagonais até se encontrarem formando um losango (Figura 5.22). Esta configuração leva a crer que, próximo da rotura, a parte central da laje, interior ao losango definido pelas fendas, associa um comportamento característico de membrana apoiada em bandas diagonais incorporadas na espessura da laje.

Essas bandas funcionam como vigas invisíveis ligando os apoios a meio dos lados que, se contivessem uma armadura dimensionada para suportar os momentos negativos (embora de de valor reduzido) e as reacções introduzidas pela zona de laje por elas limitada, iriam necessariamente aliviar os momentos a meio vão e reduzir a deformação da laje.

Este comportamente repetiu-se nas duas lajes.



Figura 5.21 - Fenda junto ao pilar.

Na laje LB_{plast} foi observado, na rotura, o destacamento de uma larga zona situada sob o ponto de aplicação da carga. Embora lembrando um fenómeno de punçoamento, a grande dimensão transversal do volume destacado faz excluir esse mecanismo.

Na laje LB_{elast} (Figura 5.23) não se verificou o arrancamento de qualquer bloco inferior, possivelmente pela concentração de armadura nesse local, como havia sido indicado pelo cálculo elástico.

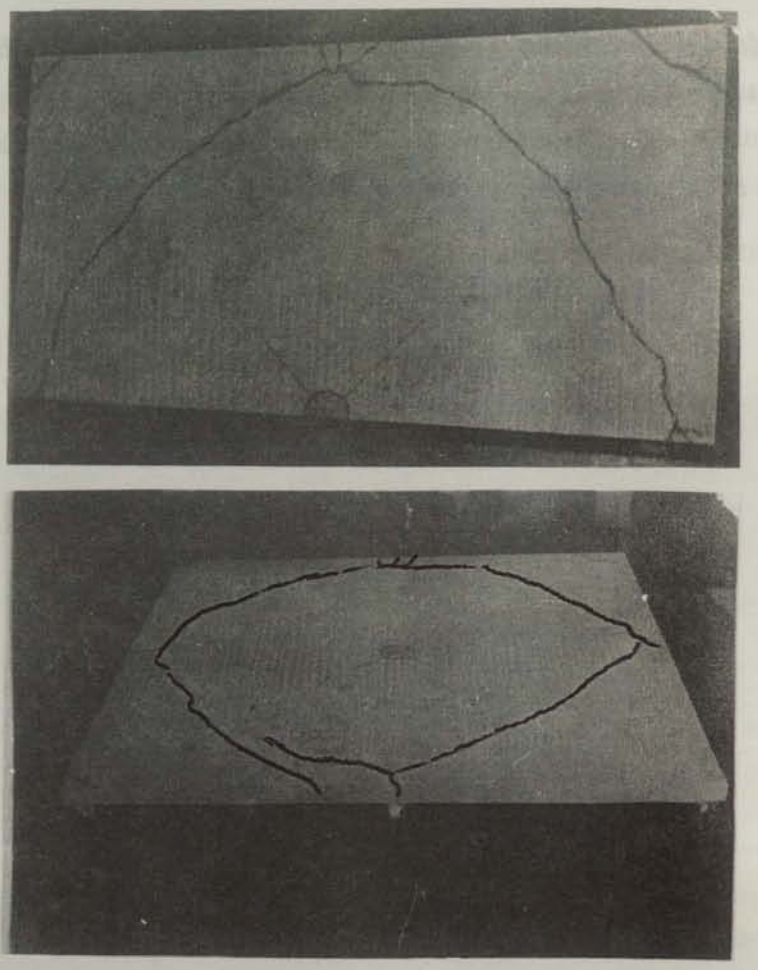


Figura 5.22 - Fissuração na face superior. Laje $LB_{plast.}$

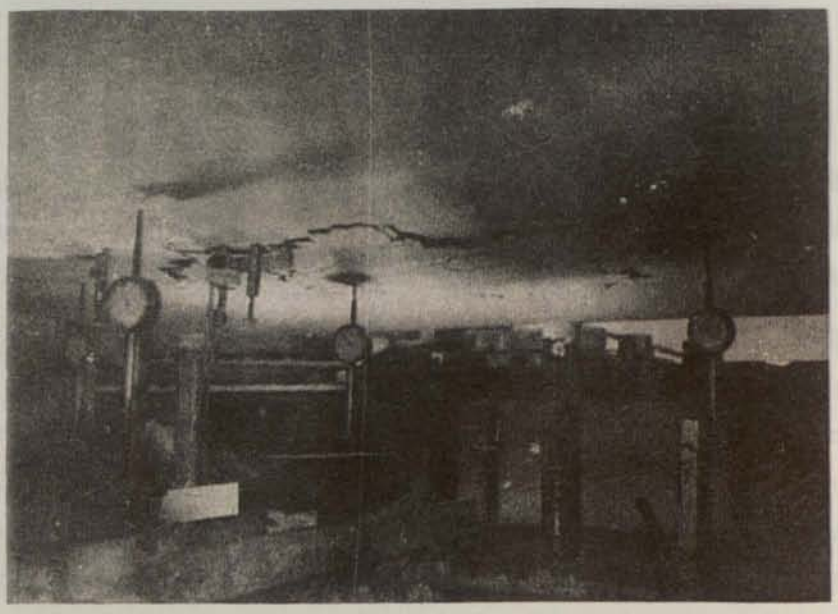
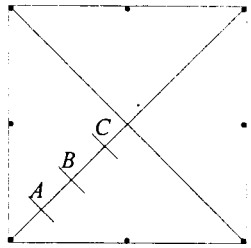


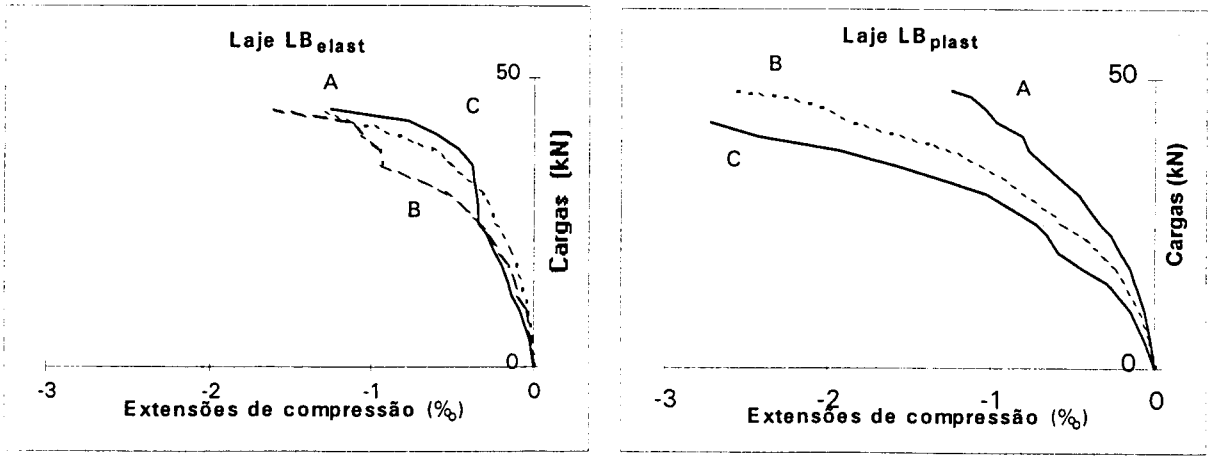
Figura 5.23 - Aspecto da face inferior da laje $LB_{elast.}$

Na Figura 5.24 indicam-se os valores das extensões de compressão na face superior das lajes, em três pontos (*A, B* e *C*) situados sobre uma diagonal (localização de uma linha de rotura) a distâncias respectivamente crescentes em relação a um apoio.

Os valores das extensões são comparativamente superiores na laje LB_{plast} (na qual as fissuras se localizaram preferencialmente sobre as diagonais) onde também se verifica, próximo da rotura, o crescimento da extensão medida na secção *B*, traduzindo o desenvolvimento da charneira plástica atravessando as secções *C* e *B*, a caminho do apoio. Na laje LB_{elast}, com fendas mais distribuidas em todo o domínio, as extensões de compressão nas três secções assumem valores mais reduzidos em rotura.



a)

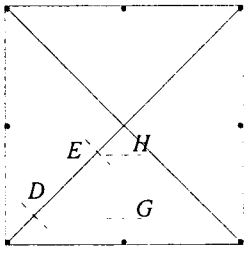


b)

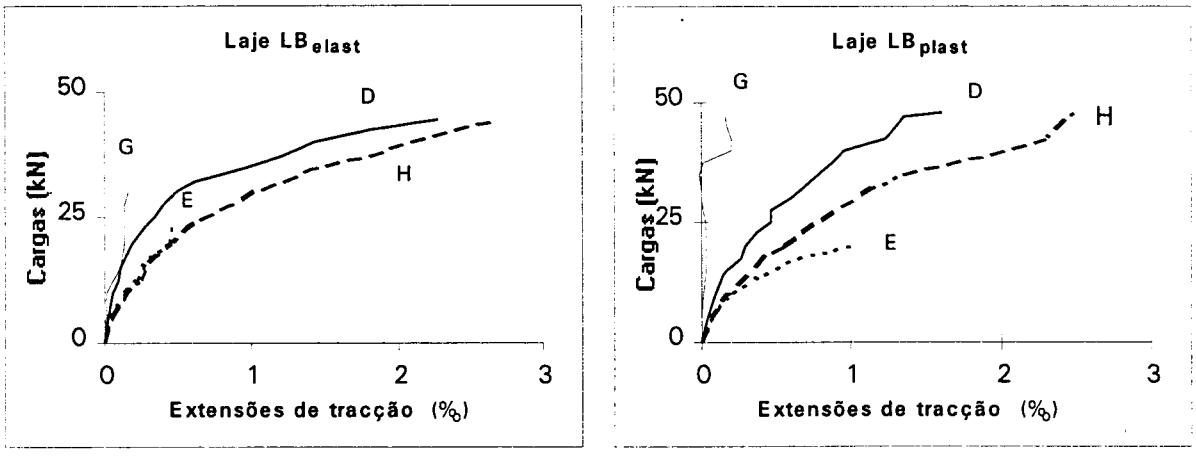
Figura 5.24 - a) Localização dos extensómetros; b) extensões de compressão (‰) do betão na face superior das lajes LB.

Na Figura 5.25 indicam-se os valores das extensões de tracção em quatro pontos da face inferior, *D* e *E* sobre a mesma diagonal e *G* e *H* sobre uma mediana. Os valores medidos são

muito semelhantes nas duas lajes (o extensómetro colocado na posição *E*, sobre a linha de rotura e mais próximo do ponto de aplicação da carga, onde seria de esperar obter os valores mais elevados das extensões, deslocou-se, nos dois ensaios, pela abertura de uma fenda naquela secção inviabilizando as leituras posteriores).



a)



b)

Figura 5.25 - a) Localização dos extensómetros; b) extensões de tracção (‰) do betão na face inferior das lajes LB.

Na Figura 5.26 indicam-se os deslocamentos das secções *3* e *4*, situadas num mesmo painel definido pelas linhas de rotura, nas duas lajes ensaiadas, para vários níveis de carga aplicada.

A relação de 1/2 entre os deslocamentos daquelas secções, de acordo com as correspondentes distâncias ao eixo de rotação do painel correspondente (coincidente com o lado da laje), é aproximadamente verificada na laje LB_{plast}, confirmando a formação do

mecanismo indicado pela teoria das linhas de rotura. Na laje LB_{elast}, aquela proporcionalidade não verifica em fase de rotura.

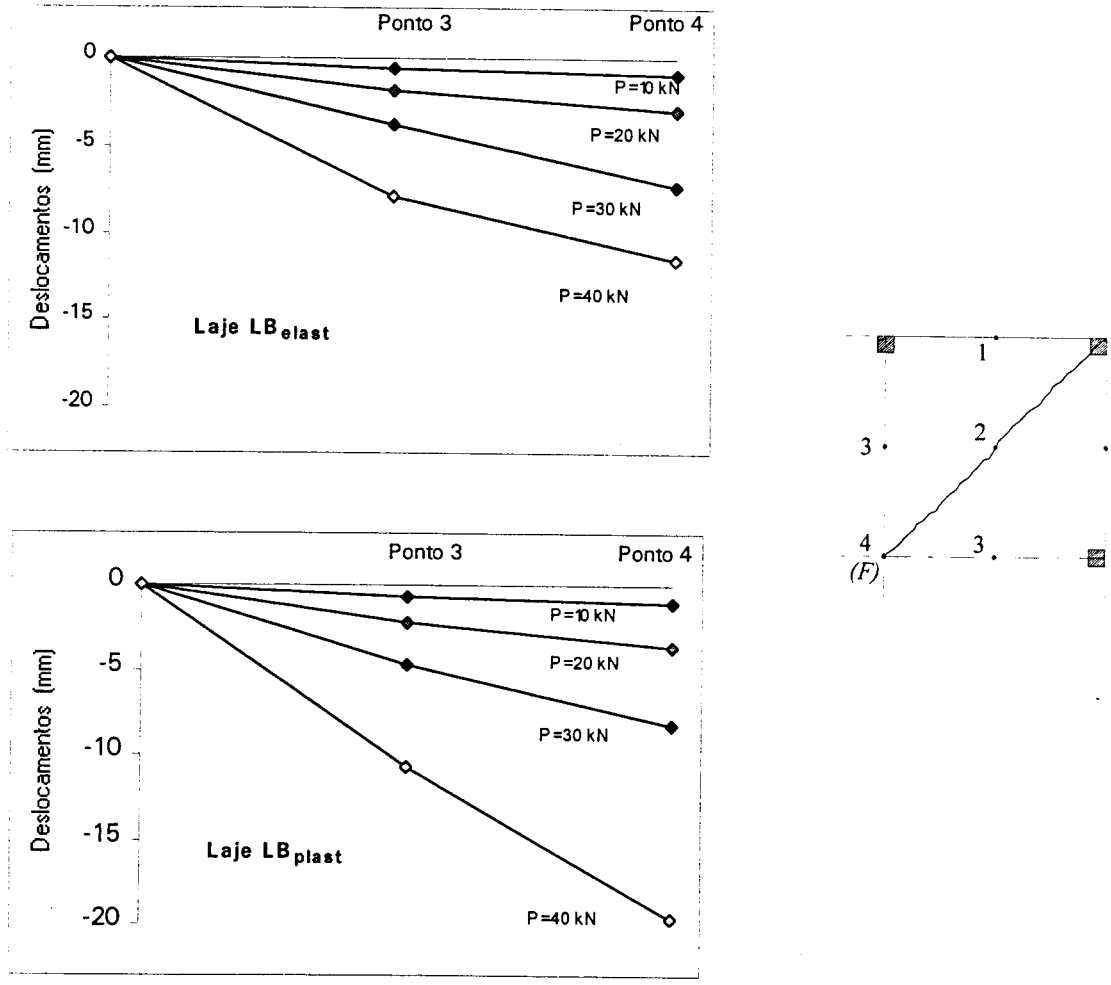


Figura 5.26 - Deslocamentos do painel. Lajes LB.

5.4.1.1 - Comparação dos deslocamentos medidos na experimentação com os valores correspondentes obtidos pela análise elástica (M.E.F.)

A Figura 5.27 representa os diagramas cargas-flechas sobre o ponto de aplicação da carga obtidos nos ensaios das duas lajes LB, bem como as correspondentes flechas teóricas determinadas por aplicação do método dos elementos finitos para o valor do módulo de

elasticidade do betão E_c= 24.5 GPa de acordo com as características mecânicas médias do betão determinadas na experimentação.

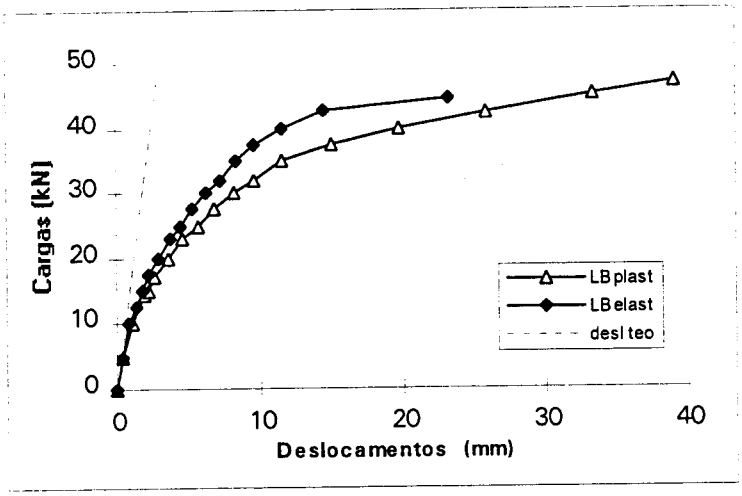


Figura 5.27 - Comparação dos deslocamentos teóricos com os observados na experimentação das duas lajes.

Pode verificar-se, no caso da laje com armaduras em conformidade com os momentos elásticos, LB_{elast}, uma maior rigidez à deformação, que se traduz por valores de flechas comparativamente menores do que na laje LB_{plast} (da ordem de 19% em fase elástica e próxima de 40% em fase de rotura. Os valores teóricos das flechas aproximam-se dos valores experimentais apenas na fase inicial do carregamento, como era de esperar.

No Quadro 5.2 indicam-se os valores dos deslocamentos dos pontos instrumentados medidos nos ensaios das lajes LB para dois níveis de carga aplicados: F=10 kN e F= 40 kN, cerca de 22% e 85% da carga última atingida, respectivamente, bem como os correspondentes deslocamentos obtidos pela análise elástica efectuada, que utilizou para as características mecânicas dos materiais constituintes da laje os correspondentes valores médias obtidos nos ensaios de caracterização.

Comparando os deslocamentos experimentais com os respectivos valores fornecidos pela análise elástica, para os dois níveis de solicitação analisados - o primeiro correspondendo aproximadamente à carga em regime elástico, não fendilhado, e o segundo próximo do colapso - verifica-se, nas duas lajes, mesmo na primeira fase do carregamento, um aumento sensível dos deslocamentos experimentais em relação aos valores teóricos.

Quadro 5.2 - Comparação dos deslocamentos teóricos e experimentais das lajes LB.

a) Laje $LB_{elást}$

		Pontos medidos			
		1	2	3, 6 e 7	4 (*)
F= 10 kN =22%$F_{u,exp}$	δ_{exp}	0.09	0.47	0.59	0.9
"	$\delta_{teór}$	0.06	0.31	0.43	0.66
"	$\delta_{exp} / \delta_{teór}$	**1.5**	**1.5**	**1.4**	**1.4**
F= 40 kN =87%$F_{u,exp}$	δ_{exp}	0.86	5.48	7.55	11.51
"	$\delta_{teór}$	0.22	1.23	1.72	2.71
"	$\delta_{exp} / \delta_{teór}$	**4.0**	**4.4**	**4.4**	**4.3**

b) Laje $LB_{plást}$

		Pontos medidos			
		1	2	3, 6 e 7	4 (*)
F= 10 kN =22%$F_{u,exp}$	δ_{exp}	0.10	0.52	0.72	1.08
"	$\delta_{teór}$	0.05	0.31	0.42	0.67
"	$\delta_{exp} / \delta_{teór}$	**1.9**	**1.7**	**1.7**	**1.6**
F= 42 kN =88%$F_{u,exp}$	δ_{exp}	1.70	9.96	13.33	25.78
"	$\delta_{teór}$	0.23	1.28	1.78	2.81
"	$\delta_{exp} / \delta_{teór}$	**7.5**	**7.8**	**7.5**	**9.2**

(*) ponto de aplicação da carga

No entanto, os valores da relação $\delta_{exp}/\delta_{teór}$ em todos os pontos instrumentados são mais ou menos constantes nas duas lajes, na primeira fase do carregamento.

Em fase de rotura, na laje $LB_{elást}$, com armaduras dimensionadas para os momentos elásticos, os deslocamentos reais são sensivelmente proporcionais aos valores teóricos (a relação $\delta_{exp}/\delta_{teór}$ é aproximadamente constante em todos os pontos medidos excepto o ponto 1 onde os deslocamentos são muito reduzidos). O mesmo não se verifica em relação à segunda laje, $LB_{plást}$, que apresenta um desvio significativo no ponto de aplicação da carga (ponto 4).

5.4.2 - Lajes LC, apoiadas nos quatro cantos e solicitadas por uma carga concentrada ao quarto da diagonal

As duas lajes atingiram a rotura por flexão sob as cargas máximas de:

LC_{elast} $F_{u,exp} = 34$ kN

LC_{plast} $F_{u,exp} = 22$ kN

iguais respectivamente a 0.85 e 1.10 dos valores teoricamente esperados ($F_{u,teo}$= 40 kN para a laje LC_{elast} e $F_{u,teo}$= 20 kN para a laje LC_{plast}). A redução da capacidade última da laje LC_{elast} em relação ao valor teórico deve-se provavelmente ao escorregamento das armaduras nas secções mais esforçadas, por insuficiente comprimento de amarração.

Note-se que, apesar de ter sido consumido o mesmo peso de armadura na realização das duas lajes, LC_{plast} e LC_{elast}, a carga de rotura atingida pela laje dimensionada para os momentos elásticos (LC_{elast}) foi cerca de 1,5 vezes superior à suportada pela laje (LC_{plast}) com armadura uniforme.

O comportamento das lajes à deformação é comparado através dos diagramas de variação da relação carga experimental /carga última teórica com as flechas sob o ponto de aplicação da carga, nas duas lajes LC, que se representam Figura 5.28. Realça-se que a carga teórica da laje LC_{plast} era metade da da laje LC_{elast}.

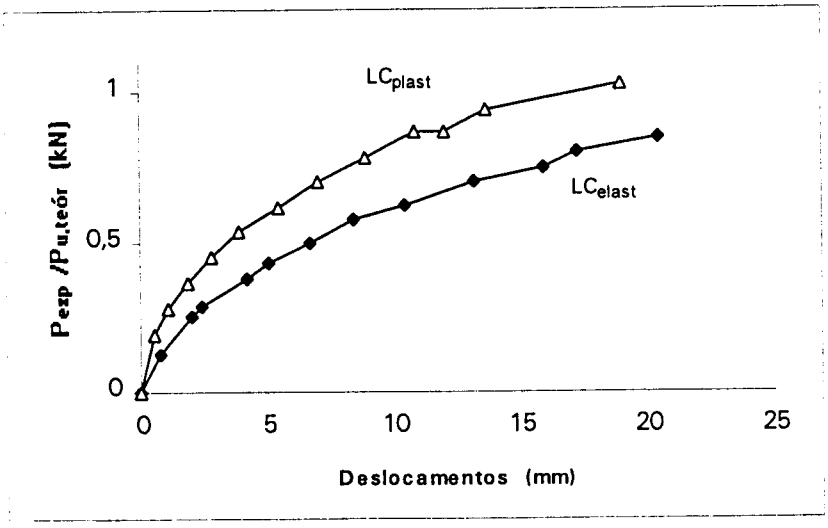


Figura 5.28 - Variação da relação carga experimental /carga última teoricamente esperada com as flechas sob o ponto de aplicação da carga das lajes LC.

Os deslocamentos nas secções instrumentadas das lajes LC durante o carregamento estão indicados na Figura 5.29.

O ponto 3 corresponde ao ponto de aplicação da carga.

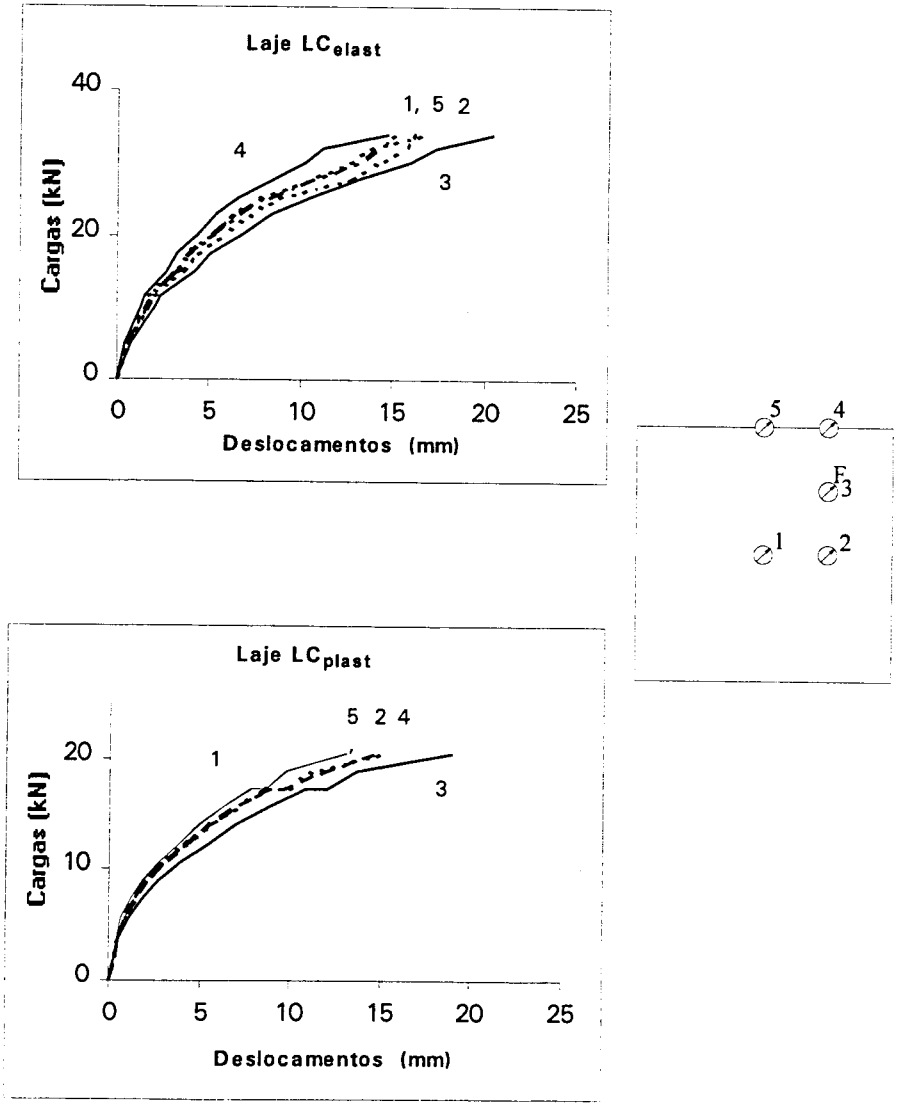


Figura 5.29 - Deslocamentos dos pontos instrumentados das lajes a) LC_{elast} b) LC_{plast}.

A fendilhação manifestou-se de maneira semelhante nas duas lajes, embora, analogamente ao que se verificou na primeira série (lajes LB), se iniciasse mais tarde na laje LC_{elast}:

$$LC_{elast} \quad F_{fiss} = 17{,}4 \text{ kN} = 0.51\ F_u$$

$$LC_{plast} \quad F_{fiss} = 9.0 \text{ kN} = 0.41\ F_u$$

As fendas seguiram as trajectórias teoricamente previstas, com maior nitidez na laje LC_{plast} (com armadura uniforme) em que se formaram duas fendas principais segundo a direcção das duas linhas de rotura mais curtas e se esboçaram fendas segundo as direcções das outras duas, sem ramificações.

Na laje LC_{elast} as fendas orientaram-se predominantemente segundo as quatro direcções da figura de rotura, com muitas ramificações espalhadas por toda a laje.

Foi observada nas duas lajes a rotura dos cantos, que pode ser explicada pela existência de ganchos ligando os topos dos pilares ao corpo da laje originando momentos negativos para os quais não tinha sido prevista qualquer armadura.

Na Figura 5.30 representam-se as extensões no betão nas laje LC. As curvas *A* e *B* representam a variação das extensões de compressão (face superior da laje) no ponto central e no bordo próximo do ponto de aplicação da carga, respectivamente. A curva *C* representa a extensão de tracção na face inferior, na posição oposta a *B*.

Para o mesmo nível de solicitação, as extensões observadas na laje LC_{plast}, com armadura uniforme, são superiores às correspondentes da laje LC_{elast}.

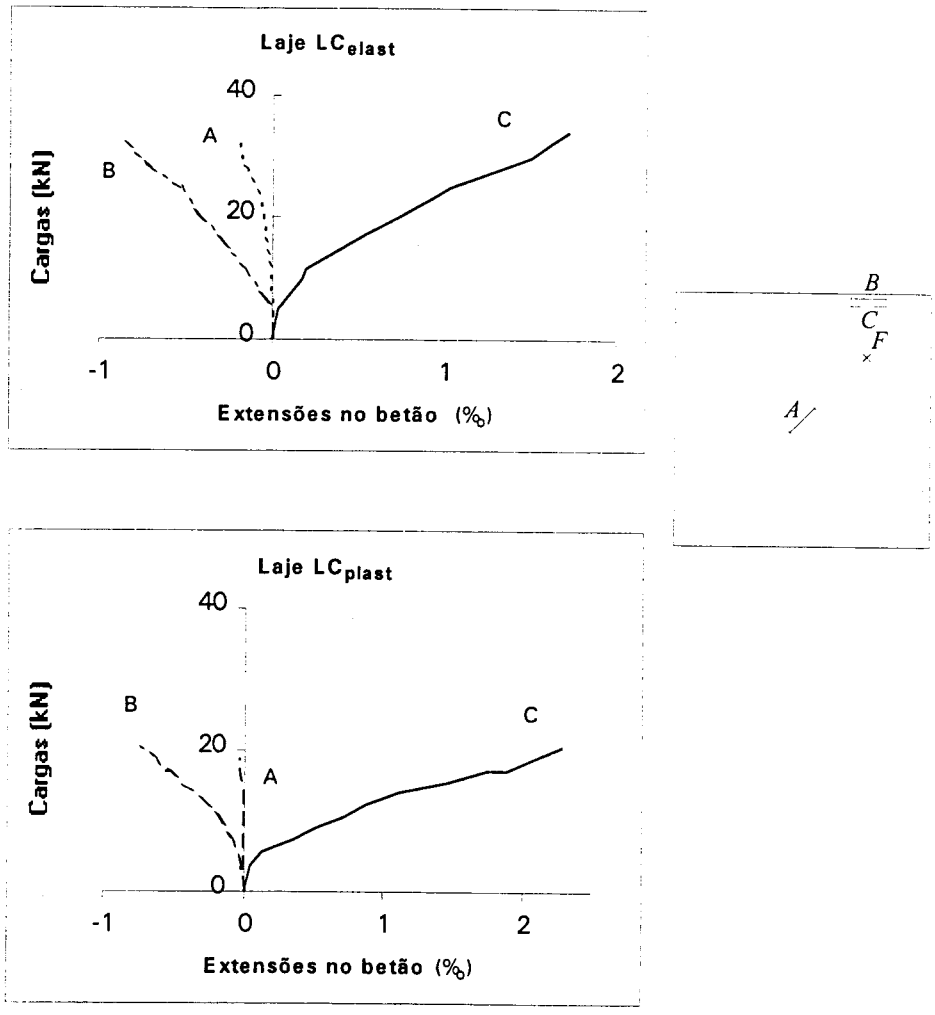


Figura 5.30 - Extensões no betão. Ensaio das lajes LC.

5.4.2.1 - Comparação dos deslocamentos medidos na experimentação com os correspondentes valores obtidos pela análise elástica (M.E.F.)

A Figura 5.31 representa as curvas cargas-flechas experimentais no ponto de aplicação da carga das duas lajes LC observando-se, para a mesma carga, uma redução considerável das flechas na laje dimensionada para os momentos elásticos. Indicam-se também os valores teóricos das flechas (método dos elementos finitos) verificando-se, como no caso das lajes LB, uma concordância aproximada para valores de carga inferiores à carga de fendilhação visível.

