

**CARLOS MANUEL DE ARAÚJO SÁ**

**MÉTODO DE ESTIMAÇÃO DOS PARÂMETROS DO MOTOR DE INDUÇÃO  
TRIFÁSICO PARA MODELIZAÇÃO DE INSTALAÇÕES INDUSTRIAIS**

**PORTO  
1 9 8 8**

Publicação subsidiada pelo  
Instituto Nacional de Investigação Científica

Carlos Manuel de Araújo Sá

MÉTODO DE ESTIMAÇÃO DOS PARÂMETROS DO MOTOR DE INDUÇÃO  
TRIFÁSICO PARA MODELIZAÇÃO DE INSTALAÇÕES INDUSTRIAIS

Dissertação de Doutoramento  
em Engenharia Electrotécnica e de Computadores  
apresentada à Faculdade de Engenharia  
da Universidade do Porto

T/461  
621.3(003)SA/MGT  
UNIVERSIDADE DO PORTO  
Faculdade de Engenharia  
BIBLIOTECA  
Nº 16700-01  
CCO  
Data 30.12.88  
11.01.6020

043D  
S III m  
EX. 1

P O R T O  
1 9 8 8

Publicação subsidiada pelo  
Instituto Nacional de Investigação Científica

*Para a Ana Maria*  
*Para o André*  
*Para a Daniela*

## AGRADECIMENTOS

Um trabalho deste tipo pressupõe todo um conjunto de apoios que o Autor vai recebendo ao longo da sua execução. Assim (que me perdoem os atingidos por traições de memória), expresso os meus sinceros agradecimentos às seguintes pessoas e instituições:

- Professor Doutor Diogo de Paiva Brandão que, quer na sua qualidade de orientador do presente trabalho, quer para além dela, sempre me incentivou a prosseguir-lo, nunca negando o conselho amigo.
- Professor Doutor Carlos de Castro Carvalho (já falecido), pelas sempre interessantes opiniões emitidas.
- Professor Doutor Amândio Morim da Silva, pelas inúmeras e frutuosas trocas de impressões proporcionadas.
- Professor Doutor Manuel Vaz Guedes e restantes Colegas da Secção de Máquinas Eléctricas, pelas facilidades concedidas, nomeadamente as relacionadas com as minhas dispensas de serviço docente.
- Professores Doutores Manuel Matos e Sebastião Azevedo e, ainda, Eng<sup>os</sup> Adriano Carvalho e Diamantino Freitas, pelos diversos esclarecimentos prestados.
- Eng<sup>os</sup> Paulo Amado e Rodrigues de Matos, pelas proveitosas discussões havidas e pela amabilidade com que sempre me receberam.
- Srs. Ernesto e José Albino Oliveira, pelo auxílio na execução da fase experimental do presente trabalho.



-Reitoria da Universidade do Porto e Instituto Nacional de Investigação Científica, pela criação das indispensáveis condições financeiras: a primeira, ao abrigo do Contrato de Investigação nº 58/84; o segundo, através do Centro de Engenharia Electrotécnica da Universidade do Porto.

-Empresas EFACEC, SIEMENS e FRAPIL, pelos elementos de estudo e demais equipamento que, gentilmente, puseram à minha disposição.

-Secção de Produção, Transporte e Distribuição de Energia (DEEC-FEUP) e Departamento de Engenharia Química (FEUP), pelas facilidades concedidas na utilização de equipamento computacional.

## INDEX

## ÍNDICE

## 1. INTRODUÇÃO

|     |                                        |    |
|-----|----------------------------------------|----|
| 1.1 | Enquadramento histórico.....           | 2  |
| 1.2 | Fixação de objectivos e âmbito.....    | 6  |
| 1.3 | Metodologia.....                       | 8  |
| 1.4 | Estrutura da presente dissertação..... | 10 |

## 2. MODELIZAÇÃO DO MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO

|         |                                                                                               |    |
|---------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 2.1     | Introdução.....                                                                               | 14 |
| 2.2     | Escolha do método de modelização.....                                                         | 14 |
| 2.3     | Modelização do motor de indução trifásico por<br>recurso ao método dos fasores espaciais..... | 16 |
| 2.3.1   | Hipóteses simplificativas iniciais.....                                                       | 16 |
| 2.3.2   | Noção de fasor espacial.....                                                                  | 18 |
| 2.3.3   | Equações gerais do motor.....                                                                 | 19 |
| 2.3.4   | Definição matemática dos coeficientes<br>presentes nas equações gerais do motor.....          | 24 |
| 2.3.4.1 | Resistências.....                                                                             | 25 |
| 2.3.4.2 | Reactâncias.....                                                                              | 27 |
| 2.3.5   | Modelo completo.....                                                                          | 37 |

|       |                                                                                                                   |    |
|-------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 2.4   | Adequação do modelo completo ao problema<br>estudado.....                                                         | 38 |
| 2.4.1 | Temperatura dos enrolamentos do motor.....                                                                        | 39 |
| 2.4.2 | Saturação magnética.....                                                                                          | 39 |
| 2.4.3 | Efeito pelicular rotórico.....                                                                                    | 44 |
| 2.5   | Modelo adoptado.....                                                                                              | 47 |
| 2.6   | Síntese.....                                                                                                      | 49 |
| 3.    | ESTIMAÇÃO DOS VALORES NOMINAIS DOS PARÂMETROS<br>DO MOTOR                                                         |    |
| 3.1   | Introdução.....                                                                                                   | 52 |
| 3.2   | Perdas "não-Joule" em regime nominal.....                                                                         | 52 |
| 3.3   | Métodos normalmente utilizados na determinação<br>dos parâmetros do motor em regime nominal.....                  | 56 |
| 3.3.1 | Métodos industriais.....                                                                                          | 56 |
| 3.3.2 | Métodos analítico-experimentais.....                                                                              | 58 |
| 3.3.3 | Métodos aproximados.....                                                                                          | 59 |
| 3.4   | Método desenvolvido para a estimação dos valores<br>nominais dos parâmetros do motor de indução<br>trifásico..... | 60 |
| 3.4.1 | Dados necessários.....                                                                                            | 60 |
| 3.4.2 | Hipóteses.....                                                                                                    | 61 |
| 3.4.3 | Cálculo dos valores nominais.....                                                                                 | 63 |
| 3.4.4 | Valores iniciais de $k_n$ e de $a_n$ .....                                                                        | 65 |
| 3.5   | Resultados obtidos.....                                                                                           | 71 |
| 3.5.1 | Motores utilizados.....                                                                                           | 71 |
| 3.5.2 | Temperatura do enrolamento estatórico<br>considerada.....                                                         | 73 |
| 3.5.3 | Resultados obtidos para $k_n$ e para $a_n$ .....                                                                  | 73 |
| 3.6   | Interpretação dos resultados obtidos.....                                                                         | 76 |

|         |                                                                               |     |
|---------|-------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 3.7     | Expansão do campo de aplicação do método desenvolvido.....                    | 78  |
| 3.7.1   | Maior número de polos.....                                                    | 79  |
| 3.7.2   | Rotor bobinado.....                                                           | 79  |
| 3.7.3   | Maior potência nominal.....                                                   | 80  |
| 3.8     | Síntese.....                                                                  | 81  |
| 4.      | ESTIMAÇÃO DO EFEITO PELICULAR ROTÓRICO                                        |     |
| 4.1     | Introdução.....                                                               | 84  |
| 4.2     | Métodos de análise do efeito pelicular rotórico.....                          | 85  |
| 4.2.1   | Métodos disponíveis.....                                                      | 85  |
| 4.2.2   | Método adoptado.....                                                          | 88  |
| 4.3     | Forma mais conveniente para as leis de variação dos parâmetros rotóricos..... | 91  |
| 4.3.1   | Resistência.....                                                              | 93  |
| 4.3.2   | Coeficiente de autoindução de fugas.....                                      | 96  |
| 4.4     | Impedância da barra rotórica.....                                             | 97  |
| 4.4.1   | Hipóteses.....                                                                | 97  |
| 4.4.2   | Densidade de corrente numa barra.....                                         | 98  |
| 4.4.3   | Impedância de uma barra.....                                                  | 100 |
| 4.4.4   | Análise crítica das hipóteses consideradas.....                               | 101 |
| 4.5     | Cálculo das funções $K_r(\theta_r, f_r)$ e $K_m(\theta_r, f_r)$ .....         | 102 |
| 4.5.1   | Influência da forma da ranhura.....                                           | 102 |
| 4.5.1.1 | Ranhura de perfil rectangular.....                                            | 103 |
| 4.5.1.2 | Ranhura de perfil trapezoidal.....                                            | 104 |
| 4.5.1.3 | Ranhura de perfil circular.....                                               | 104 |
| 4.5.2   | Condições de fronteira.....                                                   | 105 |
| 4.5.3   | Resumo.....                                                                   | 106 |
| 4.6     | Aplicação do método de cálculo desenvolvido.....                              | 107 |
| 4.6.1   | Motores utilizados.....                                                       | 107 |

|         |                                                                               |     |
|---------|-------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 4.6.2   | Dados construtivos do rotor dos motores utilizados.....                       | 107 |
| 4.6.2.1 | Material constituinte da gaiola rotórica.....                                 | 108 |
| 4.6.2.2 | Coeficientes $h_r$ e $h_s$ .....                                              | 109 |
| 4.6.2.3 | Forma geométrica da ranhura rotórica.....                                     | 112 |
| 4.6.3   | Resultados obtidos.....                                                       | 113 |
| 4.6.3.1 | Efeito pelicular rotórico a 50 Hz.....                                        | 114 |
| 4.6.3.2 | Efeito pelicular rotórico para baixos deslizamentos.....                      | 119 |
| 4.7     | Estruturação dos resultados.....                                              | 120 |
| 4.7.1   | Classificação dos motores.....                                                | 121 |
| 4.7.2   | Curvas (médias) de variação dos parâmetros rotóricos.....                     | 124 |
| 4.7.3   | Correcção térmica.....                                                        | 129 |
| 4.7.4   | Conclusão.....                                                                | 130 |
| 4.8     | Síntese.....                                                                  | 130 |
| 5.      | ESTIMAÇÃO DO EFEITO DE SATURAÇÃO MAGNÉTICA                                    |     |
| 5.1     | Introdução.....                                                               | 133 |
| 5.2     | Estimação do factor $K_{\omega, \gamma, \alpha}$ .....                        | 134 |
| 5.2.1   | Enquadramento geral do problema.....                                          | 134 |
| 5.2.2   | Métodos disponíveis para a determinação de $K_{\omega, \gamma, \alpha}$ ..... | 136 |
| 5.2.3   | Valor adoptado para $K_{\omega, \gamma, \alpha}$ .....                        | 137 |
| 5.3     | Estimação do factor $K_{\omega}$ .....                                        | 137 |
| 5.3.1   | Importância do efeito de saturação magnética dos trajectos de fugas.....      | 137 |
| 5.3.2   | Critério adoptado na fixação de $K_{\omega}$ .....                            | 138 |
| 5.3.3   | Métodos utilizados na fixação de $K_{\omega}$ .....                           | 141 |
| 5.3.4   | Comparação dos métodos aplicados.....                                         | 146 |
| 5.4     | Resultados obtidos.....                                                       | 149 |
| 5.4.1   | Perdas "não-Joule" no arranque.....                                           | 149 |
| 5.4.2   | Factor de saturação estatórico.....                                           | 154 |

|         |                                                         |     |
|---------|---------------------------------------------------------|-----|
| 5.5     | Aplicabilidade dos resultados obtidos.....              | 158 |
| 5.5.1   | Problema geral.....                                     | 158 |
| 5.5.2   | Características estacionárias do motor.....             | 165 |
| 5.5.3   | Características dinâmicas do motor.....                 | 169 |
| 5.6     | Síntese.....                                            | 170 |
| 6.      | <b>TESTES E RESULTADOS</b>                              |     |
| 6.1     | Introdução.....                                         | 173 |
| 6.2     | Motores de teste.....                                   | 174 |
| 6.3     | Ensaaios laboratoriais realizados.....                  | 178 |
| 6.3.1   | Ensaaios para determinação dos parâmetros do motor..... | 178 |
| 6.3.1.1 | Objectivos e condições gerais.....                      | 178 |
| 6.3.1.2 | Resultados obtidos.....                                 | 181 |
| 6.3.1.3 | Análise dos resultados e conclusões.....                | 194 |
| 6.3.2   | Ensaaios em regime transitório.....                     | 200 |
| 6.3.2.1 | Objectivos e condições gerais.....                      | 200 |
| 6.3.2.2 | Descrição.....                                          | 201 |
| 6.4     | Simulação digital dos ensaios realizados.....           | 204 |
| 6.4.1   | Barramento de alimentação.....                          | 205 |
| 6.4.2   | Aarelhagem de comando.....                              | 205 |
| 6.4.3   | Carga mecânica accionada.....                           | 206 |
| 6.4.4   | Consequências das soluções adoptadas.....               | 207 |
| 6.4.5   | Resultados obtidos por simulação e sua análise.....     | 209 |
| 6.4.5.1 | Arranque directo.....                                   | 211 |
| 6.4.5.2 | Religação ao mesmo barramento.....                      | 221 |
| 6.4.5.3 | Arranque estrela-triângulo.....                         | 231 |
| 6.4.5.4 | Conclusões.....                                         | 237 |
| 6.5     | Síntese.....                                            | 240 |
| 7.      | <b>CONCLUSÕES</b>                                       |     |
| 7.1     | Conclusões.....                                         | 242 |

|     |                                      |     |
|-----|--------------------------------------|-----|
| 7.2 | Perspectivas de trabalho futuro..... | 245 |
|-----|--------------------------------------|-----|

## B. BIBLIOGRAFIA

|     |                               |        |
|-----|-------------------------------|--------|
| B-1 | Livros.....                   | B-1/ 1 |
| B-2 | Artigos da especialidade..... | B-2/ 1 |
| B-3 | Normas e Recomendações.....   | B-2/ 1 |

## A. ANEXOS

|     |                                                                               |        |
|-----|-------------------------------------------------------------------------------|--------|
| A-1 | Valores de base.....                                                          | A-1/ 1 |
| A-2 | Valores nominais - exemplo de estimação.....                                  | A-2/ 1 |
| A-3 | Efeito pelicular rotórico - exemplos de cálculo..                             | A-3/ 1 |
| A-4 | Tabelas de equivalências dimensionais.....                                    | A-4/ 1 |
| A-5 | Algoritmos usados na determinação de $K_{-}$ .....                            | A-5/ 1 |
| A-6 | Verificação do modelo adoptado para os<br>trajectos de fugas estatóricos..... | A-6/ 1 |
| A-7 | Verificação experimental da evoção de $K_{-}$ .....                           | A-7/ 1 |
| A-8 | Aparelhagem de medida utilizada.....                                          | A-8/ 1 |
| A-9 | Resultados experimentais - oscilogramas.....                                  | A-9/ 1 |



## CAPÍTULO 1

## INTRODUÇÃO

### 1.1 Enquadramento histórico

A primeira versão do motor de indução polifásico foi apresentada, quase simultaneamente (1885) por G. Ferraris e por N. Tesla, sob a forma de máquina bifásica de polos salientes; tal versão foi imediatamente (1889-1891) melhorada por Dobrowolsky e C. Brown (motor trifásico, com rotor cilíndrico dotado de enrolamento em gaiola de esquilo).

Desde aí, não mais esmoreceu o interesse que várias gerações de investigadores manifestaram pelo estudo do comportamento deste tipo de motores eléctricos: as excelentes qualidades patenteadas por esta máquina, cujos baixos custos de fabrico e de manutenção originaram a sua larga difusão em sistemas electromecânicos de conversão de energia, têm justificado esse interesse.

Como resultado de todos os conhecimentos acumulados ao longo do tempo, os materiais e as tecnologias usadas no seu fabrico foram evoluindo, do que é exemplo o emprego de alumínio injectado na execução da gaiola rotórica de motores de pequena potência (motores de baixa tensão, com potência nominal até cerca de 150 kW); esta tecnologia permitiu o fabrico de grandes séries de motores, hoje em dia de forma praticamente automatizada, com a consequente redução dos respectivos custos.

De igual forma foi evoluindo o projecto do motor de indução trifásico, como se pode exemplificar pela progressiva substituição, na gama de potências atrás mencionada, dos motores de rotor bobinado por motores de dupla gaiola e, destes, por motores de "ranhura profunda", em especial para aplicações relativamente exigentes, em termos de corrente e binário de arranque, que actualmente podem ser satisfeitas por motores fabricados em série.

Paralelamente à evolução do seu fabrico e desde a apresentação do primeiro modelo matemático do motor de indução trifásico (atribuída a E. Arnold, em 1909), foram também aperfeiçoados os métodos de análise do seu funcionamento que, inicialmente baseados no estudo de características estacionárias - sendo os regimes transitórios da máquina equacionados de uma forma mais ou menos qualitativa - cedo passaram a uma formulação teórica mais geral, através do estabelecimento da Teoria Generalizada das Máquinas Eléctricas (anos trinta).

No entanto, as possibilidades de cálculo, então existentes, limitaram bastante o uso dos modelos desenvolvidos, sendo vulgar (até à década de 50) encontrarem-se trabalhos de investigação baseados na linearização das equações representativas do motor e respectiva carga mecânica, linearização essa obtida fundamentalmente à custa da consideração da hipótese de velocidade constante ao longo do período de tempo em que decorre o fenómeno transitório electromagnético; além disso, tal hipótese simplificativa foi normalmente associada ao desprezo da influência de fenómenos de tratamento matemático mais exigente, de que são exemplo o efeito pelicular rotórico e a saturação magnética do ferro da máquina.

O aparecimento do computador e a sua posterior evolução - especialmente através da contínua expansão dos microcomputadores digitais - permitiram ultrapassar essas barreiras e, na actualidade, é perfeitamente vulgar modelizar-se o motor de indução trifásico através de uma formulação que tem em conta as várias não-linearidades subjacentes ao seu funcionamento em regime transitório, sendo os regimes estacionários progressivamente encarados como casos particulares daqueles.

A possibilidade de tratar quantitativamente problemas até aí de solução praticamente inexecutável, acabou por levantar novas questões, de que se destacam as relativas à precisão com que os parâmetros representativos do motor são obtidos e utilizados.

Efectivamente, se por um lado a aparelhagem de medida sofreu uma evolução apreciável ao longo dos últimos anos (a utilização crescente de instrumentação electrónica permitiu uma melhor e/ou mais alargada medição de grandezas eléctricas, magnéticas e mecânicas rapidamente variáveis no

tempo), o certo é que tal facto também veio pôr a nu um maior número de insuficiências nos modelos desenvolvidos para simular o comportamento das máquinas eléctricas em geral, e do motor de indução trifásico em particular.

Daí resultou uma maior complexidade nas modelizações propostas, geralmente baseadas em parâmetros representativos do motor obtidos através de ensaios laboratoriais sofisticados; paralelamente, o peso computacional envolvido na simulação digital do comportamento do sistema motor-carga cresceu, levando a uma progressiva selectividade na aplicação dos modelos desenvolvidos, já não obtida à custa da simplificação das equações básicas representativas do motor, mas sim através da introdução de simplificações na utilização concreta das mesmas, assentes no confronto dos resultados obtidos por ensaio e por simulação.

Assim, a filosofia de modelização de um motor de indução trifásico - expressa através das hipóteses simplificativas consideradas - é muito diferente consoante o estudo em causa se destine, por exemplo, a fazer parte do cálculo de estabilidade de um sistema eléctrico, ou a simular o comportamento de um motor alimentado a tensão e frequência constantes, ou ainda a prever a resposta de um motor quando controladamente alimentado.

Em particular, no tratamento do problema da consideração do motor como carga isolada ou como fazendo parte de um sistema eléctrico mais vasto, em ambos os casos admitindo-se que a sua alimentação é normalmente garantida através de um sistema trifásico equilibrado de frequência constante, o nível de simplificações introduzidas na sua modelização - e geralmente na da carga mecânica que lhe está acoplada - é compreensivelmente distinto.

Assim, quando se pretende estudar o comportamento de um sistema eléctrico, envolvendo transformadores de potência, circuitos de alimentação (linhas aéreas e/ou cabos), cargas mais ou menos passivas e numerosos motores de indução, é frequente recorrer-se a uma modelização que previamente agrupa vários motores num só, dito motor "equivalente", com base em critérios de homogeneidade [ABD-10, ABL-1, MIL-1, RAH-1]. Para além disso, vários têm sido os trabalhos publicados ultimamente sobre a hipótese de simplificação adicional desse modelo, através do desprezo (total ou parcial) da força electromotriz (f.e.m.) de transformação

induzida no enrolamento estatórico do motor (supondo as equações representativas do mesmo expressas no "referencial síncrono") durante o período transitório subsequente a uma perturbação na rede de alimentação [ADK-1, GUN-1, KHA-10, KRA-1, ROD-1, SKV-1, SUP-1, TAN-10, WAS-1]. Neste tipo de estudos, o efeito pelicular rotórico e a variação do nível de saturação magnética são normalmente desprezados.

Em contraste, quando o estudo incide sobre o comportamento de um único motor, as dificuldades computacionais (em termos de capacidade de memória e de tempo de cálculo) não são predominantes, pelo que a atenção do investigador se centra principalmente na procura da solução teoricamente mais correcta. Neste campo, surgem as modelizações mais elaboradas, que exigem um muito maior cuidado na determinação prévia dos dados do problema a tratar: características da fonte de alimentação, parâmetros representativos do motor e suas variações temporais, características da carga mecânica accionada.

Consequentemente, os ensaios para determinação desses mesmos dados vão-se tornando cada vez mais sofisticados, daí resultando um novo tipo de problemas: aumento da distanciação existente entre a investigação científica nesta área e a prática técnica corrente.

De facto, estando apreciavelmente difundido e assimilado o conhecimento teórico das leis que regem os fenómenos em estudo, bem como os possíveis métodos de modelização e correspondentes técnicas de simulação digital - para o que muito contribuíram variadíssimas obras da especialidade publicadas ao longo das duas últimas décadas, quer em forma de livro, quer através de artigos de carácter mais específico (ao longo desta dissertação vários exemplos serão fornecidos) - seria de esperar que tais "ferramentas" de análise fossem largamente aplicadas ao nível técnico.

Em nosso entender não o são, principalmente na fase de concepção e posterior exploração de instalações eléctricas industriais de pequena ou média dimensão. Sendo um campo privilegiado para a aplicação dos conhecimentos adquiridos nesta área - a título de exemplo, refira-se o apoio que tais estudos podem fornecer no dimensionamento de eventuais fontes de alimentação alternativas, no cálculo de equipamento de corte e protecção ou na previsão de níveis de perturbação decorrentes de vulgares manobras de exploração -

é de admitir que esta situação, à primeira vista paradoxal, decorra da dificuldade resultante da disparidade de meios disponíveis para a obtenção de dados experimentais credíveis.

Se exceptuarmos o caso de instalações eléctricas (ou partes restritas das mesmas) que contenham um ou mais motores de potência elevada - cujo preço de aquisição justifica a exigência de um maior cuidado na elaboração do correspondente caderno de encargos, provavelmente impondo a realização de ensaios laboratoriais de recepção mais sofisticados - ou a experiência adquirida por fabricantes de motores eléctricos de indução que, simultaneamente, fabricam outros equipamentos para instalações eléctricas, os restantes utilizadores privilegiados destas técnicas de análise são normalmente confrontados com uma grande falta de dados experimentais: por um lado, o preço de aquisição de um motor de indução, de tipo "standard", não justifica (e muito menos engloba) a realização de sofisticados ensaios laboratoriais efectuados pelo fabricante do mesmo; por outro lado, o utilizador do motor não dispõe normalmente dos meios laboratoriais minimamente necessários para a realização, "in loco", de tal tipo de ensaios.

Daí a discrepância entre o avanço da investigação científica nesta área e a frequência com que são aplicados os conhecimentos dela resultantes.

## 1.2 Fixação de objectivos e âmbito

Face ao exposto, sentimos a necessidade de investigar a possibilidade de estabelecimento de um método de estimação dos parâmetros representativos do motor de indução trifásico sem recurso a meios laboratoriais sofisticados.

Além disso, pretendeu-se adaptar a modelização desse tipo de motor, no sentido de ser atingida uma situação de equilíbrio: por um lado, no caso do estudo separado de um só motor, exigindo que os resultados obtidos por simulação digital do comportamento do mesmo não se desviem significativamente dos obtidos por via experimental; por outro lado, tentando manter a complexidade do modelo a um nível tal que permita a sua utilização futura em estudos que envolvam conjuntos de motores.

Face aos objectivos propostos, seria ambicioso pretender que este trabalho tivesse um carácter absolutamente geral; por isso, serão obrigatoriamente impostas algumas restrições ao campo de aplicação dos resultados dele decorrentes.

Daí que a nossa atenção se tenha prioritariamente fixado nos motores trifásicos de indução ditos "standard": motores de baixa tensão, de rotor em gaiola de esquilo, com potência nominal não superior a 100 kW, 2 a 6 polos e previstos para arranque estrela-triângulo.

Podendo parecer que estas limitações, impostas à partida, são demasiado severas, uma análise mais pormenorizada revela precisamente o contrário:

- embora a tendência actual seja para o contínuo crescimento da potência unitária dos motores de indução, o facto é que, em termos da sua utilização industrial, continua a predominar fortemente o número de motores de pequena potência, não sendo previsível que, a curto e/ou médio prazo, tal situação se venha a alterar significativamente; consequentemente, este tipo de motores é - e continuará a ser - responsável por uma parte importante da energia eléctrica consumida em força motriz [BOG-1; AMA-1];
- dentro desta gama de motores, predominam fortemente os de velocidade de sincronismo mais elevada (2 e, principalmente, 4 polos) [BOG-1];
- sendo essa a faixa mais importante em termos de utilização de motores de indução, é natural verificar-se uma maior homogeneidade de características de funcionamento e, portanto, de soluções de projecto encontradas pelos diversos fabricantes;
- em termos relativos, o número de motores de indução de rotor bobinado tende a decrescer, facto este para o qual tem com certeza contribuído o aumento da potência instalada nos postos de transformação industriais e a evolução favorável das características de arranque dos motores de rotor em gaiola equivalentes;
- motores especiais ou de maior potência são normalmente projectados para menores séries de fabrico, sendo

portanto de prever um conhecimento mais alargado do conjunto das suas características;

-embora se tenha focado a atenção naquele tipo relativamente restrito de motores, nada impede que algumas das conclusões produzidas se apliquem igualmente a outros tipos de motores.

É de referir que o tipo de problemas que se pretendeu resolver com o trabalho a que se refere a presente dissertação mereceu já, no seu todo ou em parte, a atenção de outros investigadores, em diferentes pontos do mundo [KOW-1, MIL-1, SOV-1, WAT-1]. No entanto, porque tais estudos dizem respeito a motores de potência elevada, em muitos casos de alta tensão, permitiu a esses investigadores dispor de um conjunto de dados mais amplo - embora referenciados como pertencendo aos catálogos comerciais dos motores a que dizem respeito - e, principalmente, facilitou a introdução de simplificações que se mostraram inadequadas para a gama de motores agora estudada (ao longo desta dissertação, quando aconselhado, tais factos serão analisados em pormenor).

### 1.3 Metodologia utilizada

Identificado o problema a resolver, fixados os objectivos a atingir e balizados, em linhas gerais, os limites de aplicação da solução a encontrar, tornou-se necessário estabelecer uma metodologia para o estudo a desenvolver.

Previamente, foi escolhido um método básico para a modelização do motor de indução trifásico, após análise dos métodos disponíveis e sua adequação aos fins em vista.

Não existindo resultados publicados relativos ao ensaio sistemático, em regime transitório, de toda a gama de motores em estudo, nem sendo exequível realizá-los ao longo dum trabalho com estas características (duração temporal e disponibilidades de meios materiais, nomeadamente laboratoriais), mas existindo um vasto leque de informações sobre o funcionamento de tais motores em regime permanente -



particularmente os relativos ao seu regime nominal - a metodologia adoptada assentou nesse mesmo conjunto de dados.

Assim, atendendo a que as características de funcionamento de um motor eléctrico são pelo menos conhecidas através da sua chapa de características (regime nominal), que tal informação pode ser alargada por consulta do catálogo comercial do respectivo fabricante (catálogo este normalmente disponível, que em princípio reflete já um certo grau de tratamento estatístico de resultados obtidos experimentalmente e que deve ser elaborado de acordo com Normas e Recomendações [CEI-34.1/12 e JEC-37, por exemplo] que estabelecem tolerâncias mais ou menos apertadas) e que é sempre possível proceder à medição, suficientemente correcta e não conflituante com o normal funcionamento do sistema em que o motor se insere, da resistência do enrolamento estatórico desse mesmo motor, foram estes os dados que se tomaram para ponto de partida.

Significa isto que os parâmetros representativos do motor em estudo e respectivas leis médias de variação têm de ser estimados recorrendo apenas àqueles dados iniciais.

Em complemento, a aplicabilidade prática do modelo assim conseguido deve ser testada por via experimental, isto é, deve ser realizado o confronto dos resultados obtidos por ensaio laboratorial de motores pertencentes à gama em estudo, com os estimados por simulação digital baseada no modelo desenvolvido, quantificando-se os desvios encontrados.

É de realçar que, dum ponto de vista restritivo, que apenas leve em linha de conta a precisão dos resultados obtidos por simulação, vários são os Autores [DEL-2, KAL-1, NEN-1, SIV-2/3, VER-1] que se têm manifestado bastante críticos quanto à utilização, em regime transitório, de parâmetros obtidos em regime estacionário, tendo até sido propostos novos tipos de ensaio (em regime transitório) para a determinação dos dados necessários [BOL-1, WAM-1, além dos anteriormente referidos]. Concordando inteiramente com tais opiniões, mencionam-se os seguintes factos, a nosso ver determinantes para o estabelecimento da metodologia adoptada:

-no método de obtenção dos dados iniciais, pelo que tal

significa em termos de disponibilidades laboratoriais e de duração dos testes necessários, reside o grande óbice à ampla aplicação dos métodos de modelização existentes;

-nesse enquadramento, o conceito de "precisão de resultados" deve ser encarado de uma forma relativa: evolução do erro associado aos resultados previstos, quando se substituem os dados iniciais, anteriormente disponíveis, pelos obtidos através do método de estimação agora apresentado, em ambos os casos utilizando o modelo mais adequado para o motor - nas situações práticas mais vulgares, os dados iniciais "anteriormente disponíveis" não ultrapassam os resultados dos ensaios económicos do motor, realizados pelo respectivo fabricante e que este, a pedido, fornece gratuitamente ao utilizador.

Relativamente à escolha das características nominais dos motores a ensaiar, houve que tomar, necessariamente, um conjunto de cuidados decorrentes de limitações práticas:

-tanto quanto possível, a potência nominal dos motores testados foi determinada por forma a que, sem pôr em causa a exequibilidade do seu ensaio, não escamoteasse fenómenos evidenciados por maiores unidades;

-os motores destinados a servir de teste foram escolhidos entre os oriundos de fabricantes com larga representação, pelo menos a nível nacional e, na medida do possível, por forma a não traduzirem o mesmo tipo de projecto.

#### **1.4 Estrutura da presente dissertação**

A estrutura da presente dissertação é um reflexo da metodologia de estudo adoptada.

Assim, ao longo do CAPÍTULO 2 é justificada a escolha do Método dos Fasores Espaciais para a modelização do motor de indução trifásico de rotor em gaiola de esquilo; com base em tal método é desenvolvido o modelo completo do motor, é discutida a exequibilidade prática da sua aplicação e são

introduzidas as simplificações julgadas convenientes.

Os Capítulos 3, 4 e 5 são dedicados à estimação dos parâmetros representativos do motor: no CAPÍTULO 3 estabelecemos um método para a determinação dos "valores nominais" desses parâmetros (isto é, válidos em regime nominal), tendo como ponto de partida o conhecimento dos dados do motor constantes da sua chapa de características e/ou do catálogo comercial do seu fabricante; no CAPÍTULO 4 apresentamos o método por nós desenvolvido para o cálculo da variação da impedância do rotor do motor com a frequência das f.e.ms. nele induzidas, procedendo-se posteriormente ao agrupamento de motores, de acordo com o nível de influência deste fenómeno e por forma a que tal efeito possa ser estimado recorrendo apenas aos dados iniciais considerados; ao longo do CAPÍTULO 5 é analisada a influência do fenómeno de saturação magnética do ferro da máquina, estabelecendo-se três métodos para a sua consideração simplificada, sempre com base nos dados iniciais considerados e de modo a manter a complexidade do modelo dentro de limites compatíveis com o fim em vista.

No CAPÍTULO 6 apresentamos os testes a que foi submetido o modelo desenvolvido; assim, para além de resultados do trabalho experimental que neste âmbito realizámos, também incluímos neste Capítulo os resultantes da simulação digital do comportamento dos motores ensaiados. Finalmente, analisa-se o conjunto de valores obtidos, para o que se recorreu aos dois critérios, anteriormente definidos, para avaliação da sua precisão.

O CAPÍTULO 7 é dedicado à apresentação das conclusões que o estudo realizado permitiu estabelecer, indicando-se vias possíveis para o futuro desenvolvimento do mesmo.

Esta dissertação inclui também uma BIBLIOGRAFIA, dividida em três partes: na primeira, encontram-se trabalhos publicados em forma de livro e que, embora nem sempre explicitamente referidos no presente trabalho, tiveram inegável influência na sua elaboração; na segunda, apresentam-se artigos da especialidade concretamente referidos ao longo da presente dissertação; na última, indicam-se Normas e Recomendações utilizadas.

Finalmente, também incluímos vários ANEXOS, que se encontram referidos ao longo do texto e onde se apresentam

pormenores de cálculo e outros elementos que se consideraram úteis como complemento desta dissertação.

## CAPÍTULO 2

## MODELIZAÇÃO DO MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO

### 2.1 Introdução

A luz dos objectivos fixados para o trabalho a que se refere a presente dissertação, a modelização do motor de indução trifásico tem necessariamente de atender a dois tipos de especificações, em certa medida conflitantes: por um lado, tem de permitir um grau de precisão elevado, dentro dos limites enunciados para a interpretação deste conceito; por outro lado, tem de atingir tal nível à custa de um conjunto de dados restrito, estruturado de forma adequada e cuja credibilidade será, em muitos casos, apenas de valor relativo.

Tais condicionantes influenciaram a escolha do modelo básico adoptado, que neste Capítulo se discute.

### 2.2 Escolha do método de modelização

Como em tantos outros problemas de Engenharia, para analisar o comportamento de uma máquina eléctrica recorre-se à sua modelização, com base nas leis físicas que regem os fenómenos que nela, ou por acção dela, ocorrem.

No caso concreto de uma máquina eléctrica rotativa, o estabelecimento do seu modelo pode fazer-se, basicamente, através do cálculo da evolução do campo magnético nela criado, ou à custa das relações existentes entre os vários enrolamentos que a integram.

Dado o modelo a estabelecer ter de representar a mesma realidade (neste caso, o motor de indução trifásico, a respectiva alimentação e a carga mecânica por ele accionada), independentemente do método seguido para a sua obtenção, as duas vias citadas não podem ser consideradas

equivalentes, já que a primeira delas, recorrendo a uma profunda discretização da máquina a modelizar, exige um grande pormenor na especificação dos dados da mesma, o que é praticamente incompatível com o fim em vista. Além disso, o "peso" computacional que normalmente está associado à sua aplicação é impeditivo do tratamento em simultâneo de mais do que uma máquina.

Consequentemente, o método de modelização de máquinas eléctricas rotativas por recurso à análise da evolução do seu campo magnético é, na actualidade, fundamentalmente adequado ao seu projecto, onde já ocupa um lugar de relevo; em complemento, porque este método permite obter um conjunto mais pormenorizado de resultados, é inegável o seu contributo no estudo de fenómenos específicos, relacionados com certos tipos de regimes de funcionamento de máquinas eléctricas.

Do ponto de vista em que nos colocámos, ao escolhermos este trabalho, desde logo estabelecemos afinidades com o utilizador de máquinas eléctricas, pelo que a escolha da via para a modelização das mesmas teve obrigatoriamente de recair na baseada em relações verificadas entre os vários enrolamentos existentes.

Dentro deste tipo de modelização, existem ainda várias formas alternativas para o estabelecimento do modelo pretendido, cada uma delas dependendo em boa medida do caminho escolhido para o tratamento matemático inicial das equações representativas da máquina em estudo [LES-1].

De entre essas formas, realça-se a baseada no conhecido **Método dos Fasores Espaciais**, método este apresentado nos anos cinquenta, por P. K. KOVACS e I. RACS, com a designação, hoje praticamente abandonada, de "Método Vectorial" [KOV-1/2/3].

Refira-se, a propósito, que há Autores que atribuem o fundamento teórico de tal método à transformação proposta por Y. KU [LES-1 e NOV-1, por exemplo], no mesmo ano em que R. PARK propôs a sua transformação (1929), sendo vulgar encontrarem-se trabalhos, normalmente de origem norte americana, em que os fasores espaciais são apelidados de "complex time variables". Independentemente da questão histórica, o facto é que este método, tal como os restantes baseados nas relações existentes entre os vários

enrolamentos da máquina eléctrica, podem ser encarados como diferentes facetas da aplicação dos princípios do cálculo tensorial ao estudo das máquinas eléctricas, desenvolvida por G. KRON na década de trinta.

Recorrendo a uma transformação matemática simples, de imediata interpretação física, este método permite representar qualquer enrolamento, monofásico ou polifásico simétrico, através de uma única equação fasorial, facilmente resolúvel pela sua decomposição num sistema de eixos gaussiano.

Além desta característica, já de si importante, o método dos fasores espaciais conduz a um modelo que não impõe qualquer tipo de restrição significativa ao seu campo de aplicação privilegiado, que é, sem dúvida, o das máquinas eléctricas rotativas de corrente alternada.

Tais factos foram determinantes na nossa escolha deste método para a modelização do motor de indução trifásico, escolha esta que tem sido seguida por um cada vez maior número de Autores e de Escolas, quer ao nível da investigação científica, quer no ensino de máquinas eléctricas.

A crescente popularidade que o método dos fasores espaciais tem patenteado, conduziu naturalmente ao seu enriquecimento, sendo hoje possível obter, através dele, um modelo "compacto" do motor de indução trifásico, como seguidamente se desenvolverá.

## **2.3 Modelização do motor de indução trifásico por recurso ao método dos fasores espaciais**

### **2.3.1 Hipóteses simplificativas iniciais**

Se atendermos apenas às restrições impostas pela própria natureza do método dos fasores espaciais [KOV-7], somos desde logo levados a assumir as seguintes hipóteses simplificativas:

(a)-o efeito das extremidades da máquina, no seu sentido



axial, é desprezável;

- (b)-os enrolamentos estatórico e rotórico do motor são espacialmente simétricos e, por isso, sendo  $m$  o número de fases dum desses enrolamentos, cada enrolamento de fase ocupa uma faixa de  $(2\pi/m)$  radianos (geométricos);
- (c)-os enrolamentos estatórico e rotórico do motor são electricamente simétricos, o que leva a admitir-se que cada enrolamento de fase possui a mesma resistência;
- (d)-independentemente da forma de variação temporal da corrente eléctrica que percorre cada enrolamento de fase, a força magnetomotriz (f.m.m.) assim criada tem, em cada instante, uma variação sinusoidal ao longo do entreferro da máquina;
- (e)-qualquer que seja o regime de funcionamento considerado, a soma das intensidades das correntes eléctricas que percorrem as  $m$  fases de um enrolamento é, em cada instante, nula.

Analisando as simplificações indicadas, verifica-se que as quatro primeiras correspondem a algumas das preocupações básicas do projecto dos motores de indução trifásicos, pelo que praticamente se verificam em motores normais - de rotor bobinado ou em gaiola de esquilo - funcionando em carga (em vazio, o efeito da distribuição dos condutores na variação espacial da f.m.m. instantânea não é, em geral, desprezável); a quinta simplificação decorre do facto usual de os enrolamentos do motor terem neutro isolado e, salvo avaria, se poderem desprezar eventuais correntes de fuga.

Além disso, é de realçar o facto das simplificações apresentadas não serem específicas do método escolhido, ou seja, serem normalmente impostas à partida, seja qual for o método de modelização. Exceptua-se, no entanto, a primeira daquelas simplificações, no caso de uma modelização da máquina eléctrica por recurso à análise tridimensional do campo magnético nela desenvolvido.

Verifica-se, assim, que a escolha do método dos fasores espaciais não introduziu, só por si, qualquer restrição importante ao campo de aplicação do modelo pretendido.

### 2.3.2 Noção de fasor espacial

Dum ponto de vista meramente matemático, o fasor espacial surge como consequência de uma transformação (mudança de variável) introduzida nas leis de variação temporal das grandezas eléctricas e magnéticas relativas a um ou mais enrolamentos de fase da máquina. Tal transformação assenta num critério bem definido - invariância da potência absorvida pelo enrolamento em causa - e com ela pretende-se libertar de variação espacial as relações existentes entre algumas daquelas grandezas.

Dum ponto de vista físico, o fasor espacial surge como consequência da substituição dos enrolamentos reais, existentes na máquina eléctrica, por um conjunto de menor número de enrolamentos fictícios, electromagneticamente equivalente ao primeiro.

A título de exemplo, admitindo as hipóteses simplificativas indicadas no ponto anterior, o "fasor espacial corrente eléctrica" ( $\underline{I}$ ) dum enrolamento polifásico de uma máquina eléctrica pode ser obtido, em cada instante, pela soma dos fasores corrente de cada enrolamento de fase, ou seja:

$$\underline{I} = (2/m) \cdot \sum_k \underline{I}_k \quad (k=1, \dots, m) \quad (2.1)$$

com

$$\underline{I}_k = I_k \cdot e^{j [(k-1) \cdot (2\pi/m)]} \quad (2.2)$$

e em que  $I_k$  representa a corrente que, nesse mesmo instante, percorre o enrolamento da fase  $k$ , o argumento de  $\underline{I}_k$  está expresso em radianos eléctricos e se considerou como origem das fases o eixo magnético da fase 1 desse mesmo enrolamento.

Porque o fasor assim obtido se manterá sempre (fixo ou em movimento) num plano perpendicular ao eixo de rotação do rotor da máquina, é possível decompô-lo num sistema de eixos gaussiano, sendo a sua componente real, também apelidada de "directa" ou "longitudinal", e a sua componente imaginária, normalmente chamada "em quadratura" ou "transversal":

$$\underline{I} = I_d + j I_q \quad (2.3)$$

De igual modo se podem obter e representar os fasores tensão ( $\underline{U}$ ), f.e.ms. ( $\underline{E}$ ) e fluxos magnéticos totalizados ( $\underline{\Psi}$ ) associados a esse mesmo enrolamento, bem como representar fasorialmente as relações existentes entre eles e mesmo as grandezas deles derivadas.

É de referir que, em qualquer instante, o valor real de uma grandeza, em qualquer fase dum enrolamento, pode ser obtido pela projecção, nesse mesmo instante, do correspondente fasor espacial no eixo magnético da fase em estudo.

Porque a bibliografia publicada sobre o assunto é bastante clara [KOV-7, NAU-1 e NOV-1], não nos alongaremos neste ponto, realçando apenas que, pela existência, nas máquinas eléctricas rotativas, de enrolamentos animados de velocidade relativa, para a análise das relações existentes entre tais circuitos torna-se fundamental a escolha de um sistema de eixos de referência (ou, simplesmente, referencial) comum aos vários enrolamentos em presença. Quando se modeliza não apenas uma máquina, mas sim um conjunto, crescerá a importância da escolha do referencial comum a todo o sistema, sendo vulgar o recurso a um referencial imóvel no espaço (referencial estático) ou a um referencial móvel no espaço com uma velocidade angular eléctrica igual à pulsação duma tensão sinusoidal, tomada como referência (referencial síncrono).

Como a mudança de referencial escolhido não introduz significativas complicações matemáticas, permitindo mesmo esclarecer a essência física de certos fenómenos [BAR-1 e KRA-1], a regra geral será a utilização do sistema de eixos de referência que facilita a resolução das equações representativas do problema em estudo [CAS-2].

Ao longo deste trabalho será sistematicamente utilizado o referencial síncrono com a tensão normal da rede de alimentação do motor, isto é, o referencial que roda no espaço com uma velocidade (eléctrica)  $\omega_1$  radianos, igual a  $2\pi$  vezes a frequência nominal do motor em estudo ( $f_n$ ).

### 2.3.3 Equações gerais do motor

Recorrendo ao método dos fasores espaciais e utilizando o sistema "por unidade" (p.u.) cujos valores de base se

encontram definidos no ANEXO 1, o motor de indução trifásico, com  $p$  pares de polos, e a respectiva carga mecânica podem ser representados, no referencial síncrono anteriormente definido, por [KOV-7]:

$$\left[ \begin{array}{l} \underline{u}_s = r_s \underline{i}_s + (1/w_1) \frac{d}{dt} \underline{\Psi}_s + j \underline{\Psi}_s \\ \underline{u}_r = r_r \underline{i}_r + (1/w_1) \frac{d}{dt} \underline{\Psi}_r + j (1-w_r) \underline{\Psi}_r \\ \underline{t}_e = \underline{t}_{re} + H \frac{d}{dt} w_r \end{array} \right. \quad (2.4)$$

(no sistema de equações (2.4), os índices  $s$  e  $r$  foram utilizados para representar, respectivamente, as grandezas relativas aos enrolamentos estatórico e rotórico)

No sistema (2.4), as duas primeiras equações, por vezes designadas "eléctricas" ou "de tensão", traduzem a aplicação da 2ª. Lei de Kirchhoff aos enrolamentos do motor; a terceira equação, conhecida por "mecânica" ou "de binário", traduz o necessário equilíbrio dos binários (estáticos e de inércia).

Os fluxos magnéticos totalizados, encadeados com cada um dos enrolamentos, podem ser expressos, no mesmo referencial e sempre em valores relativos, à custa das correntes que os originam e das reactâncias associadas aos respectivos trajectos dos campo magnético:

$$\left[ \begin{array}{l} \underline{\Psi}_s = x_s \underline{i}_s + x_m \underline{i}_r \\ \underline{\Psi}_r = x_m \underline{i}_s + x_r \underline{i}_r \end{array} \right. \quad (2.5)$$

(no sistema (2.5), os índices  $s$  e  $r$  mantêm o seu significado; os índices  $m$ ,  $s$  e  $r$ , quando affectos a reactâncias, caracterizam o seu sentido magnetizante ou próprio do estator e do rotor, respectivamente)

O binário electromagnético desenvolvido pelo motor pode, por sua vez, ser explicitado à custa do fluxo totalizado encadeado com um dos enrolamentos e da corrente que percorre esse mesmo enrolamento:

$$t_{-} = \text{Im} \left[ \underline{\psi}_{-}^{*} \cdot \underline{i}_{-} \right] \quad (2.6)$$

Finalmente, é de referir que outras grandezas não menos importantes no funcionamento da máquina, poderão ser obtidas por recurso ao modelo estabelecido. Assim, o fluxo totalizado útil, isto é, simultaneamente encadeado com os enrolamentos estatórico e rotórico, poderá ser expresso quer à custa das correspondentes correntes, quer a partir da corrente magnetizante equivalente:

$$\underline{\psi}_m = x_m (\underline{i}_{-} + \underline{i}_{+}) = x_m \underline{i}_m \quad (2.7)$$

As potências activa e reactiva absorvidas, respectivamente  $p_{-}$  e  $q_{-}$ , serão iguais a:

$$p_{-} + j q_{-} = (\underline{u}_{-} \cdot \underline{i}_{-}^{*}) \quad (2.8)$$

O conjunto de equações (2.4) ÷ (2.8) permite modelizar o comportamento do motor de indução trifásico. Como facilmente se pode verificar, o formalismo matemático do método de modelização adoptado é extremamente simples.

No entanto, dado o significado (físico) atribuído aos vários coeficientes (matemáticos) presentes nas referidas equações, a sua definição matemática encerra alguma complexidade, pelo menos se não se pretender introduzir um número excessivo de simplificações suplementares, de muito duvidosa validade teórica.

Antes de passarmos a tais definições, será conveniente realçar, desde já, alguns factos implicitamente contidos nas equações apresentadas.

Assim,

(a)-apesar das equações representativas do motor serem válidas para os dois tipos usuais de ligação do enrolamento estatórico (ligação em estrela ou em triângulo), por uma questão de uniformidade e salvo indicação expressa, admitiremos que as mesmas dizem sempre respeito à estrela equivalente, isto é, que o fasor tensão  $\underline{u}_{-}$  representa as tensões simples, reais ou

fictícias, aplicadas aos enrolamentos de fase do estator da máquina e que o fasor corrente  $\underline{i}_-$  representa as correntes nas linhas de alimentação desses mesmos enrolamentos;

- (b)-embora, no referencial considerado, as f.e.ms. estáticas induzidas, quer no estator quer no rotor, respectivamente:

$$\underline{e}_{est.-} = (1/w_1) \cdot \frac{d}{dt} \underline{\Psi}_- \quad ; \quad \underline{e}_{est.-r} = (1/w_1) \cdot \frac{d}{dt} \underline{\Psi}_r ,$$

sejam representadas por expressões matemáticas formalmente simples, nelas reside uma boa parte da dificuldade da resolução do sistema de equações representativo do motor.

De facto, sendo os fasores fluxos magnéticos totalizados matematicamente representados por números complexos, o cálculo das suas derivadas temporais far-se-á com recurso à decomposição de cada fasor nas suas duas componentes - directa e em quadratura - o que, além de aumentar o número de equações a resolver, introduz complicações suplementares no caso de os fenómenos da saturação magnética e/ou do efeito pelicular serem considerados;

- (c)-o(s) circuito(s) eléctrico(s) rotórico(s) surgem representados apenas por uma equação.

Sendo um dado praticamente adquirido que, na actualidade e qualquer que seja o fabricante de motores de indução considerado, é vulgar a utilização de gaiolas rotóricas de alumínio nos motores da gama de potências e de velocidades em estudo (motores com potência nominal não superior a 100 kW, com 2 a 6 polos), é de questionar a validade desta representação. De facto, as barras constituintes de tais gaiolas possuem normalmente uma forma complexa, tendo em vista garantir razoáveis características de arranque, isto é, são realizadas por forma a conferirem ao motor um tipo de circuito rotórico próximo do do motor dito "de ranhuras profundas" ou "de dupla gaiola"; seria, portanto, de esperar uma modelização através de, pelo menos, dois circuitos rotóricos.

Este problema tem levantado alguma polémica na literatura especializada, o que justifica um tratamento

mais detalhado, que no Capítulo 4 apresentaremos; de qualquer forma, à semelhança de outros Investigadores [BRO-10, GRA-1 e HEM-1, por exemplo], optou-se por uma representação deste tipo, tendo em vista diminuir o número total de parâmetros a estimar (o que, dentro dos condicionalismos apontados no Capítulo 1 desta dissertação, foi uma preocupação constante ao longo do trabalho desenvolvido).

Consequentemente, no caso geral da modelização de motores de indução trifásicos, tal equação deverá ser interpretada como representando, em cada instante, um circuito eléctrico equivalente aos circuitos realmente existentes no rotor da máquina - tal cuidado, como veremos, não tem significado prático para motores de rotor em gaiola de muito pequena potência ( $P_r \leq 7,5 \text{ kW}$ ) e para motores de rotor bobinado;

- (d)-as perdas mecânicas, magnéticas e adicionais não se encontram explicitamente representadas nas equações básicas do motor.

Embora tal fosse possível - o assunto será escarpelizado no CAPÍTULO 3 - preferiu-se, de acordo com os condicionalismos já apontados, considerar tais perdas à custa da conveniente correcção do binário imposto pela carga mecânica accionada pelo motor.

- (e)-a f.e.m. dinâmica que, no referencial considerado, é induzida no enrolamento rotórico, encontra-se expressa por:

$$E_{din,r} = j (1-w_r) \Psi_r,$$

surgindo a velocidade angular (eléctrica) do rotor novamente incluída na equação de binários do sistema modelizado.

Sendo vulgar referirem-se as características do motor de indução trifásico ao seu deslizamento rotórico  $s$ , poderá causar surpresa a não inclusão desta grandeza fundamental nas equações referidas.

O significado da não substituição de  $(1-w_r)$  pelo valor do deslizamento  $s$  reside no facto de, até agora, não se ter imposto uma alimentação de frequência constante e igual à frequência nominal do motor, único caso em que, no referencial considerado, tais grandezas coincidem, se ambas forem expressas em p.u..

Efectivamente, sendo a frequência da tensão aplicada ao

motor diferente da nominal, a velocidade de rotação do rotor passa a diferir da correspondente velocidade do referencial de uma grandeza que, dependendo embora do deslizamento, propriamente dito, do motor, tem também a influência do "deslizamento" do fasor tensão estatórica face ao referencial considerado - daí o ser vulgar a escolha de um referencial ligado ao rotor do motor, em accionamentos que exigem uma alimentação a frequência normalmente variável, o que não é o caso.

#### 2.3.4 Definição matemática dos coeficientes presentes nas equações gerais do motor

No sistema de equações (2.4), surgem relações fasoriais entre as tensões aplicadas aos enrolamentos, as correntes que os percorrem e as f.e.ms. neles induzidas, relações essas que dependem de coeficientes matemáticos com importante significado físico no contexto da máquina eléctrica.

Se as resistências por fase de cada um dos enrolamentos do motor aparecem explicitamente indicadas nas parcelas representativas das correspondentes quedas de tensão, respectivamente,  $(r_1 i_1)$  e  $(r_2 i_2)$ , as reactâncias por fase dos dois enrolamentos surgem implicitamente indicadas nas expressões correspondentes às f.e.ms. neles induzidas, como se pode verificar através do sistema (2.5).

Dadas as conhecidas dependências existentes entre as várias impedâncias representativas dos enrolamentos do motor e os estados térmico, magnético e mecânico dos seus suportes físicos, torna-se imprescindível explicitar os valores de tais f.e.ms. induzidas, a não ser que se admitam simplificações tais que escamoteiem as especificidades dessas mesmas relações - foi o que sucedeu, por exemplo, nos primeiros anos em que se procedeu à simulação, quer em computador analógico, quer em computador digital, do comportamento transitório dos motores de indução trifásicos [ENS-1, FLY-1, HUG-10, SMI-1/2, entre outros].

Por outras palavras:

-se o modelo a estabelecer pretender ser o mais geral possível, traduzindo os fenómenos físicos presentes em



qualquer regime de funcionamento do motor, será conveniente utilizar os fasores corrente como principais caracterizadores do estado electromagnético da máquina, isto é, as equações eléctricas contidas em (2.4) deverão ser explicitadas em função das correntes;

-se, pelo contrário, o modelo do motor apenas pretender representar alguns regimes de funcionamento do mesmo ou se, por exemplo, os dados disponíveis não permitirem uma caracterização tão fina do motor a representar (o que vulgarmente acontece na prática), então será conveniente serem previamente discutidas as simplificações a introduzir e, a partir das mesmas, serem escolhidas as grandezas que, suficientemente, caracterizem o estado da máquina nessas condições.

Nos pontos seguintes, começaremos por abordar este assunto de acordo com a primeira destas perspectivas.

#### 2.3.4.1 Resistências

##### (a) estator

Relativamente à resistência por fase do estator  $r_s$ , dada a separação de perdas indicadas - concretamente, na alínea (d) do ponto 2.3.3 - e pelo facto de o enrolamento estatórico deste tipo de motores ser vulgarmente constituído por um número relativamente elevado de condutores de pequena secção, com a forma circular, é de aceitar, praticamente sem reservas, que o correspondente coeficiente matemático possa ser considerado como apenas dependendo da temperatura do enrolamento estatórico, particularmente se nos situarmos no caso de motores alimentados com um sistema de tensões sinusoidais, de frequência igual ou próxima do valor usual nas redes eléctricas industriais. Assim, designando por  $r_{s, \theta_0}$  a resistência por fase da estrela equivalente ao enrolamento estatórico do motor, medida em corrente contínua e à temperatura de referência correspondente à classe de isolamento do mesmo, fácil é ver que, sendo  $\theta_s$  a temperatura, em °C, do enrolamento estatórico,

$$r_s = K_1(\theta_s) \cdot r_{s, \theta_0} \quad (2.9)$$

em que  $K_1(\theta_s)$  é a função de correcção da resistência com a

temperatura, cujos valores apropriados se podem calcular através de Normas existentes (na BIBLIOGRAFIA (3) apresentam-se algumas) ou seguindo qualquer tratado de cálculo de máquinas eléctricas [MAR-1, por exemplo].

Embora mais tarde voltemos a este assunto, é desde já de referir que nem todas as Normas utilizam o mesmo factor de correcção, como se pode comprovar pelo confronto entre as de origem norte americana e, por exemplo, as europeias ou japonesas, residindo as diferenças principalmente no valor considerado para a resistividade do cobre utilizado no fabrico de enrolamentos de máquinas eléctricas e no valor da temperatura de referência atribuído a cada classe de isolamento.

#### (b) rotor

No que diz respeito à resistência por fase rotórica  $r_r$ , para além do facto de estar expressa em p.u. e, portanto, implicitamente referida ao enrolamento estatórico, há que atender ao facto de ela ter de representar a resistência equivalente ao(s) circuito(s) realmente existente(s) no rotor do motor. Ora, como é sabido, desde que o motor possua uma dupla gaiola - o que não é usual em motores normais do tipo abrangido por este estudo - ou, principalmente, no caso de a gaiola ser simples, mas utilizando barras com uma forma geométrica tal que melhore significativamente as características de arranque do motor - como já se afirmou, é a prática corrente em motores "standard", dotados de gaiola rotórica em alumínio e com potência nominal superior a 7,5 kW - a resistência rotórica equivalente, para além de ser variável com a temperatura de funcionamento dos respectivos condutores, é também dependente, de uma forma mais ou menos pronunciada, da frequência das f.e.ms. induzidas nesses mesmos condutores (este efeito, também notório na correspondente reactância de fugas, é vulgarmente conhecido por "efeito pelicular rotórico").

Independentemente das dificuldades inerentes ao estudo e determinação experimental de tais dependências, dificuldades essas resultantes da complexidade dos fenómenos físicos subjacentes, o facto é que, se a resistência equivalente por fase do rotor em regime nominal for representada por  $r_{r,n}$ , o correspondente coeficiente matemático no sistema (2.4) poderá ser expresso por:

$$r_r = K_2(\theta_r, f_r) \cdot r_{r,n} \quad (2.10)$$

em que  $K_2(\theta_r, f_r)$  é uma função que traduz a sua dependência simultânea (e não independente) da temperatura e da frequência de trabalho do correspondente circuito rotórico.

#### 2.3.4.2 Reactâncias

Como já se afirmou, as várias reactâncias representativas dos enrolamentos do motor de indução aparecem implicitamente introduzidas nas equações básicas do modelo adoptado através dos fasores espaciais f.e.ms..

Se, como muitas vezes acontece e já foi anteriormente justificado, o sistema (2.4) for resolvido em ordem aos fasores corrente, torna-se conveniente explicitar os dois tipos de f.e.m. (estática e dinâmica) induzida nos enrolamentos do motor, para o que se podem utilizar as relações (2.5) existentes entre as f.m.ms. e os fluxos magnéticos por elas criados.

Nesse sentido, pode utilizar-se o método, vulgar na análise do comportamento de máquinas eléctricas, de "separar" o fluxo útil ( $\underline{\Psi}_m$ ) dos fluxos parciais de fugas de cada enrolamento ( $\underline{\Psi}_{f,s}$  e  $\underline{\Psi}_{f,r}$ ), para o que basta reescrever o sistema de equações (2.5) com a forma:

$$\begin{cases} \underline{\Psi}_s = \underline{\Psi}_{f,s} + \underline{\Psi}_m \\ \underline{\Psi}_r = \underline{\Psi}_{f,r} + \underline{\Psi}_m \end{cases} \quad (2.11)$$

(neste sistema, o índice f caracteriza a componente parcial de fugas do respectivo fluxo totalizado)

Antes de explicitarmos tais f.e.ms., vale a pena discutir a validade do método de separação dos fluxos anteriormente citado, principalmente quando aplicado à modelização de motores sujeitos a amplas variações de regime de funcionamento.

Como se sabe, a separação do fluxo totalizado encadeado

com um enrolamento na sua componente útil, isto é, fluxo que simultaneamente encadeia mais do que um enrolamento, e na sua componente parcial de fugas, ou seja, que só encadeia o enrolamento em causa, é uma aproximação da realidade, tanto mais válida quanto "mais linear" for o circuito magnético a que se aplica.

No caso concreto dos motores de indução trifásicos de rotor em gaiola de alumínio, as ranhuras rotóricas são de tipo fechado, sendo as "pontes magnéticas" assim existentes no topo dessas ranhuras passíveis de forte saturação, mesmo para correntes rotóricas da ordem de grandeza da correspondente ao regime nominal do motor, desde que este esteja alimentado à tensão nominal - diz-se, vulgarmente, que tais trajectos saturam "muito cedo". Se, para o mesmo nível de corrente rotórica, a tensão de alimentação do motor baixar, nota-se uma variação acentuada no estado de saturação magnética de tais trajectos - experiências laboratoriais realizadas no âmbito deste trabalho (e apresentadas nesta dissertação em local apropriado) comprovam este facto.

Tal fenómeno indica que, para certos níveis de saturação do ferro da máquina, não é correcto separar os dois tipos de fluxo, pois que assim se estará a aplicar o princípio da sobreposição a um sistema não linear.

Para níveis elevados de saturação dos trajectos de fugas "tradicionais", é de esperar a reacção inversa, ou seja, o fluxo parcial de fugas de cada enrolamento "invade" trajectos preferencialmente seguidos pelo fluxo útil.

É assim de concluir que a aplicação do método de separação do fluxo total é uma mera aproximação que tem em vista simplificar extraordinariamente o cálculo matemático associado à resolução das equações representativas do motor.

A propósito, é de referir que, se retirarmos os trabalhos publicados sobre o assunto que, por uma ou outra razão, consideram os parâmetros do motor como constantes ao longo de todo o fenómeno em estudo e se retirarmos também os trabalhos realizados com base na análise do campo magnético em máquinas de indução - como já se referiu, é uma área privilegiada de aplicação de tal metodologia - tanto quanto é do nosso conhecimento apenas W. DELEROI, de entre os muitos que se têm ultimamente dedicado ao estudo desta

máquina em regime transitório, se refere explicitamente [DEL-2] a este problema e, mesmo assim, utilizando em nosso entender uma óptica parcial, já que apenas considera a influência dos fluxos parciais de fugas sobre o fluxo útil.

(a) reactâncias estacionárias

Atendendo a (2.7), o sistema anterior (2.11) pode ser expresso por:

$$\begin{cases} \underline{\Psi}_s = x_{fs} \underline{i}_s + x_m \underline{i}_m = \underline{\Psi}_{fs} + \underline{\Psi}_m \\ \underline{\Psi}_r = x_{fr} \underline{i}_r + x_m \underline{i}_m = \underline{\Psi}_{fr} + \underline{\Psi}_m \end{cases} \quad (2.11 A)$$

De (2.11 A) confirma-se imediatamente o significado físico de  $x_{fs}$ , de  $x_{fr}$  e de  $x_m$ : são, respectivamente, as reactâncias parciais de fugas, do estator e do rotor, e a reactância magnetizante (todas elas expressas em p.u., logo referidas ao estator do motor).

Tais reactâncias - ou os coeficientes de auto- ou mútua indução que lhes estão associados - são suficientes para definir as f.e.ms. dinâmicas induzidas nos enrolamentos do motor, em qualquer regime de funcionamento; mais ainda, dentro das simplificações apontadas e em conjunto com as resistências referidas no ponto anterior, o regime estacionário do motor fica completamente definido (note-se que, nesse regime de funcionamento, anulam-se os termos representativos das f.e.ms. estáticas nas equações (2.4)); por isso, todo este conjunto de impedâncias é muitas vezes designado por "os parâmetros do motor", sendo os correspondentes coeficientes de indução e, portanto, as reactâncias respectivas, apelidados de "estacionários" - designações estas que aceitamos ao longo da presente dissertação.

Por outro lado, é também fácil verificar qual o tipo de dependência existente entre essas reactâncias e as correntes (ou melhor, as f.m.ms.) existentes na máquina, pelo menos se se admitir a simplificação contida no método da separação do fluxo total encadeado com cada enrolamento segundo os seus trajectos - método este que, como se afirmou, é vulgarmente utilizado em estudos sobre máquinas eléctricas.

Como, independentemente da separação de fluxos magnéticos introduzida, todos os seus trajectos incluem, em maior ou menor grau, meios ferromagnéticos, as respectivas reactâncias estão, todas elas, sujeitas a variações provocadas pelo fenómeno da saturação magnética, isto é, são função da geometria do correspondente trajecto e, pelo menos, do valor tomado pela f.m.m. geradora do fluxo que representam.

Dada a simetria construtiva da máquina de indução trifásica, se os valores (sempre em unidades p.u.) apresentados pelos coeficientes estacionários de auto-indução de fugas do estator e do rotor e pelo coeficiente estacionário de indução mútua estator/rotor forem, em regime nominal, representados por  $x_{fe.n}$ ,  $x_{fr.n}$  e por  $x_{m.n}$ , e não esquecendo o efeito pelicular rotórico, poder-se-á escrever:

$$\begin{cases} x_{fe} = K_3(|\underline{i}_s|) \cdot x_{fe.n} \\ x_{fr} = K_4(|\underline{i}_r|, f_r) \cdot x_{fr.n} \\ x_m = K_5(|\underline{i}_m|) \cdot x_{m.n} \end{cases} \quad (2.12)$$

Se estas reactâncias são suficientes para caracterizar as f.e.ms. dinâmicas induzidas nos enrolamentos do motor, já o mesmo não se passa com as f.e.ms. estáticas.

#### (b) reactâncias dinâmicas

No caso geral do funcionamento do motor de indução trifásico, não serão nulas as f.e.ms. estáticas induzidas nos seus enrolamentos, pelo que se torna necessário explicitá-las.

Recorrendo ao sistema (2.11):

$$\begin{cases} e_{est.s} = (1/w_1) \cdot \frac{d}{dt} [\underline{\psi}_{fe} + \underline{\psi}_m] \\ e_{est.r} = (1/w_2) \cdot \frac{d}{dt} [\underline{\psi}_{fr} + \underline{\psi}_m] \end{cases} \quad (2.13)$$

Decompondo os fasores fluxo magnético totalizado segundo os eixos, directo e em quadratura, do referencial considerado, as três f.e.ms. estáticas presentes nas equações (2.13) tomarão a forma:

$$\left[ \begin{aligned} \underline{E}_{est.1} &= (1/w_1) \cdot \frac{d}{dt} \underline{\Psi}_m = \frac{d}{dt} \Psi_{m.d} + j \frac{d}{dt} \Psi_{m.q} \\ \underline{E}_{est.2} &= (1/w_1) \cdot \frac{d}{dt} \underline{\Psi}_{fr} = \frac{d}{dt} \Psi_{fr.d} + j \frac{d}{dt} \Psi_{fr.q} \\ \underline{E}_{est.3} &= (1/w_1) \cdot \frac{d}{dt} \underline{\Psi}_{fr} = \frac{d}{dt} \Psi_{fr.d} + j \frac{d}{dt} \Psi_{fr.q} \end{aligned} \right. \quad (2.14)$$

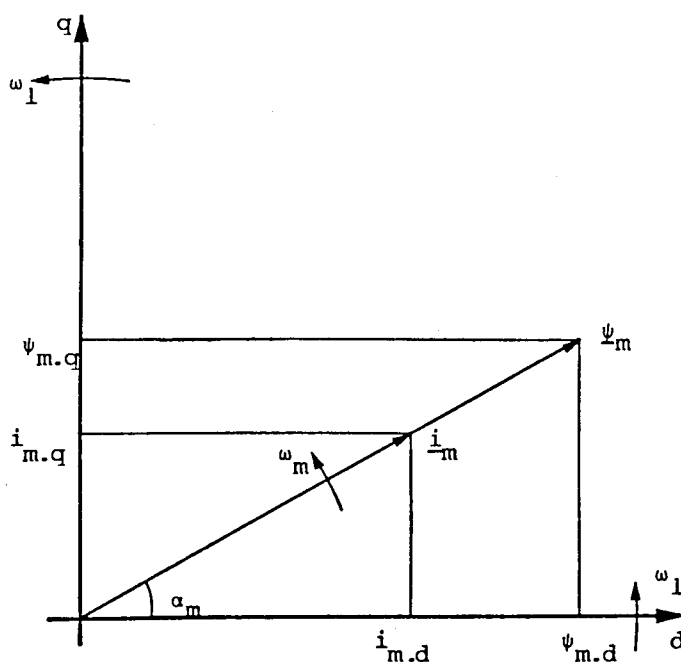


Fig. 2.1 Diagrama fasorial da f.m.m. resultante

Começando por explicitar a f.e.m. estática,  $\underline{E}_{est.1}$ , em ordem à corrente magnetizante, se se atender ao diagrama fasorial representado na Fig. 2.1, poder-se-á escrever:

$$\underline{E}_{est.1} = (1/w_1) \cdot \frac{d}{dt} (|\underline{\Psi}_m| e^{j \alpha_m}) \quad (2.15)$$

Como,

$$\begin{cases} \alpha_m = \arctg (i_{m,q}/i_{m,d}) \\ |\underline{i}_m| = (i_{m,d}^2 + i_{m,q}^2)^{1/2} \end{cases} \quad (2.15 A)$$

e, portanto,

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \alpha_m = \frac{1}{|\underline{i}_m|} \cdot \left( -\sin \alpha_m \frac{d}{dt} i_{m,d} + \cos \alpha_m \frac{d}{dt} i_{m,q} \right) \\ \frac{d}{dt} |\underline{\psi}_m| = \frac{d}{d|\underline{i}_m|} |\underline{\psi}_m| \cdot \left( \cos \alpha_m \frac{d}{dt} i_{m,d} + \sin \alpha_m \frac{d}{dt} i_{m,q} \right) \end{cases} \quad (2.15 B)$$

a expressão (2.15) toma a forma:

$$\begin{aligned} \underline{e}_{est.1} = \frac{1}{w_1} \cdot \left[ \left[ \left( \frac{d|\underline{\psi}_m|}{d|\underline{i}_m|} \cos^2 \alpha_m + \frac{|\underline{\psi}_m|}{|\underline{i}_m|} \sin^2 \alpha_m \right) \cdot \frac{d}{dt} i_{m,d} + \right. \right. \\ \left. \left. + \left( \frac{d|\underline{\psi}_m|}{d|\underline{i}_m|} - \frac{|\underline{\psi}_m|}{|\underline{i}_m|} \right) \sin \alpha_m \cdot \cos \alpha_m \cdot \frac{d}{dt} i_{m,q} \right] + \right. \\ \left. + j \left[ \left( \frac{d|\underline{\psi}_m|}{d|\underline{i}_m|} - \frac{|\underline{\psi}_m|}{|\underline{i}_m|} \right) \sin \alpha_m \cdot \cos \alpha_m \cdot \frac{d}{dt} i_{m,d} + \right. \right. \\ \left. \left. + \left( \frac{d|\underline{\psi}_m|}{d|\underline{i}_m|} \sin^2 \alpha_m + \frac{|\underline{\psi}_m|}{|\underline{i}_m|} \cos^2 \alpha_m \right) \cdot \frac{d}{dt} i_{m,q} \right] \right] \quad (2.15 C) \end{aligned}$$

A f.e.m. estática  $\underline{e}_{est.1}$ , induzida pelo fluxo útil em qualquer um dos enrolamentos do motor, pode ser ainda representada por:

$$\underline{e}_{est.1} = \frac{1}{w_1} \cdot \left[ \left( x_{m,d} \frac{d}{dt} i_{m,d} + x_{m,dq} \frac{d}{dt} i_{m,q} \right) + \right. \\ \left. + j \left( x_{m,dq} \frac{d}{dt} i_{m,d} + x_{m,q} \frac{d}{dt} i_{m,q} \right) \right], \quad (2.16)$$

desde que se introduzam as seguintes reactâncias dinâmicas magnetizantes:



$$\left[ \begin{array}{l} x_{m.din} = \frac{d|\underline{\psi}_m|}{d|\underline{i}_m|} \\ x_{m.d} = x_{m.din} \cos^2 \alpha_m + x_m \sin^2 \alpha_m \\ x_{m.q} = x_{m.din} \sin^2 \alpha_m + x_m \cos^2 \alpha_m \\ x_{m.dq} = (x_{m.din} - x_m) \cdot \sin \alpha_m \cos \alpha_m \end{array} \right. \quad (2.17)$$

Seguindo um raciocínio idêntico, demonstra-se que a f.e.m. estática  $\underline{e}_{est.2}$ , induzida no enrolamento estatórico pela variação do seu fluxo parcial de fugas, é dada por:

$$\underline{e}_{est.2} = \frac{1}{w_1} \cdot \left[ (x_{fe.d} \frac{d}{dt} i_{e.d} + x_{fe.dq} \frac{d}{dt} i_{e.q}) + \right. \\ \left. + j (x_{fe.dq} \frac{d}{dt} i_{e.d} + x_{fe.q} \frac{d}{dt} i_{e.q}) \right], \quad (2.18)$$

em que as várias reactâncias dinâmicas utilizadas são definidas por:

$$\left[ \begin{array}{l} x_{fe.din} = \frac{d|\underline{\psi}_{fe}|}{d|\underline{i}_e|} \\ x_{fe.d} = x_{fe.din} \cos^2 \alpha_e + x_{fe} \sin^2 \alpha_e \\ x_{fe.q} = x_{fe.din} \sin^2 \alpha_e + x_{fe} \cos^2 \alpha_e \\ x_{fe.dq} = (x_{fe.din} - x_{fe}) \cdot \sin \alpha_e \cos \alpha_e \end{array} \right. \quad (2.19)$$

em que  $\alpha_e$  é o argumento do fasor corrente estatórica no referencial considerado.

De forma semelhante pode também explicitar-se a f.e.m. estática  $\underline{e}_{est.3}$ , induzida no enrolamento rotórico por variação do seu fluxo parcial de fugas, havendo apenas que ter em atenção a dependência do respectivo coeficiente de auto-indução de fugas face à frequência com que tal f.e.m. é induzida:

$$\begin{aligned}
 E_{est.3} = \frac{1}{w_1} \cdot \left[ (x_{fr.d} \frac{d}{dt} i_{r.d} + x_{fr.dq} \frac{d}{dt} i_{r.q}) + \right. \\
 \left. + j (x_{fr.dq} \frac{d}{dt} i_{r.d} + x_{fr.q} \frac{d}{dt} i_{r.q}) + \right. \\
 \left. + x_{fr.f} i_r \frac{d}{dt} f_r \right] \quad (2.20)
 \end{aligned}$$

em que as várias reactâncias dinâmicas utilizadas são definidas por:

$$\left[ \begin{aligned} x_{fr.din} &= \frac{d|\underline{\Psi}_{fr}|}{d|\underline{i}_r|} \quad \left| \quad c / f_r = \text{const}^\circ. \right. \\ x_{fr.f} &= \frac{d x_{fr}}{d f_r} \quad \left| \quad c / |\underline{i}_r| = \text{const}^\circ. \right. \end{aligned} \right] \quad (2.21)$$

$$\begin{aligned}
 x_{fr.d} &= x_{fr.din} \cos^2 \alpha_r + x_{fr} \sin^2 \alpha_r \\
 x_{fr.q} &= x_{fr.din} \sin^2 \alpha_r + x_{fr} \cos^2 \alpha_r \\
 x_{fr.dq} &= (x_{fr.din} - x_{fr}) \cdot \sin \alpha_r \cos \alpha_r
 \end{aligned}$$

sendo  $\alpha_r$  o argumento do fasor corrente rotórica no referencial considerado.

Verifica-se, assim, que para explicitar as várias f.e.ms. estáticas à custa das f.m.ms. produzidas pelos enrolamentos do motor, foi necessário introduzir várias reactâncias dinâmicas. Porque nas deduções anteriores se privilegiou o aspecto matemático do problema, cabe discutir o significado físico que está associado a essas mesmas reactâncias.