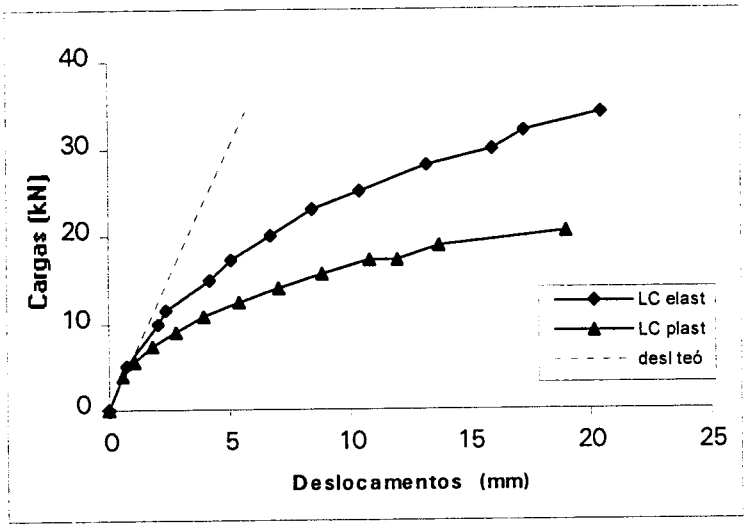


Figura 5.31 - Diagramas experimentais cargas-flechas do ponto de aplicação da carga das lajes LC.

No Quadro 5.3 indicam-se os valores dos deslocamentos dos pontos instrumentados medidos nos ensaios das lajes LC para dois níveis de carga aplicados, o primeiro correspondendo aproximadamente à carga em regime elástico, não fendilhado, e o segundo próximo do colapso: para a laje $LC_{elást}$, F=10kN e F=30 kN, cerca de 29% e 88% da carga última, respectivamente; para a laje $LC_{plást}$, F=7.3 kN e F=18.8 kN, cerca de 33% e 85% da carga máxima, respectivamente, bem como os correspondentes deslocamentos obtidos pela análise elástica (desl teo.) efectuada.

Quadro 5.3 - Comparação dos deslocamentos teóricos e experimentais das lajes LC

a) Laje $LC_{elást}$

		Pontos medidos				
		1	2	3 (*)	4	5
F = 10 kN =29%F_u	δ_{exp}	1.63	1.76	2.04	1.28	1.51
"	$\delta_{teór}$	1.14	1.22	1.28	0.88	1.06
"	$\delta_{exp} / \delta_{teór}$	**1.4**	**1.4**	**1.6**	**1.4**	**1.4**
F = 30 kN =88%F_u	δ_{exp}	13.21	14.45	15.93	10.25	12.72
"	$\delta_{teór}$	3.42	3.66	3.84	2.65	3.18
"	$\delta_{exp} / \delta_{teór}$	**3.9**	**4.0**	**4.1**	**3.9**	**4.0**

b) Laje $LC_{plást}$

		Pontos medidos				
		1	2	3 (*)	4	5
F =7.3kN =33%F_u	δ_{exp}	1.4	1.52	1.85	1.44	1.26
"	$\delta_{teór}$	0.90	0.95	1.01	0.69	0.82
"	$\delta_{exp} / \delta_{teór}$	**1.6**	**1.6**	**1.8**	**2.1**	**1.5**
F =18.8kN=85%F_u	δ_{exp}	9.78	11.92	13.70	11.28	9.82
"	$\delta_{teór}$	2.32	2.45	2.60	1.78	2.12
"	$\delta_{exp} / \delta_{teór}$	**4.2**	**4.9**	**5.3**	**6.3**	**4.6**

(*) ponto de aplicação da carga

Analogamente ao que se verificou em relação às lajes LB, verifica-se, na laje dimensionada segundo os momentos elásticos, $LC_{elást}$, uma proporcionalidade aproximadamente constante entre os dois valores (δ_{exp} e $\delta_{teór}$) em todos os pontos instrumentados, nas duas fases do carregamento, indicando que as redistribuições foram muito reduzidas até à rotura.

Na laje com armaduras calculadas de acordo com o método das linhas de rotura, $LC_{plást}$, a relação $\delta_{exp}/\delta_{teór}$ apresenta valores bastantes superiores aos correspondentes da laje $LC_{elást}$ e aquela proporcionalidade não é verificada, quer na fase de serviço quer na fase de rotura, o que significa que as deformações se concentraram em certas zonas.

Os deslocamentos experimentais são, também neste caso, sempre superiores aos teoricamente previstos, mesmo em fase elástica, o que poderá ser atribuido à quantificação aproximada das características dos materiais ou ainda a assentamentos não contabilizados dos apoios.

5.5 - CONCLUSÕES

No estudo experimental realizado pretendeu-se observar o comportamento comparado de modelos de lajes com armaduras dimensionadas por duas vias diferentes, quantificadas através de um cálculo elástico ou segundo a teoria das linhas de rotura, no que diz respeito ao seu funcionamento em serviço e à capacidade resistente última atingida.

No dimensionamento segundo o método das linhas de rotura foram excluidos, propositadamente, esquemas possíveis mais complexos como o de fazer variar as armaduras ao longo das charneiras plásticas, o que levaria a um tratamento que retiraria todo o interesse prático a este método. Efectivamente ele comporta como exigência basilar uma resistência uniforme ao longo de determinada linha de rotura, de modo a, pelo menos em teoria, ser possível a formação de qualquer linha de rotura positiva ou negativa em todos o domínio.

Só por conhecimento prévio do comportamento previsto para a estrutura é que são dispensáveis as armaduras em todo o campo destinadas aos momentos negativos, embora potencialmente elas devam estar sempre presentes, correspondendo à hipótese essencial da composição da laje, homogénea e isótropa.

Procurou-se o confronto entre estas duas situações na expectativa de resultados mais fidedignos com as armaduras de tratamento elástico, exigindo menores redistribuições e, nos casos analisados, maior economia em termos de consumo de armaduras, embora de execução mais laboriosa.

Também o comportamento em serviço, para o qual o cálculo plástico não fornece implicitamente qualquer indicação quanto às previsões das deformações e da grandeza das fendas, encontra-se controlado no cálculo elástico pela própria essência do método.

Foram analisados dois modelos de laje, laje LB - apoiada em oito pontos do contorno e solicitada por uma carga concentrada no centro - e laje LC - com apoios localizados nos quatros cantos e solicitação constituída por uma carga concentrada ao quarto da diagonal.

Para cada um dos modelos foram ensaiadas duas lajes, uma com armaduras estritamente localizadas segundo os momentos elásticos, LB_{elast} e LC_{elast}, e a outra com armaduras uniformemente distribuidas, de acordo com o valor do momento de plastificação ao longo das linhas de rotura, LB_{plast} e LC_{plast}.

No Quadro 5.4 resumem-se os resultados obtidos nos ensaios das lajes.

Quadro 5.4 - Resumo dos resultados obtidos nos ensaios.

LAJE	Comprimento total de armadura (m)	Carga de rotura teórica (kN)	Carga de rotura experimental (kN)	Carga fiss / Carga de rotura
LB_{elast}	82	48	46	1/2.6
LB_{plast}	108	48	48	1/3.3
LC_{elast}	106	40	34	1/2
LC_{plast}	102	20	22	1/2.4

Nos dois casos estudados pode concluir-se que as lajes com armaduras dimensionadas estritamente segundo os momentos elásticos, LB_{elast} e $LC_{elast,}$ são mais facilmante controláveis relativamente ao estado limite de fendilhação e de deformação. Com efeito, foi observado o aparecimento mais tardio da fissuração, com menor abertura e maior dispersão das fendas formadas, e uma redução do valor das flechas para o mesmo nível de solicitação.

Também para as mesmas lajes (com dimensionamento elástico) verificou-se uma capacidade em estado limite de rotura que se iguala à das lajes dimensionadas por cálculo plástico, consumindo porém uma quantidade muito inferior da armaduras:

- nas lajes LB a redução da área global de armadura foi cerca de 25% quando se passou do cálculo plástico para o elástico, sem que a capacidade resistente fosse afectada significativamente.

- nas lajes LC o peso total de armadura utilizada foi sensivelmente igual nas duas lajes, verificando-se uma carga de rotura cerca de 1,5 vezes superior na laje com armadura em conformidade com os momentos elásticos.

Parece pois poder concluir-se que a distribuição da armadura perfeitamente ajustada ao diagrama de momentos elásticos, criando em todas as secções uma rigidez afim dos esforços aí instalados, permitiu um crescimento proporcional dos esforços elásticos praticamente até à rotura, com mobilização simultânea das secções críticas e consequente redistribuição mínima dos esforços, assemelhando-se a um comportamento próximo do linear praticamente durante o carregamento.

Note-se, no entanto, que a economia que resulta do menor volume de aço utilizado nas lajes assim dimensionadas é prejudicada pela complexidade da armadura elástica e pela correspondente maior mão de obra exigida para a sua realização. Deve ainda acrescentar-se a necessidade de uma cuidadosa pormenorização da sua localização e a correcta avaliação do comprimento de amarração, de modo a que não se verifique a redução da capacidade resistente da laje por rotura antecipada por escorregamento das armaduras, como certamente aconteceu no ensaio da laje LC_{elast}.

Em relação aos cuidados exigidos na realização deste tipo de lajes há ainda a realçar um outro aspecto relacionado com a mesma capacidade resistente: ao conferir uma capacidade resistente "ajustada" ao momento actuante todas as secções passarão teoricamente a ser críticas, aumentando portanto a probabilidade de rotura e reduzindo consequentemente a

capacidade global da peça. Assim, dado que não existe reserva de resistência, no caso de cedência de uma secção, por defeito da peça ou mal posicionamento das armaduras, não será possível qualquer redistribuição para secções adjacentes, vindo a capacidade última diminuida.

Uma crítica deverá ser feita em relação aos tipos particulares de lajes aqui estudadas, nos quais o campo de momentos elásticos é constituído exclusivamente por momentos do mesmo sinal. Efectivamente, embora nos casos aqui analisados se tivessem verificado momentos negativos junto aos apoios, eles eram de valor reduzido, em virtude da pequena rigidez dos apoios. Assim, a redistribuição realizou-se apenas ao longo das linhas de rotura, todas do mesmo sinal, não se tendo verificado a que seria originada pela formação de mecanismos de rotura consequentes da redistribuição de momentos de sinal diferentes, favorecidos pelo tipo de armadura constante típica do cálculo por via plástica.

Os ensaios comparativos realizados poderiam certamente confrontar uma laje dimensionada por cálculo plástico (linhas de rotura), mas em que as armaduras se fizessem variar de modo a tornar a sua utilização mais rentável. O resultado não poderia provavelmente concluir de maneira diferente. A resistência da laje em que as charneiras plásticas fossem seccionadas por armaduras não uniformes teria, como parece evidente, uma resistência diferente da da laje com constância de armadura e o termo de comparação seria portanto outro. Quando se eliminassem substancialmente as armaduras fora da região confinante com as charneiras poderiam ter lugar outros mecanismos a que corresponderiam outras resistências finais e a pesquisa teria que as fazer intervir.

O que se procurou no estudo analisado foi discutir resistências presumivelmente identificadas, uma pelo método elástico e outra pelo método das linhas de rotura, correspondendo em princípio ao mesmo padrão resistente, para se concluir que através do método elástico, com um menor consumo de armaduras, a resistência atingida poderia ser maior, para além de um comportamento mais favorável quanto à deformação.

De tudo isto poder-se-á conclui que as estruturas de betão armado "*trabalham como se calculam ou se dimensionam*".

Compostas por dois materiais distintos, tão diferentes mas complementares, só pela sua associação alcançam as propriedades que nelas se buscam. As quantidades relativas em que existem os seus componentes marcam o seu comportamento. Esse comportamento altera-se

em função da participação em que os dois componentes intervêm, podendo inclusivamente levar a uma variação estrutural do sistema ao longo da história de um determinado processo.

Efectivamente, o dimensionamento segundo a teoria elástica conduz a uma concentração das armaduras nas secções de momentos flectores mais elevados, que se reproduzirão exactamente nessas secções. Pelo contrário, no dimensionamento segundo a teoria de rotura em que há uma uniformidade da armadura em todo o domínio da laje e portanto também uma rigidez constante de todas as secções, não se verificará a concentração de esforços elevados em determinadas secções, mas antes, por redistribuição daqueles (embora à custa de maiores deformações), uma distribuição mais equilibrada daí resultando uma ductilidade global da estrutura mais elevada.

Capítulo 6

APLICAÇÃO DA TEORIA DA PLASTICIDADE AO DIMENSIONAMENTO DE PEÇAS LINEARES DE BETÃO EM ESTADO ÚLTIMO DE RESISTÊNCIA

6. 1. - INTRODUÇÃO

Uma avaliação da segurança de uma estrutura de betão armado estaticamente indeterminada relativamente ao estado limite último é obtida a partir do valor das solicitações máximas que ela pode suportar até à rotura.

A análise elástica admite um comportamento linear elástico dos materiais com manutenção da rigidez constante em todo o processo e traduz muito aproximadamente o valor dos esforços instalados para níveis de carga inferiores à carga de fendilhação do betão sendo aceitável a sua aplicação em fase de serviço. Já em estado limite último, fase em que tanto o aço como o betão ultrapassaram largamente o seu domínio elástico ou quase elástico, a análise não linear ou o calculo plástico parecem ser mais adequados à determinação da distribuição dos esforços realmente produzidos nas secções específicas.

A análise não linear utiliza as leis constitutivas reais dos materiais permitindo acompanhar a evolução dos esforços e deformações durante todo o carregamento. A sua aplicação obriga no entanto a uma definição rigorosa dos parâmetros envolvidos na análise, sendo um processo delicado que, como tal, não se justifica nos dimensionamentos correntes.

O método plástico é particularmente simples possibilitando não só a verificação da segurança da estrutura como também um pré-dimensionamento das estruturas correntes.

Os defensores da utilização da análise plástica, como Braestrup e Nielsen (1983), invocam até que, na avaliação da segurança das estruturas, o engenheiro utiliza, implicita ou explicitamente, dois princípios da Natureza que formalizam os teoremas fundamentais da análise plástica: *"Se existir uma possibilidade de uma estrutura romper sob uma solicitação aplicada isso verificar-se-á e poderá então concluir-se que a estrutura não apresenta segurança"* (primeiro princípio) e, *"se existir uma possibilidade da estrutura suportar uma determinada solicitação a Natureza encontrará a melhor forma de o conseguir"* (segundo princípio). *"Assim, se o engenheiro encontrar um caminho único que seja de transferência das acções aplicadas para os apoios, poderá concluir da estabilidade da estrutura"*.

No dimensionamento corrente de peças lineares de betão armado em estado último os vários regulamentos permitem a utilização da análise linear seguida de uma redistribuição dos momentos máximos por meio de coeficientes correctores (de modo a obter uma aproximação ao comportamento real não linear dos materiais) e ajuste do correspondente diagrama de modo a repôr o equilíbrio estático.

O valor desses coeficientes pode variar dentro de certos limites estabelecidos pela regulamentação (que são em geral diferentes de regulamento para regulamento) de acordo com a ductilidade das secções críticas, de modo evitar uma rotura frágil por esgotamento da sua capacidade de rotação e, simultaneamente, assegurar um comportamento em serviço compatível com os padrões de fendilhação e deformação admissíveis.

Essa ductilidade depende fundamentalmente da percentagem das armaduras ou da profundidade relativa do eixo neutro (x/d, x -distância do eixo neutro à fibra mais comprimida e d - altura útil da secção) que inclui o efeito da geometria da secção, das solicitações e das propriedades mecânicas dos materiais.

A regulamentação recente, EC2, faz também intervir a ductilidade do aço das armaduras[1]- caracterizada pela capacidade de alongamento do aço (valor da extensão máxima ε_u) e pela relação, f_t / f_y, entre a tensão de rotura e a tensão de cedência.

---

[1] O EC2 classifica os aços, quanto à sua ductilidade, em duas classes:

-"aços de ductilidade melhorada" - para os quais se verifica $\varepsilon_{uk} > 5\%$ e $(f_t/f_y)_k > 1.08$

-"aços de ductilidade normal" - para $\varepsilon_{uk} > 2.5\%$ e $(f_t/f_y)_k > 1.05$,

atribuindo os valores para os coeficientes de redistribuição $\delta \geq 0.7$ e $\delta \geq 0.85$ respectivamente, para a sua utilização.

Até à década de 70 o aço tinha características mais ou menos uniformes e apreciável ductilidade. Com o aparecimento dos novos aços, de alta resistência mas reduzido valor da relação f_t / f_y, surgiu a necessidade de incluir nos códigos aqueles parâmetros pela sua influência na ductilidade das secções de betão armado.

Verifica-se efectivamente uma diferença substancial entre o comportamento das peças armadas com aço de dureza natural, cujo diagrama exibe um patamar de cedência bem nítido, e o das armadas com aço deformado a frio, no qual isso não acontece. Nas primeiras, devido à diminuição rápida da altura do bloco comprimido, o comprimento de plastificação é geralmente mais curto não permitindo a plastificação das secções vizinhas antes da rotura.

A ductilidade das secções vem ainda dependente de outros parâmetros, tais como:

- o grau de confinamento da zona comprimida de betão introduzido pelos estribos, especialmente importante em betões de fraca resistência (Rüsch e Stöckl, ref. em Leonhardt, 1979), exerce um efeito favorável na capacidade de rotação das secções, promovendo um maior valor da extensão máxima do betão à compressão depois de atingida a tensão de escoamento do aço sob carga quase constante, o que corresponde a uma deformação de rótula ideal;

- a aderência aço-betão: a diminuição da aderência nas zonas em que o aço atinge a cedência - o aumento rápido da extensão longitudinal e a contracção transversal do varão em cedência originam uma diminuição do atrito entre este e o betão circundante, com redução significativa da aderência entre os dois materiais - produz uma rápida progressão da zona de cedência que poderá afectar a capacidade de rotação da secção (Bigaj eWalraven, 1993).

- a altura da secção: influencia, por efeito de escala, a capacidade de rotação que, segundo Hillerborg (ref. em Bigaj e Walraven, 1993), vem inversamente proporcional à altura da secção. No entanto, estudos mais recentes realizados por Alça *et al.* (1997), sobre vigas de altura variável de betão de alta resistência, não permitiram verificar tal influência.

- o efeito da deformação por esforço transverso: nas zonas de aplicação de cargas concentradas (ou nos apoios) desenvolve-se uma fissuração em forma de leque, decorrente do comportamento de treliça (Figura 6.1), que conduz a um aumento das deformações da armadura de tracção, deixando de se verificar a correspondência directa entre o momento flector na secção e o correspondente esforço na armadura longitudinal. Leonhardt (1979), nos ensaios de Stuttgart sobre vigas de dois tramos, verificou, por medição das extensões sobre os varões, que a tensão na armadura se mantinha aproximadamente constante num comprimento igual à altura da secção, para cada lado da secção do apoio intermédio (o que justifica a imposição regulamentar da translacção do diagrama da força na armadura longitudinal de tracção) diminuindo depois parabolicamente. Este efeito dá origem a um maior comprimento

de plastificação da armadura o que é acompanhado de um estrangulamento da zona comprimida de betão com aumento da sua extensão naquelas secções.

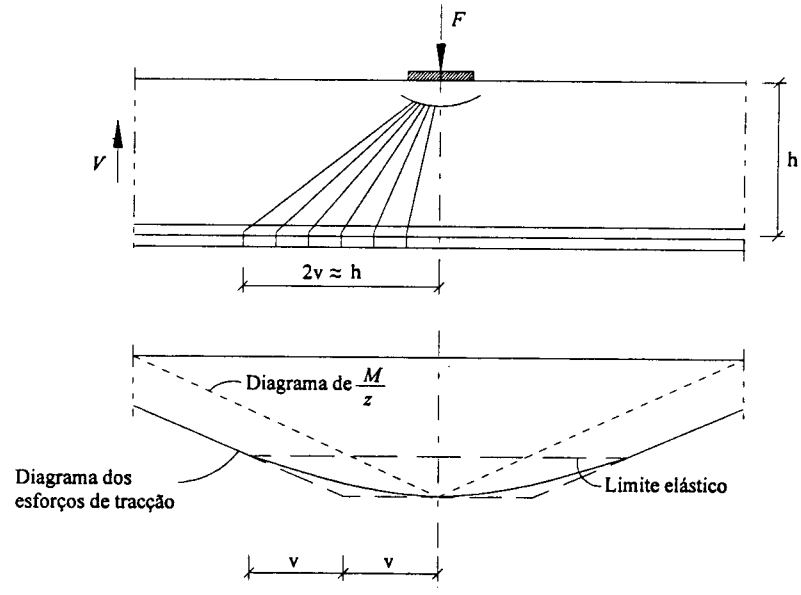


Figura 6.1 - Fissuração em leque na zona de aplicação da carga e diagrama dos esforços na armadura de tracção (Leonhardt, 1979).

- a esbelteza da peça (relação entre o comprimento e a altura da secção), que governa a relação entre as deformações das fibras, a curvatura da secção e a rotação global - para vigas de altura constante o comprimento da rótula plástica aumenta com o aumento do vão (Scholtz, 1993, Calvi *et al*, 1993);

- a forma do diagrama de momentos: o comprimento da rótula seria teoricamente igual ao da zona de momento constante. Assim, no caso de uma peça submetida a flexão circular, a rótula estender-se-ia a todo o comprimento da peça. Verifica-se, na realidade, que as maiores rotações concentram-se nas zonas mais fissuradas formando-se aí rótulas múltiplas cujo comprimento, segundo as observações de Dilger (ref em Leonhardt, 1979), é igual ou superior à altura da secção.

Se o diagrama de momentos é variável o comprimento da rótula plástica vem dependente da distância entre os pontos de momento máximo e nulo. Dilger verificou, para valores constantes daquela distância, um crescimento do comprimento de plastificação com o comprimento da zona carregada. Sawyer (ref. em Scholtz, 1993) refere também o aumento do comprimento de plastificação com aquela distância, em vigas contínuas de betão armado.

Ainda o comprimento da zona de transmissão de cargas concentradas à estrutura influi significativamente o comprimento da rótula plástica.

Uma redistribuição máxima, compatível com a possibilidade de rotação, é essencial para a exploração integral da "reserva de resistência". Essa redistribuição depende da deformabilidade das peças e portanto de todas as variáveis referidas, tanto em estado limite último como em estado limite de utilização, tornando-se portanto necessário verificar se a capacidade rotacional disponível é suficientemente para permitir a formação do mecanismo de rotura previsto.

A "reserva de resistência" vem assim condicionada pela capacidade limite de deformação local sofrida pelo betão e pelo aço nas secções críticas, conducente à formação das "rótulas plásticas", nas estruturas reticuladas, e das "linhas de rotura" nas estruturas laminares.

Numerosos estudos baseados em ensaios sobre estruturas reais (Blaauwendraad e Schneider (1993), Ahmad e Warner, ref em Wyche *et al*, 1992, Scholz, 1993 e Lopes, 1994) permitiram verificar que as peças lineares de betão à flexão, quando correctamente armadas, podem desenvolver rotações plásticas consideráveis em estado limite último, conduzindo a uma capacidade resistente muito maior do que a indicada pela análise elástica e em geral suficiente para que seja legítima a aplicação da teoria plástica.

O objectivo do estudo que aqui se apresenta visou a obtenção de uma medida da capacidade, para além dos estados limites indicados pela regulamentação, através da exploração dos mecanismos em estado limite último definidos como limite superior de resistência decorrente do teorema cinemático da teoria da plasticidade.

Para o efeito, foi efectuada uma análise comparativa, por via experimental, de dois dimensionamentos distintos à flexão de vigas contínuas de betão armado (Bastos, 1994), o primeiro de acordo com os esforços elásticos e o segundo para uma redistribuição de 50% dos momentos flectores de continuidade, comparando-se os resultados sob o ponto de vista das deformações em estado limite de resistência e das capacidades resistentes últimas obtidas.

O modelo físico analisado consistiu numa viga contínua de dois tramos, com características escolhidas de modo a condicionarem fortemente as rotações nas secções críticas: as dimensões dos vãos e a localização da solicitação conduzia a valores do momento máximo no vão e do momento no apoio de continuidade na relação aproximada de 1/2 de modo a forçar uma ampla redistribuição dos momentos.

Na primeira viga, com armaduras proporcionais aos momentos elásticos, seria de esperar, por um limitado percurso de redistribuição, uma carga próxima da previsível através dos momentos últimos nas secções críticas.

Na segunda viga, dimensionada para uma redistribuição de 50%, a capacidade última seria atingida no final de uma ampla redistribuição dos momentos, depois da formação da primeira rótula sobre o apoio, para a plastificação das secções mais armadas dos vãos. Haveria portanto à partida a possibilidade de não se encontrar uma suficiente capacidade de rotação da secção do apoio central, embora menos armada, ficando assim diminuida a capacidade última da estrutura.

Verificou-se, no entanto, que no primeiro modelo a carga de rotura ficou aquém do valor teórico previsto, enquanto no segundo modelo a capacidade última atingida traduziu a formação quase completa do mecanismo esperado.

Os resultados experimentais foram comparados com os obtidos por uma análise numérica realizada por aplicação de um modelo de análise não linear (Figueiras, 1983, e Póvoas, 1991), já utilizado no Capítulo 3, que simula o comportamento da estrutura até à rotura, e com os obtidos por aplicação do método dos modelos de escoras-e-tirantes.

Apresenta-se ainda um segundo estudo experimental que visou a avaliação do efeito do esforço transverso na capacidade de rotação das secções, no qual se fez intervir como única acção variável o valor daquele esforço, mantendo-se constantes os restantes parâmetros.

Efectivamente, encontram-se referências (ensaios experimentais realizados por Bachmann, ref. em Leonhardt, 1979) que indicam uma redução substancial daquela capacidade quando em presença de esforços transversos elevados.

O programa experimental, neste segundo caso, consistiu num conjunto de ensaios em vigas de betão armado com características semelhantes, dimensionadas para o mesmo valor do momento resistente último associado a valores crescentes do esforço transverso introduzido por cargas concentradas em diferentes secções.

Os resultados obtidos permitiram concluir, nos casos analisados, que o efeito do esforço transverso no valor da rotação plástica das secções foi muito reduzido, já que, para os níveis inferior e superior do esforço transverso aplicado, as rotações plásticas medidas atingiram valores semelhantes.

6.2 - ESTUDO EXPERIMENTAL DE VIGAS CONTÍNUAS DIMENSIONADAS SEGUNDO OS ESFORÇOS ELÁSTICOS E COM UMA REDISTRIBUIÇÃO DE 50% DO MOMENTO FLECTOR DE CONTINUIDADE

6.2.1 - Descrição dos ensaios

6.2.1.1 - Características do modelo de ensaio

O modelo estudado consistiu numa viga contínua de dois tramos com o comprimento de 1.40 m entre apoios (Figura 6.2 e 6.3), de secção rectangular $b \times h = 0.15 \times 0.22$ m^2, solicitada por duas cargas simétricas aplicadas aos terços do vão relativamente ao apoio central, que introduziam momentos elásticos no apoio de valor cerca do dobro dos correspondentes máximos nos vãos (Bastos, 1994).

$$M_{apoio} / M_{vão} = 1.94$$

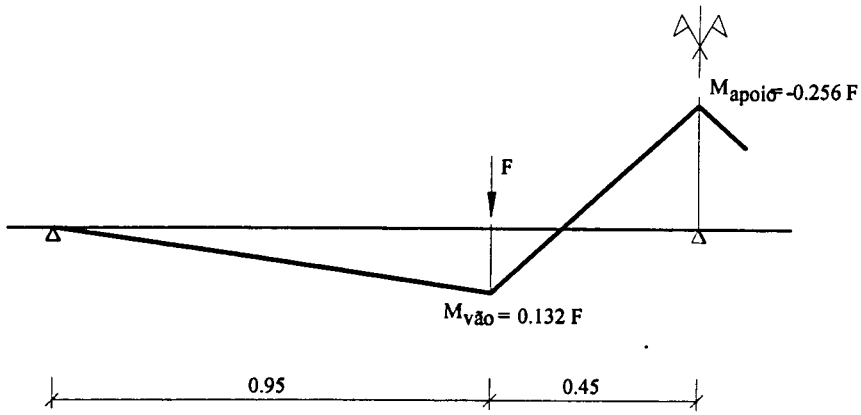


Figura 6.2 - Esquema do ensaio. Diagrama dos momentos flectores elásticos.

Foram ensaiadas duas vigas V_1 e V_2 de características semelhantes, diferindo apenas na armadura longitudinal: na primeira, viga V_1, as armaduras eram constituídas por 2ϕ16 mm no vão (ρ = 1.45%) e 4ϕ16 mm no apoio (ρ = 2,9%), concordando com o diagrama elástico. No segundo modelo, viga V_2, essas armaduras foram invertidas de modo a originar uma redistribuição de 50%, sendo localizados 4ϕ16 mm no vão e 2ϕ16 mm no apoio (Figura 6.3).

A armadura transversal, dimensionada para os esforços transversos instalados, foi realizada por 2ϕ8 mm espaçados de 5 cm nos dois segmentos centrais, entre as cargas e o apoio central, e 2ϕ6 mm espaçados de 12 cm nas zonas exteriores.

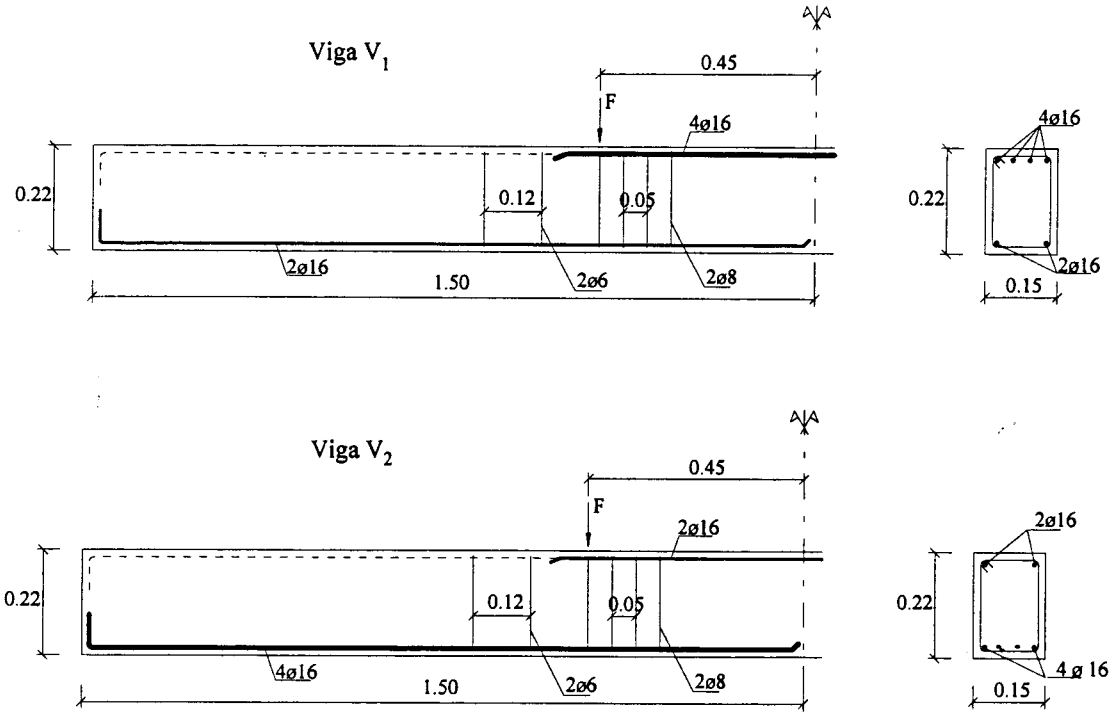


Figura 6.3 - Armaduras das vigas.

Os ensaios processaram-se muito lentamente, com intervalos de tempo suficientemente longos entre os vários incrementos de carga, de valor aproximado de 5 kN, com intervalos mais apertados no início do carregamento, para detecção da carga de fendilhação, e na fase final para observação do mecanismo de rotura.

6.2.1.2 - Características dos materiais

O aço utilizado nos varões longitudinais apresentava as características: f_y = 440 MPa, f_t = 827 MPa, E_s = 200 GPa, valor da relação f_t/f_y=1.8 e ε_u=15,7 ‰. No comportamento à tracção exibia uma longa deformação até à rotura, portanto de características especialmente indicadas para o objectivo em causa, isto é, com uma ductilidade suficiente para que fosse alcançada a redistribuição de momentos pretendida (Figura 6.4). A armadura transversal, varões ϕ 8 mm ou ϕ 6 mm, foi realizada com aço com as seguintes características: f_y = 350 MPa ou 370 MPa e f_t = 455 MPa ou 480 MPa, respectivamente.

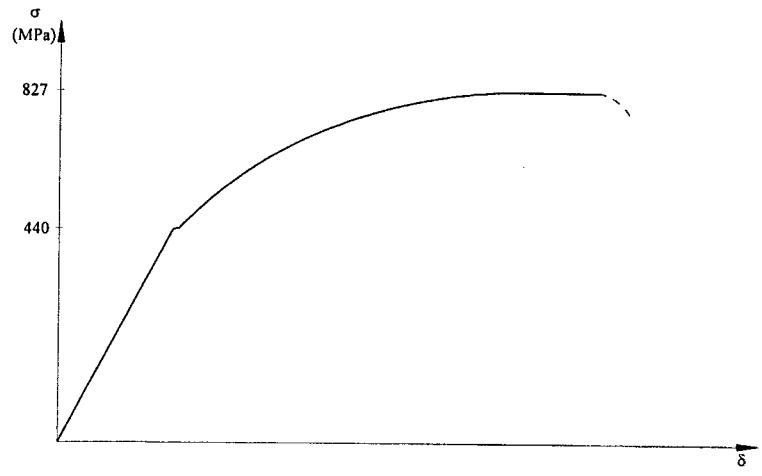


Figura 6.4 - Diagrama de tracção da armadura de flexão.

A resistência cilíndrica do betão à compressão, obtida pela média dos resultados em ensaios de provetes cúbicos de 20 cm de aresta e de provetes cilíndricos (com a respectiva conversão), foi aproximadamente igual a 25.95 MPa. A resistência média do betão à tracção, determinada a partir da resistência à compressão vem igual a 2.63 MPa.

6.2.1.3 - Instrumentação utilizada

As disponibilidades de equipamento existente no Laboratório de Estruturas da FEUP permitiram, nestes ensaios, a aquisição e registo automático das observações nos diferentes transdutores utilizados: comparadores indutivos de deslocamento (do tipo *LVDT*), células de carga e extensómetros eléctricos de resistência (Figura 6.5).

Toda a instrumentação foi ligada a um sistema de aquisição multicanal em regime de registo semi-contínuo (leituras em fracções de segundo) - HP 3497A - munido de placas de interface adequadas aos tipos de transdutores utilizados (transdutores eléctricos de indução e de resistência), por sua vez ligado a um computador que processou o registo e armazenamento de toda a informação. A automação quase completa do ensaio permitiu o tratamento fácil dos resultados obtidos, proporcionando simultaneamente ao experimentador a orientação de toda a sua atenção para a observação do comportamento da peça ao longo do carregamento.

Durante os ensaios foram medidos os deslocamentos nas secções mais relevantes e as rotações no apoio central, por meio dos transdutores indutivos de deslocamentos, as cargas aplicadas e a reacção no apoio central (apenas no ensaio da viga V_2, Figura 6.5), através de células de carga, e as extensões na armadura longitudinal superior (apenas no ensaio da viga

V_1), a meio vão, por meio de extensómetros eléctricos colados nos varões antes da moldagem do modelo. Para a determinação das rotações os comparadores indutivos foram integrados num sistema (Figura 6.5) constituído por abraçadeiras metálicas transversais distanciadas de 56.5 cm, ligadas por barras metálicas próximas das faces superior e inferior das vigas. As extremidades dessas barras, por sua vez, tinham liberdade de rodar no interior de dois veios, permitindo a medição dos deslocamentos relativos entre as duas secções transversais, através dos *LVDT* aí instalados. O sistema foi localizado simetricamente em relação à secção a meio vão, permitindo a determinação das rotações relativas das secções transversais distantes entre si de 56.5cm.

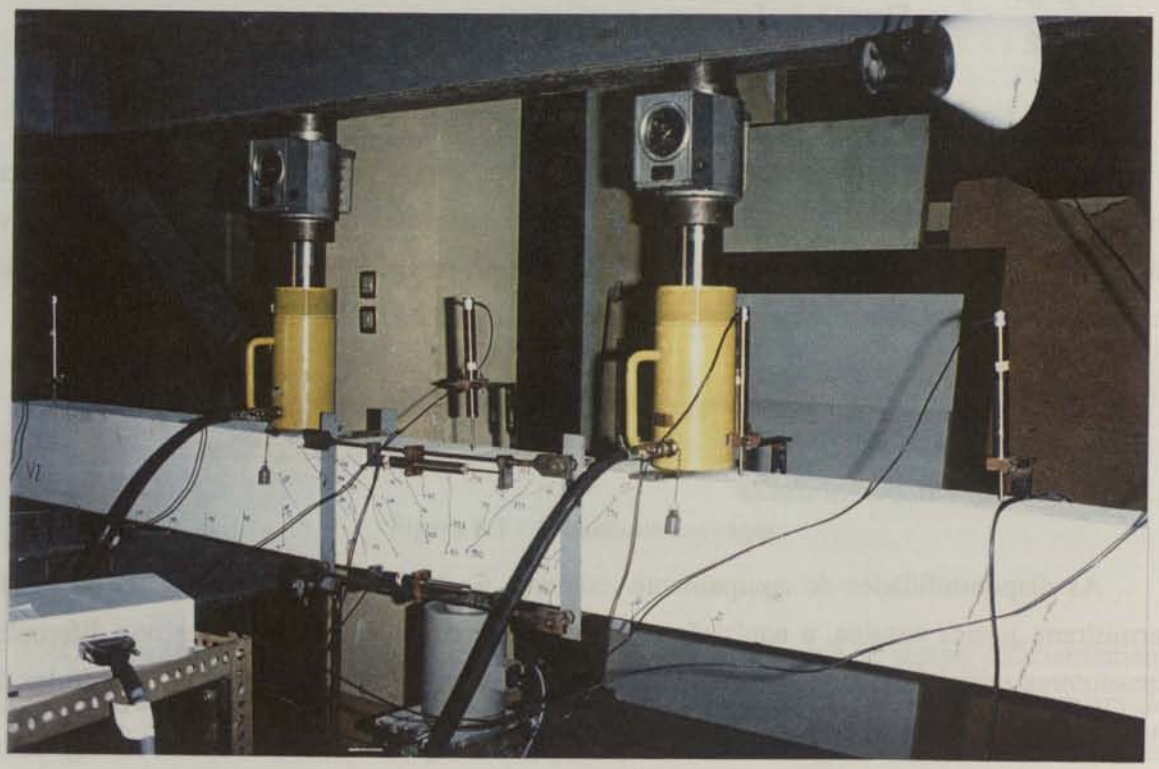


Figura 6.5 - Instrumentação utilizada. Ensaio da viga V_2.

6.2.2 - Comportamento teórico dos modelos

No primeiro modelo, viga V_1, dimensionado segundo o diagrama elástico, seria de esperar a formação quase simultânea das rótulas plásticas nos vãos e no apoio. A cedência da armadura sobre o apoio de continuidade seria verificada, em função das características dos materiais, para a carga $F = F_{1,rot} = 191$ kN em cada vão e, após uma ligeira redistribuição, formar-se-ia a segunda rótula no vão depois de um acréscimo de carga de $\Delta F = 10$ kN, para a carga última de $F_u = 201$ kN (Figura 6.6-a).

No segundo modelo, viga V_2, com armaduras dimensionadas para uma redistribuição de 50% do momento de continuidade (área de armadura sobre o apoio central igual a metade da da armadura nos vãos), a formação da primeira rótula sobre o apoio central seria alcançada para a carga de $F_{1^a rot} = 113$ kN.

A partir deste valor e para cargas crescentes, numa hipótese de comportamento elástico-plástico perfeito, a viga comportar-se-ia, não como uma viga contínua, mas como duas vigas simplesmente apoiadas, ligadas por uma rótula de momento constante no apoio central, seguindo-se uma transferência dos momentos para os vãos até ser alcançada a rotura por plastificação das secções de aplicação das cargas (formação da segunda rótula) para o valor $F_u = 225$ kN (Figura 6.6-b).

Viga V_1 - 1° rótula (apoio central) ⇨ $F_{1^a rot} = 191$ kN; 2° rótula (vão) ⇨ $F_u = 201$ kN

Viga V_2 - 1° rótula (apoio central) ⇨ $F_{1^a rot} = 113$ kN; 2° rótula (vão) ⇨ $F_u = 225$ kN

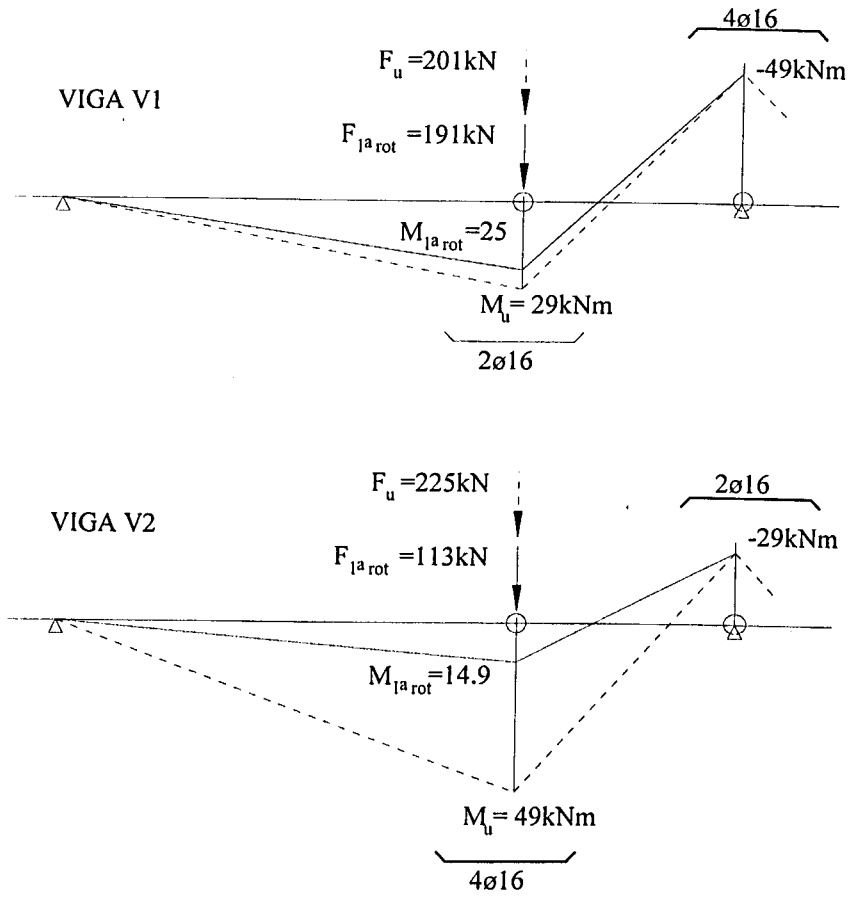


Figura 6.6 - Momentos resistentes últimos das vigas. a) vigaV_1; b) viga V_2.

6.2.3 - Descrição dos ensaios

6.2.3.1 - Ensaio da viga V_1

6.2.3.1.1 - Resultados obtidos

A viga V_1 atingiu a rotura sob a carga $F_{u,exp}$ = 150 kN, cerca de 75% do valor teoricamente esperado, por esgotamento da secção de um dos vãos (Figura 6.7).

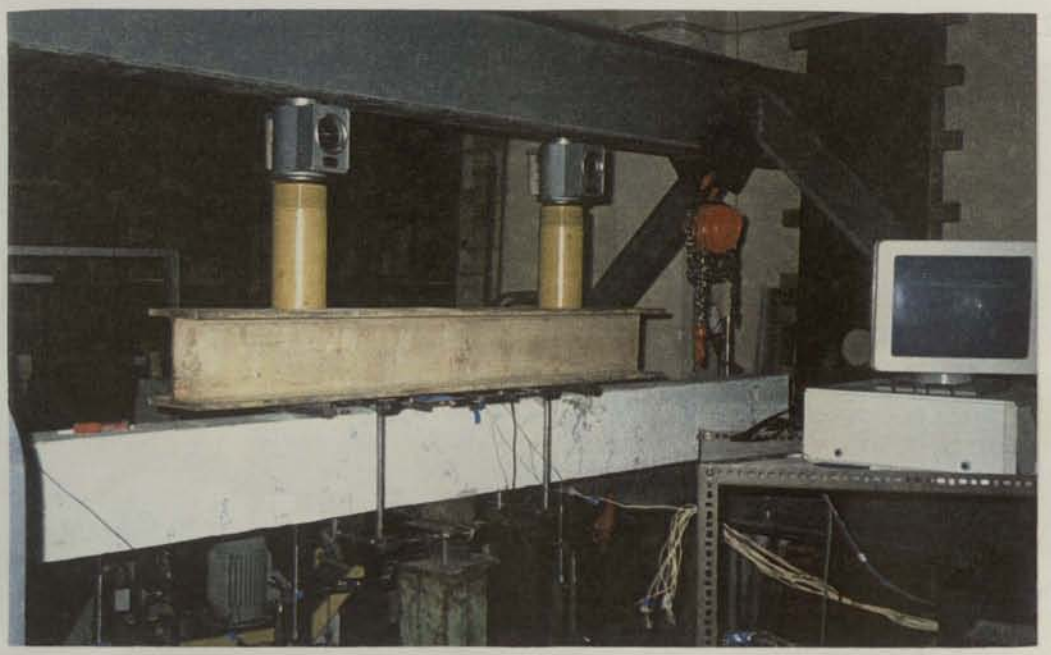


Figura 6.7 - Aspecto do ensaio da viga V_1.

Observou-se a formação de fendas oblíquas que convergiam para o apoio central (Figura 6.8) acompanhadas de fendas verticais de flexão sobre o apoio e nos vãos.

A rotura foi originada pela progressão das fendas oblíquas mais acentuadas no vão direito, que se estenderam a toda a altura da viga, fazendo diminuir drásticamente a altura do bloco comprimido e conduzindo ao esgotamento da zona junto à aplicação da carga desse vão.

A antecipação do colapso em relação à capacidade última teórica prevista estará ligada à formação de um mecanismo diferente do comportamento simétrico esperado. O esgotamento aparente da capacidade da secção, a qual não chegou a funcionar como rótula, terá ocorrido devido a factores estranhos, como seja a influência do esforço transverso por um fenómeno do tipo "*splitting*" - talvez provocado por uma rarefacção local dos estribos que não terá por isso impedido a subida da cunha de escorregamento (efeito de escala ou de dimensões).

Neste caso, devido às pequenas dimensões da peça e à caracterização singular do "*splitting*", a simetria que justificaria efeitos simétricos poderá ter sido prejudicada e assim o fenómeno ter tido lugar só dum lado.

O esgotamento da resistência da secção derivou, certamente, de um eventual defeito do modelo na zona de rotura, que terá criado uma instabilidade que agiu no sentido de desequilibrar a montagem, conduzindo a uma distorção assimétrica com deterioração de uma das bielas inclinadas em direcção ao apoio central e destruição parcial do esquema estrutural.

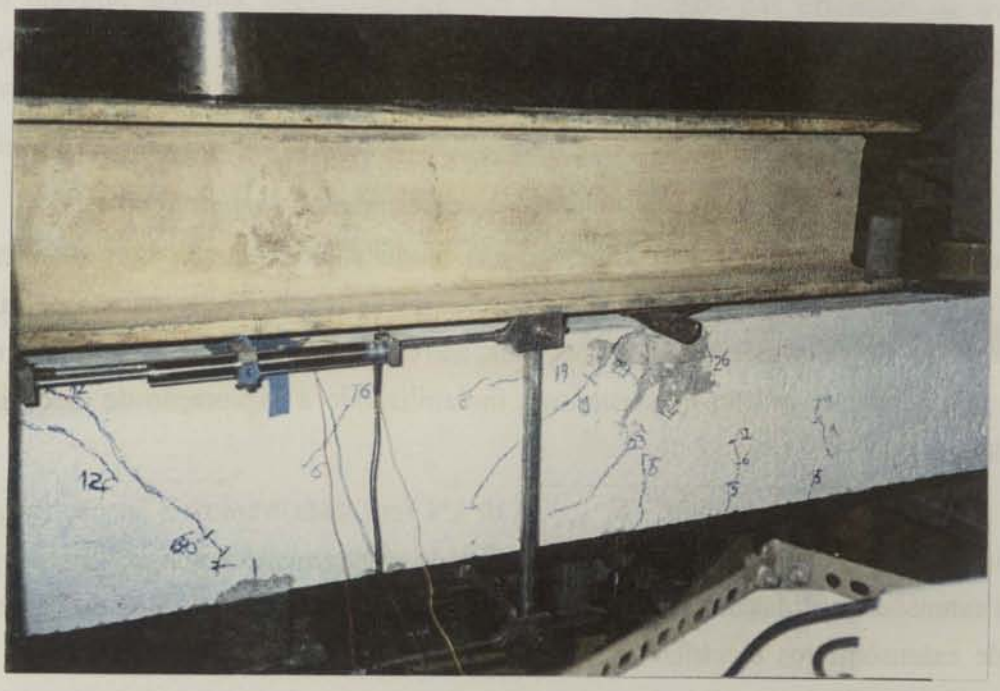


Figura 6.8 - Viga V_1. Aspecto da rotura.

Esse comportamento é visível no diagrama cargas-flechas medidas nos pontos de aplicação das cargas da Figura 6.9, com valores superiores das flechas no vão direito. A diferença encontrada, que é aproximadamente constante a partir da carga F≈30 kN faz pressupor um assentamento inicial, por ajuste dos dispositivos de apoio, que depois deixou de se manifestar.

Na rotura o vão adjacente (vão esquerdo) não apresentava ainda sinais de esgotamento eminente (o que destrói a hipótese da simetria).

Ainda o reduzido domínio utilizado para a aplicação das cargas (apoiadas sobre uma meia cana), fazendo concentrar o bloco comprimido num trecho sem apoio superior, poderá ter contribuido para a antecipação da rotura.

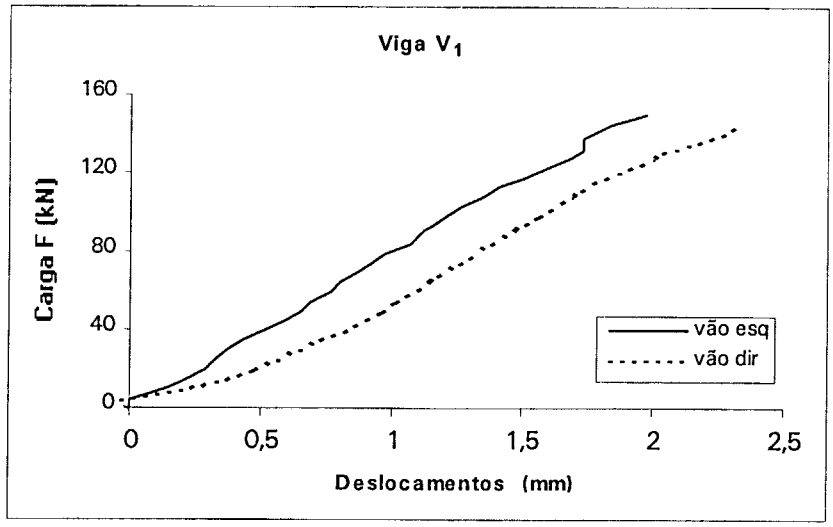


Figura 6.9 - Ensaio da viga V_1. Diagramas cargas-deslocamentos dos pontos de aplicação das cargas.

O mecanismo não foi por isto atingido, não tendo sido explorada nomeadamente a resistência da secção sobre o apoio central. O sistema de aplicação de cargas não permitia a actuação de cargas de valor diferente nos dois vãos, não tendo por isso sido possível aumentar a carga no vão adjacente ao vão que colapsou, inviabilizando a exploração de mecanismos alternativos.

Para a carga máxima atingida, $F_{u,exp}$ = 150 kN (em cada tramo), a secção do apoio central (primeira secção crítica) estava ainda aquém do esgotamento como se verifica pelos valores das extensões medidas sobre varões da armadura naquela secção (Figura 6.10), obtidas por meio de extensómetros eléctricos neles instalados (dispunha-se apenas da leitura num extensómetro por avaria dos restantes).

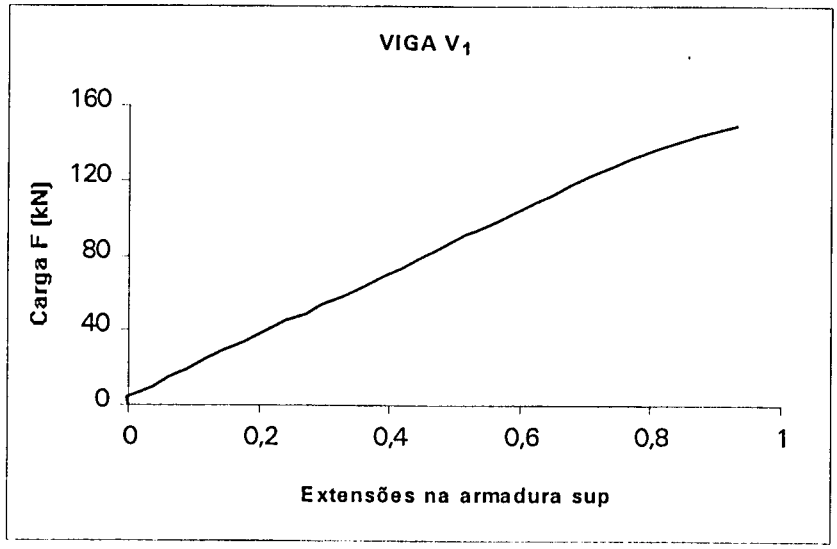


Figura 6.10 - Extensões (‰) medidas na armadura na secção do apoio. Ensaio da viga V_1.

Essas extensões são também aproximadamente confirmadas pelas leituras (obtidas nos transdutores indutivos de deslocamento instalados horizontalmente) dos deslocamentos relativos entre duas secções simétricas S_1 e S_2 distantes de 28.3 cm do apoio central (S_o) (aproximadamente igual a 1.5 *d*) ao nível das faces superior e inferior da viga.

6.2.3.1.2 - Esforços em rotura

A partir daqueles deslocamentos relativos (entre S_1 e S_2) foram determinados, para a carga máxima atingida, os correspondentes valores médios das extensões de tracção e de compressão no betão (Figura 6.11), $\varepsilon_s = \Delta l_s / l_o$ e $\varepsilon_i = \Delta l_i / l_o$ (l_o = 56.5 cm), a tensão média nos varões da armadura e, por equilíbrio dos esforços internos na secção, o momento flector médio naquele intervalo.

O valor do momento sobre o apoio não pôde ser directamente determinado visto não ter sido medida a reacção no apoio central.

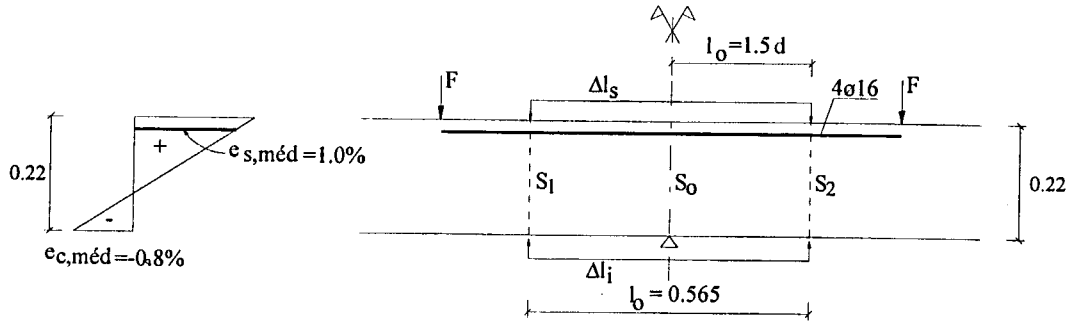


Figura 6.11- Viga V_1. Extensões médias entre as secções S_1 e S_2 para a carga de rotura experimental.

O valor médio (aproximado) do momento flector entre as secções S_1 e S_2 (para $F=F_{u,exp}$), determinado a partir das extensões medidas e com base nas características mecânicas dos materiais , pelo equilíbrio dos esforços internos, foi:

$$M_{exp,méd} = -25 \text{ kNm}$$

Na Figura 6.12 assinala-se, sobre o diagrama de momentos flectores elásticos (teóricos) para a actuação da carga $F_{u,exp}$=150 kN, o momento médio assim determinado.

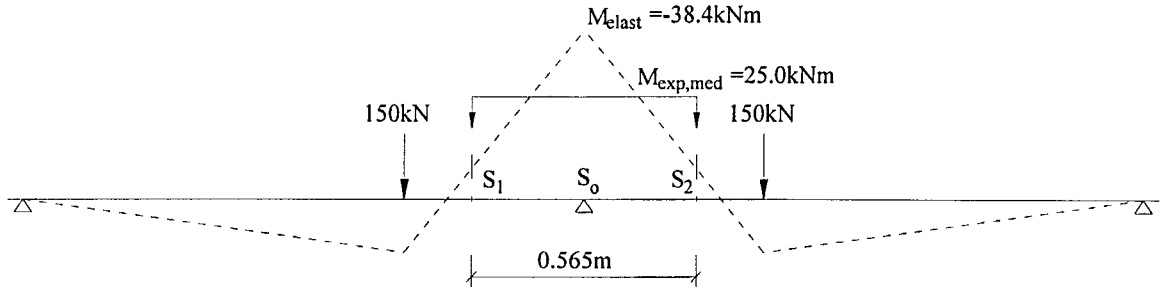


Figura 6.12 - Viga V_1. Diagrama dos momentos flectores elásticos para a carga $F_{u,exp}$ = 150 kN e momento médio na zona central obtido na experimentação.

Atendendo a que não foi medida a reacção não é conhecido exactamente o esforço transverso entre S_1 (e S_2) e o apoio (S_o). No entanto, uma vez que haverá apenas uma diferença pequena entre esse valor e o esforço transverso elástico, poder-se-á, a partir deste último, estimar o momento máximo (no apoio) correspondente àquele momento médio:

$$M_{\max} = M_{med} + \frac{0.565}{4} \cdot V_{elast} = 43.2 \text{ kNm} \qquad (6.1)$$

O valor assim encontrado é superior (12%) ao momento elástico, M = 38.4 kN.

6.2.3.2 - Ensaio da viga V_2

6.2.3.2.1 - Resultados obtidos

No segundo modelo, viga V_2, a carga máxima atingida foi $F_{u,exp}$ = 224 kN, valor praticamente coincidente com o previsto (valor aproximado) pelo cálculo plástico ($F_{u,teo}$ = 225 kN), traduzindo a formação quase completa do mecanismo.

A fendilhação iniciou-se sob a carga F_{cr} = 41.5 kN, com fendas verticais de flexão na secção do apoio central que se prolongaram rapidamente a toda a altura da viga,

A rotura ocorreu por abertura excessiva de uma fenda que se formou na face inferior da viga, próxima da secção onde terminavam os varões longitudinais inferiores, antes do apoio central, e esmagamento simultâneo do betão sobre este apoio. A formação da segunda rótula

no vão não foi por isso completamente atingida, por deficiente comprimento de amarração da armadura inferior.

A zona entre as duas cargas encontrava-se muito fendilhada em toda a altura da viga, com fendas simétricas distribuidas em leque, partindo do apoio central com inclinações próximas de 50º, inflectindo depois, com menor inclinação, em direcção ao ponto de aplicação das cargas (Figura 6.13).

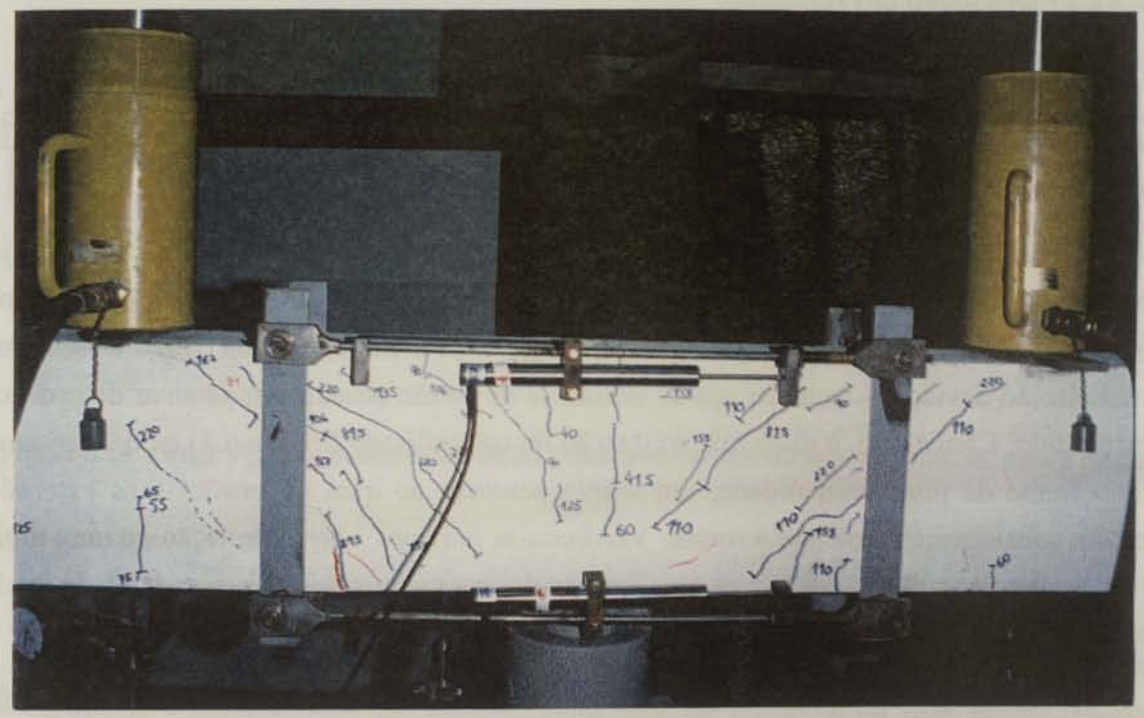


Figura 6.13 - Ensaio da Viga V_2.

A plastificação da secção do apoio central (cedência dos varões da armadura superior) iniciou-se sob valores do esforço transverso ainda moderados ($V_{teór}$ = 97 kN), desenvolvendo-se simetricamente para um e outro lado daquela secção. A elevada percentagem da armadura transversal conferiu uma grande ductilidade e capacidade de deformação àquela zona, possibilitando o processo de transferência de esforços para as secções dos vãos.

Acresce ainda a circunstância de ter sido utilizada uma placa de apoio de maior largura (12 cm) no apoio central, permitindo o estabelecimento de um estado de tensão biaxial naquela zona, muito favorável à manutenção da sua capacidade resistente mesmo quando, no desenvolvimento do carregamento, se intensificou o valor do esforço transverso.

Assim foi possível conservar a resistência do betão e prosseguir a rotação desta primeira secção crítica com a progressiva extensão da armadura aí existente, transferindo o processo de carregamento crescente sobre as secções críticas dos vãos. Aqui, da maior percentagem de armadura (4ϕ16, ρ=2.44%) e consequente maior profundidade do eixo neutro, derivaram

O momento médio entre as mesmas secções, determinado pelo diagrama das deformações médias indicado na Figura 6.15 e considerando as características mecânicas reais dos materiais vem aproximadamente igual a:

$$M_{u,méd} = 35.0 \text{ kNm},$$

valor que é superior ao momento médio obtido a partir do diagrama experimental, questão que adiante se discute.