Atendendo às equações (2.14), (2.17), (2.19) e (2.21), fácil é ver que:

\*cada reactância dinâmica longitudinal representa a variação da componente directa do fluxo totalizado encadeado com o respectivo enrolamento devida, apenas, à variação da componente da corrente nesse mesmo eixo de

referência, ou seja,

$$x_{k.d} = \left. \frac{d\psi_{k.d}}{di_{k.d}} \right| \quad c/ i_{k.q} = \text{const}^{\circ}. \quad (k = m, fs, fr)$$

\*cada reactância dinâmica transversal tem significado análogo para o eixo em quadratura, isto é,

$$x_{k.q} = \left. \frac{d\psi_{k.q}}{di_{k.q}} \right| \quad c/ i_{k.d} = \text{const}^{\circ}. \quad (k = m, fs, fr)$$

\*cada reactância dinâmica "cruzada" representa a indução mútua entre os dois eixos, na presença de saturação magnética:

$$\begin{aligned} x_{k.dq} &= \left. \frac{d\psi_{k.d}}{di_{k.q}} \right| \quad c/ i_{k.d} = \text{const}^{\circ}. & (k = m, fs, fr) \\ &= \left. \frac{d\psi_{k.q}}{di_{k.d}} \right| \quad c/ i_{k.q} = \text{const}^{\circ}. & (k = m, fs, fr) \end{aligned}$$

\*cada reactância dinâmica

$$x_{k.din} = \frac{d|\psi_k|}{d|i_k|} \quad (k = m, fs, fr)$$

(que no caso do circuito magnético de fugas do rotor é, como vimos em (2.21), matematicamente definida em termos de uma derivada parcial) representa a maior ou menor saturação magnética do respectivo trajecto - na ausência de saturação, será igual à correspondente reactância estacionária; num circuito fortemente saturado, tenderá novamente para um valor constante, próximo do que se obteria na ausência de ferro;

\*a reactância dinâmica  $x_{r.r}$  representa a variação do fluxo totalizado de fugas encadeado com o enrolamento rotórico devida à alteração da configuração do respectivo trajecto, alteração essa originada por variação da frequência rotórica, a "corrente constante" (é também, por isso, matematicamente definida por uma derivada parcial, como se

pode ver em (2.21)).

Constata-se assim que, na presença de saturação magnética e apesar do rotor da máquina ser cilíndrico, não são iguais as reactâncias dinâmicas segundo os dois eixos, facto esse que desaparece na ausência de saturação; além disso, só é possível existir indução mútua entre os dois eixos (ortogonais) - fenómeno este vulgarmente conhecido por "saturação cruzada" - se, simultaneamente, existir um dado grau de saturação magnética e o correspondente fasor corrente não estiver permanentemente alinhado com qualquer um dos dois eixos de referência.

Cabe aqui referir que, apesar de se conhecer há longos anos a importância do fenómeno da saturação magnética no comportamento das máquinas eléctricas, o facto é que, na forma sistematizada anteriormente descrita, tal fenómeno só recentemente (início desta década) foi considerado, de forma teoricamente satisfatória, na modelização do motor de indução trifásico.

Efectivamente, na sequência de investigações que referiam a necessidade de consideração duma reactância dinâmica magnetizante na modelização de motores que evidenciavam maior ou menor saturação do seu circuito magnético principal [STE-1, KOV-4, MEL-1/2 e HE-1], surgiram trabalhos que quantificaram a influência magnética entre eixos ortogonais na presença da saturação dos respectivos circuitos [BRO-11, DEL-1 e VAS-2]. A polémica, entretanto surgida, quanto ao suporte físico de tais conclusões [KOV-5/6 e VAS-1], permitiu um aprofundamento da análise do problema, quer do ponto de vista teórico, quer experimental [VAS-3 e JAC-10].

Consequentemente, ficou provada a existência de tal fenómeno e a utilização das diferentes reactâncias dinâmicas na modelização da máquina de indução foi-se vulgarizando [AND-1, BOL-1/2, DEL-2 e OLI-1, entre outros].

Recentemente, a modelização de máquinas eléctricas saturadas tem vindo a ser estudada por Investigadores que abordam tal problema à luz da teoria de Von der Embse [EMB-1]; a aplicação de tais estudos à máquina de indução trifásica [GAR-1 e EST-1] confirmam o modelo estabelecido

com base no método dos fasores espaciais [JES-1].

No entanto, nenhum dos trabalhos citados engloba simultaneamente as influências da saturação magnética e do efeito pelicular rotórico, contidas em (2.20). Ora, sendo notória essa última influência, mesmo para motores de relativamente pequena potência, julgamos que tal facto não pode ser escamoteado, pelo menos dum ponto de vista puramente teórico.

### 2.3.5 Modelo completo

Com base no trabalho desenvolvido nos pontos anteriores é agora possível representar o motor de indução trifásico na sua forma (explícita) mais geral. Assim, decompondo os vários fasores segundo os dois eixos de referência, tomando as correntes como variáveis de estado e usando, quando conveniente, uma notação matricial, obter-se-á:

$$\begin{cases} [u] = [z_{\text{est}}] \cdot [i] + (1/w_1) \cdot [z_{\text{din}}] \cdot \frac{d}{dt} [i] \\ t_e = x_m (i_{s.d} i_{r.d} - i_{s.q} i_{r.q}) = t_{rt} + H \cdot \frac{d}{dt} w_r \end{cases} \quad (2.22)$$

com

$$u_r' = u_r - (1-w_1) \cdot (x_{fr.f} + \frac{d f_r}{dt}) \cdot i_r \quad (2.23)$$

$$[u] = [u_{s.d}, u_{s.q}, u_r', u_r']^T \quad (2.24)$$

$$[i] = [i_{s.d}, i_{s.q}, i_{r.d}, i_{r.q}]^T \quad (2.25)$$

$$[z_{\text{est}}] = \begin{bmatrix} r_s & -x_m & 0 & -x_m \\ x_m & r_s & x_m & 0 \\ 0 & (w_r-1) \cdot x_r & r_r & (w_r-1) \cdot x_r \\ (w_r-1) \cdot x_r & 0 & (w_r-1) \cdot x_r & r_r \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

$$[Z_{din}] = \begin{bmatrix} X_{s.d} & X_{s.dq} & X_{m.d} & X_{m.dq} \\ X_{s.dq} & X_{s.q} & X_{m.dq} & X_{m.q} \\ X_{m.d} & X_{m.dq} & X_{r.d} & X_{r.dq} \\ X_{m.dq} & X_{m.q} & X_{r.dq} & X_{r.q} \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

(nas matrizes apresentadas e por uma questão de compactação, adicionaram-se as reactâncias - estacionárias e dinâmicas - de fugas e magnetizantes, pelo que não se deve esquecer o significado físico específico de cada reactância parcelar).

#### 2.4 Adequação do modelo completo ao problema estudado

O modelo anteriormente estabelecido - que, de agora em diante, será referido por modelo "completo" - reflete um elevado grau de preocupação teórica e está de acordo com o estado actual dos conhecimentos na área da análise do comportamento do motor de indução.

Dai que se possa inferir que o mesmo deva ser sempre utilizado, o que nos parece uma conclusão algo precipitada, já que a validade de um modelo tem de ter em conta, também, a sua adequação ao problema para cuja resolução foi estabelecido, adequação essa aquilatada não só pelo grau de precisão/tempo de cálculo pretendido, como também pelo conjunto de dados disponíveis/dados exigidos no seu emprego.

Ora, como já se afirmou, no caso em estudo foram forte e deliberadamente limitadas as possibilidades de obtenção de dados sobre os vários parâmetros definidores do comportamento do motor, o que praticamente implica a introdução de acentuadas simplificações no modelo "completo" estabelecido para o mesmo. Como é natural, surgirão restrições à sua aplicação e degradar-se-ão os resultados correspondentes.

Concretizando, a adaptação do modelo do motor passa pela introdução de, basicamente, três tipos de simplificações, versando: temperaturas dos enrolamentos, saturação magnética e efeito pelicular rotórico.

### 2.4.1 Temperaturas dos enrolamentos do motor

Como é usual - salvo no caso específico do estudo da lei de aquecimento de uma máquina eléctrica - as temperaturas dos seus enrolamentos serão consideradas constantes ao longo de todo o fenómeno em análise.

Significa isto que se torna necessário estabelecer uma temperatura plausível para o enrolamento estatórico e um eventual diferencial térmico entre os dois enrolamentos, estatórico e rotórico, do motor (recorde-se que os motores vulgarmente utilizados na indústria são de tipo blindado).

Dado a pormenorização desta hipótese simplificativa fazer parte dos capítulos seguintes, realça-se apenas o facto de a sua consideração permitir que as matrizes  $[u]$ ,  $[z_{st}]$  e  $[z_{dr}]$ , definidas em (2.23) ÷ (2.27), sejam matematicamente encaradas, não como funções das temperaturas dos enrolamentos, mas sim parametradas pelas mesmas, tal como decorre da simplificação de (2.9) e (2.10).

### 2.4.2 Saturação magnética

Para que o fenómeno da saturação magnética, discutido em 2.3.4.2, possa ser considerado, é necessário ter acesso a todo um conjunto de resultados experimentais que, na esmagadora maioria dos casos, não se encontram à disposição do utilizador do motor. Por isso, e porque o tempo de cálculo associado à correcta consideração de tal fenómeno (traduzida pelo modelo "completo"), no caso de modelização de grupos de motores, é elevado, é de afastar a hipótese de um tratamento tão refinado do mesmo.

São, pois, de considerar as seguintes aproximações:

#### (a) circuito magnético principal

Dentro do princípio, já enunciado, da relativa "independência" do fluxo magnético principal da máquina face aos fluxos parciais de fugas, é conhecido e está experimentalmente provado [REH-1 e SIV-4, por exemplo] que a

saturação magnética do correspondente trajecto principal tem relativamente pouca influência no comportamento, estacionário e/ou transitório do motor, desde que se admita a prática invariância da razão entre os valores da tensão e da frequência de alimentação.

Assim, se afastarmos os tipos de alimentação que violem gravemente aquelas condições - é uma limitação real ao emprego desta simplificação - o circuito magnético principal do motor poderá ser considerado linear, o que se traduz numa sensível simplificação do seu modelo representativo, uma vez que, por recurso a (2.17), imediatamente se verificará:

$$\left[ \begin{array}{l} x_{m.din} \approx x_{m.d} \approx x_{m.q} \approx \frac{|\psi_m|}{|i_m|} \approx x_m \approx \text{const.} \\ x_{m.dq} \approx 0 \end{array} \right. \quad (2.28)$$

Mesmo admitindo esta simplificação, há que atender a dois tipos de questões básicas: que valor de reactância estacionária magnetizante normalmente considerar e como resolver o problema da possibilidade de o motor funcionar, pelo menos temporariamente, com diferentes ligações estatóricas (casos de arranque estrela/triângulo - tão vulgares no nosso País - ou funcionamento prolongado com pequena fracção de carga - embora pouco usual em motores de pequena potência, é possível encontrarem-se comutações triângulo/estrela).

Como os dados iniciais foram fixados como sendo os do catálogo comercial do fabricante do motor a modelizar, será natural que este parâmetro do motor tome o seu "valor nominal", isto é, com o enrolamento estatórico normalmente ligado em triângulo e de acordo com (2.12),

$$x_m = x_{m.\Delta} \quad (2.29)$$

Quando o motor funciona (transitória ou excepcionalmente) com o enrolamento estatórico ligado em estrela, o correspondente coeficiente de indução mútua deverá ser multiplicado por um factor de correcção  $K_{m.\gamma-\Delta}$  que tenha em linha de conta o menor nível estacionário de



saturação - na devida altura, concretizar-se-á a sua determinação e alargar-se-á o seu campo de aplicação.

Na Fig. 2.2 esquematizam-se as simplificações que, no respeitante ao circuito magnético principal do motor, foram introduzidas.

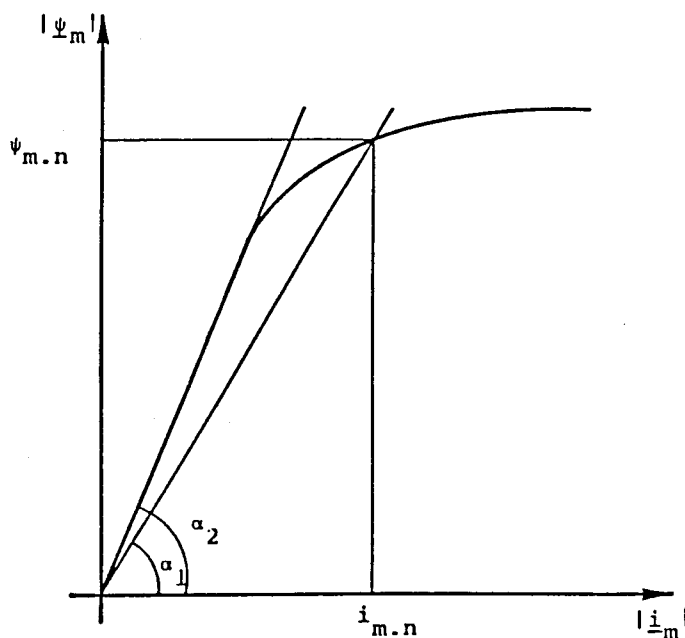


Fig. 2.2 Reactâncias magnetizantes consideradas

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = x_{m.n}$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = (\operatorname{tg} \alpha_1) K_{m.y-d}$$

#### (b) circuito magnético de fugas rotórico

Os motivos que levaram a simplificar a representação do circuito magnético principal da máquina são ainda mais reforçados no respeitante ao circuito de fugas do rotor. Efectivamente, para além das dificuldades inerentes à inacessibilidade apresentada pela gaiola rotórica - o que não permite a leitura directa das suas grandezas eléctricas e magnéticas - surgem complicações suplementares, fundamentalmente devidas à simultaneidade de variação da relutância de tal percurso, quer com o nível de saturação magnética do ferro do mesmo, quer com a frequência das f.e.ms. induzidas nos condutores que a constituem.

Por outro lado, a ranhura fechada predomina nos rotores dos motores que temos vindo a analisar; como já referimos, tal situação conduz à "rápida" saturação das pontes magnéticas assim existentes no topo superior (junto ao entreferro) das ranhuras rotóricas, o que limita fortemente o fluxo de fugas produzido pela respectiva corrente. Consequentemente, a lei de variação com a respectiva corrente, da reactância estacionária de fugas parciais do rotor  $x_{fr}$  não deverá afastar-se muito duma hipérbole, como se indica na Fig. 2.3:

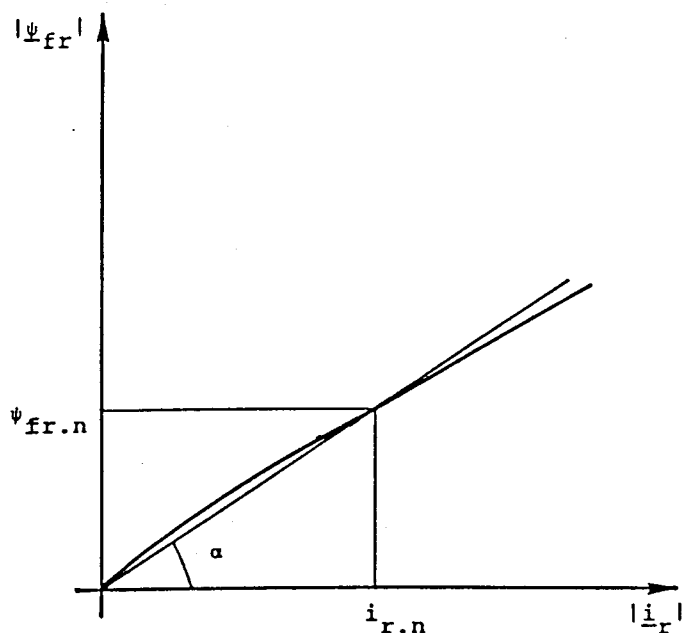


Fig. 2.3 Reactância parcial de fugas rotórica

Seguindo tal raciocínio, somos levados a concluir que, neste tipo de rotores (gaiola em alumínio), será aceitável considerar, com tensões de alimentação próximas da nominal e a partir de correntes rotóricas ligeiramente superiores à unidade (em p.u.), uma reactância parcial de fugas constante, o que arrasta as seguintes relações:

$$\begin{cases} x_{fr.din} \approx x_{fr.d} \approx x_{fr.q} \approx x_{fr} \\ x_{fr.dq} \approx 0 \end{cases} \quad (2.30)$$

Por outro lado, dada a não total independência dos vários circuitos magnéticos da máquina (já referida aquando da discussão do método de "separação" dos fluxos), o valor de  $x_{fr}$  a considerar não deverá ser o obtido através do tradicional ensaio com rotor travado (o valor nominal da corrente neste ensaio apenas exige um baixo nível da tensão de alimentação -  $(20 \div 50)\%$  do seu valor nominal), mas sim o correspondente ao funcionamento do motor em regime nominal, o que de acordo com (2.12) se pode exprimir por:

$$x_{fr} = K_s(f_r) \cdot x_{fr,n} \quad (2.31)$$

### (c) circuito magnético de fugas estatórico

Relativamente a este circuito não são aplicáveis as considerações que levaram à grande simplificação dos dois circuitos anteriores: as características geométricas do mesmo são diferentes das normalmente verificadas nos rotores em gaiola e está provado que o comportamento estacionário e/ou transitório do motor é fortemente influenciado pela saturação do trajecto do fluxo de fugas estatórico, sendo esta última afirmação tanto mais válida quanto é certo que, pelo modo de determinação experimental do correspondente valor estacionário da reactância parcial de fugas, ela refletirá as aproximações já introduzidas em matéria de saturação magnética.

Torna-se assim necessário introduzir qualquer tipo de correcção que, em certa medida, não degrade seriamente os resultados a obter com o modelo simplificado.

Estando normalmente afastada a hipótese de realização local dum ensaio de saturação com rotor travado e sendo muito duvidoso que os resultados do mesmo possam ser normalmente obtidos por outros processos, mais não resta do que procurar um valor constante para a reactância estacionária parcial de fugas do enrolamento estatórico do motor. Tal valor, cujo estabelecimento será mais tarde discutido, deverá obrigatoriamente possuir um nível de grandeza médio, já que terá de ser utilizado em regimes de funcionamento que conduzem a amplos limites de variação da

corrente absorvida pelo motor.

De qualquer modo, sendo esse valor constante, conduzirá sempre a:

$$\begin{cases} x_{f=din} \approx x_{f=d} \approx x_{f=q} \approx \frac{|\psi_{f=}|}{|i_{=}|} \approx x_{f=} \approx \text{const.} \\ x_{f=dq} \approx 0 \end{cases} \quad (2.32)$$

e, à luz da relação (2.12), poder-se-á escrever:

$$x_{f=} = K_{=} \cdot x_{f=din} \quad (2.33)$$

em que  $K_{=}$  representa o factor de correcção devido à saturação magnética.

Conjugando todas as aproximações introduzidas anteriormente, verifica-se que elas conduzem a uma pronunciada simplificação do modelo do motor, quer ao nível da sua formulação - veja-se a expressão (2.25) definidora da impedância  $[z_{din}]$  - quer ao nível da estimação dos parâmetros nele contidos, quer na sua resolução matemática - - note-se que, nestas condições,  $[z_{=t}]$  e  $[z_{din}]$  passaram a ser independentes dos valores tomados pelos diferentes fasores corrente.

### 2.4.3 Efeito pelicular rotórico

As simplificações introduzidas na consideração da saturação magnética permitem abordar, de uma forma mais fácil, o problema da variação da resistência e do coeficiente estacionário de auto-indução parcial de fugas do rotor com a frequência.

De facto, tendo o respectivo circuito magnético sido considerado como linear, será possível encarar a procura de uma solução analítica para a variação do valor de tais parâmetros, baseada na variação da densidade de corrente ao longo da altura dos condutores rotóricos.

Apesar disso, subsiste o problema do cálculo temporal

da frequência rotórica, pelo menos se se pretender que a dependência, assim calculada, seja válida em regime permanente e em regime transitório.

Procurando tal relação, considere-se um referencial "ligado ao rotor" do motor, ou seja, estacionário face a esse membro da máquina e com ele rodando à velocidade  $\Omega_r$  radianos (eléctricos) por segundo - ver Fig. 2.4; sendo  $I_r$  o fasor corrente rotórica, podemos escrever, com toda a generalidade, que a velocidade  $\Omega_i$  de tal fasor, no referencial considerado, vale:

$$\Omega_i = 2\pi f_b \cdot f_r(t) \quad (\text{rad}_{-1}/\text{s}) \quad (2.34)$$

pelo que, em qualquer instante, se verificará:

$$\alpha_i = \int \Omega_i dt = 2\pi f_b \int f_r(t) dt \quad (\text{rad}_{-1}) \quad (2.35)$$

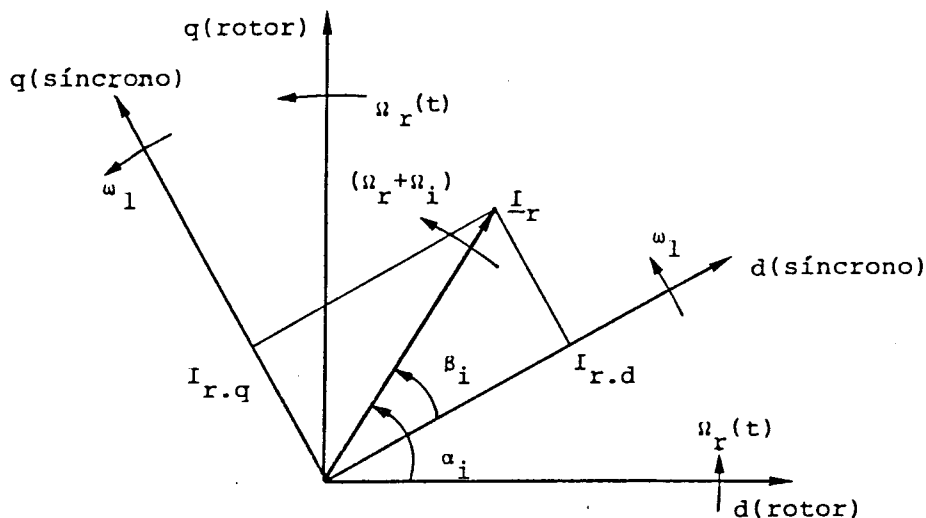


Fig. 2.4 Fasor corrente rotórica

No referencial síncrono (que roda no espaço à velocidade  $w_1$  rad<sub>-1</sub>/s), o argumento  $\beta_i$  do fasor corrente rotórica valerá:

$$\beta_1 = \alpha_1 - \int (\omega_1 - \Omega_r) dt \quad (\text{rad}_{-1}) \quad (2.35)$$

Logo, a evolução temporal da frequência das correntes rotóricas poderá ser expressa, com toda a generalidade, por:

$$f_r(t) = (1/\omega_1) \cdot \frac{d \alpha_1}{dt} = (1/\omega_1) \cdot \frac{d \beta_1}{dt} + (1 - \omega_r) \quad (2.36)$$

Verifica-se assim que a correcta consideração do efeito pelicular rotórico introduz complicações matemáticas suplementares, derivadas da necessidade de cálculo da variação do ângulo  $\beta_1$  ( $= \arctg i_{r,q}/i_{r,d}$ ) e também da sua segunda derivada temporal (ver (2.23)).

Por outro lado, fica explicado o facto, já detectado [SIV-3 e VER-1] e anteriormente referido, de os resultados da influência do efeito pelicular rotórico serem diferentes em regime permanente ( $\beta_1 = \text{constante}$ ) e em regime transitório.

Como a maioria dos modelos desenvolvidos considera essa influência através da representação da gaiola rotórica por meio de dois (ou mais) circuitos, cada um dos quais com parâmetros constantes - obtidos a partir de ensaios em regime estacionário ou satisfazendo, em termos médios, um elevado número de pontos de funcionamento em regime transitório [KAM-1 e SIV-4, entre outros] - não é difícil verificar que todos eles desprezam a f.e.m. estática induzida no enrolamento rotórico e devida à alteração da configuração do trajecto do respectivo fluxo originada por variação da frequência rotórica, isto é, consideram que, na expressão (2.23), se verifica:

$$(1 - \omega_1) \cdot (x_{r,r} \cdot \frac{d f_r}{dt}) \cdot i_r \approx 0 \quad (2.37)$$

Atendendo à simplicidade geral pretendida para o modelo do motor, tendo em atenção as aproximações já introduzidas e conscientes do significado físico do fenómeno a representar,

também se optou por assumir tal simplificação, ou seja, considerou-se válida a expressão anterior. É claro que tal opção limitará a precisão do modelo, sempre que se verificar uma variação brusca da frequência rotórica e/ou o motor trabalhar em regime dinâmico numa zona de variação de  $f_r$  em que o coeficiente estacionário de auto-indução parcial de fugas rotórico seja fortemente influenciado pelo valor de tal frequência.

## 2.5 Modelo adoptado

Com as simplificações indicadas no ponto anterior, é agora possível condensar o modelo do motor de indução trifásico; para o distinguir do modelo completo estabelecido em 2.3, designaremos o modelo adoptado por modelo "simplificado", pondo assim em evidência o facto de ele resultar da prévia aceitação de várias aproximações resultantes das particularidades do seu campo de aplicação.

Como, no fundamental, as simplificações introduzidas originaram uma maior invariância das impedâncias representativas dos enrolamentos do motor, em particular no respeitante à sua dependência face às correntes nesses mesmos enrolamentos, é neste caso praticamente indiferente utilizar os fasores correntes ou fluxos totalizados como variáveis definidoras do estado do motor.

Tendo em vista o prosseguimento do trabalho, optou-se por representar o modelo simplificado do motor utilizando como variáveis de estado os fasores fluxos magnéticos totalizados, para além, naturalmente, da velocidade rotórica.

Assim, como a impedância  $[z_{d1n}]$ , anteriormente definida em (2.27), tomou a forma:

$$[z_{d1n}] = \begin{bmatrix} x_m & 0 & x_m & 0 \\ 0 & x_m & 0 & x_m \\ x_m & 0 & x_r & 0 \\ 0 & x_m & 0 & x_r \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

(os cuidados postos na interpretação das reactâncias constituíntes da matriz (2.27) são, agora, muito menos importantes)

se atendermos às relações contidas em (2.5), poderemos escrever:

$$\left[ \begin{aligned} \frac{d \underline{\psi}_s}{dt} &= w_1 \underline{u}_s - \left( \frac{1}{T_{s'}} + j w_1 \right) \underline{\psi}_s + \frac{k_r}{T_{s'}} \underline{\psi}_r \\ \frac{d \underline{\psi}_r}{dt} &= w_1 \underline{u}_r + \frac{k_s}{T_{r'}} \underline{\psi}_s - \left[ \frac{1}{T_{r'}} + j w_1 (1-w_r) \right] \underline{\psi}_r \\ \frac{d (1-w_r)}{dt} &= \frac{1}{H} \left[ t_{re} + \frac{k_r}{x_{s'}} \operatorname{Im} [\underline{\psi}_s - \underline{\psi}_r] \right] \end{aligned} \right] \quad (2.39)$$

em que foram já introduzidas:

$$\left[ \begin{aligned} x_{s'} &= x_{fs} + \frac{x_m - x_{fr}}{x_r} \quad (\text{reactância transitória do estator}) \\ x_{r'} &= x_{fr} + \frac{x_m - x_{fs}}{x_s} \quad (\text{reactância transitória do rotor}) \end{aligned} \right] \quad (2.40)$$

$$\left[ \begin{aligned} T_{s'} &= \frac{x_{s'}}{w_1 r_s} \quad (\text{constante de tempo transitória do estator}) \\ T_{r'} &= \frac{x_{r'}}{w_1 r_r} \quad (\text{constante de tempo transitória do rotor}) \end{aligned} \right] \quad (2.41)$$

e, ainda, os inversos dos coeficientes de Hopkinson:

$$\left[ \begin{aligned} k_s &= x_m/x_s \quad (\text{enrolamento estatórico}) \\ k_r &= x_m/x_r \quad (\text{enrolamento rotórico}) \end{aligned} \right] \quad (2.42)$$



O sistema de equações (2.39), em que os vários parâmetros do motor podem ser explicitados através dos seus valores nominais (expressões (2.9), (2.10), (2.29), (2.31 e (2.33)), se numericamente resolvido - note-se que, apesar das simplificações introduzidas, continua a ser não linear e de coeficientes variáveis - permitirá prever, em conjunto com as equações (2.5), (2.7), (2.8) e com a equação representativa do binário resistente aplicado ao motor, o comportamento de tal sistema, dentro dos limites fixados para a sua aplicação.

A estimação dos parâmetros do motor ficou, pois, fundamentalmente limitada à previsão dos seus valores nominais ( $r_{e,n}$ ,  $r_{r,n}$ ,  $x_{m,n}$ ,  $x_{fe,n}$  e  $x_{fr,n}$ ), suas leis (simplificadas) de variação e contribuição das perdas "não-Joule" do motor (perdas mecânicas, magnéticas e adicionais) para o binário resistente.

## 2.6 Síntese

Ao longo deste Capítulo, para além de apresentarmos as bases do Método dos Fasores Espaciais, aplicámos tal modelização ao motor de indução trifásico.

Assim, começámos por estabelecer um modelo o mais correcto possível (dentro dos pressupostos contidos no próprio método) à luz dos conhecimentos actuais no domínio da análise do comportamento de máquinas eléctricas rotativas de corrente alternada; tal modelo, designado por "completo", engloba, para além da vulgar influência da temperatura dos enrolamentos sobre as respectivas resistências, também a variação das diversas reactâncias do motor na presença da saturação magnética dos trajectos de fluxo que representam e, ainda, a dependência dos parâmetros rotóricos do motor face à frequência das f.e.ms. induzidas no correspondente circuito.

Para o efeito definiram-se, matemática e fisicamente, as várias reactâncias representativas dos enrolamentos do motor, mostrando-se claramente as diferenças existentes entre os seus valores estacionários e dinâmicos.

Por análise dos conhecimentos necessários ao

estabelecimento do modelo completo e do seu confronto com os dados normalmente disponíveis na modelização de instalações eléctricas industriais, procedeu-se à simplificação desse modelo completo, após discussão das aproximações introduzidas ao nível dos três fenómenos atrás citados.

O modelo adoptado, designado por "simplificado" tem, ao contrário do modelo completo, um campo de aplicação mais restrito ou, se se preferir, para a mesma situação de funcionamento, deverá constituir, em regra, uma pior representação do motor. No entanto, é um modelo cujo estabelecimento é, à partida, exequível face aos dados normalmente disponíveis; além disso, na sua resolução não estão envolvidos cálculos numéricos incompatíveis com os limites fixados para a sua utilização.

Finalmente, foram estabelecidas as relações formais existentes entre os parâmetros do motor e os seus valores nominais, separando assim as duas questões fundamentais que, em seguida, serão abordadas: estimação dos parâmetros do motor em regime nominal e previsão das suas leis (simplificadas) de variação.

### CAPÍTULO 3

## ESTIMAÇÃO DOS VALORES NOMINAIS DOS PARÂMETROS DO MOTOR

### 3.1 Introdução

Estabelecido o modelo do motor de indução trifásico, em que todos os seus parâmetros representativos foram explicitados com base nos respectivos valores em regime nominal, neste Capítulo será desenvolvido um método para a previsão de tais valores nominais, ou seja, serão estimadas as impedâncias dos enrolamentos do motor, válidas em regime nominal e, ainda no mesmo regime de funcionamento, um parâmetro representativo das perdas ditas "não-Joule" do motor.

Dentro dos objectivos fixados, os dados necessários à implementação do método agora proposto serão limitados a pouco mais do que as características do motor, constantes do catálogo comercial do respectivo fabricante.

Como veremos, embora o método de estimação tenha um campo de aplicação mais vasto (quer no respeitante ao tipo de circuito rotórico, quer aos limites de potência nominal e de número de polos), algumas das suas virtualidades são características do motor de indução trifásico de rotor em gaiola de esquilo, vulgarmente designado por motor "standard".

### 3.2 Perdas "não-Joule" em regime nominal

As características nominais de um motor de indução trifásico estão, como se sabe, normalizadas e encontram-se indicadas, quer na chapa de características do motor em causa, quer no catálogo comercial fornecido vulgarmente pelo fabricante do mesmo motor.

Dado que tal regime pressupõe, por definição, valores

fixos para a alimentação do motor, sua velocidade de rotação e mesmo temperatura dos seus enrolamentos - por outras palavras, é um regime estacionário completamente especificado - significa isto que, seja qual for a forma do modelo, desenvolvido no capítulo anterior, que se tome, obter-se-á sempre o mesmo esquema equivalente por fase e referido ao estator:

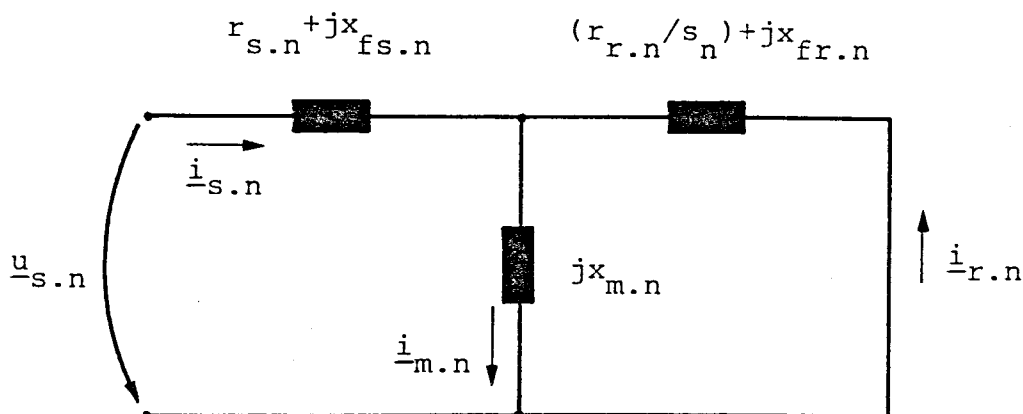


Fig. 3.1 Esquema equivalente em regime nominal

No esquema representado na Fig. 3.1 desde logo se detecta que, face ao tradicional esquema em "T", não se encontra incluído qualquer parâmetro representativo das perdas no ferro, mecânicas e adicionais do motor. Significa isto que, independentemente da correcta estimação das várias impedâncias constituintes de tal circuito equivalente, é de prever que os resultados obtidos através do seu cálculo se afastem da realidade; por outras palavras, torna-se necessário distinguir o valor do binário desenvolvido pelo motor, calculado segundo o esquema equivalente adoptado e o valor real desse mesmo binário.

Em termos matemáticos e para o regime nominal do motor, tal facto pode traduzir-se por:

$$t_{e.n} = (1 + a_n) \cdot t_n \quad (3.1)$$

em que  $t_n$  é o valor, em p.u., do binário nominal do motor,  $t_{calc}$  é o valor, igualmente em p.u., do binário calculado, para o mesmo regime de funcionamento, através do esquema equivalente representado na Fig 3.1 e em que  $a_n$  é um parâmetro que em termos relativos traduz, à velocidade nominal, um binário equivalente às referidas perdas "não-Joule" do motor.

Para além do facto de surgir, assim, mais um parâmetro a determinar, cabe discutir se, efectivamente, todas as perdas representadas por  $a_n$  devem ser consideradas através de um binário resistente, a adicionar ao binário aplicado pela carga mecânica accionada pelo motor.

Relativamente às perdas mecânicas do motor, não surge qualquer problema: traduzem-se indubitavelmente por um binário resistente e contribuem, em regime nominal, com uma parcela (de  $a_n$ ) igual a:

$$a_{mec.n} = \frac{P_{mec.n}}{(1-s_n) \cdot t_n} \quad (\text{p.u./p.u.}) = \frac{P_{mec.n}}{P_n} \quad (\text{W/W}) \quad (3.1 A)$$

No que toca às perdas magnéticas, neste regime ocorrem fundamentalmente no estator da máquina - logo não constituem uma potência transferida para o rotor; sendo assim, várias hipóteses alternativas se colocam (só se referem aqui as que são compatíveis com o modelo básico adoptado):

- (a)-as perdas magnéticas são tidas em conta através de um acréscimo (fictício) da resistência estatórica - este método não nos parece muito apropriado, já que além de conduzir a uma alteração da constante de tempo transitória do estator do motor, introduz mais um parâmetro independente a estimar;
- (b)-as perdas magnéticas são previamente descontadas na potência absorvida pelo motor - embora não tendo o primeiro dos inconvenientes apontados em (a), não deixa de apresentar o segundo;
- (c)-as perdas magnéticas são simplesmente desprezadas - sendo o método mais simples, não nos parece defensável, pelo menos na medida em que não se desprezam outros tipos de perdas, normalmente de menor valor relativo no

regime nominal deste tipo de motores;

- (d)-as perdas magnéticas são representadas por um binário resistente - embora pouco correcto de um ponto de vista puramente físico, este método permite uma maior versatilidade, pois assegura a inclusão destas perdas sem aumento do número de parâmetros a estimar (já que, assim, as perdas magnéticas podem ser associadas às perdas mecânicas).

Foi esta última a hipótese admitida, pelo que as perdas magnéticas do motor, em regime nominal, contribuem com uma parcela (de  $a_n$ ) igual a:

$$a_{Fe-n} = \frac{P_{Fe-n}}{(1-s_n) \cdot t_n} \quad (\text{p.u./p.u.}) = \frac{P_{Fe-n}}{P_n} \quad (\text{W/W}) \quad (3.1 \text{ B})$$

Quanto às perdas adicionais, o problema é ainda mais complexo [JIM-1/2]:

- (a)-de acordo com a sua definição, parte destas perdas ocorre no estator do motor;
- (b)-embora o efeito global destas perdas seja um decréscimo do binário produzido (mais acentuado para altos valores do deslizamento), tal facto não invalida a produção de binários motores atribuíveis a parte da parcela rotórica das mesmas (por exemplo, através da interacção entre o campo resultante no entreferro e as correntes induzidas no próprio ferro do rotor).

De qualquer forma, dada a sua pequena importância relativa neste regime de funcionamento, admitiremos que tais perdas adicionais podem, todas elas, ser traduzidas por um binário resistente e, assim, contribuirão (para  $a_n$ ) com:

$$a_{ad-n} = \frac{P_{ad-n}}{(1-s_n) \cdot t_n} \quad (\text{p.u./p.u.}) = \frac{P_{ad-n}}{P_n} \quad (\text{W/W}) \quad (3.1 \text{ C})$$

Dentro da metodologia seguida, constata-se, portanto, que o esquema equivalente adoptado deverá apresentar, em regime nominal, exactamente a mesma impedância que o motor

apresenta à respectiva rede de alimentação, no mesmo regime de funcionamento; a menos do factor  $a_n$ , como vimos igual a

$$a_n = (a_{mec} + a_{fe} + a_{ad})_n \quad (3.1 D)$$

o binário, calculado à velocidade nominal do motor, deve igualar o valor nominal do binário realmente produzido.

### 3.3 Métodos normalmente utilizados na determinação dos parâmetros do motor em regime nominal

Antes de passarmos a expor o método por nós desenvolvido para a estimação dos valores nominais dos parâmetros do motor, façamos uma breve análise dos métodos que têm sido mais utilizados nesta área.

#### 3.3.1 Métodos industriais

Como já se afirmou, o regime nominal do motor de indução, aliás como acontece com o de qualquer outra máquina eléctrica, encontra-se perfeitamente definido em todas as Normas respeitantes às suas características de funcionamento (veja-se, a título de exemplo, a BIBLIOGRAFIA (3) inserida nas Referências Bibliográficas desta dissertação); tal normalização, embora com ligeiras diferenças de Norma para Norma, diz não só respeito à definição das várias grandezas nominais a considerar, como também contempla as que devem ser indicadas pelo fabricante do motor (quer na respectiva chapa de características, quer no correspondente catálogo) e quais as respectivas tolerâncias.

Dum modo geral, pode afirmar-se que as Normas existentes recorrem, em maior ou menor grau, a métodos de ensaio laboratoriais simples para a determinação das características do motor, com particular ênfase para as nominais. De acordo com a Norma seguida pelo respectivo fabricante, tais características podem ser obtidas por ensaio directo, ou através de métodos indirectos que recorrem à prévia determinação laboratorial das várias grandezas intervenientes.

Dentro da gama de potências dos motores abrangidos pelo presente estudo, é vulgar a realização de ensaios directos, sempre com o motor alimentado a tensão e frequência



nominais.

No entanto, a produção (automatizada) de grandes séries de motores conduz o fabricante à situação - aliás prevista em algumas Normas - de realização de simples ensaios de rotina em todos os exemplares produzidos (normalmente reduzidos ao ensaio em vazio, com tensão e frequência nominais, e ao ensaio em curto circuito com rotor travado, com corrente e frequência também nominais), e à realização de ensaios mais completos (em que se incluem, vulgarmente, os destinados a medir o comportamento em carga do motor, quer no respeitante às suas características eléctricas e mecânicas, quer a aquecimento, vibrações e ruído) sobre um protótipo ou por amostragem do conjunto de motores fabricados.

Como é natural, este último tipo de ensaios permite também que o fabricante do motor teste os seus métodos de cálculo e, daí, retire conclusões; para o efeito, recorre por vezes a ensaios não previstos nas Normas em vigor, mas que a prática industrial mostrou serem credíveis - um exemplo típico é a estimativa do valor da resistência da gaiola rotórica para baixos deslizamentos através do ensaio em vazio com tensão reduzida.

Verifica-se portanto que, em termos industriais, os ensaios laboratoriais a que os motores são submetidos não se destinam prioritariamente à determinação dos parâmetros representativos desse mesmo motor, mas sim à verificação experimental das características previstas para o seu comportamento e que o fabricante tem de assegurar. De qualquer modo, dentro das tolerâncias estabelecidas, as características apresentadas incluem, implicitamente, os valores nominais dos parâmetros do motor,

Por outro lado, é de realçar que os métodos destinados a prever as características nominais do motor de indução trifásico e contidos nas várias Normas não têm sofrido grande contestação ao nível industrial, pelo menos se exceptuarmos o caso da previsão das perdas adicionais através de um valor fixo - há Autores [BIR-10 e CHA-1] que defendem uma maior pormenorização do valor nominal de tais perdas, em função do tamanho e número de polos do motor em causa, o que não deixa de ser discutível face às conclusões apresentadas por outros Investigadores [OBR-2, por exemplo].

### 3.3.2 Métodos analítico-experimentais

Quando se pretende prever o comportamento do motor entre limites mais amplos de variação do seu funcionamento, ou quando o motor se destina a ser alimentado por meios diferentes dos tradicionais ou, ainda, quando um motor é ensaiado para testar modelos alternativos, o teste laboratorial do motor exige um conjunto de ensaios mais completo, normalmente acompanhado de um processamento detalhado dos resultados assim obtidos - o que não é de admirar, se se atender à cada vez mais refinada modelização do motor, ao alargamento de perspectivas que se tem verificado no campo da aparelhagem de medida e, ainda, à maior precisão com que, no mesmo período de tempo, se podem realizar enormes volumes de cálculo.

Assim, embora a maioria dos trabalhos publicados nesta área não diga especificamente respeito à determinação dos valores nominais dos parâmetros do motor, o facto é que alguns dos métodos referidos nessas publicações podem ser utilizados com esse fim.

De entre eles, para além dos que recorrem a ensaios em vazio e em curto circuito com rotor travado a tensão e/ou frequência variáveis - tais métodos são vulgarmente utilizados, como veremos mais tarde, na previsão da influência do efeito pelicular rotórico e da saturação magnética - realçam-se os que estimam os parâmetros do motor como os valores (médios) que melhor aproximam os pontos de funcionamento obtidos por ensaio directo do motor: neste conjunto, surgem métodos que recorrem apenas a um ensaio em regime transitório - por exemplo, ao arranque em vazio sem inércia adicional [NEN-1] - e métodos que recorrem a uma sucessão de ensaios em regime estacionário, utilizando posteriormente uma só característica assim obtida - normalmente, a impedância de entrada do motor [WAM-1] - ou recorrendo a várias [HEM-1 e KAM-1].

De qualquer modo, um traço comum a todos estes métodos é o do recurso sistemático a ensaios laboratoriais, cuja realização envolve encargos económicos de certa monta (quer em investimento, quer na própria realização dos testes).

### 3.3.3 Métodos aproximados

Como em termos industriais e como já se referiu, não é imaginável que um fabricante de motores de indução submeta toda a sua produção a ensaios do tipo indicado no número anterior - pelo tempo e meios necessários à concretização de tal tarefa poder-se-á aquilatar o custo da mesma - e como, por maioria de razões, o mesmo acontece com o utilizador deste tipo de motores, a estimação dos parâmetros com recurso quase exclusivo aos dados de catálogo do motor é, também, matéria actual de investigação.

Nesta área podem separar-se, fundamentalmente, dois tipos de motivação:

\*por um lado, encontram-se os Investigadores interessados em prever, com a maior generalidade possível, o comportamento do motor sujeito a pequenas perturbações em torno do seu ponto normal de funcionamento;

\*por outro, encontram-se os Investigadores interessados em simular o comportamento transitório do motor de indução, quando inserido num sistema eléctrico mais vasto.

Relativamente aos primeiros, realçam-se os trabalhos publicados sob orientação de D. NOVOTNY [GUN-1, NOV-1/2 e STE-1]: representando os parâmetros do motor por funções da constante de tempo transitória do respectivo circuito rotórico, são procuradas expressões (ou limites de variação) desses mesmos parâmetros, válidas para o maior número possível de motores fabricados de acordo com as classes de projecto previstas nas Normas norte americanas. Infelizmente, os resultados assim obtidos têm pouca aplicação no caso em estudo - o parâmetro construtivo tomado como base dos resultados apresentados é o passo polar da máquina (expresso em metros), que só é quantitativamente convertido em valores mais práticos (potência nominal e número de polos do motor, por exemplo) para uma classe de projecto (NEMA Classe B); para motores de tipo blindado, cuja classe de projecto mais apropriada é a A (NEMA), os resultados apresentados têm um carácter meramente qualitativo, obtido por análise da tendência de variação dos

vários parâmetros do motor.

Quanto aos segundos, predominam os Autores que se preocupam com motores de média e grande potência, de alta tensão [KHA-1, KOW-1 e WAT-1] ou sem tal limitação [MIL1]. Dado o tipo de motores a que se destinam estes métodos, os mesmos não são aplicáveis a motores de potência relativamente pequena. Efectivamente, dado o pequeno valor tomado pelas perdas "não-Joule", é prática corrente o desprezo de tais perdas - num motor de  $P_n \leq 15$  kW tal aproximação origina, por si só, um erro de  $(5 \div 10) \%$  no valor do binário útil produzido por esse mesmo motor em regime nominal; por outro lado, tais Autores recorrem muitas vezes a dados empíricos, preferencialmente obtidos para o tipo de motores que estudam - um caso típico é a aproximação analítica da característica de saturação em vazio do motor - ou a dados que indicam pertencerem a catálogos do fabricante do motor em causa, embora tal não se verifique para os motores "standard" - é o que se pode constatar da utilização de dados como os relativos ao desenho das ranhuras rotóricas ou respeitantes ao factor de potência do motor no arranque directo com tensão nominal.

Verifica-se assim que, apesar de haver vários trabalhos publicados sobre métodos de determinação dos parâmetros do motor de indução trifásico e, nomeadamente, dos seus valores nominais, tais métodos não são directamente aplicáveis ou não são adequados à resolução do problema em causa.

### 3.4 Método desenvolvido para a estimação dos valores nominais dos parâmetros do motor de indução trifásico

#### 3.4.1 Dados necessários

Para o desenvolvimento do presente método, partiu-se do princípio que o seguinte conjunto de dados, relativo a um motor de indução trifásico, é conhecido:

(a)-características nominais: tensão, corrente, factor de potência, frequência, binário e velocidade;

- (b)-outras características: capacidade de sobrecarga, classe de isolamento, tipo de ligação do enrolamento estatórico e tipo de circuito rotórico (bobinado ou em gaiola de esquilo);
- (c)-resistência estatórica: medida em corrente contínua, a uma dada temperatura (cujo conhecimento é, também, necessário).

Analisando esses dados, fácil é concluir que os referidos em (a) constam obrigatoriamente da chapa de características e do catálogo do motor; dos indicados em (b), alguns devem igualmente figurar na chapa de características do motor e todos constam do catálogo do motor; finalmente, a medida da resistência estatórica não constitui em si qualquer problema, mesmo para um motor já instalado no seu local de trabalho normal. Assim, todos os dados necessários são facilmente adquiríveis, como se pretendia.

Por outro lado, pode também verificar-se que foram desprezados outros valores normalmente indicados no catálogo do motor: rendimento nominal, rendimento e factor de potência noutros regimes (diferentes do nominal) e, ainda, o valor nominal da potência do motor.

Efectivamente, verifica-se que os valores nominais do rendimento e da potência do motor são dados redundantes com os do factor de potência e binário nominais desse mesmo motor, pelo que apenas servem de contra-prova; por outro lado, como as variações de carga se encontram insuficientemente definidas no catálogo do motor, não constituem dados determinantes ao longo deste método.

### 3.4.2 Hipóteses

Para além das hipóteses simplificativas contidas no próprio esquema equivalente do motor, representado na Fig. 3.1, e das introduzidas em 3.2 a propósito da representação das perdas "não-Joule", apenas serão acrescentadas duas novas hipóteses:

- (a)-os parâmetros representativos do motor não sofrem

alteração apreciável entre os regimes de funcionamento nominal e de binário máximo;

- (b)-em regime nominal, as reactâncias (estacionárias) parciais de fugas do estator e do rotor são iguais, quando expressas em p.u..

Em termos puramente matemáticos, a consideração destas duas simplificações é imperiosa: efectivamente, dispondo-se de apenas quatro equações (binários máximo e nominal e, ainda, as duas componentes da impedância equivalente nominal) a dez incógnitas, sempre se teriam de impor condições suplementares.

A primeira daquelas hipóteses reduz substancialmente o número de incógnitas (que ficam restringidas a  $x_{f-e}, x_{f-r}, x_{m-r}, r_{e-r}, a_r$ ) e baseia-se no seguinte raciocínio físico:

-por um lado, todas as grandezas indicadas pelo fabricante encontram-se, por imposição normalizada, referidas a uma temperatura constante (igual à temperatura de referência atribuída à classe de isolamento do motor), não sendo assim de temer a correspondente variação das resistências;

-por outro lado, embora o efeito pelicular rotórico se faça sentir, neste tipo de motores só começa a afectar significativamente o valor dos parâmetros rotóricos para frequências superiores à correspondente ao regime de máximo binário - no próximo Capítulo teremos oportunidade de quantificar esta asserção;

-além disso, dado o valor das correntes envolvidas nos dois regimes de funcionamento considerados, ambos definidos com tensão de alimentação constante, a saturação magnética não introduz grandes alterações;

-embora cresçam as perdas no ferro do rotor do motor e também as perdas adicionais, como há um decréscimo das perdas mecânicas e uma ligeira diminuição das perdas magnéticas estatóricas, o factor  $a_r$  não deve ser substancialmente afectado;

-finalmente, é sempre de ter em conta que os dados considerados têm, por motivos já apontados, um valor relativo, traduzido pelas respectivas tolerâncias, pelo que certo tipo de refinamentos perde todo o seu significado prático.

A segunda hipótese leva à definição do sistema de equações necessário ao cálculo dos valores nominais dos parâmetros do motor, tendo sido introduzida atendendo à relativa liberdade existente na separação das duas reactâncias parciais de fugas: como se sabe, qualquer resultado obtido com o esquema equivalente em "T" é praticamente insensível a tal divisão, desde que se garanta o valor correcto para a sua soma (tal facto deriva fundamentalmente do maior valor relativo global de  $x_{m.n}$ ).

### 3.4.3 Cálculo dos valores nominais

De acordo com as hipóteses consideradas, introduzindo a notação:

$$x_{f.m.n} = x_{fr.n} = x_{f.n} \quad (3.2)$$

o esquema equivalente do motor, representado na Fig. 3.1, permite escrever (sempre com todas as grandezas expressas em p.u. e na zona de baixos deslizamentos da sua característica mecânica):

$$t_m = \frac{r_{r.n}}{s} |i_r|^2 \quad (3.3)$$

Procurando o máximo de tal função na zona de deslizamentos correspondentes ao funcionamento como motor, obter-se-á:

$$\begin{aligned} t_{m.n} &= \frac{(1/2) \cdot |u_m|^2}{r_{r.n} + \left[ \frac{(A^2+C^2) \cdot (B^2+D^2)}{(r_{r.n} \cdot x_{m.n})^2} \right]^{1/2}} = \\ &= (1+a_n) K_e t_n \end{aligned} \quad (3.4)$$

em que

$$\begin{cases}
 A = r_{e,n} r_{r,n} \\
 B = x_{fe,n} (x_{m,n} + x_{fr,n}) + x_{m,n} x_{fr,n} = 2 x_{m,n} x_{f,n} + x_{f,n}^2 \\
 C = r_{r,n} (x_{m,n} + x_{fe,n}) = r_{r,n} (x_{m,n} + x_{f,n}) \\
 D = r_{e,n} (x_{m,n} + x_{fr,n}) = r_{e,n} (x_{m,n} + x_{f,n}) \\
 K_e = t_m/t_n - \text{capacidade de sobrecarga do motor}
 \end{cases} \quad (3.4 \text{ A})$$

Resolvendo em ordem à reactância magnetizante, após desprezo de termos pouco significativos - note-se que, nestes motores, se verifica sempre  $r_{e,n} < x_{f,n} < x_{m,n}$  - e com recurso ao valor nominal do coeficiente de Hopkinson (obtido por adaptação de (2.42) a regimes de baixo deslizamento):

$$\begin{cases}
 x_{m,n} \approx \frac{k_n^2}{1-k_n^2} \cdot \left( \frac{1}{2(1+a_n) K_e t_n} - r_{e,n} \right) \\
 x_{f,n} = \frac{1-k_n}{k_n} x_{m,n}
 \end{cases} \quad (3.5)$$

Se, além disso, a expressão (3.3) for aplicada ao regime nominal do motor e explicitada em ordem à resistência rotórica, permitirá obter, após utilização dos valores encontrados anteriormente:

$$\begin{aligned}
 r_{r,n} = & \frac{s_n k_n^2}{2(1+a_n) t_n} \cdot \left\{ 1 - 2 r_{e,n} (1+a_n) t_n + \right. \\
 & \left. + \frac{1}{K_e} \cdot \left[ (K_e - 1) \cdot (1 + K_e - 4 r_{e,n} (1+a_n) K_e t_n) \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \\
 & (3.6)
 \end{aligned}$$

Resumindo, verifica-se que os valores nominais dos parâmetros do motor são calculáveis a partir do conhecimento de dois pontos da sua característica mecânica de binário: pontos de binário máximo e de binário nominal; no entanto, tal cálculo só é possível através do conhecimento prévio dos



valores de  $a_n$  e de  $k_n$ .

Para o efeito, poder-se-iam utilizar as expressões representativas da impedância equivalente nominal do motor:

$$\underline{z}_n = (r_{m,n} + A' \cos \beta) + j (x_{f,n} + A' \sin \beta) \quad (3.7)$$

com

$$\left[ \begin{aligned} A' &= x_{m,n} \left[ \frac{(r_{f,n}/s_n)^2 + x_{f,n}^2}{(r_{f,n}/s_n)^2 + (x_{m,n} + x_{f,n})^2} \right]^{\frac{1}{2}} \\ \beta &= \frac{\pi}{2} + \arctg \left( \frac{s_n x_{f,n}}{r_{f,n}} \right) - \arctg \left[ \frac{s_n (x_{m,n} + x_{f,n})}{r_{f,n}} \right] \end{aligned} \right] \quad (3.7 A)$$

No entanto, dado o "peso" analítico de tal determinação, preferiu-se optar pela resolução numérica do problema, que se pode sintetizar do seguinte modo:

arbitrando valores iniciais para  $a_n$  e para  $k_n$ , os valores nominais dos parâmetros (ainda desconhecidos) do motor são calculados através de (3.5) e (3.6); as expressões (3.7), definidoras da impedância equivalente do motor ( $\underline{z}_n$ ), são então utilizadas como verificação e base de afinação dos valores iniciais considerados.

Como é evidente, o algoritmo utilizado só é vantajoso se, além de preciso, for rápido, isto é, se conduzir a um pequeno número de iterações.

#### 3.4.4 Valores iniciais de $k_n$ e de $a_n$

No sentido de garantir a rapidez do processo iterativo apresentado no número anterior, investigou-se a possibilidade de se considerarem valores iniciais de  $k_n$  e de  $a_n$  tão próximos, quanto possível, dos seus valores finais.

No que diz respeito ao parâmetro  $k_n$  é de notar que, de acordo com a sua definição (inverso do coeficiente parcial de fugas de Hopkinson), toma valores pouco variáveis para uma gama relativamente grande de motores - de facto, sendo a corrente absorvida em vazio, por um motor de indução, igual a:

$$|\underline{i}_{-o}| = \frac{|\underline{u}_{-o}|}{|r_{-o} + jx_{-o}|} \approx \frac{1}{x_{-o}} \approx \frac{k_n}{x_{m,n}} \approx (0,2 \div 0,5)$$

e atingindo a corrente absorvida pelo mesmo motor, com rotor travado:

$$|\underline{i}_{-cc}| = \frac{|\underline{u}_{-o}|}{|\underline{z}_{cc}|} \approx \frac{1}{x_{-o}'} \approx \frac{1}{2 x_{-o}} \approx \frac{k_n}{2 (1-k_n) x_{m,n}} \approx (4 \div 8)$$

é de esperar que, no limite,  $k_n$  varie entre:

$$k_n \approx 1 - \frac{|\underline{i}_{-o}|}{2 |\underline{i}_{-cc}|} \approx (0,94 \div 0,99) \quad (3.8)$$

correspondendo os maiores valores deste parâmetro, em igualdade de número de polos, aos motores de maior potência e, em igualdade de potências nominais, aos motores de menor número de polos.

Estes resultados, referidos também por outros Autores, conjugados com o facto de o valor previsto para a corrente nominal do motor variar, com  $a_n$  constante, de forma inversa à de  $k_n$ , permitem acelerar fortemente a estimação dos valores nominais dos diferentes parâmetros.

Relativamente a  $a_n$ , foi também procurada a sua forma de variação com a potência nominal do motor e com o seu número de polos. Não nos sendo possível determinar, por via experimental, o valor de tal parâmetro para uma população de motores suficientemente significativa e, tanto quanto é do nosso conhecimento, não estando publicada qualquer tabela que se reporte, de forma exaustiva, aos resultados pretendidos, recorreu-se aos dados de cálculo de motores blindados de rotor em gaiola (dados estes que foram postos à nossa disposição pela Divisão de Máquinas Rotativas da EFACEC).

Tais dados dizem respeito aos valores das perdas magnéticas e mecânicas do motor em regime nominal e referem-se a motores "standard" com potências nominais compreendidas entre 5,5 e 132 kW, com 2 a 6 polos.

Dado que  $a_n$ , para além das perdas referidas, tem também de representar as perdas adicionais do motor em regime nominal, foram as mesmas consideradas segundo a Recomendação CEI 34-2, isto é, iguais a 0,5% da potência absorvida pelo

motor no mesmo regime, independentemente do valor da sua potência nominal e do seu número de polos. A adopção de tal valor, em princípio discutível, baseou-se nos seguintes factos: em primeiro lugar, apenas se pretende estimar um valor inicial plausível para o referido parâmetro; em segundo lugar, a gama de potências dos motores estudados é relativamente apertada; em terceiro lugar, a constante optimização verificada no projecto deste tipo de motores também se reflecte positivamente nestas perdas, diminuindo-as; em quarto lugar, finalmente, a dependência que as perdas adicionais apresentam face a factores tão aleatórios como o próprio envelhecimento da máquina eléctrica [OBR-2], desaconselham um maior rigor.

Após tratamento estatístico [AZE-1] dos dados disponíveis, foi possível concluir que a lei de variação do parâmetro  $a_n$  com a potência nominal do motor (sendo esta expressa em kW), deverá ser do tipo:

$$a_n = a P_n^b \quad (3.9)$$

em que os coeficientes  $a$  e  $b$  tomam os seguintes valores, de acordo com o número da pares de polos  $p$  do motor:

QUADRO 3.1

| $p$   | $a$   | $b$     |
|-------|-------|---------|
| 1     | 0,122 | - 0,262 |
| 2     | 0,059 | - 0,109 |
| 3     | 0,060 | - 0,147 |
| 1 ÷ 3 | 0,078 | - 0,166 |

Na Fig. 3.2 representa-se a curva geral de ajuste da função  $a_n (P_n)$ .

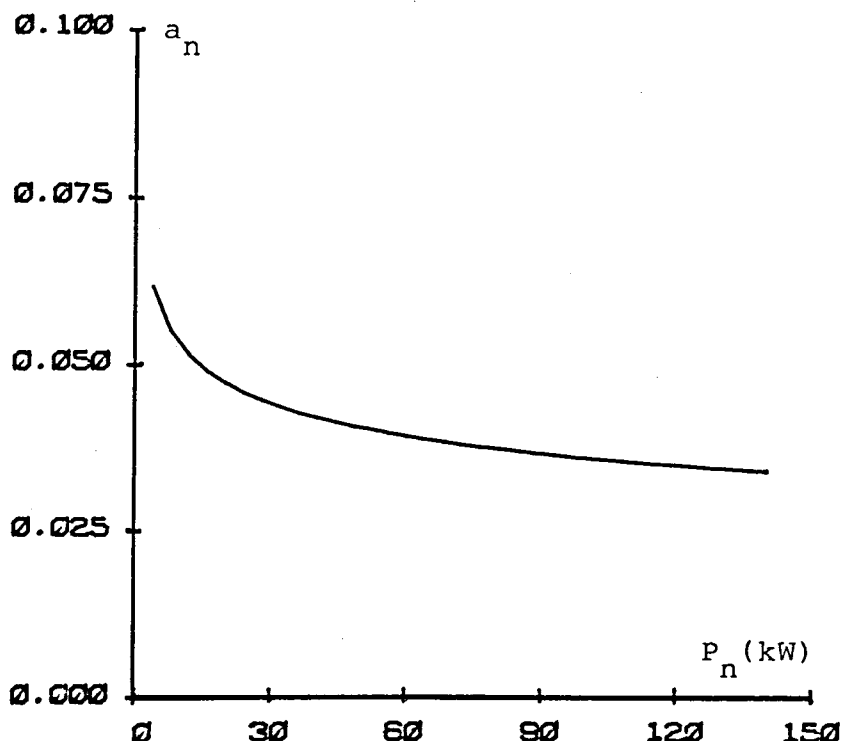


Fig. 3.2 Tendência de variação de  $a_n(P_n)$

Para além disso, foi também possível estimar a contribuição relativa das perdas magnéticas e mecânicas para o parâmetro  $a_n$ , no caso de motores de 4 polos (Fig. 3.3).

Dos resultados assim conseguidos e tendo em atenção a dispersão encontrada nos valores disponíveis - dispersão essa fundamentalmente resultante do facto de o fabrico de grandes séries de motores conduzir, por vezes, à utilização das mesmas dimensões principais da máquina e/ou dos mesmos componentes (por exemplo, ventiladores) para mais do que um escalão de potência e traduzida, nomeadamente, num relativamente elevado desvio padrão da função de ajuste representada na Fig. 3.2 ( $\sigma = 0,011$ ), cujo valor não constitui grave limitação, já que o objectivo imediato é o da fixação de um valor inicial plausível para o parâmetro  $a_n$  - foi possível tirar as seguintes ilações:

(a)-fixado o número de polos dum conjunto de motores, o

parâmetro  $a_n$  decresce com o aumento da potência nominal do motor considerado;

- (b)-o aumento do número de polos em motores de igual potência nominal tem um efeito semelhante ao anterior, mas menos acentuado;
- (c)-à medida que aumenta a potência nominal do motor, diminui a contribuição relativa das perdas magnéticas para a fixação de  $a_n$ , verificando-se o inverso no respeitante às perdas mecânicas;
- (d)-para a gama de motores a que preferencialmente se destina a aplicação do presente método de estimação dos valores nominais dos seus parâmetros (motores de rotor em gaiola de esquilo de potência nominal não superior a 100 kW, com 2 a 6 polos), é de prever que o parâmetro  $a_n$  deva situar-se numa faixa de valores compreendidos entre 0.03 e 0.08.

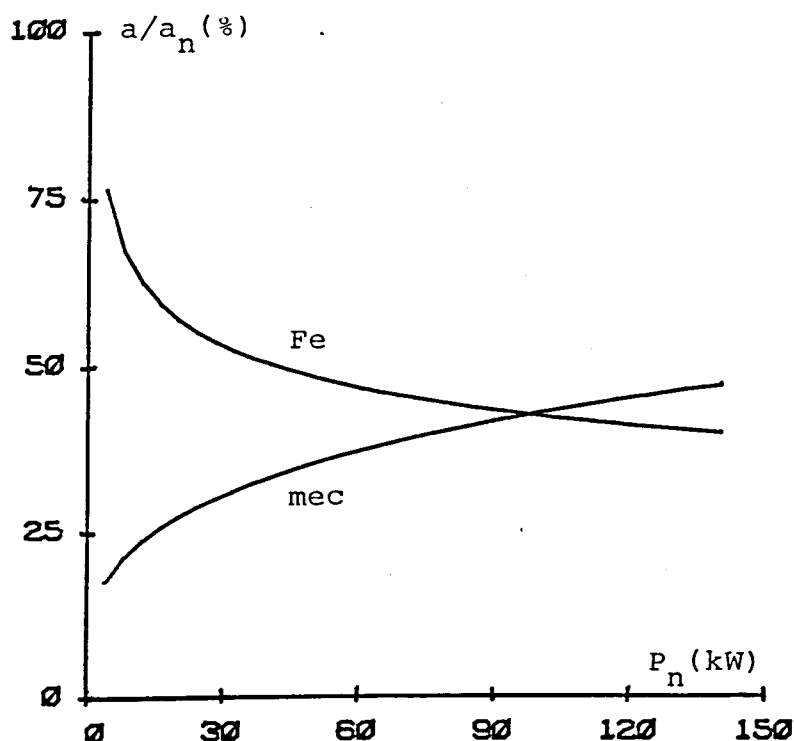


Fig. 3.3 Contribuição relativa das perdas magnéticas (Fe) e mecânicas (mec) na formação de  $a_n$ , em motores de 4 polos

A primeira das conclusões indicadas é lógica: à medida que cresce a potência nominal do motor, decrescem (em valores relativos) as suas perdas totais, incluindo aquelas que temos vindo a designar por "não Joule"; a segunda conclusão resulta do facto de, para manter entre limites relativamente apertados o valor da capacidade de sobrecarga do motor, também ser necessário manter o valor da indução máxima no entreferro e, portanto, o valor relativo das perdas magnéticas não sofrer grande alteração (baixando  $a_n$  fundamentalmente à custa do valor relativo das perdas mecânicas que, como se sabe, já de si são pouco significativas e, para além disso, contêm uma parcela - perdas por ventilação - que depende, fundamentalmente, da potência nominal do motor, neste caso constante); por outro lado, à medida que cresce o valor da potência nominal, supondo constante o número de polos, como o valor relativo das perdas mecânicas pouco se altera, fica também justificada a terceira conclusão (o decréscimo global de  $a_n$  é neste caso conseguido, fundamentalmente, à custa do decréscimo do valor relativo das perdas magnéticas).

Todas estas conclusões não constituem, por si só, grande novidade (são geralmente referidas em qualquer tratado de cálculo de motores, como por exemplo [ALG-2]); no entanto, serviram para conferir credibilidade aos valores de projecto utilizados e para sistematizar a escolha do valor inicial do parâmetro em estudo.

A conclusão referenciada por (d) mostra que, no tipo de motores a que diz respeito, em especial nos de menor potência, as perdas "não-Joule" têm, em regime nominal, um efeito não desprezável, o que confirma o cepticismo que manifestámos (no ponto 3.3.3) quanto à aplicação, a este tipo de motores, de métodos preferencialmente desenvolvidos para motores de muito maior potência nominal; de qualquer modo, em termos do objectivo pretendido (estimação do valor inicial de  $a_n$ ), os resultados obtidos permitem balizar os correspondentes limites de variação que, associados às conclusões anteriores e ao facto (igualmente lógico) de o factor de potência nominal do motor variar, em situações de igualdade de corrente absorvida, directamente com o valor tomado para  $a_n$ , permite também acelerar o processo iterativo conducente à estimação dos valores nominais dos parâmetros do motor.

### 3.5 Resultados obtidos

#### 3.5.1 Motores utilizados

Com o sentido de proceder à verificação do critério estabelecido para a previsão dos valores iniciais e gamas de variação dos parâmetros  $k_n$  e  $a_n$  e, também, com o de testar a rapidez de cálculo do algoritmo utilizado (algoritmo este baseado, precisamente, em tal critério), o método desenvolvido para a estimação dos valores nominais dos parâmetros do motor de indução trifásico, de rotor em gaiola de esquilo, foi sistematicamente aplicado aos motores indicados no Quadro 3.2.

Todos os motores referidos nesse Quadro são de baixa tensão (380 V, 50 Hz), estão previstos para arranque estrela-triângulo (tipo NY, CEI 34-12), possuem classe de isolamento B e são blindados.

Para efeitos de aplicação do método desenvolvido aos motores em causa, recorreu-se aos dados constantes dos catálogos comerciais respectivos (também resumidamente indicados no mesmo Quadro) e aos valores das correspondentes resistências estatóricas, medidas directamente num exemplar de cada tipo de motor apresentado.

A partir da consulta do Quadro 3.2, verifica-se que:

- \*foi possível aplicar o método a uma população de motores significativa, dentro da gama em estudo;
- \*foi ainda possível realizar tal aplicação a motores que, embora da mesma potência nominal e com o mesmo número de polos, foram concebidos segundo diferentes projectos, referenciados por ".a" e por ".b": gaiola rotórica em alumínio (ranhura fechada) e em cobre (ranhura semi-fechada), respectivamente;
- \*o mesmo método também foi aplicado a dois motores em idêntica situação (iguais potências nominais e com os mesmos números de polos), ambos dispendo de gaiola rotórica em alumínio, mas com ranhuras diferentes (tal caso encontra-se referenciado por "a" e ".a'").

QUADRO 3.2

| motor<br>nº | P <sub>n</sub><br>(kW) | 2p | N <sub>n</sub><br>(rev/min) | I <sub>n</sub><br>(A) | cos Ø | K <sub>c</sub> |
|-------------|------------------------|----|-----------------------------|-----------------------|-------|----------------|
| 1.a         | 4                      | 2  | 2880                        | 8,4                   | 0,86  | 3,0            |
| 2.a         | 5,5                    |    | 2895                        | 11                    | 0,89  | 2,9            |
| 4.a         | 7,5                    |    | 2890                        | 15                    | 0,90  | 2,8            |
| 6.a         | 11                     |    | 2925                        | 22                    | 0,86  | 2,5            |
| 7.a         | 18,5                   |    | 2915                        | 35                    | 0,89  | 2,4            |
| 9.a         | 22                     |    | 2910                        | 40                    | 0,93  | 2,7            |
| 11.a        | 37                     |    | 2940                        | 68                    | 0,89  | 2,3            |
| 13.a        | 45                     |    | 2940                        | 83                    | 0,89  | 2,4            |
| 14.a        | 55                     |    | 2965                        | 100                   | 0,90  | 3,3            |
| 15.a        | 90                     |    | 2960                        | 158                   | 0,92  | 3,0            |
| 29.a        | 4                      | 4  | 1410                        | 9,2                   | 0,81  | 2,5            |
| 31.a        | 5,5                    |    | 1440                        | 13                    | 0,80  | 2,6            |
| 32.a        | 7,5                    |    | 1425                        | 16                    | 0,85  | 2,7            |
| 33.a        | 11                     |    | 1440                        | 24                    | 0,81  | 2,2            |
| 34.a        | 15                     |    | 1445                        | 33                    | 0,80  | 2,3            |
| 36.a        | 18,5                   |    | 1465                        | 35                    | 0,88  | 2,7            |
| 37.a        | 22                     |    | 1460                        | 43                    | 0,88  | 2,5            |
| 39.a        | 30                     |    | 1465                        | 60                    | 0,83  | 2,8            |
| 41.a        | 37                     |    | 1470                        | 71                    | 0,86  | 2,9            |
| 42.a        | 45                     |    | 1465                        | 84                    | 0,88  | 2,7            |
| 43.a'       | 45                     |    | 1475                        | 86                    | 0,85  | 2,9            |
| 44.a        | 55                     |    | 1480                        | 108                   | 0,84  | 2,9            |
| 48.a        | 90                     |    | 1485                        | 179                   | 0,83  | 2,7            |
| 49.a        | 132                    |    | 1480                        | 242                   | 0,88  | 2,7            |
| 50.b        | 132                    |    | 1480                        | 242                   | 0,88  | 2,4            |
| 17.a        | 2,2                    | 6  | 930                         | 6                     | 0,72  | 2,2            |
| 18.a        | 7,5                    |    | 955                         | 18                    | 0,77  | 2,1            |
| 19.a        | 11                     |    | 960                         | 25                    | 0,76  | 2,3            |
| 21.a        | 15                     |    | 965                         | 33                    | 0,80  | 2,4            |
| 23.a        | 18,5                   |    | 975                         | 40                    | 0,80  | 2,3            |
| 25.a        | 30                     |    | 978                         | 63                    | 0,81  | 2,7            |
| 26.a        | 37                     |    | 985                         | 80                    | 0,78  | 2,7            |
| 28.a        | 90                     |    | 990                         | 181                   | 0,81  | 2,4            |



### 3.5.2 Temperatura do enrolamento estatórico considerada

Como já se afirmou no Capítulo anterior, o valor nominal da resistência do enrolamento estatórico  $r_{en}$  foi associada à temperatura de referência da correspondente classe de isolamento.

Tal opção, considerada nos testes cujos resultados apresentaremos de seguida, baseia-se no facto de, apesar de o enrolamento estatórico poder atingir outros valores de temperatura em regime nominal, os seus dados de catálogo terem de obedecer a essa especificação.

Como a maioria dos fabricantes europeus (e não só) de motores eléctricos segue uma normalização baseada nas Recomendações da CEI, a temperatura do enrolamento estatórico, para efeito da estimação dos seus parâmetros em regime nominal, foi considerada igual a 75 °C, sendo a mesma obtida, a partir do correspondente valor medido, de acordo com a Recomendação CEI 34-1.

Convirá referir, a propósito, que o progressivo embaratecimento dos isolantes utilizados no fabrico dos enrolamentos das máquinas eléctricas possibilita a cada vez mais vulgar execução dos mesmos com classe de isolamento F, por simples substituição dos anteriores (normalmente com classe B), sem que tal implique um efectivo aumento da sobre-elevação nominal da temperatura dos condutores; nestes casos - que, de agora em diante, referiremos como tratando-se de "falsos motores da classe F" - é preferível manter o valor de  $r_{en}$  à temperatura de referência anteriormente considerada (75 °C). Como tal característica é normalmente indicada pelo fabricante do motor, será sempre possível tomá-la em consideração.

### 3.5.3 Resultados obtidos para $k_n$ e para $a_n$

Os resultados obtidos para o parâmetro  $k_n$  encontram-se representados na Fig. 3.4, onde também se indicou a curva que melhor se ajusta àquele conjunto de pontos.

Tal curva, cuja expressão analítica é dada por

$$k_n = 0,944 P_n^{0,005} \quad (P_n \text{ em kW})$$

ajusta o conjunto de pontos calculados com um desvio padrão  $\sigma = 0,012$  e deve ser encarada, apenas, como demonstrativa da tendência de crescimento de tal parâmetro com a potência nominal do motor, tendência essa mais sensível na zona inicial (menores motores).