6.2.3.2.3 - Confirmação da extensão média da armadura de flexão medida na experimentação, para a carga última, através do diagrama dos momentos flectores experimental

O valor da extensão média da armadura de flexão no comprimento de 56.5 cm, para a carga última, pode também ser determinado através do diagrama experimental dos momentos flectores, no mesmo comprimento de referência. A comparação do valor assim obtido com a extensão experimental constituirá um meio para não só aferir a precisão das medições efectuadas mas também avaliar aproximadamente o comprimento da zona na qual o aço ultrapassou o seu limite elástico, ou seja, o comprimento da "rótula plástica" - aqui entendida não como uma zona localizada com rotações progressivamente crescentes sob momento constante, mas como uma zona de comportamento elasto-plástico com crescimento do momento flector com o aumento da solicitação.

Nesse sentido e com base no diagrama dos momentos da Figura 6.14 (efectuando a correcção dos momentos sobre o apoio para atender à reacção distribuida na largura - 12cm - da placa de apoio), foi determinado o esforço, F_s, e a tensão, σ_s, na armadura de tracção em cada secção, por:

$$F_s = M/z \quad e \quad \sigma_s = F_s/A_s \tag{6.2}$$

A_s- área da armadura longitudinal

z- braço das forças interiores, considerado simplificadamente constante no intervalo medido e igual a 0.9 d, d-altura útil da secção igual a 18.5cm.

A extensão ε_s correspondente, em cada secção, é obtida a partir da tensão σ_s, pelo diagrama de tracção do aço (Figura 6.4 e Quadro 6.1). Por simplificação dos cálculos, foi adoptado para o diagrama σ-ε do aço, uma variação bilinear que mais se aproximava do diagrama real, definida pelos seguintes valores do módulo de elasticidade:

- para $\sigma_s \leq 440$ MPa $\rightarrow$ E_s=200 GPa

- para $\sigma_s > 440$ MPa $\rightarrow$ E_s=61 GPa (valor tangente)

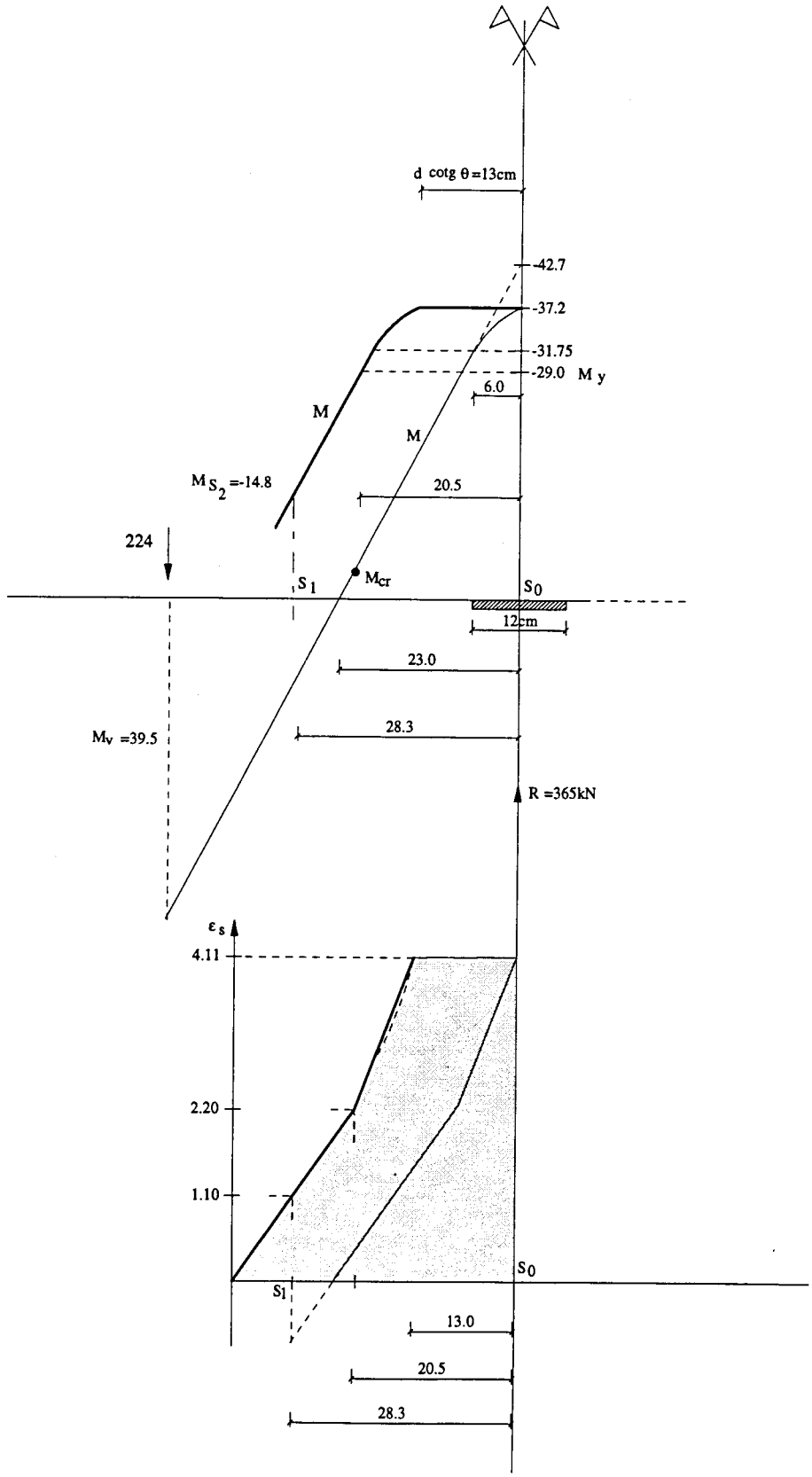


Figura 6.16 - Viga V_2. Verificação do valor da extensão média experimental.

A partir do diagrama das extensões da armadura, construído em conformidade com o diagrama característico do aço obtido no ensaio de tracção, entre as duas secções medidas (Figura 6.16), foi determinado o valor médio da extensão da armadura naquele comprimento. A extensão média obtida foi:

$$\varepsilon_{s,méd} = 1.4\ ‰,$$

muito inferior ao correspondente valor medido no ensaio experimental ($\varepsilon_{s,med(exp)} = 2.5\ ‰$).

Este desvio seria de esperar, não só pelo erro cometido pela adopção de um valor constante para o braço *z* das forças interiores, mas especialmente por não ter sido efectuada uma conveniente translacção ("*décallage*") do diagrama das extensões na armadura, derivada do funcionamento de treliça e ainda face à fissuração diagonal observada no ensaio - a zona da viga entre as cargas e o apoio encontrava-se muito fissurada com fendas com inclinação aproximada de 55° (Figura 6.13).

Repetindo o procedimento anterior considerando uma translacção do diagrama das forças na armadura (aqui traduzidas em momentos flectores) igual a $d \cdot cot\theta$ (Figura 6.16), com $\theta = 55°$ (valor da inclinação média das fendas de corte), o novo valor da extensão média, determinado pelo diagrama deslocado das extensões (Figura 6.16) no comprimento medido vem:

$$\varepsilon_{s,méd} = 3.2\ ‰,$$

agora superior ao correspondente valor medido na experimentação, $\varepsilon_{s,méd(exp)} = 2.5\ ‰$.

Esta diferença pode dever-se a duas razões distintas:

- não foi avaliada a contribuição do betão em tracção entre fendas ("*tension stiffening*") para reduzir a deformabilidade da armadura (dado o elevado estado de fendilhação do betão na zona da viga estudada),
- o facto de a "*décallage*" tender a diminuir quando existe armadura transversal.

Em face dos desvios encontrados parece não ser de desprezar a contribuição do betão à tracção. Assim, procedeu-se à determinação do valor mais correcto da extensão média da armadura, ε_{sm}, agora considerando aquela contribuição, através das expressões constantes no EC2 (Anexo 2) e, depois de ultrapassado o limite de cedência do aço, por aplicação da expressão correspondente indicada pelo Código modelo MC90 (expressão 3.2-12).

A expressão indicada pelo EC2, que traduz o diagrama σ–ε do aço em betão fendilhado,

$$\varepsilon_{sm} = \varepsilon_{smr} + \frac{\sigma_s}{E_s}\left[1 - \beta_1\beta_2\left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s}\right)^2\right] \qquad \text{(A2.2, EC2)} \qquad (6.3)$$

em que:

ε_{sm} - extensão média da armadura tendo em consideração a contribuição do betão à tracção entre fendas

ε_{smr} - extensão da armadura calculada em secção não fendilhada para a carga de fendilhação

σ_{sr} - tensão na armadura em secção fendilhada sob a carga de fendilhação

σ_s - tensão na armadura em secção fendilhada sob as cargas consideradas

β_1 - coeficiente dependente das propriedades de aderência do aço, β_1=1.0 (varões nervurados) e β_1 = 0.5 (varões lisos)

β_2 - coeficiente dependente da duração das cargas, β_2 =1.0 (cargas de curta duração) e β_2 =0.5 (cargas de longa duração ou cargas repetidas),

foi aplicada para valores do momento inferiores ao momento correspondente à entrada em cedência da armadura de flexão, M_y = 29 kNm.

Para momentos superiores a M_y foi aplicada a expressão indicada pelo MC90, definida para tirantes de betão armado:

$$\varepsilon_{s,m} = \varepsilon_{sy} - \beta_t(\varepsilon_{sr2} - \varepsilon_{sr1}) + \delta\left(1 - \frac{\sigma_{sr1}}{f_{yk}}\right)(\varepsilon_{s2} - \varepsilon_{sy}) \qquad \text{(3.2-12, MC90)} \qquad (6.4)$$

em que:

ε_{sy} - extensão da armadura para a tensão de cedência

$\varepsilon_{sr1} = \varepsilon_{smr}$

ε_{sr2} - extensão da armadura calculada em secção fendilhada para a carga de fendilhação

σ_{sr1} - tensão na armadura em secção fendilhada sob a carga de fendilhação

σ_{yk} - valor característico da tensão de cedência da armadura, aqui igual ao valor médio correspondente

β_t - coeficiente dependente da duração das cargas, β_t=0.4 para cargas de curta duração e β_t=0.25 para cargas repetidas ou de longa duração

δ - coeficiente dependente da relação f_t/f_y, δ=0.8 (valor aproximado para o tipo de aço considerado)

Os novos valores das extensões médias da armadura, nas secções mais significativas indicam-se no Quadro 6.1.

Quadro 6.1 - Valores das extensões na armadura de tracção.

Momento flector M *(kNm)*	ε_s (sem contribuição do betão) (‰)	ε_{sm} (com contribuição do betão) (‰)
-5.4 (M_{cr})	0.4	0.07
-14.8	1.10	1.10
-29 (M_y)	2.20	2.13
-37.2 ($M_{máx}$)	4.14	3.81

Os valores médios da extensão obtidos no comprimento de referência vêm:

sem "*décallage*": $\varepsilon_{sm,méd} = 1.3$ ‰

com "*décallage*": $\varepsilon_{sm,méd} = 2,9$ ‰

O valor da extensão média encontrado, para a translacção considerada, $\varepsilon_{s,méd} = 2,9$ ‰, é agora razoavelmente concordante (16% superior) com o correspondente valor medido na experimentação, $\varepsilon_{s,méd\,(exp)} = 2,5$ ‰.

No Quadro 6.2 resumem-se os valores da extensão média da armadura de flexão entre secções S_1 (ou S_2) e S_0 determinados para as diferentes hipóteses consideradas.

Quadro 6.2 - Valores da extensão média na zona de referência (entre as secções S_1 e S_0).

	$\varepsilon_{s,\,méd}$ (sem contribuição do betão) (‰)	$\varepsilon_{sm,méd}$ (com contribuição do betão) (‰)
sem translacção de *M/z*	1.4	1.3
com translacção de *M/z*	3.2	2.9

Para as hipóteses consideradas e a partir do diagrama da Figura 6.16, o comprimento aproximado da *zona plastificada* (isto é, da zona em que o aço da armadura ultrapassou a tensão limite de proporcionalidade) para a carga última do ensaio, é:

$$l_{plast} = 20.5 \text{ cm}, \quad \text{próximo da altura da secção (h=22 cm).}$$

Note-se que, apesar deste valor inferir dos erros derivados da adopção de uma tensão constante na armadura de flexão no comprimento de translacção do diagrama dos momentos flectores, que não corresponderá à situação real, foi possível determinar, com uma boa aproximação, a extensão média da armadura bem como o comprimento da zona plastificada.

6.2.3.2.4 - Rotação plástica

A rotação plástica de uma secção é determinada pela diferença entre a rotação total sofrida, θ_u, e a rotação elástica, θ_{elast}, (correspondente à entrada em cedência da armadura de tracção):

$$\theta_{plast} = \theta_u - \theta_{elast} \tag{6.5}$$

O valor exacto da rotação plástica da zona plastificada é difícil de quantificar a partir das medições efectuadas, já que o seu comprimento, l_{plast}= 20.5 cm para cada lado do apoio central (determinado no ponto anterior), foi inferior ao comprimento em que se efectuaram as medições, l_o=56.5cm.

As deformações médias do betão medidas nas faces superior e inferior da viga entre as duas secções de referência (S_1 e S_2) para o momento M = 29 kNm, correspondente ao limite da zona de comportamento elástico (deformações elásticas), e para o momento último (deformações últimas) representam-se na Figura 6.17:

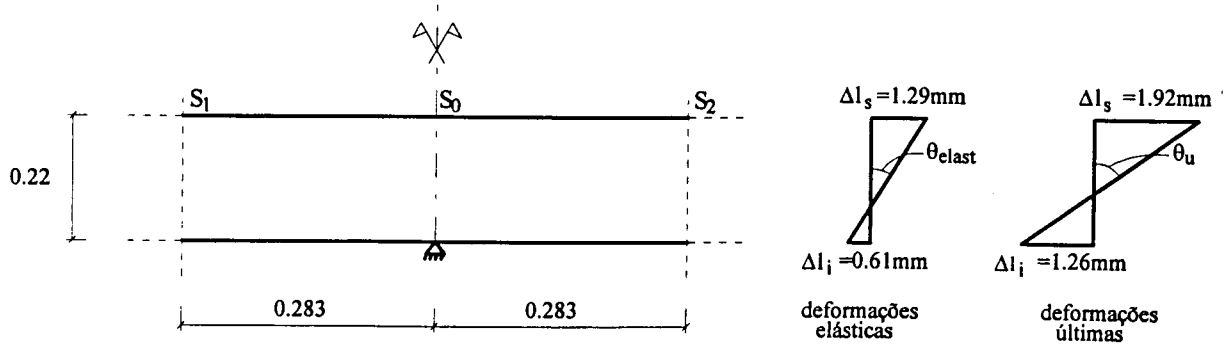


Figura 6.17 - Diagrama das deformações médias do betão entre as secções S_1 e S_2. a) Deformações elásticas; b) Deformações em rotura (últimas).

A rotação de cada uma destas secções é, por simetria, igual a metade da rotação relativa entre elas e vem determinada pela expressão:

$$\theta \cong tg\theta = \frac{(|\Delta l_i| + |\Delta l_s|)/2}{h} \tag{6.6}$$

Considerando as deformações médias indicadas na Figura 6.17, a expressão (6.6) conduz aos seguintes valores das rotações elástica e última de S_1 (ou S_2):

rotação elástica:

$$\theta_{elast} = 4.05 \cdot 10^{-3} \text{ rad} \quad (\text{para } M = 29 \text{ kNm})$$

rotação última:

$$\theta_u = 7.20 \cdot 10^{-3} \text{ rad} \quad (\text{para } F_{u,exp} = 224\text{kN})$$

A *rotação plástica* vem obtida pela diferença dos dois valores anteriores (6.5):

$$\theta_{plast} = \theta_u - \theta_{elast} = (7.2 - 4.0) \cdot 10^{-3} = 3.2 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$$

6.2.3.2.5 - Confirmação das rotações através do diagrama das curvaturas correspondente, por aplicação das expressões indicadas no EC2, Anexo 2

A rotação de uma rótula plástica (ou de uma zona plastificada) numa peça linear submetida a esforços de flexão com ou sem esforço axial, pode ser determinada pela integração do diagrama das curvaturas na zona correspondente. A curvatura média, $(1/r)_m$, duma secção de betão armado é obtida, segundo o EC2, Anexo2, pela expressão:

$$(1/r)_m = (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_c)/d \qquad \text{(A2.1, EC2)} \tag{6.7}$$

em que:

ε_{sm} - extensão média da armadura,

ε_c - extensão da fibra mais comprimida de betão (negativa .para compressão) calculada desprezando a rigidez da zona traccionada

d - altura útil da secção

O Eurocódigo 2, Anexo 2 (A2.3), propõe também, para a determinação da rotação das rótulas plásticas, a utilização de um diagrama de momentos-curvaturas linear simplificado, definido por um troço recto entre a origem e o ponto de coordenadas $(1/r_m, M_{yk})$ - sendo M_{yk} o momento que introduz a tensão característica de cedência na armadura calculado com base numa secção fendilhada e $1/r_m$ a curvatura correspondente, calculada tendo em consideração a rigidez da zona traccionada.

Para confirmação das rotações medidas experimentalmente foi seguido um procedimento próximo do indicado no EC2, pela integração do diagrama das curvaturas na zona de referência (entre as duas secções medidas S_1 e S_2).

Com base no diagrama de momentos flectores experimentais da viga V_2 (Figura 6.18,a), para a carga de rotura, foram calculadas as curvaturas médias, $(1/r)_m$, das secções ao longo da viga por aplicação da expressão (A2.1, EC2, (6.7)).

A extensão média da armadura, conforme já referido, foi determinada pela expressão (A2.2, EC2, (6.3), nas secções da viga nas quais a tensão na armadura era menor ou igual à tensão de cedência do aço. Nas restantes secções, em que a tensão estimada era superior à tensão de cedência, foi aplicada a expressão indicada pelo Código modelo MC90 (expressão 3.2-12, MC90, (6.4)).

Nas expressões regulamentares os valores característicos das propriedades dos materiais foram substituídos pelos respectivos valores médios obtidos na experimentação.

Por simplificação consideraram-se duas secções tipo:

- tipo *a*: secção armada com quatro varões ϕ16mm, nas zonas de momento positivo;
- tipo *b*: secção armada com dois varões ϕ16mm, nas zonas de momento negativo.

Foram determinadas as curvaturas, $(1/r)_m$, nas secções de momento:

$M = M_{cr}$ $(\varepsilon_{sm}=\varepsilon_{smr})$, momento igual ao momento de fendilhação

$M = M_y$, sendo M_y o que produz a tensão na armadura, $\sigma_s=f_{sy}$ (secção fendilhada)

$M = M_{max.}$

considerado, simplificadamente, uma variação linear da curvatura entre aquelas secções.

O diagrama das curvaturas, 1/r, obtido (meia viga) está representado na Figura 6.18,b, em que se indicam os valores da curvatura em rad/m multiplicados por 10^3.

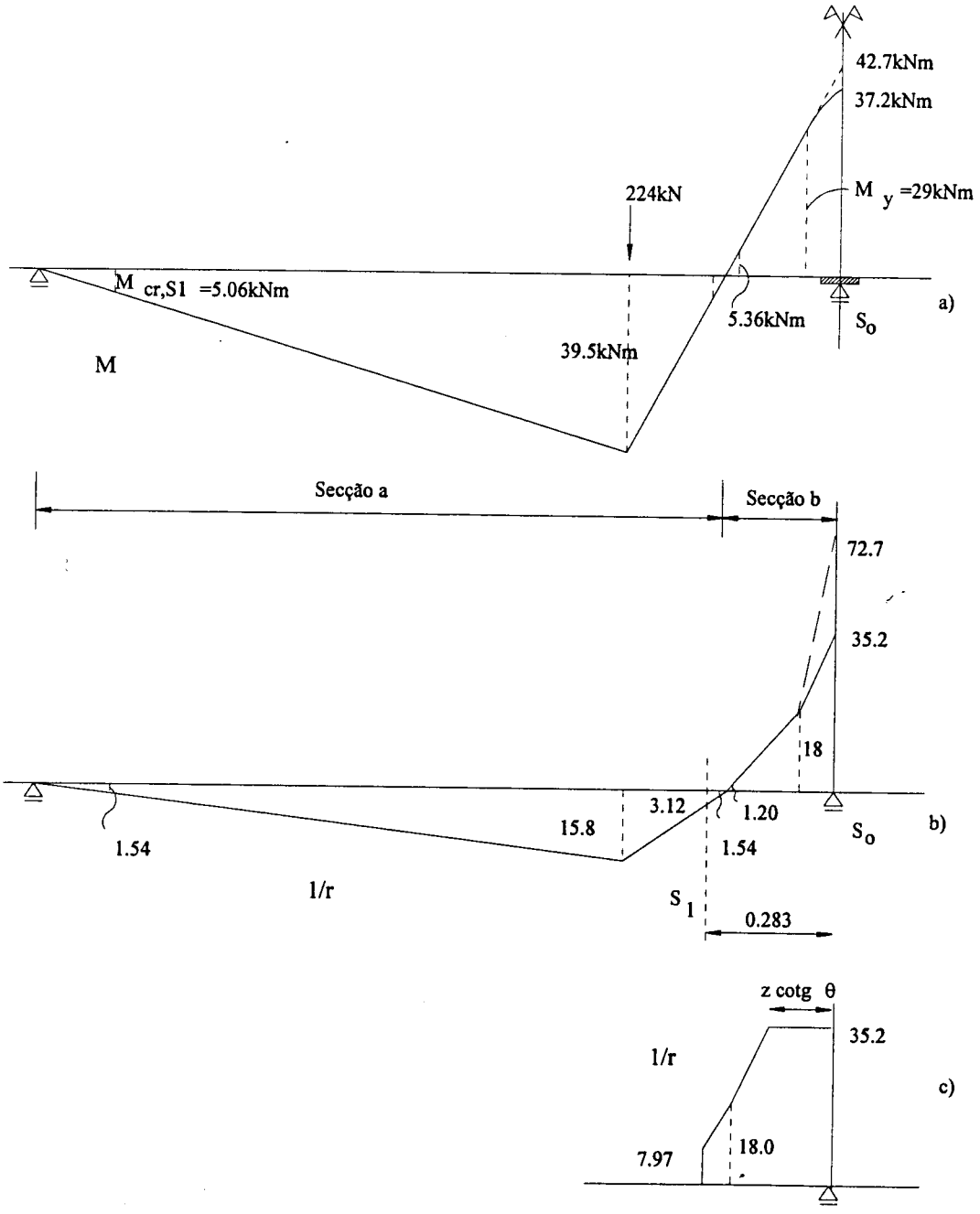


Figura 6.18 - a) Diagrama dos momentos flectores; b) diagrama das curvaturas da viga V_2, para a carga de rotura; c) diagrama das curvaturas com "*décallage*".

A rotação de S_1 (ou S_2) é determinada pela integração do diagrama das curvaturas (Figura 6.18,b) entre S_1 (ou S_2) e S_0 (secção do apoio central), aqui obtida pela aplicação dos teoremas de Mohr - Teorema dos Trabalhos Virtuais aplicado a uma *solicitação unidade* constituída por dois momentos unitários de sinal contrário nas secções S_1 e S_0 e à deformação real da estrutura. O valor assim obtido foi:

$$\theta_u = 3.22 \cdot 10^{-3} \text{ rad},$$

cerca de 45% do correspondente valor experimental, $\theta_{ult,\,exp} = 7.2 \cdot 10^{-3}$rad.

A concordância desta rotação com a rotação experimental terá que ser procurada há custa de uma correcção do diagrama das curvaturas, dado que este não terá suficiente rigor na zona do apoio. Efectivamente a variação das curvaturas nesta zona é muito rápida, não sendo por isso tradutível uma relação muito rigorosa entre os momentos e as curvaturas.

Para efectuar essa correcção foi determinada a rotação da secção do apoio central, S_o, a partir do diagrama das curvaturas pelo mesmo procedimento sendo, neste caso, a solicitação unidade constituída por um par de momentos unitários de sentidos opostos na secção S_o.

O valor obtido foi diferente de zero e igual a:

$$\theta_{So} = 1.4 \cdot 10^{-3} \text{ rad} \quad \text{(meia rotação)}$$

Para a compatibilização das deformações dentro de uma linha elástica com continuidade será necessário aumentar o valor da curvatura na secção S_0 de modo a anular a rotação nesta secção. O novo valor da curvatura, que satisfaz esta imposição é (Figura 6.18,b) :

$$1/r = 72.7 \cdot 10^{-3} \text{ rad/m.}$$

A partir do diagrama das curvaturas adaptado no troço junto ao apoio (a tracejado na Figura 6.18,b) pode agora ser determinada a rotação real da secção S_1,ou S_2 (em relação ao eixo de simetria da viga). O valor da rotação obtido foi:

$$\theta_{u,S1} = 4.7\ 10^{-3} \text{ rad}$$

valor ainda razoavelmente inferior à rotação experimental medida, $\theta_{ult,exp} = 7.2 \cdot 10^{-3}$rad.

Esta redução parece confirmar, também neste caso, a necessidade de efectuar uma translacção do diagrama (M/z) dos esforços da armadura de tracção para atender ao efeito da fendilhação diagonal (Figura 6.13).

Este procedimento é aconselhado pelo Código Modelo MC90 (3.7) em casos semelhantes.

Efectivamente, o comportamento da estrutura complexa, pela fendilhação oblíqua, afasta-se consideravelmente do comportamento de uma peça linear.

Considerando a translacção no diagrama das curvaturas igual a $d \cdot cot\theta$, com $\theta = 55°$ (já justificada no ponto anterior pela fendilhação oblíqua observada no ensaio, Figura 6.18,c), o valor daquela rotação vem igual a:

$$\theta_u = 7.61 \cdot 10^{-3} \text{ rad},$$

agora muito próximo do valor experimental (cerca de 6% superior). Parece portanto poder concluir-se, tal como no ponto anterior, que o comportamento experimental seria reproduzido de uma maneira aproximada, para uma translação ligeiramente inferior à proposta.

6.2.4 - Comparação dos resultados obtidos nos ensaios das duas vigas V_1 e V_2

6.2.4.1 - Capacidade última e comportamento à deformação

No Quadro 6.3 são comparados os valores da carga de rotura obtidos nos ensaios das duas vigas V_1 e V_2 com os respectivos valores teóricos.

Quadro 6.3 - Comparação dos resultados teóricos e experimentais. Vigas V_1 e V_2.

VIGA	Carga de rotura experimental $F_{u,exp}$ (kN)	Carga de rotura teórica $F_{w\,teór}$ (kN)	$F_{w\,exp}/F_{w\,teór}$
V_1	150	201	0.75
V_2	224	225	0.99

Nos diagramas da Figura 6.19 estão representadas as curvas cargas-flechas das duas vigas ensaiadas.

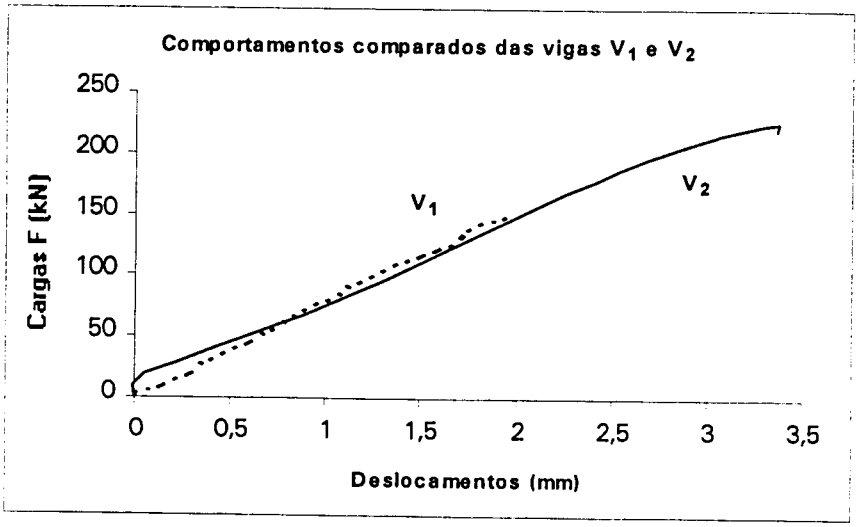


Figura 6.19 - Diagramas cargas-deslocamentos da secção de aplicação da carga.

A inclinação inicial dos diagramas cargas-flechas traduz possíveis ajustamentos dos apoios na fase inicial do carregamento.

6.2.4.2 - Diagramas momentos - rotações

A variação das rotações relativas das secções S_1 e S_2, a *1.5d* da secção do apoio central, em relação a esta secção e das curvaturas médias correspondentes com o momento no apoio de continuidade e com o correspondente momento reduzido $m = M/(b \cdot h^2 \cdot \sigma_c)$ obtidas nos ensaios das duas vigas, é apresentada nos diagramas da Figura 6.20.

A curvatura média experimental, $1/r$, foi determinada pelas extensões médias superior (de tracção) e inferior (de compressão) $\varepsilon_i = \Delta l_i / l_o$ e $\varepsilon_s = \Delta l_s / l_o$ (l_o = 56.5 cm), pela expressão:

$$\frac{1}{r} = \frac{|\varepsilon_i| + |\varepsilon_s|}{h} \tag{6.8}$$

Δl_s e Δl_i - deslocamentos relativos das duas secções ao nível das faces superior e inferior das vigas (já referidos)

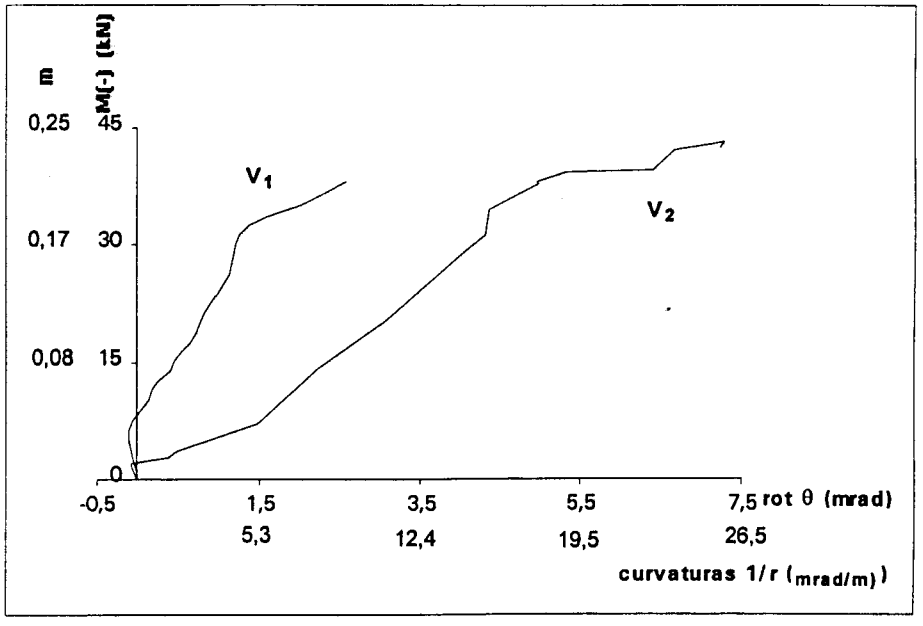


Figura 6.20 - Variação das rotações e das curvaturas médias das secções S_1 e S_2 com o momento flector e com o momento reduzido naquele apoio, medidas no ensaio.

Na viga V_1 não foi atingida a plastificação da armadura sobre o apoio. A extensão média da armadura de tracção para a carga de rotura, $\varepsilon_{s,med}$ = 1.0 %, foi muito inferior à correspondente extensão de cedência (ε_{sy} = 2.2 ‰ para σ_y = 440 MPa).

No diagrama momentos-rotações da viga V_2 (que é razoavelmente concordante com diagramas correspondentes indicados por Leonhardt (1979) para as mesmas percentagens de armadura e o mesmo tipo de aço), podem distinguir-se dois troços de diferente inclinação, o primeiro até ao momento aproximado de M = 29 kNm, correspondente à entrada em cedência da armadura na secção do apoio (ε_{sy} = 2.2‰), e o segundo, de menor inclinação, correspondente à redução de rigidez da armadura desde aquele valor até à rotura.

6.2.5 - Análise numérica das vigas ensaiadas por aplicação de um modelo de análise não linear desenvolvido por Figueiras e Póvoas.

Apresenta-se a aplicação, às duas vigas ensaiadas, do modelo numérico de simulação do comportamento de vigas de betão armado desenvolvido por Figueiras (1983) e Póvoas (1991), já referido no Capítulo 3.

6.2.5.1 - Parâmetros adoptados na modelação dos materiais

Os valores adoptados para os parâmetros definidores dos materiais aço e betão foram os obtidos nos correspondentes ensaios experimentais de caracterização.

Betão - os valores das resistências à compressão e à tracção adoptados foram 25.95 MPa e 2.63 MPa, respectivamente. Para a extensão máxima do betão à compressão e_{cu} foram fixados os valores de 0.004 e 0.007 respectivamente para as zonas das vigas com estribos espaçados de 0.12 cm e 0.05cm, para atender ao diferente confinamento do betão oferecido pela armadura transversal. A extensão máxima do betão à tracção, correspondente à total eliminação da aderência entre o aço e o betão, foi considerada ε_{ctu} = 0.003.

Para o coeficiente α_{ct} de *retenção de tensões de tracção* (ver Capítulo 3, ponto 3.2.6.1) foram adoptados os valores:

α_{ct} = 0.8 - na zona de betão envolvente dos varões longitudinais
α_{ct} = 0.6 - nas restantes zonas.

Aço - o comportamento do aço das armaduras foi definido através do diagrama trilinear, que melhor se aproximou da curva obtida no ensaio de tracção uniaxial correspondente, realizado em laboratório. No Quadro 6.4 indicam-se os valores das tensões e dos módulos de elasticidade correspondentes aos diversos troços do diagrama trilinear adoptado.

Quadro 6.4 - Caracteristícas das armaduras adoptadas na análise numérica.

	Arm princ. ϕ 16mm	Arm. long. ϕ 8mm	Arm. transv. ϕ 6mm
E_0 (GPa)	200	200	200
f_{sy1}	440	350	370
E_1 (GPa)	61	40	110
f_{sy2}	770	430	433
E_2 (GPa)	7	4.8	9.7
f_{sy3}	827	455	480

A malha de elementos finitos isoparamétricos de oito nós utilizada era constituída por sessenta elementos, para meia viga simétrica, de dimensões adequadas à geometria da secção, disposição das armaduras e localização das secções críticas.

6.2.5.2 - Resultados obtidos. Comparação com os resultados da experimentação

Os resultados obtidos na análise numérica indicam-se no Quadro 6.5. Incluem-se também os valores da carga última experimental para comparação dos resultados determinados pelas duas vias.

Quadro 6.5 - Comparação dos resultados obtidos pelas análise numérica e experimental.

VIGA	Carga de rotura exp. $F_{u,exp}$ (kN)	Carga de rotura num. $F_{u,num}$ (kN)	$F_{u,exp}/F_{u,num}$
V_1	150	215	0.70
V_2	224	220	1.02

Viga V_1 (dimensionamento elástico) - na simulação numérica a rotura ocorreu por esmagamento do betão na secção do apoio central. O valor da carga última foi próximo do

teóricamente esperado, mantendo-se assim o desvio em relação à experimentação. Na análise numérica, a hipótese de simetria durante todo o processo pode equivaler a uma condição artificial que na experimentação não se produziu.

Viga V_2 - os resultados obtidos por aplicação do modelo numérico não linear são aproximadamente concordantes com os teoricamente esperados e encontrados na experimentação. A rotura ocorreu, na análise numérica, por esmagamento do betão na alma (biela comprimida) e na secção do apoio central.

Na Figura 6.21 comparam-se os diagramas cargas-flechas relativos às vigas estudadas obtidos na análise numérica e na experimentação.

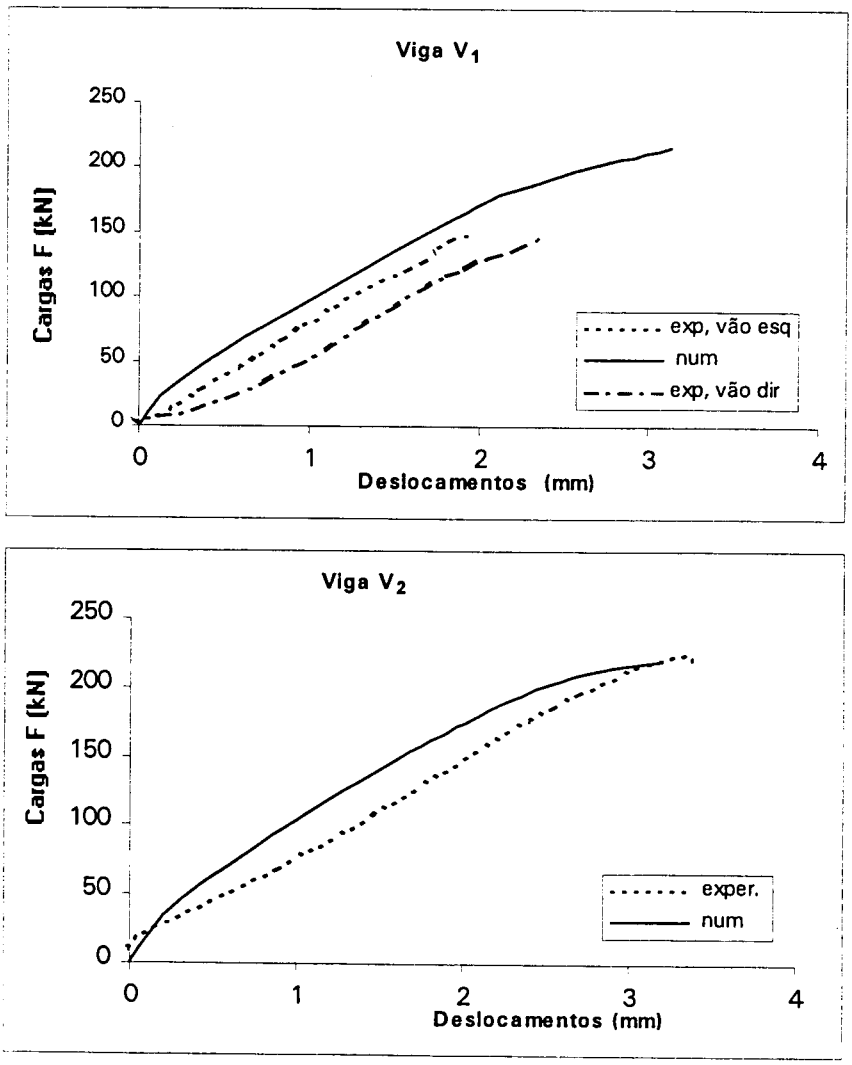


Figura 6.21 - Diagramas cargas-flechas dos pontos de aplicação das cargas obtidos pela análise numérica e pela experimentação. Vigas V_1 e V_2.

Os diagramas apresentam inclinações semelhantes, embora com desvios na fase inicial do carregamento, derivados provavelmente a ajustamentos dos apoios que não terão sido totalmente contabilizados no ensaio experimental.

Nas Figuras 6.22 a 6.25 é ilustrada a evolução da resposta, figuras de fendilhação e distribuição das tensões principais no betão, obtida nas duas vigas para uma carga próxima da de rotura (meia viga).

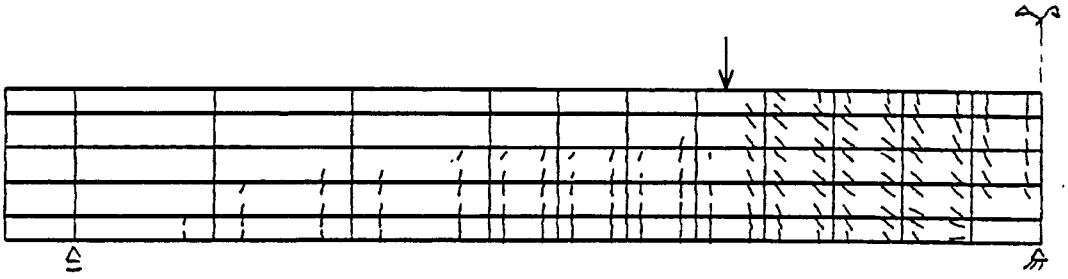


Figura 6.22 - Aspecto da fendilhação. Viga V_1.
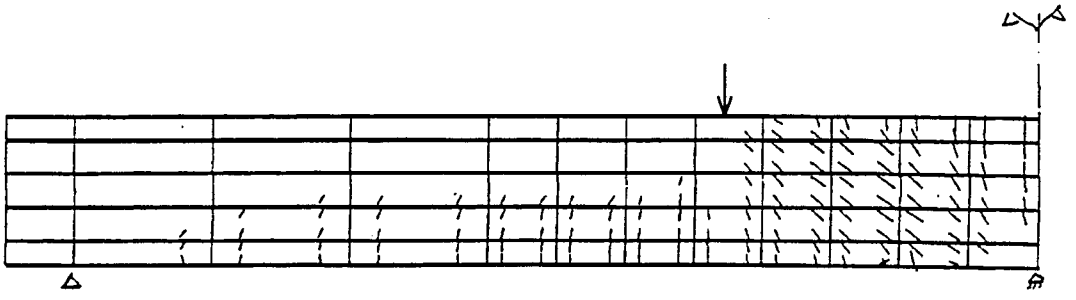


Figura 6.23 - Aspecto da fendilhação. Viga V_2.
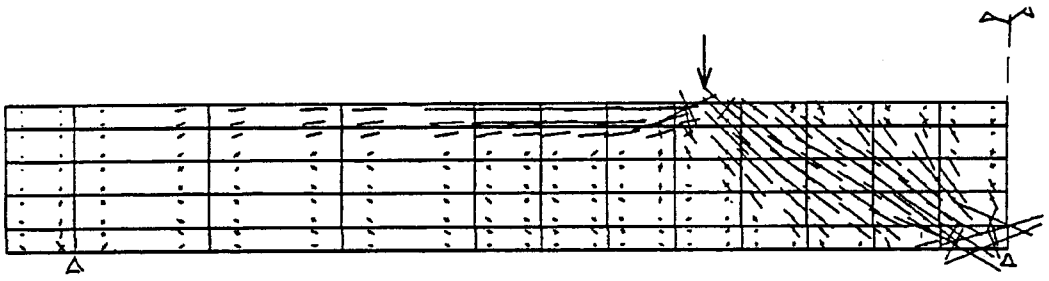


Figura 6.24 - Distribuição das tensões principais do betão na viga V_1 para uma solicitação próxima da de rotura.

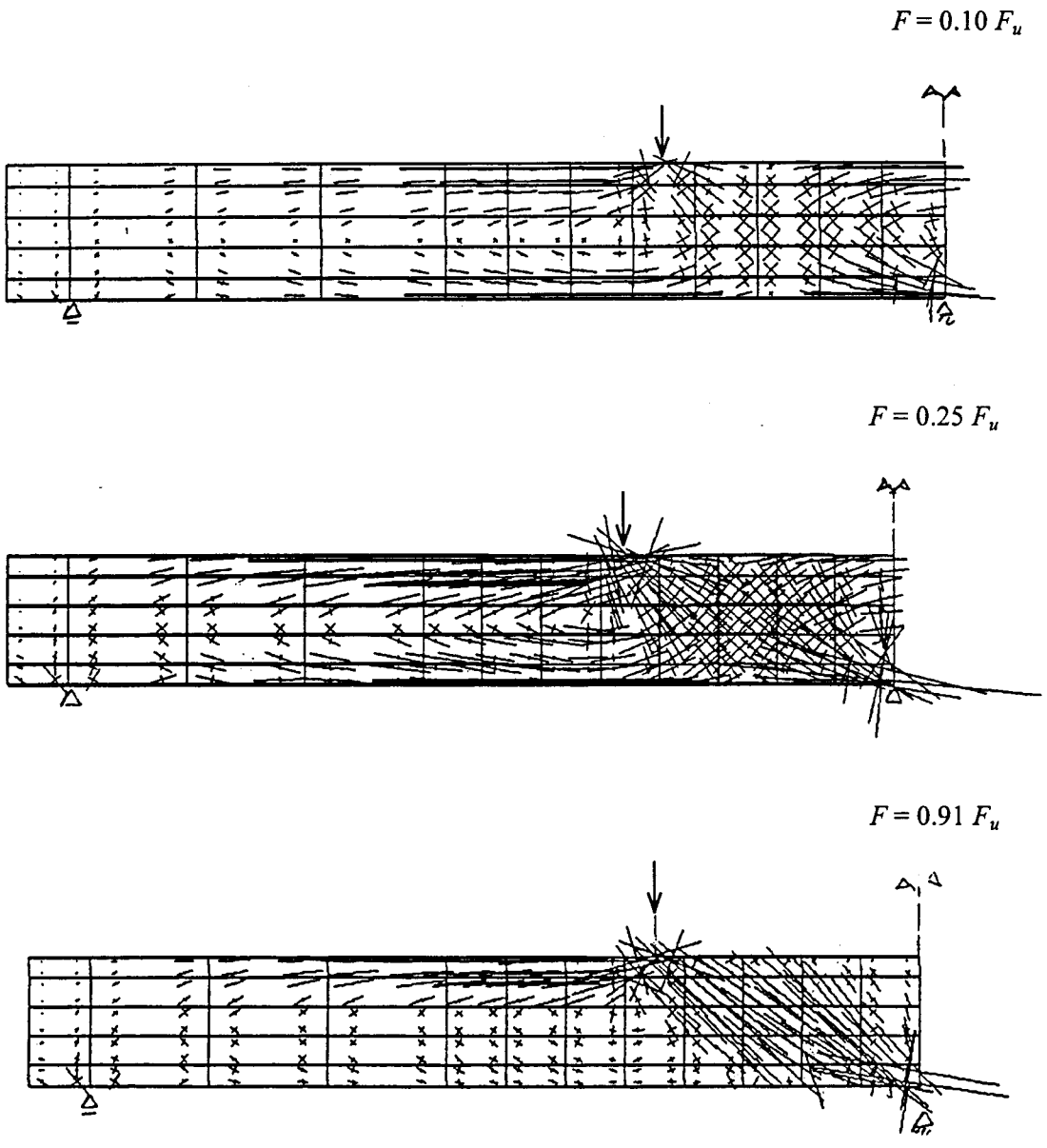


Figura 6.25 - Evolução das tensões principais do betão na viga V_2, para solicitações crescentes.

6.2.6 - Aplicação do método dos modelos de escoras-e-tirantes às vigas ensaiadas

Apresenta-se a aplicação do método dos modelos de escoras-e-tirantes à viga V_2 ensaiada, como processo de verificação do seu comportamento em estado último observado na experimentação.

Omite-se a aplicação do mesmo método à viga V_1, já que, dadas as circunstâncias anómalas verificadas no ensaio experimental, só através de uma redução artificiosa das dimensões do nó comprimido sob cada carga concentrada (pelas dimensões reduzidas da placa de apoio), poderia ser justificada, no modelo de escoras-e-tirantes, a rotura observada na experimentação.

6.2.6.1 - Modelo de escoras-e-tirantes da viga V_2

O modelo construído para viga V_2, para a carga máxima atingida no ensaio, é constituído por uma treliça Figura 6.26) cujas diagonais comprimidas tomam inclinações aproximadamente concordantes com as direcções das tensões principais na alma da viga encontradas na análise numérica efectuada. Nos troços de viga entre as cargas e o apoio central as inclinações das bielas são também próximas das orientações das fendas observadas no ensaio. Os banzos são interrompidos para traduzir o anulamento do esforço na armadura na secção de momento nulo do vão. A ligação entre os dois banzos, nessa secção, aproximadamente coincidente com a determinada pelos resultados experimentais, é realizada por um tirante vertical que transmite o esforço transverso entre os dois corpos adjacentes da treliça.

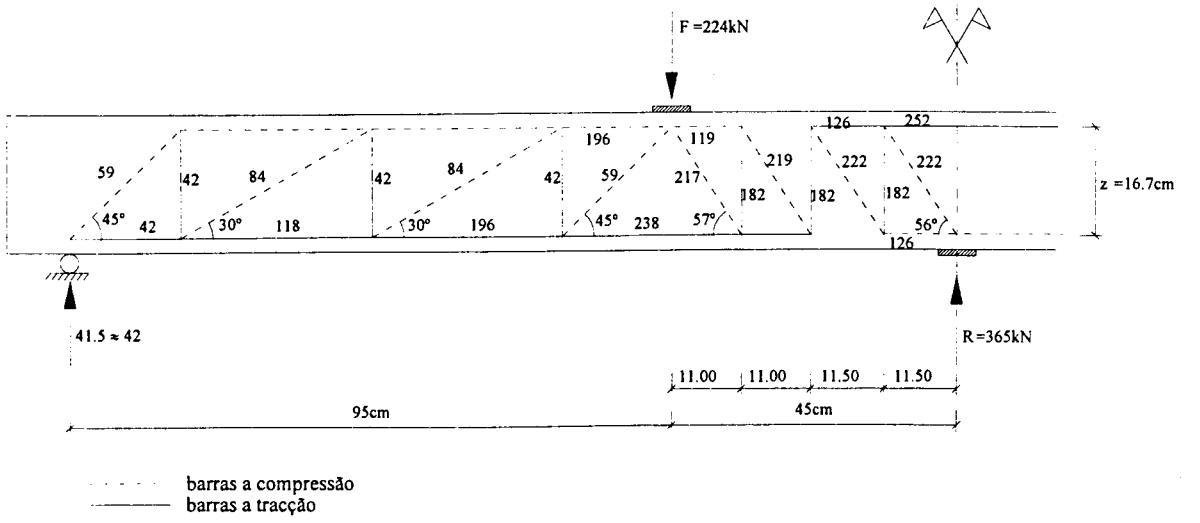


Figura 6.26 - Modelo de escoras-e-tirantes da viga V_2.

6.2.6.1.1 - Determinação das tensões nas barras do modelo

O equilíbrio do modelo conduz às seguintes tensões nas armaduras e no betão:

Tensões nas armaduras

Armadura sobre o apoio central (2ϕ 16mm):

$F_s = 252$ kN $\quad \sigma_{s,méd} = F_s / A_s = 630$ MPa $> f_y = 440$ MPa, confirmando a cedência da armadura sobre o apoio.

Armadura no vão (4ϕ 16mm):

$F_s = 238$ kN $\quad \sigma_{s,méd} = F_s / A_s = 298$ MPa $< f_y$ - não se verifica a cedência da armadura no vão.

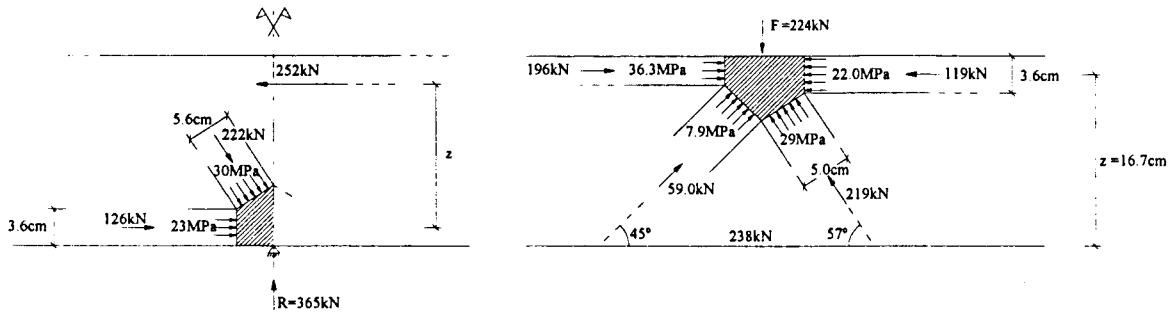
Armadura transversal:

$F_{sw} = 182$ kN - esforço médio nos três tirantes representativos dos estribos existentes na zona de valor mais elevado do esforço transverso (num comprimento de 0.45 m entre as cargas e o apoio central) - 9 estribos (ϕ8mm afastados de 5 cm), com área total, $A_{sw} = 9$ cm^2. A tensão média nos estribos vem:

$\sigma_{sw,méd} = 3 \cdot F_{sw} / A_{sw} = 607$ MPa $> f_y = 350$ MPa, confirmando a cedência da armadura transversal em rotura.

Tensões nas bielas de betão

Pela pormenorização dos nós comprimidos de betão sobre o apoio e sobre a carga concentrada podem determinar-se as tensões médias nas bielas que nele concorrem, em função do esforço e da largura estimada das mesmas (Figura 6.27).



a) b)

Figura 6.27 - Pormenorização dos nós nas secções críticas. a) apoio central; b) secção do vão.

O valor da tensão na biela inclinada de transmissão junto ao apoio central (Figura 6.27) é superior à resistência média à compressão do betão, σ_c = 30 MPa > f_c = 25.95 MPa, indicando o esmagamento do betão na alma. O mesmo se passa em relação ao banzo superior na secção de aplicação da carga.

Os valores dos momentos das duas secções críticas M_{mod} são concordantes com os correspondentes determinados a partir dos resultados da experimentação, como seria de esperar, já que a secção de momento nulo foi fixada *à priori* de acordo com o correspondente diagrama experimental.

Secção do apoio: $M_{apoio,\,mod} = 252 \cdot z = 42.1$ kNm; $M_{apoio,exp} = 42.7$ kNm

Secção do vão: $M_{vão,mod} = 238 \cdot z = 39.7$ kNm; $M_{vão,exp} = 39.5$ kNm

A diferença, relativamente pequena, encontrada deve-se a um possível desacerto do valor arbitrado para o braço das forças interiores, z (z = 16.7 cm no modelo de escoras-e-tirantes).

6.2.6.1.2 - Comparação com os resultados obtidos na análise numérica

Os valores das tensões médias nas armaduras da viga V_2 obtidos por aplicação do modelo numérico, para uma carga próxima da de rotura, são aqui reproduzidas (Figura 6.28) para uma melhor comparação dos resultados.

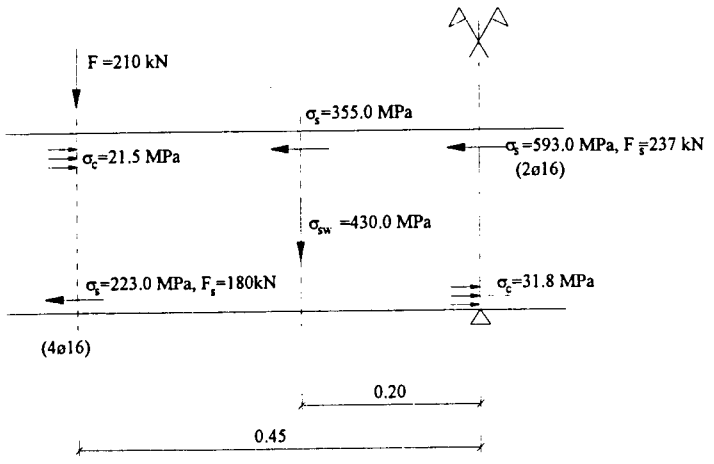


Figura 6.28 - Tensões médias determinadas por aplicação do modelo numérico.

Comparando as tensões em secções correspondentes indicadas nas Figuras 6.27 e 6.28, verifica-se uma concordância aproximada entre os valores determinados pelos dois modelos, modelo numérico e modelo de escoras-e-tirantes.

6.3 - ESTUDO EXPERIMENTAL DO EFEITO DO ESFORÇO TRANSVERSO NA CAPACIDADE DE ROTAÇÃO DE PEÇAS LINEARES

6.3.1 - Programa dos ensaios

Este segundo programa experimental que se apresenta visou, como referido, a análise da influência do esforço transverso na capacidade de formação das rótulas plásticas e no valor da rotação máxima sofrida (Bastos, 1994). Foram ensaiadas até à rotura três vigas de betão armado com características semelhantes, dimensionadas para o mesmo valor do momento resistente último associado a valores crescentes do esforço transverso introduzido por cargas concentradas em diferentes secções.

6.3.1.1 - Características do modelo de ensaio

O modelo de ensaio consistiu numa viga de secção rectangular, com comprimento total de 1.50 m e secção 0.10×0.15 m^2 (Figura 6.29), apoiada na secção central e solicitada por duas forças concentradas simétricas em relação ao apoio.

As três vigas ensaiadas, V_{c1}, V_{c2} e V_{c3}, diferiram apenas na distância, a, das cargas ao apoio central, igual a:

$a = 0.70$ m na viga V_{c1}

$a = 0.45$ m na viga V_{c2}

$a = 0.30$ m na viga V_{c3}

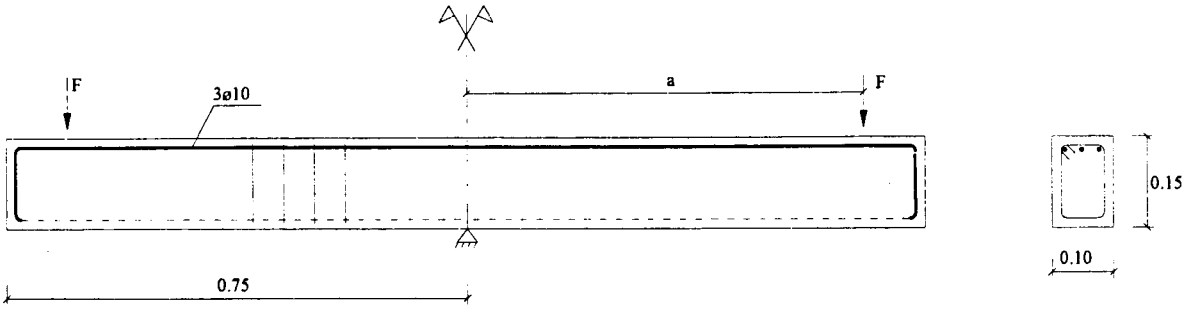


Figura 6.29 - Viga ensaiada.

A armadura longitudinal, constante em todas as vigas, foi constituída por 3 ϕ10 mm (ρ = 1.74%), com as seguintes características, obtidas no ensaio de tracção (Figura 6.30):

f_t = 588.2 MPa; f_y = 502.1 MPa; f_t / f_y =1.17, E_s=195 GPa e ε_{su}=28.0% (extensão de rotura medida num comprimento de cinco diâmetros).

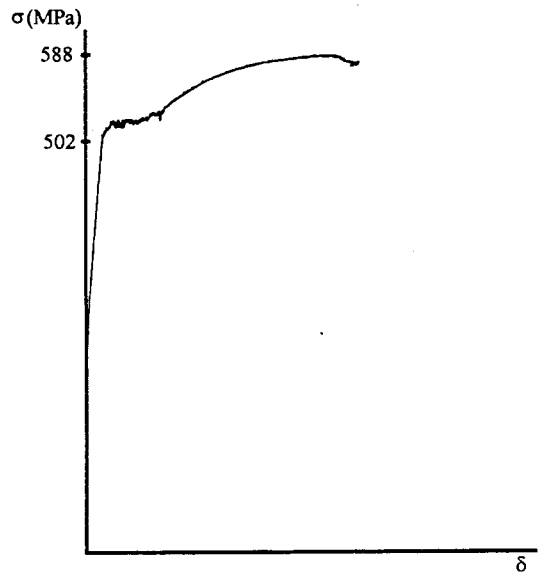


Figura 6.30 - Diagrama de tracção do aço da armadura longitudinal.

A armadura transversal foi realizada com estribos ϕ=6mm, da classe A400ER espaçados de 12 cm, 9 cm e 5 cm respectivamente nas vigas V_{c1}, V_{c2} e V_{c3}, de modo a garantir a resistência aos esforços transversos instalados.

A resistência média do betão, obtida em ensaios à compressão de provetes cúbicos de 15cm de aresta foi f_{cc} = 46.4 MPa, que corresponde a uma resistência cilindrica, f_c =37.1MPa.

6.3.1.2 - Instrumentação utilizada

Foram utilizados nos ensaios os seguintes transdutores:

- transdutores indutivos de deslocamento, "*LVDT*", para medição das flechas sob o ponto de aplicação das solicitações (f - na Figura 6.31,a); estes comparadores foram montados

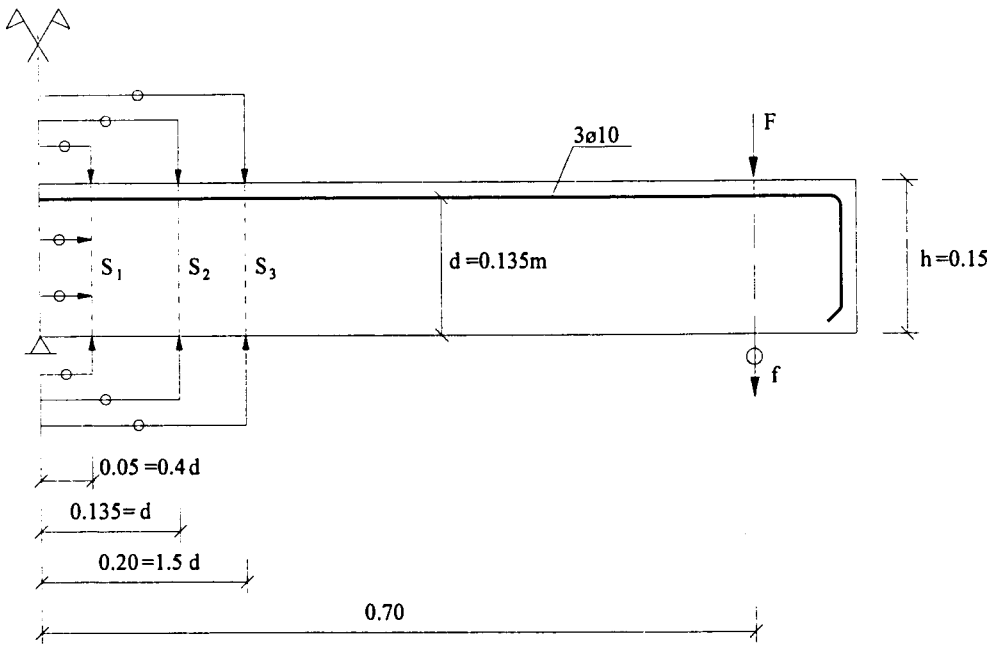
numa barra metálica rigidamente ligada à estrutura de modo a eliminar a influência de eventuais assentamentos do apoio central,

- células de carga resistivas, para medição das cargas aplicadas Figura 6.31,b);

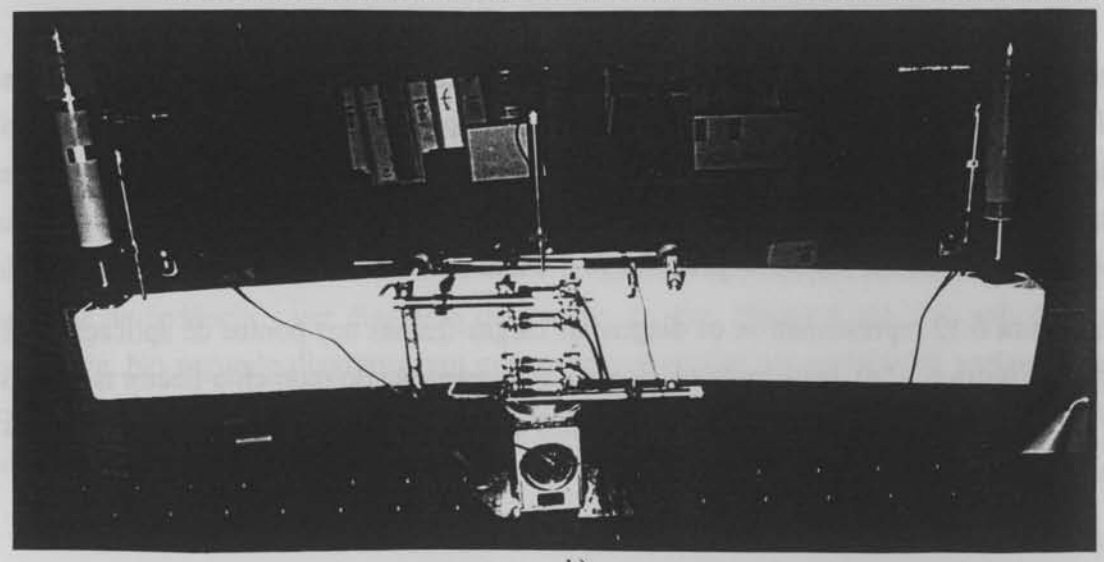
- quatro *extensómetros de massa* (elongâmetros eléctricos de resistência com abertura de 10 cm), colados na superfície do betão, na secção do apoio em quatro níveis da altura da viga, segundo o esquema da Figura 6.31,a). Estes aparelhos permitiram a medição das deformações entre as duas secções S_1 distanciadas 10 cm (aproximadamente igual a $0{,}4d$ do apoio central, $d = 0.135$ m, altura útil da secção);

- quatro transdutores indutivos de deslocamento (*LVDT*) para medição dos deslocamentos relativos, ao nível das faces superior e inferior da viga, de dois pares de secções S_2 e S_3, simétricas em relação à secção do apoio central e distanciadas de d e $1.5d$ daquela, respectivamente (representados em esquema na Figura 6.31. Estes transdutores foram instalados num sistema metálico apropriado, semelhante ao descrito em 6.2.1.