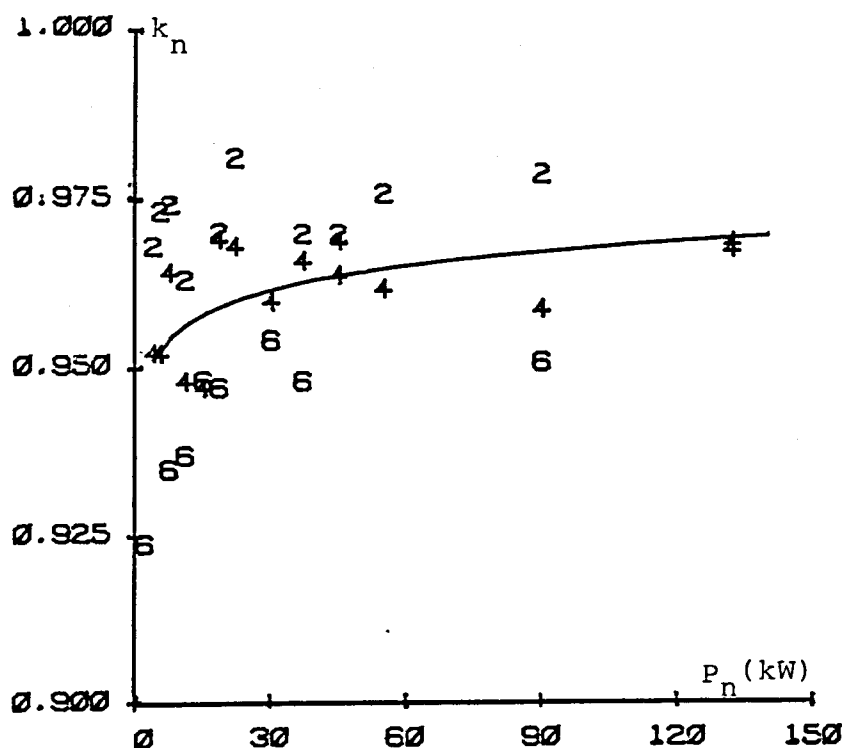


Fig. 3.4 Resultados obtidos para  $k_n(P_n)$

2 - 2 polos

4 - 4 polos

6 - 6 polos

Por análise da mesma figura, verifica-se que os valores iniciais considerados para este parâmetro são já muito próximos dos valores finais correspondentes, tanto mais que as tendências das suas variações (com  $P_n$  e com  $p$ ), indicadas em 3.4.4, foram integralmente confirmadas - no entanto, os resultados obtidos sugerem que o limite superior estimado para o valor inicial de  $k_n$  é provavelmente exagerado, só devendo verificar-se em motores de dois polos, com potência bastante superior.

Relativamente aos valores obtidos para  $a_n$ , que se

encontram indicados na Fig. 3.5, onde também se representou a curva que melhor se ajusta aos mesmos - curva essa cuja expressão analítica é dada por

$$a_n = 0,092 P_n^{-0,230} \quad (P_n \text{ em kW})$$

e que apresenta, face aos pontos obtidos, um desvio padrão de  $\sigma = 0,013$  - verifica-se que os mesmos são também muito próximos dos valores iniciais considerados e confirmam, uma vez mais, as correspondentes conclusões, avançadas em 3.4.4.

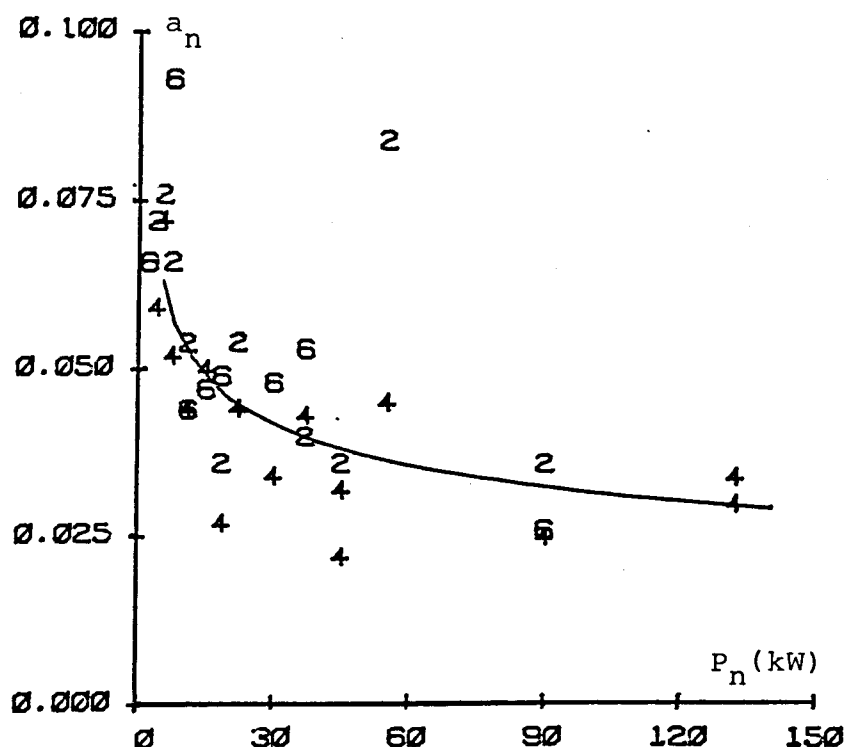


Fig. 3.5 Resultados obtidos para  $a_n(P_n)$

2 - 2 polos

4 - 4 polos

6 - 6 polos

Finalmente, resta analisar a rapidez de cálculo conseguida com a utilização do método desenvolvido; tal rapidez pode naturalmente ser aquilatada pelo número de iterações necessário à evolução dos valores iniciais de  $a_n$  e

de  $k_n$  para os correspondentes valores finais.

Em todas as aplicações do presente método, o número total de iterações necessário nunca ultrapassou as duas dezenas, o que mostra bem a validade do processo utilizado.

Refira-se, a propósito, que as tolerâncias admitidas nos valores indicados pelo fabricante do motor, em nosso entender relativamente exageradas, permitem abreviar os cálculos necessários à estimação dos valores nominais dos parâmetros do motor, o que mais reforça a utilidade das conclusões avançadas no ponto 3.4.4.

A título de exemplo, no ANEXO 2 apresenta-se, de forma detalhada, a evolução dos valores nominais dos parâmetros do motor nº 39.a (Quadro 3.2), bem como os desvios encontrados entre o valor estimado para o seu rendimento nominal e o declarado pelo seu fabricante.

Resumindo, os resultados da aplicação do método desenvolvido para a estimação dos valores nominais dos parâmetros do motor de indução trifásico de rotor em gaiola de esquilo, método esse baseado em dados constantes do catálogo comercial do respectivo fabricante, mostraram que tal método é exequível dentro das limitações impostas, quer pelo conjunto restrito de dados que utiliza, quer pela rapidez de cálculo que proporciona (fruto da acertada escolha e correcta previsão da tendência de variação - com os valores de  $P_n$  e de  $p$  do motor - dos valores iniciais dos parâmetros  $k_n$  e  $a_n$ ).

A verificação experimental dos resultados assim obtidos será apresentada no Capítulo 6.

### 3.6 Interpretação dos resultados obtidos

Tendo sido apresentado o método desenvolvido para a estimação dos valores nominais dos parâmetros do motor de indução trifásico de rotor em gaiola de esquilo e, também, os resultados obtidos pela sua aplicação a um conjunto relativamente significativo desse tipo de motores, torna-se conveniente analisar o significado dos mesmos, tendo em vista a sua futura utilização dentro do âmbito deste trabalho.

Se, relativamente à variação do valor nominal dos vários parâmetros do motor, quer com a frequência rotórica, quer com a saturação magnética, o assunto já foi analisado no Capítulo anterior e, portanto, não se torna necessário reafirmar o significado dos resultados obtidos, já o mesmo não se passa com a interpretação a dar ao valor da resistência rotórica, particularmente no que diz respeito à temperatura que lhe deve ser atribuída em regime nominal. De facto, ao contrário do que se passa com o valor nominal da resistência estatórica, para o qual não restam quaisquer dúvidas (a propósito, consultem-se os pontos 2.3.4.1 e 3.5.2) ainda nada foi dito sobre a temperatura do enrolamento rotórico em regime nominal, e, conseqüentemente, sobre como proceder à sua correcção, quando necessário.

Tal problema é complexo, fundamentalmente devido a duas ordens de factores: em primeiro lugar, como as barras e os anéis de curto-circuito, constituintes da gaiola rotórica, não possuem qualquer isolamento, o seu aquecimento máximo não está explicitamente normalizado - a propósito, consulte-se a Recomendação CEI 34-1, Secção 5; em segundo lugar e como é óbvio, não é fácil medir directamente o correspondente valor da temperatura, mesmo em regime de funcionamento estabilizado e, em particular, num exemplar já construído.

Medições de temperatura rotórica, em ensaios com o rotor travado, por nós realizadas (e reportadas no Capítulo 6 da presente dissertação) pouco ou nada servem para resolver este problema, dadas as diferenças existentes entre as duas condições de funcionamento.

Na falta de resultados experimentais, apenas resta a solução de arbitrar um valor plausível para a temperatura rotórica obtida a partir dos valores constantes no catálogo relativo ao motor em estudo.

Ora, tratando-se de motores blindados, cujo enrolamento estatórico possui um isolamento garantido para uma sobre-elevação limite de temperatura face a um ambiente termicamente definido (40 °C) e não podendo o enrolamento rotórico atingir uma temperatura tal que ponha em risco esse mesmo limite, uma solução possível será a de atribuir a esse mesmo enrolamento uma temperatura próxima do limite de temperatura previsto para a classe de isolamento do motor.

Tal solução conduz à consideração de um adicional de cerca de 40 K entre as temperaturas dos enrolamentos estatórico e rotórico do motor, ambas supostas estabilizadas no seu valor nominal.

Quanto à plausibilidade de tal solução, a mesma não deverá afastar-se significativamente da realidade: como se disse, tratando-se de motores de tipo blindado, cuja ventilação é preponderante à superfície da carcaça e em que a dissipação do calor rotórico terá de ser feita, quer através do veio do motor, quer através do entreferro, entreferro este que, na sua periferia exterior, contém outra fonte quente (ranhuras estatóricas), é de prever a existência de tal gradiente térmico.

Assim e resumindo, tratando-se de motores de indução blindados, o valor nominal da resistência rotórica, obtida pelo método de estimação desenvolvido, será associada a uma temperatura igual à soma da temperatura de referência do enrolamento estatórico com um valor adicional que, por hipótese, foi considerado igual a 40 °C.

Finalmente, não é demais referir que o valor do parâmetro  $a_n$ , representativo das perdas "não-Joule" do motor em regime nominal, também só é válido na zona de funcionamento com baixos deslizamentos, devendo ser corrigido de acordo com a evolução dos montantes das várias parcelas que o integram - este facto é particularmente importante na zona de altos deslizamentos, como veremos no Capítulo 5.

### 3.7 Expansão do campo de aplicação do método desenvolvido

Face aos resultados satisfatórios obtidos com a aplicação do método desenvolvido, foi investigada a hipótese da expansão do seu campo de aplicação a motores de indução trifásicos com características (construtivas e/ou nominais) diferentes das anteriormente impostas.

Assim, foram realizadas aplicações em motores com maior número de polos (concretamente, 8 polos), motores de rotor bobinado e motores de potência nominal nitidamente superior

a 100 kW.

### 3.7.1 Maior número de polos

No primeiro caso (motores com  $p = 4$ ), verificou-se que o método desenvolvido mantém as suas características, pois só o parâmetro  $k_n$  toma valores ligeiramente inferiores aos estimados para motores de igual potência e menor número de polos. A título de exemplo, no Quadro 3.3 comparam-se os valores finais de  $k_n$  e de  $a_n$  obtidos com motores de 15 kW, com 4, 6 e 8 polos:

QUADRO 3.3

| p | $a_n$ | $k_n$ |
|---|-------|-------|
| 2 | 0,050 | 0,947 |
| 3 | 0,047 | 0,948 |
| 4 | 0,050 | 0,937 |

### 3.7.2 Rotor bobinado

Relativamente a motores de rotor bobinado, para além de pequenas variações na ordem de grandeza dos valores nominais dos parâmetros do motor - são de prever, nomeadamente, menores valores relativos das reactâncias próprias dos enrolamentos, consequência natural do tipo de ranhura e de enrolamento rotóricos utilizados - a grande diferença deve residir no valor tomado pelo parâmetro  $a_n$ , em particular nos motores de pequena potência: de facto, não deve ser desprezável o acréscimo das perdas mecânicas do motor, devido à existência do sistema anéis-escovas.

Se a primeira das diferenças apontada não causa qualquer problema - o decréscimo simultâneo das reactâncias magnetizante e de fugas não introduz modificação sensível no valor de  $k_n$  - já o mesmo não se pode dizer da influência das perdas mecânicas no valor de  $a_n$ .

O Quadro 3.4, que compara os valores nominais obtidos para os parâmetros de motores de indução trifásicos de igual potência nominal (4 kW) e número de polos (4), exemplifica o que acabámos de afirmar, mostrando que o método desenvolvido é também aplicável a motores de rotor bobinado, se bem que o valor inicial de  $a_n$  deva ser tomado bastante em excesso face ao previsto no Quadro 3.1 - concretamente, o ensaio realizado sugere o uso de um valor inicial duplo do indicado no referido Quadro - pelo menos se não se pretender degradar sensivelmente a rapidez do método de estimação.

QUADRO 3.4

| rotor     | gaiola | bobinado |
|-----------|--------|----------|
| $k_n$     | 0,952  | 0,961    |
| $a_n$     | 0,059  | 0,132    |
| $r_{r-n}$ | 0,064  | 0,052    |
| $x_{f-n}$ | 0,093  | 0,053    |
| $x_{m-n}$ | 1,848  | 1,318    |

De qualquer forma, não é demais realçar o facto de as hipóteses, consideradas em 3.2 e em 3.4.2, e que serviram de base ao estabelecimento do presente método de estimação, serem ainda mais válidas no caso de motores de rotor bobinado, pela maior semelhança verificada entre os enrolamentos estatórico e rotórico.

### 3.7.3 Maior potência nominal

Finalmente, aplicou-se o método desenvolvido a um motor trifásico de rotor em gaiola de esquilo (em cobre), mas que, para além de manter todas as outras características gerais, apontadas aos motores indicados no Quadro 3.2, possui a potência nominal de 370 kW, 4 polos, classe de isolamento F.

Uma vez mais, os resultados assim obtidos foram satisfatórios, já que reflectem as previsões teóricas, quer



na ordem de grandeza dos valores de  $k_n$  e de  $a_n$ , quer no tempo de cálculo necessário à estimação dos restantes parâmetros. O Quadro 3.5 indica os resultados obtidos, pondo em evidência, através da comparação dos valores previsto e declarado para o rendimento nominal desse motor, o menor "peso" das perdas "não-Joule" à medida que aumenta a potência nominal do motor - facto este que, como se afirmou, permite simplificar o método de estimação, quando aplicado a motores com centenas, ou mesmo com mais de um milhar de kilowatts de potência nominal.

QUADRO 3.5

| valor          | $k_n$  | $a_n$ | $r_{c.n}$ | $x_{f.n}$ | $x_{m.n}$ | rend. (%) |
|----------------|--------|-------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| inicial        | 0,98   | 0,030 | 0,0065    | 0,13      | 6,38      | 96,9      |
| final (8 ite.) | 0,9770 | 0,027 | 0,0065    | 0,13      | 5,51      | 95,9      |
| catálogo       | —      | —     | —         | —         | —         | 95,5      |

### 3.8 Síntese

Ao longo deste Capítulo apresentou-se um método para a estimação dos valores nominais dos parâmetros de motores de indução trifásicos de rotor em gaiola de esquilo.

Tal método, fundamentalmente baseado nas características nominais do motor, indicadas no catálogo comercial do respectivo fabricante, assenta num algoritmo que, partindo de valores iniciais atribuídos aos parâmetros representativos do coeficiente parcial de fugas dos enrolamentos do motor e das respectivas perdas "não-Joule" em regime nominal, sucessivamente verifica os valores máximo e nominal do binário desenvolvido, bem como os da corrente absorvida e factor de potência correspondente.

Para o efeito, com base em dados de projecto de motores do tipo estudado, foram numericamente estabelecidas leis de

variação de tais parâmetros (em função da potência nominal e do número de polos do motor), sendo as mesmas posteriormente confirmadas por aplicação do método de estimação a uma amostragem relativamente significativa.

Tendo-se verificado que o método de estimação desenvolvido proporciona resultados satisfatórios - o que directamente deriva de os valores iniciais considerados serem já muito próximos dos correspondentes valores finais - foi também testada a possibilidade de expansão do mesmo método a motores não preferencialmente abrangidos pelo presente estudo; nos testes que, para o efeito, foram realizados, quer com motores de maior número de polos, quer de rotor bobinado, quer ainda de maior potência nominal, os resultados obtidos continuaram a ser satisfatórios, sugerindo a generalidade do método desenvolvido.

No entanto, convirá realçar dois aspectos importantes: em primeiro lugar, as tolerâncias, relativamente "generosas", permitidas aos valores garantidos pelo fabricante do motor, levam a que os resultados obtidos com o presente método de estimação sejam encarados com algumas cautelas, só dissipáveis após verificação experimental; em segundo lugar, como consequência imediata da conclusão anterior, não se deve pensar que o método apresentado foi desenvolvido com o objectivo de substituir integralmente a realização do ensaio laboratorial do motor - tal método apenas pretende resolver o problema da estimação dos valores nominais dos parâmetros do motor quando a realização do seu ensaio laboratorial não é exequível, o que não invalida muitas das ilações teóricas e práticas a que o seu estabelecimento conduziu.

Finalmente, foi uma vez mais realçada a necessidade do estudo detalhado das leis de variação de alguns dos parâmetros do motor, cujo valor nominal é estimável pelo método apresentado.

## CAPÍTULO 4

## ESTIMAÇÃO DO EFEITO PELICULAR ROTÓRICO

### 4.1 Introdução

Como é sabido, a impedância de um condutor percorrido por corrente eléctrica é função da frequência do campo magnético de autoindução a que o mesmo se encontra sujeito; tal fenómeno é vulgarmente designado por efeito pelicular.

No caso concreto dos condutores constituintes do enrolamento rotórico de um motor de indução, como a frequência da corrente que percorre cada condutor é uma função do regime de funcionamento do próprio motor, o efeito pelicular, designado por rotórico, traduz-se pela variação da resistência e do coeficiente de autoindução de fugas associados a cada fase desse mesmo enrolamento.

Tal lei de variação é complexa, uma vez que é, também, influenciada por inúmeros factores adicionais, de que se destacam: geometria (geral) do rotor e estado magnético do ferro que o constitui, geometria dos condutores utilizados no seu circuito eléctrico e respectivo material e, ainda, temperatura de funcionamento dos condutores.

Quando desenvolvemos o modelo representativo do motor de indução trifásico (Capítulo 2), representámos formalmente a dependência da impedância rotórica, face à correspondente frequência, através das expressões (2.10) e (2.12), tendo então analisado a sua influência no comportamento (estacionário e transitório) do motor. Condicionados por preocupações relativas aos dados disponíveis e ao volume de cálculos necessários à modelização do motor, foram simplificadas as leis de variação dos seus parâmetros rotóricos, que passaram a ser expressas pelas relações formais (2.10) e (2.31).

Estabelecido (Capítulo 3) um método, exequível dentro dos condicionalismos então apontados, para a estimação dos

valores nominais dos parâmetros representativos do motor, torna-se agora necessário explicitar aquelas duas expressões formais, tendo sempre presente as limitações impostas ao método global de modelização.

Tal problema será abordado ao longo deste Capítulo, em que estabeleceremos um processo conducente à sua resolução prática.

## 4.2 Métodos de análise do efeito pelicular rotórico

### 4.2.1 Métodos disponíveis

Na actualidade, é possível uma análise detalhada do efeito pelicular rotórico, por recurso a métodos numéricos de resolução das equações de campo magnético em máquinas eléctricas. Tais métodos de análise têm a grande vantagem de não necessitarem de separar tal efeito do relativo à não linearidade do ferro da máquina, vulgarmente designado por saturação magnética; mais ainda, esses mesmos métodos conseguem resolver, com relativa facilidade, o problema do cálculo dos parâmetros representativos do circuito rotórico do motor de indução, seja qual for a geometria das respectivas ranhuras (abertas, semi-fechadas ou fechadas, com forma circular, rectangular, trapezoidal ou composta).

Não admira, portanto, que seja este o tipo de métodos preferido, actualmente, no projecto de máquinas eléctricas em geral [MVG-1].

No respeitante ao motor de indução trifásico, em particular no cálculo da sua impedância rotórica e correspondentes leis de variação, tem sido também muito utilizado este tipo de métodos [KLA-1, WIL-10/11/12 e VER-1, por exemplo].

Dado o "peso" computacional que está associado à resolução numérica das equações definidoras do fenómeno, tais métodos de análise do campo magnético em máquinas eléctricas são normalmente usados "a montante" do processo de modelização da máquina, isto é, servem para determinar os parâmetros representativos do motor e suas dependências, que posteriormente são utilizados no modelo desenvolvido para a

simulação do comportamento do mesmo motor.

No entanto, são de referir dois óbices apresentados por este tipo de métodos: por um lado, exige o conhecimento pormenorizado da geometria da máquina eléctrica, pelo que só é praticamente aplicável pelo detentor de tal conhecimento; por outro lado, como não é fácil medir todo o conjunto de resultados fornecidos por uma análise deste tipo, torna-se difícil verificá-la experimentalmente e, consequentemente, muitos são os trabalhos publicados nesta área que se restringem à comparação dos métodos numéricos utilizados, depreciando assim a apresentação dos resultados práticos que, com o mesmo, se podem obter.

Existem também os métodos de tipo analítico que, com base em hipóteses simplificativas, calculam, directa ou indirectamente, os parâmetros representativos do circuito rotórico do motor.

No primeiro caso, e para além de simplificações relativas ao estado magnético do ferro do rotor, é vulgar [ALG-2, por exemplo] o recurso ao método de subdivisão de cada barra da gaiola rotórica em tantas porções quantas as necessárias para se poder admitir que, no seu interior, o vector densidade de corrente se mantém espacialmente invariável; para cada porção de barra e de ranhura rotórica, assim obtidas, são respectivamente calculadas as correspondentes resistência e permeância, a partir de cujos valores se estabelecem os circuitos eléctricos equivalentes (um por cada porção de barra considerada, normalmente em número não superior a três, cada um dos quais com parâmetros constantes).

No segundo caso [LAM-1 e LIW-1/2, entre outros], através do mesmo tipo de considerações simplificativas, respeitantes ao circuito magnético rotórico, estabelece-se a equação que rege a variação da densidade de corrente ao longo da altura da barra, equação essa que tem em linha de conta a forma geométrica da respectiva ranhura; por recurso à lei de Ohm, é então calculada a variação da impedância da barra, estabelecendo-se assim um único circuito eléctrico equivalente (com parâmetros variáveis).

Os métodos de tipo analítico, muito utilizados no projecto de motores até ao desenvolvimento dos métodos numéricos de análise do campo magnético em máquinas

eléctricas [ALG-2, LEE-1, LIW-2, etc.], apresentam desvantagens face a estes últimos, já que as hipóteses simplificativas requeridas pela sua utilização podem originar, em alguns casos ou para certos tipos de regimes de funcionamento, resultados menos correctos.

É também de realçar que a variante do método analítico que recorre à subdivisão de cada barra rotórica fornece, naturalmente, mais informação do que a segunda, pois permite conhecer, dentro das aproximações consideradas, a contribuição de cada porção de barra, o que, por exemplo, é fundamental no seu projecto. Tal facto, reforçado pela analogia física estabelecida com os motores de dupla gaiola, "popularizou" a modelização do actual circuito rotórico em gaiola de alumínio por recurso a vários circuitos de parâmetros constantes. No entanto, dado que as simplificações introduzidas à partida são as mesmas, as duas variantes deste tipo de métodos devem conduzir a resultados semelhantes (não é essa, apesar de tudo, a opinião de alguns Autores [KOW-1 e RAO-1]. Como veremos ainda neste Capítulo, os resultados em que se baseiam para fundamentarem as suas opiniões não são, em nosso entender, conclusivos).

São de realçar ainda as contribuições deste tipo de métodos no estudo de fenómenos específicos, tais como, por exemplo, a influência das dimensões da abertura da ranhura rotórica na forma de variação da impedância da barra nela contida [BIR-1 e SWA-1] e a estimação das perdas em motores alimentados com tensão não sinusoidal [BUC-2/3].

Finalmente, pode recorrer-se a um outro processo de estimação do efeito pelicular rotórico, baseado no resultado de ensaios directos realizados sobre um motor já concebido; tais ensaios, realizados normalmente com rotor travado e frequência de alimentação variável ou com velocidade rotórica variável (por acção de uma máquina auxiliar) e frequência de alimentação constante, permitem traçar curvas de variação, com a frequência, da resistência e do coeficiente de autoindução parcial de fugas rotóricos, curvas essas posteriormente utilizadas no cálculo dos parâmetros representativos do rotor do motor ensaiado.

Neste cálculo continuam a surgir as duas vias alternativas, já indicadas para os métodos de tipo analítico: ou o rotor é representado por vários (normalmente, dois ou três) circuitos eléctricos em

paralelo, cada um deles representado por parâmetros constantes [CRE-1, KAM-1 e SIV-4, nomeadamente], ou é representado por um único circuito com parâmetros variáveis [BRO-10, GRA-1 e HEM-1, por exemplo].

Neste caso (métodos experimentais), a repartição do número de seguidores de uma e de outra via é muito mais equilibrada, denotando a dificuldade de, com base neste tipo de métodos, ser estimado um grande número de parâmetros.

Pressupondo o prévio ensaio de um motor já construído, este tipo de métodos não se destina explicitamente ao seu projecto, mas sim à verificação experimental das características desse mesmo motor; além disso, não fornece os resultados pormenorizados que se podem obter com os métodos de análise do campo magnético, sejam eles analíticos ou numéricos, em especial no que diz respeito ao valor local de certas grandezas eléctricas, magnéticas e mecânicas - a realização de testes laboratoriais permitindo uma tal pormenorização de resultados é, praticamente, inexequível, atendendo às previsíveis exigências impostas ao protótipo a ensaiar.

#### 4.2.2 Método adoptado

Se, como no caso presente, se pretende estimar a variação sofrida pelo valor da impedância rotórica de um motor de indução trifásico recorrendo apenas aos dados constantes do catálogo comercial do respectivo fabricante, é facilmente previsível o recurso a leis médias dessa variação, fundamentalmente assentes nas suas características construtivas gerais; de entre estas, destacam-se os valores da potência nominal e do número de polos do motor (ou qualquer outra grandeza prática que as englobe), já que o recurso ao valor do binário máximo ou aos valores de arranque desse mesmo motor, pela sua semelhança na gama de motores a que o método se destina, pouca informação fornece. Por outras palavras, tais valores servem para indicar os critérios gerais que actualmente presidem ao projecto dos motores ditos "standard", mas não servem para os distinguir entre si, pelo menos no que diz respeito à maior ou menor influência do efeito pelicular rotórico.

Sendo assim, um caminho possível para a abordagem do problema será o de obter, para uma população significativa



de motores deste tipo, as curvas de variação, com a frequência, dos seus parâmetros rotóricos, procedendo-se posteriormente à sua conveniente estruturação. Foi este o caminho seguido, à semelhança do que outros Autores fizeram para o tratamento de casos diferentes - valores nominais dos parâmetros do motor [NOV-2] - ou para o tratamento de casos semelhantes - estimação das perdas rotóricas em motores alimentados com tensão não sinusoidal [BUC-3].

O método de análise adoptado foi, portanto, condicionado pelos seguintes aspectos:

- o recurso a métodos numéricos de análise do campo magnético em motores de indução, sendo à partida o mais tentador, porque teoricamente mais correcto, é também o de resultados práticos mais duvidosos, uma vez que exige o conhecimento pormenorizado dos dados de projecto de um número relativamente elevado de motores, cuja obtenção não estava garantida;
- o recurso a métodos experimentais envolve dificuldades semelhantes, já que exige, à partida, a realização sistemática de ensaios específicos para o mesmo número elevado de motores;
- a utilização de métodos analíticos surge, assim, como a solução possível, sendo de realçar que a utilização deste tipo de métodos permite condensar o conhecimento de vários pormenores construtivos da máquina através da forma de variação média de coeficientes previamente escolhidos (o que muito facilita a sua obtenção) e, além disso, permite também verificar que, por comparação com as previsões fornecidas por outros tipos de métodos, algumas das hipóteses simplificativas, intrinsecamente exigidas pelo método adoptado, não se afastam muito da realidade de funcionamento do motor.

Escolhido o método de análise, restava optar por uma das duas alternativas permitidas pelo mesmo e respeitantes ao modo de utilização dos resultados; pelos motivos já apontados no Capítulo 2 e no ponto anterior 4.2.1, escolheu-se a representação do circuito rotórico por meio de um único ramo, com parâmetros variáveis - por outras palavras, restringiu-se o problema à determinação analítica das formas de variação expressas pelas relações (2.10) e (2.31).

Nos pontos seguintes tais relações serão utilizadas na previsão da variação dos parâmetros rotóricos do motor de indução trifásico; dada a metodologia adoptada para esse estudo, serão desde já introduzidas algumas simplificações, a saber:

- (a)-a gaiola rotórica supõe-se em equilíbrio térmico, isto é, independentemente da secção transversal considerada (seja ela de uma barra condutora, seja de um anel de curto-circuito), a temperatura do condutor é constante, num dado regime de funcionamento; esta hipótese simplificativa, que apenas tem em vista garantir uma menor complexidade na forma das expressões desenvolvidas, não se afasta muito da realidade, pelo menos se admitirmos que o rotor do motor se encontra em movimento [WIL-13];
- (b)-independentemente do regime de funcionamento do motor, a corrente que percorre cada uma das barras rotóricas é sinusoidal; esta hipótese tem por objectivo permitir a representação da corrente numa barra da gaiola por meio de um fasor temporal e constitui uma simplificação significativa do problema em estudo. No entanto, sem prejuízo da posterior crítica a esta hipótese, convirá desde já realçar o valor relativo dos resultados assim obtidos, nos casos de alimentação não sinusoidal (o que, como referimos, ultrapassa o âmbito da presente dissertação e se encontra satisfatoriamente resolvido noutros trabalhos [BUC-3, nomeadamente]) e em estudos que tenham por objectivo a análise teoricamente correcta do fenómeno da saturação magnética - neste último tipo de estudos, como vimos, é preferível utilizar um dos métodos numéricos de análise do campo magnético;
- (c)-admitir-se-á que os harmónicos espaciais da f.m.m. resultante podem ser representados à custa de convenientes coeficientes de autoindução de fugas dos enrolamentos do motor; tal hipótese permite considerar que a frequência ( $f_r$ ) da corrente eléctrica em cada barra da gaiola fica univocamente definida pela frequência de alimentação do enrolamento estatórico ( $f_s$ ) e pelo valor do deslizamento rotórico ( $s$ ) face ao termo fundamental do campo magnético resultante no entreferro do motor - os resultados obtidos com as modernas técnicas de projecto deste tipo de máquina

eléctrica justificam este procedimento.

#### 4.3 Forma mais conveniente para as leis de variação dos parâmetros rotóricos

Como o efeito pelicular rotórico é influenciado por pormenores construtivos referentes aos respectivos circuitos magnético e eléctrico, torna-se conveniente modificar as relações anteriormente indicadas, pondo assim em evidência tais influências, sem que tal implique a necessidade do conhecimento pormenorizado dos dados construtivos do motor.

Ao utilizarmos um sistema relativo de unidades baseado, no que diz respeito às impedâncias dos vários enrolamentos do motor, no valor decorrente da razão entre os valores de base da tensão e da intensidade de corrente estatóricas, referimos implicitamente todas as impedâncias rotóricas ao enrolamento estatórico.

Significa isto que, nesse sistema, falar no valor relativo de qualquer impedância rotórica ou no seu valor real, por fase do rotor, é uma mera mudança de escala, regida pelo quadrado do produto da razão dos números de fases dos dois enrolamentos do motor pela razão dos números efectivos de espiras desses mesmos enrolamentos; por outras palavras, as relações (2.10) e (2.31) são perfeitamente equivalentes às relações:

$$\left[ \begin{array}{ll} R_r = K_2(\theta_r, f_r) \cdot R_{r.n} & (\Omega) \\ L_r = K_4(f_r) \cdot L_{r.n} & (H) \end{array} \right. \quad (4.1)$$

desde que, em (4.1),  $R_r$  e  $L_r$  representem os valores reais, por fase, da resistência e do coeficiente de autoindução de fugas rotóricos.

Dado o pequeno valor da frequência rotórica normalmente apresentada pelos motores de indução trifásicos em regime nominal ( $0,5 \div 3$  Hz), não se comete qualquer erro significativo ao substituir os valores nominais de  $R_r$  e de  $L_r$  pelos seus valores em corrente contínua (de agora em diante, sempre referidos com o índice "dc"), isto é, as

relações (2.10) e (2.31) podem ainda ser substituídas pelas relações equivalentes:

$$\left[ \begin{array}{ll} R_r = K_2(\theta_r, f_r) \cdot R_{r.dc}(\theta_{r.n}) & (\Omega) \\ L_r = K_4(f_r) \cdot L_{r.dc} & (H) \end{array} \right. \quad (4.1 A)$$

em que  $\theta_{r.n}$  representa a temperatura atribuída à gaiola rotórica em regime nominal.

O problema da estimação das variações sofridas, com a frequência, pelos parâmetros representativos do circuito do rotor do motor fica, assim, confinado à previsão das leis de variação, com a mesma grandeza e em valores relativos (tendo agora como base os verificados em corrente contínua), da resistência e do coeficiente de autoindução de fugas de cada fase desse enrolamento.

Associando uma fase do rotor a cada uma das barras que constituem a sua gaiola, fácil é ver que os valores de  $R_r$  e de  $L_r$  são resultado do somatório de várias parcelas; com efeito,

\*a resistência por fase do rotor tem de englobar a resistência de cada barra ( $R_b$ ), mais uma parcela equivalente à contribuição dos anéis de curto-circuito da respectiva gaiola ( $R_a$ );

\*o coeficiente de autoindução de fugas de cada fase do rotor deve incluir, para além do correspondente a cada ranhura rotórica ( $L_b$ ) - valor este já de si composto - os coeficientes representativos (por fase) do fluxo de fugas por inclinação da ranhura ( $L_i$ ), criado pelas correntes que circulam nos anéis de curto-circuito ( $L_a$ ) e, ainda, devido aos harmónicos introduzidos pela distribuição dos condutores de uma fase e pela própria existência de ranhuras - por uma questão de simplicidade, agruparemos estes dois últimos tipos de fugas magnéticas num único coeficiente de autoindução, dito "diferencial" ( $L_d$ ).

Como o efeito pelicular rotórico não afecta, de igual forma, todas as parcelas anteriormente referidas, torna-se

conveniente proceder à modificação das relações contidas em (4.1).

#### 4.3.1 Resistência

No que diz respeito à variação com a frequência rotórica das duas parcelas constituintes da resistência por fase da gaiola, é de prever a predominância da correspondente à barra condutora.

Efectivamente, no tipo de motores a que nos temos vindo a reportar, cada barra condutora, constituinte da gaiola rotórica, encontra-se totalmente embebida na respectiva ranhura (cuja secção transversal possui uma altura francamente superior à respectiva largura média), ao passo que os correspondentes anéis de curto-circuito, rodeados por ar, possuem uma secção transversal menos esbelta.

Sendo um facto que o estudo da distribuição do campo magnético de fugas nas duas extremidades axiais do rotor é bastante complexo (só hipóteses simplificativas permitem analisá-lo por recurso a técnicas bidimensionais [WIL-12]), dentro dos condicionalismos anteriormente apontados para este estudo poder-se-á considerar que, em termos aproximados, apenas a resistência correspondente a cada barra rotórica é afectada pelo efeito pelicular.

Tal aproximação permite encarar a resistência por fase do rotor como constituída por uma parcela variável com a frequência da corrente que nela circula - resistência de cada barra ( $R_b$ ) - e por uma parcela independente do valor dessa mesma frequência - resistência equivalente aos anéis de curto-circuito ( $R_a$ ):

$$R_r = R_b(\theta_r, f_r) + R_a(\theta_r) \quad (\Omega) \quad (4.2)$$

Introduzindo as seguintes relações:

$$K_r(\theta_r, f_r) = \frac{R_b(\theta_r, f_r)}{R_{b,dc}(\theta_r)} \quad (4.3 A)$$

$$h_r = \frac{R_{a,n}}{R_{r,n}} \quad (4.3 B)$$

não é difícil concluir que a função  $K_r(\theta_r, f_r)$  pode ser explicitada na forma:

$$K_r(\theta_r, f_r) = g(\theta_r - \theta_{r,n}) \cdot [h_r + (1-h_r) K_r(\theta_r, f_r)] \quad (4.4)$$

em que  $g(\theta_r - \theta_{r,n})$  representa a tradicional correcção, com a temperatura, das resistências medidas em corrente contínua.

Analisando mais detalhadamente as relações contidas em (4.3) e (4.4), verifica-se que:

-a função  $K_r(\theta_r, f_r)$  representa a variação do valor da resistência de cada barra da gaiola rotórica com a frequência da corrente que nela circula, em termos relativos do seu valor em corrente contínua, supondo ambos à mesma temperatura;

-o coeficiente  $h_r$  representa a contribuição dos anéis de curto-circuito da gaiola rotórica para o valor da resistência por fase desse mesmo circuito, em regime nominal de funcionamento - dentro das aproximações introduzidas, é independente dos valores assumidos pela frequência e pela temperatura rotóricas;

-a relação (4.4) mostra que o estudo do efeito pelicular rotórico, na parte respeitante ao valor da resistência desse circuito, pode ser restringido à estimação da variação da resistência de uma barra, em termos relativos do seu valor em corrente contínua e à mesma temperatura, sendo tal variação posteriormente corrigida para ter em conta a influência dos anéis de curto-circuito. Por outras palavras, a relação (2.10) pode ser expressa por:

$$r_r = [h_r + (1-h_r) K_r(\theta_r, f_r)] \cdot \{g(\theta_r - \theta_{r,n}) r_{r,n}\} \quad (4.5)$$

A expressão (4.5), apresentando já uma forma mais adequada para o prosseguimento do estudo, engloba no entanto o coeficiente  $h_r$ , cujo valor não se explicitou.

Pelo modo como foi definido,  $h_r$  pode ser expresso como uma razão de dois comprimentos: dado que em qualquer regime de funcionamento do motor (nomeadamente no nominal), as perdas rotóricas por efeito Joule são a soma deste tipo de perdas nas  $b$  barras da respectiva gaiola, mais as

verificadas nos dois anéis de curto-circuito, pode sempre calcular-se esta última parcela e representá-la à custa das perdas por efeito Joule em  $b$  resistências fictícias iguais, cada uma delas percorrida pela mesma corrente que percorre cada barra, com a mesma área da secção transversal desta última e feita do mesmo material - por outras palavras, as perdas por efeito Joule nos anéis de curto-circuito de uma gaiola rotórica podem ser expressas à custa da sua resistência equivalente, referida à barra da mesma gaiola. Tal procedimento conduz, necessariamente, à representação dos anéis de curto-circuito como acréscimos fictícios ( $I_{b.ad}$ ) do comprimento ( $I_b$ ) de cada barra da gaiola, pelo que o coeficiente  $h_r$  toma a forma:

$$h_r = \frac{I_{b.ad}}{I_b + I_{b.ad}} \quad (4.6)$$

Para o cálculo de  $I_{b.ad}$ , através do raciocínio anteriormente indicado, C. MARTIN apresenta [MAR-1]:

$$I_{b.ad} = \frac{\delta D_a}{2\pi p^2} \cdot \frac{S_b}{S_a} \cdot b \quad (m) \quad (4.7)$$

em que, para além dos símbolos já definidos:

$\delta$  - razão das resistividades dos materiais constituintes dos anéis de curto-circuito e das barras da gaiola rotórica, à temperatura  $\theta_{r,n}$  (nos motores "standard", este coeficiente é unitário);

$D_a$  - diâmetro médio dos anéis de curto-circuito, em metros;

$S$  - área da secção recta (da barra ou do anel), em metros quadrados.

A expressão (4.7), além de permitir reunir, numa só grandeza, uma série de dados construtivos do rotor do motor (motivo pelo qual é muito utilizada no seu projecto), mostra também um aspecto físico importante: em termos relativos, a contribuição dos anéis de curto-circuito para as perdas por efeito Joule numa gaiola rotórica decresce com a ordem do harmónico da corrente considerada.

Resumindo: a estimação da variação da resistência

rotórica com a frequência da correspondente corrente - formalmente expressa, no Capítulo 2, pela relação (2.10) - reduz-se à determinação da função  $K_r(\theta_r, f_r)$ , do coeficiente  $h_r$  e da correcção, com a temperatura, do valor das resistências medidas em corrente contínua, representada pela função  $g(\theta_r - \theta_{r,dc})$ , que adiante concretizaremos.

#### 4.3.2 Coeficiente de autoindução de fugas

Como vimos anteriormente, o efeito pelicular rotórico, no respeitante à correspondente reactância parcial de fugas, pode ser estudado através da variação do valor real, por fase, do correspondente coeficiente de autoindução, tomando como valor de base o verificado em corrente contínua - tal variação está expressa em (4.1 A).

Tendo separado as várias componentes desse mesmo coeficiente de autoindução, fácil se torna verificar que o efeito pelicular rotórico apenas afecta a parcela relativa à porção da barra da gaiola que se encontra embebida na respectiva ranhura (em motores "standard", tal corresponde à totalidade do condutor constituinte da referida barra), que designámos por  $L_b$ .

De facto, desprezando o efeito pelicular nos anéis de curto-circuito, o correspondente coeficiente de autoindução  $L_a$  mantém-se constante; o mesmo se passa, por maioria de razões, com os valores das duas restantes parcelas,  $L_1$  e  $L_d$  - basta que se analise o seu significado físico para se tornar evidente a independência do seu valor face à frequência rotórica.

Sendo assim, o coeficiente de autoindução de fugas por fase do rotor pode ser decomposto numa parcela  $L_b$ , variável com a frequência da corrente rotórica, e numa outra  $L_{b,dc}$ , constante:

$$L_r = L_b + (L_a + L_1 + L_d) = L_b(f_r) + L_{b,dc} \quad (H) \quad (4.8)$$

Seguindo um raciocínio análogo ao utilizado para o valor da resistência por fase do rotor, podem introduzir-se as relações:

$$K_x(\theta_r, f_r) = \frac{L_b(\theta_r, f_r)}{L_{b,dc}} \quad (4.9 A)$$



$$h_x = \left( \frac{L_{b,ad}}{L_r} \right)_n \quad (4.9 A)$$

onde  $K_x(\theta_r, f_r)$  representa a variação relativa do coeficiente de autoindução de fugas de cada barra da gaiola, dependente da temperatura da barra condutora e  $h_x$  é um coeficiente representativo das parcelas de  $L_r$ , invariáveis com a frequência rotórica e independente dos valores da temperatura.

Assim, o efeito pelicular rotórico que, na parte respeitante à reactância parcial de fugas, foi formalmente representado (Capítulo 2) por (2.31), pode agora ser explicitado por:

$$x_{fr} = [h_x + (1-h_x) K_x(\theta_r, f_r)] \cdot x_{fr,n} \quad (4.10)$$

#### 4.4 Impedância da barra rotórica

Para o estabelecimento das funções  $K_r(\theta_r, f_r)$  e  $K_x(\theta_r, f_r)$ , torna-se necessário analisar o comportamento de cada barra constituinte da gaiola rotórica do motor.

Para o efeito, pode-se utilizar a variação da densidade de corrente ao longo da altura da barra, cuja equação é obtida pelo estudo do campo magnético de fugas associado a uma ranhura rotórica.

Como já se indicou, tal estudo, se assente em métodos analíticos, implica a consideração de uma série de hipóteses simplificativas; comecemos, então, por as enunciar.

##### 4.4.1 Hipóteses

Se às hipóteses simplificativas já introduzidas em 4.2.2 - cuja apresentação, por uma questão de sistematização, se repete na parte necessária ao estudo em apreço:

(a)-efeito das extremidades axiais do rotor desprezável na distribuição do campo de fugas de uma ranhura;

(b)-variação temporal de tipo sinusoidal (à frequência  $\omega = 2\pi f$ ), da corrente em cada barra da gaiola rotórica,

juntarmos as seguintes:

(c)-componente radial do fluxo de autoindução de fugas nula, no interior de cada ranhura do rotor;

(d)-total homogeneidade do material condutor utilizado na barra da gaiola;

(e)-correntes de Foucault, induzidas no ferro do rotor, nulas;

(f)-permeabilidade magnética do ferro do rotor muito maior do que a correspondente ao ar ou ao material condutor utilizado na constituição das barras da gaiola rotórica,

as grandezas (vectoriais) indução magnética ( $B$ ), intensidade de campo magnético ( $H$ ), densidade de corrente ( $J$ ), e campo eléctrico ( $E$ ) associadas a cada ranhura rotórica são apenas função da dimensão radial ( $x$ ) da mesma e função sinusoidal do tempo.

#### 4.4.2 Densidade de corrente numa barra

Nessas condições, é aceitável realizar o estudo do campo magnético de fugas da ranhura apenas a uma dimensão, pelo que o fluxo magnético de autoindução ( $d\Phi$ ), que atravessa a superfície elementar, por unidade de comprimento lateral (axial) da ranhura rotórica, pode ser expresso por (ver Fig. 4.1):

$$d\Phi(x,t) = \frac{\mu_0 dx}{\gamma_r(x)} \int_0^x J(x,t) \gamma_b(x) dx = B(x,t) dx \quad (4.11)$$

em que  $\mu_0$  ( $= 4\pi \times 10^{-7}$  H/m) é a permeabilidade magnética do vazio e em que a variação temporal da indução magnética é dada por:

$$\frac{\partial B(x,t)}{\partial t} = \mu_0 \frac{\partial H(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial E(x,t)}{\partial x} = \frac{1}{\sigma} \frac{\partial J(x,t)}{\partial x} \quad (4.12)$$

sendo  $\sigma$  a condutividade do material utilizado na barra condutora, à temperatura de funcionamento considerada.

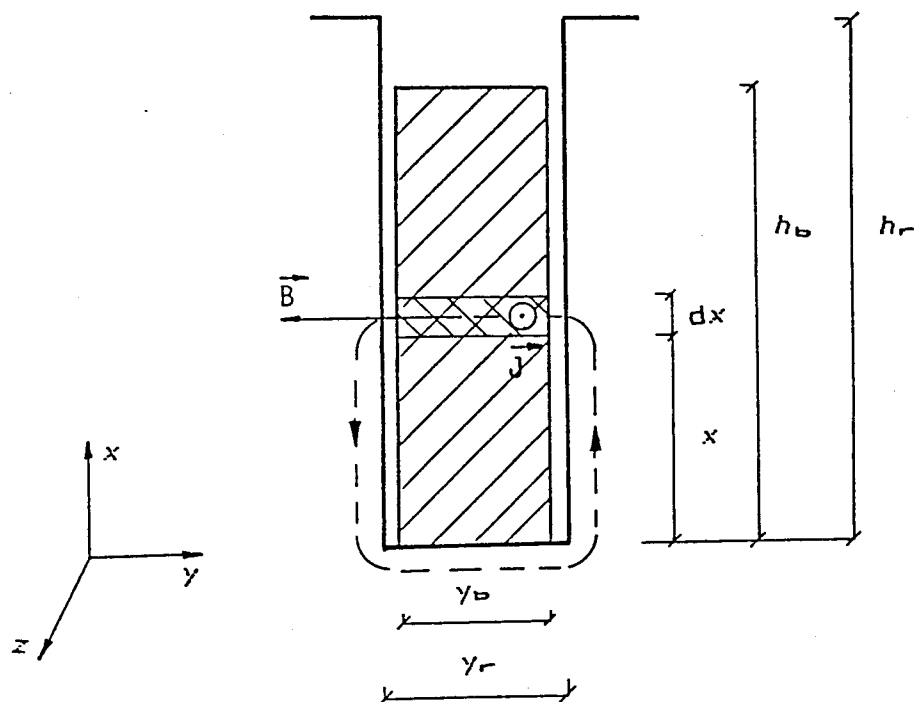


Fig. 4.1 Representação esquemática do campo magnético de fugas de uma ranhura rotórica

Derivando (4.11) em ordem a  $x$  e a  $t$ , obtém-se por utilização de (4.12):

$$\frac{\partial^2 J(x,t)}{\partial x^2} + \frac{(dy_r/dx)}{y_r} \frac{\partial J(x,t)}{\partial x} = \sigma \mu_0 \frac{y_b}{y_r} \frac{\partial J(x,t)}{\partial t} \quad (4.13)$$

Como:

$$J(x,t) = \text{Re} \{ \underline{J}(x) \} = \text{Re} \left\{ J(x) e^{j\omega_1 t} \right\} \quad (4.14)$$

a expressão (4.13) toma a forma:

$$\frac{d^2 \underline{J}(x)}{dx^2} + \frac{(dy_r/dx)}{y_r} - \frac{d\underline{J}(x)}{dx} - j \frac{y_b}{y_r} \alpha^2 \underline{J}(x) = 0 \quad (4.15)$$

com:

$$\alpha^2 = s\omega_1 \sigma \mu_0 \quad (\text{m}^{-2}) \quad (4.16)$$

A equação (4.15), nas condições simplificativas consideradas, rege a variação da densidade de corrente ao longo da altura da barra rotórica, estando a influência dos correspondentes valores da temperatura e da frequência, representada no parâmetro  $\alpha$ , definido por (4.16).

#### 4.4.3 Impedância de uma barra

A aplicação de (4.12) ao topo superior - mais próximo do entreferro - da barra ( $x = h_b$ ) permite, por outro lado, escrever [LIW-1]:

$$\left[ \begin{aligned} \underline{U}_b &= I_b \underline{E}(x = h_b) = \frac{1}{\sigma} I_b \underline{J}(x = h_b) \quad (V) \\ j s \omega_1 I_b &= \left[ y_r(x) \frac{\partial \underline{H}(x)}{\partial t} \right]_{x = h_b} = \left[ \frac{y_r(x)}{\sigma \mu_0} \frac{d \underline{J}(x)}{dx} \right]_{x = h_b} \end{aligned} \right. \quad (4.17)$$

pelo que a impedância de qualquer barra da gaiola pode ser representada por:

$$(R_b + j s \omega_1 L_b) = \frac{j}{\sigma} I_b \alpha^2 \left[ \frac{1}{y_r(x)} - \frac{\underline{J}(x)}{\frac{d \underline{J}(x)}{dx}} \right]_{x = h_b} \quad (\Omega) \quad (4.18)$$

A resolução de (4.18), para vários valores da frequência e da temperatura rotóricas, permite obter a lei (simplificada) de variação dos parâmetros representativos de uma barra rotórica do motor.

No entanto, porque as expressões desenvolvidas subentendem algumas simplificações que podem ser consideradas polémicas, antes de passarmos a expor o modo de resolução adoptado, faremos a análise crítica de tais hipóteses simplificativas.

#### 4.4.4 Análise crítica das hipóteses consideradas

De entre as simplificações indicadas em 4.4.1 avulta, sem dúvida, a relativa ao estado magnético do ferro do rotor e referenciada por (f), já que, além de ser determinante noutras hipóteses também consideradas, está em conflito, pelo menos à primeira vista, com aspectos referidos anteriormente (nomeadamente, no Capítulo 2, aquando da simplificação do modelo completo do motor de indução).

Efectivamente, pretendendo-se aplicar os resultados ao funcionamento do motor em regime transitório (supondo-se sempre que o mesmo se encontra alimentado com tensão sinusoidal de valor eficaz próximo do nominal), é previsível que as correntes rotóricas atinjam valores elevados, pelo que também é de esperar a saturação da zona dos dentes rotóricos; além disso, tal nível de saturação magnética, ao longo da dimensão radial de cada dente, não deve ser uniforme, em consequência da variação da forma geométrica do mesmo.

Tais factos originam que, nas zonas dos dentes rotóricos onde se verifiquem estrangulamentos (isto é, onde ocorrem variações bruscas da dimensão transversal da ranhura), são de prever níveis mais elevados de saturação magnética do ferro, o que leva à existência de componente radial de fluxo no interior da ranhura.

Por outro lado, dada a utilização vulgar de ranhuras rotóricas fechadas em motores deste tipo (nomeadamente naqueles em que a gaiola rotórica é obtida por injeção de alumínio fundido), é também de prever um nível de saturação bastante elevado na zona de ferro que "cobre" esse tipo de ranhuras - tal facto, ao contrário do anteriormente referido, não constitui grave problema, já que permite considerar tal zona, em ferro, como se fosse uma zona de ar.

Finalmente, prevendo-se a saturação do ferro do rotor em parte do trajecto percorrido pelo fluxo magnético de fugas associado a uma ranhura, é também de esperar o aparecimento de harmónicos na corrente que percorre as respectivas barras condutoras.

Todos estes factos, confirmados pelos resultados que, para o efeito, são normalmente obtidos por métodos numéricos de análise do campo magnético neste tipo de máquina



eléctrica, originam reservas à precisão dos resultados assim conseguidos e aconselham a tomada de algumas medidas correctivas no processo de resolução das equações anteriormente deduzidas, como adiante se verá.

De qualquer modo e como anteriormente já se referiu, mais do que os valores absolutos da resistência por barra da gaiola e do coeficiente de autoindução de fugas da correspondente ranhura, interessam os seus valores relativos, com base nos verificados em corrente contínua; sendo estes afectados de uma margem de erro semelhante, é de esperar que o erro relativo final seja reduzido.

Além disso, tem este método a grande vantagem de reduzir os dados necessários à inclusão do efeito pelicular no modelo do motor, pelo que, embora conscientes das simplificações introduzidas, se prosseguiu o estudo por esta via.

O confronto dos resultados obtidos por esta via, com os que se poderiam obter sem a inclusão do efeito pelicular rotórico e com os que a experimentação laboratorial fornece (confronto esse que apresentaremos no Capítulo 6 desta dissertação) permitirá avaliar o interesse do método adoptado.

#### 4.5 Cálculo das funções $K_r(\theta_r, f_r)$ e $K_{-r}(\theta_r, f_r)$

Estabelecidas as equações que regem as variações da densidade de corrente e da impedância de uma barra rotórica, torna-se necessário encontrar a correspondente solução.

Para o efeito, começemos por analisar a influência exercida pela forma da ranhura nessa mesma solução.

##### 4.5.1 Influência da forma da ranhura

Para os motores tipo "standard", são actualmente utilizadas barras rotóricas em alumínio, com secção transversal complexa, obtida geralmente por justaposição de rectângulos, trapézios e arcos de circunferência; muito menos vulgar, neste tipo de motores, é a utilização de barras com forma rectangular simples.

Além disso, a forma da correspondente ranhura rotórica acompanha a da barra que nela está inserida, sendo praticamente iguais as dimensões de ambas. isto é, não existe qualquer tipo de camada isoladora entre a barra condutora e as chapas magnéticas do rotor.

Sendo assim, a forma da ranhura rotórica do motor em estudo influencia a procura da solução para a equação (4.15) - e, conseqüentemente, para a (4.18). De facto, para além da simplificação dessas equações, decorrente do facto de se poder considerar que, para qualquer valor de  $x$  e independentemente da forma da barra, se poderá tomar:

$$y_r(x) = y_b(x) = y(x) \quad (m) \quad (4.19)$$

e, também, fazer uma análise por unidade de comprimento da barra (recorde-se que o objectivo principal é o de obter as variações relativas de  $R_b$  e de  $L_b$ ), poderá sempre subdividir-se cada barra em tantas porções quantas as necessárias para garantir a invariância da forma de cada porção assim obtida, sendo então procurada a solução particular de (4.15) para a porção de barra considerada.

Um procedimento deste tipo, se por um lado facilita a procura da solução global, por outro lado impõe a necessária consideração de condições de fronteira, na zona de transição entre duas porções contíguas da barra.

Concretizando:

#### 4.5.1.1 Ranhura de perfil rectangular

No caso de ranhuras (ou porção de ranhura) rectangular, a dimensão transversal da mesma é constante ao longo de toda a sua altura, pelo que a equação reguladora do valor da densidade de corrente fica resumida a:

$$\frac{d^2 \underline{J}(x)}{dx^2} - j \alpha^2 \underline{J}(x) = 0 \quad (4.20 A)$$

cuja solução, como se sabe, é igual a:

$$\underline{J}(x) = j^{1/2} \alpha [\underline{A} \operatorname{ch}(j^{1/2} \alpha x) + \underline{B} \operatorname{sh}(j^{1/2} \alpha x)] \quad (4.21 A)$$

em que  $\underline{A}$  e  $\underline{B}$  são constantes de integração, definidas pelas

condições de fronteira respectivas.

#### 4.5.1.2 Ranhura de perfil trapezoidal

No caso de ranhuras (ou porção de ranhura) com secção trapezoidal, atendendo à simetria da mesma, é sempre possível exprimir a sua dimensão transversal  $y$  como função linear de  $x$ , pelo que, introduzindo a mudança de variável:

$$\underline{z} = \pm j^{3/2} \alpha \left( x + \frac{a}{b} \right) \quad (4.22)$$

em que  $a$  e  $b$  são os coeficientes da relação (linear) existente entre  $y$  e  $x$ , e escolhendo convenientemente a orientação do eixo de  $x$  por forma a que, na secção considerada, se verifique sempre:

$$\pm \alpha \left( x + \frac{a}{b} \right) = X \geq 0$$

a equação (4.15) toma a forma:

$$\frac{d^2 \underline{J}(\underline{z})}{d\underline{z}^2} + \frac{1}{\underline{z}} \cdot \frac{d\underline{J}(\underline{z})}{d\underline{z}} + \underline{J}(\underline{z}) = 0 \quad (4.20 B)$$

e tem solução analítica conhecida, dada por:

$$\underline{J}(x) = \underline{A} \underline{J}_0\{j^{3/2} X\} + \underline{B} \underline{K}_0\{j^{1/2} X\} \quad (4.21 B)$$

em que  $\underline{J}_0\{j^{3/2} X\}$  e  $\underline{K}_0\{j^{1/2} X\}$  são funções de Bessel de 1ª e 2ª espécie, de ordem zero, sendo  $\underline{A}$  e  $\underline{B}$  as constantes de integração, novamente definidas pelas condições de fronteira.

#### 4.5.1.3 Ranhura de perfil circular

No caso de ranhuras (ou porção de ranhura) com forma circular ou, mais geralmente, com uma forma tal que a relação entre  $y$  e  $x$  seja quadrática, a mudança de variável do tipo indicado em (4.22) não tem utilidade, já que para conduzir à forma canónica da equação de Bessel, impõe uma variação linear com  $x$  da razão  $[y(x)/(dy(x)/d(x))]$ .

Assim, para este tipo de casos optou-se por aproximar a



forma real do perímetro da secção transversal da ranhura através dum polígono, polígono este posteriormente subdividido em trapézios (voltar-se-á ao assunto ao exemplificar a aplicação deste método de cálculo).

#### 4.5.2 Condições de fronteira

Numa barra com forma complexa, cuja secção transversal foi, previamente e por uma questão de cálculo, subdividida em porções, surgem normalmente planos de transição que se podem classificar em dois grupos: no primeiro, o plano de transição é caracterizado por haver uma mudança de inclinação das paredes laterais da ranhura, com manutenção da sua dimensão transversal (segundo o eixo de  $y$ ); no segundo grupo, além de se verificar a primeira daquelas características, há simultaneamente uma brusca variação da dimensão transversal da ranhura.

Para permitir "ligar" as soluções encontradas para a função densidade de corrente em duas porções contíguas da ranhura, o que na prática se traduz pelo cálculo das correspondentes constantes de integração  $A$  e  $B$ , têm de se impor condições de continuidade, quer ao valor da densidade de corrente, quer ao valor da f.e.m. induzida pelo fluxo magnético de fugas que atravessa a ranhura no plano de transição considerado.

Tais condições, válidas para os dois grupos de transição possíveis, podem exprimir-se por:

$$\left[ \begin{array}{l} \underline{J}(x^-) = \underline{J}(x^+) \\ \left[ \frac{d \underline{J}(x)}{dx} \right]_{x=x^-} = \frac{y(x^+)}{y(x^-)} \cdot \left[ \frac{d \underline{J}(x)}{dx} \right]_{x=x^+} \end{array} \right] \quad (4.23)$$

Se às condições, indicadas em (4.23), adicionarmos a condição de fronteira, naturalmente existente na base da ranhura, ou seja:

$$\left[ \frac{d \underline{J}(x)}{dx} \right]_{x=0} = 0 \quad (4.24)$$

fica completo o conjunto de condições necessárias ao cálculo da variação da densidade de corrente ao longo da altura da

barra, seja qual for a sua forma, dentro das condições consideradas.

#### 4.5.3 Resumo

O cálculo das funções  $K_r(\theta_r, f_r)$  e  $K_x(\theta_r, f_r)$ , determinantes da forma de variação dos parâmetros rotóricos do motor com o correspondente efeito pelicular, ficou estabelecido nos pontos anteriores e, resumidamente, pode ser condensado no seguinte conjunto de procedimentos:

- (a)-conhecida a geometria da ranhura rotórica, a natureza do material da barra condutora nela alojada, os limites de variação da frequência rotórica e fixada uma dada temperatura, procede-se à (eventual) subdivisão da secção recta da ranhura, em conformidade com o estabelecido no ponto 4.5.1;
- (b)-para cada porção de ranhura assim obtida e para cada valor da frequência rotórica, determina-se a correspondente função  $J(x)$ , utilizando as expressões (4.21);
- (c)-recorrendo à função anteriormente indicada e válida para a porção inferior da ranhura, atendendo às condições de fronteira, apresentadas no ponto 4.5.2, calculam-se sucessivamente as constantes de integração necessárias, até à determinação do valor de  $J(x)$  e da sua derivada no topo superior da barra da gaiola;
- (d)-calculam-se  $R_b$  e  $L_b$  através da expressão (4.18);
- (e)-repetem-se os três últimos passos, anteriormente indicados, para um valor suficientemente baixo da frequência rotórica (por exemplo, 1% da frequência nominal do motor), tendo em vista a obtenção dos valores de  $R_{b,ac}$  e  $L_{b,ac}$ ;
- (f)-com os resultados assim obtidos, calculam-se os correspondentes valores das funções  $K_r(\theta_r, f_r)$  e  $K_x(\theta_r, f_r)$ , para o que se utilizam as expressões definidoras (4.3) e (4.9).

No ANEXO 3 encontram-se exemplos de aplicação do presente método.

#### 4.6 Aplicação do método de cálculo desenvolvido

Tendo em vista a obtenção de resultados que permitam tirar conclusões (em termos médios) sobre a influência do efeito pelicular rotórico em motores de indução trifásicos de rotor em gaiola de esquilo, o método de cálculo desenvolvido (e apresentado nos pontos anteriores) foi aplicado a um número significativo deste tipo de motores.

##### 4.6.1 Motores utilizados

Para o efeito, recorreu-se a dados de fabrico (forma geométrica e dimensões da ranhura rotórica; material condutor utilizado no fabrico da correspondente barra) e de projecto (traduzidos pelos valores dos respectivos coeficientes  $h_r$  e  $h_m$ ) de todos os motores indicados no Quadro 3.2.

Além disso, recorreu-se a todos os dados anteriormente indicados -incluindo os constantes nos respectivos catálogos comerciais - relativos aos motores indicados no Quadro 4.1 (em que se manteve a forma de distinção dos vários tipos de projectos em que os motores apresentados se basearam).

Independentemente das características particulares de cada motor, indicadas no Quadro 4.1, todos eles possuem as características gerais referidas para os exemplares constantes do Quadro 3.2, ou seja: motores trifásicos de baixa tensão (380 V, 50 Hz), tipo NY, com classe de isolamento B e blindados.

##### 4.6.2 Dados construtivos do rotor dos motores utilizados

Como mostrámos nos pontos anteriores, a previsão do efeito pelicular rotórico pode basear-se em elementos construtivos do motor, reduzidos a um conjunto formado por: material utilizado no fabrico da gaiola rotórica; valores dos coeficientes  $h_r$  e  $h_m$ ; forma geométrica da ranhura rotórica.

QUADRO 4.1

| motor<br>nº | P <sub>n</sub><br>(kW) | 2p | N <sub>n</sub><br>(rev/min) | I <sub>n</sub><br>(A) | cos $\varnothing$ | K <sub>c</sub> |
|-------------|------------------------|----|-----------------------------|-----------------------|-------------------|----------------|
| 3.a'        | 5,5                    | 2  | 2850                        | 12                    | 0,88              | -              |
| 5.a'        | 7,5                    |    | 2885                        | 15                    | 0,91              | 2,5            |
| 8.a'        | 18,5                   |    | 2900                        | 35                    | 0,91              | -              |
| 10.a'       | 22                     |    | 2895                        | 41                    | 0,94              | -              |
| 12.a'       | 37                     |    | 2950                        | 72                    | 0,87              | -              |
| 53.a        | 132                    |    | 2965                        | 232                   | 0,91              | 3,5            |
| 35.a'       | 15                     | 4  | 1450                        | 32                    | 0,83              | -              |
| 38.a'       | 22                     |    | 1465                        | 43                    | 0,83              | -              |
| 40.a'       | 30                     |    | 1475                        | 59                    | 0,84              | -              |
| 45.b        | 55                     |    | 1480                        | 107                   | 0,86              | -              |
| 46.b        | 75                     |    | 1480                        | 146                   | 0,84              | -              |
| 47.b        | 110                    |    | 1480                        | 203                   | 0,87              | -              |
| 20.a'       | 11                     | 6  | 970                         | 25                    | 0,79              | -              |
| 22.a'       | 15                     |    | 975                         | 32                    | 0,80              | -              |
| 24.a'       | 18,5                   |    | 965                         | 38                    | 0,82              | -              |
| 27.b        | 75                     |    | 990                         | 149                   | 0,82              | -              |
| 54.b        | 90                     |    | 990                         | 181                   | 0,81              | -              |

Para uma melhor caracterização dos motores utilizados neste estudo, indicam-se seguidamente os dados correspondentes.

#### 4.6.2.1 Material constituinte da gaiola rotórica

Excepto no caso de motores referenciados por ".b" nos Quadros 3.2 e 4.1, todos os motores estudados possuem uma gaiola rotórica obtida por injeção de alumínio fundido; os anéis de curto-circuito desses motores são, também, do mesmo material.

Quanto aos motores referenciados com ".b", possuem gaiola rotórica em cobre, sendo os seus anéis de curto-circuito executados com o mesmo material.

De acordo com as hipóteses consideradas no desenvolvimento do método de cálculo do efeito pelicular rotórico e tendo em atenção a classe de isolamento de todos os motores estudados, a temperatura dos condutores da gaiola rotórica, em regime nominal, foi tomada igual a 115 °C. Como a influência do tipo de material utilizado no fabrico da gaiola rotórica se traduz pela respectiva condutividade  $\sigma$ , adoptámos à temperatura de 115 °C:

alumínio -  $\sigma_{Al} = 26,0 \text{ Sm/mm}^2$   
 cobre -  $\sigma_{Cu} = 42,2 \text{ Sm/mm}^2$

Consequentemente, os valores da temperatura utilizados na correcção da resistência por fase rotórica, foram, respectivamente, 230 e 235 °C [MAR-1].

A propósito destes valores, é de realçar que os mesmos variam de Norma para Norma, como resultado diferentes constantes de temperatura atribuídas ao material condutor utilizado; além disso, os valores indicados pelas várias Normas não são muitas vezes aceites pelos fabricantes de motores de indução, em consequência da respectiva experiência industrial. Os valores que adoptámos foram obtidos com base em valores da constante de temperatura  $c$ , fornecidos pela EFACEC ao Autor, e são os seguintes:

alumínio -  $c_{Al} = 112 \text{ } \Omega\text{m}/^{\circ}\text{C}$   
 cobre -  $c_{Cu} = 68 \text{ } \Omega\text{m}/^{\circ}\text{C}$

#### 4.6.2.2 Coeficientes $h_r$ e $h_x$

Como dissemos no ponto 4.3, os coeficientes  $h_r$  e  $h_x$  representam, respectivamente, as parcelas da resistência e do coeficiente de autoindução de fugas por fase da gaiola rotórica que não são praticamente afectadas pelo efeito pelicular rotórico; a importância de tais coeficientes reside fundamentalmente no facto do seu conhecimento permitir o relacionamento simples entre o efeito pelicular numa barra da gaiola e o mesmo efeito em cada fase do enrolamento rotórico, sem necessidade de recurso a um conjunto detalhado de pormenores construtivos do rotor em causa.

Para todos os motores estudados, a análise dos seus dados de fabrico permitiu concluir que:

- (a)-o facto de o motor possuir gaiola em cobre ou em alumínio é originador de diferenças significativas na lei de variação dos referidos coeficientes: motores com os mesmos valores de potência nominal e de número de polos, apresentam valores mais elevados de  $h_r$  e de  $h_x$ , quando a gaiola é de cobre. Tais factos eram previsíveis, dadas as diferenças existentes no tipo de ranhura rotórica utilizada nos dois casos (o que directamente influencia o valor relativo da reactância de fugas diferencial) e atendendo ao facto de, ao contrário do verificado nas gaiolas de alumínio, as barras de cobre normalmente possuírem parte da sua extensão fora do circuito magnético do rotor (o que directamente influencia a parcela constante da resistência por fase rotórica);
- (b)-as leis de variação dos coeficientes  $h_r$  e  $h_x$ , com o valor da potência nominal do motor, são distintas, consoante o coeficiente considerado: enquanto  $h_r$  é crescente com aquele valor, sendo notória a influência do número de polos do motor (maiores valores em motores de maior velocidade de sincronismo),  $h_x$  varia de forma inversa com  $P_n$  e, embora de forma muito menos acentuada, mantém-se a influência de  $p$ . Tais conclusões também estão de acordo com o esperado: à medida que cresce a potência nominal do motor, para o mesmo número de polos, também cresce o número de ranhuras por polo e, conseqüentemente, sobe o valor relativo de  $R_a$  (resistência equivalente aos anéis de curto-circuito) e decresce o valor relativo de  $L_{aa}$  (fundamentalmente à custa do decréscimo da sua componente diferencial); em igualdade de potências nominais, o crescimento do número de polos quase não afecta o valor das parcelas do coeficiente de autoindução de fugas (há uma prática manutenção do número de ranhuras por polo), mas provoca uma variação inversa no valor relativo da resistência dos anéis de curto-circuito) [ALG-2, MAR-1 e SAY-1].

Nas Figs. 4.2 e 3 representam-se, respectivamente, os valores encontrados para os dois coeficientes, em função do número de polos de cada motor.

Apesar de as conclusões anteriores, relativas aos valores encontrados para  $h_r$  e  $h_x$ , estarem de acordo com as previsões que, sobre os mesmos, se poderiam avançar, no

prosseguimento do cálculo do efeito pelicular rotórico foi considerado o valor específico de cada um daqueles coeficientes.

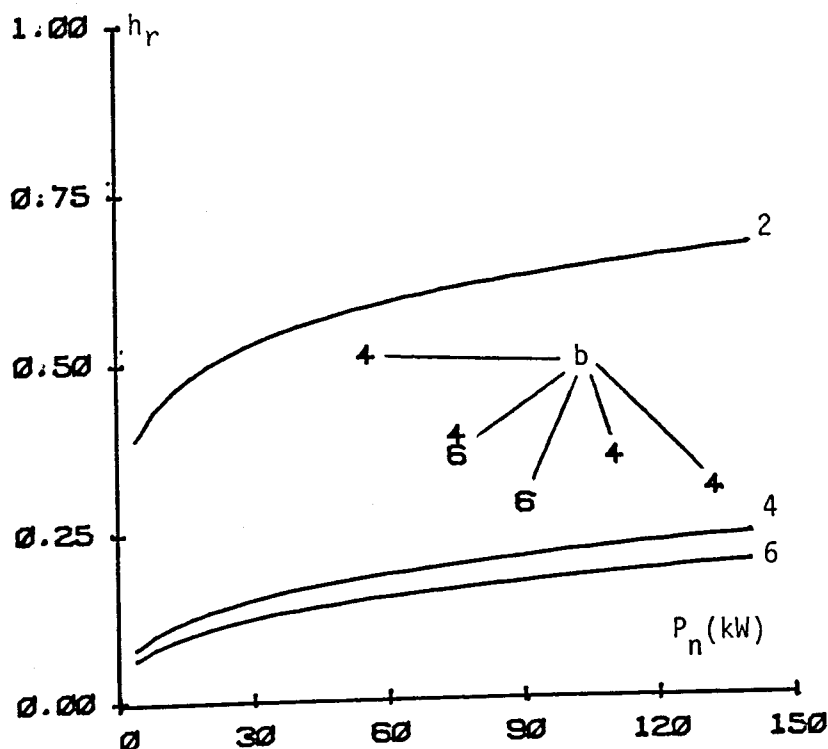


Fig. 4.2 Coeficiente  $h_r$  ( $P_n$ )

2 - 2 polos

4 - 4 polos (b - gaiola em cobre)

6 - 6 polos

Um outro aspecto importante que a presente análise mostrou foi o de, pelo menos para este tipo de motores, ser incorrecto considerar como constantes (e iguais entre si) os valores dos coeficientes  $h_r$  e  $h_w$ . Tal consideração é aceite por outros Autores [KOW-1, por exemplo], que a aplicam (concretamente, usando  $h_r = h_w = 0,30$ ) a motores de grande potência, motivo pelo qual é lícito duvidar da generalidade de aplicação das conclusões que tais trabalhos produziram.

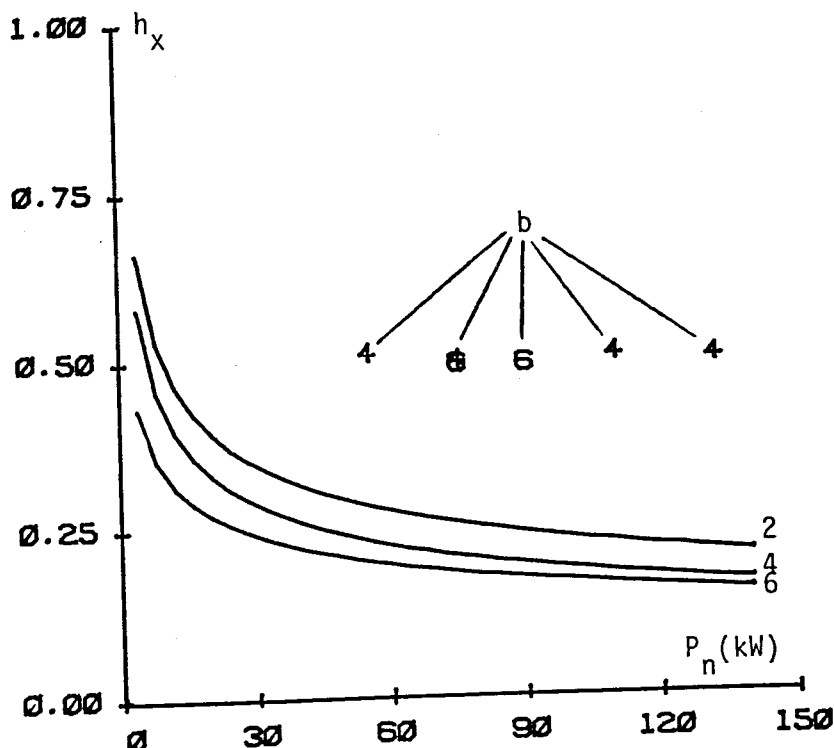


Fig. 4.3 Coeficiente  $h_x$  ( $P_n$ )

2 - 2 polos

4 - 4 polos (b - gaiola em cobre)

6 - 6 polos

#### 4.6.2.3 Forma geométrica da ranhura rotórica

O tipo de geometria da ranhura rotórica dos motores estudados varia de exemplar para exemplar. No entanto, todos os casos se podem enquadrar em 3 grandes conjuntos:

-ranhura tipo (1): ranhura fechada, constituída por um só corpo - é o tipo de ranhura vulgarmente utilizada em motores de mais baixa potência nominal, com gaiola em alumínio;

-ranhura tipo (2): ranhura fechada, constituída por dois corpos, ligados entre si por um estrangulamento, também ocupado por material condutor: é o tipo de ranhura utilizada em gaiolas de alumínio para motores com potência nominal igual ou superior a 10 kW;



-ranhura tipo (3): ranhura semi-fechada, constituída por um só corpo de forma rectangular - é um tipo de ranhura em vias de extinção para motores normais de potência não superior a 100 kW, mas que vulgarmente se empregou no passado, para o fabrico de gaiolas em cobre de motores de potência superior a algumas dezenas de kW.

A Fig. 4.4 representa barras condutoras usadas em cada um destes tipos de ranhura.

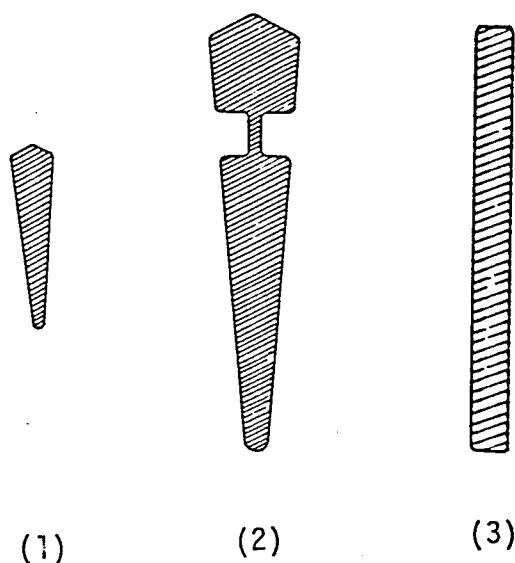


Fig. 4.4 Formas vulgares de barras para gaiolas rotóricas

No ANEXO 3 apresentam-se exemplos concretos de ranhuras dos três tipos indicados.

#### 4.6.3 Resultados obtidos

Os resultados obtidos por aplicação do método exposto podem traduzir-se por curvas que representam as relações (4.5) e (4.10), onde  $f_r$  é a variável, e o parâmetro  $\theta_r$  é a

temperatura do rotor.

Para cada motor estudado, seria necessário representar duas famílias de curvas, correspondentes aos diferentes valores de temperatura considerados; face ao número, já de si relativamente elevado (50), de motores estudados, pareceu-nos inconveniente tal tipo de apresentação de resultados.

Por outro lado, mais do que os resultados obtidos para cada um dos motores estudados, interessa tirar conclusões genéricas, tendo em vista a aplicação futura das mesmas, na estimação do efeito pelicular rotórico em motores de tipo semelhante, quando não se dispuser de dados concretos quanto ao seu projecto.

Por esses motivos, apenas se fará a análise da globalidade dos resultados obtidos, cujo cálculo detalhado, no caso de três motores diferentes, se expõe no ANEXO 3.

#### 4.6.3.1 Efeito pelicular rotórico a 50 Hz

Este conjunto de resultados tem grande importância, uma vez que, além de dar indicações sobre a maior ou menor influência do efeito pelicular rotórico, é fundamental no cálculo das características de arranque dos motores ditos "standard".

Assim, considerando o valor de 115 °C para a temperatura rotórica, a variação, face ao correspondente valor nominal, dos parâmetros rotóricos dos motores estudados, supostos alimentados à frequência nominal e com o rotor travado, é a representada na Fig. 4.5.

Por análise da figura, podem tirar-se as seguintes ilacções:

- (a)-só para pequenos valores da potência nominal é lícito desprezar a influência do efeito pelicular;
- (b)-o conceito de "pequeno valor de potência nominal" deve ser encarado de forma relativa, já que depende do número de polos do motor;

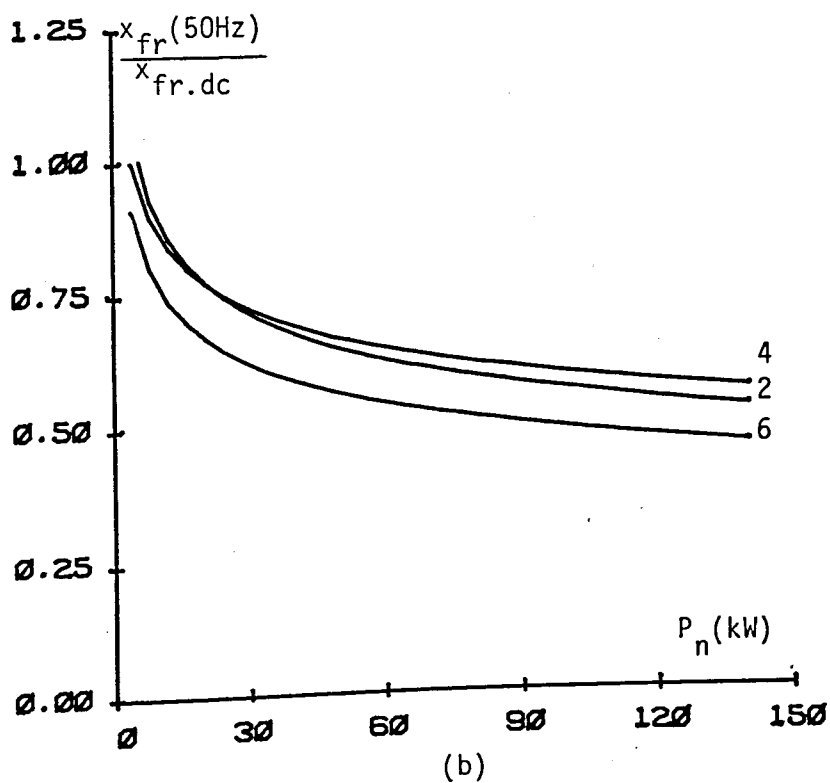
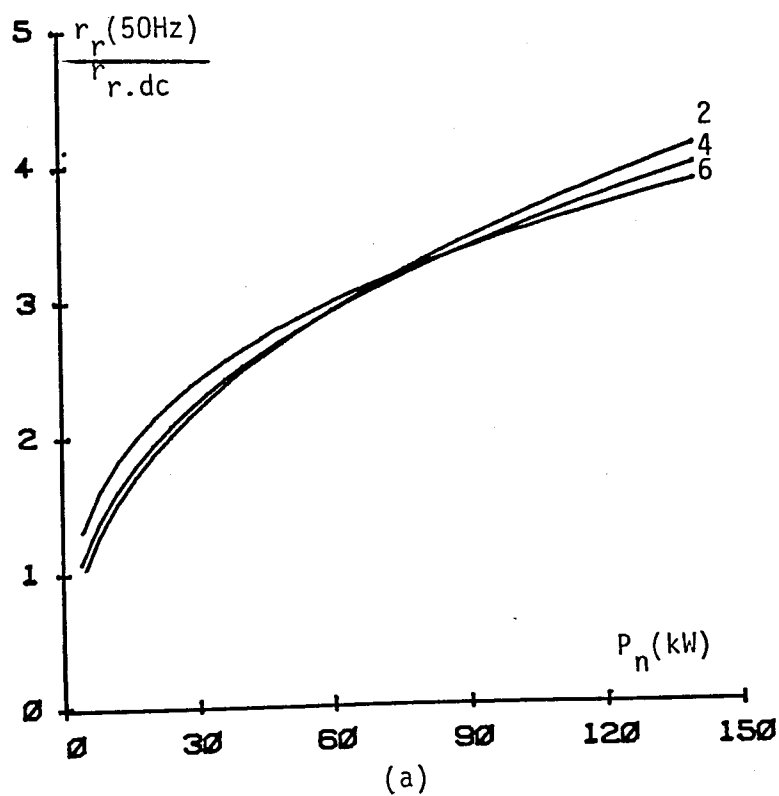


Fig. 4.5 Efeito pelicular rotórico, a 50 Hz, 115 °C

(c)-para qualquer número de polos, o efeito pelicular rotórico vai-se tornando mais pronunciado, à medida que aumenta a potência nominal do motor;

(d)-para o mesmo valor de potência nominal do motor, quanto menor for a sua velocidade de sincronismo, mais pronunciado é o efeito pelicular rotórico, sendo tal fenómeno mais evidente para menores valores da potência nominal e na transição de 4 para 6 polos.

Tal conjunto de conclusões leva, por si só, à necessidade de consideração de dois aspectos importantes, na caracterização (média) do efeito pelicular rotórico:

\*por um lado, a estimativa desse efeito terá de ter em conta o valor da potência nominal do motor em causa;

\*por outro lado, a simples classificação do motor, segundo o valor da sua potência nominal, não é suficiente, sendo mais correcto considerar uma classificação que também englobe o seu número de polos.

Tendo presentes tais indicações e atendendo a que, além disso, a grandeza caracterizadora do motor, em termos do efeito pelicular rotórico esperado, deverá ter um carácter prático, isto é, deverá ser uma grandeza normalmente constante das especificações comerciais do motor, foi escolhida, para o efeito, a altura do seu eixo de rotação - dimensão da máquina considerada como "fundamental" na Recomendação CEI 72, onde é designada pela letra H. Tal critério de escolha baseou-se no facto de as outras dimensões construtivas do motor de indução trifásico se encontrarem referidas àquela grandeza e, por isso, estarem directamente relacionadas com os valores da potência nominal e do número de polos da máquina, independentemente da sua origem de fabrico.

Os resultados anteriormente indicados são apenas válidos se se considerar uma temperatura rotórica de 115 °C, valor este que definimos como a temperatura nominal da gaiola rotórica do motor de tipo blindado, com classe de isolamento B. Uma vez que a temperatura dos condutores tem influência no efeito pelicular rotórico (traduzida, como

vimos, pelo valor da condutividade do material utilizado), será também importante analisá-la.

Para o efeito pode tomar-se, como exemplo, o efeito pelicular rotórico verificado a 20 °C; de facto, poderá ser este o valor médio da temperatura a considerar num arranque "a frio" do motor.

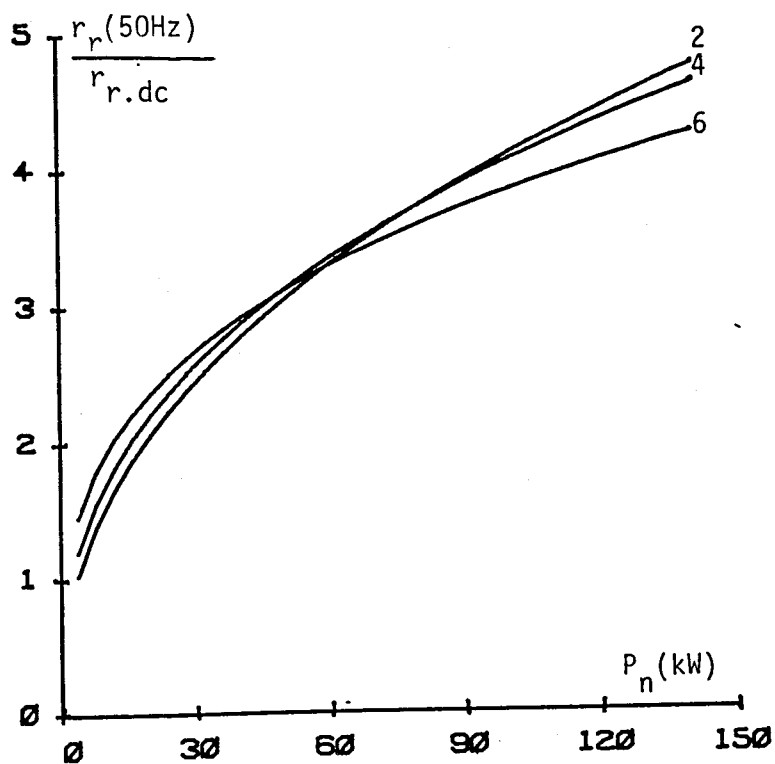
Para não se escamotear a influência da temperatura no efeito pelicular rotórico propriamente dito, a análise da mesma será feita por comparação dos valores dos parâmetros rotóricos do motor, válidos a 20 °C e a 50 Hz, com os seus correspondentes valores em corrente contínua, igualmente a 20 °C.

Nessas condições, os resultados obtidos para os motores estudados foram os indicados na Fig. 4.6.

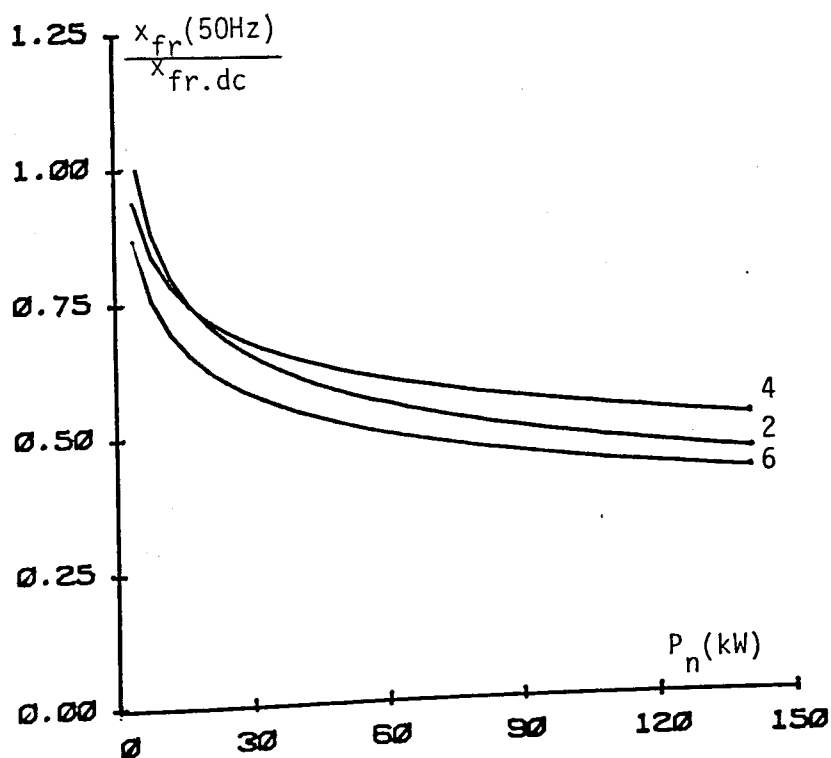
Comparando-a com a Fig. 4.5, fácil é ver que:

- (a)-todas as tendências, anteriormente referidas para a temperatura rotórica de 115 °C, se tornam agora mais nítidas, em consequência directa do aumento do efeito pelicular com menor temperatura;
- (b)-a temperatura rotórica afecta não só o efeito pelicular relativo à resistência, mas também o respeitante ao coeficiente de autoindução de fugas - note-se que, para além disso e devido à presença da função  $g(\theta_r - \theta_{r,n})$  na expressão (4.5), existe uma certa compensação, em termos do valor final da resistência por fase do rotor, entre o aumento do efeito pelicular rotórico e o decréscimo da temperatura, compensação essa que não se verifica no valor final da reactância parcial de fugas.

O facto verificado - dependência do efeito pelicular rotórico do valor da temperatura dos correspondentes condutores - será também objecto de tratamento na estimação final deste efeito.



(a)



(b)

Fig. 4.6 Efeito pelicular rotórico a 50 Hz, 20 °C

#### 4.6.3.2 Efeito pelicular rotórico para baixos deslizamentos

Um outro conjunto de resultados que importa ser analisado é o respeitante ao efeito pelicular rotórico na zona de funcionamento do motor para o qual se verifica a produção de binário máximo.

De facto, esses resultados têm interesse na medida em que o efeito pelicular rotórico foi desprezado, aquando da estimação dos valores nominais dos parâmetros do motor (Capítulo 3), estimação essa que incluiu aquele ponto de funcionamento; além disso, o conhecimento do efeito pelicular rotórico nessa zona de funcionamento - que na prática se traduz por um valor do deslizamento rotórico de cerca de cinco vezes o seu valor nominal - permite avaliar um limite superior para a frequência de alimentação do motor, estando este com o rotor travado, quando se recorre a tal tipo de ensaio para a determinação dos valores dos seus parâmetros rotóricos, válidos em regime nominal.

QUADRO 4.2

| 2p                | 2    | 4    | 6    |
|-------------------|------|------|------|
| $r_r/r_{r-n}$     | 1,03 | 1,06 | 1,06 |
| $x_{fr}/x_{fr-n}$ | 0,99 | 0,99 | 0,98 |

Os resultados assim obtidos, para o conjunto de motores estudado, encontram-se condensados no Quadro 4.2; todos esses resultados foram obtidos para uma temperatura rotórica de 115 °C, com o valor do deslizamento rotórico correspondente à produção de binário máximo, sendo tal valor determinado sem entrar em linha de conta com o respectivo efeito pelicular. Para os motores de maior potência nominal, o valor do referido deslizamento foi de cerca de 0,05 p.u., valor esse que, no caso dos motores de menor potência nominal, subiu para cerca de 0,30 p.u..

O desvio médio apresentado pelos resultados obtidos, face aos resultados indicados no quadro anterior, foi de 3 % para o valor da resistência e de 1 % para o valor da reactância parcial de fugas.

Como se pode verificar, a aproximação feita aquando da estimação dos valores nominais dos parâmetros do motor é satisfatória, sendo mais uma vez evidente a influência do número de polos do motor no correspondente efeito pelicular rotórico.

Por outro lado, os resultados evidenciam o facto de os ensaios com rotor travado e com "baixa" frequência de alimentação - por exemplo, exigidos pelas Normas norte americanas e japonesas - deverem originar melhores resultados para motores de baixa potência, já que fixam o valor da frequência em 12,5 Hz, valor este que, face aos resultados do estudo feito, nos parecem bastante exagerados, pelo menos em motores cujo deslizamento nominal é, apenas, de cerca de 0,01 p.u..

#### 4.7 Estruturação dos resultados

De acordo com as indicações fornecidas pelo estudo do efeito pelicular rotórico nos motores anteriormente referidos e tendo em conta que o mesmo se destina à estimação desse efeito a partir do simples conhecimento dos dados comerciais dos motores que temos vindo a designar por "standard", estimação essa que deverá permitir não só a modelização de um motor isolado, mas também a de um conjunto de motores, foram estruturados os resultados obtidos, por forma a garantir, fundamentalmente, que:

(a)-por recurso a dados usualmente disponíveis, o efeito pelicular rotórico do motor possa ser estimado com uma relativamente elevada margem de credibilidade;

(b)-estimado o efeito pelicular rotórico num motor (ou num conjunto de motores), esse mesmo efeito possa ser quantitativamente incluído no modelo desenvolvido, sem que tal implique, por si só, um acréscimo significativo da capacidade de memória e/ou do tempo de cálculo necessário(s) à sua resolução.



Tais objectivos foram atingidos através da conveniente classificação dos motores quanto ao efeito pelicular rotórico neles esperado, da adequada representação das leis de variação dos respectivos parâmetros rotóricos e da consideração simplificada da influência que, sobre tal variação, exerce o valor da temperatura.

#### 4.7.1 Classificação dos motores

Já vimos que qualquer previsão sobre o efeito pelicular rotórico tem de ter em conta, simultaneamente, os valores da potência nominal e do número de polos do motor; vimos também que tal se pode conseguir através da classificação do motor segundo a altura  $H$  do seu eixo de rotação. Basta, pois, estabelecer a metodologia adequada para o agrupamento de motores com características semelhantes, no respeitante a este efeito.

O método adoptado foi o seguinte: conhecido o efeito pelicular rotórico dos motores estudados, a 50 Hz, 20 °C - isto é, conhecido o factor multiplicativo que, a partir dos seus valores em corrente contínua (supostos corrigidos para a mesma temperatura), permite obter quer a resistência quer o coeficiente de autoindução parcial de fugas rotóricos, válidos a 50 Hz - o ábaco, assim formado, foi subdividido em faixas, o mais apertadas possível; cada faixa foi, então, substituída por um único valor médio (equidistante dos dois extremos da faixa considerada), atribuído a todos os motores "pertencentes" à faixa original, que, assim, passaram a constituir um Grupo de motores; finalmente, foi construída a correspondente curva média (equidistante, para cada valor de frequência considerado, das duas curvas limite obtidas em motores afectos a essa mesma faixa) de variação de cada um daqueles parâmetros, curva essa que passou a ser considerada como característica da variação do correspondente parâmetro rotórico, para todos os motores do mesmo Grupo e à temperatura de 20 °C considerada.

Recorrendo ao conjunto (discreto) de resultados que permitiu o traçado das curvas representadas na Fig. 4.6, verificou-se ser possível incluir os motores estudados em 4 faixas, cada uma delas com extensão não superior a (2x20) % do correspondente valor médio.

O Quadro 4.3, em que, por uma questão de simplicidade

de notação, se utilizou:

$$\left[ \begin{array}{l} \tau_r(20,50) = \left[ \frac{r_r}{r_{r.de}} \right]_{\theta_r=20^\circ\text{C}; f_r=1\text{p.u.}} \\ \tau_x(20,50) = \left[ \frac{x_{fr}}{x_{fr.de}} \right]_{\theta_r=20^\circ\text{C}; f_r=1\text{p.u.}} \end{array} \right. \quad (4.25)$$

traduz essa conclusão.

QUADRO 4.3

| Grupo de motores |     | A    | B    | C    | D    |
|------------------|-----|------|------|------|------|
| $\tau_r(20,50)$  | MÁX | 1,16 | 2,40 | 3,24 | 3,85 |
|                  | méd | 1,10 | 2,00 | 2,82 | 3,35 |
|                  | mín | 1,05 | 1,60 | 2,40 | 2,85 |
| $\tau_x(20,50)$  | MÁX | 1,00 | 0,92 | 0,64 | 0,68 |
|                  | méd | 0,99 | 0,80 | 0,56 | 0,57 |
|                  | mín | 0,94 | 0,68 | 0,48 | 0,46 |

Os resultados obtidos sugerem ainda que a probabilidade de erro na classificação anterior é sempre inferior a 11 % .

Repetindo a aplicação do método anterior, para a temperatura rotórica de 115 °C, obtiveram-se os resultados indicados no Quadro 4.4.

Neste caso, a probabilidade de erro na classificação de um motor, quanto ao efeito pelicular nele esperado é, segundo os resultados disponíveis, inferior a 9 % .

QUADRO 4.4

| Grupo de motores |     | A    | B    | C    | D    |
|------------------|-----|------|------|------|------|
| $\tau_r(115,50)$ | MAX | 1,11 | 2,10 | 2,83 | 3,46 |
|                  | méd | 1,06 | 1,75 | 2,46 | 3,01 |
|                  | mín | 1,00 | 1,40 | 2,09 | 2,56 |
| $\tau_x(115,50)$ | MAX | 1,00 | 0,95 | 0,71 | 0,73 |
|                  | méd | 0,99 | 0,86 | 0,62 | 0,61 |
|                  | mín | 0,99 | 0,77 | 0,53 | 0,49 |

Para qualquer uma das temperaturas rotóricas, anteriormente consideradas, verifica-se sempre existir a seguinte relação entre cada Grupo de motores e a altura H do eixo de rotação dos mesmos:

QUADRO 4.5

| Grupo de motores | A          | B          | C          | D          |
|------------------|------------|------------|------------|------------|
| H(mm)            | $\leq 132$ | >132       | >160       | >225       |
|                  |            | $\leq 160$ | $\leq 225$ | $\leq 315$ |

Na elaboração deste Quadro usámos a tabela de conversão da grandeza H em termos dos valores de potência nominal e do número de polos do motor, indicada no ANEXO 4 e dos resultados apresentados pode concluir-se que a classificação estabelecida é satisfatória, pois apenas conduz a alguma ambiguidade na distinção entre os Grupos C e D, ambiguidade esta aparente, já que é desfeita pelo valor relativo do

efeito pelicular no respeitante à resistência rotórica.

Além disso, é importante sublinhar que motores de relativamente pequena potência - (10÷20) kW - fabricados de acordo com as modernas tendências de projecto, apresentam já um efeito pelicular rotórico significativo, em especial quando funcionam a baixa temperatura.

#### 4.7.2 Curvas (médias) de variação dos parâmetros rotóricos

Estabelecida a classificação dos motores segundo o efeito pelicular rotórico neles esperado, foram também estudadas as correspondentes curvas médias de variação dos respectivos parâmetros rotóricos.

De acordo com os objectivos fixados e tendo em atenção que existe toda a conveniência em expressar tais curvas por meio de funções contínuas no intervalo de variação da frequência rotórica - vejam-se, a propósito, as considerações que sobre este assunto foram feitas aquando do estabelecimento do modelo completo do motor de indução trifásico, no Capítulo 2 desta dissertação - essas mesmas curvas de variação dos parâmetros rotóricos foram aproximadas por polinómios.

Embora o uso do modelo simplificado do motor não exija explicitamente tal tipo de aproximação, ela torna-se bastante útil.

De facto, a aproximação das expressões (4.5) e (4.10) por meio de polinómios facilita a implementação, em computador digital, de métodos numéricos para a resolução do sistema de equações diferenciais associado ao modelo do motor, ao passo que o uso de outros tipos de aproximação, como por exemplo o baseado em funções exponenciais, válidas apenas para valores de frequência superiores a um dado limite - é o método de aproximação aconselhado por W. HUMPAGE et al. [HUM-1] e por nós utilizado em anterior trabalho [CAS-1] - embora mais simples, porque mais compacto, apresenta a desvantagem da necessidade de utilização de artifícios numéricos para tornejar o facto de os parâmetros rotóricos do motor serem representados por funções descontínuas da frequência.

Naturalmente, será sempre de garantir que o grau do

polinómio de ajuste escolhido seja o menor possível, sem que tal implique uma degradação da qualidade da aproximação pretendida.

Nesse contexto, utilizando o método dos mínimos quadrados, foram as curvas médias, obtidas por aplicação do método exposto no número anterior, substituídas por polinómios de ajuste, para cada Grupo de motores e para cada uma das duas temperaturas do rotor anteriormente consideradas. Continuando a recorrer, por uma questão de simplicidade de notação, a  $\tau_r$  e a  $\tau_x$  - neste caso considerados como funções da frequência  $f_r$  - obtiveram-se os resultados indicados nas Figs. 4.7 (20 °C) e 8 (115 °C).

Os valores dos coeficientes dos polinómios de ajuste, definidos por:

$$\begin{cases} \tau_r = \sum_1 \tau_{r,i} s^i \\ \tau_x = \sum_1 \tau_{x,i} s^i \end{cases} \quad (4.26)$$

encontram-se sumariados no Quadro 4.6 (para a temperatura rotórica de 20 °C) e no Quadro 4.7 (para 115 °C), onde também se indicam os valores do desvio padrão ( $\sigma$ ) correspondente a cada ajuste realizado.

Realça-se o facto de os polinómios de ajuste, no caso de motores pertencentes aos Grupos A e B, à temperatura rotórica de 115 °C, serem válidos, ao contrário das restantes aproximações, até ao limite de  $f_r = 2$  p.u..

Tal facto pode ser importante, no caso de se pretender simular situações de funcionamento que envolvam frenagem por contra-corrente ou inversão do sentido de rotação do motor; no caso de frenagem dinâmica, que hoje é a mais vulgarmente utilizada para este tipo de motores, os ajustes polinomiais apresentados são completamente válidos, uma vez que a gama de variação de  $f_r$  se mantém no intervalo (0÷1) p.u. .

QUADRO 4.6

| Grupo            | A     | B     | C      | D      |
|------------------|-------|-------|--------|--------|
| T <sub>r.0</sub> | 1,00  | 1,00  | 1,00   | 1,00   |
| T <sub>r.1</sub> | ≈ 0   | 0,14  | - 0,04 | 0,94   |
| T <sub>r.2</sub> | 0,15  | 1,39  | 13,8   | 19,0   |
| T <sub>r.3</sub> | -0,03 | -0,63 | -30,2  | -48,4  |
| T <sub>r.4</sub> | -     | -     | 28,3   | 47,7   |
| T <sub>r.5</sub> | -     | -     | -10,1  | -16,7  |
| σ                | 0,000 | 0,001 | 0,007  | 0,017  |
| T <sub>x.0</sub> | 1,00  | 1,00  | 1,00   | 1,00   |
| T <sub>x.1</sub> | ≈ 0   | -0,01 | ≈ 0    | - 0,10 |
| T <sub>x.2</sub> | -0,02 | -0,43 | - 3,90 | - 4,85 |
| T <sub>x.3</sub> | ≈ 0   | 0,24  | 9,29   | 13,1   |
| T <sub>x.4</sub> | -     | -     | - 8,79 | -13,5  |
| T <sub>x.5</sub> | -     | -     | 3,00   | 4,86   |
| σ                | 0,000 | 0,001 | 0,001  | 0,002  |

QUADRO 4.7

| Grupo            | A     | B     | C      | D      |
|------------------|-------|-------|--------|--------|
| T <sub>r.0</sub> | 1,00  | 1,00  | 1,00   | 1,00   |
| T <sub>r.1</sub> | ≈ 0   | 0,14  | - 0,05 | - 0,05 |
| T <sub>r.2</sub> | 0,08  | 0,57  | 7,16   | 17,7   |
| T <sub>r.3</sub> | -0,01 | -0,17 | -10,3  | -42,3  |
| T <sub>r.4</sub> | -     | -     | 5,55   | 41,3   |
| T <sub>r.5</sub> | -     | -     | - 0,78 | -14,6  |
| σ                | 0,000 | 0,007 | 0,001  | 0,004  |
| T <sub>x.0</sub> | 1,00  | 1,00  | 1,00   | 1,00   |
| T <sub>x.1</sub> | ≈ 0   | -0,05 | 0,03   | 0,02   |
| T <sub>x.2</sub> | -0,01 | -0,13 | - 2,37 | - 3,53 |
| T <sub>x.3</sub> | ≈ 0   | 0,05  | 4,48   | 7,92   |
| T <sub>x.4</sub> | -     | -     | - 3,52 | - 7,07 |
| T <sub>x.5</sub> | -     | -     | 1,04   | 2,30   |
| σ                | 0,000 | 0,003 | 0,000  | 0,001  |

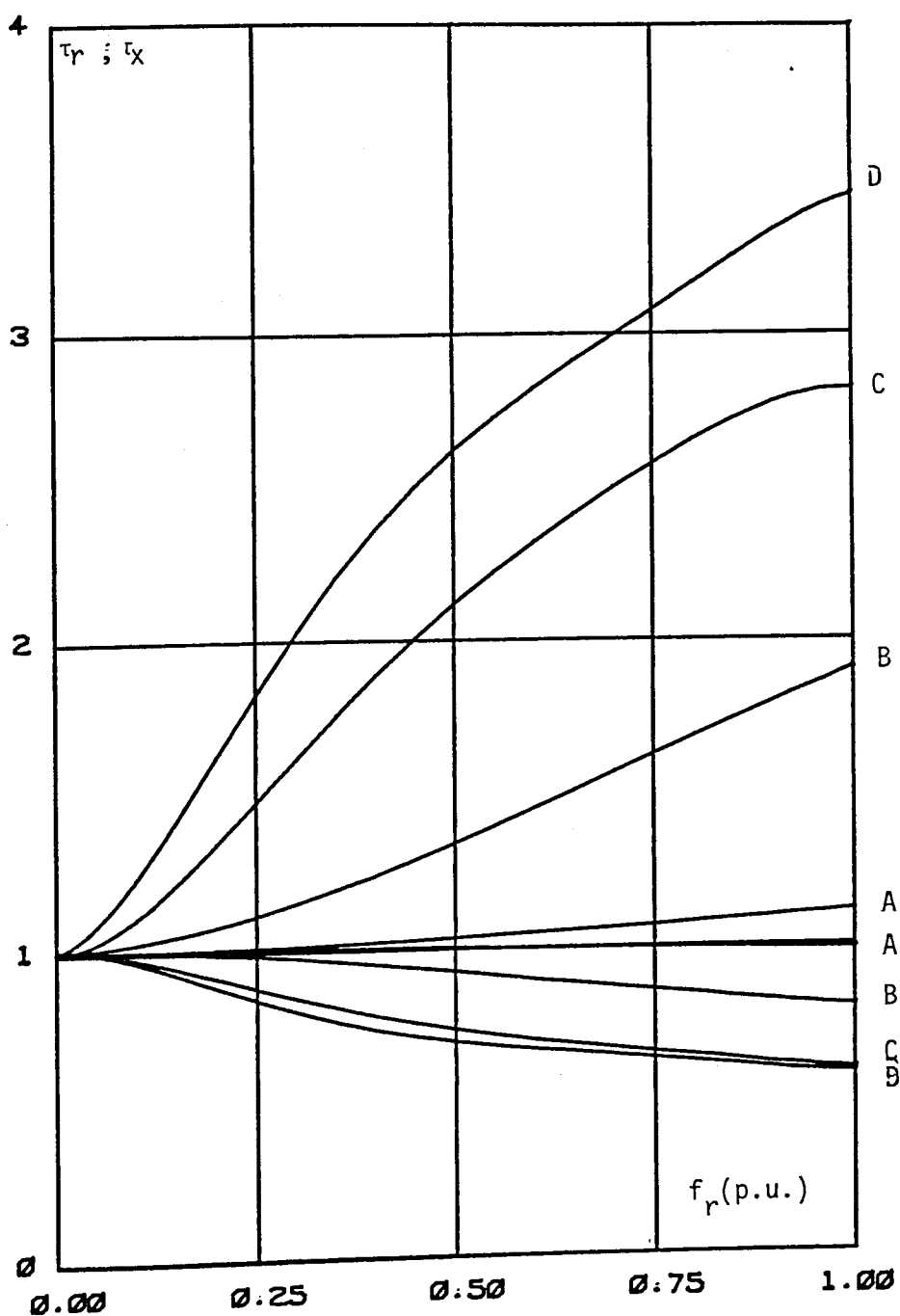


Fig. 4.7 Curvas médias da variação dos parâmetros rotóricos, a 20 °C

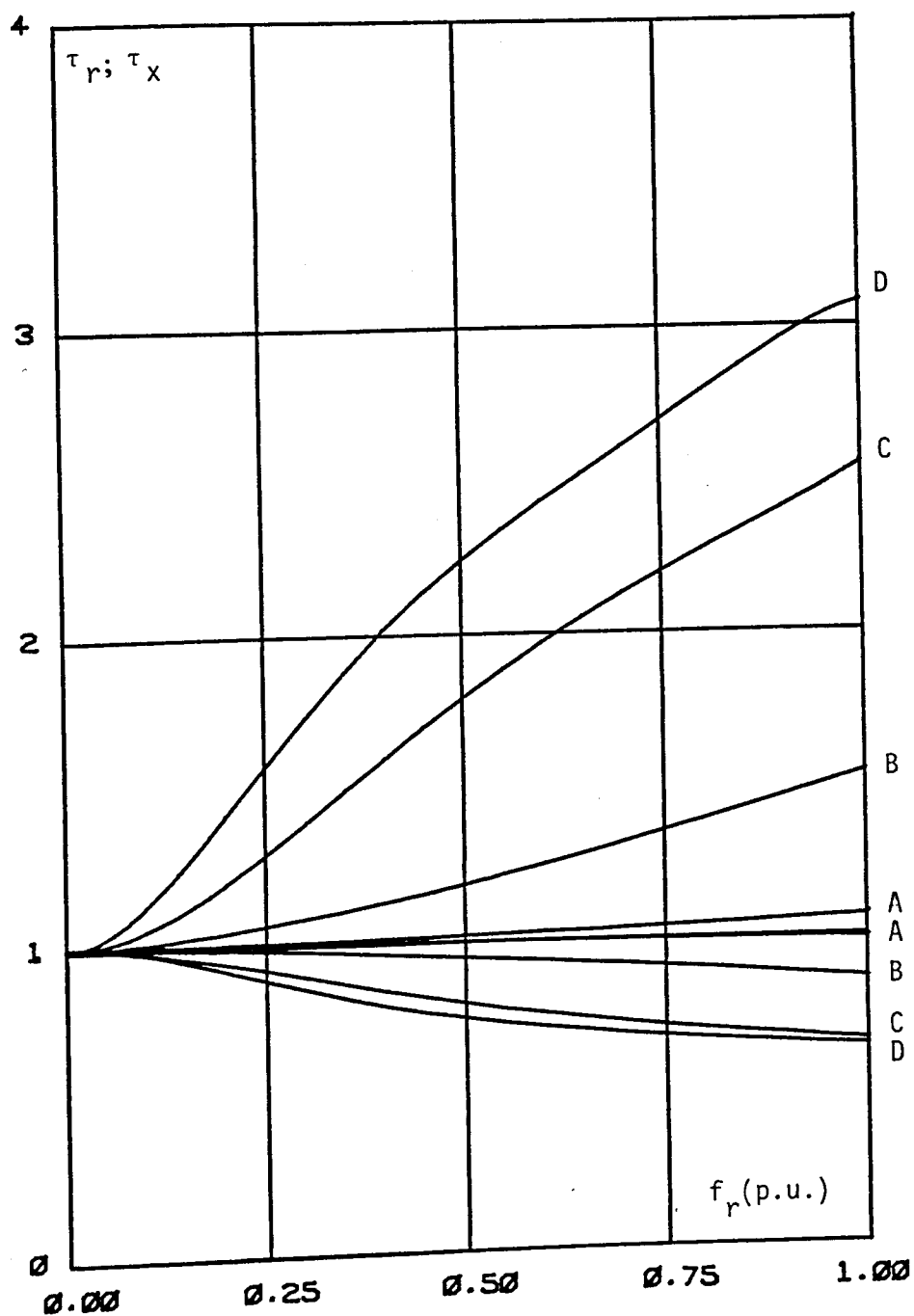


Fig. 4.8 Curvas médias da variação dos parâmetros rotóricos, a 115 °C



#### 4.7.3 Correccão térmica

As curvas médias de variação dos parâmetros rotóricos dos motores de indução trifásicos estabelecidas no ponto anterior apenas dizem respeito a dois valores da correspondente temperatura. No sentido de evitar que qualquer outra temperatura de funcionamento não fique prevista ou que, em alternativa, todas as temperaturas de funcionamento possíveis tenham de ser analisadas através das curvas apresentadas, foi estudado um processo de correccão dos resultados obtidos, por forma a englobar a influência da temperatura no efeito pelicular rotórico.

Com esse objectivo, foi analisada a forma de variação, com a temperatura rotórica, dos coeficientes  $\tau_r(\theta_r, 50)$  e  $\tau_x(\theta_r, 50)$ , tendo-se verificado que é aproximadamente linear no intervalo  $(20 \div 115)^\circ\text{C}$ , o mesmo acontecendo quando se tomam tais coeficientes a 25 Hz, para a mesma gama de temperaturas.

Assim, supondo conhecidas as curvas de variação dos parâmetros rotóricos do motor, válidas para duas temperaturas diferentes - no estudo que temos vindo a desenvolver,  $\theta_{r.1} = 20^\circ\text{C}$  e  $\theta_{r.n} = 115^\circ\text{C}$  - as expressões (4.5), (4.10) e (4.25) permitem escrever como expressão da variação dos parâmetros rotóricos do motor, à temperatura intermédia  $\theta_{r.2}$ :

$$\begin{cases} r_r(\theta_{r.2}, f_r) = [K_{r.e} \tau_r(\theta_{r.1}, f_r)] \cdot \{g(\theta_{r.2} - \theta_{r.n}) r_{r.n}\} \\ x_{fr}(\theta_{r.2}, f_r) = [K_{x.e} \tau_x(\theta_{r.1}, f_r)] \cdot x_{fr.n} \end{cases} \quad (4.27)$$

com:

$$\begin{cases} K_{r.e} = 1 - \frac{\tau_r(\theta_{r.1}, f_{r.k}) - \tau_r(\theta_{r.n}, f_{r.k})}{(\theta_{r.n} - \theta_{r.1}) \tau_r(\theta_{r.1}, f_{r.k})} \cdot (\theta_{r.2} - \theta_{r.1}) \\ K_{x.e} = 1 + \frac{\tau_x(\theta_{r.n}, f_{r.k}) - \tau_x(\theta_{r.1}, f_{r.k})}{(\theta_{r.n} - \theta_{r.1}) \tau_x(\theta_{r.1}, f_{r.k})} \cdot (\theta_{r.2} - \theta_{r.1}) \end{cases} \quad (4.28)$$

e em que  $f_{r.k}$  deve ser tomado de acordo com os limites de variação previstos para a frequência rotórica.

#### 4.7.4 Conclusão

Como se pode verificar, os resultados obtidos com o estudo do efeito pelicular rotórico em motores de indução trifásicos, tipo "standard", foram estruturados por forma a garantir que:

- (a)-qualquer motor normal, de rotor em gaiola de esquilo, tenha o seu efeito pelicular rotórico estimado de acordo com o Grupo a que pertence, função da altura  $H$  do seu eixo de rotação;
- (b)-a cada um dos quatro Grupos de motores, assim constituídos, estejam associados dois pares de curvas (médias) de variação dos correspondentes parâmetros rotóricos, curvas essas suficientes para a estimação do efeito pelicular rotórico em qualquer motor pertencente a esse Grupo, numa faixa de variação da frequência rotórica de  $(0 \div 50)$  Hz e para qualquer temperatura de funcionamento do rotor do motor, compreendida entre  $(20 \div 115)$  °C;
- (c)-nesses quatro Grupos de motores, o efeito pelicular rotórico, que neles é esperado, fique condensado em quatro matrizes  $(4 \times 5)$ , cujos termos (coeficientes dos polinómios de ajuste das curvas de variação dos parâmetros rotóricos) possam ser credivelmente utilizados para um grande número de motores, possibilitando assim uma redução da memória necessária à sua retenção - este aspecto é particularmente importante na modelização de grupos de motores;
- (d)-a representação da variação de qualquer um dos parâmetros rotóricos do motor seja feita por meio de uma expressão analítica, contínua dentro dos limites de trabalho, ficando assim facilitada a resolução (numérica) do modelo simplificado do motor, com evidente poupança do tempo de cálculo que lhe está associado.

#### 4.8 Síntese

Neste Capítulo estudou-se o efeito pelicular rotórico

verificado em motores de indução trifásicos de rotor em gaiola de esquilo.

Tal estudo teve como objectivo fundamental o estabelecimento de um método prático para a estimação da correspondente variação dos parâmetros rotóricos desses motores, sem recorrer ao conhecimento de pormenores construtivos.

Para o efeito, desenvolveu-se um método analítico para o estudo do campo magnético de fugas associado a uma ranhura rotórica desse tipo de motores, baseado na lei de variação (espacial) da densidade de corrente na barra condutora nela alojada.

Por aplicação do método desenvolvido a um número significativo de motores, obtiveram-se os valores concretos das variações dos seus parâmetros rotóricos, o que serviu de base ao estabelecimento das correspondentes curvas de variação.

Através da classificação dos motores de indução trifásicos (tipo "standard") em quatro Grupos, definidos de acordo com o valor normalizado da altura dos seus eixos de rotação, foi possível estabelecer um conjunto de curvas típicas, que representam a variação (média) esperada para os parâmetros rotóricos desses motores.

Tais curvas foram posteriormente substituídas por aproximações polinomiais, tendo em vista facilitar a resolução numérica do sistema de equações associado ao modelo do motor que, dentro das hipóteses simplificativas então consideradas, inclui o referido efeito pelicular rotórico.

Finalmente, mostrou-se em que medida esse mesmo efeito pelicular é afectado pela temperatura de funcionamento dos condutores da gaiola rotórica, tendo sido estabelecido um processo para a consideração de tal influência, sem aumento significativo da complexidade de representação do fenómeno.

## CAPÍTULO 5

## ESTIMAÇÃO DO EFEITO DE SATURAÇÃO MAGNÉTICA

### 5.1 Introdução

Quando, no Capítulo 2 desta dissertação, estabelecemos o modelo (simplificado) por nós adoptado para o motor de indução trifásico, introduzimos toda uma série de simplificações que dizem respeito à influência da variação do nível de saturação magnética do ferro da máquina.

Resumidamente, pode dizer-se que, após discussão teórica dessa influência - que conduziu à introdução dos conceitos de reactância estacionária e de reactâncias dinâmicas, associadas aos diferentes trajectos magnéticos existentes no motor - foram introduzidas hipóteses simplificativas, que reduziram a influência do efeito de saturação magnética a uma simples variação das reactâncias (estacionárias) magnetizante e parcial de fugas estatórica.

Além disso, mesmo estas variações foram modelizadas de forma simplificada, traduzida pela introdução de dois factores correctivos: um, relativo ao circuito magnético principal da máquina, a ser utilizado apenas quando ela funciona, temporariamente, com o enrolamento estatórico ligado em estrela - designá-lo-emos por factor de saturação estrela-triângulo ( $K_{s\Delta}$ ); outro, relativo ao circuito magnético de fugas estatórico, de valor também constante para um dado tipo de motores - será designado por factor de saturação estatórico ( $K_{se}$ ).

Neste Capítulo, serão abordados os meios que permitem estimar os valores a considerar para tais factores de saturação, tendo em vista o estabelecimento de um método que conduza à obtenção de resultados aceitáveis, com tão simplificado tratamento do efeito de saturação magnética do ferro do motor.

## 5.2 Estimação do factor $K_{\text{m.v-a}}$

### 5.2.1 Enquadramento geral do problema

Os motores de indução trifásicos de baixa tensão, com potência nominal até poucas centenas de kW, são normalmente projectados para funcionarem com o enrolamento estatórico ligado em triângulo; a ligação em estrela só surge em motores de alta tensão (por motivos técnico-económicos) e como forma de ligação temporária em motores "standard".

Como exemplo dessa forma de ligação temporária podem citar-se: o processo de arranque por recurso à comutação estrela-triângulo - embora, em nosso entender, este processo de arranque esteja condenado, pela concorrência que lhe é movida pelos modernos arrancadores estáticos de tensão variável ("soft starters"), o facto é que, pelas provas dadas e pelo seu relativo baixo custo, ainda é o processo de arranque mais difundido em motores do tipo referido - e o processo de minimização do consumo de energia reactiva por comutação triângulo-estrela - embora pouco vulgar em pequenos motores de indução, o facto é que tal processo, aplicado ao motor durante os períodos de tempo em que, no seu ciclo de trabalho, funciona em vazio, é economicamente interessante, pelo menos em indústrias de média e grande dimensão.

Para que o motor, previsto para este tipo de funcionamento (enrolamento estatórico temporariamente ligado em estrela), desenvolva um binário aceitável nas duas ligações, torna-se necessário fazê-lo funcionar com níveis elevados de indução magnética no entreferro, quando ligado em triângulo - o efeito térmico resultante do acréscimo de perdas magnéticas estatóricas não é, todavia, preocupante, já que em motores blindados a ventilação é exterior, sendo particularmente eficaz à superfície da respectiva carcaça. Tais condicionantes de projecto originam que, em vazio, com o enrolamento estatórico ligado em triângulo e alimentado com tensão e frequência nominais, o ponto de funcionamento associado ao estado do circuito magnético principal da máquina se situe francamente na zona do "joelho" da respectiva característica de magnetização.

Quando o enrolamento estatórico do motor é ligado em estrela e alimentado nas mesmas condições de tensão e de frequência, o ponto de funcionamento referido passa a ocupar

uma posição tal que, na mesma característica, lhe confere a designação de "não saturado".

Verifica-se, assim, que o factor de saturação  $K_{s.v-a}$ , por definição dado pela razão dos valores das reactâncias estacionárias associadas aos dois pontos de funcionamento indicados, também indica o estado magnético do circuito principal do motor, quando este funciona em vazio à tensão nominal.

Com o motor em carga, seja qual for o tipo de ligação do seu enrolamento estatórico e mesmo admitindo que se mantém o valor eficaz da respectiva tensão de alimentação, o ponto de funcionamento desloca-se ao longo da referida característica de magnetização, pelo que a representação adoptada para esse mesmo circuito magnético é uma simples aproximação - daí, como vimos, a necessidade de introdução do conceito de reactância dinâmica.

No entanto, a influência exercida por esse deslocamento do ponto de funcionamento, associado ao circuito magnético principal do motor, é pequena, pelo menos se se considerar como constante o valor eficaz da sua tensão de alimentação, com frequência também constante: nas características estacionárias do motor, afecta principalmente (e sempre de forma ligeira) o respectivo factor de potência; nas características dinâmicas, afecta ligeiramente os valores de pico do binário electromagnético desenvolvido e da corrente absorvida [BRO-11, HE-1 e VAS-2, por exemplo].

Quando a tensão aplicada aos terminais do estator varia e a máquina de indução funciona como motor em vazio, a influência da variação do ponto de funcionamento associado ao seu circuito magnético principal já é marcante; em regime transitório, a influência de tal fenómeno torna-se particularmente notória nos primeiros instantes após o corte de alimentação do motor, por afectação do valor da constante de tempo do rotor com o estator em circuito aberto ( $T_{ro}$ ), constante essa fundamental no estudo do comportamento de um motor sujeito a um fenómeno de religação rápida e que, formalmente, é definida por:

$$T_{ro} = \frac{(x_m + x_{s-r})}{\omega_1 r_r} = \frac{x_r}{\omega_1 r_r} \quad (s) \quad (5.1)$$

De qualquer modo, os resultados disponíveis [VAS-2] mostram ser preferível considerar um só valor estacionário para a reactância magnetizante (supondo a tensão de alimentação constante e fixado o tipo de ligação do enrolamento estatórico), em vez de exprimi-la como função da correspondente corrente. Dada a relativa semelhança existente entre o valor da reactância (estacionária) magnetizante associada ao funcionamento de um motor alimentado à tensão nominal e com o enrolamento estatórico ligado em estrela e o correspondente ao regime decorrente de um corte de alimentação, supondo o motor previamente alimentado à mesma tensão, verifica-se que a consideração de apenas dois valores para a reactância estacionária magnetizante - ou seja, o seu valor nominal  $x_{m,n}$ , quando o motor funciona ligado em triângulo, alimentado com tensão e frequência nominais, e esse valor afectado pelo factor de saturação  $K_{s,\Delta}$ , quando o motor funciona em estrela ou durante os períodos temporários de corte de alimentação - surge como solução aceitável, nos casos em que não é possível encarar uma solução mais correcta.

### 5.2.2 Métodos disponíveis para a determinação de $K_{s,\Delta}$

Dada a sua definição, o factor de saturação estrela-triângulo pode ser determinado basicamente por recurso a dois processos: através do estudo do campo magnético principal do motor e por via experimental.

O primeiro processo, com larga aplicação no projecto deste tipo de motores, recorre actualmente a meios numéricos que lidam, com relativa facilidade, com as não linearidades apresentadas pelo ferro da máquina.

O segundo processo, simples de implementar em laboratório, recorre ao chamado "ensaio de saturação em vazio" do motor, isto é, à obtenção das curvas de variação da corrente e das potências absorvidas pelo motor, funcionando em vazio com tensão de alimentação variável, de frequência constante.

Dado o valor relativo das duas reactâncias estacionárias, necessárias à caracterização do motor em vazio - reactância magnetizante e parcial de fugas do estator - não se comete grande erro ao substituir aquela pela soma das duas, para todos os pontos experimentais assim



obtidos, pelo que o factor de saturação  $K_{s-\gamma-d}$  é facilmente determinável.

No próximo Capítulo, ao apresentarmos as verificações experimentais a que submetemos o método geral de estimação dos parâmetros do motor de indução, pormenorizaremos tal determinação.

### 5.2.3 Valor adoptado para $K_{s-\gamma-d}$

Recorrendo aos resultados de ensaios realizados em protótipos (de fabrico EFACEC) de motores de indução trifásicos de rotor em gaiola de esquilo, para a gama de potências nominais e de números de polos que temos vindo a tratar, foi possível atribuir ao factor de saturação estrela-triângulo o valor prático de:

$$K_{s-\gamma-d} = 1,4 \quad (5.2)$$

Face à pequena influência deste factor no comportamento geral do motor e aos resultados satisfatórios obtidos nas verificações experimentais a que se procedeu relativamente ao seu comportamento transitório após o corte de alimentação (Capítulo 6), não nos alongaremos mais, por agora, sobre este assunto.

## 5.3 Estimação do factor $K_{ss}$

### 5.3.1 Importância do efeito de saturação magnética dos trajectos de fugas

Ao contrário da variação do nível de saturação magnética do circuito principal do motor de indução, tal fenómeno, na parte respeitante aos trajectos de fugas, é determinante no comportamento estacionário e transitório da máquina alimentada com tensão e frequência nominais.

De facto, afectando os valores estacionários e dinâmicos das correspondentes reactâncias, a saturação magnética desses trajectos condiciona tanto os valores da corrente absorvida, como os do binário desenvolvido; só quando o motor é controlado em corrente (ou seja, quando o

motor é alimentado por forma a manter aproximadamente constante o valor da corrente absorvida, à custa da conveniente variação do valor eficaz da tensão e/ou da frequência de alimentação), é que a saturação do seu circuito magnético principal passa a desempenhar um papel determinante.

Para permitir o tratamento analítico do efeito pelicular rotórico (Capítulo 4), optámos por traduzir todo o efeito de saturação magnética à custa dos correspondentes valores das reactâncias parciais de fugas estatóricas, seguindo, como vimos, a metodologia também adoptada por outros Autores [DEL-1 e VAS-2, nomeadamente].

Com a preocupação de manter o modelo desenvolvido dentro de um limite de complexidade compatível com os dados normalmente disponíveis e com a exequibilidade da sua aplicação à simulação do comportamento de grupos de motores, representámos a saturação do trajecto de fugas estatórico por meio da consideração de um valor constante da respectiva reactância estacionária de fugas, sem prejuízo da consideração de valores diferentes para cada forma de ligação do enrolamento estatórico do motor (em estrela e em triângulo).

Assim, a menos da correcção prática introduzida na reactância estacionária magnetizante, o efeito da saturação magnética do ferro do motor reflecte-se, no modelo simplificado adoptado, na simples afectação do valor da reactância estacionária de fugas estatórica, através da consideração do correspondente factor de saturação  $K_{-}$ .

Como tal factor de saturação, de valor constante para um dado tipo de ligação do enrolamento estatórico, irá condicionar a previsão das características de funcionamento do motor em regimes muito diferentes, é natural que o seu valor tenha um carácter médio, estimável a partir dos dados comerciais do motor a que diz respeito, e que a sua escolha obedeça a critérios plausíveis.

### 5.3.2 Critério para a fixação de $K_{-}$

Vários são os Investigadores que recorrem, implícita ou explicitamente, a factores de saturação constantes, na modelização do motor de indução trifásico.

Começando por referir os modelos desenvolvidos com base no "desprezo do efeito de saturação magnética", perfeitamente vulgares na modelização de um motor, quer isolado, quer inserido num sistema, é de notar que tomam sistematicamente, como valores das reactâncias estacionárias de fugas, os determinados a partir do ensaio em curtocircuito, com rotor travado e corrente nominal, isto é, implicitamente escolhem um regime de funcionamento como caracterizador, em termos médios, de todos os outros regimes. De qualquer modo, as verificações experimentais feitas com este critério de fixação de  $K_{sc}$  conduzem normalmente a maus resultados, quer em regime estacionário com elevado deslizamento (superior ao correspondente à produção de binário máximo), quer em regime transitório, particularmente tratando-se de motores "standard" de pequena potência nominal e baixo número de polos - tal facto origina que, por exemplo nas Normas japonesas, seja exigido um ensaio com rotor travado e corrente dupla da nominal, tendo em vista a posterior determinação dos valores estacionários de arranque do motor ensaiado.

Por outro lado, existem também os modelos assentes numa filosofia que podemos caracterizar como híbrida, já que, para cada fenómeno estudado (normalmente transitório), as reactâncias parciais de fugas são consideradas constantes ao longo do mesmo, mas previamente calculadas, ou como valor intermédio dos apresentados com o rotor travado e em regime nominal [DAU-1 e CAR-1], ou como valor válido no início do fenómeno em estudo [HTS-1]. No primeiro caso - o critério foi estabelecido para a simulação do comportamento de um motor de média potência (250 hp), sujeito a religações mais ou menos rápidas - os Autores dos estudos referidos adoptaram, para qualquer um dos parâmetros do motor, o valor correspondente a um deslizamento igual a  $[2/3.(1+0,5s_n)]$ , admitindo a linearidade da lei de variação do parâmetro com tal grandeza. No segundo caso, o critério foi estabelecido para o estudo da fadiga mecânica no veio de um motor de duas velocidades, com elevada potência (2500 hp), sujeito a regimes transitórios de funcionamento (arranques, religações, etc.). Como se verá, aquando das verificações experimentais do modelo desenvolvido, é possível obter melhores resultados do que os conseguidos por aplicação deste tipo de critérios, pelo menos em motores pertencentes à gama em que nos temos situado.

Finalmente, são também de referir os critérios

estabelecidos com o objectivo de fixação do valor (de pico) mais desfavorável de uma grandeza (normalmente, corrente absorvida ou binário desenvolvido) durante um período transitório de funcionamento do motor. Deste conjunto pode referir-se, por exemplo, um trabalho [SCH-1] que, nomeadamente, compara os valores transitórios apresentados pela reactância estatórica de motores de indução trifásicos, logo após uma ligação do motor à rede com o rotor travado e após extinção do fenómeno transitório associado a tal ligação. Os resultados reportados não são todavia satisfatórios, quando aplicados aos motores que temos vindo a estudar, o que deve ficar a dever-se ao facto de as curvas apresentadas (e correspondentes aproximações numéricas) tomarem como base os resultados experimentais verificados em motores projectados segundo normalização norte americana que, como se sabe [CUM-1/2] é, no aspecto das características de arranque de um motor "standard", bastante mais limitadora do que a normalização correspondente às Recomendações da Comissão Electrotécnica Internacional (neste caso contidas na publicação CEI 34-12).

Como, no modelo por nós desenvolvido para a representação do motor de indução trifásico, o valor tomado para a reactância parcial de fugas estatórica  $x_{f-est}$  apresenta já um certo grau de saturação, sem dúvida superior ao evidenciado pela mesma reactância, num ensaio de curto-circuito com rotor travado - note-se que ambos os regimes pressupõem corrente nominal estatórica, sendo este último ensaio realizado com tensão de alimentação reduzida - poder-se-ia pensar que a consideração de um factor de saturação unitário conduziria a resultados aceitáveis. Tal não se verifica na prática, mesmo que só se confrontem resultados em regime estacionário, com deslizamento próximo da unidade.

Por todos estes motivos e, ainda, atendendo à ordem de grandeza dos valores (de pico) apresentados pela intensidade de corrente absorvida pelo motor de indução, quando sujeito a regimes transitórios violentos (arranque directo com tensão nominal, religação rápida e curto-circuito), decidimos escolher um factor de saturação  $K_{f-est}$  de acordo com o valor estimado para a reactância estacionária de fugas estatórica no regime de funcionamento com rotor travado, com tensão e frequência nominais.

Face aos valores da amplitude da corrente estatórica,

verificados naqueles três tipos de fenómenos, serem normalmente referidos como valendo [KOV-7, por exemplo]:

\*arranque directo -  $|i_{-max}| \approx (1,4 \div 1,7) |i_{-cc}|$  ;

\*religação rápida -  $|i_{-max}| \approx (2,8 \div 3,4) |i_{-cc}|$  ;

\*curtocircuito -  $|i_{-max}| \approx (1,0 \div 2,0) |i_{-cc}|$  ,

onde  $|i_{-cc}|$  representa a amplitude da intensidade de corrente absorvida pelo motor, em regime estacionário de rotor travado, com tensão e frequência nominais, poder-se-á julgar que o critério adoptado para a fixação de  $K_{-}$  pecará necessariamente por optimismo; mas como, em regime nominal, o motor absorve apenas:

\*regime nominal -  $|i_{-n}| \approx (0,13 \div 0,25) |i_{-cc}|$  ,

e, para menores fracções de carga, uma corrente com intensidade naturalmente menor, verifica-se que, em termos de estimação média, o critério adoptado não é tão optimista como se poderá pensar; além disso é, como veremos, um critério que tem a seu favor a possibilidade de conduzir a um método pouco exigente, em termos do volume de dados necessários, para a fixação do valor numérico do factor de saturação.

Por outro lado, dentro das metodologias de modelização do motor de indução trifásico que recorrem a um valor constante para a reactância parcial de fugas estatórica, é o critério mais desfavorável, devendo por isso conduzir a melhores resultados - realce-se o facto de a maior crítica feita a este tipo de metodologias se basear fundamentalmente na obtenção de resultados por defeito no cálculo da corrente absorvida, o que levou ao desenvolvimento de novos métodos de modelização (como vimos ao longo do Capítulo 2).

### 5.3.3 Métodos utilizados na determinação de $K_{-}$

Fixado o critério conducente à escolha do regime de funcionamento caracterizador do factor de saturação estatórico, torna-se necessário estabelecer a metodologia para a sua determinação.

Para o efeito, pode recorrer-se aos resultados do

ensaio, com rotor travado, de motores alimentados com tensão e frequência nominais, nas duas possíveis variantes de ligação do seu enrolamento estatórico.

A utilização prática dos resultados obtidos com esses mesmos ensaios levanta, no entanto, algumas questões, uma vez que o tipo de ensaio referido não é geralmente realizado apenas para medir a intensidade de corrente absorvida, mas também os correspondentes valores da potência activa, igualmente absorvida, e do binário desenvolvido.

Como, de acordo com o modelo adoptado, só restam duas incógnitas (factor de saturação estatórico e parâmetro representativo das perdas "não-Joule" do motor), para cuja determinação se dispõem de três equações (intensidade de corrente absorvida, factor de potência e binário útil), surge imediatamente a dúvida de saber se se deve(m) privilegiar algum(ns) daqueles valores, ou se, em alternativa, todos devem ser igualmente considerados.

Porque, à partida, julgámos que o assunto merecia ser estudado, utilizámos 3 métodos alternativos para a fixação do valor de  $K_{s-}$  relativo aos motores constantes dos Quadros 3.2 e 4.1.

Todos os métodos recorrem a resultados obtidos por via experimental e, genericamente, são caracterizados por:

- (1)-método da corrente - recorrendo aos valores nominais dos parâmetros representativos do motor e à variação da impedância rotórica devida ao efeito pelicular, calculado para cada motor, a 50 Hz e à temperatura do ensaio ( $\theta_{s-}$ ), o factor de saturação ( $K_{s-1}$ ) é determinado por forma a garantir uma impedância equivalente do motor que, em módulo, iguale a obtida experimentalmente;
- (2)-método do factor de potência - recorrendo aos mesmos dados, relativos aos valores dos parâmetros representativos do motor (e suas variações), o factor de saturação ( $K_{s-2}$ ) é calculado por forma a garantir uma impedância equivalente do motor que, em fase, iguale a obtida no mesmo ensaio;
- (3)-método global - este método utiliza uma filosofia

diferente dos anteriores: deixando variar livremente as duas reactâncias estacionárias de fugas, os valores da intensidade de corrente estatórica e do factor de potência do motor no arranque são simultaneamente verificados; nessas condições, pode conhecer-se o binário electromagnético desenvolvido pelo motor ( $t_{\text{arrq}}$ ) que, quando comparado com o binário útil ( $t_{\text{arrq}}$ ), define o parâmetro  $a_{\text{arrq}}$ , representativo das perdas "não-Joule" no mesmo regime de funcionamento:

$$t_{\text{arrq}} = (1 + a_{\text{arrq}}) \cdot t_{\text{arrq}} \quad (5.3)$$

Recorrendo, uma vez mais, aos valores nominais dos parâmetros do motor e às suas variações originadas pelo efeito pelicular rotórico, o factor de saturação ( $K_{\text{sat}}$ ) é fixado por forma a garantir o valor obtido para  $a_{\text{arrq}}$ , quando se repõe o valor estimado para a impedância rotórica.

Na Fig. 5.1 representam-se, esquematicamente, os três métodos apresentados e, no ANEXO 5, encontram-se os algoritmos correspondentes.

Note-se que todos os métodos aplicados, para além de conduzirem ao cálculo do valor do factor de saturação estatórico, permitem também a estimação do valor das perdas "não-Joule" correspondentes; no entanto, realça-se que, nos dois primeiros métodos apresentados, o parâmetro  $a_{\text{arrq}}$  surge como uma consequência do valor calculado para o factor de saturação estatórico, ao passo que, no último método, é esse parâmetro que determina, em última análise, o valor de  $K_{\text{sat}}$ .

Quanto à origem dos resultados experimentais por nós utilizados na aplicação dos métodos apresentados, como o ensaio em curtocircuito com rotor travado e tensão nominal, em motores relativamente potentes (dentro da gama a que nos temos cingido) requer meios laboratoriais de tipo industrial, decorrentes da capacidade necessária para a fonte de alimentação do motor a ensaiar e no respeitante ao freio mecânico a utilizar, optámos pelo recurso a dados de ensaio realizados "em fábrica" que, para o efeito, foram postos à nossa disposição.

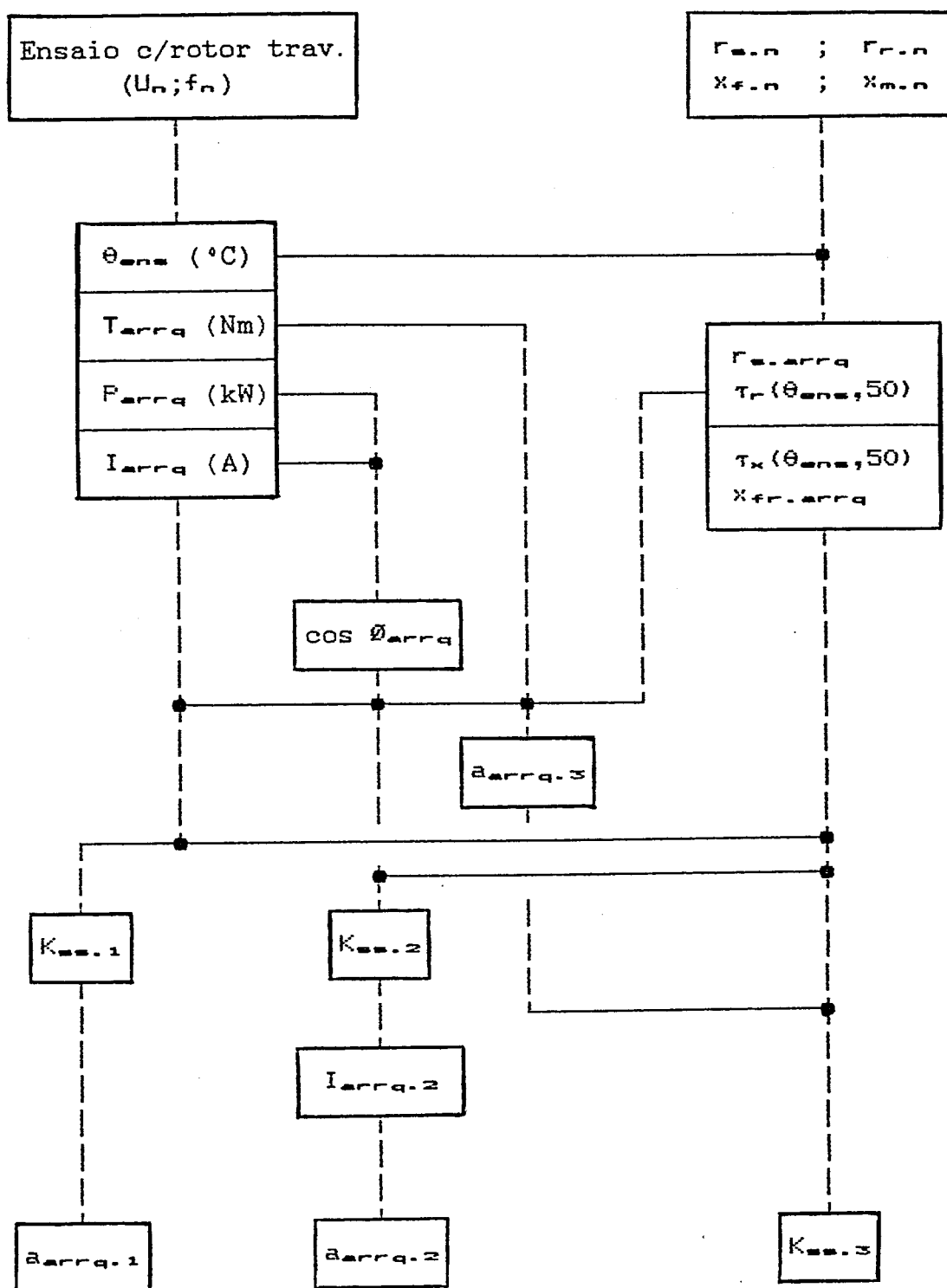
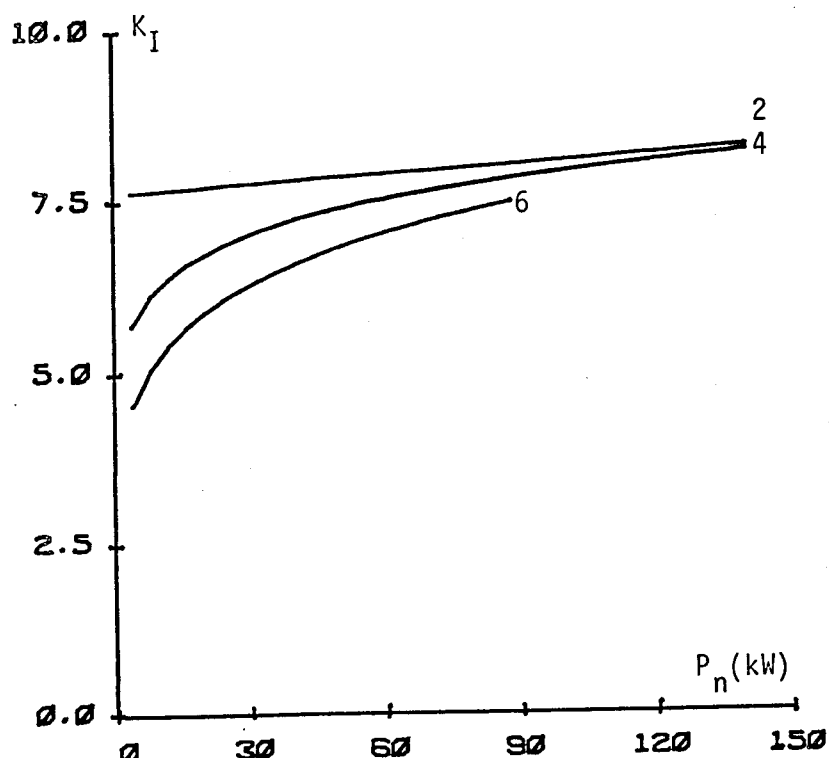


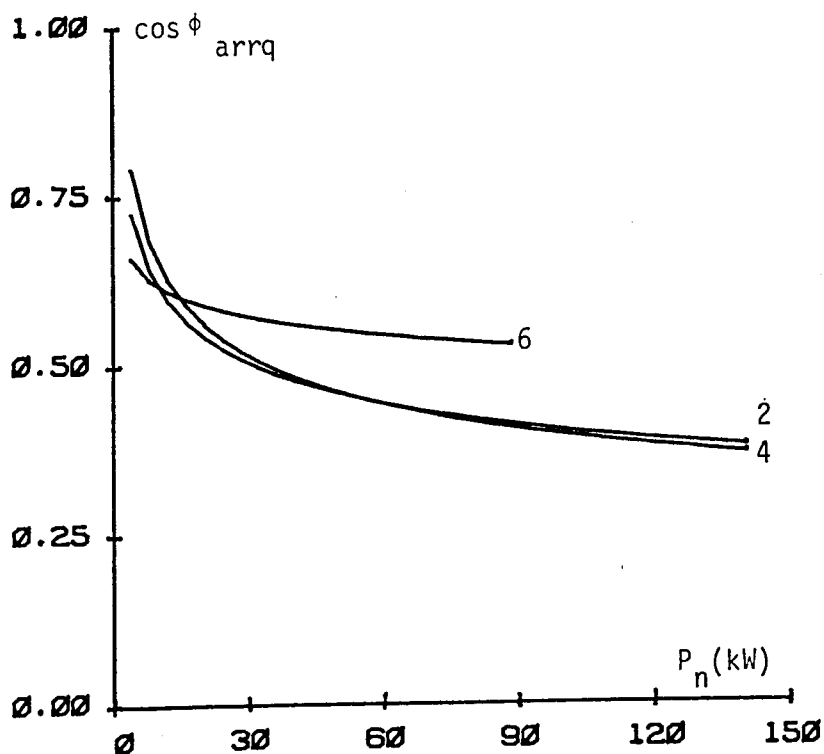
Fig. 5.1 Métodos utilizados na determinação de  $K_{...}$

Para ligação em triângulo do enrolamento estatórico, usaram-se os valores indicados nas Figs. 5.2 e 3.





(a)



(b)

Fig. 5.2 Ensaio com rotor travado (2, 4, 6 polos)  
 (a) corrente absorvida ( $K_I = I_{arraq} / I_n$ )  
 (b) factor de potência

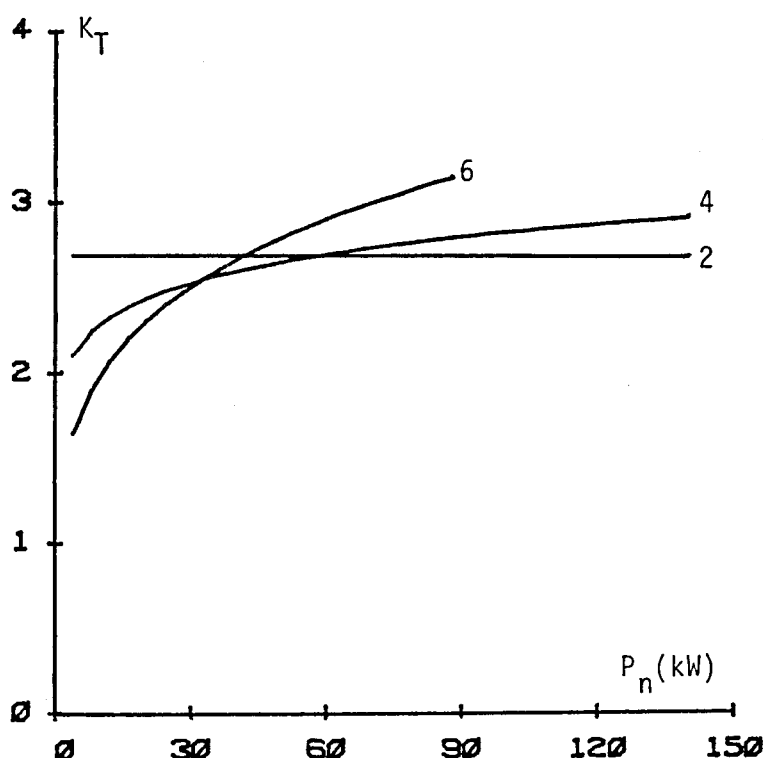


Fig. 5.3 Ensaio com rotor travado (2,4,6 polos)  
Binário útil ( $K_T = T_{arrq} / T_n$ )

Para ligação em estrela do enrolamento estatórico dos mesmos motores, verificou-se que as mesmas grandezas valem, em termos médios e respectivamente, 30, 94 e 29 % dos valores anteriormente apresentados.

Como a realização deste tipo de ensaios envolve, quase sempre, alguns cuidados laboratoriais, derivados do rápido aquecimento dos enrolamentos (e não só) do motor ensaiado, admitiu-se que os mesmos eram realizados o mais rapidamente possível, sem interrupções, pelo que se pode admitir que a temperatura medida no enrolamento estatórico ( $\theta_{arr}$ ) coincide com a temperatura da gaiola rotórica.

#### 5.3.4 Comparação dos métodos aplicados

Para avaliar o nível relativo de correcção atingido por aplicação de cada um dos métodos indicados, foi estudado o

erro a que cada um deles conduz, face aos valores da corrente e do factor de potência medidos no referido ensaio.

Como medida desse erro, foi considerado o valor do desvio padrão ( $\sigma$ ) existente entre os valores calculados e os obtidos por ensaio, que se apresentam no Quadro 5.1 para a totalidade dos motores estudados, quando o seu enrolamento estatórico se encontra ligado em triângulo - tal desvio padrão foi considerado separadamente para cada grandeza (levando por isso o correspondente índice) e para as duas grandezas em simultâneo (sendo neste caso representado sem qualquer índice). O erro na previsão do valor do binário útil não foi considerado, dado o não conhecimento prévio do valor do parâmetro  $a_{arrq}$ .

Para obviar o facto de se estarem a comparar valores com ordens de grandeza muito diferentes, quer os valores calculados ( $V_{calc}$ ), quer os medidos ( $V_{med}$ ), foram considerados em valor relativo destes últimos, isto é, cada desvio foi tomado igual a:

$$\delta_{i,k} = \left( \frac{V_{calc,i}}{V_{med,i}} - 1 \right)_k \quad (5.4)$$

com o índice  $i$  sucessivamente igual a  $I$  (corrente absorvida),  $fp$  (factor de potência) ou omissa (mas implicitamente fazendo variar o índice  $k$  até um limite duplo do considerado nos dois casos anteriores).