As leituras foram registadas automaticamente, por meio do sistema de aquisição HP3497A já referido ao qual estavam ligados os diferentes transdutores.



a)



b)

Figura 6.31 - Vigas V_c a) Secções instrumentadas. b) Aspecto do ensaio.

As solicitações foram aplicadas lentamente, com incrementos de carga de 2 kN aproximadamente, de modo a permitir a observação do desenvolvimento da fendilhação. A largura da placa do apoio foi de 0,05 m.

6.3.2 - Resultados obtidos

As vigas romperam por flexão sob os valores teoricamente previstos para as cargas últimas, de acordo com as características mecânicas dos materiais utilizados. A rotura ocorreu na secção do apoio, por abertura excessiva de uma fenda ali localizada e esmagamento do bloco comprimido de betão. No Quadro 6.6 resumem-se os resultados obtidos, os valores da carga e do momento correspondentes ao início de fendilhação, F_{cr} e M_{cr}, respectivamente, e carga última, F_u.

Quadro 6.6 - Resultados dos ensaios das vigas V_c.

Viga	a (m)	F_{cr} (kN)	F_u (kN)	F_{cr}/F_u	M_{cr} (kNm)
V_{c1}	0.70	5.53	22.13	0.25	3.87
V_{c2}	0.45	7.05	34.98	0.13	3.17
V_{c3}	0.30	12.45	55.22	0.23	3.74

a - distância do ponto de aplicação das cargas ao apoio.

Para a carga de fendilhação as tensões na armadura longitudinal são da ordem dos 130 MPa. As fendas, predominantemente verticais nas vigas V_{c1} e V_{c2}, formaram-se simetricamente em relação à secção do apoio com espaçamentos entre 5 e 7 cm; na viga V_{c3} as fendas concentraram-se essencialmente na zona do apoio, com inclinações próximas de 60°. A espessura das fendas em rotura foi próxima de 0.2 mm.

Na Figura 6.32 representam-se os diagramas cargas-flechas nos pontos de aplicação das solicitações (Figura 6.32,a), bem como os diagramas de variação do momento flector no apoio $M_{apoio} = F \cdot a$ (sendo a a distância da carga ao apoio) com as correspondentes flechas divididas por essa distância (Figura 6.32,b).

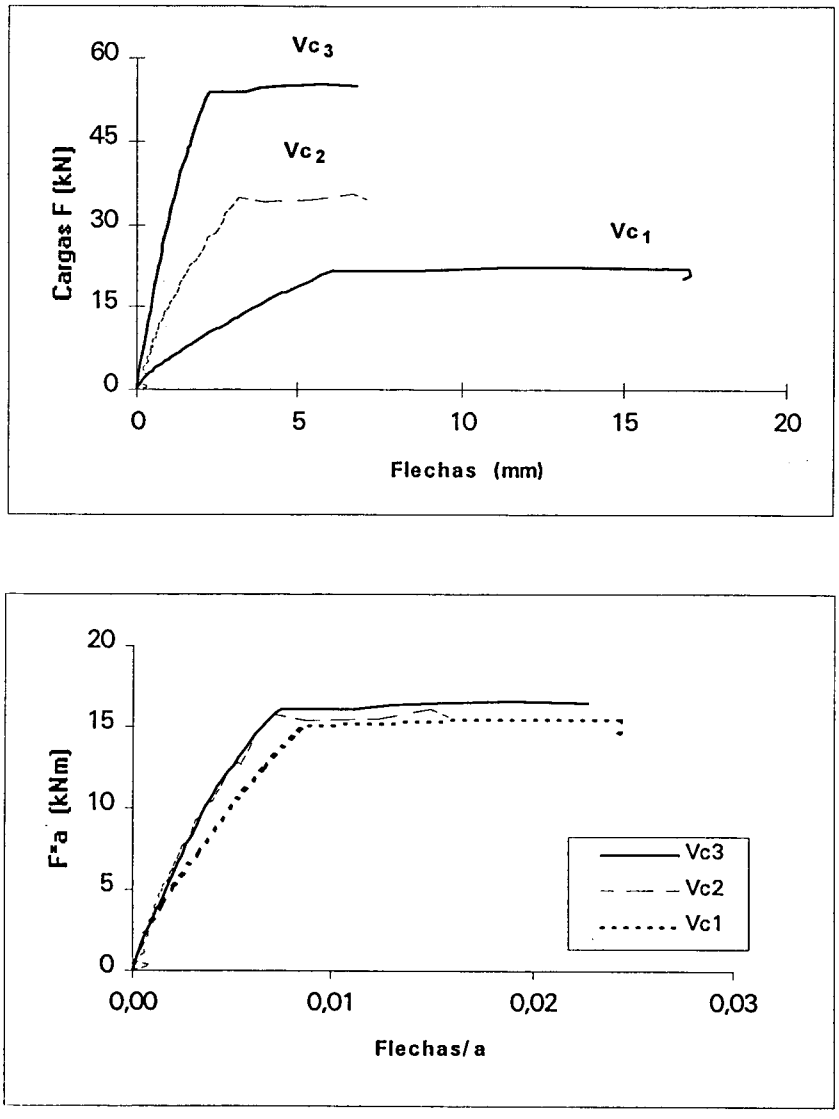
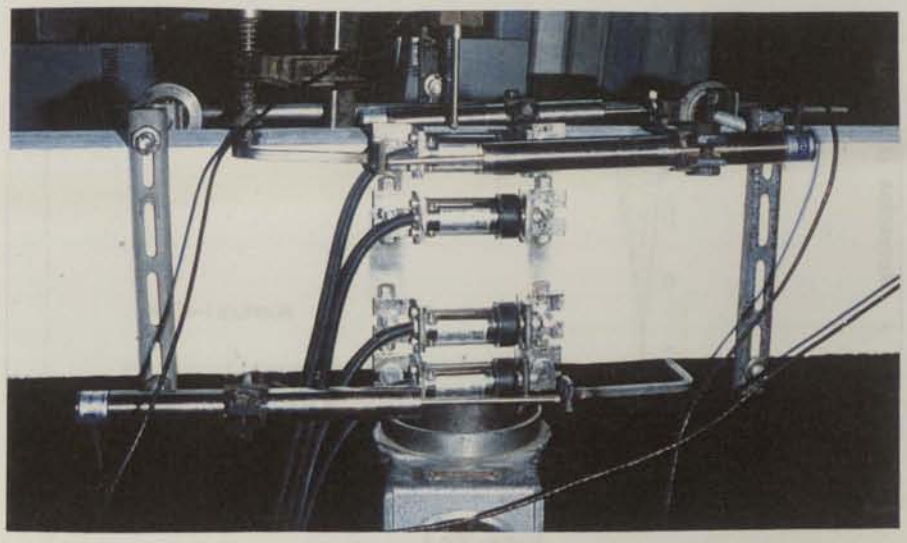


Figura 6.32 - a) Diagramas cargas-flechas do ponto de aplicação da carga das vigas ensaiadas; b) Diagramas $F \cdot a$ - flechas/a (a - distância das cargas ao apoio).

Os diagramas apresentam duas zonas distintas: um troço inicial rectilíneo até à fissuração (pouco perceptível), diminuindo depois progressivamente de inclinação até à solicitação correspondente à cedência da armadura longitudinal, sensivelmente igual à carga máxima atingida; um segundo troço praticamente horizontal traduz a formação da rótula plástica na secção do apoio, acompanhada de grande deformação (entrada da armadura em patamar de cedência - ver diagrama de tracção do aço, Figura 6.30), sob solicitação quase constante. No segundo diagrama, em que se procurou eliminar o efeito da variação do braço, as três curvas são quase coincidentes, revelando, nos três casos, um comportamento muito semelhante.

Com os deslocamentos relativos das duas secções, S_1, simétricas distando $0.4d$ do apoio, medidos em quatro níveis da altura da secção (Figura 6.33), foram determinadas as extensões médias correspondentes, $\varepsilon = \Delta l / l_o$, $(l_o \approx 0.8\, d = 0.10$ m).



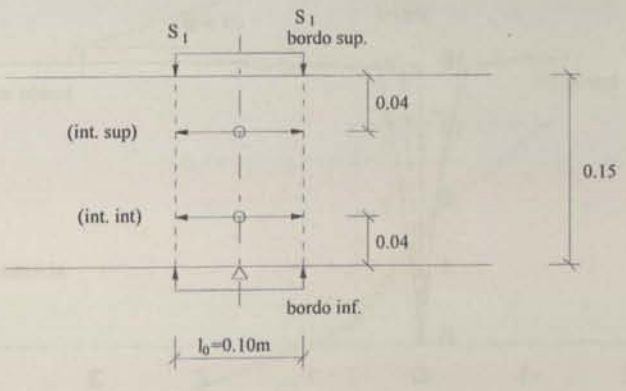
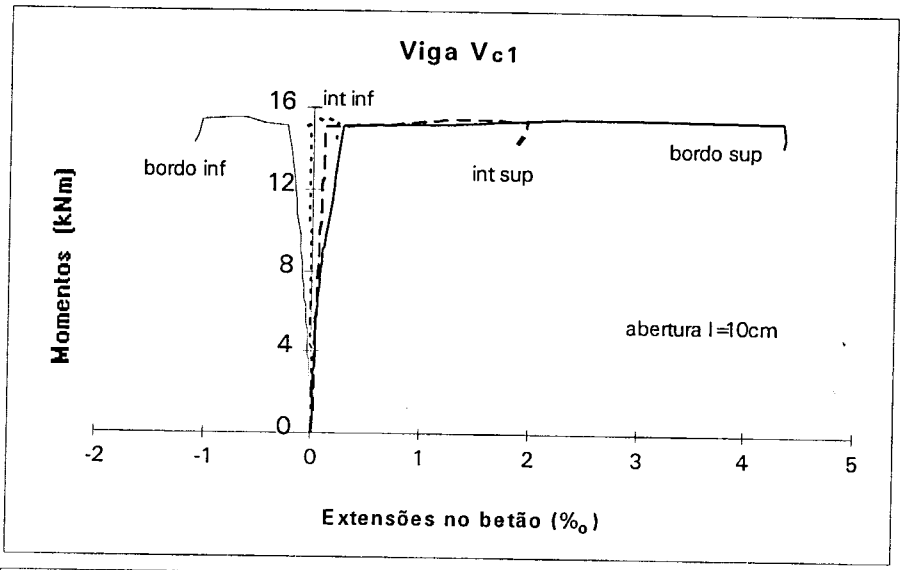
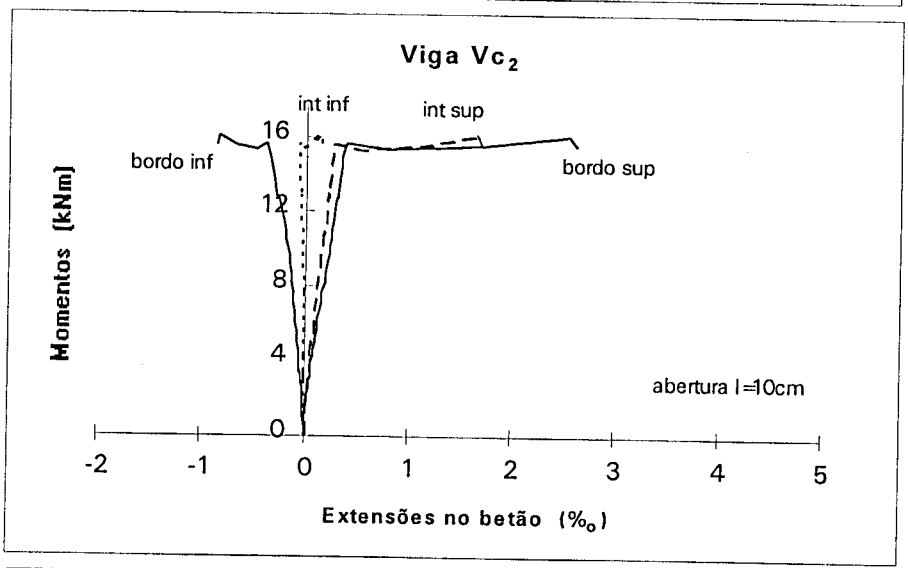


Figura 6.33 - Localização dos extensómetros de massa na secção do apoio.

Na Figura 6.34 estão representados os diagramas de variação daquelas extensões médias com o momento flector, para as três vigas analisadas.





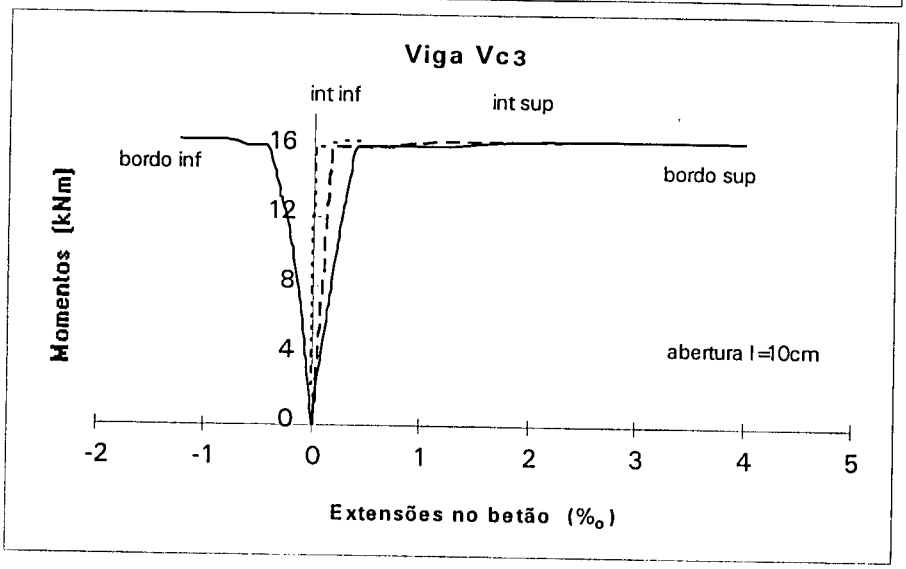


Figura 6.34 - Extensões (‰) no betão ao longo da altura da secção do apoio: bordo inferior, a 4cm do bordo inf (int inf), a 4cm do bordo sup (int sup) e bordo superior.

Próximo da rotura é visível o aumento da profundidade do eixo neutro e diminuição da altura do bloco comprimido, com o crescimento da solicitação, pela inversão do sinal das deformações medidas no extensómetro a 4 cm da face inferior (int inf), de compressão para tracção.

A Figura 6.35 representa a variação daquelas extensões médias na secção transversal do apoio (quatro pontos medidos), das três vigas ensaiadas, para uma solicitação próxima da de rotura, $F=0.95F_{u,exp}$. Verifica-se, particularmente na última viga V_{c3}, um aumento substancial da extensão na fibra extrema comprimida de betão, em relação ao valor esperado pela hipótese da Navier (que se representa a tracejado na Figura 6.35).

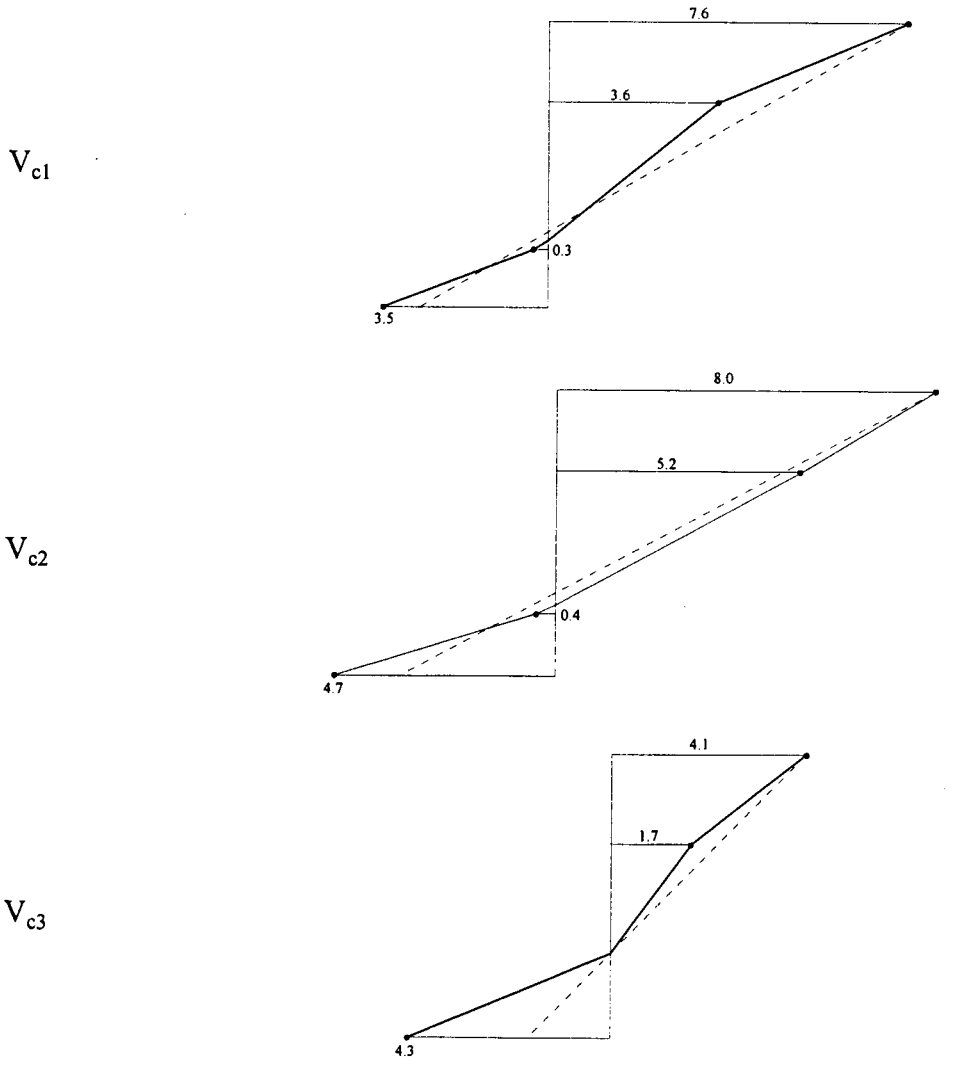


Figura 6.35 - Diagramas das extensões na secção críticas das vigas V_c próximo da rotura.

Esta não linearidade, encontrada também por Lippoth (ref. em Leonhardt, 1979), em ensaios experimentais realizados em vigas, poderá ser devida à diminuição da espessura do bloco comprimido de betão por progressão e abertura das fendas inclinadas. Note-se que este efeito infere da influência do comprimento de medida e da distância entre fendas. Para um comprimento de medida superior à distância entre fendas, o diagrama das extensões médias deverá ser mais próximo do linear, de acordo com a hipótese de Navier.

Para o maior comprimento de medida ($\cong 1.5\ d$) das deformações do betão ao nível das faces superior e inferior das vigas e para o mesmo valor da solicitação, os diagramas das extensões médias, nas três vigas ensaiadas, verificam efectivamente a hipótese de Navier.

6.3.3 - Rotações plásticas

A rotação de cada uma das secções instrumentadas, S_1, S_2 e S_3, relativamente à secção do apoio, S_o, (igual a metade da rotação relativa entre cada um dos pares de secções simétricos) pode ser determinada, a partir das correspondentes deformações do betão medidas entre os três pares de secções, ao nível das faces superior (Δl_s) e inferior (Δl_i) da viga, pela expressão (6.6),

$$\theta \cong tg\theta = \frac{(|\Delta l_i| + |\Delta l_s|)/2}{h}$$

A Figura 6.36 representa a variação das rotações das três secções, assim obtidas, com os momentos na secção crítica, S_o, ao longo do carregamento, nas três vigas ensaiadas.

É visível um crescimento substancial das rotações na fase de rotura, que corresponde à entrada em cedência da armadura de tracção.

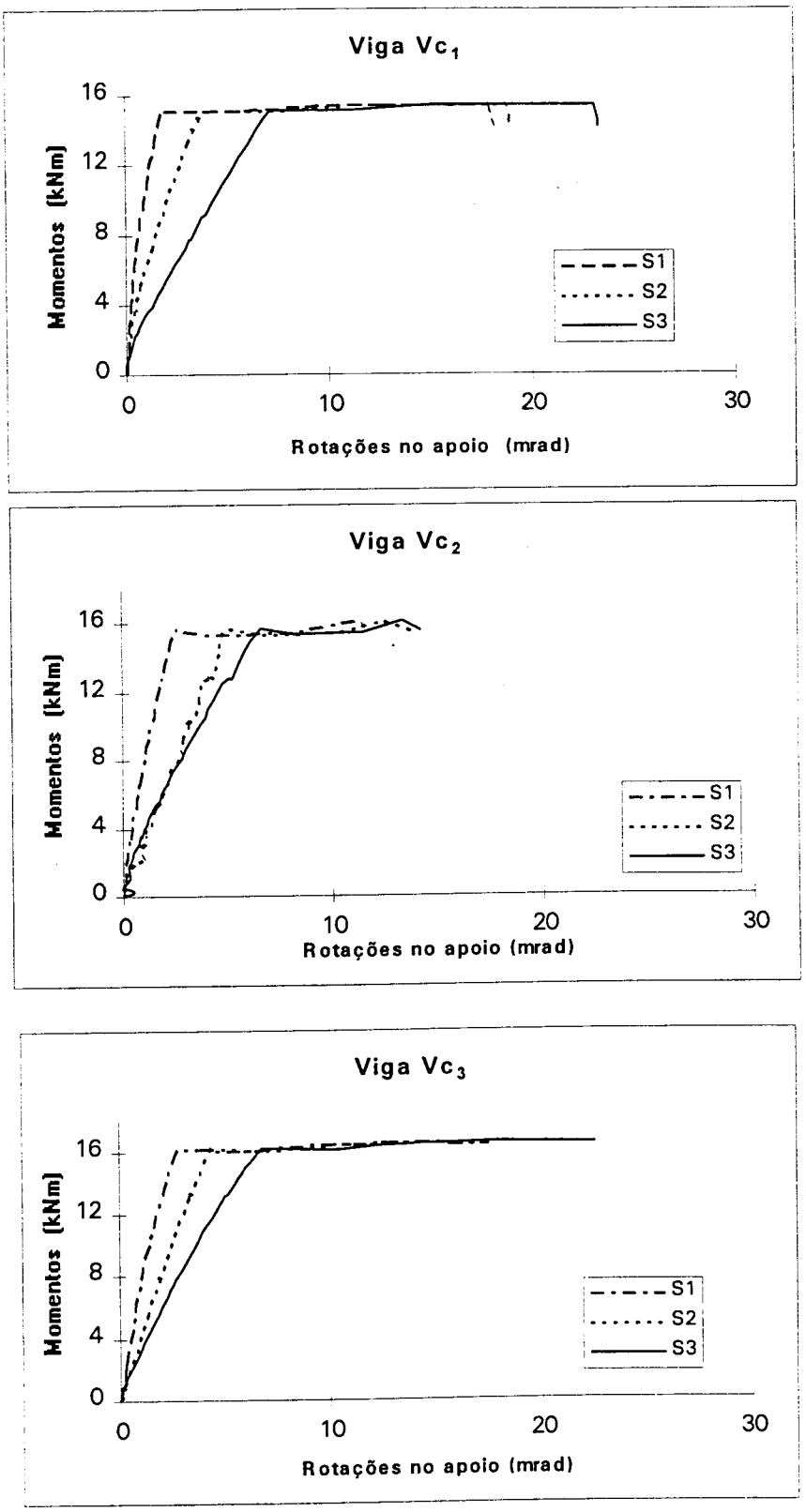


Figura 6.36 - Vigas V_c. Diagramas Momentos-Rotações na secção do apoio (miliradianos).

A rotação plástica, θ_{plast}, é medida pela diferença entre a rotação total (última), θ_u, sob a carga máxima e a rotação, $\theta_{elást}$, atingida para a solicitação que introduz na armadura uma tensão igual à sua tensão de cedência (f_y = 502 MPa, à qual corresponde uma extensão $\varepsilon_y = 2.57 \cdot 10^{-3}$), pela expressão 6.5,

$$\theta_{plast} = \theta_u - \theta_{elást}$$

Essa solicitação é difícil de quantificar com rigor, já que foram medidas apenas extensões médias sobre o betão, nos comprimentos de referência.

Essas extensões apresentam, no entanto, um crescimento linear até determinado valor da solicitação, seguido de um aumento brusco sob carga quase constante indicando a entrada em patamar de cedência do aço da armadura.

Assim, a rotação elástica foi identificada com a rotação determinada para o valor máximo da carga para a qual os incrementos das deformações medidas se mantinham sensivelmente constantes.

Com os diagramas das extensões médias, medidas entre os pares de secções simétricas S_1, S_2 e S_3, para a solicitação correspondente ao limite elástico da armadura e para a carga última, determinaram-se os valores correspondentes das rotações elástica e total, das três vigas ensaiadas.

Na Figura 6.37 representam-se os valores obtidos relativos à viga V_{c1}.

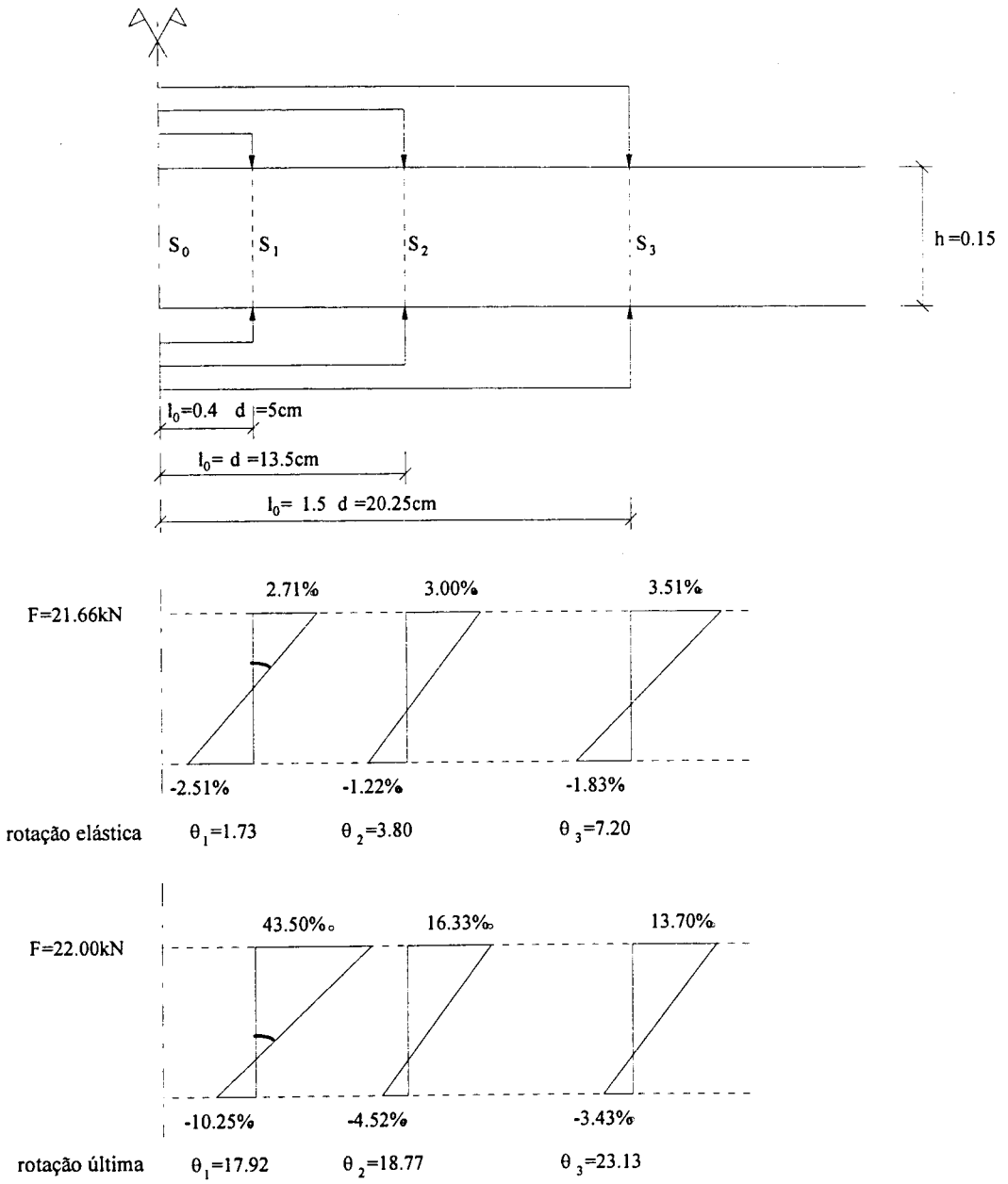


Figura 6.37 - Viga V_{c1}. Extensões médias medidas entre as secções instrumentadas correspondentes às rotações elástica e total.

No Quadro 6.7 resumem-se os valores das rotações elásticas e últimas e, por diferença entre estas duas, das rotações plásticas, medidas nos três comprimentos de referência, para as três vigas ensaiadas. Estas rotações correspondem a metade da rotação relativa entre cada par de secções S_1, S_2 e S_3, que é igual à rotação absoluta de cada uma delas (rotação relativamente ao eixo de simetria vertical da viga).

As rotações plásticas podem assim ser consideradas como valores médios da rotação da zona plastificada, neste caso, meia rotação (apenas de um lado da rótula plástica).

Quadro 6.7 - Rotações das secções S_1, S_2 e S_3 .Vigas V_c.

Viga	Comprimento de medida	$\theta_{elást}$ (mrad)	θ_u (mrad)	θ_{plast} (mrad)
V_{c1}		F=21.66 kN M=15.2 kNm	F=22.0 kN M=15.4 kNm	
	S_1 (0.4d)	1.73	17.92	16.2
	S_2 (d)	3.80	18.77	15.0
	S_3 (1.5d)	7.20	23.13	15.9
V_{c2}		F=33.2 kN M=14.9 kNm	F=35.7 kN M=16.1 kNm	
	S_1 (0.4d)	3.78	11.60	7.8
	S_2 (d)	5.07	13.77	8.7
	S_3 (1.5d)	6.60	14.24	7.6
V_{c3}		F=53.8 kN M=16.1 kNm	F=55.0 kN M=16.5 kNm	
	S_1 (0.4d)	2.80	17.54	14.74
	S_2 (d)	4.35	17.44	13.09
	S_3 (1.5d)	6.81	22.55	15.74

Pela análise comparativa dos diagramas representativos das rotações e dos valores indicados no Quadro 6.7 pode concluir-se:

i) os valores de θ_{plast} foram semelhantes nas vigas V_{c1} e V_{c3}, esta última com o valor mais elevado do esforço transverso, não sendo sensível qualquer redução por efeito deste esforço. Na viga V_{c2} as rotações medidas são no entanto inferiores às observadas nas outras vigas o que não poderá, no entanto, ser atribuido à influência do esforço transverso, pelos resultados obtidos na viga V_{c3}. Na viga V_{c2} a grande abertura da fenda sobre o apoio criou condições de instabilidade (devido à própria montagem) que não permitiram prosseguir o ensaio.

ii) os valores das rotações médias são muito semelhantes nos três comprimentos medidos, 0.4d, d e 1.5d, para as três vigas analisadas. Este facto parece indicar que o comprimento da zona plastificada, l_{plast}, foi aparentemente igual ao menor comprimento de

medida ($0.4d$) deformando-se, as secções adjacentes de cada lado da rótula, como um corpo rígido, acompanhando aquela rotação.