QUADRO 5.1

| Método                | $\sigma_I$ | $\sigma_{fp}$ | $\sigma$ |
|-----------------------|------------|---------------|----------|
| da corrente           | -          | 0,116         | 0,081    |
| do factor de pot. $a$ | 0,111      | -             | 0,078    |
| global                | 0,095      | 0,026         | 0,069    |

Independentemente dos valores obtidos, por cada um dos métodos aplicados, para os valores do factor de saturação

$K_{\text{m}}$  e do parâmetro  $a_{\text{arrq}}$ , o Quadro 5.1 mostra já alguns aspectos que importa reter:

- os três métodos dão resultados aceitáveis - note-se que o desvio médio associado aos resultados apresentados é inferior a 5% - o que em certa medida permite validar o seu traço comum, constituído pelo conjunto de resultados contidos na estimação dos valores nominais dos parâmetros do motor e sua variação com o efeito pelicular rotórico;
- o simples conhecimento do valor (estacionário) da corrente de arranque directo do motor, ou do correspondente factor de potência, não é suficiente, pois conduz a erros significativos nos valores da grandeza não considerada;
- o terceiro método, cientificamente o mais defensável, origina resultados que, no seu conjunto, são ligeiramente mais correctos do que os anteriores, embora seja nítida a influência predominante do valor medido para o factor de potência de arranque (e, portanto, do valor estacionário do binário desenvolvido nesse regime);

A aplicação dos mesmos métodos aos resultados do ensaio com rotor travado, com tensão e frequência nominais, para os mesmos motores, mas com o enrolamento estatórico ligado em estrela, forneceu:

QUADRO 5.2

| Método                | $\sigma_I$ | $\sigma_{fp}$ | $\sigma$ |
|-----------------------|------------|---------------|----------|
| da corrente           | -          | 0,133         | 0,093    |
| do factor de pot. $a$ | 0,168      | -             | 0,118    |
| global                | 0,053      | 0,038         | 0,046    |

Este conjunto de valores mostra uma nítida degradação dos resultados conseguidos pelos dois primeiros métodos e uma também clara melhoria da precisão atingida por aplicação do método global, resultante de um maior equilíbrio entre os valores parciais do desvio.

Nas aplicações anteriores, o valor tomado para a reactância estacionária magnetizante foi já afectado do respectivo factor de saturação estrela-triângulo; variando o valor de  $K_{s\Delta}$  no intervalo  $(1 \div 1,5)$ , não se verificou qualquer alteração sensível nos resultados finais, tal como era de prever e já foi referido.

É assim de concluir que a consideração do conjunto dos resultados obtidos por ensaio com rotor travado fornece valores mais fiáveis para o factor de saturação estatórico, do que a simples consideração de alguns daqueles resultados (esta conclusão encontra-se verificada em trabalho publicado por outros Autores [KAM-1]).

#### 5.4 Resultados obtidos

Como vimos, os métodos apresentados para a fixação do factor de saturação estatórico permitem, também, a prever o valor do parâmetro representativo das perdas "não-Joule" do motor no arranque.

##### 5.4.1 Perdas "não-Joule" no arranque

De acordo com cada um dos métodos aplicados, os correspondentes valores obtidos de  $a_{arrq}$ , para ligação estatórica em triângulo, foram os representados na Fig. 5.4, em que se tomou como variável a potência nominal do motor  $P_n$  (expressa em kW).

As curvas de ajuste apresentadas obedecem à lei:

$$a_{arrq} = a P_n^b \quad (5.5)$$

em que, de acordo com o método, os coeficientes  $a$  e  $b$  são os constantes do Quadro 5.3, onde também se indica o valor do desvio padrão  $\sigma$  com que tal ajuste foi obtido.

QUADRO 5.3

| Método                   | a     | b      | $\sigma$ |
|--------------------------|-------|--------|----------|
| da corrente              | 0,259 | -0,020 | 0,221    |
| do factor de pot. $\phi$ | 0,264 | -0,139 | 0,148    |
| global                   | 0,414 | -0,293 | 0,136    |

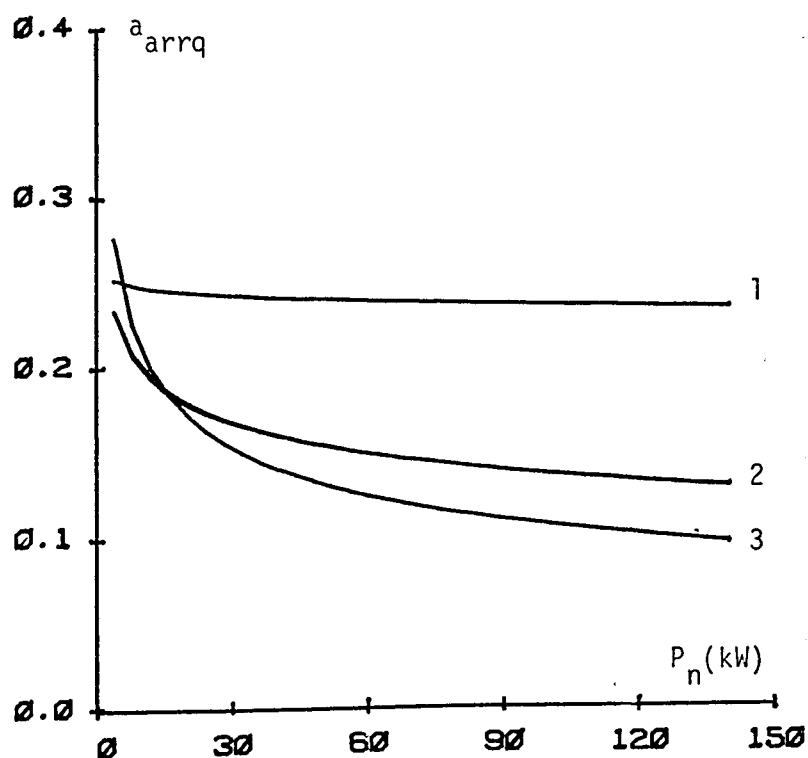


Fig. 5.4 Valores obtidos para  $a_{arraq}(P_n)$   
(estator em triângulo)

- 1 - método da corrente
- 2 - método do factor de potência
- 3 - método global

Por consulta da figura, e tendo também em atenção a Fig. 3.5, que representa a variação do mesmo parâmetro em regime nominal, podem realçar-se os seguintes pontos fundamentais:

- (a)-independentemente do método aplicado, o parâmetro representativo das perdas "não-Joule" no arranque continua a ser decrescente com o aumento do valor da potência nominal do motor, sendo este fenómeno menos nítido nos resultados obtidos com o método da corrente, para o qual se verifica um maior índice de dispersão de resultados;
- (b)-as perdas "não-Joule" no arranque atingem valores muito superiores às verificadas em regime nominal - note-se que o seu parâmetro representativo é cerca de 4 vezes superior e este tipo de motores apresenta normalmente um binário de arranque da ordem de 2,5 vezes o respectivo binário nominal;
- (c)-o efeito do número de polos do motor sobre o valor do correspondente parâmetro ~~arr~~ praticamente não se faz sentir (motivo pelo qual optámos por não o representar na Fig. 5.4, sob risco de perda de clareza).

Das observações apresentadas, aquela que indubitavelmente levanta a questão teórica mais interessante é a indicada em (b); de facto, convirá analisar o porquê do crescimento das perdas "não-Joule" do motor no momento de arranque, com tensão e frequência nominais.

Sendo certo que, neste regime, são nulas as perdas mecânicas do motor, a imobilidade do rotor desde logo acarreta a não nulidade das perdas magnéticas neste membro da máquina. Como o fluxo magnético rotórico varia, no tempo e neste regime, com a mesma frequência de variação do estatórico e o ferro rotórico possui as mesmas características magnéticas do estatórico, será de prever que as perdas magnéticas se distribuam pelos dois membros da máquina aproximadamente de acordo com os respectivos volumes.

Com base em dados fornecidos pela EFACEC, a massa magnética rotórica atinge (30÷50)% da massa magnética total utilizada no fabrico de um motor, pelo que fácil se torna

ver que, neste regime de rotor travado, a anulação das perdas mecânicas é largamente compensada pelo aparecimento das perdas magnéticas rotóricas.

Por outro lado, é também de salientar que os elevados valores das f.m.ms. estatórica e rotórica, existentes neste regime, conduzem necessariamente a elevados níveis (localizados) de saturação magnética, o que implica o crescimento das perdas magnéticas específicas das chapas utilizadas na constituição de todo o circuito magnético.

Simultaneamente, é de referir o aumento das perdas adicionais do motor, quer como consequência directa dos altos valores das f.m.ms. associadas a cada ranhura da máquina, quer indirectamente através dos campos magnéticos a que as mesmas dão origem.

Concluindo: o aumento significativo das perdas "não-Joule" do motor, quando se comparam os seus valores associados aos regimes de funcionamento nominal e com rotor travado (sempre admitindo que a tensão de alimentação do motor se mantém em valor eficaz e frequência), é justificado pelo aumento das perdas magnéticas totais e pelo crescimento das perdas adicionais (este facto é reconhecido por muitos outros Autores, podendo exemplificar-se com os trabalhos [BRO-10, BUR-1, HEM-1 e SAT-1]).

A aplicação dos métodos anteriores, ao caso de ligação do enrolamento estatórico em estrela, forneceu resultados (Quadro 5.4) que apresentam um índice de dispersão mais elevado, conduzindo portanto a ajustes menos credíveis (o erro médio destes ajustes foi aproximadamente duplo do encontrado para a ligação estatórica em triângulo).

Como justificação plausível deste facto, pode citar-se a menor correcção, no caso dos ensaios em estrela, da aplicação da hipótese de iguais temperaturas estatórica e rotórica, provocada pela interrupção do ensaio para conveniente troca de ligações.

De qualquer modo, as curvas de ajuste obtidas (representadas na Fig. 5.5) têm a particularidade de mostrar a plausibilidade da justificação dada para o crescimento das perdas "não-Joule" do motor, sugerindo a confirmação da causa apresentada para a maior dispersão de resultados (inversão da ordem de grandeza dos valores de ~~a~~  $\alpha$  obtidos



pelo método da corrente, quando comparados com os dos dois restantes métodos).

QUADRO 5.4

| Método                   | a                 | b      | $\sigma$ |
|--------------------------|-------------------|--------|----------|
| da corrente              | $a_{arrq} = 0,05$ |        | 0,226    |
| do factor de pot. $\phi$ | 0,798             | -0,679 | 0,007    |
| global                   | 0,411             | -0,505 | 0,043    |

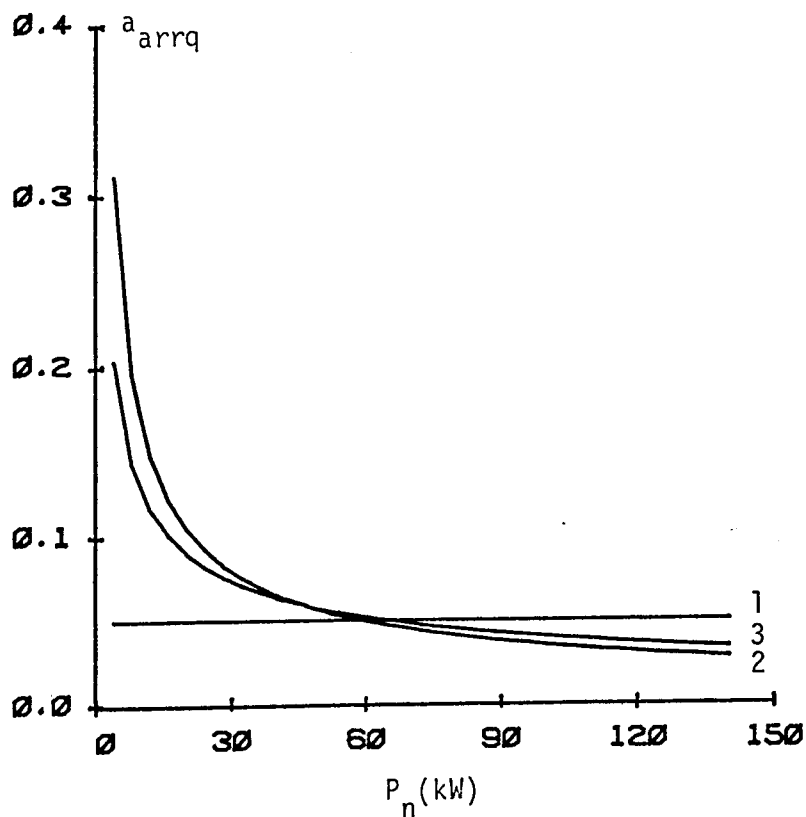


Fig. 5.5 Valores obtidos para  $a_{arrq}(P_n)$   
(estator em estrela)

- 1 - método da corrente
- 2 - método do factor de potência
- 3 - método global

#### 5.4.2 Factor de saturação estatórico

A evolução do valor do factor de saturação  $K_{ss}$ , obtida por aplicação de cada um dos métodos referidos, a motores de 4 polos e em função da correspondente potência nominal, é a representada na Fig. 5.6.

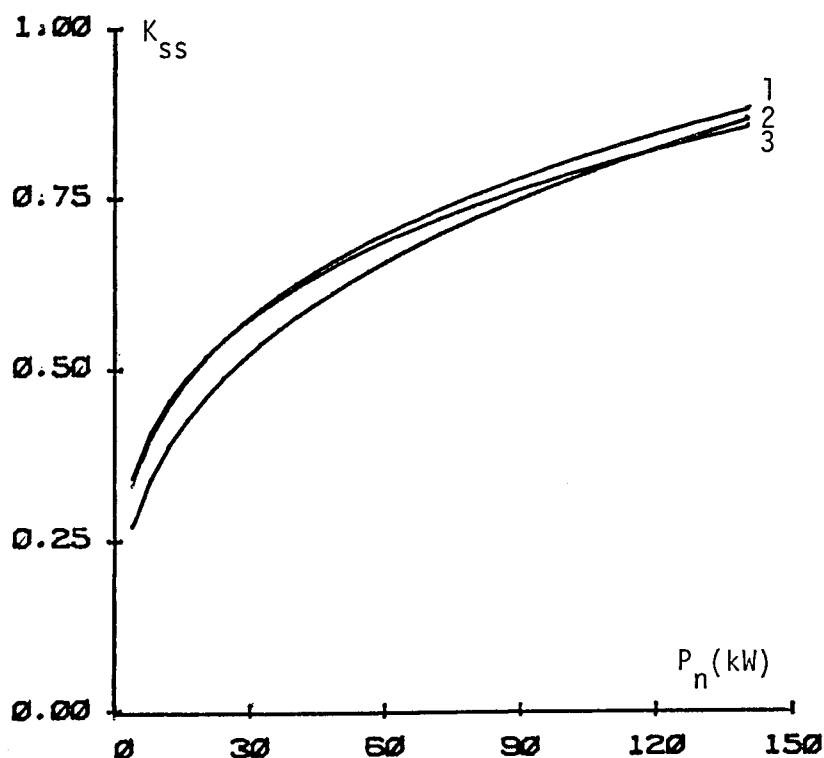


Fig. 5.6 Valores obtidos para  $K_{ss}(P_n)$ ,  $p = 2$   
(estator em triângulo)

- 1 - método da corrente
- 2 - método do factor de potência
- 3 - método global

Existem três traços marcantes, evidenciados pelos resultados apresentados (os obtidos com 2 e 6 polos, não representados na figura, também denotam tais características):

- (a)-os três métodos conduzem a resultados muito semelhantes, nomeadamente na gama superior de potências;

(b)-o método global fornece resultados intermédios dos obtidos com os outros dois métodos;

(c)-todos os métodos mostram que, mantendo constante o número de polos dos motores considerados, o factor de saturação  $K_{ss}$  é crescente com o aumento da potência nominal.

Por outro lado, feita a investigação sobre a forma de variação de  $K_{ss}$  com o número de polos do motor, verificou-se que:

(d)-em motores de menor potência e independentemente do método aplicado, o factor  $K_{ss}$  tem tendência para crescer com o aumento do número de polos.

A Fig. 5.7 mostra o tipo de variação encontrado, por aplicação do método global.

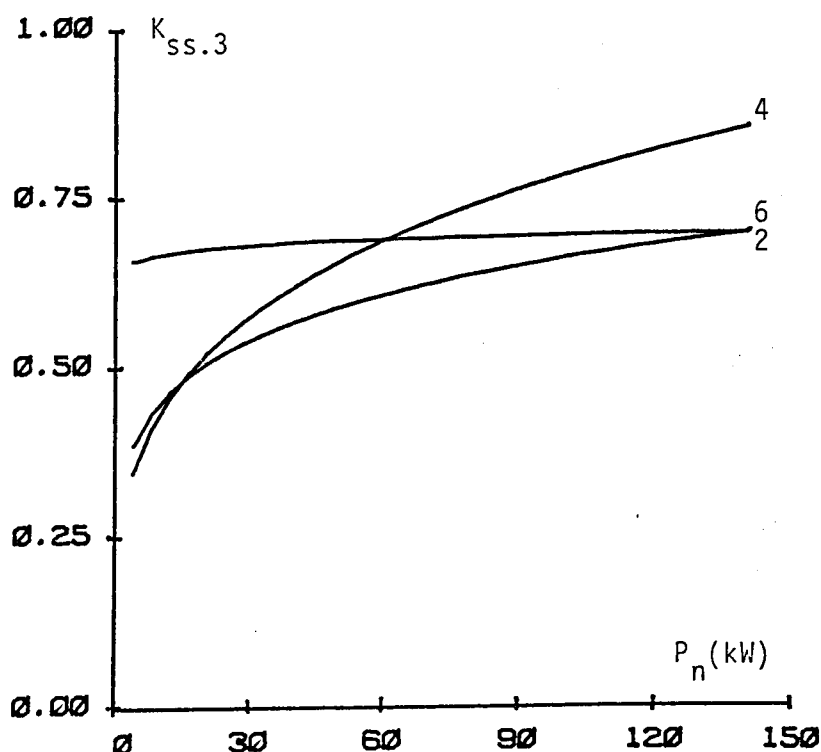


Fig. 5.7 Valores obtidos para  $K_{ss.3}(P_n)$ ,  $2p = 2;4;6$   
(estator em triângulo)

As duas últimas ilacções parecem, pelo menos à primeira vista, incoerentes: se ao aumento do número de polos corresponde, geralmente, um decréscimo do valor relativo da corrente de arranque, ao aumento da potência nominal está normalmente associado um crescimento desse mesmo valor; por isso, tais observações conduziram ao aprofundamento teórico das questões levantadas, tendo em vista a determinação das suas causas, nomeadamente saber se o resultado apresentado é uma mera consequência da metodologia usada (nomeadamente, na modelização do rotor do motor), ou se é um reflexo da actual concepção dos motores de indução trifásicos.

Ora, considerando dois motores de indução (A e B) com o mesmo valor relativo das respectivas intensidades de corrente de arranque (Fig. 5.8), aquele que apresentará um maior factor de saturação  $K_{\infty}$  será o que possuir uma característica de magnetização, associada ao respectivo fluxo magnético de fugas estatórico, conducente ao menor valor da reactância (estacionária) na zona inicial dessa mesma curva (caso B, na figura).

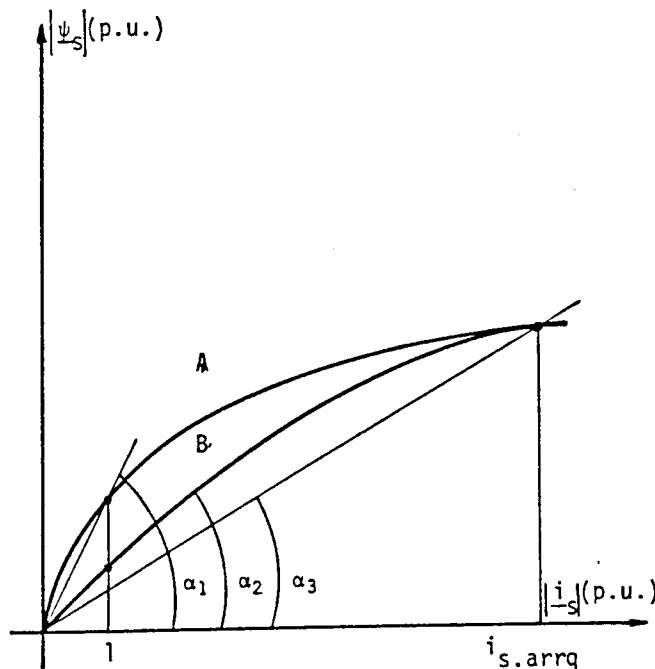


Fig. 5.8 Fluxo magnético de fugas estatórico

$$K_{\infty}[A] = \operatorname{tg} \alpha_3 / \operatorname{tg} \alpha_1$$

$$K_{\infty}[B] = \operatorname{tg} \alpha_3 / \operatorname{tg} \alpha_2$$

Nesta linha de raciocínio, o motor B deverá ser o de maior potência nominal, caso possua o mesmo número de polos do motor A, ou deverá possuir a menor velocidade de sincronismo, se forem iguais as potências nominais dos dois motores.

Por outro lado, o motor B deverá apresentar, em termos relativos, uma maior predominância de ar nos respectivos trajectos de fugas estatóricas.

A comparação dos trajectos estatóricas de fugas de dois motores é relativamente complexa, já que exige o conhecimento pormenorizado da respectiva geometria; no entanto, para o tipo de confronto necessário ao estudo em apreço, podemos tomar para base um hipotético trajecto que englobe uma faixa ocupada por uma fase do enrolamento estatórico. Nessas condições, verifica-se que:

\*a espessura média da armadura estatórica cresce a um ritmo mais lento que o do valor da potência nominal do motor - é uma consequência do crescimento simultâneo do comprimento útil do ferro da máquina e do respectivo coeficiente específico dimensional, expresso em  $[W/(m^3.rev/min)]$ ;

\*a largura média da faixa ocupada por uma fase do enrolamento estatórico, expressa em metros, também cresce com uma taxa mais moderada do que a apresentada pela potência nominal do motor, diminuindo com o aumento do número de polos - no primeiro caso, tal facto deriva da afirmação anterior; no segundo caso, é uma consequência do aumento do número de polos ser mais pronunciado que o do diâmetro médio do entreferro;

\*o trajecto de ar, introduzido pela abertura de cada ranhura, aumenta com o crescimento da potência nominal do motor - quer devido ao aumento do número de ranhuras por fase e polo, quer para facilitar a montagem (automatizada) dos feixes de condutores alojados numa ranhura;

Fica assim justificada a influência da geometria estatórica na forma obtida para as curvas de variação do respectivo factor de saturação  $K_{-}$ . Tal justificação foi confirmada (ver ANEXO 6) por comparação dos modelos correspondentes a motores com iguais potências nominais (37

kW, 2;4;6 polos) ou com igual número de polos (2 polos, 37;90 kW).

Os resultados obtidos para a forma de variação de  $K_{\text{--}}$  mostram, assim, um aspecto muito importante na moderna tendência do projecto dos motores de indução tipo "standard": em motores de pequena potência, as boas características mecânicas de arranque (elevados binários relativos) são conseguidas à custa de uma elevada saturação magnética do seu ferro, sendo a corrente absorvida limitada pelo valor relativamente elevado das resistências dos seus enrolamentos; nos motores de maior potência nominal, o mesmo tipo de características é conseguido por aumento da influência do efeito pelicular rotórico, não sendo o ferro do motor tão solicitado (em termos magnéticos) para não conduzir a valores excessivos da intensidade de corrente de arranque.

## 5.5 Aplicabilidade dos resultados obtidos

### 5.5.1 Problema geral

Sendo certo que os métodos aplicados na estimação de  $a_{\text{--}}$  e de  $K_{\text{--}}$  conduzem a resultados de precisão aceitável, é de prever o surgimento de dificuldades inerentes à sua aplicação.

Efectivamente, a situação prática mais vulgar será caracterizada por o efeito pelicular rotórico do motor apenas ser conhecido de uma forma aproximada, através da variação esperada para os seus parâmetros, consoante o Grupo em que o mesmo foi classificado.

Daí a necessidade de se proceder ao estudo da margem de erro esperada, quando os valores do factor de saturação e das perdas "não-Joule" anteriormente obtidos (a partir do estudo do efeito pelicular em cada motor), são aplicados na estimação dos valores de arranque de um motor para o qual o efeito pelicular rotórico é traduzido pelas curvas médias apresentadas no Capítulo anterior.

Para o efeito, utilizando a mesma população de motores e, para cada um dos métodos de fixação do valor de  $K_{\text{--}}$ , podem calcular-se os valores correspondentes da intensidade

de corrente absorvida, do factor de potência e do binário útil, todos com o rotor travado, à tensão e frequência nominais; os valores assim obtidos, quando comparados com os fornecidos pelo ensaio laboratorial dos mesmos motores, apresentarão desvios que podem ser quantificados.

Utilizando o desvio padrão verificado para o conjunto daquelas grandezas, o erro esperado foi assim avaliado.

As características fundamentais, apresentadas pelos resultados obtidos, foram as seguintes:

- o valor do desvio padrão, para o conjunto das três grandezas, mais do que duplicou;
- o valor do desvio padrão, quando determinado apenas para uma dada grandeza, não sofreu uma variação uniforme, sendo de realçar os relativamente elevados valores do desvio padrão verificados na previsão do binário útil.

No Quadro 5.5 apresentam-se, a título de exemplo, os resultados obtidos por aplicação do método global de fixação de  $K_{...}$  aos motores estudados - tais resultados pressupõem que os enrolamentos de cada motor atingem 115 °C no ensaio com rotor travado, independentemente do valor realmente medido no mesmo.

QUADRO 5.5

| Método | enr. estático | $\sigma_I$ | $\sigma_{TP}$ | $\sigma_T$ | $\sigma$ |
|--------|---------------|------------|---------------|------------|----------|
| global | triângulo     | 0,072      | 0,124         | 0,236      | 0,158    |
|        | estrela       | 0,139      | 0,153         | 0,309      | 0,212    |

A provável justificação para o comportamento dos desvios calculados baseia-se nos seguintes factores:

(a)-ao substituir-se a variação real dos parâmetros rotóricos do motor pela variação média do Grupo, os erros introduzidos, em termos de módulo da impedância equivalente do motor, compensam-se - a um acréscimo da resistência corresponde, necessariamente, um decréscimo da reactância parcial de fugas;

(b)-pelo contrário, em termos do factor de potência e do binário desenvolvidos, esses erros somam-se.

Como a degradação verificada nos resultados é fruto da substituição do efeito pelicular rotórico, calculado para cada motor à temperatura verificada durante o seu ensaio, pelo valor médio esperado para o Grupo de motores em que o mesmo se insere e com uma temperatura aproximada, é evidente que melhores resultados se podem obter com a subdivisão de tais Grupos e com a consideração de um valor mais correcto para a temperatura dos seus enrolamentos; no entanto, tal não nos parece aconselhado, uma vez que esse procedimento, além de falsear as condições verificadas na prática (problema das temperaturas), conduziria a um aumento do número de matrizes necessário para representação do efeito pelicular rotórico, com o consequente aumento da solicitação computacional.

Por isso, o processo adoptado na busca da melhoria dos resultados foi diferente: em vez de se utilizarem os valores do factor de saturação estatístico obtidos a partir dos resultados do ensaio com rotor travado de cada motor, foram os mesmos procurados a partir dos dados de arranque constantes no catálogo comercial do respectivo fabricante, admitindo sempre como válido o valor já obtido para o parâmetro  $a_{arrq}$ .

Uma vez que os valores das características de arranque de um motor de indução trifásico têm de ser obrigatoriamente declaradas pelo seu fabricante e que, dentro de margens de tolerância conhecidas, tal indicação assume um carácter médio, justifica-se a opção tomada.

Feita a análise comparativa entre os valores declarados pelo respectivo fabricante e os obtidos pelo ensaio directo de protótipos dos motores que temos vindo a estudar, verificou-se que, tal como esperado, não coincidiam; medindo as diferenças encontradas através do correspondente desvio



padrão, calculado com base no exposto no ponto 5.3.4, obtiveram-se os valores que permitiram construir o Quadro 5.6:

QUADRO 5.6

| ligação<br>estator | $\sigma_1$ | $\sigma_T$ |
|--------------------|------------|------------|
| triângulo          | 0,030      | 0,058      |
| estrela            | 0,107      | 0,223      |

(não se apresenta a comparação entre os valores declarados e medidos do factor de potência de arranque dos motores estudados, uma vez que esta grandeza não faz parte do conjunto habitualmente indicado no catálogo comercial respectivo)

Embora os valores encontrados se possam considerar normais - note-se que as tolerâncias admitidas, de acordo com a normalização aplicável aos casos estudados [CEI 34-1], indica +20% para a intensidade de corrente de arranque e (+25;-15)% para o binário útil - é evidente a maior discrepância nos valores declarados para o arranque em estrela, facto este que confirma as reservas que a este propósito avançámos, uma vez que ao aumento do desvio está normalmente associado um defeito no valor do binário declarado e um excesso no da corrente.

Procedendo de acordo com a metodologia exposta, admitindo que os valores declarados para as grandezas de arranque do motor pressupõem igualdade de temperatura dos dois enrolamentos do motor (115 °C) e mantendo o critério de avaliação da precisão dos resultados, obteve-se o conjunto de valores inscritos no Quadro 5.7.

Comparando os valores correspondentes, constantes dos Quadros 5.1, 2, 5 e 7, verifica-se que:

QUADRO 5.7

| Método   | enr. estatórico | $\sigma_I$ | $\sigma_{+P}$ | $\sigma_T$ | $\sigma$ |
|----------|-----------------|------------|---------------|------------|----------|
| corrente | triângulo       | 0,030      | 0,131         | 0,064      | 0,085    |
|          | estrela         | 0,107      | 0,156         | 0,276      | 0,191    |
| global   | triângulo       | 0,044      | 0,119         | 0,058      | 0,080    |
|          | estrela         | 0,087      | 0,119         | 0,223      | 0,153    |

(a não apresentação dos resultados correspondentes ao método do factor de potência é consequência da não aplicabilidade do mesmo nestas circunstâncias, pelos motivos apontados no Quadro anterior)

(a)-o método global, quando aplicado aos valores de arranque do motor indicados no respectivo catálogo comercial fornece, tanto para ligação estatórica em triângulo como em estrela, os resultados mais credíveis; além disso, é um método praticamente aplicável em todas as situações (basta que se admita como disponível o catálogo do fabricante do motor);

(b)-o método da corrente, se aplicado aos mesmos dados, permite obter resultados menos precisos que os conseguidos com o método anterior; no entanto, tal degradação é ligeira, tendo este método a vantagem de prescindir do conhecimento prévio do valor do binário de arranque declarado pelo fabricante do motor;

(c)-ambos os métodos dão resultados satisfatórios quando se conhece mais detalhadamente a constituição do rotor do motor, fornecendo por isso valores fiáveis para  $a_{arr}$  e para  $K_{rr}$ ; a utilização destes valores tem a grande vantagem de não exigir o prévio conhecimento dos dados de arranque do motor, sendo no entanto de esperar uma nítida degradação dos resultados obtidos, quando apenas se dispõe dos valores médios previstos para o efeito pelicular rotórico; nestas condições, o método global mostra-se mais credível;

(d)-como o valor do factor de potência apresentado pelo motor no arranque não faz parte dos dados habitualmente disponíveis, o método correspondente possui menor interesse prático.

Face ao exposto, pareceu-nos justificável prosseguir o estudo da modelização do motor de indução trifásico por recurso a três métodos de estimação dos respectivos parâmetros, que se esquematizam na Fig. 5.9 sob a designação de "proposto", "da corrente" e "aproximado" - o critério utilizado nesta sistematização deriva das verificações experimentais a que se procedeu e que se apresentarão no Capítulo seguinte.

Para cada método, as funções  $a_{arrq}(P_n)$  correspondentes são as indicadas nos Quadros 5.3 (triângulo) e 5.4 (estrela); para aplicação do "método aproximado", os valores de  $K_{sc}$  necessários, em função da potência nominal e do número de polos do motor, obedecem às leis:

\*enrolamento estatórico ligado em estrela:

$$K_{sc} = 0,84 \quad (5.6 A)$$

\*enrolamento estórico ligado em triângulo:

$$K_{sc} = c P_n^d \quad (5.6 B)$$

com  $P_n$  expresso em kW e onde  $c$  e  $d$  tomam os valores indicados no Quadro 5.8 (as curvas apresentadas na Fig. 5.7 foram traçadas de acordo com tal lei).

QUADRO 5.8

| p | 1     | 2     | 3     |
|---|-------|-------|-------|
| c | 0,305 | 0,239 | 0,643 |
| d | 0,169 | 0,258 | 0,018 |

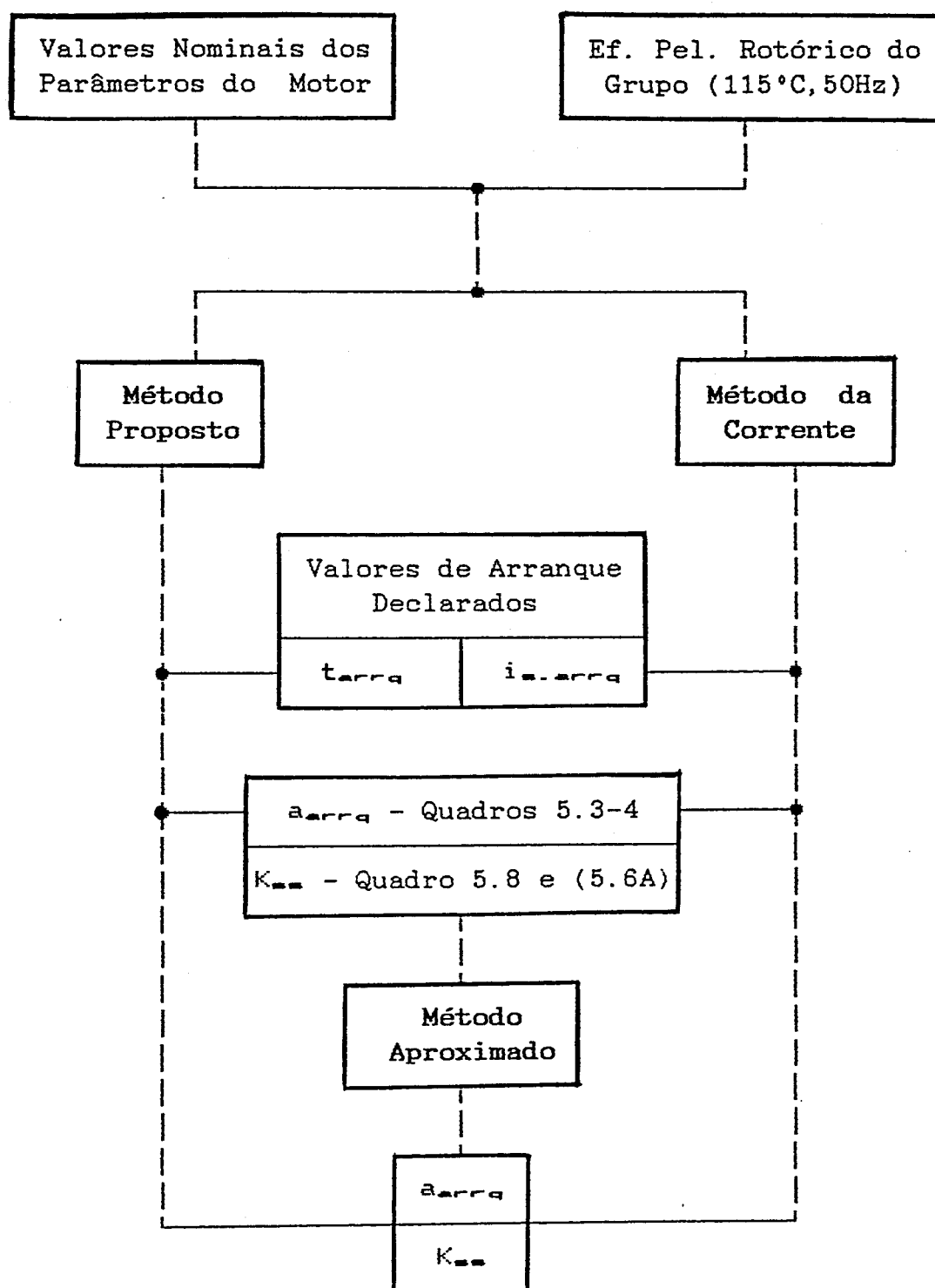


Fig. 5.9 Métodos adoptados para estimação das perdas "não-Joule" e do factor de saturação estatórico

### 5.5.2 Características estacionárias do motor

Se se pretender aplicar os resultados obtidos na previsão das características estacionárias do motor de indução trifásico, suposto alimentado com tensão e frequência nominais e com o respectivo enrolamento estatórico ligado em triângulo, alguns problemas surgem.

Efectivamente, quer o parâmetro representativo das perdas "não-Joule", quer o factor de saturação apenas se encontram definidos em regimes concretos de funcionamento do motor (regime nominal e com rotor travado), ao passo que, para a correcta previsão das características estacionárias do mesmo, é também necessário conhecer a forma da evolução dos seus valores, com o deslizamento rotórico.

No entanto, do ponto de vista do utilizador, o conhecimento exacto das características estacionárias do motor, em toda a gama de variação do deslizamento do respectivo rotor, não é em regra fundamental:

-se o estudo se restringe à zona de funcionamento estável, as características estacionárias são aceitavelmente previstas por consideração de valores constantes das perdas "não-Joule" (representadas por  $a_n$ ) e da rectância parcial de fugas estatórica (dada por  $x_{f.n}$ );

-se o estudo diz respeito a pontos de funcionamento caracterizados por elevados valores de deslizamento, como o motor apenas transitoriamente os percorre, o conhecimento dos valores estacionários da corrente absorvida e do binário desenvolvido têm interesse meramente relativo.

De qualquer forma, a estimação dos valores  $a_{arrq}$  e  $K_{arr}$ , em conjunto com os valores nominais dos parâmetros do motor e a variação, por efeito pelicular, dos relativos ao seu rotor, permitem estabelecer as curvas limite entre as quais se devem encontrar as verdadeiras características estacionárias do motor, fornecendo, além disso, um conhecimento muito mais correcto de dois dos seus pontos singulares - funcionamento em regime nominal e (estacionário) de arranque.

Se, do ponto de vista prático, os regimes estacionários de funcionamento do motor podem ser encarados da forma indicada, do ponto de vista teórico, em particular no respeitante ao factor de saturação estatórico, os problemas suscitados são dignos de reflexão.

Como, em regime estacionário, existe uma relação biunívoca entre a intensidade de corrente absorvida pelo motor e o correspondente deslizamento rotórico (admitindo sempre que o motor está alimentado com tensão e frequência nominais), é indiferente estabelecer as relações existentes entre o factor de saturação estatórico e qualquer uma daquelas grandezas, isto é, considerar  $K_{s-}$  não como uma constante, mas sim como função de  $s$  ou de  $|i_-|$  - há investigadores que assim procedem, quer no estudo de regimes estacionários, quer no de transitórios, recorrendo para o efeito ao ensaio de saturação com rotor travado [DAU-1, HEM-1, KOW-1 e NEN-1].

Admitindo como válido o modelo adoptado para o motor de indução trifásico, a forma da referida função  $K_{s-}(s)$  deverá ser a que, em termos puramente qualitativos, se representa na Fig. 5.10, sob a designação de (a). Submetendo o motor de indução "standard" a um ensaio de rotor travado, com frequência nominal e tensão variável, encontra-se sistematicamente a curva  $K_{s-}(|i_-|)$  representada, também em termos qualitativos, na mesma figura - curva (b).

Surge assim uma discrepância entre as conclusões obtidas a partir do modelo adoptado e as verificadas por ensaio laboratorial, particularmente para baixos valores da corrente absorvida (ou do deslizamento).

Em nosso entender, tal diferença é perfeitamente justificável: para baixos valores da corrente absorvida, o ensaio de saturação com rotor travado não traduz, com fidelidade, o efeito de saturação magnética dos trajectos de fugas do motor, quando este se encontra alimentado com tensão constante e possui ranhuras rotóricas de tipo fechado.

Este assunto, já abordado no Capítulo 2 da presente dissertação (princípio de separação dos fluxos), prende-se com a influência exercida pelo fluxo magnético principal no nível de saturação verificado em trajectos de fugas rotóricas (trajectos que incluem as "pontes" situadas nos

topos das ranhuras), para baixos valores da f.m.m. concentrada na correspondente ranhura; tal facto leva a que, para baixos valores da intensidade de corrente, a curva (b) da Fig. 5.10 não fique perfeitamente definida por esses valores, antes exigindo, em simultaneidade, um dado valor da tensão de alimentação.

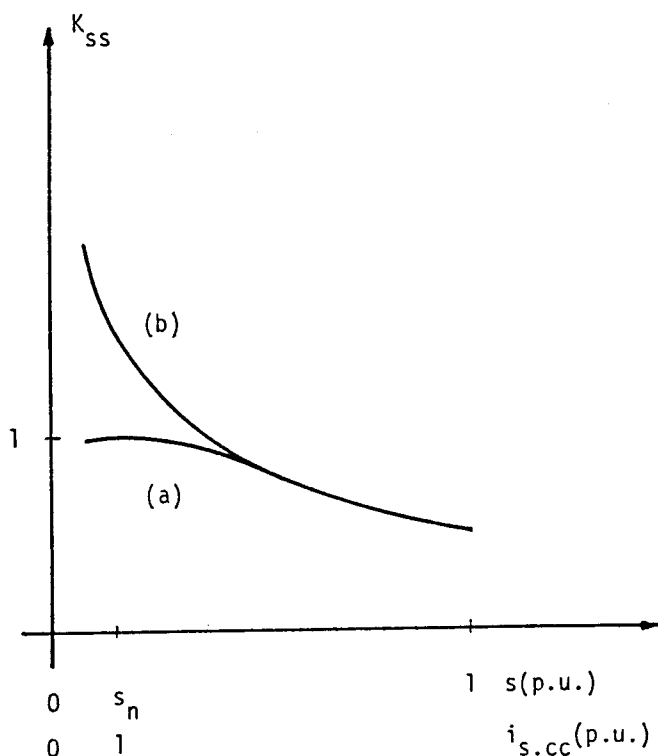


Fig. 5.10 Variação do factor de saturação estatórico  
 (a) previsto a partir do modelo  
 (b) verificado com rotor travado

Num ensaio com rotor travado não é possível variar independentemente os valores da tensão e da intensidade de corrente estatóricas, pelo que tal ensaio, por si só, não serve para verificar a afirmação feita; no entanto, recorrendo a um ensaio em carga, é possível garantir que o enrolamento estatórico do motor seja percorrido por uma corrente cuja intensidade tem um valor próximo do nominal, independentemente do valor da tensão de alimentação; por comparação dos valores de  $K_{ss}$  obtidos nos dois ensaios, para o mesmo valor de corrente estatórica, verifica-se que eles são diferentes: o factor de saturação estatórico obtido a

partir do ensaio em carga é nitidamente menor do que o obtido através do ensaio de saturação com rotor travado.

Se, pelo contrário, o motor de indução tiver um rotor de tipo bobinado - logo, nele possuir ranhuras semi-fechadas - não só essa diferença é menos clara, como também o ensaio de saturação com rotor travado origina uma curva característica que, na zona de baixos valores da intensidade de corrente absorvida, é muito mais próxima da curva (a) representada na Fig. 5.10.

Poderá, no entanto, objectar-se que a alteração da forma de variação da reactância combinada de fugas dos dois enrolamentos não é fundamentalmente provocada pelo trajecto de fugas rotórico; porém, o recurso a um ensaio de saturação, após remoção do rotor do motor, permite dissipar quaisquer dúvidas: para o mesmo valor da intensidade de corrente estatórica, o nível de tensão aplicado apenas conduz a valores diferentes do correspondente coeficiente de autoindução parcial de fugas, sem alterar substancialmente a forma da sua dependência.

Fica assim justificada a discrepância detectada.

No ANEXO 7 encontram-se descritas as experiências laboratoriais, realizadas no âmbito deste trabalho, que permitiram estabelecer tal explicação e que, por isso, lhe servem de suporte.

Concluindo, no que se refere às características estacionárias de um motor de indução trifásico, o presente método de estimação dos seus parâmetros permite prevê-las, com razoável correcção, na zona de funcionamento estável; na zona de elevados deslizamentos, os valores característicos do arranque do motor, são também aceitavelmente previstos; na zona de transição entre os dois tipos de regime, o método apenas fornece as curvas limite entre as quais se devem encontrar as características do motor.

Se se pretender um conhecimento correcto das características estacionárias do motor em toda a sua zona de funcionamento possível, em vez do recurso ao ensaio de saturação com rotor travado é preferível a realização de um ensaio de arranque, com inércia (exterior) suficientemente elevada - é o processo industrial modernamente adoptado em protótipos de motores com potência nominal dentro da gama a



que nos temos vindo a reportar.

### 5.5.3 Características dinâmicas do motor

Para a simulação do comportamento do motor em regime transitório e de acordo com a modelização adoptada, o valor do factor de saturação estatórico deverá ser mantido constante ao longo de todo o fenómeno.

Surgem portanto dois tipos de problemas práticos quando se pretende aplicar os resultados obtidos na estimação de  $K_{\text{m}}$  e de  $a_{\text{arrq}}$ : por um lado, como representar a evolução das perdas "não-Joule" do motor ao longo de todo o fenómeno transitório em estudo; por outro, que valores tomar para as reactâncias parciais de fugas estatórica e rotórica em regimes particulares de funcionamento do motor, para os quais a evolução do estado magnético do seu ferro se afasta substancialmente daquele que serviu à fixação dos seus valores.

Quanto ao primeiro problema apontado e como já se viu no ponto anterior, os dados disponíveis não permitem encontrar a evolução do correspondente parâmetro; assim, as perdas "não-Joule" do motor poderão ser representadas (salvo nos períodos em que o mesmo se encontra desligado da rede de alimentação, com o rotor em movimento) pelo valor obtido para  $a_{\text{arrq}}$ , ao longo de todo o fenómeno transitório e de acordo com a forma de ligação do enrolamento estatórico do motor - efectivamente, como o modelo desenvolvido pressupõe que o motor é normalmente alimentado com valores de tensão e frequência próximos dos nominais, as f.m.ms. produzidas pelos enrolamentos do motor, durante a maioria dos fenómenos transitórios, serão relativamente elevadas, justificando por isso tal opção.

Durante os períodos de corte de alimentação, como as f.m.ms. ficam reduzidas à rotórica e mesmo esta de valor muito limitado, as perdas "não-Joule" do motor devem ser também reduzidas às correspondentes perdas mecânicas, cuja evolução, com a velocidade rotórica, segue uma lei aproximadamente quadrática.

Quanto à segunda questão, fácil é ver que o valor realmente apresentado pelas duas reactâncias parciais de fugas deverá ser maior do que o estimado: a f.m.m.

estatórica anula-se e dado o pequeno valor da f.m.m. rotórica, valor esse exponencialmente decrescente no tempo (de acordo com a constante de tempo do rotor com o estator em circuito aberto  $T_{ro}$ ), o fluxo magnético simultaneamente encadeado com os dois enrolamentos toma valores progressivamente reduzidos.

Do mesmo modo que o considerado para o valor da reactância magnetizante da máquina, a utilização de um valor (médio) para as duas reactâncias parciais de fugas, dado pelo produto  $(1,4 \times \dots)$  mostra-se satisfatório, pelo que deverá ser adoptado.

## 5.6 Síntese

Neste Capítulo estudou-se o processo de introduzir algumas correcções realistas no modelo simplificado do motor de indução trifásico, impostas pela presença do efeito de saturação dos trajectos percorridos pelo fluxo magnético nele criado.

Para o efeito, foram estabelecidos os factores de saturação julgados convenientes e estimados os correspondentes valores das perdas "não-Joule" do motor.

Na fixação desses valores, tiveram-se em conta dois aspectos importantes: possibilidade da sua estimação nas condições práticas normalmente existentes e minimização dos erros introduzidos, por comparação dos resultados obtidos com os dados de ensaio disponíveis.

Assim, foi possível estabelecer três métodos ("proposto", "da corrente" e "aproximado") de estimação do factor de saturação estatórico, que associados aos convenientes valores do parâmetro representativo das perdas "não-Joule" do motor e do factor de saturação estrela-triângulo (que afecta o valor estacionário da reactância magnetizante do motor) permitirão simular o comportamento da máquina de indução em qualquer regime de funcionamento, admitindo que a mesma funciona como motor alimentado com tensão e frequência de valores normalmente iguais aos nominais.

Finalmente, dado o carácter eminentemente prático

assumido pela maioria das opções tomadas, procurou-se justificar teoricamente a evolução dos resultados a que as mesmas conduziram.

## CAPÍTULO 6

## TESTES E RESULTADOS

### 6.1 Introdução

Nos Capítulos anteriores apresentámos métodos de estimação dos parâmetros representativos do motor de indução trifásico, tendo em vista a implementação de um modelo capaz de prever o seu funcionamento.

De acordo com os critérios de avaliação da precisão de resultados indicados no Capítulo 1, procedemos ao teste dos motores cujas características nominais foram julgadas apropriadas.

Assim, realizámos ensaios laboratoriais para avaliar a precisão dos métodos de estimação propriamente ditos - tais ensaios incidiram predominantemente no comportamento de motores de indução trifásicos funcionando em regime permanente. A execução dos testes foi alargada a regimes transitórios de funcionamento, por forma a obter características representativas, nesse tipo de regimes, dos motores utilizados.

Finalmente, simulámos em computador digital o comportamento dos mesmos motores e procedemos à comparação dos resultados obtidos por ambas as vias.

Ao longo deste Capítulo apresentamos o trabalho desenvolvido neste âmbito. Como os resultados obtidos através dos ensaios em regime transitório se destinaram, fundamentalmente, a servir de termo de comparação aos resultantes das correspondentes simulações digitais e sendo vasta a literatura publicada sobre a análise das características evidenciadas pelos mesmos, houve a preocupação de privilegiar a apresentação das condições específicas em que tais ensaios foram por nós realizados.

Assim, enquanto as principais características da

aparelhagem de medida utilizada foram reunidas no ANEXO 8. os resultados propriamente ditos estão condensados no ANEXO 9, onde se reproduzem exemplos significativos do seu registo fotográfico. Na parte final do presente Capítulo, tais exemplos são directamente comparados com os resultantes da simulação digital efectuada.

## 6.2 Motores de teste

Dentro dos objectivos propostos, a escolha das principais características dos motores destinados a servir de teste - ou, simplesmente, motores de teste - assumiu um papel relevante no trabalho experimental realizado.

Aquelas características podem ser sumariadas na forma seguinte:

- (a)-serem motores de indução trifásicos de rotor em gaiola de esquilo, de baixa tensão, tipo blindado, previstos para arranque estrela-triângulo - isto é, devem ser motores "standard";
- (b)-serem oriundos de diferentes fabricantes;
- (c)-pelo menos algum(ns) desse(s) motor(es) deve(m) possuir potência nominal e número de polos tais que evidencie(m) todas as características detectadas no conjunto de motores anteriormente estudado;
- (d)-as características nominais dos motores devem ser compatíveis com as disponibilidades laboratoriais existentes, nomeadamente em termos de capacidade de carga mecânica controlável e limites de variação de frequência de alimentação,

e como não seria economicamente possível proceder ao conjunto de testes pretendido em protótipos de toda a gama de motores estudados, fácil se torna justificar a atenção requerida pela escolha dos motores apropriados.

Além disso, as próprias especificações indicadas em (c) e (d) são já de "per si" conflitantes, uma vez que se os

maiores níveis de saturação magnética do ferro do motor se encontram, de acordo com o apurado no Capítulo anterior, nos motores de menor potência nominal, a variação dos parâmetros rotóricos, devida ao correspondente efeito pelicular, evidencia-se à medida que cresce aquele valor.

Se em termos de teste as especificações (a) e (c) são evidentes, o mesmo não acontece com a (b): a imposição de origens diferenciadas para os motores de teste residuiu, em primeiro lugar, na pretensão de saber até que ponto diferentes opções de projecto afectam os resultados obtidos por métodos de estimação que foram desenvolvidos com objectivos vincadamente generalizantes; simultaneamente, tal imposição destinou-se a avaliar a correspondência prática, particularmente no respeitante a regimes transitórios de funcionamento, das semelhanças e diferenças evidenciadas pelas características (estacionárias) declaradas pelos diferentes fabricantes de motores de indução.

Face ao exposto, escolheram-se três motores de teste, cujas características comerciais são as apresentadas no Quadro 6.1 (de agora em diante, tais motores serão sistematicamente referidos por  $M_1$ ,  $M_2$  e  $M_3$ ).

Como pretendido, todos eles satisfazem as especificações indicadas: são motores trifásicos de baixa tensão (380 V, 50 Hz, 4 polos), com rotor em gaiola de alumínio, de tipo blindado e para serviço contínuo, com enrolamento estatórico normalmente ligado em triângulo, mas previstos para arranque com ligação em estrela; além disso, os motores  $M_1$  e  $M_2$  são oriundos do mesmo fabricante (EFACEC), distinto do correspondente a  $M_3$  (SIEMENS).

No respeitante à classe de isolamento indicada para cada motor, enquanto  $M_2$  possui a B,  $M_1$  e  $M_3$  são "falsos motores da classe F".

De acordo com as características declaradas para cada motor de teste - note-se que, em termos de efeito pelicular rotórico, o motor  $M_1$  ( $H = 112$  mm) pertence ao Grupo A, enquanto os restantes ( $H = 160$  mm) se incluem no Grupo B - a aplicação dos métodos de estimação anteriormente apresentados conduziu aos valores dos parâmetros inscritos no Quadro 6.2, onde se utilizaram as designações (1.d), (2.d) e (3.d), respectivamente para os métodos "proposto", "da corrente" e "aproximado", quando aplicados a um motor

que, no arranque, tem o seu enrolamento estatórico ligado em triângulo; correspondentemente, quando o arranque se faz em estrela, o símbolo 'd' foi substituído por 'y').

QUADRO 6.1

| mtr de teste             | M <sub>1</sub> | M <sub>2</sub> | M <sub>3</sub> |
|--------------------------|----------------|----------------|----------------|
| tipo                     | BF4112M44      | BF5160M44      | 1LA5163-4AA70  |
| P <sub>n</sub> (kW)      | 4              | 11             | 11             |
| N <sub>n</sub> (rev/min) | 1420           | 1450           | 1460           |
| Rendto. (%)              | 82             | 86             | 88             |
| cos $\theta_n$           | 0,81           | 0,80           | 0,84           |
| T <sub>n</sub> (N·m)     | 27             | 72             | 72             |
| K <sub>e</sub>           | 2,5            | 2,2            | 3,0            |
| K <sub>T</sub> (triang.) | 2,1            | 2,1            | 2,4            |
| K <sub>T</sub> (estrela) | 0,57           | 0,57           | —              |
| I <sub>n</sub> (A)       | 9,2            | 24             | 22,5           |
| K <sub>r</sub> (triang.) | 5,8            | 6,2            | 7,6            |
| K <sub>r</sub> (estrela) | 1,7            | 1,8            | —              |
| J (kg·m <sup>2</sup> )   | 0,00725        | 0,044          | 0,05           |



QUADRO 6.2

| motor de teste           |       | M <sub>1</sub> | M <sub>2</sub> | M <sub>3</sub> |
|--------------------------|-------|----------------|----------------|----------------|
| r <sub>m.n</sub> (75°C)  |       | 0,075          | 0,042          | 0,038          |
| r <sub>r.n</sub> (115°C) |       | 0,057          | 0,035          | 0,028          |
| x <sub>f.n</sub>         |       | 0,091          | 0,118          | 0,080          |
| x <sub>m.n</sub>         |       | 1,82           | 2,04           | 2,13           |
| k <sub>n</sub>           |       | 0,952          | 0,945          | 0,964          |
| a <sub>n</sub>           |       | 0,056          | 0,061          | 0,051          |
| T <sub>r</sub> (115,50)  |       | 1,064          | 1,540          |                |
| T <sub>x</sub> (115,50)  |       | 0,992          | 0,863          |                |
| T <sub>r</sub> (20,50)   |       | 1,116          | 1,906          |                |
| T <sub>x</sub> (20,50)   |       | 0,986          | 0,801          |                |
| K <sub>a.y-d</sub>       |       | 1,4            |                |                |
| a <sub>arrq</sub>        | (1.d) | 0,276          | 0,205          |                |
|                          | (2.d) | 0,252          | 0,247          |                |
|                          | (3.d) | 0,276          | 0,205          |                |
| K <sub>aa</sub>          | (1.d) | 0,126          | 0,297          | 0,493          |
|                          | (2.d) | 0,156          | 0,263          | 0,417          |
|                          | (3.d) | 0,342          | 0,444          | 0,444          |
| a <sub>arrq</sub>        | (1.y) | 0,204          | 0,122          |                |
|                          | (2.y) | 0,050          | 0,050          |                |
|                          | (3.y) | 0,204          | 0,122          |                |
| K <sub>aa</sub>          | (1.y) | 0,664          | 0,554          | —              |
|                          | (2.y) | 0,531          | 0,491          | —              |
|                          | (3.y) | 0,840          | 0,840          | 0,840          |

Também nestes casos se confirmaram as análises anteriormente apresentadas sobre a credibilidade atribuível, à partida, a cada um dos métodos de estimação de  $a_{arr}$  e de  $K_{rr}$ , uma vez que os métodos "proposto" e "da corrente" permitem satisfazer os dados iniciais com um desvio semelhante (sempre inferior a 4%, no caso do arranque com ligação estatórica em triângulo), desvio este nitidamente inferior ao conseguido com o método "aproximado" (para o mesmo tipo de ligação, chega a atingir 15% de diferença no valor do binário); para o arranque em estrela, os desvios crescem, sendo interessante notar que os relativos ao primeiro método indicado apresentam valores nitidamente inferiores ao do segundo (4 e 15%, respectivamente), sendo estes também inferiores aos do último (que iguala 15% no valor da intensidade de corrente absorvida e 27% no do binário útil). Estes valores, na parte respeitante ao arranque em estrela, não englobam o motor  $M_3$ , para o qual a aplicação do método "aproximado", que é o único exequível, forneceu  $K_r = 0,64$  e  $K_z = 2,1$ .

### 6.3 Ensaaios laboratoriais realizados

Pretendendo não só avaliar-se a precisão dos métodos desenvolvidos para a estimação dos parâmetros do motor, como também quantificar-se a credibilidade geral do modelo adoptado para a simulação do seu comportamento, escolhemos vários ensaios laboratoriais que, dentro das condições materiais disponíveis, permitissem atingir tais fins.

Nesse sentido, o conjunto dos ensaios realizados pode subdividir-se em dois: ensaios para determinação dos parâmetros e ensaios para verificação do modelo desenvolvido.

#### 6.3.1 Ensaaios para determinação dos parâmetros do motor

##### 6.3.1.1 Objectivos e condições gerais

Para a verificação dos valores estimados para os parâmetros representativos dos motores de teste e das respectivas leis de variação recorreu-se aos seguintes ensaios laboratoriais:

- (a)-ensaio em vazio (com tensão e frequência variáveis);
- (b)-ensaio de desaceleração (em vazio);
- (c)-ensaio com rotor travado (com tensão e frequência variáveis);

Todos os motores de teste foram submetidos a tais ensaios, quer com o respectivo enrolamento estatórico ligado em triângulo (ensaios (a) e (c) realizados a 30, 40 e 50 Hz; ensaio (b) realizado a 50 Hz), quer ligado em estrela (só ensaios (a) e (c), ambos a 50 Hz); além disso, o motor  $M_1$ , pela sua reduzida potência nominal, foi ainda ensaiado em carga, para verificar a dependência existente entre o factor de saturação estatórico e a tensão de alimentação de motores de indução de rotor em gaiola de alumínio. Os resultados de tal ensaio encontram-se indicados no ANEXO 7.

Dado que a resistência, por fase e em corrente contínua, do enrolamento estatórico do motor pode sempre ser medida directamente - motivo pelo qual o método de estimação desenvolvido assim a inclui no conjunto de dados iniciais - a realização do ensaio (a), como se sabe, permite obter os seguintes resultados:

- \*perdas mecânicas em vazio e sua variação com a velocidade rotórica;
- \*perdas magnéticas estatóricas e sua variação com a f.e.m. total induzida no correspondente enrolamento e com a frequência de alimentação;
- \*parâmetro representativo das perdas "não-Joule" do motor, em regime nominal;
- \*valor da reactância estacionária própria do estator, sua lei de variação com a f.e.m. total induzida numa fase do enrolamento correspondente e valor do factor de saturação estrela-triângulo;
- \*valor aproximado da resistência rotórica, por fase e referida ao estator, válida para pequenos valores do deslizamento do rotor do motor.

Por seu turno, a realização do ensaio de desaceleração em vazio (b) permite determinar os valores das seguintes grandezas:

- \*coeficiente de inércia do motor;

- \*constante de tempo rotórica, com o estator em circuito aberto.

Finalmente, o ensaio com rotor travado (c) permite obter, de acordo com os cuidados que sobre esta matéria foram apresentados no Capítulo anterior:

- \*evolução do valor da resistência rotórica, por fase e referida ao estator, em função da correspondente frequência;

- \*evolução do valor da reactância combinada de fugas, também por fase e referida ao estator, em função da intensidade de corrente absorvida, da tensão de alimentação e da frequência rotórica.

Para que os objectivos anteriores fossem atingidos foram sistematicamente medidos os valores da potência activa ( $P_{\text{---}}$ ) e da intensidade de corrente ( $i_{\text{---}}$ ) absorvidas, da tensão de alimentação ( $u_{\text{---}}$ ) e da correspondente frequência ( $f_{\text{---}}$ ), da temperatura do enrolamento estatórico ( $\theta_{\text{---}}$ , em °C), da velocidade rotórica ( $n_{\text{---}}$ ) e, quando possível, do binário útil ( $t_{\text{---}}$ ). Excepto para a grandeza assinalada ( $\theta_{\text{---}}$ ), continuar-se-á a usar o sistema de unidades p.u..

Os resultados de cada ensaio foram tratados por intermédio do programa "TRATADATA" [AZE-1] que, recorrendo ao método dos mínimos quadrados, permite obter as expressões analíticas que melhor aproximam o conjunto de pontos experimentais obtidos.

Nos ensaios realizados com vários valores da frequência de alimentação, esta foi obtida a partir de um grupo gerador constituído por um alternador trifásico accionado por um motor Schrage; por limitações práticas impostas pelo mesmo, não se ultrapassou o patamar inferior de 30 Hz.

Quer a alimentação do motor de teste tenha sido realizada a partir do grupo gerador mencionado, quer a partir da rede, verificou-se que a forma de variação temporal da corrente absorvida na linha pouco se afastava da senoide: na pior situação (motor  $M_3$  em vazio, alimentado com o enrolamento estatórico ligado em triângulo, a 400 V, 50 Hz), os harmônicos de 5ª e 7ª ordem apresentaram uma amplitude relativa (face à do termo fundamental) de, respectivamente, 5 e 2%.

### 6.3.1.2 Resultados obtidos

#### (a)-Ensaio em vazio:

A partir da medição das grandezas atrás mencionadas, considerando apenas os pontos de funcionamento para os quais se pode desprezar o deslizamento rotórico ( $s \leq 0,005$  p.u.) e admitindo que  $\theta_{m-m}$  pode ser igualado à média das temperaturas tomadas (pelo método da resistência) no início e no final do ensaio, as perdas mecânicas e no ferro do estator foram, em cada caso e para cada motor, isoladas.

A extrapolação da curva representativa de tais perdas para o valor nulo da f.e.m. total ( $e_m$ ) induzida em cada fase do estator permitiu separar as perdas mecânicas e, a partir delas, obter a variação das perdas no ferro do estator.

Os Quadros 6.3 (perdas mecânicas) e 6.4 A÷D (perdas magnéticas) resumem os resultados obtidos na parte respeitante às potências de perdas, sendo estas expressas através de, respectivamente:

$$\left[ \begin{array}{l} p_{mec} = (a \cdot 10^{-3}) n_r^b \\ p_{Fe} = (\alpha \cdot 10^{-3}) e_m^c \end{array} \right. \quad (6.1)$$

e onde  $\epsilon$  representa o erro percentual médio verificado no ajuste correspondente.

QUADRO 6.3

| motor | M <sub>1</sub> | M <sub>2</sub> | M <sub>3</sub> |
|-------|----------------|----------------|----------------|
| a     | 5,20           | 6,20           | 5,30           |
| b     | 1,62           | 2,09           | 2,00           |
| ε (%) | ± 4            | ± 6            | ± 6            |

QUADRO 6.4 A

| motor             | M <sub>1</sub> | M <sub>2</sub> | M <sub>3</sub> |
|-------------------|----------------|----------------|----------------|
| α (50, triângulo) | 24,8           | 21,5           | 36,2           |
| β (50, triângulo) | 1,98           | 2,11           | 2,33           |
| ε (%)             | ± 5            | ± 3            | ± 8            |

QUADRO 6.4 B

| motor             | M <sub>1</sub> | M <sub>2</sub> | M <sub>3</sub> |
|-------------------|----------------|----------------|----------------|
| α (40, triângulo) | 29,4           | 16,6           | 32,9           |
| β (40, triângulo) | 1,79           | 2,00           | 1,96           |
| ε (%)             | ± 2            | ± 3            | ± 7            |

QUADRO 6.4 C

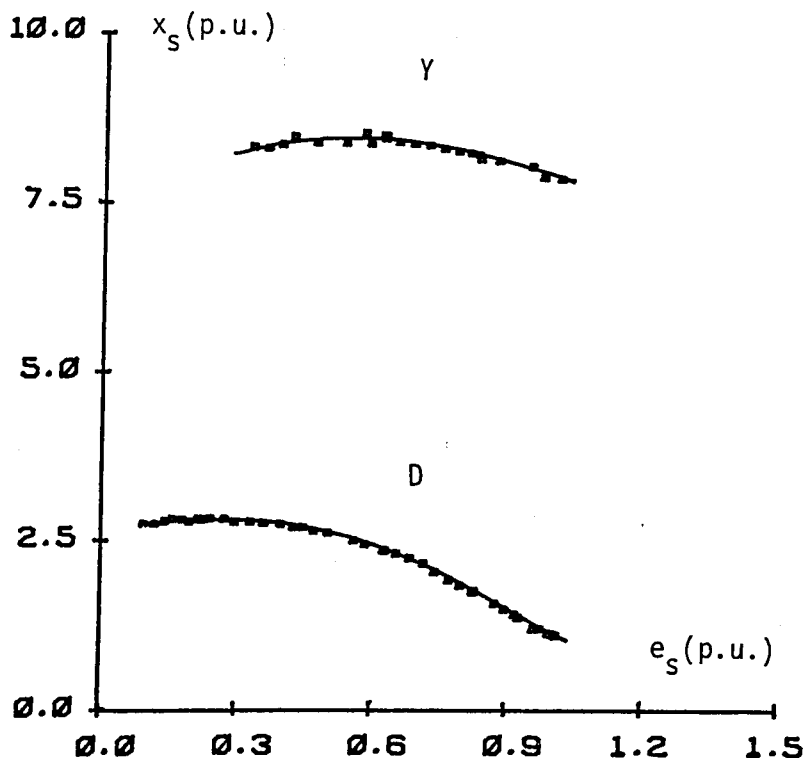
| motor             | M <sub>1</sub> | M <sub>2</sub> | M <sub>3</sub> |
|-------------------|----------------|----------------|----------------|
| α (30, triângulo) | 41,5           | 20,5           | 23,5           |
| β (30, triângulo) | 1,99           | 2,07           | 1,67           |
| ε (%)             | ± 2            | ± 5            | ± 8            |

QUADRO 6.4 D

| motor                  | M <sub>1</sub> | M <sub>2</sub> | M <sub>3</sub> |
|------------------------|----------------|----------------|----------------|
| $\alpha$ (50, estrela) | 9,0            | 4,3            | 10,7           |
| $\beta$ (50, estrela)  | 1,79           | 1,58           | 1,93           |
| $\epsilon$ (%)         | $\pm 5$        | $\pm 4$        | $\pm 6$        |

O cálculo da potência reactiva e da componente magnetizante da corrente, ambas absorvidas durante o ensaio em vazio de cada motor, permitiu obter a correspondente evolução da reactância estacionária própria do estator.

Os valores obtidos para a reactância estacionária própria do estator de cada motor, com os dois tipos de ligação possível e com frequência de alimentação nominal, encontram-se indicados nas Figs. 6.1 e 2.

Fig. 6.1 Motor M<sub>1</sub>: ensaio em vazio, a 50 Hz

D - ligação em triângulo

Y - ligação em estrela

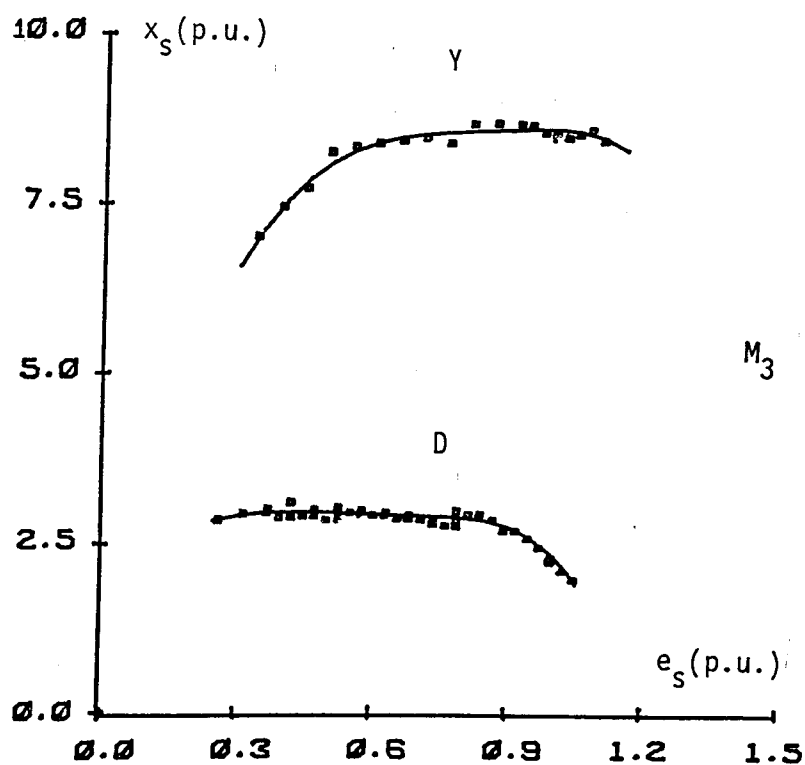
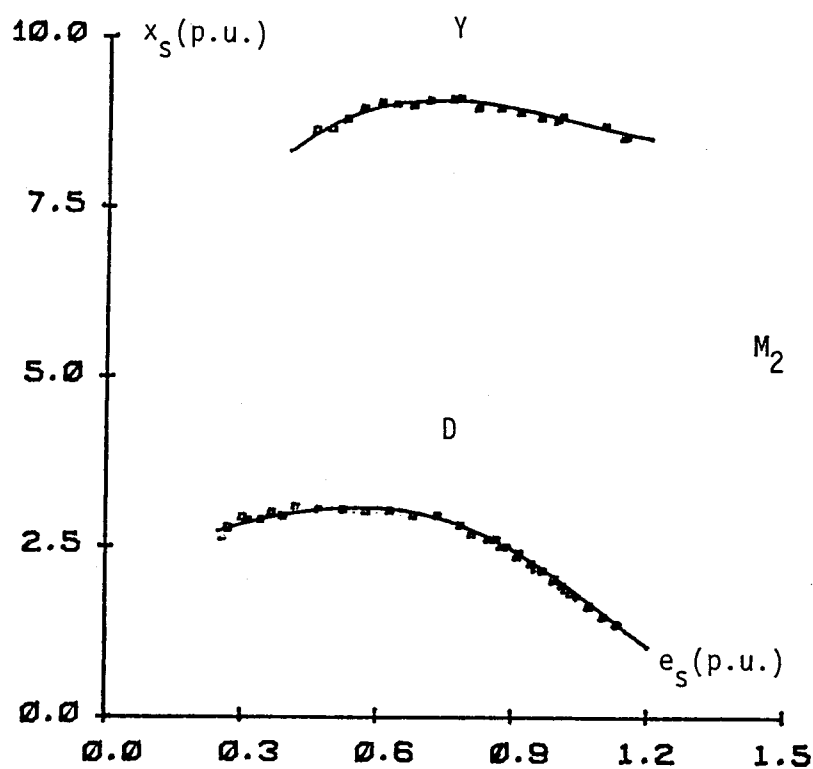


Fig. 6.2 Motores  $M_2$  e  $M_3$ : ensaio em vazio, a 50 Hz  
 D - ligação em triângulo  
 Y - ligação em estrela



Nas figuras anteriores, às curvas de ajuste representadas está associado um desvio padrão que não ultrapassa 5% . Os resultados dos ensaios realizados com diferentes valores da frequência de alimentação confirmaram as evoluções apresentadas.

Finalmente, a consideração da potência activa absorvida pelo motor durante o ensaio com tensão reduzida, à frequência nominal e com o estator do motor ligado em triângulo, permitiu determinar o valor da resistência por fase rotórica, referida ao estator e válida para valores do deslizamento próximos do nominal.

Efectivamente, como neste tipo de ensaio o valor da tensão de alimentação do motor é muito reduzido - note-se que se pretende que o motor tenha, em vazio, uma velocidade de rotação igual à nominal - pode desprezar-se a componente magnetizante da corrente absorvida; por outro lado, dado o regime de funcionamento imposto, a temperatura do enrolamento rotórico pouco se deve afastar da medida para o estatórico.

O Quadro 6.5 apresenta os resultados de tal ensaio, bem como os valores da resistência rotórica e da reactância combinada de fugas do motor, calculados nessa situação.

QUADRO 6.5

| motor                                    | M <sub>1</sub> | M <sub>2</sub> | M <sub>3</sub> |
|------------------------------------------|----------------|----------------|----------------|
| u <sub>ens</sub> (p.u.)                  | 0,105          | 0,084          | 0,076          |
| i <sub>ens</sub> (p.u.)                  | 0,120          | 0,090          | 0,089          |
| p <sub>ens</sub> (p.u.)                  | 0,011          | 0,006          | 0,006          |
| n <sub>r.ens</sub> (p.u.)                | 0,947          | 0,967          | 0,973          |
| θ <sub>ens</sub> (°C)                    | 22             | 19,6           | 20             |
| r <sub>r</sub> (θ <sub>ens</sub> , p.u.) | 0,041          | 0,025          | 0,019          |
| x <sub>fs</sub> +x <sub>fr</sub> (p.u.)  | 0,373          | 0,510          | 0,397          |

(b)-ensaio de desaceleração:

Neste ensaio, para além da medição das grandezas relativas ao regime permanente anterior ao corte de alimentação do motor, foram também recolhidos os oscilogramas de variação temporal da velocidade rotórica e da tensão entre fases do enrolamento estatórico, após a manobra de interrupção da rede.

Na parte respeitante à velocidade rotórica ( $w_g$ , em rad/s) verificou-se, como era de esperar, que a sua evolução é de tipo exponencial:

$$w_g = w_{g0} e^{-(p_{mec}/H) t} \quad (6.2)$$

com  $w_{g0}$  (rad/s) representando a velocidade inicial do rotor do motor,  $p_{mec}$  (p.u.) igual ao valor das perdas mecânicas do mesmo (supostas aproximadamente constantes nos primeiros instantes após o corte de alimentação),  $H$  (s) o coeficiente de inércia do motor e  $t$  (s) o tempo decorrido após aquela manobra.

Assim, a partir dos referidos oscilogramas, obtiveram-se os valores do coeficiente de inércia de cada motor ensaiado, inscritos no Quadro 6.6.

QUADRO 6.6

| motor | M <sub>1</sub> | M <sub>2</sub> | M <sub>3</sub> |
|-------|----------------|----------------|----------------|
| H (s) | 0,030          | 0,065          | 0,091          |

Todos os valores de  $H$  representados no Quadro anterior dizem respeito aos motores ensaiados, com a roda dentada para accionamento do gerador taquimétrico já montada no seu veio; como o binário resistente e o coeficiente de inércia do gerador taquimétrico têm valores que, mesmo referidos à velocidade de sincronismo dos motores de teste, são muito reduzidos -  $16 \times 10^{-4}$  N·m e  $6 \times 10^{-5}$  kg·m<sup>2</sup>, respectivamente -

foi sempre desprezada a sua influência. O motor  $M_1$  foi ensaiado numa banca de ensaios, cujos rotor e acoplamentos apresentam um coeficiente de inércia 18 vezes superior ao desse motor.

Quanto à evolução do valor instantâneo da tensão medida entre um par de fases do enrolamento estatórico, os ensaios realizados mostraram que a mesma é de tipo aproximadamente exponencial.

A divergência detectada entre a evolução daquela grandeza e a exponencial pura fica a dever-se, como se sabe, a duas ordens de factores: por um lado, à dependência existente entre o valor da constante de tempo  $T_{ro}$  e a variação do nível de saturação magnética do ferro do motor; por outro, à variação da f.e.m. induzida no estator do motor devida ao decréscimo temporal verificado pela velocidade rotórica.

De acordo com os oscilogramas recolhidos, obtiveram-se os valores inscritos no Quadro 6.7:

QUADRO 6.7

| motor | $\theta_{\text{estat.}} \text{ (}^\circ\text{C)}$ | $U_{\text{ai}} \text{ (p.u.)}$ | $t_k \text{ (ms)}$ | $U_{\text{ao}} \text{ (p.u.)}$ | $T_{ro} \text{ (ms)}$ |
|-------|---------------------------------------------------|--------------------------------|--------------------|--------------------------------|-----------------------|
| $M_1$ | 20                                                | 1,03                           | 110                | 0,85                           | 174                   |
|       |                                                   |                                | 85                 | 0,87                           | 166                   |
| $M_2$ | 20                                                | 1,05                           | 142                | 0,88                           | 305                   |
|       |                                                   |                                | 57                 | 0,89                           | 289                   |
| $M_3$ | 23                                                | 1,04                           | 126                | 0,93                           | 356                   |
|       |                                                   |                                | 63                 | 0,94                           | 331                   |

(no Quadro anterior utilizaram-se as designações seguintes:

$U_{\text{ai}}$  - valor instantâneo máximo da tensão de alimentação do

motor, antes da manobra de corte;

$U_{-}$  - valor obtido por extrapolação da envolvente positiva da evolução temporal da f.e.m. induzida no enrolamento estatórico do motor, após o corte da rede e para o instante em que tal corte ocorreu;

$t_k$  - períodos de tempo (ms, com  $k = 1, 2$ ), decorridos após a manobra de corte da rede e utilizados na determinação da constante de tempo do rotor com o estator em circuito aberto)

#### (c)-ensaio com rotor travado:

Neste ensaio, a medição das grandezas anteriormente indicadas teve de ser adaptada às condições particulares verificadas durante a realização do mesmo, seguindo-se um critério coerente para todos os motores de teste.

Efectivamente, verificou-se que o rápido aquecimento dos enrolamentos do motor conduzia a variações apreciáveis da intensidade da corrente absorvida, motivo pelo qual se tomou para esta grandeza a média aritmética dos valores medidos no início e no fim do ensaio, sendo a temperatura do enrolamento estatórico tomada no final do mesmo; para não prolongar a duração do ensaio, não se registaram os valores do binário desenvolvido pelo motor, mesmo naqueles casos (motor  $M_1$ ) em que se dispôs de meios laboratoriais adequados.

Por outro lado, controlando a temperatura rotórica através de uma sonda térmica montada no seu interior, também se verificou que, pelo menos nos motores de teste utilizados, não é conveniente a realização de ensaios sucessivos para diferentes valores da intensidade de corrente absorvida: com efeito, o aumento da duração do ensaio e/ou a sua interrupção temporária provocaram sempre significativos diferenciais entre os valores das temperaturas estatórica e rotórica (embora os métodos de medição utilizados para os dois enrolamentos fossem diferentes, verificaram-se diferenças de  $+50\text{ }^{\circ}\text{C}$  no rotor do motor, ao fim de 1 min de ensaio para tomada de valores decrescentes da intensidade de corrente absorvida); tal constatação levou a que cada regime de ensaio fosse sistematicamente imposto de forma isolada, a partir do

estado "frio" do motor ensaiado, isto é, após garantia de o motor se encontrar, à partida, em equilíbrio térmico com o meio ambiente.

Nestas condições, a resistência rotórica por fase e referida ao estator foi obtida, para cada regime, pelo cálculo das perdas Joule naquele enrolamento, sendo as perdas magnéticas do motor estimadas a partir do valor de f.e.m. total induzida no estator ( $e_{s.ens}$ ) e levando em linha de conta as verificadas no rotor; além disso, de acordo com o seu valor relativo e correspondente esfasamento, desprezou-se o efeito da componente magnetizante da corrente absorvida durante o ensaio.

Assim, para cada valor da tensão e da frequência de alimentação do motor, a resistência rotórica foi determinada através de:

$$\left[ \begin{array}{l} r_r(\theta_{r.ens}) = \frac{P_{r.ens}}{(i_{r.ens})^2} \\ i_{r.ens} \approx i_{s.ens} \\ \theta_{r.ens} \approx \theta_{s.ens} \\ P_{r.ens} = P_{s.ens} - [r_s(\theta_{s.ens}) (i_{s.ens})^2 + k p_{fe}(e_{s.ens})] \\ k = 1,54 \end{array} \right. \quad (6.3)$$

Nas mesmas condições, a reactância combinada de fugas do motor, por fase e referida ao estator, foi calculada por recurso a:

$$x_{cc} = \left[ \left( \frac{u_{s.ens}}{i_{s.ens}} \right)^2 - (r_{s.ens} + r_{r.ens})^2 \right]^{1/2} \quad (6.4)$$

Os Quadros 6.8 A÷D apresentam os resultados obtidos a partir do ensaio com rotor travado dos motores de teste.

QUADRO 6.8 A

| freq. a / ligação |                          | 50 Hz / triângulo |       |       |       |       |
|-------------------|--------------------------|-------------------|-------|-------|-------|-------|
| M <sub>1</sub>    | u <sub>base</sub> (p.u.) | 0,26              | 0,33  | 0,44  | 0,62  | 0,74  |
|                   | i <sub>base</sub> (p.u.) | 1,01              | 1,41  | 2,05  | 3,15  | 3,70  |
|                   | $\theta_{base}$ (°C)     | 30                | 33    | 40    | 49    | 70    |
|                   | r <sub>r</sub> (p.u.)    | 0,054             | 0,053 | 0,050 | 0,047 | 0,058 |
|                   | x <sub>cc</sub> (p.u.)   | 0,23              | 0,20  | 0,18  | 0,16  | 0,15  |
| M <sub>2</sub>    | u <sub>base</sub> (p.u.) | 0,26              | 0,35  | 0,43  | 0,51  | 0,61  |
|                   | i <sub>base</sub> (p.u.) | 1,03              | 1,52  | 1,98  | 2,55  | 3,29  |
|                   | $\theta_{base}$ (°C)     | 32                | 38    | 51    | 56    | 71    |
|                   | r <sub>r</sub> (p.u.)    | 0,057             | 0,052 | 0,053 | 0,053 | 0,051 |
|                   | x <sub>cc</sub> (p.u.)   | 0,24              | 0,21  | 0,19  | 0,18  | 0,13  |
| M <sub>3</sub>    | u <sub>base</sub> (p.u.) | 0,19              | 0,24  | 0,32  | —     | —     |
|                   | i <sub>base</sub> (p.u.) | 1,00              | 1,33  | 2,00  | —     | —     |
|                   | $\theta_{base}$ (°C)     | 24                | 30    | 43    | —     | —     |
|                   | r <sub>r</sub> (p.u.)    | 0,042             | 0,040 | 0,038 | —     | —     |
|                   | x <sub>cc</sub> (p.u.)   | 0,18              | 0,17  | 0,15  | —     | —     |

QUADRO 6.8 B

| freq.a / ligação |                            | 40 Hz / triângulo |       |       |       |   |
|------------------|----------------------------|-------------------|-------|-------|-------|---|
| M <sub>1</sub>   | u <sub>...ens</sub> (p.u.) | 0,22              | 0,30  | 0,38  | 0,55  | — |
|                  | i <sub>...ens</sub> (p.u.) | 1,01              | 1,48  | 2,00  | 3,08  | — |
|                  | θ <sub>...ens</sub> (°C)   | 36                | 38    | 39    | 51    | — |
|                  | r <sub>r</sub> (p.u.)      | 0,050             | 0,051 | 0,052 | 0,047 | — |
|                  | x <sub>cc</sub> (p.u.)     | 0,23              | 0,20  | 0,19  | 0,16  | — |
| M <sub>2</sub>   | u <sub>...ens</sub> (p.u.) | 0,22              | 0,29  | 0,37  | —     | — |
|                  | i <sub>...ens</sub> (p.u.) | 1,00              | 1,50  | 2,05  | —     | — |
|                  | θ <sub>...ens</sub> (°C)   | 33                | 38    | 52    | —     | — |
|                  | r <sub>r</sub> (p.u.)      | 0,048             | 0,046 | 0,046 | —     | — |
|                  | x <sub>cc</sub> (p.u.)     | 0,24              | 0,22  | 0,20  | —     | — |
| M <sub>3</sub>   | u <sub>...ens</sub> (p.u.) | 0,16              | 0,22  | 0,27  | —     | — |
|                  | i <sub>...ens</sub> (p.u.) | 1,00              | 1,56  | 2,00  | —     | — |
|                  | θ <sub>...ens</sub> (°C)   | 25                | 38    | 45    | —     | — |
|                  | r <sub>r</sub> (p.u.)      | 0,035             | 0,034 | 0,036 | —     | — |
|                  | x <sub>cc</sub> (p.u.)     | 0,19              | 0,17  | 0,16  | —     | — |

QUADRO 6.8 C

| freq.ª / ligação |                           | 30 Hz / triângulo |       |       |   |   |
|------------------|---------------------------|-------------------|-------|-------|---|---|
| M <sub>1</sub>   | u <sub>.....</sub> (p.u.) | 0,19              | 0,25  | 0,32  | — | — |
|                  | i <sub>.....</sub> (p.u.) | 1,02              | 1,47  | 1,98  | — | — |
|                  | θ <sub>.....</sub> (°C)   | 32                | 39    | 40    | — | — |
|                  | r <sub>r</sub> (p.u.)     | 0,046             | 0,047 | 0,047 | — | — |
|                  | x <sub>cc</sub> (p.u.)    | 0,23              | 0,21  | 0,19  | — | — |
| M <sub>2</sub>   | u <sub>.....</sub> (p.u.) | 0,17              | 0,23  | 0,29  | — | — |
|                  | i <sub>.....</sub> (p.u.) | 1,00              | 1,50  | 2,00  | — | — |
|                  | θ <sub>.....</sub> (°C)   | 33                | 34    | 37    | — | — |
|                  | r <sub>r</sub> (p.u.)     | 0,042             | 0,038 | 0,039 | — | — |
|                  | x <sub>cc</sub> (p.u.)    | 0,24              | 0,22  | 0,20  | — | — |
| M <sub>3</sub>   | u <sub>.....</sub> (p.u.) | 0,12              | 0,16  | 0,22  | — | — |
|                  | i <sub>.....</sub> (p.u.) | 1,00              | 1,33  | 2,00  | — | — |
|                  | θ <sub>.....</sub> (°C)   | 27                | 34    | 45    | — | — |
|                  | r <sub>r</sub> (p.u.)     | 0,032             | 0,030 | 0,030 | — | — |
|                  | x <sub>cc</sub> (p.u.)    | 0,19              | 0,18  | 0,16  | — | — |



QUADRO 6.8 D

| freq. $\omega$ / ligação |                             | 50 Hz / estrela |      |      |      |      |
|--------------------------|-----------------------------|-----------------|------|------|------|------|
| M <sub>1</sub>           | $u_{\text{base}}$ (p.u.)    | 0,43            | —    | 0,74 | 1,03 | 1,23 |
|                          | $i_{\text{base}}$ (p.u.)    | 0,56            | —    | 1,11 | 1,67 | 2,04 |
|                          | $\theta_{\text{base}}$ (°C) | 29              | —    | 38   | 50   | 53   |
|                          | $r_r$ (p.u.)                | 0,15            | —    | 0,15 | 0,16 | 0,16 |
|                          | $x_{cc}$ (p.u.)             | 0,69            | —    | 0,56 | 0,49 | 0,47 |
| M <sub>2</sub>           | $u_{\text{base}}$ (p.u.)    | 0,45            | 0,60 | 0,76 | 0,88 | 1,00 |
|                          | $i_{\text{base}}$ (p.u.)    | 0,59            | 0,89 | 1,20 | 1,46 | 1,74 |
|                          | $\theta_{\text{base}}$ (°C) | 35              | 35   | 49   | 58   | 69   |
|                          | $r_r$ (p.u.)                | 0,15            | 0,15 | 0,15 | 0,15 | 0,16 |
|                          | $x_{cc}$ (p.u.)             | 0,70            | 0,62 | 0,56 | 0,53 | 0,50 |
| M <sub>3</sub>           | $u_{\text{base}}$ (p.u.)    | 0,34            | 0,53 | 0,66 | —    | —    |
|                          | $i_{\text{base}}$ (p.u.)    | 0,58            | 1,00 | 1,32 | —    | —    |
|                          | $\theta_{\text{base}}$ (°C) | 26              | 44   | 43   | —    | —    |
|                          | $r_r$ (p.u.)                | 0,13            | 0,13 | 0,12 | —    | —    |
|                          | $x_{cc}$ (p.u.)             | 0,59            | 0,51 | 0,47 | —    | —    |

### 6.3.1.3 Análise dos resultados e conclusões

(a)-No respeitante aos resultados do ensaio em vazio dos motores de teste, verifica-se que:

-as perdas mecânicas de cada motor evoluem aproximadamente de acordo com uma lei quadrática da velocidade de rotação do respectivo rotor, atingindo em regime nominal os seguintes valores relativos:

$$\left[ \begin{array}{l} \text{motor } M_1 - p_{mec.n} = 0,0048 \text{ p.u.} \\ \text{motor } M_2 - p_{mec.n} = 0,0058 \text{ p.u.} \\ \text{motor } M_3 - p_{mec.n} = 0,0050 \text{ p.u.} \end{array} \right. \quad (6.5)$$

O motor  $M_1$  afasta-se ligeiramente da referida lei, provavelmente devido à utilização de diferentes tipos de rolamentos e de ventilador - menciona-se o facto de tal motor ser de concepção mais antiga.

-as perdas magnéticas estatóricas, de acordo com as curvas de ajuste apresentadas, mostram não só a influência do valor da frequência de ensaio, como também a do nível de saturação magnética do ferro do estator do motor atingido durante o mesmo: fazendo variar o valor da tensão de alimentação entre limites semelhantes, independentemente do valor da frequência de alimentação e do tipo de ligação estatórica utilizados, conduz a diferentes níveis da indução magnética máxima; de qualquer forma, a partir do valor da f.e.m. total induzida numa fase do enrolamento estatórico em regime nominal de funcionamento, os resultados obtidos permitem concluir que as perdas magnéticas estatóricas têm os valores:

$$\left[ \begin{array}{l} \text{motor } M_1 - p_{fe.n} = 0,022 \text{ p.u.} \\ \text{motor } M_2 - p_{fe.n} = 0,020 \text{ p.u.} \\ \text{motor } M_3 - p_{fe.n} = 0,034 \text{ p.u.} \end{array} \right. \quad (6.6)$$

-nas mesmas condições de alimentação, mas com o enrolamento estatórico do motor ligado em estrela, as

perdas magnéticas valem, em percentagem dos montantes anteriores, respectivamente 36, 20 e 30 %;

-tomando os valores das perdas anteriormente indicados e admitindo que as perdas adicionais do motor, em regime nominal, são as estipuladas pela Recomendação CEI 34-2, através da sua definição, apresentada no Capítulo 3, obtêm-se os valores de  $a_n$ :

$$\left[ \begin{array}{l} \text{motor } M_1 - a_n = 0,047 \text{ p.u.} \\ \text{motor } M_2 - a_n = 0,043 \text{ p.u.} \\ \text{motor } M_3 - a_n = 0,058 \text{ p.u.} \end{array} \right. \quad (6.7)$$

que, quando comparados com os previstos pelo correspondente método de estimação (Quadro 6.2), apresentam desvios significativos, sem dúvida resultantes das tolerâncias admitidas na declaração do valor do factor de potência (e do rendimento) nominais; no entanto, dado o pequeno valor das perdas "não-Joule" dos motores em regime nominal, a influência de tais desvios, quando avaliada em termos de binário electromagnético, é perfeitamente aceitável (inferior, em qualquer caso, a 2 %);

-a evolução encontrada para o valor da reactância própria do estator de cada motor é a esperada, sendo notório o facto de se comprovar experimentalmente que o circuito magnético principal da máquina já apresenta indícios de saturação quando o motor funciona em vazio, com o respectivo enrolamento estatórico ligado em triângulo e é alimentado com tensão e frequência nominais; através do valor previsto para a componente magnetizante da corrente absorvida pelo motor em regime nominal, verifica-se que a reactância própria do estator de cada motor, de acordo com as curvas representadas nas Figs. 6.1 e 2, toma os valores:

$$\left[ \begin{array}{l} \text{motor } M_1 - x_{s.n} = 1,94 \text{ p.u.} \\ \text{motor } M_2 - x_{s.n} = 2,17 \text{ p.u.} \\ \text{motor } M_3 - x_{s.n} = 2,27 \text{ p.u.} \end{array} \right. \quad (6.8)$$

que, quando comparados com os previstos para os mesmos

motores, por aplicação do método de estimação correspondente (Quadro 6.2), os verificam a menos de, respectivamente, (-1,2 %), (+0,3 %) e (-2,4 %);

-considerando a média aritmética dos valores experimentalmente obtidos para a reactância própria do estator de cada motor (ligação em triângulo) na zona não saturada das curvas indicadas, obtêm-se:

$$\left[ \begin{array}{l} \text{motor } M_1 - x_{\Sigma} (D, n/\text{sat.}) = 2,77 \text{ p.u.} \\ \text{motor } M_2 - x_{\Sigma} (D, n/\text{sat.}) = 3,00 \text{ p.u.} \\ \text{motor } M_3 - x_{\Sigma} (D, n/\text{sat.}) = 2,91 \text{ p.u.} \end{array} \right. \quad (6.9)$$

Por outro lado, tomando os valores da mesma grandeza, para  $e_{\Sigma} \approx 1 \text{ p.u.}$ , nas curvas relativas à ligação em estrela do enrolamento estatórico do motor correspondente, obtivemos:

$$\left[ \begin{array}{l} \text{motor } M_1 - x_{\Sigma} (Y) = (3 \times 2,74) \text{ p.u.} \\ \text{motor } M_2 - x_{\Sigma} (Y) = (3 \times 2,95) \text{ p.u.} \\ \text{motor } M_3 - x_{\Sigma} (Y) = (3 \times 2,86) \text{ p.u.} \end{array} \right. \quad (6.10)$$

Tais resultados experimentais confirmam as considerações que sobre o assunto apresentámos nos Capítulos 2 e 5, e mostram também que, nos motores de teste ensaiados, o factor de saturação estrela-triângulo assume os valores:

$$\left[ \begin{array}{l} \text{motor } M_1 - K_{\Sigma, Y-\Delta} = 1,4 \text{ p.u.} \\ \text{motor } M_2 - K_{\Sigma, Y-\Delta} = 1,4 \text{ p.u.} \\ \text{motor } M_3 - K_{\Sigma, Y-\Delta} = 1,3 \text{ p.u.} \end{array} \right. \quad (6.11)$$

-a correcção térmica dos valores da resistência por fase e referida ao estator de cada motor, obtidos pelo ensaio em vazio com tensão reduzida (Quadro 6.5), mostra que os valores nominais previstos para esta grandeza pelo método de estimação correspondente apenas apresentam erros de (+0,9 %), (+0,9 %) e (+4,5 %), respectivamente. Note-se que o erro é sempre positivo, o que é explicado pelo maior valor das perdas magnéticas do motor em regime nominal;

-a avaliação dos valores das reactâncias parciais de fugas dos dois enrolamentos do motor por recurso ao ensaio anterior não é aconselhável, pelos motivos já expostos no Capítulo anterior; os resultados experimentais que a este respeito obtivemos, confirmam uma vez mais que a reactância combinada de fugas num ensaio em vazio com tensão reduzida atinge valores superiores ao dobro dos previstos para a mesma em regime nominal - no caso dos motores de teste ensaiados verificaram-se (Quadro 6.5), respectivamente, (2,1 x), (2,2 x) e (2,5 x).

(b)-Quanto aos ensaios de desaceleração realizados, os correspondentes resultados permitem verificar que:

-o coeficiente de inércia de cada motor, declarado pelo seu fabricante, foi por nós confirmado a menos de, respectivamente, (+3 %), (-6 %) e (+10 %); tais desvios, que não podem ser exclusivamente justificados pela presença da roda dentada montada no veio de cada motor de teste, são relativamente reduzidos, mas podem contribuir para erros na previsão do comportamento transitório de um motor, nomeadamente em casos de accionamento de cargas possuidoras de baixa inércia e, no limite, quando o motor funcionar em vazio;

-o valor inicial da f.e.m. induzida em cada fase do enrolamento estatórico do motor, numericamente igual a  $U_{\infty}$ , pode ser prevista a partir dos valores estimados para as reactâncias estacionárias do motor, pela seguinte expressão aproximada [KOV-7]:

$$U_{\infty} \approx \left[ \frac{x_m}{(x_m + x_{fe})} - \frac{x_m}{(x_m + x_{fr})} \right] U_{\infty} \quad (6.12)$$

Utilizando tal expressão, os valores nominais estimados para os parâmetros representativos de cada motor de teste fornecem:

$$\left[ \begin{array}{l} \text{motor } M_1 - U_{\infty} = 0,93 \text{ p.u.} \\ \text{motor } M_2 - U_{\infty} = 0,94 \text{ p.u.} \\ \text{motor } M_3 - U_{\infty} = 0,97 \text{ p.u.} \end{array} \right. \quad (6.13)$$

Estas previsões diferem dos correspondentes resultados experimentais indicados no Quadro 6.7: tomando  $t_k = t_1$ , respectivamente nos montantes (+9 %), (+7 %) e (+4 %); tomando  $t_k = t_2$ , respectivamente nos montantes (+7 %), (+6 %) e (+3 %). Tais desvios são fundamentalmente explicados pela variação do nível de saturação magnética do ferro do motor ao longo do período de tempo considerado após a manobra de corte da alimentação - apesar de o valor de  $U_{m1}$  ser superior à unidade, a amplitude média ( $U_{m.med}$ ) da evolução temporal da f.e.m. induzida por fase do estator, verificada ao longo de  $t_1$  e de  $t_2$  foi, respectivamente, igual a:

$$\left[ \begin{array}{l} \text{motor } M_1 - U_{m.med} = 0,65 \text{ e } 0,72 \text{ p.u.} \\ \text{motor } M_2 - U_{m.med} = 0,72 \text{ e } 0,80 \text{ p.u.} \\ \text{motor } M_3 - U_{m.med} = 0,80 \text{ e } 0,85 \text{ p.u.} \end{array} \right. \quad (6.14)$$

-pelos mesmos motivos, os valores da constante de tempo do rotor com o estator em circuito aberto, previstas a partir dos valores nominais estimados para os parâmetros dos motores de teste (naturalmente com a resistência rotórica corrigida para a temperatura de ensaio), foram verificados a menos de (-10 %, quando se toma  $t_k = t_1$ ) e (-4 %, com  $t_k = t_2$ ).

(c)-Os resultados obtidos no ensaio dos motores de teste com o rotor travado permitem verificar que:

-se a resistência rotórica for sucessivamente calculada para as condições de ensaio, recorrendo aos métodos de estimação desenvolvidos, o seu valor é garantido experimentalmente a menos de, respectivamente, (-7 %), (-7 %) e (-6 %), para todos os pontos obtidos. Como era de esperar, o valor estimado para a resistência rotórica difere sempre por defeito, pois o valor experimental de tal grandeza encerra a parcela relativa às perdas adicionais do motor (não separáveis neste tipo de ensaio); além disso, na gama de frequências de alimentação utilizadas, o erro é praticamente constante para todos os motores ensaiados, em todos os casos com desvio sempre inferior a (1 %). Finalmente, a frequência constante, o tipo de ligação do enrolamento

estatístico do motor ensaiado tem influência reduzida nos erros detectados - não diferem mais do que (4 %);

-para um dado tipo de ligação estatórica e para um dado valor da frequência de alimentação, o erro de estimação da resistência rotórica é sistematicamente decrescente com o aumento do valor da intensidade de corrente medida durante o ensaio, o que sugere que o crescimento das perdas adicionais do motor, com o valor da intensidade da corrente absorvida durante o mesmo, é regido por uma lei de ordem superior à quadrática e confirma as considerações que apresentámos nos Capítulos anteriores sobre o estado magnético das "pontes" das ranhuras rotóricas. A este propósito, é de realçar, uma vez mais, a semelhança obtida entre os valores estimados para a resistência rotórica e os resultantes do ensaio do motor com o rotor travado, quando o mesmo absorve uma corrente de intensidade dupla da nominal: nesta situação particular, os dois valores apenas diferem entre si cerca de (3 %), independentemente do motor considerado;

-os valores experimentalmente obtidos para a reactância combinada de fugas do motor não permitem avaliar, com segurança, os valores estimados para tal grandeza - a dependência simultânea que a mesma apresenta dos valores da tensão de alimentação, da intensidade da corrente absorvida e da frequência rotórica são, como afirmámos no Capítulo anterior, os motivos de tal situação. Para obviar tal contrariedade, deverá recorrer-se ao tipo de ensaio por nós realizado, mas ampliando o limite superior da tensão de alimentação e o inferior da correspondente frequência (restrições laboratoriais impediram-nos de concretizar tal via). De qualquer modo, nenhum dos valores experimentalmente obtidos apresentou incompatibilidade com os estimados por aplicação dos métodos desenvolvidos e, admitindo a validade do valor esperado para a reactância parcial de fugas rotórica, todos os motores evidenciaram o mesmo fenómeno: factor de saturação estatórico praticamente igual à unidade, para um valor da intensidade de corrente absorvida aproximadamente duplo do nominal.

Concluindo: os resultados experimentais obtidos mostraram que os valores previstos para os parâmetros do

motor de indução trifásico são credíveis; além disso, permitiram verificar experimentalmente muitas das hipóteses teóricas que apresentámos ao longo dos Capítulos anteriores.

### 6.3.2 Ensaios em regime transitório

#### 6.3.2.1 Objectivos e condições gerais

Pretendendo obter-se um conjunto de resultados experimentais que servissem de verificação ao modelo desenvolvido para o motor de indução trifásico dito "standard", também procedemos ao ensaio laboratorial dos motores de teste escolhidos, submetendo-os a regimes transitórios previamente estabelecidos.

Não sendo exequível sujeitar os motores ensaiados a todos os possíveis regimes transitórios que um motor de indução trifásico suporta ao longo da sua vida útil, tivémos de escolher o conjunto de testes a efectuar, adequando-o às disponibilidades laboratoriais existentes.

Assim, optámos pela realização de ensaios que, sem prejuízo das variantes utilizadas, se enquadram nos três seguintes tipos fundamentais de regimes:

- (a)-arranque directo (com tensão e frequência nominais);
- (b)-religação (ao mesmo barramento);
- (c)-arranque estrela-triângulo (com tensão e frequência nominais).

A escolha recaiu nos testes anteriores por os regimes neles contidos serem de ocorrência frequente, por aos mesmos estarem associadas variações amplas de quase todas as grandezas intervenientes no funcionamento do motor de indução e, com essas características, serem de implementação laboratorial relativamente simples.

A evolução de cada teste foi avaliada pela variação temporal das seguintes grandezas: tensão entre um par de fases estatóricas; corrente absorvida numa linha e



velocidade de rotação do veio do motor. De todas estas grandezas e em simultâneo, foram obtidos os correspondentes oscilogramas, registados fotograficamente.

Além disso, as grandezas associadas aos regimes permanentes, inicial e/ou final, de cada ensaio foram medidas nas condições já anteriormente especificadas.

### 6.3.2.2 Descrição

#### (a) ensaio de arranque directo:

Os motores de teste foram sujeitos a arranques directos em vazio ( $M_2$  e  $M_3$ ) e em carga (todos), com "baixa" ( $M_2$  e  $M_3$ ) e "alta" ( $M_1$ ) inércias exteriores.

A alimentação utilizada em todos eles foi sempre obtida a partir do barramento geral do Laboratório de Máquinas Eléctricas da F.E.U.P., verificando-se que a frequência se mantinha no seu valor nominal (50 Hz) ao longo de todo o ensaio; pelo contrário, a tensão da rede de alimentação foi transitoriamente perturbada pelos picos iniciais da corrente absorvida pelos motores  $M_2$  e  $M_3$  - tal perturbação, cuja amplitude dependeu do instante de ligação do motor à rede, nunca ultrapassou (-15 %) do valor nominal da tensão do motor e é detectável nos oscilogramas correspondentes.

A manobra de fecho do circuito eléctrico de alimentação do motor foi realizada por meio de um contactor de fabrico corrente, não tendo havido a preocupação (como mais tarde se justificará, propositadamente) de garantir que os seus três polos actuassem de uma forma perfeitamente simultânea.

Quando o ensaio de arranque se realizou com o motor em carga, esta foi realizada:

-para os motores  $M_2$  e  $M_3$ , por meio de um freio hidráulico [CAS-3], previamente controlado para garantir um binário resistente praticamente independente da velocidade de rotação do seu veio (70÷75 % do valor nominal do binário desenvolvido pelos motores ensaiados); dado o pequeno valor relativo da inércia da carga assim constituída ( $72 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ), tais ensaios de arranque podem ser considerados como

realizados com "baixa" inércia exterior;

-para o motor  $M_1$ , a carga foi constituída pela máquina principal da banca de ensaios anteriormente referida, estando aquela electricamente inerte (o binário resistente aplicado foi, neste caso, de 5,5 % do valor nominal do binário desenvolvido pelo motor ensaiado); face ao valor relativo da inércia de tal máquina e respectivo acoplamento (18 vezes superior à do motor de teste), estes ensaios de arranque podem ser considerados como executados com "alta" inércia exterior.

(b)-ensaio de religação:

Estes ensaios foram realizados em condições semelhantes às descritas no ponto anterior: enrolamento estatórico (do motor de teste) ligado em triângulo, directamente alimentado a partir do mesmo barramento, em vazio e em carga, com "baixa" e "alta" inércias exteriores.

As perturbações verificadas na tensão de alimentação dos motores  $M_2$  e  $M_3$ , nos primeiros instantes após a manobra de religação, chegaram a atingir (-20 %) do valor nominal da tensão de tais motores.

A manobra de corte e posterior religação (ao mesmo barramento) do motor foi realizada por meio de um interruptor-seccionador tripolar, de comando manual.

Como a evolução das grandezas eléctricas, magnéticas e mecânicas, associadas ao funcionamento do motor após religação, dependem fundamentalmente das características do seu estado no instante do restabelecimento da alimentação, impusémos períodos de interrupção com duração variável entre amplos limites: (10÷250)% do valor de  $T_{-}$  previsto para cada motor de teste. Tal escalonamento de tempos, em conjugação com os valores apropriados da carga e/ou da inércia exterior utilizadas, permitiu o registo da evolução temporal da intensidade de corrente absorvida e da velocidade de rotação em situações muito diferentes: desde religações com o rotor travado e correntes com intensidade não nula no seu enrolamento, até religações com baixos deslizamentos e reduzidos valores da intensidade de corrente rotórica.

(c)-ensaio de arranque estrela-triângulo:

Nos ensaios de arranque estrela-triângulo realizados, embora os mesmos pudessem ser executados nas condições de carga indicadas para os ensaios precedentes, em termos de teste tal não se mostrou adequado, por não dispormos de equipamento laboratorial para aquisição automática de dados experimentais.

De facto, durante o período de tempo em que o motor se encontra com o enrolamento estatórico ligado em estrela, elevados valores do binário resistente e/ou da inércia exterior provocam um decréscimo do valor da aceleração rotórica, inviabilizando a correcta leitura dos instantes de tempo notáveis ao longo deste tipo de arranque.

Por isso, os ensaios realizados incidiram principalmente em arranques com o motor em vazio e com "baixa" inércia exterior.

Neste tipo de ensaios, as perturbações da tensão de alimentação apresentaram amplitudes reduzidas - inferiores a (-5 %) do valor nominal da tensão dos motores - quer nos momentos iniciais do arranque com ligação estatórica em estrela, quer após a sua comutação para ligação em triângulo.

Nestes ensaios, utilizámos um arrancador estrela-triângulo de tipo industrial, dotado de temporizador regulável. O tipo de comutação utilizado foi "em atraso", isto é, os enrolamentos de fase do estator do motor foram ligados por forma a garantir que, ao religar, o fasor tensão composta aplicada a cada um deles apresentasse um esfasamento de  $-30^\circ$  (eléctricos) relativamente ao fasor tensão simples previamente imposta ao mesmo enrolamento.

Em todos os ensaios realizados, observaram-se os fenómenos que os caracterizam:

\*após qualquer manobra de ligação ou de religação do motor à rede, o valor da intensidade de corrente absorvida apresentou picos iniciais elevados (geralmente superiores à amplitude da intensidade de

corrente verificada em regime permanente de rotor travado);

\*binário desenvolvido pelo motor de tipo pulsatório nos primeiros instantes após tais manobras (este fenómeno é particularmente visível nos oscilogramas de variação da velocidade rotórica, em ensaios com "baixa" inércia exterior);

\*após religação do motor, eventual surgimento de picos negativos no binário por ele desenvolvido, provocando uma desaceleração suplementar do respectivo rotor;

\*oscilações amortecidas, em torno do seu valor final, da velocidade rotórica do motor, levando-o a ultrapassar, transitoriamente, esse valor (em vazio, foram vulgares as situações de hipersincronismo transitório);

\*durante o período de comutação, no arranque estrela-triângulo com o motor em vazio, o fluxo magnético total, encadeado com o seu enrolamento rotórico, apresentou-se nitidamente menor do que o seu valor final - os exemplos reproduzidos no ANEXO 9 permitem verificá-lo, através do valor da f.e.m. total induzida na fase estatórica, nos primeiros instantes após o início da comutação.

No entanto, convirá notar que algumas das situações de ensaio criadas têm um interesse prático reduzido, uma vez que é raro um motor arrancar na situação de "vazio puro" e à imposição de um acréscimo de binário resistente corresponde geralmente um aumento da inércia exterior; tais factos originam diferenças apreciáveis nas ordens de grandeza das constantes de tempo electromagnéticas e mecânicas do sistema, o que condiciona o seu comportamento dinâmico.

#### 6.4 Simulação digital dos ensaios realizados

Para verificarmos a credibilidade do modelo por nós desenvolvido para o motor de indução trifásico de rotor em gaiola de esquilo e compararmos os resultados conseguidos por utilização dos vários métodos de estimação dos seus parâmetros, simulámos digitalmente o comportamento dos

motores de teste, quando submetidos aos regimes de ensaio anteriormente indicados.

Para o efeito, usámos um minicomputador (WANG MVP-2200, com 64 'kbytes' de memória central), onde desenvolvemos os programas necessários.

Tais programas baseiam-se no modelo simplificado estabelecido no Capítulo 2; as entradas são constituídas pelo conjunto de dados relativos ao motor em estudo, ao barramento de alimentação, à carga accionada e ao fenómeno a simular.

Para resolução numérica do sistema de equações (2.39) escolhemos o método de Runge-Kutta de 4ª ordem, adoptando um passo de integração constante e igual a 0,5 ms, após verificação da sua validade.

Uma vez que os resultados obtidos por utilização dos programas desenvolvidos serão utilizados na avaliação do modelo adoptado para o motor, concretizar-se-ão seguidamente algumas das opções tomadas durante o desenvolvimento e posterior utilização dos mesmos.

#### 6.4.1 Barramento de alimentação

De acordo com as perturbações verificadas no valor da tensão do barramento de alimentação dos motores de teste  $M_2$  e  $M_3$ , tal barramento foi simulado por forma a englobá-las.

Para o efeito, em todos os ensaios em que se detectaram as referidas perturbações, a curva representativa do módulo das amplitudes da tensão de alimentação do motor, registadas nos respectivos oscilogramas de variação temporal, foi numericamente ajustada por meio de um polinómio de 3º grau.

As amplitudes dos fasores tensão simples (com o qual sempre se manteve alinhado o eixo directo do referencial síncrono adoptado) e tensão composta do barramento foram então expressos em conformidade.

#### 6.4.2 Aparelhagem de comando

As características de funcionamento da aparelhagem de

comando utilizada influenciam o comportamento transitório do motor, pelo menos nos instantes iniciais após a sua manobra; deste facto são exemplos significativos a simultaneidade de actuação dos polos do aparelho (vulgarmente, interruptores e/ou disjuntores e/ou contactores tripolares), a rapidez da sua manobra (abertura, fecho ou comutação) e a precisão na regulação de eventuais temporizações.

As características anteriores dependem de vários factores, alguns deles de quantificação difícil: frisam-se, a este propósito, os estados de afinação e de limpeza, e a temperatura dos respectivos componentes.

Por outro lado, como a verificação de tais características só é exequível se se dispuser de meios vulgarmente inacessíveis nas fases de projecto e de exploração de uma instalação eléctrica industrial, optámos por simular tais aparelhos como se os mesmos fossem ideais.

Nos ensaios laboratoriais que realizámos, observámos que tal simplificação é aceitável no respeitante à simultaneidade e à rapidez de fecho/abertura dos aparelhos utilizados; o mesmo já não se pode afirmar no respeitante à duração da comutação e à regulação da temporização do arrancador estrela-triângulo: em primeiro lugar, a duração da comutação situou-se no intervalo  $(25 \div 35)$  ms, consoante a temperatura dos vários contactores; em segundo lugar, a correspondente temporização, feita por escalões, conduziu normalmente a erros grosseiros na quantificação da regulação adoptada.

Dado o objectivo das simulações realizadas, utilizámos nas mesmas os valores temporais medidos nos oscilogramas respectivos.

#### 6.4.3 Carga mecânica accionada

Na modelização do motor de indução trifásico, representámos a carga por ele accionada através do binário que a mesma impõe e da respectiva inércia; além disso, referimos a necessidade de lhes serem adicionados o binário correspondente às perdas "não-Joule" do motor e a sua própria inércia.

Em termos matemáticos, a característica mecânica do

binário resistente total, aplicado ao motor, pode ser traduzida por funções polinomiais da velocidade de rotação do veio desse motor, ou seja:

$$t_{rt} = \sum_j t_j \cdot (1-s)^j, \quad \text{com } j = 0, 1, 2, \dots \quad (6.15)$$

Normalmente, obtêm-se resultados satisfatórios reduzindo a expressão anterior aos três primeiros termos e, de entre eles, anulando o(s) de menor valor relativo. Nas simulações que realizámos, admitimos tal metodologia ao adoptarmos:

$$t_{rt} = \frac{k_t t_n}{(1-s_n)^j} \cdot \left[ k_o (1-s_n)^j + (1-k_o) (1-s)^j \right] \quad (6.16)$$

onde:

$$\left[ \begin{array}{l} k_t = \frac{t_{rt}(s=s_n)}{t_n} \\ j = 0/1/2 \\ k_o = \frac{t_{rt}(s=1)}{t_{rt}(s=s_n)} \end{array} \right. \quad (6.17)$$

#### 6.4.4 Consequências das soluções adoptadas

Fazendo uso das soluções adoptadas para a simulação dos aparelhos de comando da alimentação do motor e para o binário resistente total que lhe é aplicado, tornou-se possível estabelecer a solução analítica para as evoluções temporais dos valores do deslizamento e do fluxo magnético total rotóricos e, ainda, para a da f.e.m. total induzida no estator, após o instante de corte da rede de alimentação.

Efectivamente, tomando como nulo o instante em que ocorre tal manobra (sendo o deslizamento do motor, nesse mesmo instante, representado por  $s_1$ ), a solução da equação mecânica de binário, conforme o caso considerado ( $j=0/1/2$ ) e no intervalo  $[0 \leq s \leq 1]$ , fornece respectivamente:

$$\left[ \begin{aligned}
 s(t) &= s_1 + \frac{k_t t_n}{H} t \\
 s(t) &= \frac{1-k_o s_n}{1-k_o} + (s_1 - \frac{1-k_o s_n}{1-k_o}) e^{-At} \\
 s(t) &= 1 + (1-s_n) \left( \frac{k_o}{1-k_o} \right)^{1/2} \operatorname{tg} \left[ \frac{k_t t_n [(1-k_o)k_o]^{1/2}}{H (1-s_n)} t - \right. \\
 &\quad \left. - \operatorname{arctg} \left[ \frac{1-s_1}{1-s_n} \left( \frac{1-k_o}{k_o} \right)^{1/2} \right] \right]
 \end{aligned} \right. \quad (6.18)$$

onde  $A = \{[k_t t_n (1-k_o)]/[H(1-s_n)]\}$

No referencial síncrono adoptado e no instante de corte da rede, sendo o fasor fluxo magnético total encadeado com o enrolamento rotórico igual a:

$$\underline{\Psi}_{ro} = |\underline{\Psi}_{r1}| e^{-j\alpha_{r1}} \quad (6.19)$$

num instante posterior tal fasor valerá:

$$\underline{\Psi}_r(t) = |\underline{\Psi}_{r1}| e^{-\{(t/T_{ro}) + j[\alpha_{r1} + B(t)]\}} \quad (6.20)$$

em que o ângulo  $B(t)$ , formalmente definido por:

$$B(t) = w_1 \int_0^t s(t) dt \quad (6.21 A)$$

pode ser calculado, em cada caso ( $j=0/1/2$ ), através de:

$$\left[ \begin{aligned}
 B(t) &= w_1 \left[ s_1 t + \frac{k_t t_n}{2 H} t^2 \right] \\
 B(t) &= w_1 \left[ \frac{(1-k_o s_n)}{1-k_o} t - \frac{(1-s_1) + k_o (s_1 - s_n)}{A (1-k_o)} \cdot \left[ 1 - e^{-At} \right] \right] \\
 B(t) &= w_1 \left[ t - \frac{(1-s_n)}{A} \log \left[ \cos \left[ A \left( \frac{k_o}{1-k_o} \right)^{1/2} t \right] + \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \frac{1-s_1}{1-s_n} \left( \frac{1-k_o}{k_o} \right)^{1/2} \operatorname{sen} \left[ A \left( \frac{k_o}{1-k_o} \right)^{1/2} t \right] \right] \right]
 \end{aligned} \right. \quad (6.21 B)$$



Como, durante este período de tempo, o fluxo magnético de fugas estatórico é nulo, a evolução temporal do fasor f.e.m. total induzida no enrolamento correspondente, ao longo do mesmo período de tempo e no mesmo referencial, será regida por:

$$\underline{e}_-(t) = \left[ -k_r \left[ \frac{1}{\omega_1 T_{ro}} - j[1-s(t)] \right] \right] \Psi_-(t) \quad (6.22)$$

Deste modo, foi possível reduzir significativamente o tempo de cálculo necessário à simulação digital do comportamento do motor, quando o regime de funcionamento em estudo inclui prolongadas interrupções da rede à qual o mesmo se encontra electricamente ligado.

#### 6.4.5 Resultados obtidos por simulação e sua análise

Os resultados que seguidamente apresentamos foram obtidos pela simulação do comportamento dos motores de teste, sempre recorrendo ao modelo desenvolvido e com os respectivos parâmetros resultantes da aplicação dos métodos de estimação que designámos por "proposto", "da corrente" e "aproximado".

Além disso, englobam ainda os derivados da simulação do comportamento dos mesmos motores, quando os seus parâmetros representativos são obtidos através do método que os calcula directamente a partir dos ensaios económicos.

Porque, como afirmámos no Capítulo 1, tal método é o mais frequentemente usado em casos semelhantes aos estudados no presente trabalho, designá-lo-emos por "convencional".

O conjunto de dados utilizado foi, neste caso, o que indicamos no Quadro 6.9; os valores nele inscritos resultaram dos ensaios em vazio (tensão e frequência nominais) e com o rotor travado (intensidade de corrente e frequência nominais) que realizámos.

Os valores inscritos no Quadro permitem antever os grandes desvios a que a utilização do método correspondente conduzirá, uma vez que os valores por ele previstos, para o regime permanente de rotor travado (com tensão e frequência nominais), apresentam desvios da ordem de (-35 %) e (-45 %),

respectivamente para a intensidade de corrente absorvida e para o binário desenvolvido.

Em regime nominal, tais desvios apresentam valores que, sendo aceitáveis no caso do motor  $M_1$  (-4 % e -7 %, respectivamente para a intensidade de corrente absorvida e para o binário desenvolvido), se afastam substancialmente da realidade nos restantes motores (-30 % e -40 %, respectivamente para as mesmas grandezas) - note-se que, neste regime, o "peso" do erro na estimação do valor da resistência rotórica é preponderante.

QUADRO 6.9

| motor de teste      | $M_1$ | $M_2$ | $M_3$ |
|---------------------|-------|-------|-------|
| $r_m$ (75°C)        | 0,075 | 0,042 | 0,038 |
| $r_r$ (75°C)        | 0,060 | 0,067 | 0,050 |
| $x_{f_m} = x_{f_r}$ | 0,113 | 0,116 | 0,098 |
| $x_m$               | 1,82  | 1,90  | 2,17  |
| $k_m$               | 0,941 | 0,942 | 0,957 |
| $a_m$               | 0,055 | 0,045 | 0,061 |

(no Quadro anterior omitiram-se os valores de  $\tau_r$ , de  $\tau_m$  e de  $K_{f_m}$ , por este método os considerar constantemente unitários; o valor do parâmetro  $a_{arr_a}$  também não foi indicado, uma vez que as perdas "não-Joule" do motor são encaradas como constantes; finalmente, a resistência rotórica encontra-se indicada para a temperatura de referência correspondente, já que os utilizadores deste método não referem a necessidade de proceder a qualquer tipo de correcção nesta matéria)

#### 6.4.5.1 Arranque directo

##### (a) com "baixa" inércia exterior:

Usando para termo de comparação os valores obtidos experimentalmente, os resultados da simulação digital do comportamento dos motores ensaiados podem ser representados pelos desvios que apresentaram.

Designando por "tempo de aceleração rotórico" ( $t_{ac}$ ) o intervalo de tempo medido entre o instante de ligação do motor à rede e o momento em que o seu rotor apresenta, pela primeira vez, o valor final da respectiva velocidade de rotação, como nos ensaios de arranque directo com "baixa" inércia exterior, independentemente de o motor se encontrar em vazio ou em carga,  $t_{ac}$  se situou na proximidade dos 80 ms, o Quadro 6.10 indica os erros percentuais médios ( $\epsilon_N$ ) verificados na estimação de  $t_{ac}$  e, também, os desvios padrão médios ( $\sigma_I$ ) verificados nos valores de pico relativos (positivos e negativos) da intensidade de corrente absorvida pelos motores, quando a "janela de análise" se estende até 80 ms.

QUADRO 6.10

| método                  |       | proposto | da corrente | aproximado | convencional |
|-------------------------|-------|----------|-------------|------------|--------------|
| $\epsilon_N(t_{ac}) \%$ |       | - 24     | - 28        | - 22       | + 64         |
| $\sigma_I$              | 20 ms | 0,11     | 0,09        | 0,11       | 0,50         |
|                         | 40 ms | 0,15     | 0,15        | 0,14       | 0,38         |
|                         | 60 ms | 0,17     | 0,16        | 0,23       | 0,32         |
|                         | 80 ms | 0,18     | 0,19        | 0,30       | 0,58         |

Além disso, as simulações realizadas para os mesmos motores em carga conduziram a resultados cujos desvios,

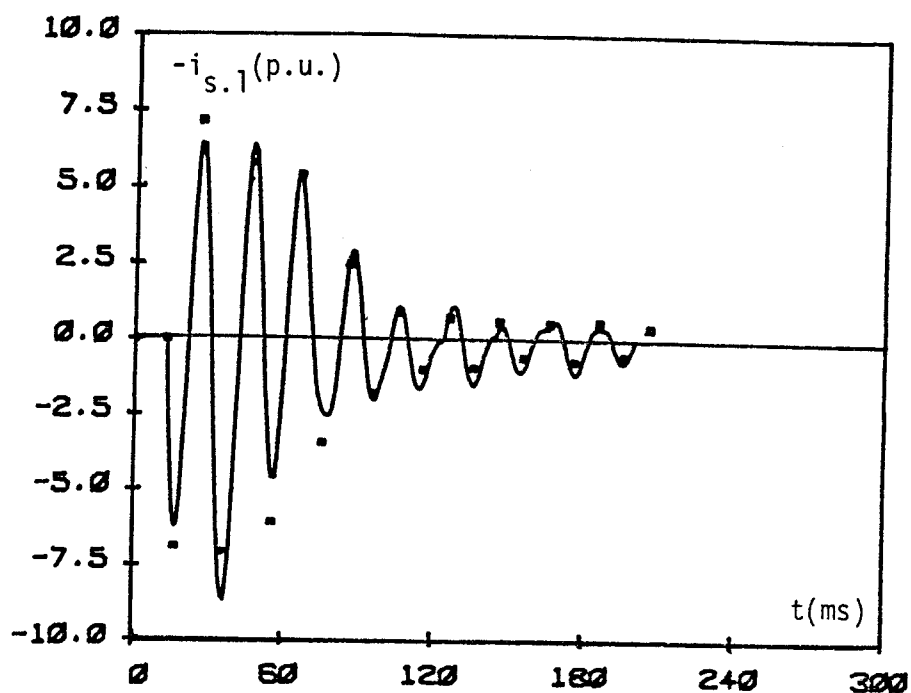
absorvida, são sempre menores do que os verificados quando tais motores são simulados em vazio.

Finalmente, a comparação dos resultados obtidos por simulação do comportamento dos motores  $M_2$  e  $M_3$  mostra que os desvios verificados nos correspondentes a este último motor são geralmente (excepto quando os parâmetros do motor são estimados pelo método convencional) menores do que os apresentados pela simulação do motor  $M_2$ .

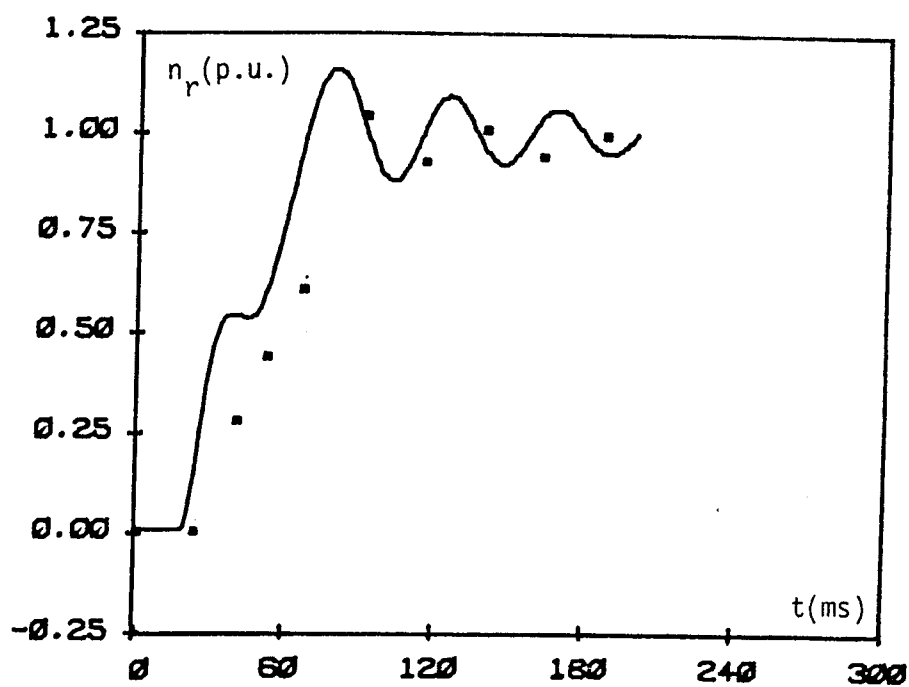
As Figs. 6.3 a 5, onde se apresentam os resultados da simulação digital do comportamento destes motores quando se utilizam os seus parâmetros estimados pelo método "proposto", permitem visualizar o que afirmámos; para efeitos de comparação, nas referidas figuras também se incluíram pontos notáveis retirados dos oscilogramas obtidos nos correspondentes ensaios laboratoriais.

Analisando os resultados apresentados, vários aspectos se salientam:

- qualquer um dos métodos por nós desenvolvido para a estimação dos parâmetros do motor, associado ao modelo adoptado, conduz a resultados substancialmente melhores do que os conseguidos através da aplicação do método "convencional" - a melhor precisão conseguida, estendendo-se a todo o período de aceleração rotórico, é particularmente significativa na previsão dos picos iniciais (de valor mais defavorável) da intensidade de corrente absorvida pelo motor;
- à medida que se estende a "janela de análise", os desvios apresentados pelos resultados correspondentes aos três métodos de estimação por nós desenvolvidos apresentam uma tendência para o crescimento, que é semelhante nos métodos "proposto" e "da corrente", e mais notório no "aproximado";
- os resultados obtidos são aceitáveis, principalmente se se atender às dificuldades resultantes da utilização de um modelo simplificado na simulação de fenómenos mecanicamente tão rápidos.



(a)

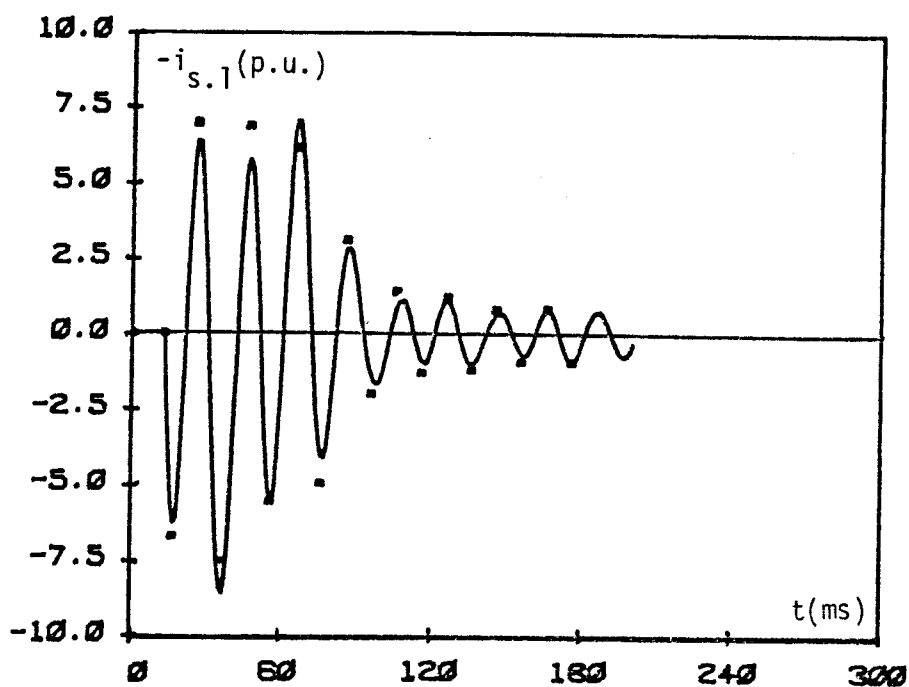


(b)

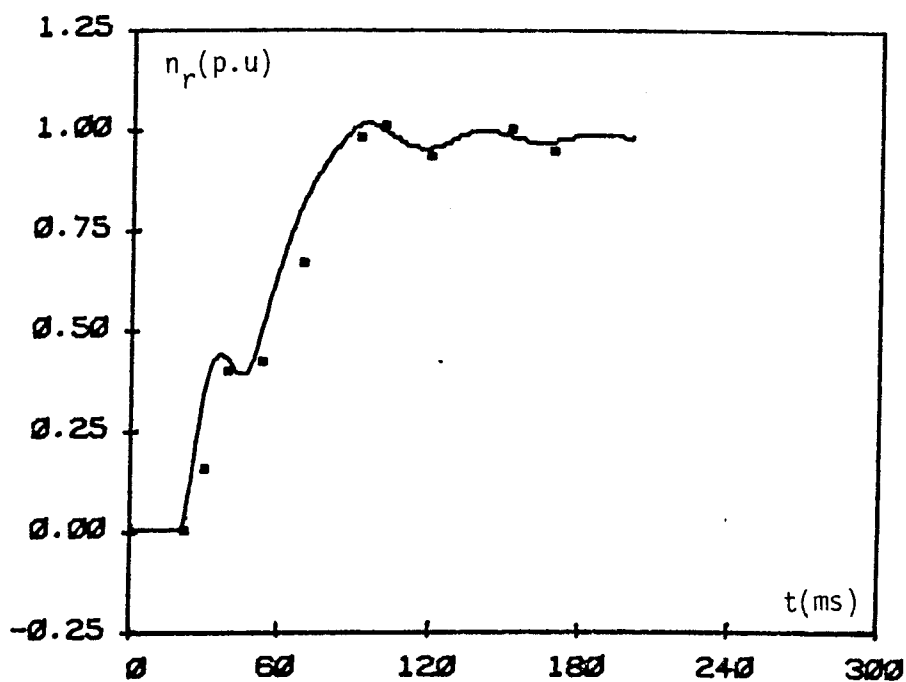
Fig. 6.3 Motor  $M_3$ : Arranque directo em vazio (Fot. 5.A)

(a) Intensidade de corrente absorvida

(b) Velocidade de rotação



(a)

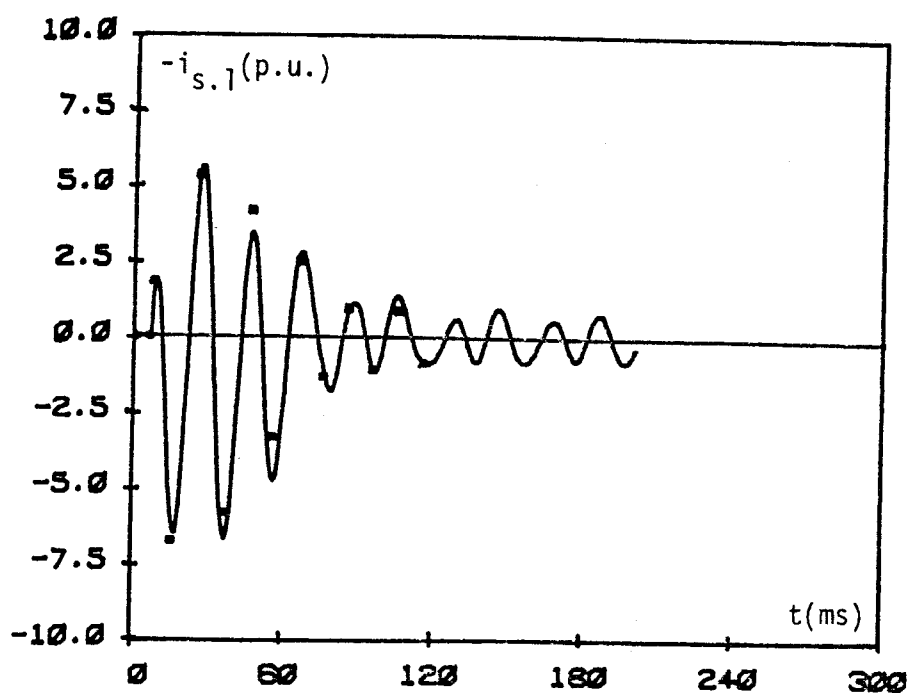


(b)

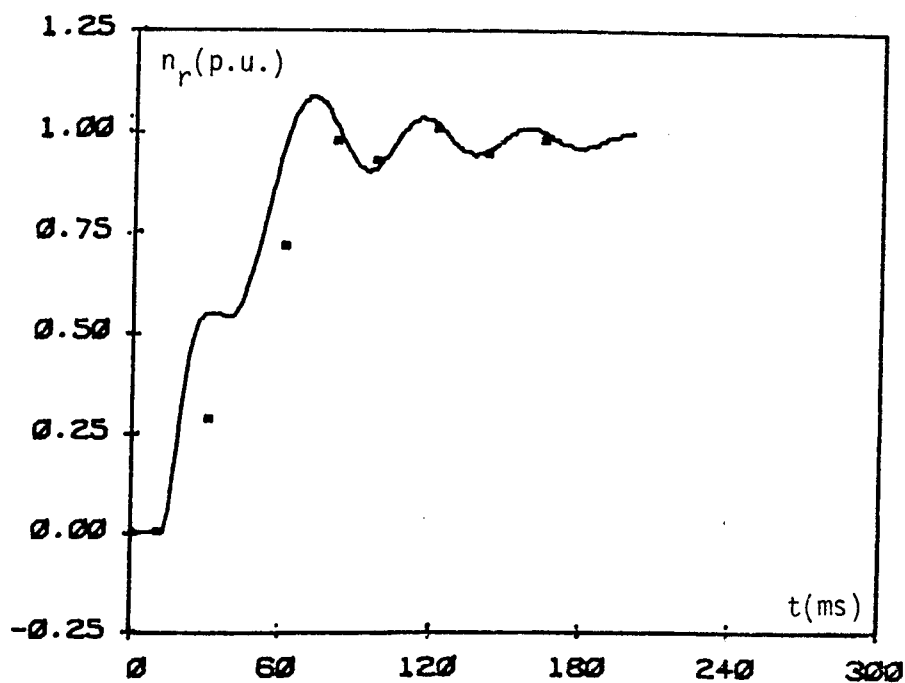
Fig. 6.4 Motor  $M_3$ : Arranque directo em carga (Fot. 5.B)

(a) Intensidade de corrente absorvida

(b) Velocidade de rotação



(a)



(b)

Fig. 6.5 Motor  $M_2$ : Arranque directo em carga (Fot. 4.B)

(a) Intensidade de corrente absorvida

(b) Velocidade de rotação

(b) com "alta" inércia exterior:

Usando as definições apresentadas no caso anterior, a simulação dos ensaios realizados com o motor  $M_1$  permitiu obter os valores indicados no Quadro 6.11:

QUADRO 6.11

| método                 |        | proposto | da corrente | aproximado | convencional |
|------------------------|--------|----------|-------------|------------|--------------|
| $\epsilon_N(t_{ac})$ % |        | - 38     | - 37        | - 35       | + 74         |
| $\sigma_1$             | 20 ms  | 0,10     | 0,09        | 0,07       | 0,42         |
|                        | 100 ms | 0,07     | 0,06        | 0,04       | 0,32         |
|                        | 200 ms | 0,07     | 0,06        | 0,05       | 0,29         |
|                        | 300 ms | 0,11     | 0,10        | 0,07       | 0,27         |
|                        | 400 ms | 0,33     | 0,31        | 0,26       | 0,25         |

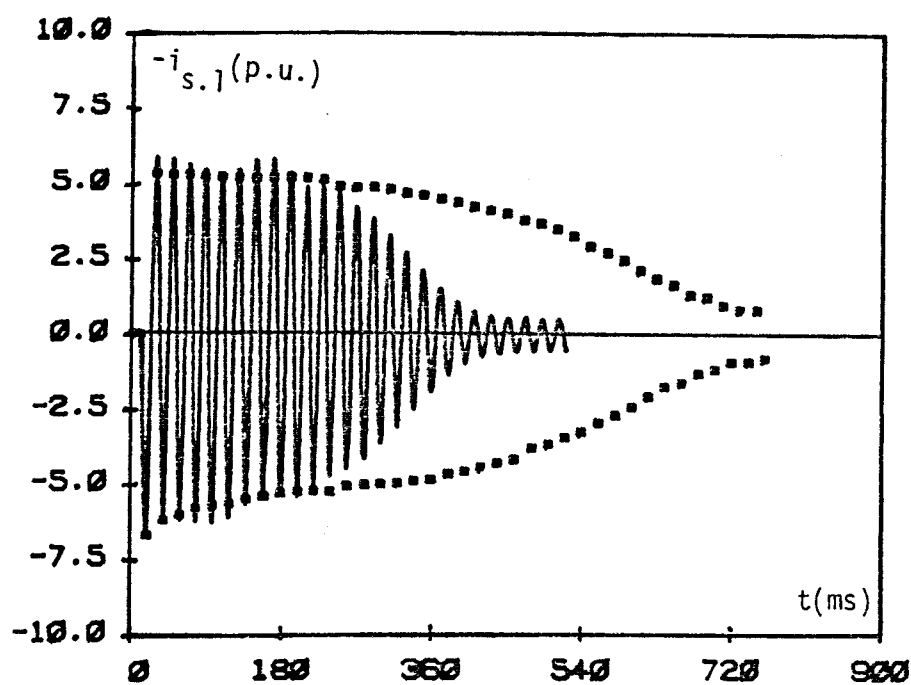
Embora a "janela de análise" não tivesse sido alargada até  $t_{ac}$  (que, nas condições dos ensaios de arranque directo realizados com este motor, se situou nos 0,75 s), os valores apresentados no Quadro anterior permitem verificar:

-durante a primeira metade do tempo de aceleração rotórico, a utilização dos métodos de estimação por nós desenvolvidos apresentam resultados que, em termos da intensidade de corrente absorvida, são satisfatórios, quer em termos absolutos, quer por comparação com os obtidos por utilização do método "convencional";

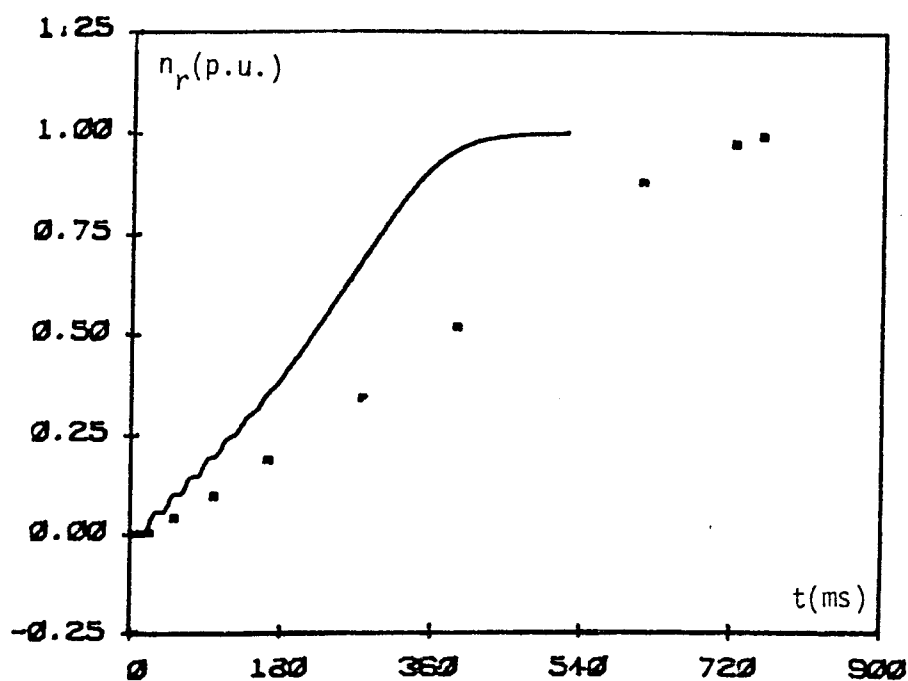
-no entanto, o erro (por defeito) verificado na previsão de  $t_{ac}$  origina a degradação de tais resultados na segunda metade do referido período.

Na Fig. 6.6 apresentam-se os resultados da simulação de





(a)



(b)

Fig. 6.6 Motor  $M_1$ : Arranque directo em carga (Fot. 6)  
 (a) Intensidade de corrente absorvida  
 (b) Velocidade de rotação

um dos ensaios realizados com o motor  $M_1$ . Para o efeito, na estimação dos seus parâmetros usámos o método "proposto" e, tal como nas figuras anteriores, também se incluíram pontos notáveis retirados dos correspondentes oscilogramas experimentais.

No sentido de investigar formas empíricas de obtenção de melhores resultados durante todo o processo de arranque do motor, utilizaram-se dois métodos alternativos:

- (1)-é semelhante ao utilizado por R. DAUGHERTY [DAU-1] e consiste em tomarem-se os parâmetros representativos do motor como se possuíssem o valor médio dos que realmente apresentam em regime nominal e com o rotor travado (tensão e frequência nominais);
- (2)-recorre a um acréscimo fictício da inércia total do sistema motor-carga, conducente à minimização do erro no valor previsto para  $t_{ac}$ .

Para o motor  $M_1$  e nas condições em que foi ensaiado, verificámos que o tempo de aceleração rotórico é previsto satisfatoriamente (+1,5 %) utilizando como dados do motor os obtidos pelo método "proposto", mas com o factor de saturação estatórico permanentemente igual à unidade; consequentemente, a inércia do sistema foi considerada como sendo 60 % maior e, embora os ensaios laboratoriais tivessem sido realizados a partir do estado "frio" do motor (20 °C), para ter em conta o previsível aquecimento rotórico, a temperatura do correspondente enrolamento foi admitida como valendo 60 °C.

Os resultados conseguidos por utilização destes dois métodos são os apresentados no Quadro 6.12;

Na Fig. 6.7 apresentam-se os oscilogramas assim obtidos, correspondentes ao mesmo motor e para o ensaio indicado na figura anterior (por uma questão de clareza, os resultados obtidos por utilização do método (1) apenas se incluíram na parte respeitante à evolução prevista para a velocidade rotórica; quer para esta grandeza, quer para a intensidade de corrente absorvida pelo motor, novamente se indicam pontos notáveis da sua evolução, obtidos por via experimental).

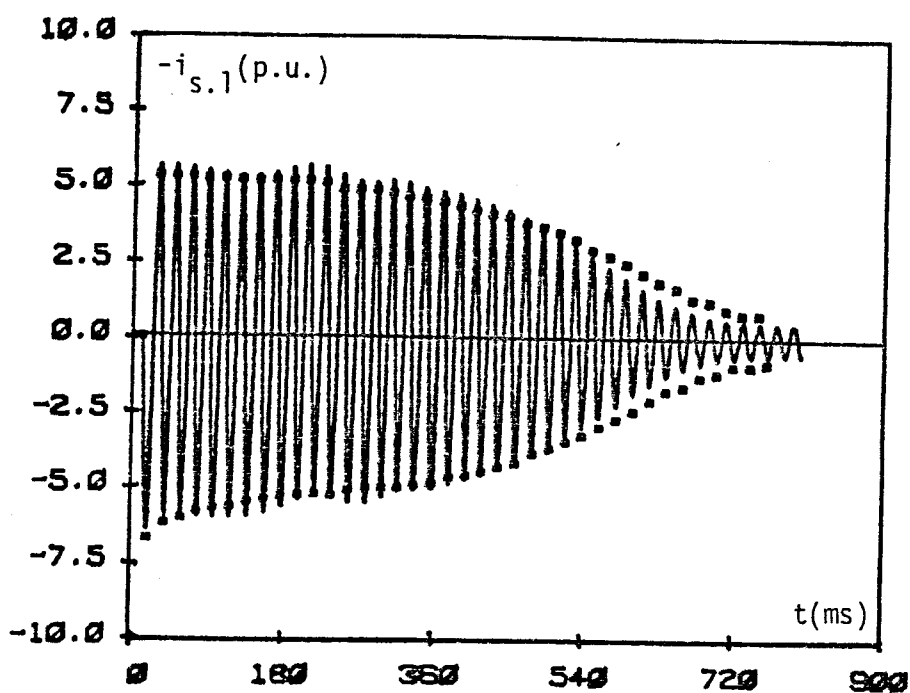
QUADRO 6.12

| método                 |        | (1)  | (2)  |
|------------------------|--------|------|------|
| $\epsilon_N(t_{ac})$ % |        | - 20 | + 5  |
| $\sigma_i$             | 20 ms  | 0,13 | 0,08 |
|                        | 100 ms | 0,09 | 0,05 |
|                        | 200 ms | 0,08 | 0,06 |
|                        | 400 ms | 0,08 | 0,07 |
|                        | 600 ms | 0,35 | 0,08 |
|                        | 750 ms | —    | 0,16 |

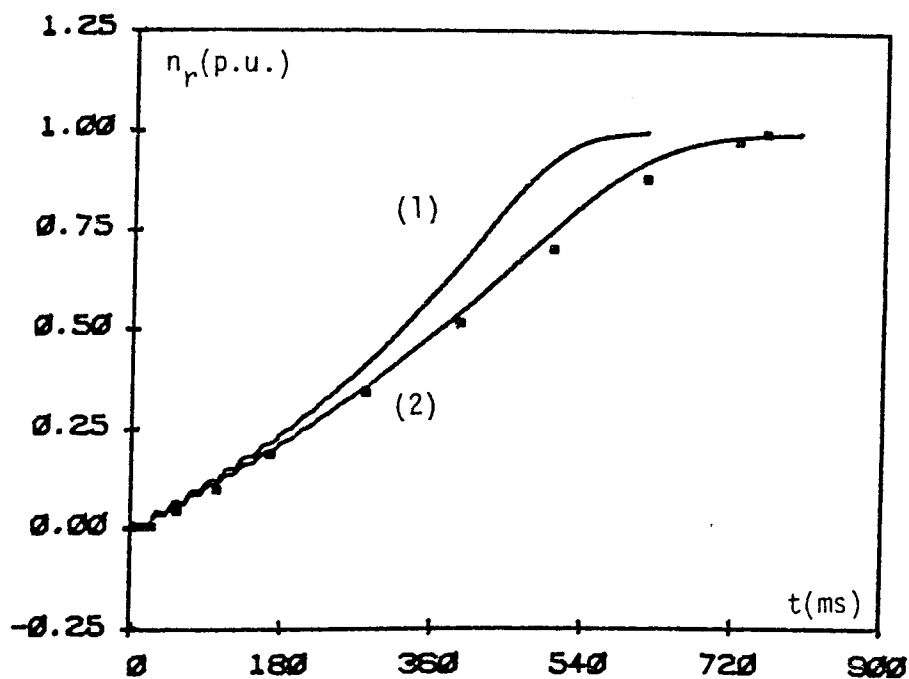
É notória a melhoria da precisão atingida com os resultados previstos pelo método (2), durante todo o período de aceleração rotórico; no respeitante aos resultados conseguidos por utilização do método (1), registou-se uma pior previsão do comportamento do motor nos instantes iniciais do seu arranque e, continuando a fornecer uma estimativa por defeito do valor de  $t_{ac}$ , também se verificou uma degradação dos resultados no período final do mesmo fenómeno.

Face aos resultados apresentados, o método (2) foi experimentado na simulação de arranques com "baixa" inércia exterior: quando o motor funciona em vazio, a previsão do tempo de aceleração rotórico aproximou-se da realidade ( $\epsilon_N(t_{ac}) = +8$  %), o mesmo não se verificando se o motor arrancar em carga ( $\epsilon_N(t_{ac}) = +65$  %); em ambos os casos, a previsão da intensidade de corrente absorvida degradou-se substancialmente (apresentou uma ordem de grandeza próxima da indicada, no Quadro 6.10, para o método "convencional").

A aplicação do método (1) às mesmas situações conduziu a resultados semelhantes, pelo que concluímos que tais métodos (empíricos) de correcção têm uma validade restrita, o que desaconselha a sua utilização indiscriminada.



(a)



(b)

Fig. 6.7 Motor  $M_1$ : Arranque directo em carga (Fot. 6)  
 (a) Intensidade de corrente absorvida  
 (b) Velocidade de rotação

#### 6.4.5.2 Religação ao mesmo barramento

Como o fenómeno de religação de um motor é constituído por uma sucessão de diferentes regimes de funcionamento, os resultados por nós obtidos através da simulação digital do mesmo, serão apresentados de acordo com a ordem de ocorrência temporal de tais regimes.