O valor encontrado, $l_{plast} = 0.4\ d$, é bastante inferior ao normalmente indicado para o comprimento da rótula plástica, $l_{plast} = d$. Note-se, no entanto, que o comprimento de medida poderá corresponder a um comprimento efectivo superior, já que infere da influência do valor do espaçamento entre fendas e da sua localização na zona considerada.

No caso da viga V_{c3} o elevado gradiente do diagrama de momentos (pela proximidade da carga em relação ao apoio) e a concentração de tensões elevadas na armadura numa zona muito restrita, adjacente à secção crítica, com fendas muito abertas e estrangulamento da zona comprimida, terão originado uma maior curvatura naquela zona, possibilitada pelo alto grau de confinamento do bloco comprimido de betão introduzido pela elevada percentagem da armadura transversal.

Há ainda um aspecto a analisar: o aço das armadura exibia um patamar nítido na cedência (Figura 6.30 - diagrama σ–δ do ensaio de tracção). Neste caso, como já se referiu, ao atingir-se a tensão de cedência numa secção, a rótula ficará concentrada na zona aí restrita enquanto a deformação no aço percorre o patamar de plasticidade. O comportamento observado nas vigas parece reproduzir aproximadamente este efeito, proporcionado pelo patamar relativamente extenso do diagrama de tracção da armadura de flexão.

6.3.4 - Confirmação do valor da rotação plástica através das flechas experimentais

Nos ensaios das vigas V_c foram medidas as flechas sob o ponto de aplicação das cargas concentradas. A flecha total, f_u, em rotura, é aproximadamente igual à soma da flecha elástica, $f_{elást}$, em comportamento elástico da peça, com a flecha que resulta da rotação plástica da secção do apoio, $f_{plast} = \theta \cdot a$ (a - distância da carga à secção do apoio):

$$f_u = f_{elást} + \theta_{plast} \cdot a \qquad (6.9)$$

A flecha elástica sob a carga concentrada pode ser determinada, através do diagrama das curvaturas da viga, em comportamento elástico, por aplicação do Teorema dos Trabalhos Virtuais à *solicitação unidade* daquele deslocamento (carga vertical unitária na secção correspondente) e à deformada real da estrutura.

A rotação plástica virá determinada pela equação (6.9), tomando para a flecha última o valor medido na experimentação, $f_u = f_{u,exp}$.

Seguiu-se este procedimento para a verificação do valor da rotação plástica média da secção do apoio medida na experimentação, para a viga V_{c1}.

A partir do diagrama de momentos flectores para o valor da carga máxima em comportamento elástico da peça (F = 21.66 kN, Figura 3.38,a), determinaram-se, por aplicação da expressão indicada no EC2, Anexo 2 (6.7) (expressa em valores médios experimentais das propriedades dos materiais), as correspondentes curvaturas em cada secção (Figura 6.38,b).

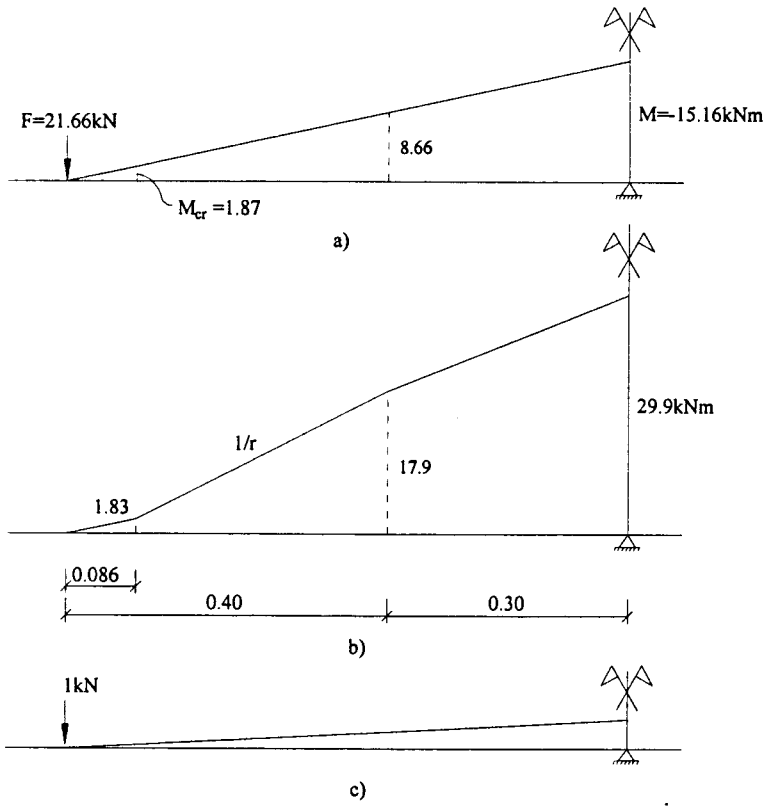


Figura 6.38 - Viga V_{c1}. a) diagrama dos momentos flectores; b) diagrama das curvaturas; c) solicitação unidade (TTV).

O valor obtido para a flecha elástica sob o ponto de aplicação da carga foi:

$$f_{elást} = 4.92 \text{ mm}$$

A flecha final na mesma secção medida na experimentação (para a carga de rotura F_u = 22.0 kN) foi:

$$f_{u,exp} = 17.04 \text{ mm}$$

A parcela resultante da rotação plástica da secção do apoio vem:

$$f_{plast} = 17.04 - 4.92 = 12.12 \text{ mm}$$

A rotação plástica em radianos da secção do apoio (suposta concentrada nessa secção) será obtida pela divisão da rotação plástica assim obtida pela distância a (a = 700mm) entre a secção de aplicação da carga e o apoio:

$$\theta_{plást} = 12.12 / 700 = 17.3 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$$

O valor encontrado é razoavelmente concordante com as rotações plásticas das três secções S_1, S_2 e S_3, medidas na experimentação - $\theta_{plást,S1}$ = 16.2, $\theta_{plást,S2}$ = 15.0 e $\theta_{plást,S3}$ = 15.9 (Quadro 6.7). Note-se que estas são rotações médias nos comprimentos de referência.

6.3.5 - Capacidade rotacional

A capacidade de rotação de uma secção é aferida, entre outros parâmetros, pela profundidade relativa do eixo neutro, x/d (x - altura do bloco comprimido e d - altura útil da secção). Esse valor foi determinado, nas vigas ensaiadas, através das extensões médias (no comprimento de 0.4 d) da secção do apoio, ao nível das faces superior e inferior das vigas, durante o carregamento.

A Figura 6.39 representa a evolução de x/d, na secção do apoio com a rotação média na mesma secção, para as três vigas analisadas.

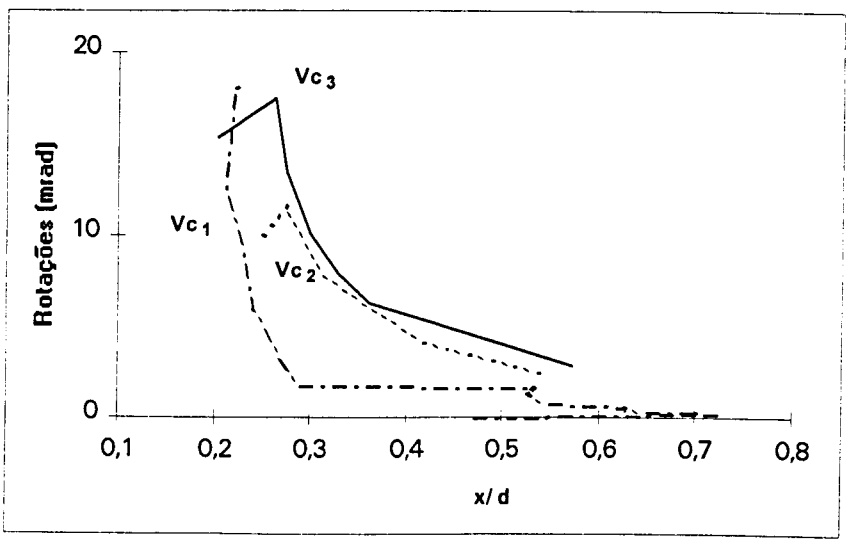


Figura 6.39 - Variação da profundidade relativa do eixo neutro com a rotação da secção.

Na Figura 6.40 representa-se o diagrama das rotações plásticas admissíveis para secções de betão armado com aço de alta ductilidade, determinado para valores de cálculo das propriedades dos materiais, indicado no EC2, Anexo 2 (dependentes da posição do eixo neutro e da classe de ductilidade da armadura) bem como as rotações plásticas máximas atingidas nas três vigas ensaiadas. Estas últimas foram determinadas para os valores médios das propriedades dos materiais, pelo que a sua conversão para valores correspondentes de cálculo seria obtida por aplicação do factor igual a aproximadamente 1/2. Dado que os valores das rotações medidas na experimentação (e indicadas no diagrama) correspondem a metade da rotação total média da rótula plástica, eles podem ser directamente comparados com os valores máximos regulamentares.

Verifica-se, efectivamente, que as rotações médias atingidas nos ensaios das vigas V_1 e V_3 foram superiores aos máximos admitidos pelo EC2. No caso da viga V_2, pelas razões já expostas anteriormente, a rotação ficou aquém do correspondente limite máximo admissível.

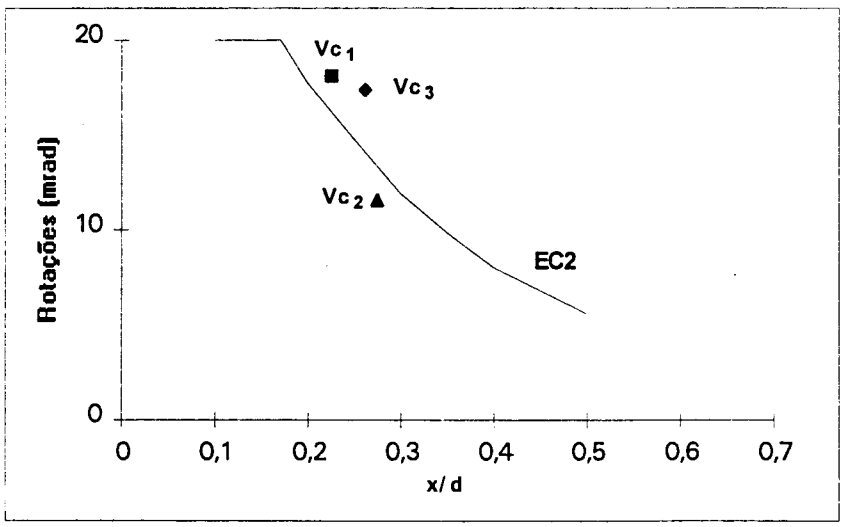


Figura 6.40 - Variação da profundidade relativa do eixo neutro com a rotação da secção.

6.3.6 - Deformabilidade do betão à compressão

O aumento substancial da deformabilidade da zona comprimida em flexão por confinamento introduzido pela presença dos estribos, mais notável para betões de baixas resistências, é referido por vários experimentadores.

Em particular, Macchi (ref. em Leonhardt, 1979), indica que o efeito favorável da armadura transversal só ocorre integralmente em zonas comprimidas de pequenas dimensões (valores reduzidos de x/d). Rüsch e Stöckl (ref. em Leonhardt, 1979) definiram um "*coeficiente de repartição*", μ, da armadura dos estribos envolventes do bloco comprimido, dependente do espaçamento dos estribos, s, da área da sua secção transversal, A_{sw} e da largura entre ramos, b_{sw}:

$$\mu = \frac{(b_{sw} - \frac{1}{2}s)^2}{b_{sw}^2} \cdot \frac{A_{sw}}{s \cdot b_{sw}} \tag{6.10}$$

estimando a sua influência sobre o valor da extensão máxima de compressão do betão, para betões de diferentes resistências.

Para um betão da classe C20/25 o limite inferior da extensão máxima de compressão indicado por estes experimentadores é determinado pela expressão empírica:

$$\varepsilon_c = 3.43 + 1176 \cdot \mu \quad (‰) \tag{6.11}$$

A aplicação desta expressão às vigas ensaiadas fornece valores inferiores aos correspondentes encontrados na experimentação (note-se que são limites inferiores).

No Quadro 6.8 indicam-se os valores da extensão máxima de compressão do betão atingida nos ensaios, $\varepsilon_{c,exp}$, e os correspondentes valores limites inferiores determinados pela expressão de Rüsch e Stöckl, $\varepsilon_{c,R.S}$, bem como a percentagem de armadura transversal das vigas.

Quadro 6.8 - Comparação dos valores da extensão máxima do betão à compressão medidos nos ensaios com os correspondentes valores limites indicados por Rusch e Stockl.

Viga	$\varepsilon_{c,exp}$ $(\cdot 10^{-3})$	$\varepsilon_{c,R.S}$ $(\cdot 10^{-3})$	ρ_w (%)
V_{c1}	11.02	4.06	0.47
V_{c2}	8.58	4.88	0.63
V_{c3}	12.44	6.81	1.13

O valor mais elevado da extensão de compressão do betão foi observado na viga V_{c3}, com maior percentagem de armadura transversal. Não se verifica um crescimento daquela extensão com a percentagem ρ_w, no caso da viga V_2, pelas razões já referidas.

Na Figura 6.41 estão representados os diagramas de variação das extensões de compressão médias na secção do apoio, com a profundidade relativa do eixo neutro, para as três vigas ensaiadas.

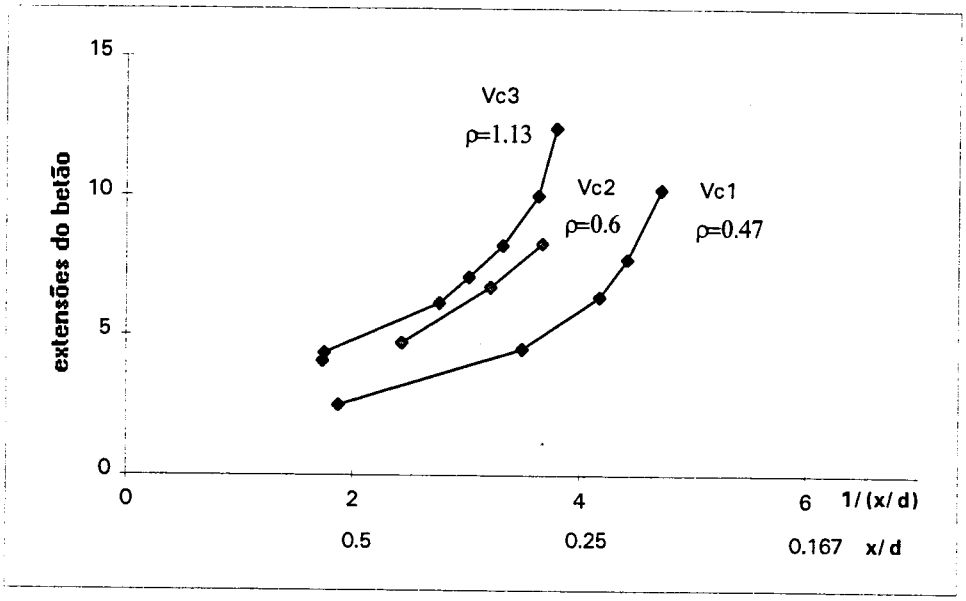


Figura 6.41 - Extensões de compressão no betão para diferentes percentagens da armadura transversal.

Os três diagramas apresentam desenvolvimentos relativos concordantes com as percentagens crescentes da armadura transversal. Em relação à viga V_{c2} as condições de instabilidade surgidas no ensaio não possibilitaram a exploração da sua capacidade de rotação total.

6.4 - CONCLUSÕES

Em conclusão retoma-se o que já se referiu em 5.5 relativamente ao comportamento das estruturas de betão armado. Estas estruturas gozam de uma propriedade singular que as distingue essencialmente de todas as demais e se pode traduzir pela expressão, talvez arriscada, de "*serem estruturas que trabalham como se calculam*".

Uma estrutura elástica homogénea e isótropa responde conforme as leis da elasticidade. O comportamento de uma estrutura de betão armado, porém, dependerá da sua composição, das percentagens em que se contêm as armaduras e a sua distribuição ao longo das peças. Determinada estrutura poderá ser apta a receber apenas momentos positivos ou então apenas negativos, podendo eliminar-se os de qualquer dos sinais por supressão das secções que os possam suportar.

Parafraseando o enunciado do teorema estático da teoria da plasticidade poderia dizer-se que o caminho da rotura passa por todos os estados possíveis de equilíbrio, isto é, se existe um estado de resistência possível, uma estrutura que perde determinada configuração por excesso de carregamento, virá a encontrar outra configuração ao seu alcance, para superar o primeiro esgotamento.

Por exemplo, uma viga contínua de dois tramos realizada apenas com armaduras inferiores, portanto sem capacidade para momentos negativos, poderá transformar-se no decorrer do carregamento num conjunto de duas vigas simplesmente apoiadas ligadas pela armadura inferior contínua.

O objectivo principal desta investigação era o de confirmar esta asserção, procurando uma contribuição para o apoio da aplicação do cálculo plástico no dimensionamento de estruturas reticuladas de betão armado.

O ensaio comparativo realizado sobre duas vigas contínuas de dois tramos, solicitadas adequadamente para os fins em vista, pretendia confirmar a resistência através de um carregamento em que a estrutura primitiva viria a sofrer as alterações estruturais ao longo do seu carregamento.

Efectivamente verificou-se, na viga com armaduras dimensionadas para uma redistribuição de 50% do momento de continuidade, a quase completa formação do mecanismo que se pretendia obter.

A primeira viga, dimensionada de acordo com os esforços elásticos, ficou, no entanto, aquém da capacidade teórica prevista.

Nestes ensaios foram medidos os deslocamentos relativos de duas secções simétricas em relação ao apoio de continuidade e distantes dele de 1.5 vezes a altura útil da secção e construído o diagrama de variação dos momentos na secção do apoio com as rotações e com as curvaturas médias naquele comprimento para as diferentes fases do carregamento.

A comparação da extensão média medida no comprimento de referência com o correspondente valor teórico permitiu aferir aproximadamente o valor da translacção a

efectuar no diagrama dos esforços na armadura de tracção (*M/z*), por efeito da fendilhação diagonal, de modo a obter-se uma concordância dos valores obtidos pelas duas vias.

As rotações entre as duas secções referidas (na viga V_2) medidas na experimentação foram comparadas com as rotações correspondentes obtidas por integração do diagrama das curvaturas, determinado com base no diagrama de momentos esperimentais, para a carga máxima de ensaio, por aplicação da metodologia indicada no EC2, Anexo2. A discordância encontrada confirma a indicada translacção a efectuar no diagrama das tensões na armadura de flexão.

A rotação em fase elasto-plástica da secção crítica do apoio, na viga V_2, foi também avaliada por integração do mesmo diagrama das curvaturas.

Os resultados experimentais foram comparados com os obtidos por aplicação de um modelo numérico de análise não linear. Os valores determinados pelas duas vias apresentaram uma concordância razoável.

Para uma das vigas ensaiadas, o comportamento em estado último foi também traduzido por um modelo de escoras-e-tirantes construido para a carga máxima de ensaio. No modelo, a inversão do sinal dos momentos flectores no vão foi traduzida pela interrupção dos banzos da treliça, estabelecendo-se a sua ligação por meio de um tirante vertical que assegurou a transmissão do esforço transverso entre os dois corpos da treliça na secção de momento nulo.

Procurou-se ainda avaliar a influência do esforço transverso na capacidade de rotação da rótula plástica com ensaios específicos que se descrevem no ponto 6.3 deste trabalho.

Foram ensaiadas até à rotura três vigas, V_c, com características geométricas e capacidade resistente à flexão idênticas, variando apenas no valor do esforço transverso aplicado.

Os resultados obtidos parecem no entanto levar à conclusão que, a não ser em situações singulares, não será de considerar o efeito do esforço transverso na limitação das rotações das rótulas plásticas em peças lineares. Nos casos de valores elevados do esforço transverso, a fissuração em leque característica pode efectivamente reduzir fortemente as dimensões do bloco comprimido de betão, conduzindo a uma rotura prematura, por redução da capacidade de rotação da secção crítica. No entanto, nesses casos, a armadura transversal necessariamente elevada, introduzirá certamente uma contenção lateral e uma ductilidade do betão suficiente para contrariar aquele efeito.

Efectivamente, a rotação plástica média na secção crítica, determinada a partir das deformações do betão aos níveis das faces das vigas, medidas entre três pares de secções simétricas relativamente ao apoio central a distâncias crescentes deste, foi muito semelhante nas vigas com diferentes valores do esforço transverso.

O comprimento da zona plástica sobre o apoio central foi também estimado aproximadamente através da comparação dos valores das rotações relativas medidas nos ensaios. O valor da rotação plástica média nos diferentes comprimentos de medida foi muito semelhante, o que indica que a zona da rótula plástica se localizou aparentemente dentro do comprimento de medida menor, comportando-se as zonas exteriores àquela como corpos rígidos sofrendo portanto a mesma rotação. Este comportamento terá sido favorecido pelas características de deformabilidade do aço das armaduras, cujo diagrama σ–ε apresentava um extenso patamar de plasticidade.

Assim parece ser legítima a avaliação da capacidade global através do calculo plástico em peças reticuladas. As limitações práticas da sua aplicação ficarão em resultado das condições de utilização, particularmente no que diz respeito à fendilhação em serviço e também de modo a não ocorrerem roturas antecipadas por incapacidade de rotação, nas secções demasiado armadas, no processo de redistribuição.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na exposição que agora se conclui procurou-se descrever o que foi uma actividade dedicada à investigação de alguns problemas em aberto no domínio do Betão Armado.

Essa investigação foi predominantemente de carácter experimental, preferência da autora, desde há vários anos, no exercício das funções desempenhadas na Faculdade de Engenharia.

O método experimental não é isento de riscos de interpretação dos resultados, como geralmente reconhecido. Com o betão armado esses riscos são ainda agravados pelas características dos dois materiais envolvidos e pelas complexas leis que regem as suas dependências mútuas. Dois materiais tão diferentes no seu comportamento e sobretudo na própria geometria em que intervêm na formação da estrutura resistente, deixam um largo espaço de indefinições que a experimentação não é sempre capaz de dominar.

Por isso julga-se que esta contribuição ficará sempre aquém das aspirações que animaram desde o início a intenção da autora.

Realizar um simples modelo experimental é, só por si, um acto complicado, sobretudo porque sendo de dimensões reduzidas qualquer defeito de construção ou de montagem tem reflexos inevitáveis que poderão falsear os resultados.

A realização e execução de um ensaio envolve sempre um quadro de auxiliares e estes foram infelizmente sempre escassos em número para que se pudesse contar com uma colaboração, sem dúvida valiosa, mas difícil de conjugar consistentemente nos objectivos perseguidos.

A clarificação dos resultados não foi assim uma tarefa isenta de hesitações, bem pelo contrário.

Procurou-se, sempre que possível, cotejar os modelos físicos ensaiados com modelos matemáticos reproduzindo finalidades análogas.

O método confirmativo esteve sempre presente, mas a analogia não foi encontrada em todos os casos e daí as conclusões terem ficado algumas vezes sob reserva, para algum dia

serem recapituladas pela autora ou por outros investigadores que, porventura, fiquem interessados em algumas particularidades aqui registadas dentro dessa reserva.

No betão armado reside uma fonte inesgotável de questões sempre susceptíveis de novas interpretações. Com cento e cinquenta anos já decorridos depois da sua criação, na sua forma mais rudimentar, a investigação no esclarecimento do seu comportamento não parou nunca, antes parece intensificar-se dentro de ângulos que se reproduzem. Com este trabalho pretende-se de alguma forma deixar alguns apontamentos para o esclarecimento de certos aspectos estruturais envolvidos nesse comportamento.

Apresenta-se em seguida uma síntese dos estudos desenvolvidos e das considerações mais relevantes, já que as conclusões relativas a cada um dos temas analisados se descrevem no final de cada capítulo.

O comportamento do betão ao esforço transverso e a influência do esforço axial na resistência ao corte (desenvolvido no Capítulo 2) foi analisado através de um programa extenso de ensaios sobre vigas de betão armado e de betão pré-esforçado, de secção em T, com variação da armadura transversal, simplesmente apoiadas e solicitadas com uma carga concentrada a meio vão.

Foram estudados dois tipos de vigas - o primeiro com armadura transversal em todo o domínio e o segundo com estribos localizados apenas nas zonas dos apoios - visando a quantificação do efeito do esforço axial na capacidade resistente última, especialmente para o segundo tipo de vigas ensaiadas. O pré-esforço, aplicado com três valores diferentes, foi realizado com cabos rectilíneos exteriores à secção.

A compressão axial aumentou sensivelmente a capacidade resistente última das vigas sem estribos no vão, embora nas armadas transversalmente em todo o comprimento e para o único nível de pré-esforço utilizado neste caso, o seu efeito fosse muito reduzido.

A localização da armadura transversal foi determinante na distribuição da fendilhação e no mecanismo de rotura. Nas vigas sem armadura transversal a inclinação da fenda dominante de corte (que traduz a orientação das compressões do betão na alma em rotura), que teoricamente deveria diminuir com o aumento da compressão axial, manteve-se de valor muito semelhante nos casos analisados, orientando-se segundo a biela de ligação do ponto de aplicação da carga com a intercessão da armadura longitudinal com o primeiro estribo do vão, que funcionou como um ponto de apoio para a biela de descarga da solicitação.

Assim, não foi possível mobilizar outros mecanismos de transmissão da carga para os apoios, que conduziriam porventura a um aumento da capacidade resistente última das vigas.

Analisam-se alguns aspectos relativos aos padrões de fendilhação procurando a sua interpretação à luz dos vários fenómenos envolvidos. A rotura por "*splitting*", observada em algumas vigas, é associada a uma rotura por efeito exclusivo das tensões tangenciais, pela tradução do estado de tensão na fenda de rotura através do círculo de Mohr e da curva intrínseca de resistência do betão.

No mesmo capítulo é analisada a contribuição do betão ao esforço transverso através da medição das extensões nos estribos de duas vigas de betão armado com armadura transversal e características geométricas e de solicitação idênticas às anteriores. Na primeira viga os extensómetros eléctricos foram instalados sobre os estribos em secções coincidentes com a localização das fendas oblíquas, formadas num carregamento prévio.

É observada a mobilização dos estribos depois de iniciada a fendilhação e tentada uma quantificação da parcela resistida pelo betão ao longo do carregamento por um procedimento simplificado, a partir das tensões determinadas nas secções dos estribos seccionados por uma mesma fenda de corte.

Os resultados experimentais são, no Capítulo 3, comparados com os valores obtidos por aplicação de diferentes modelos teóricos de comportamento de vigas ao esforço transverso - modelos regulamentares, modelos desenvolvidos por Nielsen *et al.*, modelos de escoras-e-tirantes, modelos de Collins *et al.*, modelos de Reineck e ainda através de um modelo numérico de análise não linear desenvolvido por Figueiras e Póvoas, que se descrevem no início do mesmo capítulo.

Analisa-se a eficácia de cada modelo em relação às vigas ensaiadas, interpretando-se os desvios encontrados em relação aos resultados da experimentação.

A capacidade resistente última é sempre determinada pelos efeitos combinados do momento flector e do esforço transverso pelo que a solução determinada pela aplicação dos modelos teóricos que consideram a acção isolada do esforço transverso puderá afastar-se da capacidade real. Efectivamente tal se verificou nas vigas com armadura transversal, em relação aos modelos regulamentares (com desvios de uma maneira geral superiores a 20%).

Nas vigas sem armadura transversal no vão os desvios substanciais encontrados poderão ser essencialmente imputados à presença dos estribos junto dos apoios, que originou um comportamento misto de vigas com e sem armadura transversal.

É claramente exposto o empirismo dos modelos plásticos de Nielsen *et al.*. Particularmente no caso das vigas sem estribos no vão, as soluções determinadas por aplicação do teorema do limite superior, por exploração dos mecanismos em estado limite último, diferem consideravelmente dos valores experimentais. Efectivamente o funcionamento de arco atirantado adoptado no modelo não se identifica com o mecanismo de rotura experimental. No entanto, quando é considerada, na aplicação do mesmo teorema, a linha de rotura com a orientação observada no ensaio, o limite superior da capacidade resistente obtido é mais próximo do encontrado na experimentação.

O modelo numérico de análise não linear revelou-se o que melhor traduzia a capacidade resistente real em todos os casos analisados. Embora exigindo uma escolha cuidadosa dos valores dos parâmetros envolvidos na caracterização do betão e das armaduras e uma definição dos tipos diferentes de "material" constituinte dos elementos da malha, determinados pela localização e pela percentagem das armaduras nos elementos, simulou com muito boa aproximação o comportamento experimental. No caso das vigas sem estribos no vão evidenciou, no entanto, algumas limitações, particularmente no que respeita à tradução dos padrões de fendilhação e do mecanismo de rotura.

O modelo de Collins *et al.*, aplicado apenas a um dos modelos ensaiados, reproduziu consistentemente a resposta obtida experimentalmente.

Os modelos de escoras-e-tirantes foram construídos de acordo com as inclinações das tensões internas em estado último fornecidas pela análise numérica efectuada. Nas vigas com armadura transversal os valores das tensões encontradas nas barras e nos nós da treliça confirmam razoavelmente a capacidade última real. Já nas vigas sem armadura transversal as mesmas tensões não permitem justificar a rotura observada.

A aplicação dos modelos de Reineck forneceu, nas vigas sem estribos no vão, valores da capacidade última ao esforço transverso muito inferiores aos da experimentação. Os desvios verificados reflectem a limitação da aplicabilidade destes modelos a vigas com valores da relação *a/d* iguais ou superiores a cinco (nas quais não se inserem efectivamente as vigas ensaiadas) de modo a justificar o padrão de fendilhação distribuida adoptado nos modelos. Neste caso, a tradução do comportamento através dos modelos simplificados de treliça envolvendo o efeito do atrito entre as faces das fendas forneceu uma capacidade última mais concordante com a verificada na experimentação.

A influência do pré-esforço na resistência ao punçoamento é analisada no Capítulo 4. Um programa de ensaios inicialmente estabelecido sobre lajes (vigas largas) contínuas de betão armado e pré-esforçado, com o objectivo de analisar a contribuição de armaduras

convencionais e pré-esforçadas na resistência aos esforços de punçoamento, não pôde ser completado devido a dificuldades encontradas na realização de um primeiro ensaio sobre uma laje sem pré-esforço. Efectivamente verificaram-se assentamentos diferenciais dos apoios que condicionaram fortemente os resultados. Apresenta-se apenas o primeiro ensaio realizado, que apesar das perturbações referidas, revelou alguns aspectos do comportamento que puderam porventura contribuir para uma clarificação do comportamente da peça.

O modelo estudado, laje (viga larga) contínua de dois tramos solicitada por cargas simétricas linearmente distribuidas na largura da laje sensivelmente aos terços do vão, evidenciou uma rotura por flexão-corte embora associada a uma figura de punçoamento.

Devido às dimensões da peça (mais alongada no sentido longitudinal) e ao tipo de solicitação não havia axissimetria quer da solicitação quer da geometria da deformação. A armadura era também essencialmente dirigida no sentido longitudinal, com fraca expressão no sentido transversal. Assim a formação da membrana cónica ficou prejudicada, sendo dominante o efeito do esforço transverso na condução da rotura. Efectivamente, a inclinação das fendas dominantes na direcção longitudinal da laje lembram um tipo de rotura característico de vigas (ou lajes) sem armadura transversal.