Para o efeito, adoptámos as seguintes designações:

- \*regime permanente anterior ao corte de alimentação, caracterizado pelos valores previstos para a intensidade de corrente absorvida, para a potência activa (igualmente absorvida) e para a velocidade de rotação do veio do motor;
- \*regime sem alimentação, caracterizado pelas evoluções temporais da f.e.m. total induzida no enrolamento estatórico do motor e da velocidade de rotação do seu veio - o instante em que ocorre a interrupção do fornecimento de energia eléctrica ao motor será designado por  $t_c$ , e ao instante em que tal fornecimento se restabelece corresponderá  $t_r$ . Com valor nulo, tomou-se o instante em que o fasor tensão simples da rede de alimentação do motor se encontra em quadratura (atraso) com o eixo magnético da fase de referência estatórica;
- \*regime transitório após religação, caracterizado pelas evoluções temporais da intensidade de corrente absorvida (na linha correspondente à fase estatórica referida) e da velocidade de rotação do veio do motor - o intervalo de tempo, decorrido desde  $t_r$  até ao instante em que a velocidade rotórica apresenta, pela primeira vez neste período, o seu valor final, será designado por  $t_{rec}$ .

#### (a) regime permanente anterior ao corte de alimentação:

Continuando a usar os resultados experimentais como termo de comparação, os erros percentuais médios ( $\epsilon$ ) verificados, para todos os ensaios realizados, na previsão dos valores das grandezas caracterizadoras deste período, são os indicados no Quadro 6.13.

QUADRO 6.13

| regime de funcionamento | $\epsilon_r(\%)$ |      | $\epsilon_P(\%)$ |           | $\epsilon_N(\%)$ |      |
|-------------------------|------------------|------|------------------|-----------|------------------|------|
|                         | M.D.             | M.C. | M.D.             | M.C.      | M.D.             | M.C. |
| vazio                   | -11              | -11  | +1,0             | $\pm 1,0$ | $\pm 0,1$        | -0,3 |
| carga                   | - 6              | - 5  | $\pm 1,5$        | $\pm 1,6$ | -0,1             | -2,1 |

(neste Quadro, como não há diferenças sensíveis nos resultados obtidos pelos métodos "proposto", "da corrente" e "aproximado", reunimos os mesmos nas colunas M.D.; os resultados correspondentes ao método "convencional" - colunas M.C. - foram obtidos corrigindo a temperatura dos enrolamentos do motor; os resultados relativos ao motor  $M_1$ , dado o baixo valor da carga a que foi submetido durante os ensaios laboratoriais correspondentes, foram classificados como tendo sido obtidos em vazio)

Analisando o conjunto de resultados apresentados, pode verificar-se que:

-os métodos por nós desenvolvidos para a estimação dos valores dos parâmetros do motor conduzem a resultados satisfatórios quando o motor funciona, em regime permanente, com fracções de carga próximas da unidade; em particular, realça-se a precisão atingida na previsão do valor da velocidade rotórica, o que se reveste de grande importância na análise global de todo o fenómeno simulado;

-quando decresce o valor da fracção de carga imposta ao motor, os resultados fornecidos pelos mesmos métodos continuam a ser satisfatórios no respeitante à velocidade de rotação e à potência absorvida; em relação ao valor previsto para a intensidade de corrente estatórica, há uma nítida degradação da respectiva precisão, como era de esperar e se explica pela variação do valor da reactância estacionária magnetizante e, também, pela presença de harmónicos;

-o método "convencional", durante o período considerado, conduz a resultados satisfatórios, chegando mesmo a fornecer uma previsão levemente melhor do que os métodos que desenvolvemos; no entanto, referem-se os maiores erros verificados no valor da velocidade rotórica (especialmente com o motor em carga) e o facto de, apesar de tal método não o admitir, se terem apresentado resultados obtidos após correcção térmica dos valores das resistências dos enrolamentos do motor - caso contrário, os erros seriam de tal modo elevados (excepto para o valor da intensidade de corrente absorvida em vazio, observam-se desvios que chegam a atingir os 100 %) que inviabilizariam o prosseguimento da simulação baseada neste método.

(b) regime sem alimentação:

Aplicando à evolução da f.e.m. total induzida no estator durante este período, o processo de aferição de resultados utilizado para a da intensidade de corrente absorvida no arranque directo do motor e calculando o erro médio ( $\epsilon_N$ ) na estimação da velocidade rotórica correspondente ao instante  $t_k$ , obtivemos os valores constantes do Quadro 6.14:

QUADRO 6.14

| regime de<br>funcionamento | $\sigma_E(t_k - t_c)$ (%) |      | $\epsilon_N(t_k)$ (%) |           |
|----------------------------|---------------------------|------|-----------------------|-----------|
|                            | M.D.                      | M.C. | M.D.                  | M.C.      |
| vazio                      | 0,04                      | 0,30 | $\pm 1,0$             | $\pm 1,0$ |
| carga                      | 0,04                      | 0,25 | +4,0                  | $\pm 3,0$ |

(neste Quadro continuam a ser válidas as indicações apresentadas no Quadro que o precede)

Nos casos de ensaios de religação em que, por aumento

do período de tempo sem alimentação, o rotor do motor chegou a imobilizar-se (na Fot. 7.B está reportado um exemplo elucidativo), o correspondente tempo de paragem foi previsto com um erro médio de (+4 %) e de (+1,5 %), respectivamente pelos métodos "M.D." e "M.C.".

Analisando o conjunto de resultados apresentado, ressaltam os seguintes aspectos:

- a evolução do valor da f.e.m. total induzida numa fase estatórica é satisfatoriamente prevista pelos métodos de estimação (e de simulação) por nós desenvolvidos; no caso da utilização do método "convencional", o desvio correspondente é substancialmente maior, fruto da inadequação dos valores estimados para os parâmetros rotóricos do motor;
- o valor da velocidade rotórica do motor, no instante em que este é religado ao respectivo barramento, é previsto com maior precisão, por qualquer um dos métodos usados, quando o referido motor funciona em vazio;
- pelo carácter geral da observação anterior, é de concluir que o erro suplementar resulta das aproximações introduzidas na modelização da carga mecânica accionada;
- nos casos particulares em que o bloqueio do rotor ocorreu antes de se atingir  $t_k$ , o maior erro (por excesso) na previsão do instante de paragem do motor, por utilização dos métodos que desenvolvemos, compensou o ligeiro período durante o qual o seu rotor oscilou em torno da posição final - a indução de f.e.m. no enrolamento estatórico do motor, ao longo desse intervalo de tempo, é indiciador da não nulidade do valor da intensidade de corrente rotórica.

(c) regime transitório após religação:

Mantendo os critérios de avaliação da precisão de resultados utilizados no arranque directo do motor, para todos os ensaios realizados obtivemos os valores inscritos no Quadro 6.15 (vazio) e 16 (carga), onde continuam a ser



válidas as indicações fornecidas para os Quadros precedentes.

QUADRO 6.15

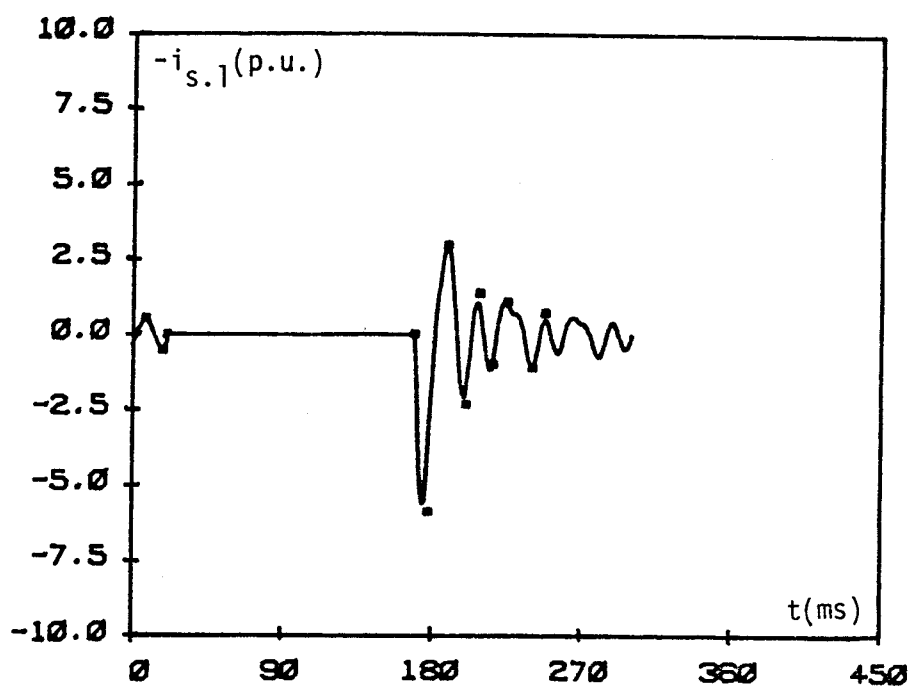
| método                   |       | proposto | da corrente | aproximado | convencional |
|--------------------------|-------|----------|-------------|------------|--------------|
| $\epsilon_N(t_{rec}) \%$ |       | - 10     | - 10        | - 9        | - 24         |
| $\sigma_x$               | 20 ms | 0,06     | 0,07        | 0,09       | 0,50         |
|                          | 40 ms | 0,10     | 0,10        | 0,13       | 0,46         |
|                          | 60 ms | 0,13     | 0,14        | 0,14       | 0,41         |

QUADRO 6.16

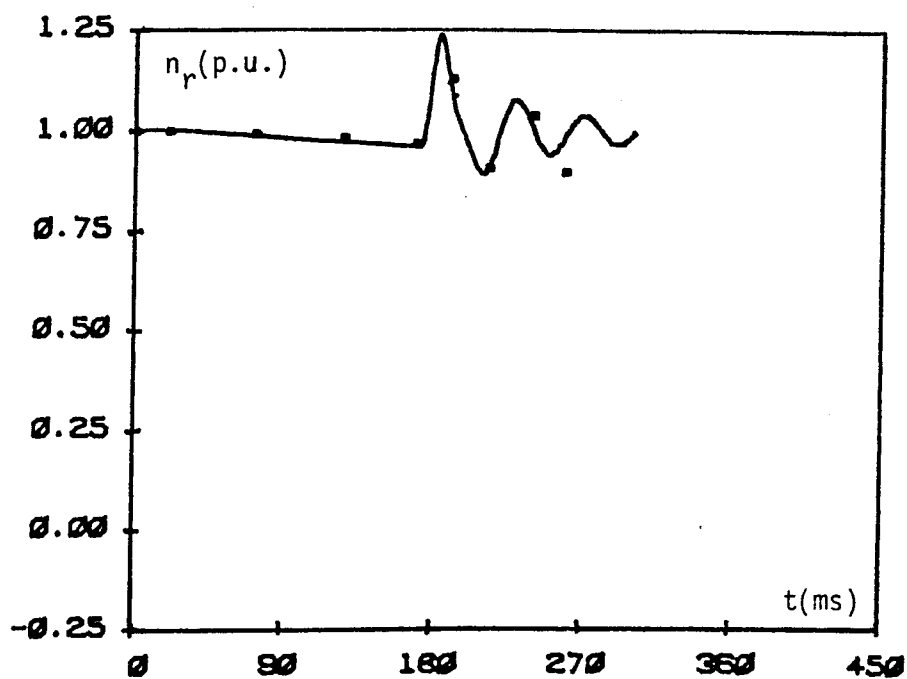
| método                   |        | proposto | da corrente | aproximado | convencional |
|--------------------------|--------|----------|-------------|------------|--------------|
| $\epsilon_N(t_{rec}) \%$ |        | - 18     | - 22        | - 22       | + 45         |
| $\sigma_x$               | 20 ms  | 0,33     | 0,34        | 0,37       | 0,60         |
|                          | 40 ms  | 0,25     | 0,26        | 0,26       | 0,45         |
|                          | 100 ms | 0,27     | 0,30        | 0,37       | 0,54         |

(nestes dois Quadros, as "janelas de análise" indicadas dizem respeito a intervalos de tempo tomados após o instante  $t_k$ )

Nas Figs. 6.8 a 11 apresentam-se exemplos dos resultados obtidos por utilização do método "proposto", nelas também se indicando pontos notáveis obtidos experimentalmente.

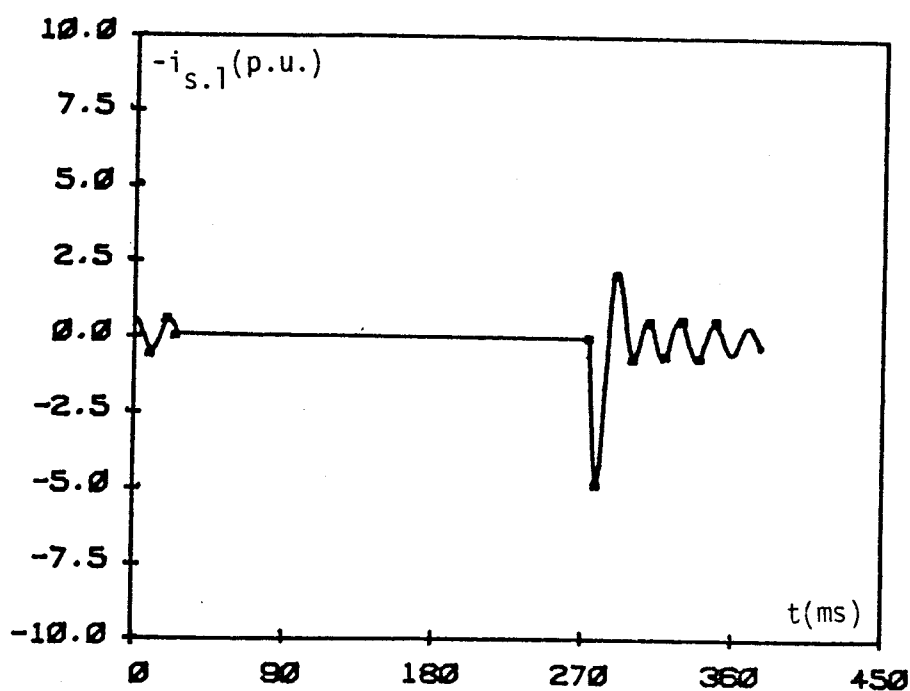


(a)

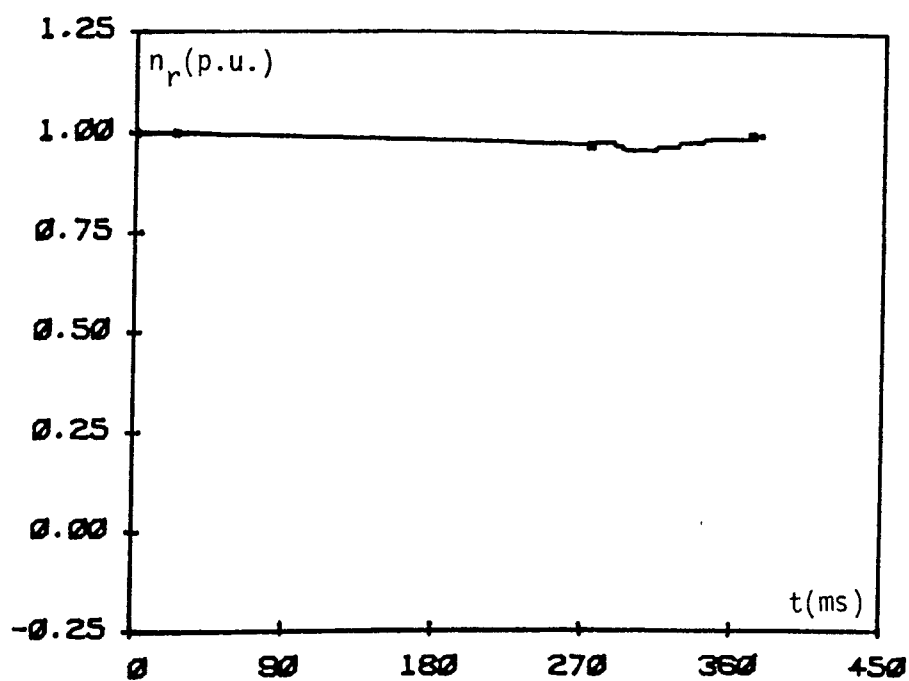


(b)

Fig. 6.8 Motor  $M_s$ : Religação ao mesmo barramento (Fot. 8.A)  
 (a) Intensidade de corrente absorvida  
 (b) Velocidade de rotação



(a)

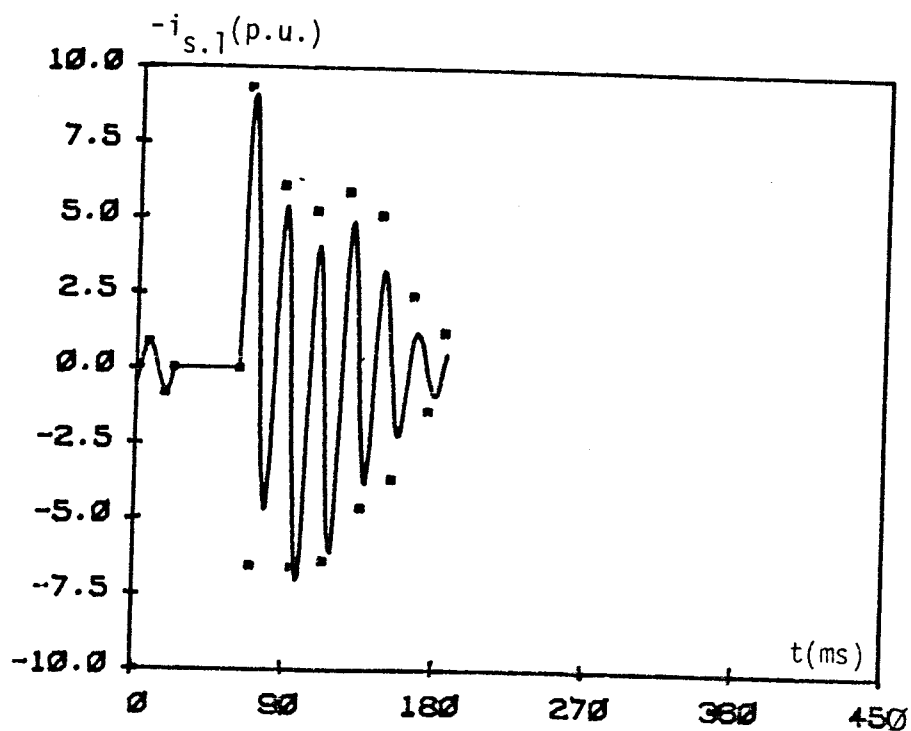


(b)

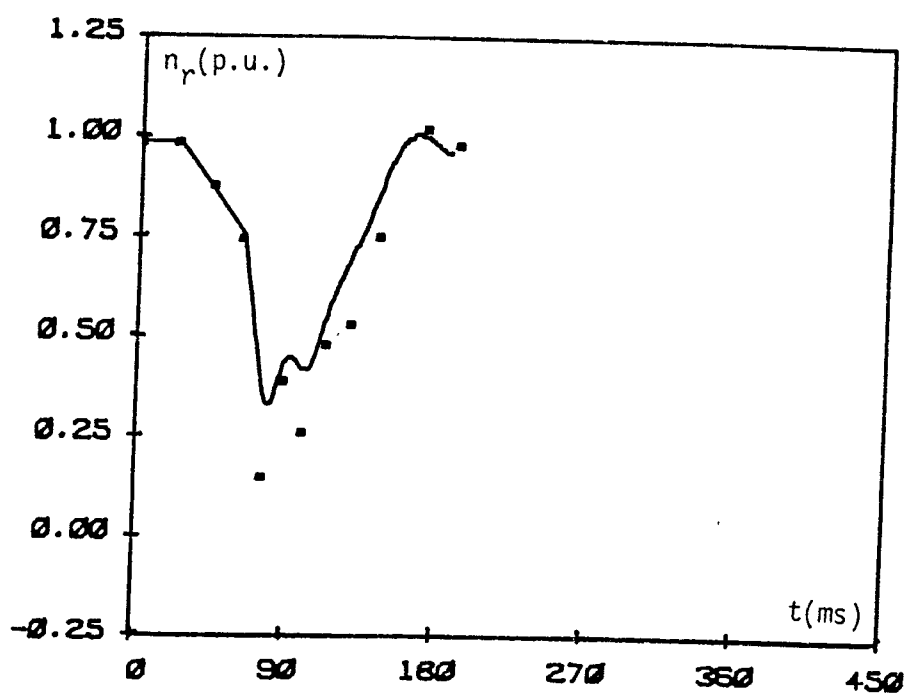
Fig. 6.9 Motor  $M_1$ : Religação ao mesmo barramento (Fot. 9)

(a) Intensidade de corrente absorvida

(b) Velocidade de rotação



(a)

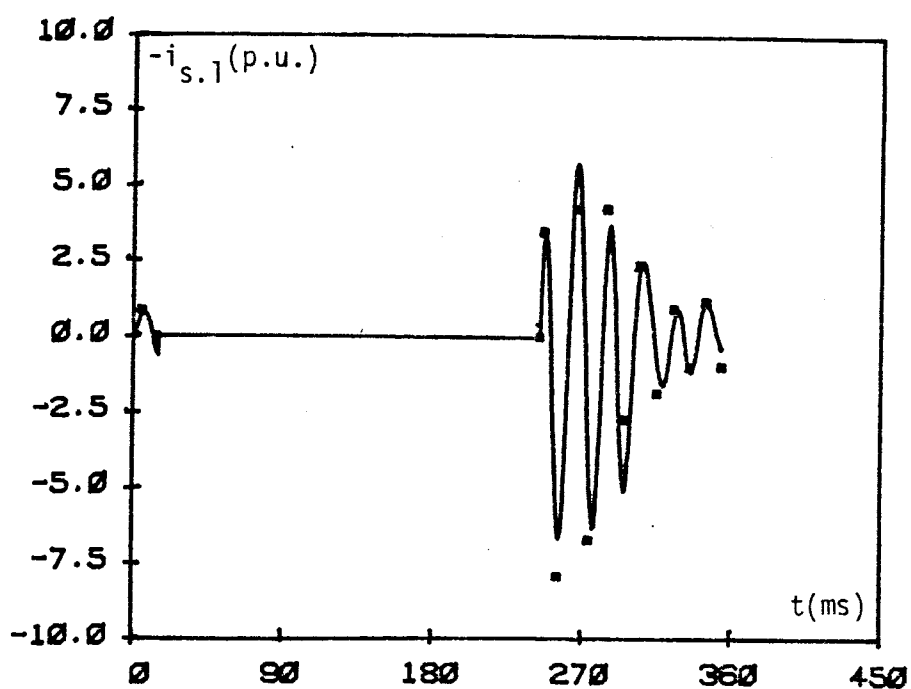


(b)

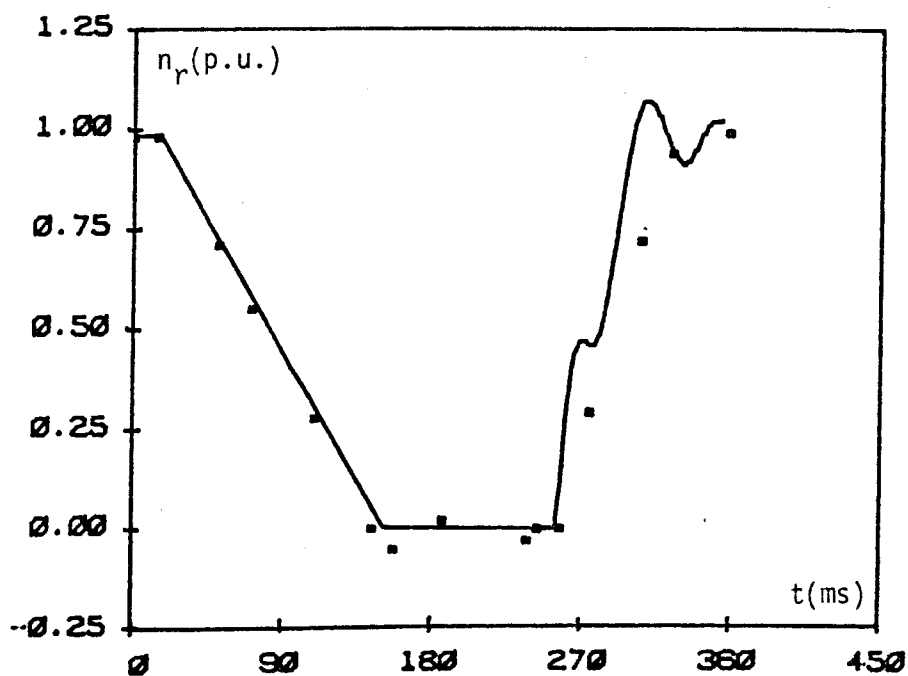
Fig. 6.10 Motor  $M_3$ : Religação ao mesmo barramento (Fot. 8.B)

(a) Intensidade de corrente absorvida

(b) Velocidade de rotação



(a)



(b)

Fig. 6.11 Motor  $M_2$ : Religação ao mesmo barramento (Fot. 7.B)  
 (a) Intensidade de corrente absorvida  
 (b) Velocidade de rotação

Os resultados anteriores, que não apresentam diferenças sensíveis de motor para motor, mostram que:

- após a manobra de religação do motor à rede e quando o mesmo se encontra a funcionar em vazio, a previsão do seu comportamento é francamente satisfatória, quer em termos absolutos, quer em termos relativos face à utilização do método "convencional";
- tal afirmação é independente do método de estimação aplicado e estende-se praticamente a todo o período de tempo durante o qual a velocidade rotórica do motor recupera o seu valor inicial;
- ao contrário do verificado na simulação digital dos ensaios de arranque directo, o facto de o motor se encontrar em carga provoca uma degradação no nível de precisão dos resultados que, apesar disso e quando resultantes da aplicação dos métodos por nós desenvolvidos, continuam a refletir uma clara melhoria face aos obtidos por aplicação do método "convencional".

Na origem dessa degradação, avultam dois tipos de causas: por um lado, a menor precisão conseguida na estimação do valor da velocidade rotórica do motor ao religar; por outro, a maior dificuldade de, neste tipo de fenómeno e para velocidades intermédias (entre o valor de sincronismo e o valor nulo) reduzir a simulação do efeito pelicular rotórico a uma simples função do deslizamento correspondente.

Efectivamente, investigada a evolução de  $\epsilon_m$  e de  $\sigma_1$  quando, na simulação de ensaios com o motor em carga e após  $t_k$ , se admitem as seguintes hipóteses:

- (1)-os parâmetros representativos do motor constantes e com valores iguais ao nominais;
- (2)-desprezo do efeito da saturação magnética dos trajectos de fugas do motor;
- (3)-não consideração do efeito pelicular rotórico,

os resultados conseguidos foram os indicados no Quadro 6.17.

Verifica-se, portanto, que a consideração simultânea de todos os fenómenos presentes durante este período, mesmo que na forma simplificada traduzida pelo modelo adoptado, é benéfica em termos da precisão da respectiva simulação, pese embora o facto de a inclusão do efeito pelicular rotórico constituir uma fonte de erro, imediatamente após  $t_k$ .

QUADRO 6.17

| método                   |        | (1)  | (2)  | (3)  |
|--------------------------|--------|------|------|------|
| $\epsilon_N(t_{rec}) \%$ |        | + 46 | + 39 | + 24 |
| $\sigma_I$               | 20 ms  | 0,36 | 0,42 | 0,21 |
|                          | 100 ms | 0,82 | 0,46 | 0,31 |

Como era de prever, a consideração dos valores nominais dos parâmetros do motor, sem qualquer tipo de correcção, conduz a resultados insatisfatórios, eventualmente piores do que os conseguidos através do método "convencional".

#### 6.4.5.3 Arranque estrela-triângulo

Os resultados que a seguir apresentamos dizem apenas respeito, pelos motivos apresentados no ponto 6.3.2.2, à simulação digital dos ensaios de arranque estrela-triângulo realizados com os motores de teste  $M_2$  e  $M_3$ , funcionando em vazio.

Como, à semelhança do verificado num fenómeno de religação, este processo de arranque engloba três regimes de funcionamento, encadeados no tempo, adoptámos a mesma metodologia de apresentação de resultados; ao instante em que se inicia a comutação, continuaremos a associar  $t_e$  e, ao instante em que tal comutação termina, designá-lo-emos por  $t_k$ , com estes dois instantes medidos nas condições já

especificadas para o ensaio de religação.

Os critérios adoptados para aferição de resultados são também semelhantes aos utilizados nas simulações anteriormente apresentadas: mantêm-se no respeitante à intensidade de corrente absorvida e à f.e.m. total induzida no estator (para esta última grandeza, só foram aplicados durante o período de comutação); para a velocidade rotórica, além dos erros médios na estimação dos seus valores em  $t_e$  e  $t_k$ , utilizou-se o critério global indicado para o ensaio de arranque directo [ $\epsilon_N(t_{ac})$ ].

(a) arranque em estrela:

Aplicando os métodos de estimação expostos no Capítulo 5 para este tipo de ligação do enrolamento estatórico do motor e, ainda, o método "convencional" (com as resistências corrigidas no respeitante à temperatura) obtivemos os resultados inscritos no Quadro 6.18.

QUADRO 6.18

| método              |        | proposto  | da corrente | aproximado | convencional |
|---------------------|--------|-----------|-------------|------------|--------------|
| $\epsilon_N(t_e)$ % |        | $\pm 2,2$ | +5,1        | +1,3       | - 28         |
| $\sigma_r$          | 20 ms  | 0,11      | 0,13        | 0,11       | 0,36         |
|                     | 40 ms  | 0,08      | 0,10        | 0,09       | 0,22         |
|                     | 60 ms  | 0,10      | 0,12        | 0,11       | 0,29         |
|                     | 80 ms  | 0,12      | 0,13        | 0,11       | 0,29         |
|                     | 100 ms | 0,16      | 0,18        | 0,13       | 0,26         |
|                     | $t_e$  | 0,20      | 0,20        | 0,15       | 0,32         |

Como o fabricante do motor  $M_s$ , no seu catálogo



comercial, não indica os valores estacionários da intensidade de corrente absorvida e do binário desenvolvido pelo mesmo, no seu arranque com ligação estatórica em estrela, na simulação do correspondente comportamento deste motor, para além do método "convencional", apenas foi aplicado o método "aproximado".

A comparação dos desvios obtidos, por aplicação de tal método na simulação dos dois motores testados, mostrou que o valor de  $\epsilon_N(t_c)$  praticamente se mantinha, o mesmo acontecendo com a evolução de  $\sigma_1$ .

Dos resultados apresentados, ressaltam os seguintes aspectos:

- a aplicação de qualquer um dos métodos de estimação que desenvolvemos conduz a previsões satisfatórias, quer no respeitante à previsão do valor da velocidade rotórica, quer à evolução temporal da intensidade de corrente absorvida;
- a validade de tal afirmação é reforçada pelo confronto com os desvios verificados na simulação do arranque directo dos mesmos motores (Quadro 6.10);
- apesar disso, os desvios encontrados durante os primeiros 20 ms de arranque, são da mesma ordem de grandeza dos verificados com ligação estatórica em triângulo, o que mostra que, face a este último caso, a degradação de resultados, associada ao crescimento da "janela de análise" considerada, é menor;
- as duas últimas observações também são verdadeiras quanto ao emprego do método "convencional", mas os desvios a que o mesmo conduziu, mostram que, ainda nesta situação, é o método de previsão menos adequado, de entre os que temos vindo a analisar.

A justificação para os resultados comparativos apresentados reside na menor taxa de aceleração verificada pelo rotor do motor durante este período de arranque e no facto de a amplitude do fasor corrente estatórica variar entre limites mais apertados.

(b) comutação estrela-triângulo:

De acordo com o método utilizado no período anterior, os desvios encontrados durante o processo de comutação estrela-triângulo foram os indicados no Quadro 6.19:

QUADRO 6.19

| método                   | proposto | da corrente | aproximado | convencional |
|--------------------------|----------|-------------|------------|--------------|
| $\sigma_E(t_K - t_c) \%$ | 0,07     | 0,24        | 0,05       | (*)          |
| $\epsilon_N(t_K) \%$     | -2,2     | +4,9        | $\pm 1,9$  | - 28         |

[(\*)-fruto do elevado erro de previsão da velocidade rotórica correspondente ao instante  $t_c$ , este método não permitiu, na maioria das situações simuladas, retratar a evolução temporal das grandezas eléctricas e magnéticas, durante o período de comutação do enrolamento estatórico do motor]

Os resultados obtidos (em que não se manifestou qualquer diferença de vulto entre os dois motores de teste utilizados) mostram que:

-salvo no respeitante à aplicação do método "da corrente", os métodos que desenvolvemos conduzem a previsões satisfatórias, que continuam a ser nitidamente mais credíveis do que as obtidas por uso do método "convencional";

-o método "da corrente" origina resultados menos fiáveis, o que era de esperar face ao valor menos correcto da velocidade rotórica por ele previsto para o início do período de comutação;

-apesar disso e por motivos semelhantes, todas as previsões se degradam face às obtidas, em período equivalente, na simulação do ensaio de religação em

vazio dos mesmos motores;

-como o período de comutação é bastante reduzido, os desvios associados à previsão do valor da velocidade rotórica no instante  $t_{\star}$  são fortemente influenciados pelo verificado, para a mesma grandeza, no instante  $t_{\star}$ .

Os resultados apresentados constituem um bom exemplo da influência determinante exercida pela correcta previsão dos valores iniciais das grandezas associadas ao funcionamento do motor de indução trifásico, durante os primeiros instantes de qualquer regime transitório.

(c) relição em triângulo:

Para que este processo de arranque evidencie as suas vantagens, a velocidade rotórica do motor, no instante  $t_{\star}$ , deve já ser muito próxima da verificada em regime permanente final; tal procedimento, não impedindo o surgimento de picos de corrente (e/ou de pulsações negativas do binário desenvolvido), conduz a um rápido decréscimo da amplitude do fasor corrente estatórica, pelo que a "janela de análise" adoptada, na avaliação dos correspondentes resultados, foi de apenas 20 ms.

Para a velocidade rotórica, por uma questão de coerência e com o intuito de moderar a influência de eventuais erros resultantes da comparação de pequenos intervalos de tempo, manteve-se o critério de aferição adoptado na simulação dos ensaios de arranque directo.

De acordo com o exposto e mantendo durante este período de simulação o método de estimação correspondentemente utilizado durante o período de arranque em estrela, obtivemos o conjunto de resultados inscritos no Quadro 6.20.

Investigado o comportamento dos desvios quando se aplica um dado método de estimação na simulação do período de arranque em estrela e, após  $t_{\star}$ , se utiliza(m) outro(s), verificámos que a previsão do "tempo de aceleração rotórico" é insensível a tal permuta, o mesmo não acontecendo com a da evolução da intensidade de corrente absorvida: a mudança de método de estimação originou quase sempre um aumento do desvio, que foi da ordem de (+10 %), ( $\pm 20$  %) e (+35 %),

quando se passaram a aplicar, respectivamente, os métodos "proposto", "da corrente" e "aproximado".

QUADRO 6.20

| método                  |       | proposto | da corrente | aproximado | convencional |
|-------------------------|-------|----------|-------------|------------|--------------|
| $\epsilon_N(t_{ac}) \%$ |       | - 5      | - 10 (*)    | - 5        | + 13 (*)     |
| $\sigma_1$              | 20 ms | 0,07     | 0,19        | 0,12       | 0,68         |

[(\*)-devido a erros na previsão do valor da velocidade rotórica no instante  $t_k$ , a simulação baseada nos métodos referenciados nem sempre retratou, após  $t_k$ , a evolução temporal daquela grandeza]

Da análise dos resultados apresentados, salientam-se:

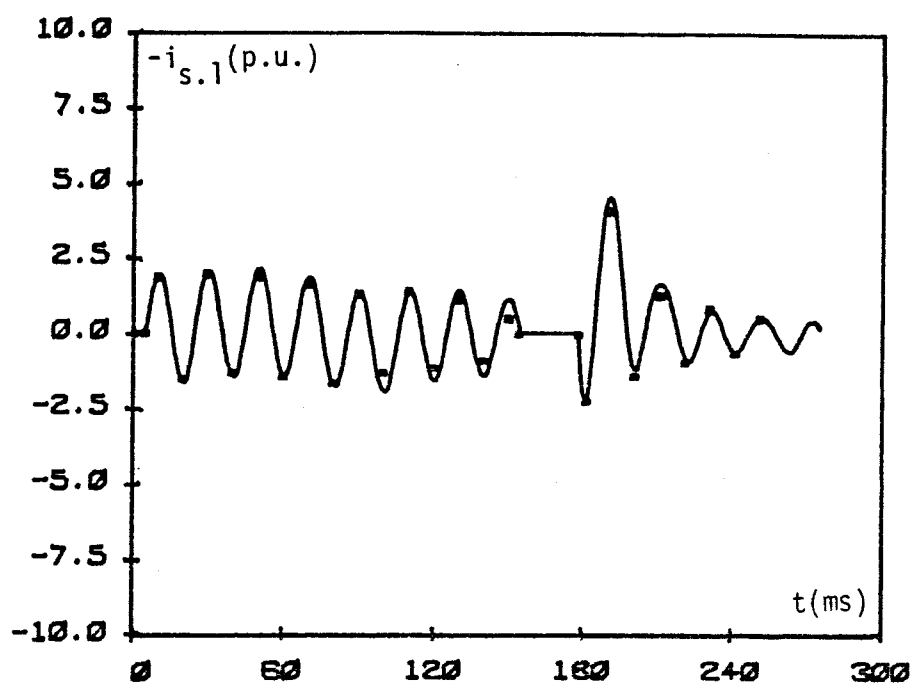
- os métodos por nós desenvolvidos continuam a denotar maior rigor do que o método "convencional", conduzindo a resultados satisfatórios, nomeadamente quando se aplicam os métodos "proposto" e "aproximado";
- embora o "tempo de aceleração rotórico" seja previsto com boa precisão por qualquer um dos métodos que desenvolvemos, continuam a verificar-se erros por excesso no valor da aceleração do rotor do motor, após a religação deste último com o respectivo enrolamento estatórico ligado em triângulo;
- os erros na previsão do estado do motor no momento da sua religação à rede conduzem, frequentemente, a resultados enganadores (sentido do binário desenvolvido) no respeitante ao seu comportamento imediatamente após tal instante;
- na simulação digital de fenómenos do tipo estudado, a mudança de método de estimação dos parâmetros do motor não parece aconselhável.

Na Fig. 6.12 apresenta-se um exemplo dos resultados obtidos por utilização do método "proposto" (motor  $M_2$ ) e na Fig. 6.13 está representado um exemplo da aplicação do método "aproximado" (motor  $M_3$ ); como habitualmente, nestas figuras também se indicam pontos notáveis obtidos nos ensaios experimentais correspondentes.

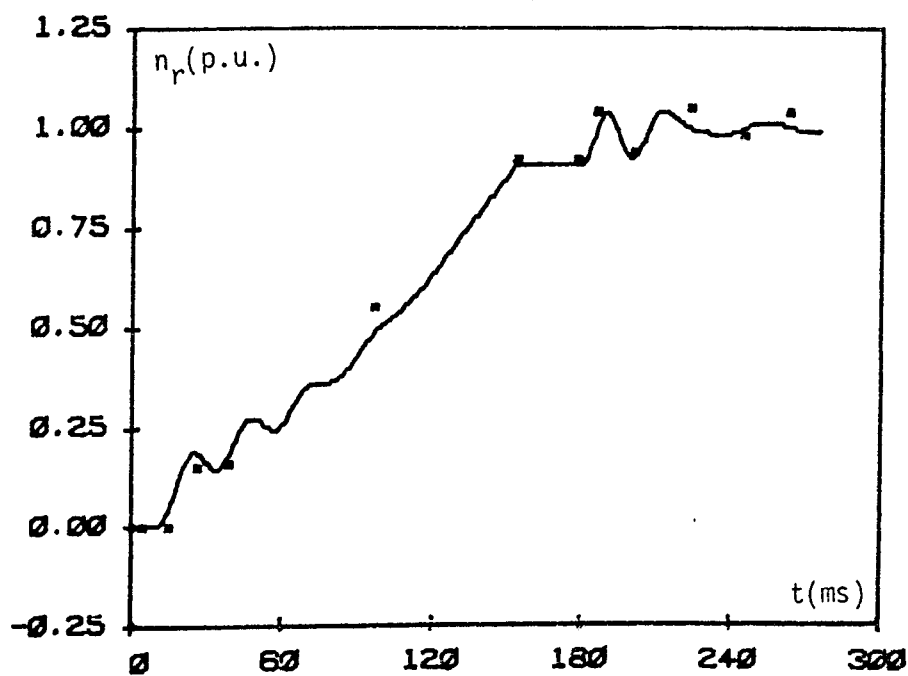
#### 6.4.5.4 Conclusões

A simulação digital dos regimes transitórios a que os motores de teste foram submetidos durante o seu ensaio laboratorial permitiram concluir que:

- (a)-o modelo adoptado para o motor de indução trifásico, conjugado com os métodos de estimação dos parâmetros por nós desenvolvidos, conduz a resultados que, globalmente considerados, são satisfatórios: reproduzem com relativa fidelidade os fenómenos simulados e são nitidamente mais rigorosos do que os obtidos por aplicação do método "convencional";
- (b)-no entanto, quando o motor funciona com o enrolamento estatórico ligado em triângulo, são de esperar erros por excesso na previsão do valor da aceleração do sistema motor-carga;
- (c)-em termos comparativos, o método "proposto" salientou-se como o mais credível; a utilização do método "aproximado" conduziu geralmente a uma ligeira degradação da precisão dos valores previstos para as várias grandezas caracterizadoras do comportamento do motor; a aplicação do método "da corrente" originou resultados com precisão comparável aos do primeiro método, excepto quando se simulou o comportamento do motor com o seu enrolamento estatórico ligado em estrela;
- (d)-finalmente, verificou-se que a adopção de formas empíricas de correcção, conducentes à obtenção de um maior rigor, evidenciou o carácter relativo das mesmas, já que os efeitos por elas produzidos variaram de motor para motor e/ou de acordo com o fenómeno simulado.

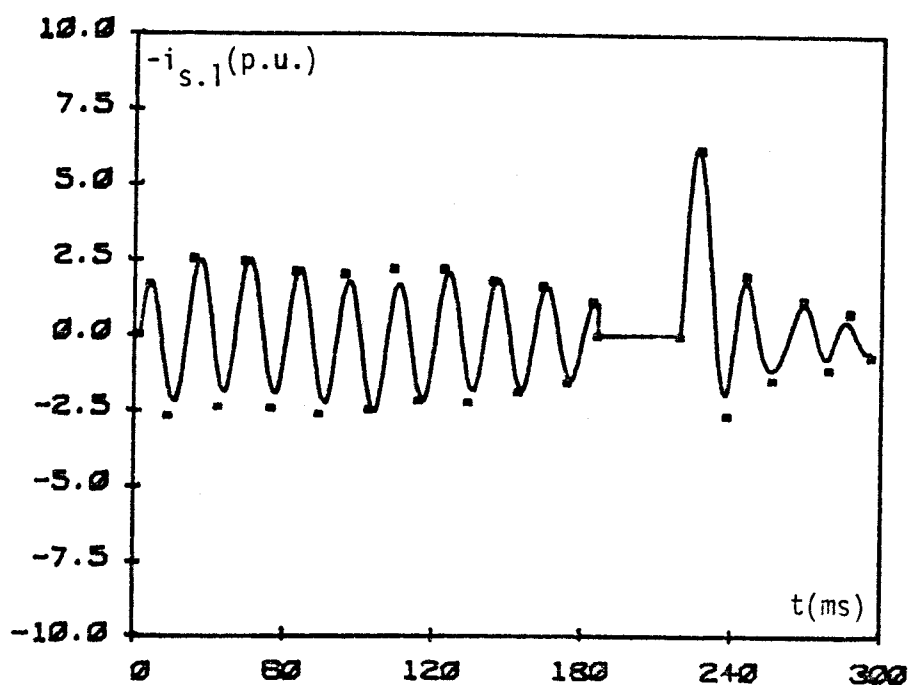


(a)

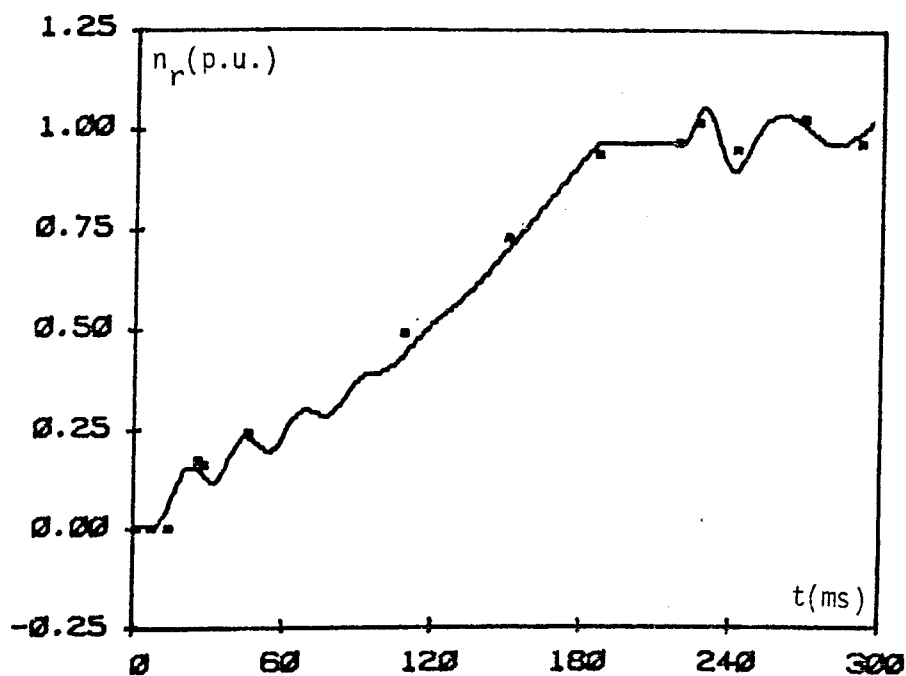


(b)

Fig. 6.12 Motor  $M_2$ : Arranque Y-D em vazio (Fot. 10)  
 (a) Intensidade de corrente absorvida  
 (b) Velocidade de rotação



(a)



(b)

Fig. 6.13 Motor  $M_s$ : Arranque Y-D em vazio (Fot. 11)  
 (a) Intensidade de corrente absorvida  
 (b) Velocidade de rotação

## 6.5 Síntese

Neste Capítulo apresentaram-se os ensaios laboratoriais a que submetemos três motores de indução trifásicos de fabrico corrente, escolhidos para o efeito.

Além disso, foram também indicados os resultados que obtivemos por simulação digital do comportamento de tais motores, quando sujeitos aos regimes de funcionamento impostos durante aqueles ensaios.

Por comparação entre os valores estimados para os parâmetros de cada motor e os determinados experimentalmente e, ainda, por análise dos resultados obtidos por simulação, verificámos a credibilidade (absoluta e relativa) de cada método de estimação empregado; nesse sentido, os valores experimentais foram sempre considerados como base de comparação e, aos métodos de estimação que em Capítulos anteriores desenvolvemos, adicionamos o mais vulgarmente aplicado em situações semelhantes à estudada na presente dissertação (designámo-lo por método "convencional").

Finalmente, face aos resultados conseguidos concluimos que os métodos de estimação por nós desenvolvidos, associados à utilização do modelo simplificado do motor, satisfazem, no essencial, os objectivos que presidiram ao seu estabelecimento.



## CAPÍTULO 7

## CONCLUSÕES

### 7.1 Conclusões

De acordo com os estudos que realizámos no âmbito do trabalho a que se refere a presente dissertação, foi-nos possível estabelecer um conjunto de conclusões gerais que apresentamos seguidamente:

- (1)-quando apenas se dispõe de um número restrito de dados relativos a um motor de indução trifásico de rotor em gaiola de esquilo, verificando-se que o mesmo se pode incluir no tipo de motores designados por "standard", a previsão do seu comportamento (estacionário e/ou transitório) é viável;
- (2)-sem necessidade de recurso a dados geralmente indisponíveis, é possível obter previsões com um grau de precisão nitidamente superior ao conseguido por aplicação dos métodos vulgarmente utilizados nestas situações;
- (3)-as necessidades computacionais associadas ao emprego dos métodos de modelização que desenvolvemos não são incompatíveis com a sua utilização na simulação do comportamento de conjuntos de motores.

As conclusões anteriores pressupõem a consideração de hipóteses simplificativas, salientando-se o facto de se admitir que o motor, cujo comportamento se pretende simular, é alimentado por uma rede eléctrica que, normalmente, lhe garante um sistema de tensões sinusoidais com valor eficaz e frequência constantes (próximos dos valores nominais dessas duas grandezas do motor).

Além disso, verificámos que não é aceitável presumir

que os métodos desenvolvidos para a estimação dos parâmetros representativos do motor (e suas variações) substituem, com vantagem absoluta, os métodos experimentais correspondentes: pelo conjunto de aproximações que a aplicação daqueles métodos envolve, nomeadamente no respeitante à escolha do modelo mais adequado para o motor, são de prever (o trabalho experimental que realizámos demonstrou-o) desvios nos resultados que fornecem.

Relativamente à comparação entre os três métodos de estimação estabelecidos ao longo do presente trabalho, é possível hierarquizá-los do seguinte modo:

- (a)-o método "proposto" é o mais credível, pelo que, sempre que possível (disponibilidade de dados), deverá ser o adoptado na simulação do comportamento do(s) motor(es);
- (b)-o método "aproximado" apresenta, face ao anterior, a vantagem de dispensar o conhecimento prévio das características estacionárias de arranque do motor; no entanto, porque a sua aplicação conduz a maiores desvios, nomeadamente no respeitante às situações mais desfavoráveis de funcionamento do motor, atribuímos a este método uma função supletiva do primeiro.
- (c)-o método "da corrente", fornecendo resultados satisfatórios no respeitante à previsão dos picos mais desfavoráveis da intensidade de corrente absorvida pelo motor, não é tão fiável como os anteriores na simulação de fenómenos que envolvam menores níveis de saturação magnética do ferro da máquina;
- (d)-se a previsão do comportamento do motor se restringir apenas a regimes permanentes incluídos na zona estável das suas características de funcionamento, o escalonamento apresentado nas alíneas anteriores perde importância, uma vez que, por se basearem nos mesmos dados iniciais (valores nominais dos parâmetros do motor) e nas mesmas aproximações (efeito pelicular rotórico), os três métodos desenvolvidos conduzem a resultados com níveis de precisão semelhantes;

Por outro lado, os resultados que obtivemos também mostraram que é possível melhorar substancialmente o rigor

da previsão do valor e/ou da evolução de uma ou mais grandezas do motor, através da adopção de formas empíricas de correcção (de que é exemplo o acréscimo fictício da inércia total do sistema motor-carga, por nós utilizado na simulação do ensaio de arranque directo); no entanto, uma vez mais se realça o facto, por nós comprovado, de tais artifícios terem uma validade muito relativa, o que lhes retira credibilidade como método geral modelização.

Se as conclusões anteriores resumem as principais ilacções que retirámos do estudo efectuado, o certo é que o mesmo conduziu a todo um vasto conjunto de conclusões parcelares, de que salientamos:

- o método que desenvolvemos para a estimação dos valores nominais dos parâmetros do motor de indução trifásico de rotor em gaiola de esquilo também se adaptam satisfatoriamente à de motores de rotor bobinado, pelo que tal método revela elevado grau de generalidade;
- a variação dos valores dos parâmetros rotóricos do motor de indução trifásico de rotor em gaiola de esquilo, devida ao correspondente efeito pelicular, é largamente utilizada no actual projecto deste tipo de máquinas; por esse motivo, embora tal efeito se manifeste mais nitidamente em motores de relativamente elevada potência nominal, o facto é que o mesmo deve ser considerado na modelização de motores de pequena potência e baixo número de polos - concretamente, a partir de 10 kW, em motores normais de 2 e 4 polos;
- para além da sua dependência face ao valor da temperatura do enrolamento em que se manifesta, a correcta inclusão do efeito pelicular rotórico no modelo do motor deve ter em conta o carácter dinâmico manifestado pelo mesmo;
- tal como já foi apontado por outros Investigadores, o fenómeno de saturação magnética do ferro da máquina, particularmente saliente em motores de pequena potência nominal e baixo número de polos, deve ser encarado de forma semelhante; a consideração deste fenómeno que, de acordo com o tipo de alimentação previsto para o motor, afecta predominantemente a circulação do fluxo magnético útil e/ou de fugas parciais, deve ter em

conta a influência determinante do tipo de geometria utilizada nas ranhuras da máquina e, no caso de as mesmas serem de tipo fechado, do seu posicionamento na respectiva armadura (a este propósito, menciona-se a verificação experimental que fizémos sobre a credibilidade dos resultados obtidos através do ensaio económico de motores com o respectivo rotor travado);

-quando os dois fenómenos anteriores tiverem de ser encarados de forma simplificada, são de esperar erros na previsão das evoluções temporais das várias grandezas caracterizadoras dos fenómenos em análise; os correspondentes desvios, nas "difíceis" condições de aplicação a que sujeitámos os métodos por nós desenvolvidos, mostraram-se de ordem mais elevada no respeitante à evolução da velocidade rotórica do motor, por sobrevalorização do correspondente valor da aceleração atingida.

Embora não explicitamente alicerçada em verificação experimental, o facto é que os estudos que realizámos sugerem que os erros de previsão, verificáveis por aplicação dos métodos de estimação na simulação do comportamento de motores de maior potência nominal e/ou maior número de polos, serão da mesma ordem de grandeza, senão ainda menores do que os que apresentámos; efectivamente, concluímos que tais motores funcionam com menores níveis de saturação magnética nos correspondentes trajectos de fugas e, embora denotando um efeito pelicular rotórico mais evidente, possuem um comportamento menos dependente do valor assumido pelas resistências dos respectivos enrolamentos. Tais factos, aliados a um maior coeficiente de inércia próprio do motor, permitem prever uma melhor aproximação das hipóteses simplificativas que adoptámos.

## 7.2 Perspectivas de trabalho futuro

Relativamente a possíveis vias de investigação futura na área a que o presente trabalho diz respeito, julgámos de interesse mencionar:

(1)-estudo comparativo do dimensionamento de grupos

geradores autónomos, de acordo com o tipo de modelização adoptado para os motores por ele alimentados: o aumento de precisão garantido pelos métodos de estimação que desenvolvemos faz prever a possibilidade de optimização de tal dimensionamento;

(2)-previsão do comportamento dinâmico das reactâncias caracterizadoras de um motor de indução trifásico, recorrendo a métodos numéricos de análise do campo magnético nelas criado: o aprofundamento dos conhecimentos existentes sobre esta matéria com certeza permitirá obter um maior rigor na simulação (prática) de sistemas que incluam tal tipo de máquinas eléctricas;

(3)-previsão do comportamento de motores de indução trifásicos de tipo "standard", quando a sua alimentação é controlada em termos da intensidade de corrente por ele absorvida: o inevitável alargamento da utilização industrial do correspondente tipo de aparelhagem (fruto do seu previsível embaratecimento), aliado à necessariamente distinta "filosofia de modelização" do motor (provocada pelo acréscimo de importância assumido pelo efeito pelicular e pela previsível inversão da influência exercida pelo estado dos vários trajectos de circulação de fluxo magnético na máquina), justificam que tal via seja explorada.

## BIBLIOGRAFIA

## B-1 - LIVROS

- ABR-1 M. ABRAMOWITZ  
Handbook of Mathematical Functions  
Dover Publications, Inc., 1964
- ADK-1 B. ADKINS; R. G. HARLEY  
The General Theory of Alternating Current Machines:  
Application to Practical Problems  
Chapman and Hall, 1ª Edição, 1975
- ALG-2 P. L. ALGER  
Induction Machines  
Gordon and Breach Science Publishers, Inc., 2ª Edição,  
1970
- AMS-1 A. M. DA SILVA  
Tratamento Analítico e Experimental de Protótipos de  
Motores de Relutância com uma Nova Geometria do Rotor  
Dissertação para Doutorado, F.E.U.P., 1986
- ANG-1 A. ANGOT  
Compléments de Mathématiques  
Masson et Cie, Éditeurs, 6ª Edição, 1972
- BAR-1 P. BARRET  
Régimes Transitoires des Machines Tournantes  
Électriques  
Éditions Eyrolles, 1982
- BRO-1 G. S. BROSAN; J. T. HAYDEN  
Advanced Electrical Power and Machines  
Sir Isaac Pitman & Sons, Ltd., 1966
- CON-10 S. D. CONTE; C. DE BOOR  
Elementary Numerical Analysis  
McGraw-Hill Book Company, Inc., 1972



- COR-1 M. CORTES  
Curso Moderno de Máquinas Eléctricas Rotativas  
(4 Volumes)  
Editores Tecnicos Asociados, S.A., 1977
- GUP-1 D. P. GUPTA; J. W. LYNN  
Electrical Machine Dynamics  
The Macmillan Press Ltd., 1980
- JON-1 C. V. JONES  
The Unified Theory of Electrical Machines  
Butterworths, 1967
- KOS-1 M. KOSTENKO; L. PIOTROVSKY  
Máquinas Eléctricas (2 Volumes)  
Livraria Lopes da Silva - Editora, 1979
- KOV-7 P. K. KOVACS  
Transient Phenomena in Electrical Machines  
Elsevier, 1984
- LES-1 J. LESENNE; F. NOTELET; G. SEGUIER  
Introduction à l'Electrotechnique Approfondie  
Technique et Documentation, 1981
- MAR-1 J. C. MARTIN  
Cálculo Industrial de Máquinas Eléctricas (2 Volumes)  
Universidade Politécnica de Barcelona, 1976
- MVG-1 M. V. GUEDES  
Métodos Numéricos para Análise do Campo Magnético das  
Máquinas Eléctricas  
Dissertação para Doutoramento, F.E.U.P., 1983
- NAS-2 S. A. NASAR; L. UNNEVEHR  
Electromechanics and Electric Machines  
John Wiley & Sons, Inc., 2ª Edição, 1983
- SAY-1 M. G. SAY  
The Performance and Design of Alternating Current  
Machines  
Sir Isaac Pitman & Sons, Ltd., 3ª Edição, 1968
- WYL-1 C. R. WYLIE, JR.  
Advanced Engineering Mathematics  
McGraw-Hill Book Company, Inc., 1ª Edição, 1951

## B-2 - ARTIGOS DA ESPECIALIDADE

- ABD-10 M. M. ABDEL HAKIM; G. J. BERG  
Dynamic Single-Unit Representation of Induction Motor Groups  
IEEE Trans., Vol. PAS-95, nº 1  
JAN-FEV/1976; pp. 155/165
- ABL-1 K. O. ABLEDU; A. A. MAHMOUD  
Equivalent Load Model of Induction Machines  
Electric Machines and Power Systems, Vol. 9  
1984; pp. 435/452
- ACB-1 A. C. BARBOSA  
Elementos Sobre a Banca de Ensaio de Máquinas Rotativas  
3ª RILIME (FEUP) - DEZ/1987
- AMA-1 P. AMADO  
Motores Eléctricos de Rendimento Elevado. Utilização Mais Racional de Energia  
Electricidade-Energia-Electrónica, nº 197  
MAR/1984; pp. 84/91
- AND-1 G. ANDRIA; A. DELL'AQUILA; L. SALVATORE  
Effect of Saturation on Harmonic Impedances of Inverter-Fed Induction Motors  
ICEMAIM - JUL/1986; pp. 115/122
- AZE-1 S. F. DE AZEVEDO et al.  
Tratamento de Dados Experimentais por Computador  
Encontro de Microinformática na Engenharia Química  
Ordem dos Engenheiros - MAI/1987; pp. 1/11 / 11/11

- BIR-1 T. S. BIRCH; O. I. BUTLER  
Permeance of Closed-Slot Bridges and its Effect on  
Induction-Motor-Current Computation  
Proc. IEE, Vol. 118, no 1  
JAN/1971; pp. 169/172
- BIR-10 B. S. BIRD  
Measurement of Stray Load Losses in Squirrel-Cage  
Induction Motors  
Proc. IEE, Vol. 111, no 10  
OUT/1964; pp. 1697/1705
- BOG-1 A. BOGLIETTI; M. LAZZARI; F. PROFUMO; F. VILLATA  
About the Selection of Induction Motor Samples Having  
Representative Character for Energetic Considerations  
ICEM/86, Part 1 - SET/1986; pp. 223/226
- BOL-1 I. BOLDEA; S. A. NASAR  
Unified Treatment of Core Losses and Saturation in  
Two Orthogonal Model of Electric Machines  
Proc. IEE, Vol. 134 - Part B, no 6  
NOV/1987; pp. 355/363
- BOL-2 I. BOLDEA; S. A. NASAR  
A General Equivalent Circuit (GEC) of Electric  
Machines Including Crosscoupling Saturation and  
Frequency Effects  
IEEE/PES Winter Meeting (88 WM 004-4)  
JAN-FEV/1988
- BRO-10 J. E. BROWN; C. GRANTHAM  
Determination of the Parameters and Parameter  
Variations of a 3-Phase Induction Motor Having a  
Current-Displacement Rotor  
Proc. IEE, Vol. 122, no 9  
SET/1975; pp. 919/921
- BRO-11 J. E. BROWN; K. P. KOVACS; P. VAS  
A Method of Including the Effects of Main Flux Path  
Saturation in the Generalized Equations of A. C.  
Machines  
IEEE Trans., Vol. PAS-102, no 1  
JAN/1983; pp. 96/103

- BUC-2 F. DE BUCK  
Losses and Parasitic Torques in Electric Motors  
Subjected to PWM Waveforms  
IEEE Trans., Vol. IA-15, nº 1  
JAN-FEV/1979; pp. 47/53
- BUC-3 F. DE BUCK; G. GISTELINCK  
A Simple but Reliable Loss Model for Inverter-  
Supplied Induction Motors  
IEEE Trans., Vol. IA-20, nº 1  
JAN-FEV/1984; pp. 190/202
- BUR-1 A. BURCHIANI; M. RINALDI  
Experimental Research on the Limits of Employment of  
the Methods Based on the Elaboration of the  
Electrical Input Signals in the Determination of the  
Torque-Speed Curves of the Asynchronous Motors  
ICEM/78, Part 2 - SET/1978; pp. G5/2-1 / 2-9
- CAR-1 R. CARLSON; N. SADOWSKI  
Induction Motor Shaft Loss-of-Life Analysis as a  
Result of Power Supply Disturbances  
ICEM/86, Part 2 - SET/1986; pp. 951/954
- CAS-1 C. A. SÁ  
Digital Simulation of Induction-Motor Transients - A  
Simplified Method  
ICEMAIM - JUL/1986; pp. 57/61
- CAS-2 C. A. SÁ  
Método dos Fasores Espaciais na Modelização de  
Máquinas Eléctricas Rotativas  
ELEUP 87 (F.E.U.P.) - JUL/1987
- CAS-3 C. A. SÁ  
O Freio Hidráulico - Breve Descrição  
3ª RILIME (F.E.U.P.) - DEZ/1987
- CHA-1 B. J. CHALMERS; A. C. WILLIAMSON  
Stray Losses in Squirrel-Cage Induction Motors:  
Validity of the Reverse-Rotation Test Method  
Proc. IEE, Vol. 110, nº 10  
OUT/1983; pp. 1773/1777

- CRE-1 W. S. CREER; D. W. NOVOTNY; T. A. LIPO  
Determination of Equivalent Circuits for Induction  
Machines with Skin Effect Using Terminal  
Characteristics  
Electric Machines and Power Systems, Vol. 10  
1985; pp. 379/394
- CUM-1 P. G. CUMMINGS  
Comparison of IEC and NEMA/IEEE Motor Standards, Part  
I  
IEEE Trans., Vol. IA-18, no 5  
SET-OUT/1982; pp. 471/478
- CUM-2 P. G. CUMMINGS  
Comparison of IEC and NEMA/IEEE Motor Standards, Part  
II  
IEEE Trans., Vol. IA-20, no 1  
JAN-FEV/1984; pp. 67/73
- DAU-1 R. H. DAUGHERTY  
Analysis of Transient Electrical Torques and Shaft  
Torques in Induction Motors as a Result of Power  
Supply Disturbances  
IEEE Trans., Vol. PAS-101, no 8  
AGO/1982; pp. 2826/2836
- DEL-1 W. DELEROI  
Influence of Leakage Flux Path Saturation Upon  
Switching Transients in Induction Machines  
ICEM/84 - SET/1984; pp. 227/230
- DEL-2 W. DELEROI  
Coupling of Main Field and Leakage Field Saturation  
in Rotating Field Machine Transients  
ICEM/86, Part 2 - SET/1986; pp. 583/586
- EMB-1 U. VON DER EMBSE  
New Theory of Nonlinear Commutator Machines  
IEEE Trans., Vol. PAS-87, no 9  
SET/1968; pp. 1804/1809

- ENS-1 N. C. ENSLIN; W. M. KAPLAN; J. L. DAVIES  
Influence of Transient Switching Currents and Fluxes  
on the Torque Developed by a Squirrel-Cage Induction  
Motor  
Proc. IEE, Vol. 113, no 6  
JUN/1966; pp. 1035/1043
- EST-1 J. ESTEVES; J. SANTANA  
Application of a Saturated Induction Machines Dynamic  
Model  
IMACS - TC1 - AGO/1987; pp. 135/140
- FLY-1 F. P. FLYNN; R. D. SLATER; W. S. WOOD  
Transient Negative Torques in Induction Motors Due to  
Rapid Reconnection of the Supply  
Proc. IEE, Vol. 116, no 12  
DEZ/1969; pp. 2009/2014
- GAR-1 M. S. GARRIDO; L. PIERRAT; E. DEJAEGER  
The Matrix Analysis of Saturated Electrical Machines  
IMACS - TC1 - AGO/1987; pp. 127/134
- GRA-1 C. GRANTHAM  
Determination of Induction Motor Parameter Variations  
from a Variable Frequency Standstill Test  
Electric Machines and Power Systems, Vol. 10  
1985; pp. 239/248
- GUN-1 N. GUNARATNAM; D. W. NOVOTNY  
The Effects of Neglecting Stator Transients in  
Induction Machine Modelling  
IEEE Trans., Vol. PAS-99, no 6  
NOV-DEZ/1980; pp. 2050/2059
- HE -1 YI-K. HE; T. A. LIPO  
Computer Simulation of an Induction Machine with  
Spatially Dependent Saturation  
IEEE Trans., Vol. PAS-103, no 4  
ABR/1984; pp. 707/714
- HEM-1 L. HEMING; T. GRANT; T. H. BARTON  
Induction Motor Parameter Identification  
ICEM/86, Part 2 - SET/1986; pp. 389/392

- HTS-1 J. S. HTSUI  
Magnitude, Amplitudes and Frequencies of Induction-Motor Air-Gap Transient Torque Through Simultaneous Reclosing With or Without Capacitors  
IEEE Trans., Vol. PAS-104, no 6  
JUN/1985; pp. 1519/1525
- HUG-10 F. M. HUGHES; A. S. ALDRED  
Transient Characteristics and Simulation of Induction Motors  
Proc. IEE, Vol. 111, no 12  
DEZ/1964; pp. 2041/2050
- HUM-1 W. D. HUMPAGE; K. E. DURRANI; V. F. CARVALHO  
Dynamic-Response Analysis of Interconnected Synchronous-Asynchronous-Machine Groups  
Proc. IEE, Vol. 116, no 12  
DEZ/1969; pp. 2015/2028
- JAC-10 A. G. JACK; P. VAS; J. E. BROWN  
A Finite Element Study of the Phenomenon of Cross-Magnetization  
ICEM/86, Part 2 - SET/1986; pp. 462/465
- JES-1 J. M. JESUS  
A Model for Saturation in Induction Machines  
IEEE/PES Winter Meeting (88 WM 014-3)  
JAN-FEV/1988
- JIM-1 A. A. JIMOH; R. D. FINDLAY; M. POLOUJADOFF  
Stray Losses in Induction Machines: Part I, Definition, Origin and Measurement  
IEEE Trans., Vol. PAS-104, no 6  
JUN/1985; pp. 1500/1505
- JIM-2 A. A. JIMOH; R. D. FINDLAY; M. POLOUJADOFF  
Stray Losses in Induction Machines: Part II, Definition, Origin and Measurement  
IEEE Trans., Vol. PAS-104, no 6  
JUN/1985; pp. 1506/1512
- KAL-1 S. S. KALSI; D. D. STEPHEN; B. ADKINS  
Calculation of System-Fault Currents Due to Induction Motors  
Proc. IEE, Vol. 118, no 1  
JAN/1971; pp. 201/215

- KAM-1 M. KAMINSKI; K. MACEK-KAMINSKA; P. WACH  
Multidimensional Estimation Method of Double-Cage  
Induction Motors Parameters by Use of Stepwise  
Regression  
ICEM/86, Part 1 - SET/1986; pp. 56/59
- KHA-1 M. O. KHALIL; M. A. ZAHER  
Determination of the Equivalent Circuit Parameters of  
Deep-Bar Cage Induction Motor from Experimental or  
Guiven Catalogues Data  
etz-Archiv, Vol. 6, no 1  
1984; pp. 33/37
- KHA-10 N. A. KHALIL; O. T. TAN; I. U. BARAN  
Reduced Order Models for Double-Cage Induction Motors  
IEEE Trans., Vol. PAS-101, no 9  
SET/1982; pp. 3135/3140
- KLA-1 A. KLADAS; A. RAZEK  
Parametric Study Of Bar Resistance and Leakage  
Inductance in Saturated Rotor Cages  
ICEM/86, Part 2 - SET/1986; pp. 702/705
- KOV-1 P. K. KOVACS; I. RACZ  
Transient Phenomena in Alternating Current Machines -  
Chapter 12: Switching Off the Asynchronous Machine  
ERA Technology, Trans. 2939  
OUT/1971; pp. 1/15
- KOV-2 P. K. KOVACS; I. RACZ  
Transient Phenomena in Alternating Current Machines -  
Chapter 14: Transient Phenomena in Asynchronous  
Motors with Constant Speed  
ERA Technology, Trans. 2940  
OUT/1971; pp. 1/34
- KOV-3 P. K. KOVACS; I. RACZ  
Transient Phenomena in Alternating Current Machines -  
Chapter 17: Transient Phenomena in Double-Cage Motors  
ERA Technology, Trans. 2941  
OUT/1971; pp. 1/34
- KOV-4 P. K. KOVACS  
Transient Performance of an Induction Machine with  
Variable Saturation  
ICEM/82, Part 1 - SET/1982; pp. 84/86



- KOV-5 P. K. KOVACS  
On the Theory of Cylindrical Rotor A. C. Machines,  
Including Main Flux Saturation  
IEEE Trans., Vol. PAS-103, no 4  
ABR/1984; pp. 754/757
- KOV-6 P. K. KOVACS  
On the Theory of Cross-Coupling Experiments in 2-  
Phase Cylindrical Rotor A.C. Machines  
ICEM/84 - SET/1984; pp. 235/238
- KOW-1 T. O. KOWALSKA; K. M. KAMINSKA  
Comparative Study of Dynamic Mathematical Models for  
Deep-Bar Rotor Induction Machine  
Electric Machines and Power Systems, Vol. 11  
1986; pp. 397/400
- KRA-1 P. C. KRAUSE et al.  
The Theory of Neglecting Stator Transients  
IEEE Trans., Vol. PAS-98, no 1  
JAN-FEV/1979; pp. 141/148
- LAM-1 G. LAMMERANER; F. BRABEC  
Impédance des Barres des Cages d'Écureuil à Encoches  
Profondes  
Rev. Gen. Elect., Vol. XLI - no 21  
1937; pp. 683/687
- LEE-1 C. H. LEE  
A Design Method for Double Squirrel-Cage Induction  
Motors  
AIEE Trans., Vol. 72 - Part III  
AGO/1953; pp. 630/636
- LIW-1 M. M. LIWSCHITZ-GARIK  
Skin-Effect Bars of Squirrel-Cage Rotors  
AIEE Trans., Vol. 73, Part III-A  
ABR/1954; pp. 255/258
- LIW-2 M. M. LIWSCHITZ-GARIK  
Computation of Skin Effect in Bars of Squirrel-Cage  
Rotors  
AIEE Trans., Vol. 74  
AGO/1955; pp. 768/771

- MEL-1** J. A. MELKBEEK  
Magnetizing-Field Saturation and Dynamic Behaviour of Induction Machines - Part 1: Improved Calculation Method for Induction-Machine Dynamics  
Proc. IEE, Vol. 130 - Part B, n<sup>o</sup> 1  
JAN/1983; pp. 1/9
- MEL-2** J. A. MELKBEEK  
Magnetizing-Field Saturation and Dynamic Behaviour of Induction Machines - Part 2: Stability Limits of a Voltage-Fed Induction Motor and a Self-Excited Induction Generator  
Proc. IEE, Vol. 130 - Part B, n<sup>o</sup> 1  
JAN/1983; pp. 10/17
- MIL-1** F. MILDE  
Simplification de Réseau Permettant des Économies de Temps de Calcul, pour l'Étude des Phénomènes Transitoires dans les Réseaux Comprenant un Grand Nombre de Moteurs  
Revue Brown-Boveri, Vol. 72, n<sup>o</sup> 3  
MAR/1985; pp. 130/136
- NAU-1** D. NAUNIN  
The Calculation of the Dynamic Behaviour of Electrical Machines by Space-Phasors  
ICEM/78, Part 2 - SET/1978; pp. T/5-1 / 5-11
- NEN-1** V. D. NENE  
Optimal Tracking of the Dynamic Performance of an Induction Machine  
Electric Machines and Power Systems, Vol. 7  
1982; pp. 27/34
- NOV-1** D. W. NOVOTNY; J. H. WOUTERSE  
Induction Machine Transfer Functions and Dynamic Response by Means of Complex Time Variables  
IEEE Trans., Vol. PAS-95, n<sup>o</sup> 4  
JUL-AGO/1976; pp. 1325/1335
- NOV-2** D. W. NOVOTNY; J. A. MELKBEEK  
Dynamic Response of Voltage Driven Induction Machines  
Electric Machines and Power Systems, Vol. 10  
1985; pp. 149/176

- OBR-2 K. OBERRETL  
13 Règles pour Minimaliser les Pertes Supplémentaires  
dans des Moteurs à Induction  
Bulletin Oerlikon, n° 389/390  
JUN/1969; pp. 1/11
- OLI-1 S. E. OLIVEIRA  
Starting Transients of Saturated Induction Motors  
with Series Capacitors on the Supply  
IEEE Trans., Vol. EC-1, n° 3  
SET/1986; pp. 205/210
- RAH-1 A. H. RAHIM; A. R. LALDIN  
Aggregation of Induction Motor Loads for Transient  
Stability Studies  
IEEE Trans., Vol. EC-2, n° 1  
MAR/1987; pp. 55/61
- RAO-1 M. R. RAO; V. S. RAO; B. G. DESAI  
Performance Analysis of Diecast Multicage Induction  
Motors: a Comparative Study of Two Approaches  
Proc. IEE, Vol. 121, n° 10  
OUT/1974; pp. 1122/1126
- REH-1 H. REHAOULIA; M. POLOUJADOFF  
Transient Behaviour of the Resultant Airgap Field  
During Run-Up of an Induction Motor  
IEEE Trans., Vol. EC-1, n° 4  
DEZ/1986; pp. 92/98
- ROD-1 F. D. RODRIGUEZ; O. WASYNCZUK  
A Refined Method of Deriving Reduced Order Models of  
Induction Machines  
IEEE Trans., Vol. EC-2, n° 1  
MAR/1987; pp. 31/37
- SAT-1 P. K. SATTLER et al.  
The Influence of the Differential Leakage and the  
Cross Currents Upon the Behaviour of a Squirrel Cage  
Induction Motor  
ICEM/82, Part 1 - SET/1982; pp. 91/95

- SCH-1 F. A. SCHEDA  
Transient Inrush Current in High-Efficiency and  
Standard Motors  
IEEE Trans., Vol. IA-22, no 1  
JAN-FEV/1986; pp. 145/147
- SIV-2 V. F. SIVOKOBYLENKO; K. A. PAVLINKOV  
Parâmetros e Esquemas Equivalentes de Motores  
Assíncronos de Ranhuras Profundas (em russo)  
Elektritcheskie Stantzii, no 2  
1976; pp. 51/54
- SIV-3 V. F. SIVOKOBYLENKO; V. B. SOVPEL  
Determinação dos Parâmetros das Máquinas Assíncronas  
a Partir de Regimes Transitórios (em russo)  
Notícias da Academia de Ciências da URSS - Energética  
e Transporte, no 3  
1977; pp. 163/166
- SIV-4 V. F. SIVOKOBYLENKO; V. I. KOSTENKO  
Modelização Matemática de Máquinas Assíncronas de  
Ranhuras Profundas (em russo)  
Elektritchestvo, no 4  
1980; pp. 32/36
- SKV-1 T. L. SKVARENINA; P. C. KRAUSE  
Accuracy of a Reduced Order Model of Induction  
Machines in Dynamic Stability Studies  
IEEE Trans., Vol. PAS-98, no 4  
JUL-AGO/1979; pp. 1192/1197
- SMI-1 I. R. SMITH; S. SRIHARAN  
Transient Performance of the Induction Motor  
Proc. IEE, Vol. 113, no 7  
JUL/1966; pp. 1173/1181
- SMI-2 I. R. SMITH; S. SRIHARAN  
Induction-Motor Reswitching Transients  
Proc. IEE, Vol. 114, no 4  
ABR/1967; pp. 503/509

- SOV-1 V. B. SOVPEL  
Método Analítico para Determinação dos Parâmetros dos  
Esquemas Equivalentes dos Circuitos Rotóricos de  
Motores Assíncronos Potentes (em russo)  
Notícias da Academia de Ciências da URSS - Energética  
e Transporte, nº 1  
1978; pp. 160/162
- STE-1 R. STERN; D. W. NOVOTNY  
A Simplified Approach to the Determination of  
Induction Machine Dynamic Response  
IEEE Trans., Vol. PAS-97, nº 4  
JUL-AGO/1978; pp. 1430/1439
- SUP-1 G. SUPERTI-FURGA  
A Second Order Model for Induction Machine Transients  
ICEM/86, Part 2 - SET/1986; pp. 397/400
- SWA-1 S. A. SWANN; J. W. SALMON  
Effective Resistance and Reactance of a Rectangular  
Conductor Placed in a Semi-Closed Slot  
Proc. IEE, Vol. 110, nº 9  
SET/1963; pp. 1636/1662
- TAN-10 O. T. TAN; G. G. RICHARDS  
Decoupled Boundary Layer Model of Induction Machines  
Proc. IEE, Vol. 133 - Part B, nº 4  
JUL/1986; pp. 255/262
- VAS-1 P. VAS; J. E. BROWN; K. E. HALLENIUS  
Cross-Saturation in Saturated Smooth-Air-Gap Machines  
ICEM/84 - SET/1984; pp. 261/264
- VAS-2 P. VAS; W. DELEROI; J. E. BROWN  
Transient Analysis of Smooth-Air-Gap Machines  
Incorporating the Effects of Main and Leakage Flux  
Saturation  
ICEM/84 - SET/1984; pp. 269/272
- VAS-3 P. VAS; K. E. HALLENIUS; J. E. BROWN  
Cross-Saturation in Smooth-Air-Gap Electrical  
Machines  
IEEE Trans., Vol. EC-1, nº 1  
MAR/1986; pp. 103/112

- VER-1 S. P. VERMA; S. E. ABO-SHADY  
Method of Calculation of Transient Skin-Effect in  
Conductors Embedded in Slots for Cage Windings  
IEEE Trans., Vol. PAS-99, no 6  
NOV-DEZ/1980; pp. 2318/2326
- WAM-1 J. WAMBACO; D. VAN GOETHEM; P. LATAIRE; G. MAGGETTO  
Using Symmetrical Components of Instantaneous  
Potentials and Currents to Identify the Parameters  
for the Mathematical Model of a Squirrel-Cage  
Induction Machine  
ICEM/78, Part 3 - SET/1978; pp. E2/10-1 / 10-14
- WAS-1 O. WASYN CZUK; P. C. KRAUSE  
Theory and Comparison of Reduced Order Models of  
Induction Machines  
IEEE Trans., Vol. PAS-104, no 3  
MAR/1985; pp. 598/606
- WAT-1 S. S. WATERS; R. D. WILLOUGHBY  
Modelling Induction Motors for System Studies  
IEEE Trans., Vol. IA-19, no 5  
SET-OUT/1983; pp. 875/878
- WIL-10 S. WILLIAMSON; M. C. BEGG  
Calculation of the Bar Resistance and Leakage  
Reactance of Cage Rotors with Closed Slots  
Proc. IEE, Vol. 132 - Part B, no 3  
MAI/1985; pp. 125/132
- WIL-11 S. WILLIAMSON; M. C. BEGG  
Calculation of the Resistance of Induction Motor End  
Rings  
Proc. IEE, Vol. 133 - Part B, no 2  
MAR/1986; pp. 54/60
- WIL-12 S. WILLIAMSON; R. SCHIFERL  
An Investigation of the Influence of Deep-Bar Effect  
on the Resistance of Cage Rotor End-Rings  
IEEE Trans., Vol. IA-23, no 4  
JUL-AGO/1987; pp. 696/704
- WIL-13 S. WILLIAMSON; M. R. LLOYD  
Cage Rotor Heating at Standstill  
Proc. IEE, Vol. 134 - Part B, no 6  
NOV/1987; pp. 325/332

B-3 - NORMAS E RECOMENDAÇÕES

CEI-34.1

Machines Électriques Tournantes - Première Partie:  
Caractéristiques Assignées et Caractéristiques de  
Fonctionnement  
C.E.I., 8ª Edição, 1983

CEI-34.1.M1

Modification nº 1 à la Publication CEI 34-1  
C.E.I., 1987

CEI-34.2

Machines Électriques Tournantes - Deuxième Partie:  
Méthodes pour la Détermination des Pertes et du  
Rendement des Machines Électriques Tournantes à  
Partir d'Essais  
C.E.I., 3ª Edição, 1972

CEI-34.4

Machines Électriques Tournantes - Quatrième Partie:  
Méthodes pour la Détermination à Partir d'Essais des  
Grandeurs des Machines Synchrones  
C.E.I., 1ª Edição, 1967

CEI-34.4.A

Premier Complément à la Publication 34-4 - Méthodes  
Non Confirmées pour la Détermination à Partir  
d'Essais des Grandeurs des Machines Synchrones  
C.E.I., 1972

CEI-34.5

Machines Électriques Tournantes - Cinquième Partie:  
Classification des Degrés de Protection Procurés par  
les Enveloppes des Machines Tournantes  
C.E.I., 2ª Edição, 1981

**CEI-34.6**

Machines Électriques Tournantes - Sixième Partie:  
Modes de Refroidissement des Machines Tournantes  
C.E.I., 1ª Edição, 1969

**CEI-34.7**

Machines Électriques Tournantes - Septième Partie:  
Symboles pour les Formes de Construction et les  
Dispositions de Montage des Machines Électriques  
Tournantes  
C.E.I., 1ª Edição, 1972

**CEI-34-8**

Machines Électriques Tournantes - Huitième Partie:  
Marques d'Extrémités et Sens de Rotation des Machines  
Tournantes  
C.E.I., 1ª Edição, 1972

**CEI-34.10**

Machines Électriques Tournantes - Dixième Partie:  
Conventions Relatives à la Description des Machines  
Synchrones  
C.E.I., 1ª Edição, 1975

**CEI-34.11**

Machines Électriques Tournantes - Onzième Partie:  
Protection Thermique Incorporée - Chapitre 1: Règles  
Concernant la Protection des Machines Électriques  
Tournantes  
C.E.I., 1ª Edição, 1978

**CEI-34.12**

Machines Électriques Tournantes - Douzième Partie:  
Caractéristiques de Démarrage des Moteurs Triphasés à  
Induction à Cage à Une Seule Vitesse pour des  
Tensions d'Alimentation Inférieures ou Égales à 660 V  
C.E.I., 1ª Edição, 1980

**CEI-72**

Dimensions et Puissances Normales des Machines  
Électriques Tournantes - Désignation des Carcasses  
Entre 56 et 400 et des Brides Entre F55 et F1080  
C.E.I., 5ª Edição, 1971



**CEI-72.M1**

Modification n° 1 à la Publication CEI 72  
C.E.I., 1977

**CEI-72.M2**

Modification n° 2 à la Publication CEI 72  
C.E.I., 1981

**IEEE-86**

IEEE Recommended Practice: Definitions of Basic Per-  
Unit Quantities for AC Rotating Machines  
I.E.E.E., Inc., 1987

**IEEE-112**

IEEE Standard Test Procedure for Polyphase Induction  
Motors and Generators  
I.E.E.E., Inc., 1984

**IEEE-115.A**

IEEE Standard Procedures for Obtaining Synchronous  
Machine Parameters by Standstill Frequency Response  
Testing  
I.E.E.E., Inc., 1987

**JEC-37**

Standard of the Japanese Electrotechnical Committee:  
Induction Machines  
I.E.E.J., 1979

## ANEXOS

## A-1 - VALORES DE BASE

Neste Anexo definem-se os valores de base considerados para o estabelecimento do sistema por unidade (p.u.) utilizado ao longo de toda a dissertação.