Por condicionamentos na altura existentes não foi possível prosseguir aquele conjunto de ensaios realizando-se em sua substituição um ensaio sobre um modelo de laje de espessura reduzida no qual foi explorado o aumento da resistência ao punçoamento por intervenção de um esquema especial de pré-esforço.

O modelo consistiu numa laje quadrada apoiada nos quatro cantos e solicitada por uma carga central, com introdução de um conjunto de fios pré-esforçados, parcialmente aderentes, que envolveram a secção crítica de punçoamento.

Os resultados encontrados permitiram confirmar a eficiência do sistema no aumento não só da resistência ao punçoamento como também da própria resistência à flexão. A sua simples realização sugere a sua utilização prática particularmente no caso de sapatas de fundação.

Nos Capítulos 5 e 6 estabelece-se uma análise comparativa do comportamento de lajes e de vigas com dimensionamento das armaduras segundo critérios diferentes: o método elástico e o método plástico.

As estruturas de betão armado funcionam de acordo com a sua composição, isto é, de acordo com o tipo de betão e com as percentagens e a distribuição das armaduras, com comportamentos que, dentro de certos limites, se adaptam às capacidades resistentes disponíveis dos elementos em presença.

Com efeito tal foi confirmado nos ensaios sobre modelos de lajes quadradas de betão armado (Capítulo 5) com duas localizações diferentes dos apoios e das solicitações e com armaduras dimensionadas de acordo com a distribuição dos momentos flectores elásticos ou segundo a teoria das linhas de rotura.

No primeiro caso a solicitação era constituída por uma carga no centro da laje e os apoios foram localizados em oito pontos do contorno. No segundo caso a laje foi apoiada nos quatro cantos e solicitada por uma carga aplicada ao quarto de uma das diagonais.

Foi observado, nos dois casos estudados, para os modelos com armaduras determinadas pelos esforços elásticos, um comportamento à deformação mais favorável, com formação mais tardia das fendas, com maior dispersão, e redução do valor das flechas para o mesmo valor da solicitação. Também nestas lajes verifica-se um menor consumo de armaduras para atingir a mesma capacidade em estado limite de rotura.

Embora com as limitações práticas da realização das armaduras proporcionais aos momentos elásticos e tendo ainda em atenção a redução da reserva de resistência global que deriva deste dimensionamento, já que todas as secções são igualmente críticas, o estudo revelou, nas lajes dimensionadas pela teoria elástica (especialmente para a localização da carga ao quarto da diagonal que originava um maior percurso de redistribuições na formação das linhas de rotura), uma economia sensível do consumo total de armadura para se atingir a mesma capacidade resistente em estado último.

Nos ensaios realizados, com o mesmo propósito, sobre vigas contínuas de dois tramos de betão armado (Capítulo 6) solicitadas por cargas concentradas sensivelmente aos terços dos vãos (solicitação que condicionava fortemente as rotações nas secções críticas) foram comparados os comportamentos resultantes de um dimensionamento de acordo com os esforços elásticos ou contemplando uma redistribuição de 50% dos momentos sobre o apoio de continuidade.

Pretendia-se, como objectivo final, confirmar a efectivação da capacidade resistente última atingida no final de um amplo percurso de redistribuições, pela formação dos mecanismos em estado limite último, no sentido de procurar uma contribuição para o apoio da aplicação da teoria da plasticidade ao dimensionamento de peças reticuladas de betão armado.

O ensaio sobre a primeira viga, com armaduras proporcionais aos momentos elásticos, em que, com pequenos desvios, deveria ser simultânea a formação das duas rótulas plásticas, a carga última ficou muito abaixo da prevista, sem que uma explicação simples pudesse ser avançada. O esgotamento de uma das secções críticas dos tramos, as menos armadas por valores dos momentos de cerca de metade dos dos apoios, foi responsável pela rotura da peça.

Poderá ter havido um efeito das dimensões. Efectivamente, a profundidade do eixo neutro era relativamente pequena e praticamente igual ao espaçamento dos estribos; poderá ter-se produzido uma rarefacção destes junto à zona de rotura do lado de esforço transverso mais elevado, não se contendo, por isso, a tracção transversal e resultando um impulso em vazio que precipitou a rotura.

Pelo contrário, na segunda viga que, por inversão das armaduras da primeira, se introduzia uma redistribuição de 50% dos momentos de continuidade, verificou-se a quase completa formação do mecanismo que se pretendia atingir. A maior largura da placa utilizada no apoio central neste caso, permitiu a manutenção de um estado de tensão biaxial, muito favorável para a conservação do estado resistente.

Por medição das rotações relativas de duas secções, localizadas simetricamente em relação à secção do apoio central, e da reacção nesta secção, foi possível acompanhar todo o processo. Verificou-se, com efeito, não a formação de uma primeira rótula sobre aquele apoio mas, depois de atingida a tensão de cedência do aço naquela secção, um crescimento lento dos momentos aí produzidos, à custa de um aumento da tensão na armadura de flexão - permitido pelas características do diagrama de comportamento do aço à tracção que apresentava uma extensa zona de tensões e deformações consideravelmente crescentes até à rotura.

Por comparação das rotações medidas experimentalmente na zona adjacente ao apoio com as determinadas por integração do diagrama das curvaturas obtido, pela metodologia apresentada no EC2, a partir do diagrama dos momentos experimentais, foi possível quantificar aproximadamente o comprimento da "rótula plástica" aqui entendida como zona "plastificada" da viga.

A análise numérica efectuada por aplicação do modelo não linear já referido reproduziu consistentemente o comportamento experimental, no caso da segunda viga, V_2. No primeiro modelo (viga com armaduras "elásticas") a simulação numérica traduziu o comportamento teoricamente previsto afastando-se portanto do observado na experimentação.

O comportamento da segunda viga em rotura foi também analisado por um modelo de escoras-e-tirantes no qual a inversão do sinal dos momentos no vão foi traduzida por uma interrupção dos banzos superior e inferior da treliça.

Ainda, no Capítulo 6, é analisada a influência do esforço transverso na limitação da capacidade de rotação de secções de betão armado.

Para o objectivo foi desenvolvido um estudo experimental sobre três modelos de vigas isostáticas de betão armado, com a mesma capacidade resistente última aos momentos flectores e com valores crescentes do esforço transverso determinado pela diferente

localização de cargas concentradas. O aço utilizado na armadura de flexão apresentava, neste caso, um nítido patamar de cedência, que possibilitaria a formação da rótula plástica num comprimento restrito.

Os ensaios não permitiram confirmar qualquer influência do esforço transverso na limitação da capacidade de rotação das secções. Com efeito, as rotações relativas de três pares de secções simétricas, localizadas a diferentes distâncias da secção crítica, medidas nos ensaios, foram, nos dois casos extremos (de menor e maior valor do esforço transverso), muito semelhantes. A comparação entre os valores daquelas rotações permitiu quantificar aproximadamente o comprimento da rótula plástica, que reproduziu o efeito do relativamente extenso patamar de plasticidade do diagrama de tracção da armadura de flexão.

A capacidade rotacional exibida pelas vigas ensaiadas foi comparada com os correspondentes valores máximos admitidos pelo EC2, sendo de registar rotações pontuais acima daqueles valores.

Apresenta-se também a confirmação da rotação plástica da secção crítica através do valor das flechas em fase elástica e na rotura, cuja diferença corresponde ao movimento de corpo rígido determinado pela rotação "concentrada" na rótula plástica. A flecha elástica foi determinada pela integração do diagrama das curvaturas elásticas (determinadas segundo o procedimento indicado no EC2) e o valor da flecha última foi o medido na experimentação.

Sobre o prosseguimento dos estudos que se referem nesta dissertação salienta-se a realização de um programa experimental visando o estudo da participação das armaduras, pré-esforçadas ou correntes, na resistência ao punçoamento, que por circunstâncias várias não foi possível completar.

Este estudo envolverá ainda o efeito da localização dos cabos de pré-esforço relativamente aos eixos dos apoios, explorando afastamentos diferentes sobre esses eixos, na capacidade resistente aos momentos e ao punçoamento.

Outro tema a explorar será a verificação da segurança estrutural - análise do comportamento em fase de serviço e observação dos mecanismos em resistência última - de peças lineares de betão armado e de betão pré-esforçado dimensionadas pela consideração de vários níveis (50 e 100%) de redistribuição dos momentos de continuidade.

A análise de diferentes valores do pré-esforço com diversos traçados, rectilíneos e poligonais, visará não só a avaliação dos mecanismos de redistribuição como também a verificação da contribuição dos cabos de pré-esforço na resistência ao esforço transverso.

Invocando as palavras de Navier em "De La Resistance des Corps Solides", *Resumé des Leçons données à l'École des Ponts et Chaussées*, de 1864, na sua flagrante actualidade:

"Espérons que grâce à ces observations multipliées, faites dans un esprit à la fois scientifique et pratique, les points encore incertains pourront s'eclaircir, et que, la théorie ne restant point en arrière de l'experience, mais, au contraire, fournissant des formules pour les problèmes qui se sont longtemps soustraits à ses calculs, on pourra un jour donner des règles et des chiffres plus sûrs et plus propres à faire remplir aux constructions la double condition de solidité et d'economie, surtout si des expériences prolongées, ou dans les résultats desquels le temps entre comme élément, permettent d'arriver à ses nombres et à ces proportions de réduction des résultats de rupture immédiate, que jusqu'a present on ne fait presque que conjecturer".



REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ACI Committee 318 (1983). *Building Code Requirements for Reinforced Concrete.* ACI 318-83, Detroit, U.S.A.

ACI Committee 444 (1979). *Models of Concrete Structures - State of The Art.* 'Manual of Concrete Pratice', pp. 444R-1-16.

ACI Committee 444 (1991). *Recommendations of the Use of Models in ACI 318.* ACI Structural Journal, Vol 88, N° 6. Nov-Dec, pp. 738-742.

Ahmad, S.H. e Lue, D.M. (1987). *Flexure-Shear Interaction of Reinforced High-Strength Concrete Beams.* ACI Structural Journal, Jul.-Ag, pp. 330-340.

Ahmad, S.H.; Khaloo, A. e Poveda, A. (1986). *Shear Capacity of Reinforced High-Strength Concrete Beams.* ACI Journal, Vol. 83, N°2, Mar-Abril.

Akhtaruzzaman, A.A. e Hasnat, A. (1986). *Shear and Flexural Behavior of Brick-Aggregate Concrete Beams without Web Reinforcement.* ACI Journal, Março-Abril, pp. 284-289.

Alca, N.; Alexander, S.D.B. e MacGregor, J. G. (1997). *Effect of Size on Flexural Behaviour of High-Strength Concrete Beams.* ACI Structural Journal, Vol.94, N°1, Jan-Feb, pp. 40-49.

Alshegeir, A. e Ramirez, J.A. (1992). *Strut-Tie Approach in Pretensioned Deep Beams.* ACI Structural Journal, Vol.89, N°3, May-June, pp. 296-304.

Anderson, N.S. e Ramirez, J.A. (1989). *Detailing of Stirrup Reinforcement.* ACI Structural Journal, Vol 86, N° 5, Set-Out, pp. 507-515.

Andersson, J.L. (1963). *Punching of Concrete Slabs with Shear Reinforcement.* Transation of the Royal Institute of Technology, N° 212, Estocolmo.

Bastos, A.M.S. (1988). *Comportamento Comparado de Lajes Dimensionadas à Rotura e com Base em Esforços Elásticos.* Proc. do Congresso 88 da Ordem dos Engenheiros e Ingenium, N°21, Junho, pp.52-62.

Bastos, A.M.S. (1988). *O Pré-esforço na Resistência ao Punçoamento.* Proc. do 2° Encontro Nacional sobre Estruturas Pré-esforçadas, FEUP, Porto, Novembro.

Bastos, A.M.S. (1994). *Avaliação da Capacidade Última de Peças Lineares através da Teoria da Plasticidade.* 'Betão Estrutural 1994'. Ed. por J. Figueiras e Ana Maria S.T.Bastos, Porto, pp. 225-238.

Bastos, A.M.S.T. e Figueiras, J. (1991). *Ensaio de carga de um piso e de um lanço de escadas. S. João da Madeira.* Relatório Interno do Laboratório de Estruturas, FEUP.

Bastos, A.M.S. e Figueiras, J. (1992). *Discussão dos Resultados da Análise Numérica de Vigas Pré-esforçadas com Variação da Armadura de Esforço Transverso.* Proc. do 4° Encontro Nacional sobre Estruturas Pré-esforçadas, LNEC, Lisboa.

Bastos, A.M.S.; Sampaio, J.; Oliveira, F. e Magalhães, A. (1994). *Critical Analysis of a Steel Tower Experimental Test.* 'Recent Advances in Experimental Mechanics'. Ed. by Silva Gomes et al., Balkema, Rotterdam, pp.931-936, Proc. of 10th International Conference on Experimental Mechanics, LNEC, Lisboa, Julho.

Bastos, A.M.S. e Sarmento, J.R. (1986). *Efeitos do Esforço Normal na Capacidade Resistente de Vigas aos Efeitos Combinados do Momento Flector e Esforço Transverso.* Proc. do 1° Encontro sobre Análise Experimental de Tensões, LNEC, pp.3.227-3.247. Lisboa, Novembro.

Bazant, Z.P. e Cao, Z. (1987). *Size Effect in Punching Shear Failure of Slabs.* ACI Structural Journal, Jan-Fev, pp 44-53.

Bazant, Z. P. e Kazemi, T.M. (1991). *Size Effect on Diagonal Shear Failure of Beams without Stirrups.* ACI Structural Journal, Vol. 88, N°3, May-June, pp. 268-276.

Bazant, Z. P. e Kim, J. (1984). *Size Effects in Shear Failure of Longitudinally Reinforced Beams.* ACI Journal, Vol. 81, N°5, Set.-Out.

Bigaj A. e Walraven J.C. (1993). *Size Effect on Rotational Capacity of Plastic Hinges in Reinforced Concrete Beams.* CEB Bulletin d'Information n° 218, Agosto.

Blaauwendraad, J. e Schneider, J. (1993). *Structural Analysis: Elastic or Plastic?.* Structural Engineering International, Março.

Braestrup, M.W. (1978). *Punching Shear in Concrete Slabs.* IABSE, N°20, Out., pp.115-136.

Braestrup, M.W. e Nielsen, M.P. (1983). *Plastic Methods of Analysis and Design.* 'Handbook of Structural Concrete'. Pitman Advanced Publishing Program, pp.21.1-20.54.

Braestrup, M.W.; Nielsen, M.P.; Jensen B. e Bach F. (1976). *Axisymmetric Punching of Plain and Reinforced Concrete.* Report n° 75, Technical University of Denmark.

Brito, J. e Branco, F.A. (1985). *Ensaios não destrutivos em estruturas de betão armado.* CMEST, Universidade Ténica de Lisboa.

Calvi, G.M.; Cantù, E.; Macchi, G. e Magenes, G. (1993). *Rotation Capacity of R.C. Slabs as a Function of Steel Properties.* CEB Bulletin D'Information n° 218, Lausanne, Agosto.

Catarino, J.M. (1986). *Comportamento Reológico de Estruturas de Betão Armado e Pré-esforçado.* Ministério do Equipamento Social, Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisboa.

Cervenka, V. e Pükl, R. (1992). *Computer Models of Concrete Structures.* Structural Engineering International, IABSE, N°.2 .Fev. pp. 103-107.

Chan C.K. e Sousa, J.B. (1991). *State-of-the-art on Geotechnical Laboratory Testing.* Geotechnical Engineering Congress 1991, GT Div/ASCE, Junho.

Collins, M.P. e Mitchell, D. (1980). *Shear and Torsion Design of Prestressed and Nonprestressed Concrete Beams.* PCI Journal, Vol 25, N° 5, Set-Out , pp.32-100.

Collins, M.P. e Mitchell, D. (1986). *A Rational Approach to Shear Design - The 1984 Canadian Code Provisions.* ACI Journal, Vol.83, N° 6, Nov-Dez, pp. 925-933.

Collins, M.P. e Mitchell, D. (1991). *Prestressed Concrete Structures.* Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.

Collins, M.P.; Mitchell, D.; Adebar, P. e Vecchio, F. (1996). *A General Shear Design Method.* ACI Structural Journal, Vol. 93, N° 1, Jan-Fev, pp 36-45.

Comité Euro-Internacional du Béton. (1978). *CEB-FIP Model Code for Concrete Structures.* Bulletin d'Information N° 124/125

Comité Euro-International du Béton. (1991). *CEB-FIP Model Code 1990,* Final Draft. Bulletin d'Information n° 203/ 204/ 205.

Comité Européen de Normalization. (1991) *Eurocode N° 2. Design of Concrete Structures.*

Correia, J.A.G. e Castro, M.T.F.P. (1990). *Panorâmica da Utilização no LNEC de Transdutores de Força Baseados em Extensómetros Eléctricos de Resistência.* Memória n° 754, Ministério das Obras Públicas, Transportes e Comunicações, Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Memória n° 754, Lisboa.

CSA. Canadian Standards Association. (1984). *Design of Concrete Structures for Buildings.* CAN3 - A23.3 - M84, Rexdale, Ontario, Canadá.

Dally, J.W. e Riley, W.F. (1978). *Experimental Stress Analysis.* Segunda Edição Ed. McGraw-Hill, Inc. Kogakusha, Ltd.(1965) Japão.

Dilger, W.; Elmasri, M.Z. e Ghali, A. (1978). *Flat Plates with Special Shear Reinforcement Subjected to Static Dynamic Moment Transfer.* ACI Journal, Vol 75, N°10, Out.

Elzanaty, A.H.; Nilson, A.H.; Slate, F.O. (1986). *Shear Capacity of Prestressed Concrete Beams Using High-Strength Concrete.* ACI Journal, Vol.83, n°3, May-June, pp. 359-368.

Exner. H. (1979). *On the Effectiveness Factor in Plastic Analysis of Concrete.* IABSE, Vol. 29, Copenhague, pp. 35-42.

Fialho, J. L. (1964). *Curso de Extensometria.* Ministério das Obras Públicas, Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisboa.

Fialho, J. L. (1969). *Análise Experimental de Tensões.* Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Curso 103 (Volume II), Lisboa.

Figueiras, J.A. (1983). *Ultimate Load Analysis of Anisotropic and Reinforced Concrete Plates and Shells.* P.h.D. Thesis, University College of Swansea, Reino Unido

Florentino, C.A. (1983). *O Controlo da Segurança de Barragens de Betão.* Ministério do Equipamento Social e Transportes, Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisboa.

Gerstle, W.H.; Dey, P.P.; Prasad, N.N.V.; Rahulkumar, P. e Xie, M. (1992). *Crack Growth in Flexural Members - A Fracture Mechanics Approach.* ACI Structural Journal, Vol. 89, N°6, Nov-Dez, pp. 617-625.

Gonçalves, A.F. (1986). *Novos Ensaios Não Destrutivos para a Determinação da Resistência do Betão nas Estruturas.* Ministério das Obras Públicas, Transportes e Comunicações. Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Memória n° 671, Lisboa.

Grob, J. e Thürlimann, B. (1976). *Ultimate Strength and design of Reinforced Concrete Beams under Bending and Shear.* IABSE, n°36-II, pp. 105-120.

Hedman, O. e Losberg, A. (1978). *Design of Concrete Structures with regard to Shear Forces.* Comité Euro-International du Béton, Bulletin d'Information N°126, Jun.

Hetényi, M. (1950). *Handbook of Experimental Stress Analysis.* John Wiley & Sons, Inc., New York.

Hordijk, D.A. (1992). *Tensile and Tensile Fatigue Behaviour of Concrete; experiments, modelling and Analyses.* Heron. Vol 37, n°1, Países Baixos.

Hong, S.-G. e Mueller, P. (1996). Truss Model and Failure Mechanism for Bar Development in C-C-T Nodes. ACI Structural Journal, Vol 93, N° 5, Set-Out, pp. 564-575. falta ref no texto

Jennewein, M. (1989). *Zum Bemesssen des Stahlbetons mit Stabwerkmodellen.* Tese de Doutoramento. Universidade de Stuttgart.

Jensen, J.F. (1979). *Plastic Solutions for Reinforced Concrete Beams in Shear.* IABSE n°21, Agosto, pp. 71-78.

Johnson, M.K. e Ramirez, J.A. (1989). *Minimum Shear Reinforcement in Beams with Higher Strength Concrete.* ACI Structural Journal, Vol. 86, N°4, July-August, pp. 376-382.

Kinnunen, S. (1963). *Punching of Concrete Slabs with Two-way Reinforcement.* Transactions of the Royal Institute of Technology, N°198, Estocolmo.

Kinnunen, S. e Nylander, H. (1960). *Punching of Concrete Slabs without Shear Reinforcement.* Transactions of the Royal Institute of Technology, N°158, Estocolmo.

Kotsovos, M. D. (1984). *Behavior of Reinforced Concrete Beams with a Shear Span to Depth Ratio Between 1.0 and 2.5.* ACI Journal, Vol. 81, N°3, May-June, pp. 279-286.

Krauthammer, T. (1991). *Experimental Analysis and Models of Concrete Structures.* ACI, Concrete International, Março.

Kupfer, H.; Hilsdorf, H.K. e Rusch, H. (1969). *Behavior of Concrete Under Biaxial Stresses.* ACI Journal, Vol. 66, N° 8, August, pp.656-666.

Leonhardt, F. (1970). *Shear and torsion in prestressed concrete.* Proceedings of the Sixth Congress of the Fédération Internationale de la Précontrainte, Prague.

Leonhardt, F. (1978). *Shear in Concrete Structures.* Comité Euro-International du Béton, Bulletin d'Information n°126. Paris, Juin.

Leonhardt, F. (1979). *Construções de Concreto.* Vol. 4. Editora Interciência, Rio de Janeiro.

Levi, F.; Marro, P. e Thonier, H. (1992). *La Verification des Contraintes Tangentielles Suivant l'Eurocode 2. Comparaisons.* Annales de l'Instutite Technique du Batiment et des Travaux Publics, N° 508, Nov, pp 23-35

Lopes,S. (1995). *Redistribuição de Momentos em Estruturas de Betão Pré-Esforçado.* 'Betão Estrutural 1994'. Ed. por J. Figueiras e Ana Maria S.T.Bastos, FEUP, Porto.

Marti, P. (1985). *Basic Tools of Reinforced Concrete Beam Design.* ACI Journal, Vol 82, N°1, Jan-Fev, pp. 46-56

Marti, P. (1985). *Truss Models in Detailing.* Concrete International, Vol. 7, n° 12, Dez, pp.66-73

Marti, P. (1986). *Staggered Shear Design of Simple Supported Concrete Beams.* ACI Journal, Jan-Feb, pp.36-42.

Marti, P. (1991) *Dimensioning and Detailing.* IABSE, Vol 62, Stuttgart, pp. 411-443

Mattock, A.H. e Wang Z. (1984). *Shear Strength of Reinforced Concrete Members Subjected to High Axial Compressive Stress.* ACI Journal, Vol.81, N°3, May-June, pp. 287-298.

Marzouk, H. e Jiang, D. (1997). *Experimental Investigation on Shear Enhancement Types for High-Strength Concrete Plates.* ACI Structural Journal, Vol. 94, N° 1, Jan-Feb, pp.49-58.

Menétrey, P. (1996). *Analytical Computation of Punching Strength of Reinforced Concrete.* ACI Structural Journal, VOL. 93, N° 5, Sep-Oct, pp.503-511.

Nahlawi, K.A. e Wight, J.K. (1992). *Beams Analysis using Tensili Strength in Truss Models.* ACI Structural Journal, May-June, pp.284-289.

Navier (1864). *DE LA RESISTANCE DES CORPS SOLIDES.* 'Resumé des Leçons Sur L'application de La Mécanique à L'établissement des Constructions et des Machines'. Premiére Section. Trosième édition avec des notes et des appendices par M. Barré de Saint-Venant. Ed. Dunod, Paris.

Nielsen, M.P. (1978). *The Theory of Plasticity for Reinforced Concrete Slabs.* IABSE, N°20, Out, pp 93-114.

Nielsen, M.P. e Braestrup, M.W. (1975). *Plastic Shear Strength of Reinforced Concrete Beams.* Bygningsstatiske Meddelelser, Vol.46, N°3, pp. 61-99.

Nielsen, M.P., Braestrup, M.W., Jensen, B.C. e Bach, F. (1978). *Concrete Plasticity - Shear in Beams.* Comité Euro-International du Beton, Bulletin d'Information n°126, pp. 285-357, Jun.

Pillai, S.U.; Kirk, W. e Scavuzzo, L. (1982). *Shear Reinforcement at Slab-Column Connections in a Reinforced Concrete Flat Plate Structure.* ACI Journal, Proceedings, Vol 79, N°1, Jan-Feb.

Póvoas, R.H.C.F. (1991) *Modelos não-lineares de análise e dimensionamento de estruturas laminares de betão incluindo efeitos diferidos.* Tese de Doutoramento, Faculdade de Faculdade de Engenharia da UP, Maio.

Ramirez, J. e Breen, J.E. (1991). *Evaluation of a Modified Truss-Model Approach for Beams in Shear.* ACI Structural Journal, Set-Out, pp.562-571

Regan, P. (1992). *The Treatement of Prestress in CEB/FIP Model Code MC90.* Comité Euro-International du Béton, Bulletin d'Information n°212, Lausanne, Dez.

Regan, P.E. e Braestrup, M.W. (1985). *Punching Shear In Reinforced Concrete.* A State of Art Report. Comité Euro-International du Béton, Bulletin d'Information n°168, Lausanne, Jan.

REBAP - *Regulamento de Estruturas de Betão Armado e Pré-esforçado.* (1983) Decreto Lei N°349/83, Imprensa Nacional, Lisboa.

Reineck, K.H. (1991).*Ultimate Shear Force of Structural Concrete Members without Transverse Reinforcement Derived from a Mechanical Model.* ACI Structural Journal, Sept-Oct, pp. 592-602.

Reineck, K.H. (1991). *Modelling of Members with Transverse Reinforcement.*IABSE, Vol 62, Stuttgart, pp. 643-648.

Rezai-Jorabi, H. e Regan, P.E. (1986). *Shear Resistance of Prestressed Concrete Beams with Inclined Tendons*. The Structural Engineer, Vol 64B, N°3, Set., pp. 63-75.

Rocha, M.; Ferry Borges, J. e Marécos, J. (1986). *Observation of some reinforced concrete structures*. 'The 40 Years of LNEC Experience on Observation and Testing of Bridges and Special Structrures'. LNEC, RILEM, Lisboa.

Rogowsky, D.M. e Macgregor, J.G. (1986). *Design of Reinforced Concrete Deep Beams*. Concrete International, Agosto, pp 43-58

Rots, J.G.; Nauta, P.; Kusters, G.M.A. e Blaauwendraad, J. (1985). *Smeared Crack Approach and Fracture Localizatiom in Concrete*. Heron, Vol.30, n°1, Países Baixos.

Sabnis, G.M.; Harris, H.G.; White, R.N. e Mirza, M.S. (1983). *Structural Modeling and Experimental Techniques*. Prentice-Hall, Inc, New York.

Salandra M.A. e Ahmad, S.H. (1989). *Shear Capacity of Reinforced Lightweight High-Strength Concrete Beams*. ACI Structural Journal, Vol.86, N° 6, Nov-Dez, pp.697-704.

Sarmento, J.A.R. (1970). *Sur la Rupture des Poutres de Béton Armé ou Béton Pré-contrainte, en Flexion Simple, dans le domaine do Mode C*. VI° Congrès F.I.P., Praga.

Schlaich, J.; Schäfer K. e Jennwein, M. (1987). *Toward a Consistent Design of Structural Concrete*. PCI Journal, Vol 32, N°3, pp.74-150.

Schlaich, J. e Schäfer K. (1991). *Design and detailing of structural concrete using strut-and-tie models*. The Structural Engineer, Vol. 69, N°6, March.

Schlangen, E. (1993). *Experimental and Numerical Analysis of Fracture Processes in Concrete*. Heron, Vol. 38, N°2, Países Baixos.

Scholz, H., (1993). *Contribution to Redistribution of Moments in Continuous Reinforced Concrete Beams*. ACI Structural Journal, Vol. 90, N°2, March-April

Sigrist, V., Alvarez, M., Kaufmann, W. (1995). *Shear and Flexure in Beams*. Draft, Institute of Structural Engineering, ETH, Zurich

Tan, K.N. e Naamann, A.E. (1993). *Strut-and-Tie Model for Externally Prestressed Concrete Beams*. ACI Structural Journal, Vol. 90, N°6, Nov-Dez, pp 683-691.

Tedesco, N. e Mauriel, A. (1911). *Traité Théorique et Pratique de La Résistance des Matériaux appliqué au Béton et au Ciment Armé*. Ed. CH. Béranger, Paris, Liége.

Thürlimann, B. (1978). *Shear Strength of Reinforced and Prestressed Concrete Beams*. Comité Euro-International du Beton, Bulletin d'Information n°126, pp. 16-38, Jun.

Vaughan J. (1975). *Strain Measurements. Aplications of Brüel & Kjaer Equipment to strain measurements*. Ed. Brüel & Kjaer. Dinamarca. Out

Vecchio, F.J. e Collins, M.P. (1986). *The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear.* ACI Journal, Vol. 83, N° 2, Mar.-Abril, pp. 219-231.

Vecchio, F.J. e Collins, M.P. (1988). *Predicting the Response of Reinforced Concrete Beams Subjected to Shear using Modified Compression Field Theory.* ACI Structural Journal, Vol. 85, N° 3, May-Jun, pp. 258-268.

Vecchio, F.J. e Emara, M.B. (1992). Shear Deformations in Concrete Frames. ACI Structural Journal, Vol. 89, N° 1 Jan-Fev, pp. 46-56.

Vocabulário Internacional de Metrologia. Termos Fundamentais e Gerais. (1996). Tradução Portuguesa da Edição Internacional (1984), 2ª Edição, Instituto Português da Qualidade, Maio

Walraven, J. (1981). *Fundamental Analysis of Aggregate Interlock.* ASCE, Journal of The Structural Division, Vol. 107, N° 11, Nov., pp. 2245-2270

Walraven, J. (1982). *Shear in Elements without Shear Reinforcement.* Comité Euro-International du Beton, Bulletin d'Information, N° 146, Jan.

Walraven, J. C., (1987). *Shear in Prestressed Concrete Members. A State-of-the-Art Report.* Comité Euro-International du Béton, Bulletin d'Information n°180, Lausanne, Abril.

Walraven, J. e Lehwalter, N. (1994). *Size Effects in Short Beams Loaded in Shear.* ACI Structural Journal, Vol. 91, N° 5, pp. 585-593, Set.-Out.

Walther, R. (1979). *Poinçonnement. Dalles en Béton armé et en Béton Précontraint.* Cours de Recyclage. Societe Vaudoise des Ingenieurs et des Architectes. Lausanne, Out.

Walther, R. e Miehlbradt, M. (1990). *Dimensionnement des Structures en Béton. Dalles, Murs, Colonnes et Fondations.* Vol. 8. Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, Lausanne.

Wyche, P.J., Uren, J.G. e Reynolds, G.C. (1992). *Interaction between Prestress Secondary Moments, Moment Redistribution, and Ductility - A Treatise on the Australian Concrete Codes.* ACI Structural Journal, Vol. 89, N° 1, Jan-Feb, pp. 57-70.

Yohansen K.W. (1962) *Yield-Line Theory.* Cement and Concrete Association, London, 1962.

Yoon, Y.-S.; Cook, W.D. e Mitchell, D. (1996). *Minimum Shear Reinforcement in Normal, Medium, and High-Strength Concrete Beams.* ACI Strucrural Journal, Vol.93, N° 5, Sept.-Oct., pp 576-584.

Zsutty, T. (1971). *Shear Strength Prediction for Separate Categories of Simple Beams Tests.* ACI Journal, Proceedings Vol. 68, N°2, Fev., pp. 138-143.

FACULDADE DE ENGENHARIA
UNIVERSIDADE DO PORTO
BIBLIOTECA
0000020065