O índices  $n$  e  $b$  referem-se, respectivamente, a "valor nominal" e "valor de base" da grandeza em causa.

Embora no que diz respeito ao momento de inércia do motor não seja estabelecido um valor de base propriamente dito, é no entanto estabelecido um valor relativo para a energia cinética acumulada no seu rotor.

### A-1.1 Grandezas eléctricas

|            |                               |              |
|------------|-------------------------------|--------------|
| Tensão     | $U_b = (2/3)^{1/2} \cdot U_n$ | (V)          |
| Corrente   | $I_b = (2)^{1/2} \cdot I_n$   | (A)          |
| Potência   | $S_b = (3/2) \cdot U_b I_b$   | (VA)         |
| Frequência | $f_b = f_n$                   | (Hz)         |
| Impedância | $Z_b = U_b / I_b$             | ( $\Omega$ ) |

### A-1.2 Grandezas magnéticas

|       |                             |      |
|-------|-----------------------------|------|
| Fluxo | $\Phi_b = U_n / (2\pi f_n)$ | (Wb) |
|-------|-----------------------------|------|

### A-1.3 Grandezas mecânicas

|            |                                    |           |
|------------|------------------------------------|-----------|
| Velocidade | $N_b = 60 \cdot (f_b/p)$           | (rev/min) |
| Binário    | $T_b = p \cdot [S_b / (2\pi f_b)]$ | (Nm)      |

### A-1.4 Outras grandezas

|       |           |     |
|-------|-----------|-----|
| Tempo | $t_b = 1$ | (s) |
|-------|-----------|-----|

### A-1.5 Coeficiente de inércia

$$H = (J/S_b) \cdot (2\pi f_b/p)^2 \quad (s)$$

-----

#### NOTAS:

- (1)-Realça-se o facto de se ter optado por privilegiar as grandezas eléctricas face às mecânicas, isto é, em regime nominal, a corrente absorvida (valor de pico) vale 1 p.u., ao passo que a potência desenvolvida, expressa em p.u., é igual ao produto dos valores nominais do rendimento e do factor de potência do motor, isto é, diferente da unidade.
- (2)-Consequentemente, também o binário nominal do motor, sendo obtido pela razão entre a potência e a velocidade nominais, virá inferior a 1 p.u..
- (3)-O valor considerado para a energia cinética relativa é duplo do definido pela Recomendação CEI 34-4; o motivo reside na possibilidade de omitir a sistemática duplicação do mesmo na equação dos binários.

## A-2 - VALORES NOMINAIS - EXEMPLO DE ESTIMAÇÃO

Neste Anexo ao Capítulo 3 da presente dissertação, apresenta-se um exemplo de aplicação do método desenvolvido para a estimação dos valores nominais dos parâmetros do motor de indução trifásico.

O motor utilizado está referenciado, no Quadro 3.2 do referido Capítulo, com o nº 39.a - motor de indução trifásico, de rotor em gaiola de esquilo (alumínio), 30 kW, 380 V, 50 Hz, 4 polos, classe de isolamento B.

A resistência por fase do enrolamento estatórico, à temperatura de referência (75 °C), vale:

$$r_{s-n} = 0,029 \text{ p.u.}$$

Face à potência nominal e ao número de polos do motor, a expressão (3.8) e o Quadro 3.1 aconselham os seguintes valores iniciais:

$$\begin{cases} k_n = 0,96 \\ a_n = 0,041 \end{cases}$$

O processo iterativo conducente à verificação dos binários máximo e nominal do motor, bem como à corrente e ao factor de potência nominais, forneceu os resultados indicados no Quadro A-2.1 .

Por consulta do referido Quadro pode verificar-se que, só por uma questão de precisão numérica, se justifica levar tão longe o número de iterações necessárias - de facto, se aceitarmos como termo de comparação os valores finais assim obtidos (iteração nº 11), logo se nota que os valores inicialmente considerados e os estimados ao fim de 5 e de 7 iterações apenas apresentam desvios ( $\epsilon$ ) que, em termos

percentuais, se encontram condensados no Quadro A-2.2 .

QUADRO A-2.1

| ite.<br>nº | $a_n$<br>$\times 10^{-4}$ | $k_n$   | $r_{r.n}$<br>p.u. | $x_{f.n}$<br>p.u. | $x_{m.n}$<br>p.u. | $i_{m.n}$<br>p.u. | $\cos \theta$ |
|------------|---------------------------|---------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|---------------|
| 0          | 410                       | 0,96    | 0,0247            | 0,0903            | 2,167             | 1,005             | 0,8324        |
| 1          | 360                       | 0,96    |                   |                   |                   | 1,000             | 0,8324        |
| 2          |                           | 0,955   |                   |                   |                   | 1,033             | 0,8071        |
| 3          |                           | 0,959   |                   |                   |                   | 1,006             | 0,8273        |
| 4          |                           | 0,9595  |                   |                   |                   | 1,003             | 0,8299        |
| 5          | 360                       | 0,9596  | 0,0248            | 0,0907            | 2,155             | 1,002             | 0,8304        |
| 6          | 330                       | 0,9596  | 0,0249            | 0,0910            | 2,156             | 0,999             | 0,8304        |
| 7          | 330                       | 0,9595  |                   |                   |                   | 1,000             | 0,8299        |
| 8          | 335                       | 0,9595  |                   |                   |                   | 1,000             | 0,8299        |
| 9          |                           | 0,9596  |                   |                   |                   | 1,000             | 0,8304        |
| 10         |                           | 0,95955 |                   |                   |                   | 1,000             | 0,8301        |
| 11         | 335                       | 0,95953 | 0,0249            | 0,0910            | 2,157             | 1,000             | 0,8300        |

QUADRO A-2.2

| ite. nº<br>€ (%) | 0    | 5    | 7           | 11 |
|------------------|------|------|-------------|----|
| $a_n$            | 22   | 7,5  | 1,5         | 0  |
| $k_n$            | 0,05 | 0,01 | $\approx 0$ | 0  |
| $r_{r.n}$        | 0,65 | 0,24 | 0,04        | 0  |
| $x_{f.n}$        | 0,76 | 0,27 | 0,05        | 0  |
| $x_{m.n}$        | 0,46 | 0,08 | 0,03        | 0  |
| $i_{m.n}$        | 0,46 | 0,02 | $\approx 0$ | 0  |
| $\cos \theta$    | 0,29 | 0,05 | 0,01        | 0  |

É também interessante verificar como evolui, ao longo do processo iterativo, o valor estimado para o rendimento nominal do motor (o valor declarado pelo fabricante é igual a 90 %) que, como se afirmou no ponto 3.4.1 do Capítulo 3, é um dado redundante - recorde-se, a propósito, que tal facto levou à sua não consideração no método desenvolvido.

Tal evolução encontra-se indicada no Quadro A-2.3:

QUADRO A-2.3

| iteração nº          | 0    | 5    | 7    | 11   |
|----------------------|------|------|------|------|
| rendimento nominal % | 90,1 | 90,8 | 91,2 | 91,2 |

Como, de acordo com as tolerâncias indicadas na Recomendação CEI 34-1, os valores nominais do factor de potência e do rendimento devem ser interpretados como não sendo inferiores, neste caso, a 0,80 e a 88,5 %, respectivamente, ficam verificadas, não só a plausibilidade dos valores nominais estimados, como também as considerações feitas sobre a duvidosa utilidade prática de uma exagerada precisão numérica na estimação de tais valores - como é evidente, só o teste laboratorial do motor pode exigir (ou não) tal refinamento de cálculo.

### A-3 - EFEITO PELICULAR ROTÓRICO - EXEMPLOS DE CALCULO

Neste Anexo ao Capítulo 4 da presente dissertação, apresentam-se três exemplos concretos de aplicação do método desenvolvido para o cálculo do efeito pelicular rotórico em motores de indução trifásicos de rotor em gaiola de esquilo.

Os motores utilizados serão referidos de forma idêntica à utilizada nos Capítulos 3 e 4, o mesmo acontecendo com o tipo de ranhura rotórica que possuem.

As curvas de variação dos parâmetros rotóricos foram obtidas, em qualquer um dos três casos exemplificados neste Anexo, para a temperatura de 115 °C e para a frequência limite de 50 Hz.

#### A-3.1 Motor 1.a (4 kW, 2 polos)

##### (a) Dados

Os dados necessários ao cálculo do efeito pelicular rotórico neste motor são os seguintes:

- gaiola rotórica em alumínio ( $\sigma = 26 \text{ Sm/mm}^2$ )
- coeficiente  $h_r = 0,316$
- coeficiente  $h_w = 0,740$
- ranhura rotórica tipo (1), com a forma e dimensões (em mm) indicadas na Fig. A-3.1.

##### (b) Zona circular da ranhura

Como a zona superior desta ranhura é circular, torna-se necessário proceder à sua representação por meio de trapézios, de acordo com o estabelecido no Capítulo 4 (4.5.1).



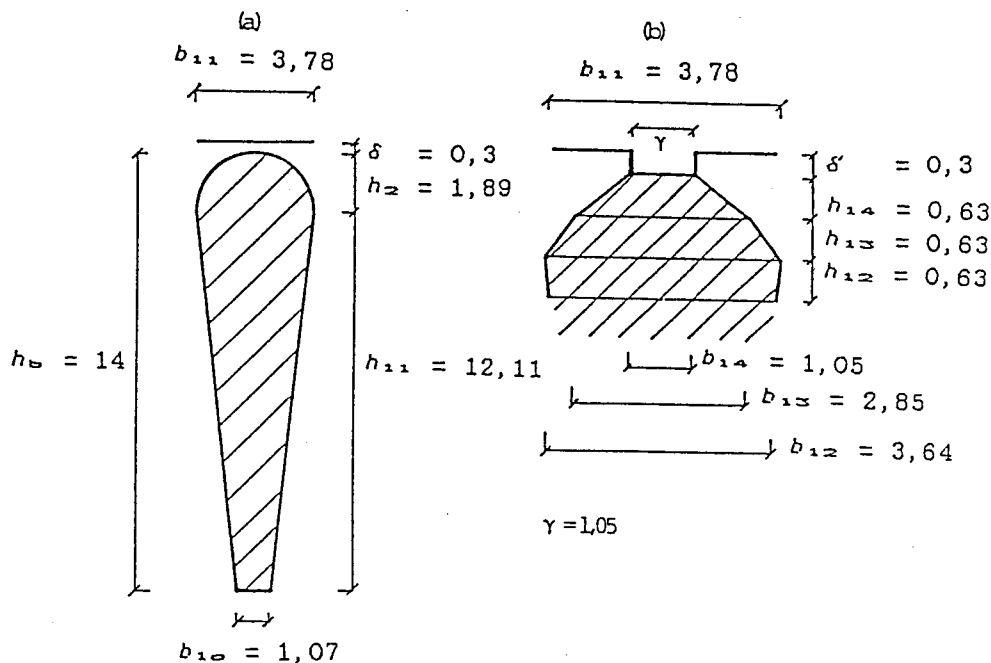


Fig. A-3.1 Ranhura rotórica  
(a) real ; (b) modelo

Estabelecendo como critério de equivalência:

- manutenção da altura total da porção de ranhura em estudo;
- igualdade das secções transversais da porção de ranhura real e da obtida por representação poligonal;
- minimização do erro nos valores dos raios definidores dos vértices dos trapézios,

concluiu-se que a melhor solução consiste na representação do semi-círculo através de três trapézios de altura uniforme; tal método conduziu (em igualdade de áreas e de alturas totais) a raios definidores dos vértices dos trapézios de ajuste com erros de, respectivamente, +1,8%, +0,7% e +3,8% - note-se que este último valor é favorável, na medida em que actua como um factor de correcção quanto à saturação da ponte magnética da ranhura (o valor indicado, no ponto anterior, para o coeficiente  $h_s$ , já inclui a parcela correspondente ao coeficiente de autoindução de fugas desta mesma zona, suposta constituída por ar).

Nestas condições, a porção superior da ranhura real foi substituída pela do modelo representado na Fig. A-3.1.

## (c) Cálculo da impedância de uma barra

Introduzindo o valor  $\beta_k$ , igual à razão das bases de cada trapézio constituinte da ranhura e a sua altura equivalente  $h_{e.k}$ , dados respectivamente por:

$$\left[ \begin{aligned} \beta_k &= \frac{b_{1k}}{b_{1(k-1)}} \\ h_{e.k} &= \left| \frac{\beta_k}{1-\beta_k} \cdot h_{1k} \right| \quad (\text{mm}) \end{aligned} \right. \quad (k = 1, \dots, 4) \quad (\text{A-3.1})$$

a variável  $X_k$ , necessária à resolução da equação (4.21), toma os seguintes valores (note-se que, nas zonas de transição criadas por variação da inclinação das paredes laterais da ranhura, é necessário definir dois valores daquela variável):

|                       |                                                                        |
|-----------------------|------------------------------------------------------------------------|
| $x=0$                 | $X_0 = \alpha (h_{e.1}/B_1) s^{1/2} = 48,4 \times 10^{-5} s^{1/2}$     |
| $x=h_{11}^-$          | $X_{1.1} = \alpha h_{e.1} s^{1/2} = 171 \times 10^{-5} s^{1/2}$        |
| $x=h_{11}^+$          | $X_{1.2} = \alpha (h_{e.2}/B_2) s^{1/2} = 339 \times 10^{-5} s^{1/2}$  |
| $x=(h_{11}+h_{12})^-$ | $X_{2.2} = \alpha h_{e.2} s^{1/2} = 326 \times 10^{-5} s^{1/2}$        |
| $x=(h_{11}+h_{12})^+$ | $X_{2.3} = \alpha (h_{e.3}/B_3) s^{1/2} = 59,3 \times 10^{-5} s^{1/2}$ |
| $x=(h_b-h_{14})^-$    | $X_{3.3} = \alpha h_{e.3} s^{1/2} = 46,6 \times 10^{-5} s^{1/2}$       |
| $x=(h_b-h_{14})^+$    | $X_{3.4} = \alpha (h_{e.4}/B_4) s^{1/2} = 20,2 \times 10^{-5} s^{1/2}$ |
| $x=h_b$               | $X_4 = \alpha h_{e.4} s^{1/2} = 7,40 \times 10^{-5} s^{1/2}$           |

Aplicando sucessivamente, a partir da base da ranhura, a equação (4.21), por recurso às condições de fronteira expressas por (4.23) e (4.24) obtém-se a expressão da impedância da barra condutora, alojada nesta ranhura (por uma questão de compactação, o índice ' foi usado para designar a primeira derivada das funções de Bessel  $J_0\{j^{3/2}X\}$  e  $K_0\{j^{1/2}X\}$ , cujo argumento foi, pelo mesmo motivo e onde não surjam ambiguidades, omitido):

$$(R_b + j\omega L_b) = - \frac{j}{\sigma} \frac{I_b}{b_{14}} \alpha \left[ \frac{(\underline{A/B})_4 J_0' + K_0'}{(\underline{A/B})_4 J_0' + K_0'} \right] X = X_4 \quad (\Omega) \quad (\text{A-3.2})$$

em que as razões das constantes de integração podem ser sucessivamente explicitadas por:

$$\left[ \begin{aligned} (\underline{A}/\underline{B})_k &= \left[ \frac{\underline{C}_{(k-1)} \underline{K}'_0 - \underline{K}_0}{\underline{J}_0 - \underline{C}_{(k-1)} \underline{J}'_0} \right] X = X_{(k-1) \dots (k)} \\ \underline{C}_{(k-1)} &= \left[ \frac{(\underline{A}/\underline{B})_{(k-1)} \underline{J}_0 + \underline{K}_0}{(\underline{A}/\underline{B})_{(k-1)} \underline{J}'_0 + \underline{K}'_0} \right] X = X_{(k-1) \dots (k-1)} \end{aligned} \right] \quad (\text{A-3.3})$$

com  $k = 2, 3, 4$ ; para  $k = 1$ , o valor da constante  $\underline{C}_1$  é dado por:

$$\underline{C}_1 = \frac{\underline{J}_0 \{j^{3/2} X_{1.1}\} \underline{K}'_0 \{j^{1/2} X_0\} - \underline{K}_0 \{j^{1/2} X_{1.1}\} \underline{J}'_0 \{j^{3/2} X_0\}}{\underline{J}'_0 \{j^{3/2} X_{1.1}\} \underline{K}'_0 \{j^{1/2} X_0\} - \underline{K}'_0 \{j^{1/2} X_{1.1}\} \underline{J}'_0 \{j^{3/2} X_0\}} \quad (\text{A-3.4})$$

#### (d) Cálculo do efeito pelicular rotórico

Por sucessivas aplicações do formulário, anteriormente apresentado, para vários valores do deslizamento rotórico, calcularam-se as funções  $K_r(115^\circ\text{C}, f_r)$  e  $K_s(115^\circ\text{C}, f_r)$ , de acordo com o exposto em 4.5.3; para o efeito, recorreu-se às funções de Kelvin associadas às correspondentes funções de Bessel, isto é:

$$\left[ \begin{aligned} \underline{J}_0 \{j^{3/2} X\} &= \text{ber}(X) + j \text{bei}(X) \\ \underline{K}_0 \{j^{1/2} X\} &= \text{ker}(X) + j \text{kei}(X) \end{aligned} \right] \quad (\text{A-3.5})$$

sendo os valores destas funções de Kelvin, e o das respectivas derivadas, obtidos por meio de aproximações polinomiais [ABR-1].

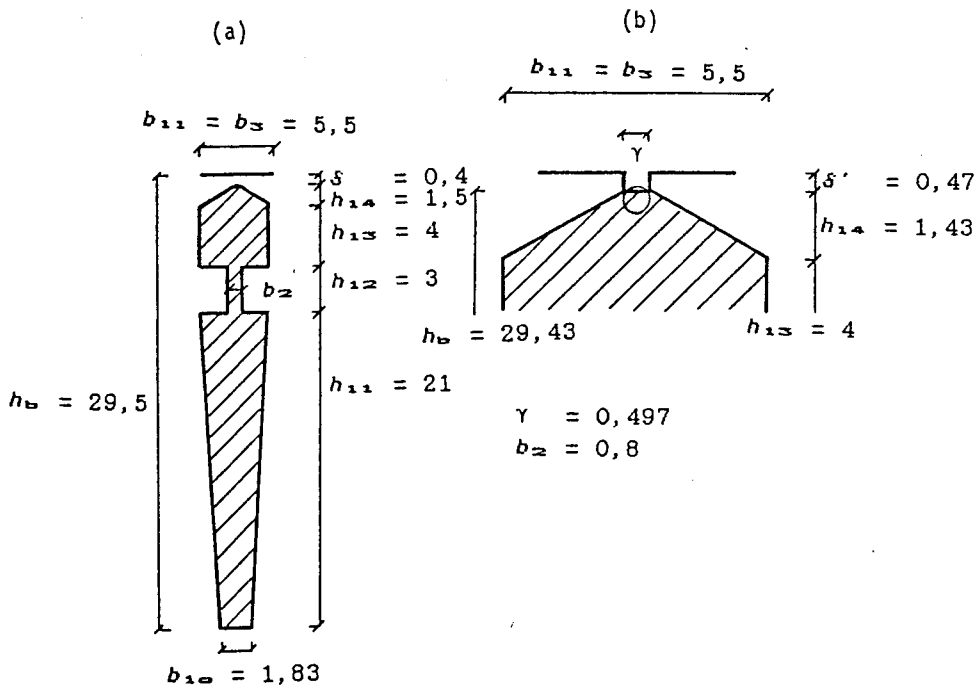
Finalmente, através das expressões (4.5) e (4.10), determinou-se a variação dos parâmetros rotóricos do motor com a correspondente frequência, sendo os resultados assim obtidos expressos na forma de curvas, representadas no final deste Anexo (Figs. A-3.4 e 5).

## A-3.2 Motor 38.a' (22 kW, 4 polos)

## (a) Dados

Os dados necessários ao cálculo do efeito pelicular rotórico neste motor são os seguintes:

- gaiola rotórica em alumínio ( $\sigma = 26 \text{ Sm/mm}^2$ )
- coeficiente  $h_r = 0,128$
- coeficiente  $h_w = 0,295$
- ranhura rotórica tipo (2), com a forma e dimensões (em mm) indicadas na Fig. A-3.2:



## (b) Topo superior da ranhura

Como o topo superior da ranhura é circular, foi a mesma zona substituída por um trapézio, cuja base superior coincide com a corda da circunferência, nos pontos de tangência das paredes laterais dessa porção de ranhura; por cima desse plano, o ferro do rotor foi substituído por ar (devido à saturação magnética dessa ponte), tal como também se indica na Fig. A-3.2 - como anteriormente, o valor indicado para o coeficiente  $h_w$  já contém tal situação.

## (c) Cálculo da impedância de uma barra

Usando os coeficientes  $B_k$  e  $h_{m,k}$ , definidos anteriormente, a variável  $X_k$  toma os valores seguintes:

$$\begin{aligned}
 x=0 & \quad X_0 = \alpha (h_{m,1}/B_1) s^{1/2} = 106 \times 10^{-5} s^{1/2} \\
 x=h_{11}^- & \quad X_{1,1} = \alpha h_{m,1} s^{1/2} = 319 \times 10^{-5} s^{1/2} \\
 x=h_{11}^+ & \quad X_{1,2} = \alpha h_{11} s^{1/2} = 213 \times 10^{-5} s^{1/2} \\
 x=(h_{11}+h_{12})^- & \quad X_{2,2} = \alpha (h_{11}+h_{12}) s^{1/2} = 243 \times 10^{-5} s^{1/2} \\
 x=(h_{11}+h_{12})^+ & \quad X_{2,3} = \alpha (h_{11}+h_{12}) s^{1/2} = 243 \times 10^{-5} s^{1/2} \\
 x=(h_b-h_{14})^- & \quad X_{3,3} = \alpha (h_{11}+h_{12}+h_{13}) s^{1/2} = 284 \times 10^{-5} s^{1/2} \\
 x=(h_b-h_{14})^+ & \quad X_{3,4} = \alpha (h_{m,4}/B_4) s^{1/2} = 16,0 \times 10^{-5} s^{1/2} \\
 x=h_b & \quad X_4 = \alpha h_{m,4} s^{1/2} = 0,77 \times 10^{-5} s^{1/2}
 \end{aligned}$$

Por processo análogo ao utilizado no caso do motor anterior, a impedância de uma barra rotórica foi calculada pela mesma expressão (A-3.2); neste caso, fazendo uso das propriedades das funções hiperbólicas, as constantes de integração são dadas por:

$$\left[ \begin{aligned}
 (A/B)_4 &= \left[ \frac{C_3 K'_0 - K_0}{J_0 - C_3 J'_0} \right] X = X_{3,4} \\
 C_3 &= -j^{3/2} \left[ \frac{C_2 \operatorname{ch}(Z) + \operatorname{sh}(Z)}{\operatorname{ch}(Z) + C_2 \operatorname{sh}(Z)} \right] Z = j^{1/2} (X_{3,3} - X_{2,3}) \\
 C_2 &= B_3 \left[ \frac{C_1 \operatorname{ch}(Z) + \operatorname{sh}(Z)}{\operatorname{ch}(Z) + C_1 \operatorname{sh}(Z)} \right] Z = j^{1/2} (X_{2,2} - X_{1,2})
 \end{aligned} \right. \quad (A-3.6)$$

com:

$$C_1 = j^{1/2} B_2 \cdot$$

$$\frac{J_0 \{j^{3/2} X_{1,1}\} K'_0 \{j^{1/2} X_0\} - K_0 \{j^{1/2} X_{1,1}\} J'_0 \{j^{3/2} X_0\}}{J'_0 \{j^{3/2} X_{1,1}\} K'_0 \{j^{1/2} X_0\} - K'_0 \{j^{1/2} X_{1,1}\} J'_0 \{j^{3/2} X_0\}} \quad (A-3.7)$$

## (d) Cálculo do efeito pelicular rotórico

De modo perfeitamente semelhante ao utilizado no caso do motor anterior, foram obtidas as curvas de variação dos parâmetros rotóricos deste motor, válidas para a temperatura de 115 °C, que também se representam nas mesmas figuras.

## A-3.3 Motor 27.b (75 kW, 6 polos)

## (a) Dados

Os dados necessários ao cálculo do efeito pelicular rotórico neste motor são os seguintes:

- gaiola rotórica em cobre ( $\sigma = 42,2 \text{ Sm/mm}^2$ )
- coeficiente  $h_r = 0,360$
- coeficiente  $h_s = 0,496$
- ranhura rotórica tipo (3), com a forma e dimensões (em mm) indicadas na Fig. A-3.3:

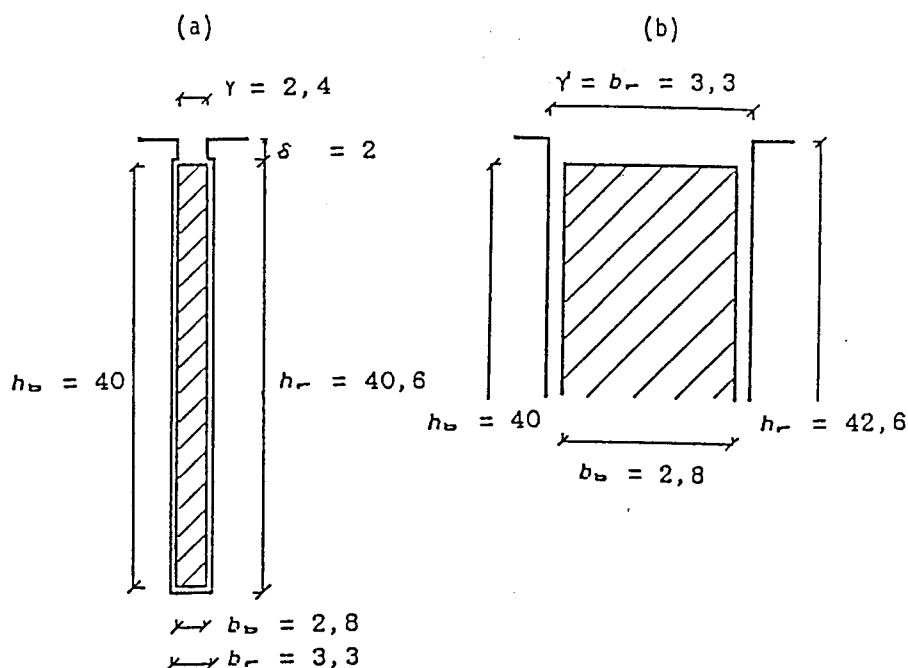


Fig. A-3.3 Ranhura rotórica  
(a) real ; (b) modelo

## (b) Topo superior da ranhura

Como a ranhura é semi-fechada, a saturação dessa zona de ferro foi tida em conta por consideração de uma ranhura aberta, como também se indica na Fig. A-3.3 - tal como anteriormente, o valor indicado para o coeficiente  $h_*$  já contempla essa aproximação; os valores dos coeficientes  $h_r$  e  $h_*$  incluem também as parcelas devidas ao facto de os anéis de curto-circuito não estarem perfeitamente justapostos à massa magnética rotórica, isto é, existirem, nas duas extremidades axiais do rotor, porções de barra condutora fora da respectiva ranhura.

## (c) Cálculo da impedância de uma barra

A introdução de:

$$\gamma = \left[ \frac{1}{2} w_1 \sigma \mu_0 \frac{b_b}{b_r} \right]^{1/2} \cdot h_b \cdot s^{1/2} = \beta h_b s^{1/2} \quad (\text{A-3.8})$$

que, no caso concreto deste motor, toma o valor

$$\gamma = 336 \times 10^{-3} s^{1/2}$$

permite escrever a impedância da barra rotórica (para o seu comprimento  $l_b$  no interior da ranhura):

$$(R_b + j\omega l_b) = \frac{j^{1/2}}{\sigma} \cdot \frac{l_b}{b_b} \beta \cdot \frac{\text{sh}(2\gamma) - j \text{sen}(2\gamma)}{\text{ch}(2\gamma) - \cos(2\gamma)} \quad (\Omega) \quad (\text{A-3.9})$$

Atendendo às expressões definidoras da resistência e do coeficiente de autoindução de fugas, que em corrente contínua tomam, neste caso e respectivamente, a forma:

$$\left[ \begin{array}{l} R_{b,dc} = \frac{1}{\sigma} \cdot \left[ \frac{l}{b h} \right]_b \quad (\Omega) \\ L_{b,dc} = \mu_0 \cdot \left[ \frac{h l}{3 b} \right]_b \quad (\text{H}) \end{array} \right. \quad (\text{A-3.10})$$

fácil se torna deduzir as formas tradicionais da variação destes parâmetros com a frequência, válidas para ranhuras

rectangulares:

$$\left[ \begin{aligned} K_r &= Y \cdot \frac{\text{sh}(2Y) + \text{sen}(2Y)}{\text{ch}(2Y) - \cos(2Y)} \\ K_x &= \frac{3}{2Y} \cdot \frac{\text{sh}(2Y) - \text{sen}(2Y)}{\text{ch}(2Y) - \cos(2Y)} \end{aligned} \right. \quad (\text{A-3.11})$$

#### (d) Cálculo do efeito pelicular rotórico

De modo perfeitamente semelhante ao utilizado no caso dos dois motores anteriores, foram obtidas as curvas de variação dos parâmetros rotóricos deste motor, válidas para a temperatura de 115 °C, que também se representam nas figuras anteriormente referidas.

#### A-3.4 Resultados obtidos

Pelo processo exposto, obtiveram-se os seguintes valores para a resistência de uma barra (ou sua porção no interior da ranhura) e para o coeficiente de autoindução de fugas que lhe está associado, ambos válidos por unidade de comprimento, à temperatura de 115 °C e em corrente contínua:

QUADRO A-3.1

| Motor nº | R <sub>b.cc</sub><br>mΩ /m | L <sub>b.cc</sub><br>μH /m |
|----------|----------------------------|----------------------------|
| 1.a      | 1,10                       | 1,69                       |
| 38.a'    | 0,36                       | 5,11                       |
| 27.b     | 0,21                       | 5,98                       |

Para as variações de  $r_r(115\text{ °C}, f_r)$  e de  $x_{rr}(115\text{ °C}, f_r)$ , relativamente aos seus valores nominais, os resultados obtidos foram:



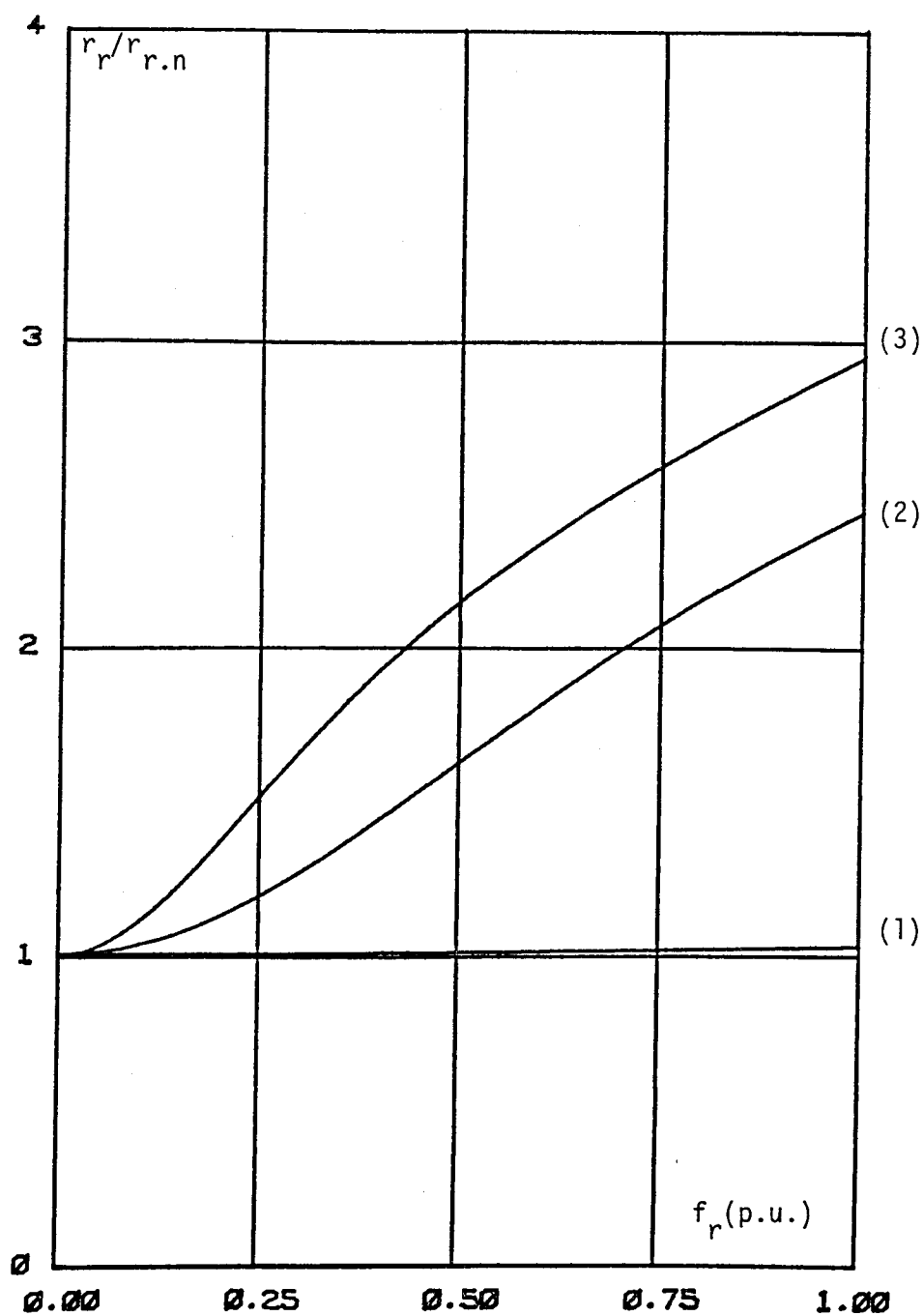


Fig. A-3.4 Variação de  $r_r$  (115°C,  $f_r$ )

- (1) motor 1.a
- (2) motor 38.a'
- (3) motor 27.b

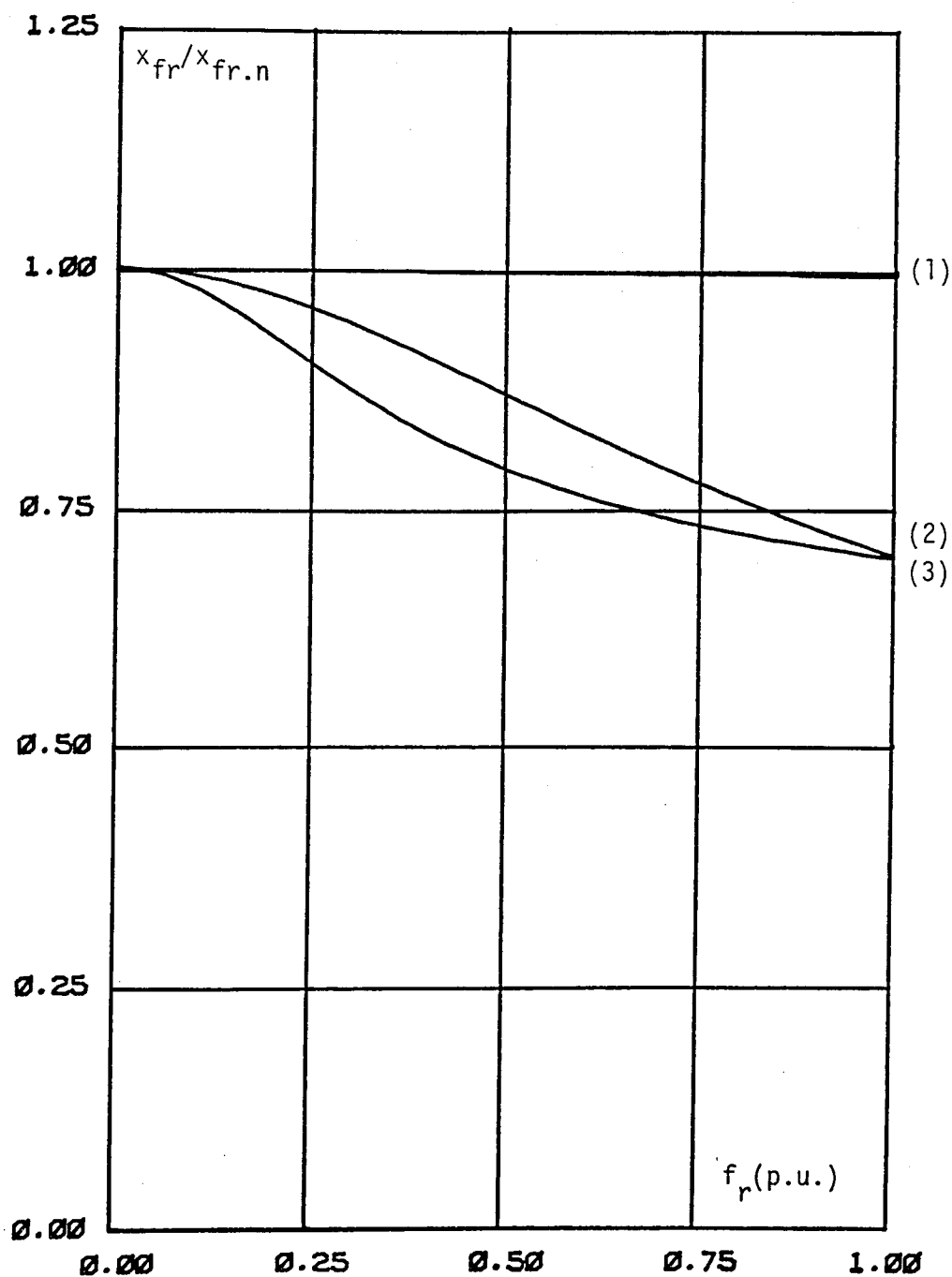


Fig. A-3.5 Variação de  $x_{fr}$  (115°C,  $f_r$ )

- (1) motor 1.a
- (2) motor 38.a'
- (3) motor 27.b

#### A-4 - TABELA DE EQUIVALÊNCIAS DIMENSIONAIS

A Recomendação CEI 72 apresenta os tamanhos normalizados das carcaças dos motores de indução, referidos à correspondente grandeza fundamental  $H$ , que representa a altura do eixo de rotação do motor, expressa em milímetros.

Além disso, indica também os valores preferenciais para a potência nominal dos mesmos motores, expressa em kW.

Finalmente, existem documentos de harmonização internacionais, documentos esses que pretendem garantir a perfeita intermutabilidade de motores electromecanicamente semelhantes, independentemente da sua origem de fabrico (por exemplo, documento CENELEC HD 231).

Todo este conjunto de normas e recomendações leva a que exista uma equivalência perfeita entre os valores da potência nominal e do número de polos de um motor e aquela grandeza  $H$ .

Tal facto, porque permite englobar numa só grandeza prática, dois valores distintos, foi utilizado, no Capítulo 4 da presente dissertação, para base da classificação dos motores de indução trifásicos tipo "standard", no respeitante ao efeito pelicular rotórico que neles é esperado.

Com o sentido de facilitar a conversão entre os dois tipos de designação dos motores, julgou-se conveniente incluir uma tabela de equivalências dimensionais, que se apresenta no Quadro A-4.1.

Nesse Quadro, o valor de  $H$ , em milímetros, é expresso como função do número de pares de polos  $p$  do motor em causa e do respectivo valor da potência nominal, designado, como habitualmente, por  $P_n$ , em kW (nesta coluna, os valores indicados entre parênteses dizem respeito a potências não

preferenciais, mas ainda aceites, na actualidade).

QUADRO A-4.1

| P <sub>n</sub><br>(kW) | p   |     |     |
|------------------------|-----|-----|-----|
|                        | 2   | 4   | 6   |
| 2,2                    | 90  | 100 | 112 |
| (3)                    | 100 | 100 | 132 |
| 3,7                    | 112 | 112 | 132 |
| (4)                    | 112 | 112 | 132 |
| 5,5                    | 132 | 132 | 132 |
| 7,5                    | 132 | 132 | 160 |
| 11                     | 160 | 160 | 160 |
| 15                     | 160 | 160 | 180 |
| 18,5                   | 160 | 180 | 200 |
| 22                     | 180 | 180 | 200 |
| 30                     | 200 | 200 | 225 |
| 37                     | 200 | 225 | 250 |
| 45                     | 225 | 225 | 280 |
| 55                     | 250 | 250 | 280 |
| 75                     | 280 | 280 | 315 |
| 90                     | 280 | 280 | 315 |
| 110                    | 315 | 315 | 315 |
| 132                    | 315 | 315 | 315 |
| 160                    | 315 | 315 | 315 |
| 200                    | 315 | 315 | 355 |

A-5 - ALGORITMOS USADOS NA DETERMINAÇÃO DE  $K_{-}$ 

No Capítulo 5 apresentaram-se 3 métodos para estimação do factor de saturação estatórico a partir dos resultados do ensaio, com rotor travado e com tensão e frequência nominais, de motores de indução trifásicos.

Tais métodos utilizam algoritmos baseados no esquema equivalente (em "T") por fase e referido ao estator desse motor.

Assim, se por simplicidade de notação, introduzirmos:

$r_{-1}$  - resistência estatórica, em p.u., à temperatura de ensaio ( $\theta_{-n}$  em °C);

$r_{r-1}$  - resistência rotórica, em p.u., à mesma temperatura e à frequência nominal do motor;

$x_{m-1}$  - reactância estacionária magnetizante, em p.u. (se o enrolamento estatórico do motor estiver ligado em triângulo,  $x_{m-1} = x_{m-n}$ ; se esse enrolamento estiver ligado em estrela,  $x_{m-1} = K_{-y-d} \cdot x_{m-n}$ );

$x_{fe-1}$  - reactância estacionária de fugas estatórica, em p.u. ( $x_{fe-1} = K_{-} \cdot x_{fe-n}$ );

$x_{fr-1}$  - reactância estacionária de fugas rotórica, em p.u. com o rotor travado e à temperatura de ensaio ( $x_{fr-1} = T_x(\theta_{-n}, f_n) \cdot x_{fr-n}$ )

e, ainda:

$$\begin{aligned} Z_{eq-1} &= r_{eq-1} + j x_{eq-1} = \\ &= \left[ \frac{j x_{m-1} (r_{r-1} + j x_{fr-1})}{r_{r-1} + j (x_{m-1} + x_{fr-1})} \right] \end{aligned} \quad (A-5.1)$$

os resultados ( $i_{s.ens}$ ,  $\cos \theta_{s.ens}$  e  $t_{ens}$ ) do ensaio com rotor travado permitem estabelecer os seguintes:

#### A-5.1 Algoritmo usado no método da corrente

Para verificar o módulo da impedância do motor, é necessário que a reactância parcial de fugas estatórica tome um valor tal que:

$$\left[ \begin{aligned} K_{s.1} &= \frac{1}{x_{f.1}} \left[ \left( \frac{1}{i_{s.ens}} \right)^2 - (r_{s.1} + r_{eq.1})^2 \right]^{1/2} - x_{eq.1} \\ a_{arrq.1} &= \frac{1}{t_{ens}} \left[ r_{r.1} - \frac{(x_{m.1} i_{s.ens})^2}{(r_{r.1})^2 + (x_{m.1} + x_{fr.1})^2} \right] - 1 \end{aligned} \right] \quad (A-5.2)$$

#### A-5.2 Algoritmo usado no método do factor de potência

Para que se verifique o factor de potência do motor, o valor da reactância parcial de fugas estatórica origina:

$$\left[ \begin{aligned} K_{s.2} &= \frac{1}{x_{f.1}} \left[ \left( \frac{r_{s.1} + r_{eq.1}}{\cos \theta_{s.ens}} \right)^2 - (r_{s.1} + r_{eq.1})^2 \right]^{1/2} - x_{eq.1} \\ i_{s.2} &= \left[ (r_{s.1} + r_{eq.1})^2 + (K_{s.2} x_{f.1} + x_{eq.1})^2 \right]^{-1/2} \\ a_{arrq.2} &= \frac{1}{t_{ens}} \left[ r_{r.1} - \frac{(x_{m.1} i_{s.2})^2}{(r_{r.1})^2 + (x_{m.1} + x_{fr.1})^2} \right] - 1 \end{aligned} \right] \quad (A-5.3)$$

#### A-5.3 Algoritmo usado no método global

Admitindo a possibilidade de variação das duas reactâncias parciais de fugas, os valores da intensidade de corrente absorvida e do factor de potência do motor são simultaneamente verificados quando:

$$r_{eq.3} = \frac{\cos \theta_{s.ens}}{i_{s.ens}} - r_{s.1} \quad (A-5.4)$$

mas como esta resistência é igual à parte real da correspondente impedância, também terá de se verificar que:

$$x_{fr.3} = \frac{x_{m.1}}{2} \left[ \left( \frac{1-r_{r.1}}{r_{eq.3}} - 2 \right) \pm \frac{1}{r_{eq.3}} \cdot \left[ (1-r_{r.1})^2 + 4 \left( 1 - \frac{r_{eq.3} r_{r.1}}{(x_{m.1})^2} \right) r_{r.1} r_{eq.3} \right]^{1/2} \right] \quad (A-5.5)$$

Nestas condições, o parâmetro representativo das perdas "não-Joule" do motor, obtido por comparação dos valores dos binários electromagnético e útil desenvolvidos, deverá ser igual a:

$$a_{arrq.3} = \frac{1}{t_{ens}} \left[ r_{r.1} - \frac{(x_{m.1} i_{s.ens})^2}{(r_{r.1})^2 + (x_{m.1} + x_{fr.3})^2} \right] - 1 \quad (A-5.6)$$

pelo que, reimpondo o valor  $x_{fr.1}$  da reactância parcial de fugas rotórica, a reactância parcial de fugas estatórica tomará um valor tal que:

$$K_{s.s.3} = \frac{1}{x_{fr.1}} \left[ \left[ \frac{r_{r.1} (x_{m.1})^2}{(1+a_{arrq.3}) [(r_{r.1})^2 + (x_{m.1} + x_{fr.1})^2] t_{ens}} - (r_{s.1} + r_{eq.1})^2 \right]^{1/2} - x_{eq.1} \right] \quad (A-5.7)$$

## A-6 - VERIFICAÇÃO DO MODELO ADOPTADO PARA OS TRAJECTOS DE FUGAS ESTATÓRICOS

No Capítulo 5 mostrou-se que uma das causas conducentes à forma obtida para as curvas de variação, com  $P_n$  e/ou  $p$ , do factor de saturação estatórico  $K_{s-}$  era a maior ou menor predominância de ar verificada nos respectivos trajectos de fugas magnéticas.

Para o efeito, recorreu-se a um modelo simplificado de tais trajectos, tendo sido feitas considerações quanto à evolução de alguns parâmetros construtivos do motor, nomeadamente:

- espessura média da armadura estatórica  $H_{s-med}$ ;
- comprimento útil do ferro do motor  $L$ ;
- diâmetro médio do entreferro do motor  $D_s$ ;
- coeficiente específico dimensional do motor  $\epsilon_s$ ;
- número de ranhuras por polo e fase do estator  $b'$ ;
- faixa do enrolamento estatórico  $r_{s-}$ ;

Recorrendo aos dados construtivos de dois motores, com igual número de polos e diferentes valores de potência nominal (ver Quadro 3.2):

- motor 11.a - 37 kW ; 2 polos
- motor 15.a - 90 kW ; 2 polos

e tomando como base ( $= 100$ ) os valores dos parâmetros construtivos do primeiro daqueles motores, o Quadro A-6.1 resume os valores relativos  $k$ , correspondentes aos parâmetros do segundo motor.

Procedendo de igual forma com motores da mesma potência nominal, mas diferentes números de polos (ver Quadro 3.2):

- motor 11.a - 37 kW ; 2 polos
- motor 41.a - 37 kW ; 4 polos
- motor 26.a - 37 kW ; 6 polos



obtiveram-se, respectivamente, os valores indicados no Quadro A-6.2.

QUADRO A-6.1

| $k(P_n)$ | $k(H_{m-med})$ | $k(L)$ | $k(D_s)$ | $k(\epsilon_s)$ | $k(b')$ | $k(r_m)$ |
|----------|----------------|--------|----------|-----------------|---------|----------|
| 243      | 122            | 129    | 129      | 114             | 8/5     | 127      |

QUADRO A-6.2

| $k(p)$ | $k(H_{m-med})$ | $k(L)$ | $k(D_s)$ | $k(\epsilon_s)$ | $k(b')$ | $k(r_m)$ |
|--------|----------------|--------|----------|-----------------|---------|----------|
| 2/1    | 93             | 76     | 121      | 161             | 4/5     | 58       |
| 3/1    | 85             | 69     | 161      | 167             | 4/5     | 48       |

Como se vê, os dados construtivos verificam cabalmente as tendências apontadas. Além disso, para o hipotético trajecto de fugas estatórico considerado no modelo, a predominância de ar, expressa pelo valor percentual  $k(ar)$  dos respectivos percursos, face ao comprimento total do trajecto é igual, nos exemplos apontados:

QUADRO A-6.3

| motor   | 15.a | 11.a | 41.a | 26.a |
|---------|------|------|------|------|
| $k(ar)$ | 8,1  | 4,8  | 5,6  | 6,5  |

Para este parâmetro, também se verificam as conclusões avançadas no Capítulo 5.

A-7 - VERIFICAÇÃO EXPERIMENTAL DA EVOLUÇÃO DE  $K_{sc}$ 

Para verificar experimentalmente a diferença existente na evolução obtida para  $K_{sc}$ , com baixos valores de intensidade de corrente estatórica, quando se recorre ao ensaio de saturação com rotor travado ou ao modelo desenvolvido para o motor de indução trifásico dito "standard", escolheram-se dois motores de indução trifásicos (380 V, 50 Hz, 4 polos) com as características principais indicadas no Quadro A-7.1:

QUADRO A-7.1

| motor<br>nº | $P_n$<br>(kW) | $N_n$<br>(rev/min) | $I_n$<br>(A) | $\cos\theta_n$ | $K_c$ | rotor<br>tipo |
|-------------|---------------|--------------------|--------------|----------------|-------|---------------|
| $M_1$       | 4             | 1420               | 9,2          | 0,81           | 2,5   | gaiola        |
| $M_4$       | 5,5           | 1440               | 15,5         | 0,71           | 4,1   | bobinado      |

Ambos os motores são para serviço contínuo (S1) e possuem enrolamentos com classe de isolamento F (são exemplos de "falsos motores da classe F").

A escolha recaiu sobre estes motores por os mesmos apresentarem, à temperatura normal de funcionamento, um efeito pelicular rotórico desprezável.

Por aplicação dos métodos descritos nos Capítulos 3 e 4 aos motores  $M_1$  e  $M_4$ , obtiveram-se os resultados inscritos no Quadro A-7.2 (os valores indicados para as resistências devem entender-se a 75 °C e a 115 °C, respectivamente para o estator e para o rotor; o efeito pelicular rotórico, atribuído ao motor  $M_1$ , corresponde à mesma temperatura rotórica).

QUADRO A-7.2

| motor<br>nº    | $r_{s.n}$<br>(p.u.) | $r_{f.n}$<br>(p.u.) | $x_{m.n}$<br>(p.u.) | $x_{f.n}$<br>(p.u.) | $T_r$<br>(115,50) | $T_x$<br>(115,50) |
|----------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|-------------------|-------------------|
| M <sub>1</sub> | 0,075               | 0,057               | 1,82                | 0,091               | 1,06              | 0,99              |
| M <sub>4</sub> | 0,078               | 0,052               | 1,32                | 0,053               | 1,00              | 1,00              |

Ensaiaados com rotor travado, à frequência nominal e tensão variável, forneceram resultados que permitem representar, na Fig. A-7.1, a variação com a intensidade de corrente absorvida  $i_{s.cc}$  dos correspondentes valores  $x_{cc}$  da reactância combinada de fugas, por fase e referida ao estator.

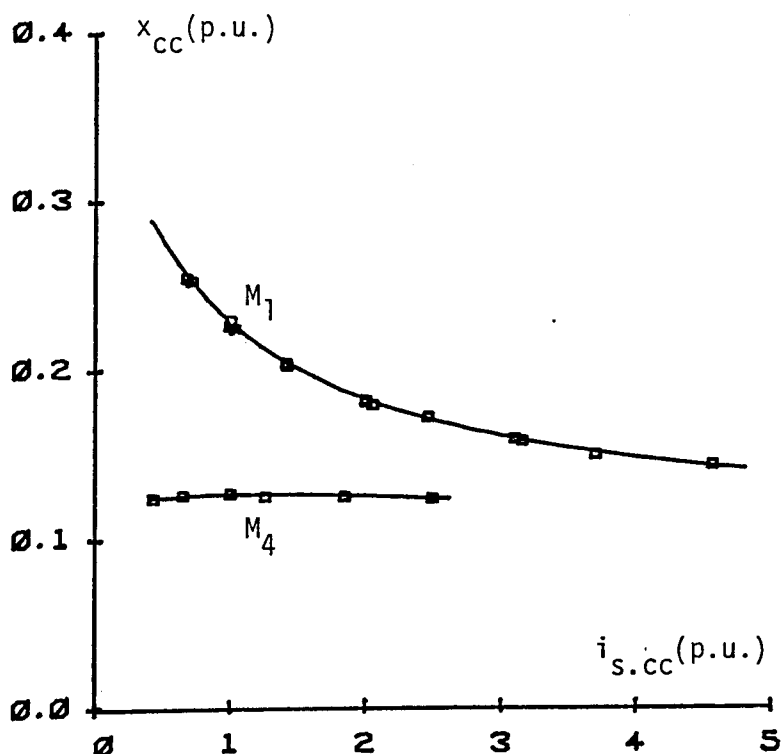


Fig. A-7.1 Ensaio de saturação com rotor travado

Os valores de  $x_{cc}$ , indicados na figura, foram determinados do seguinte modo: recorrendo ao ensaio de

saturação em vazio de cada motor, determinaram-se as funções  $p_{-}(\Psi_{-})$  e  $x_{-}(\Psi_{-})$  (no Capítulo 6 este assunto é convenientemente detalhado); para cada ponto do ensaio de saturação com rotor travado foram calculados os valores da resistência rotórica e da reactância combinada de fugas, ambas por fase e referidas ao estator, que satisfazem a correspondente impedância do motor, sendo esta tomada em módulo e fase.

Através da figura é evidente o diferente comportamento dos dois motores, na zona de baixas correntes; além disso, quando os valores obtidos por ensaio, com  $i_{-cc} = 1$  p.u., são comparados com os previstos por modelização, para a mesma corrente (logo, com o factor de saturação estatórico igual à unidade), verifica-se que, para o motor  $M_1$ , a reactância combinada de fugas é 25 % superior, ao passo que, para o motor  $M_2$ , é apenas 18 % superior, apesar de, no primeiro caso, a tensão de alimentação valer 0,26 p.u. e, no segundo, 0,17 p.u..

Submetido a um ensaio em carga, com frequência nominal, o motor  $M_1$  forneceu os resultados resumidos no Quadro A-7.3:

QUADRO A-7.3

| $u_{-}$<br>(p.u.) | $i_{-}$<br>(p.u.) | $p_{-}$<br>(p.u.) | $t$<br>(p.u.) | $\theta_{-}$<br>(°C) | $s$<br>(p.u.) |
|-------------------|-------------------|-------------------|---------------|----------------------|---------------|
| 0,92              | 1,00              | 0,77              | 0,67          | 82                   | 0,069         |
| 1,06              | 1,00              | 0,78              | 0,67          | 82                   | 0,050         |

Procedendo de forma semelhante com os resultados deste ensaio, e independentemente de outras verificações que o mesmo permitiu, obtiveram-se os resultados indicados no Quadro A-7.4.

Da sua consulta, é imediato constatar-se que, por um lado, estes valores estão muito mais próximos dos obtidos a partir da modelização do motor (0,182 p.u.) e, por outro, que o estado de saturação magnética dos seus trajectos de fugas, nesta gama de valores da intensidade de corrente, não

fica inequivocamente definido por esses mesmos valores.

QUADRO A-7.4

| $u_{-}$<br>(p.u.) | $x$<br>(p.u.) |
|-------------------|---------------|
| 0,92              | 0,199         |
| 1,06              | 0,179         |

Submetido a um ensaio de saturação, à frequência nominal e após remoção do respectivo rotor, o motor  $M_1$  forneceu resultados que se apresentam no Quadro A-7.5 (todas as grandezas em p.u.).

Recorrendo ao método de separação de perdas, a reactância parcial de fugas  $x_{f-}$  foi calculada, tendo-se verificado que variava de forma aproximadamente linear com a corrente absorvida e, mesmo assim, só muito ligeiramente para amplos limites de variação dessa corrente (os correspondentes valores, também em p.u., encontram-se indicados no mesmo Quadro).

QUADRO A-7.5

| $u_{-}$  | 0,084 | 0,16  | 0,24  | 0,31  | 0,40  | 0,66  |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $i_{-}$  | 0,55  | 1,08  | 1,63  | 2,15  | 2,72  | 4,35  |
| $p_{-}$  | 0,022 | 0,081 | 0,19  | 0,34  | 0,53  | 1,65  |
| $x_{f-}$ | 0,132 | 0,129 | 0,129 | 0,127 | 0,126 | 0,124 |

O conjunto de resultados experimentais apresentados mostra que:

- (a)-no motor de indução trifásico, de rotor em gaiola dotado de ranhuras fechadas, não existe "independência" entre fluxo magnético principal e fluxos parciais de fugas;
- (b)-tal facto afecta de forma diferente as correspondente reactâncias parciais, pelo menos para pequenos valores da f.m.m. concentrada em cada ranhura: no estator, há um decréscimo do valor dessa reactância, sem alteração significativa na sua forma de variação com a correspondente f.m.m.; no rotor, quer o valor da reactância, quer a sua forma de variação são alteradas;
- (c)-em motores de indução trifásicos, de rotor bobinado dotado de ranhuras semi-fechadas, essa diferença não existe.

As considerações feitas a este propósito, nos Capítulos 2 e 5 da presente dissertação, ficam assim experimentalmente apoiadas.

Finalmente, é curioso notar que os resultados dos ensaios realizados com o motor M<sub>1</sub> mostram que a duplicação do valor da intensidade de corrente, absorvida no ensaio com rotor travado, conduz a um estado de saturação magnética dos trajectos de fugas da máquina semelhante ao encontrado no seu regime de funcionamento nominal.

## A-8 - APARELHAGEM DE MEDIDA UTILIZADA

Na realização do trabalho laboratorial a que se refere o Capítulo 6 da presente dissertação, utilizámos aparelhagem de medida cujas características principais se indicam seguidamente:

### A-8.1 Medição de grandezas em regime permanente

A medida, em corrente contínua, do valor da resistência estatórica dos motores de teste foi obtida com uma ponte de Wheatstone (YEW), sendo a correspondente temperatura observada por meio de termómetro.

Na medição de grandezas eléctricas relativas a regimes permanentes de funcionamento utilizámos aparelhagem analógica, com classe de precisão 0,2 (wattímetros e frequencímetros) e 0,5 (voltímetros e amperímetros). O valor da potência activa absorvida por cada motor foi sistematicamente medido pelo método dos dois wattímetros e, quando necessário, recorremos a transformadores de medida (de tensão e de intensidade de corrente), cujos erros declarados não ultrapassam 0,2 %.

Para o mesmo tipo de regime de funcionamento, as grandezas mecânicas foram assim medidas: a velocidade de rotação do veio do motor, com um taquímetro digital (DIGITACH) de leitura óptica que, na gama de velocidades utilizado - até 1000 rev/min e acima desse valor - apresenta erros de, respectivamente,  $\pm 1$  e  $\pm 3$  rev/min; o binário desenvolvido, com o dinamómetro incorporado na banca de ensaios do Laboratório de Máquinas Eléctricas (FEUP) - freio electromagnético (OERLIKON) [ACB-1].

A detecção (e correspondente medição) de harmónicos na corrente absorvida pelos motores ensaiados foi realizada com um analisador de espectros (NSC 440B).

## A-8.2 Medição de grandezas em regime transitório

Como se pretendeu obter o registo dos oscilogramas das evoluções temporais da tensão entre um par de terminais estatóricos do motor ensaiado, da intensidade de corrente absorvida pelo mesmo e da velocidade de rotação do seu veio, utilizámos um osciloscópio (TEKTRONIX 5003 N) dotado de 4 canais de entrada e provido de ecrã com memória.

De acordo com a grandeza medida, o respectivo sinal (de entrada no osciloscópio) foi obtido por utilização da seguinte aparelhagem:

-tensão:

divisor resistivo ( $22\text{ k}\Omega$ ; 3/1);  
amplificador diferencial;  
pontas de prova com atenuação igual a 10 vezes;

-intensidade de corrente:

transdutor de corrente por efeito Hall (LEM LT100-P; 1000/1);  
resistências de prova com  $383\ \Omega$  (até 25 A) e  $26,2\ \Omega$ ;  
ponta de prova com atenuação igual a 10 vezes;

-velocidade de rotação:

dínamo taquimétrico (RADIO ENERGIE RN.05.22)  
accionado por correia dentada;  
ponta de prova com atenuação igual a 100 vezes.

A razão dos números de dentes das rodas utilizadas na transmissão entre o veio do motor e o gerador taquimétrico é igual a 90/18.

Para atenuar o ruído introduzido pelo colector do gerador taquimétrico, foi montado um filtro "passa baixo" nos terminais do seu induzido - filtro RC, com constante de tempo de 3,2 ms e limite superior da largura de banda igual a 50 Hz ( $R = 6,8\text{k}\Omega$ ;  $C = 0,47\mu\text{F}$ ).

As principais características do dínamo taquimétrico estão indicadas no Quadro 8.1.



QUADRO 8.1

| $N_{MAX}$<br>(rev/min) | $K_N$<br>[mV/(rev/min)] | $T_o$<br>(N·cm) | $J$<br>(g·cm <sup>2</sup> ) |
|------------------------|-------------------------|-----------------|-----------------------------|
| 8000                   | 16                      | 0,16            | 24                          |

Os valores apresentados mostram a exiguidade do binário resistente ( $T_o$ ) introduzido pelo gerador em vazio e a prática insignificância do seu momento de inércia ( $J$ ).

## A-9 - RESULTADOS EXPERIMENTAIS - OSCILOGRAMAS

Neste Anexo reuniram-se alguns exemplos significativos dos oscilogramas obtidos durante o ensaio laboratorial, em regime transitório, dos motores de teste referidos no Capítulo 6 da presente dissertação.

As condições específicas de cada ensaio são as apresentadas no Quadro A-9.1 A÷D, onde o mesmo é referenciado pelo número de ordem do registo fotográfico correspondente.

Nas legendas das reproduções de tais registos indicam-se as escalas utilizadas nos vários canais de entrada do osciloscópio, aquando da obtenção dos oscilogramas nelas contidos.

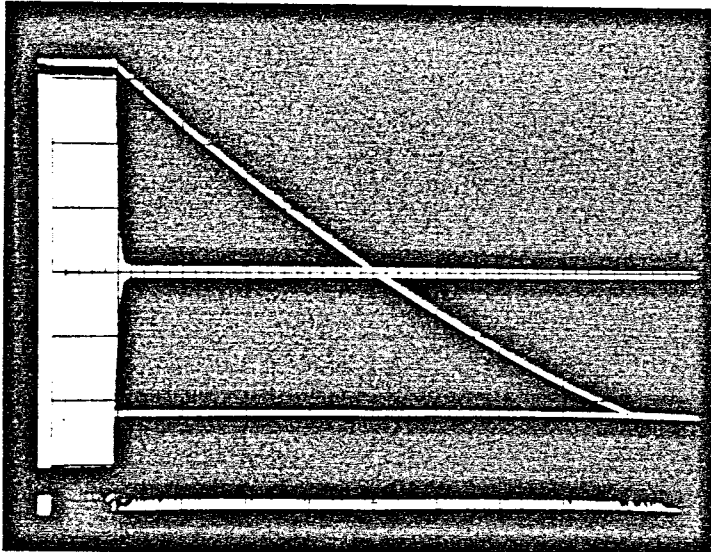
Excepto nos registos fotográficos relativos aos ensaios de desaceleração dos motores de teste, o primeiro oscilograma, em cada fotografia, diz respeito à evolução temporal da tensão (simples ou composta); o segundo refere-se à intensidade de corrente absorvida numa linha; o terceiro visualisa a variação da velocidade rotórica do motor ensaiado.

Nos citados ensaios de desaceleração, consoante o seu objectivo (determinação do coeficiente de inércia do motor ou da sua constante de tempo rotórica com o estator em circuito aberto), privilegiaram-se as evoluções temporais da velocidade rotórica ou da f.e.m. total induzida no enrolamento estatórico; assim, a ordem pela qual os três oscilogramas, em cada registo fotográfico, são representados é diferente da anterior.

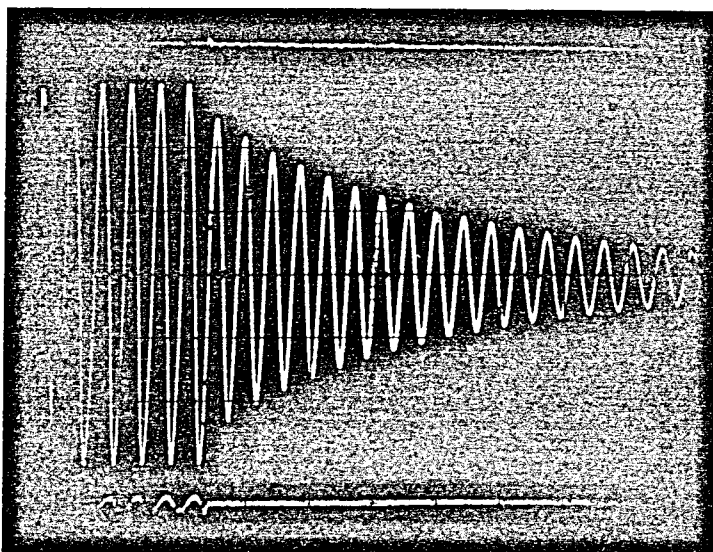
QUADRO A-9.1 A

| ENSAIO DE DESACELERAÇÃO |                         |       |            |
|-------------------------|-------------------------|-------|------------|
| motor                   | grandeza                | valor | Fotografia |
| M <sub>1</sub>          | u <sub>m-1</sub> (p.u.) | 1,03  | 1. A e B   |
|                         | i <sub>m-1</sub> (p.u.) | 0,59  |            |
|                         | p <sub>m-1</sub> (p.u.) | 0,09  |            |
|                         | n <sub>m-1</sub> (p.u.) | 1,00  |            |
|                         | θ <sub>m</sub> ( °C )   | 20    |            |
|                         | t <sub>c-1</sub> (p.u.) | 0,04  |            |
|                         | t <sub>c</sub> ( ms )   | 19,5  |            |
| M <sub>2</sub>          | u <sub>m-1</sub> (p.u.) | 1,05  | 2. A e B   |
|                         | i <sub>m-1</sub> (p.u.) | 0,58  |            |
|                         | p <sub>m-1</sub> (p.u.) | 0,03  |            |
|                         | n <sub>m-1</sub> (p.u.) | 1,00  |            |
|                         | θ <sub>m</sub> ( °C )   | 20    |            |
|                         | t <sub>c-1</sub> (p.u.) | —     |            |
|                         | t <sub>c</sub> ( ms )   | 18,1  |            |
| M <sub>3</sub>          | u <sub>m-1</sub> (p.u.) | 1,04  | 3. A e B   |
|                         | i <sub>m-1</sub> (p.u.) | 0,52  |            |
|                         | p <sub>m-1</sub> (p.u.) | 0,05  |            |
|                         | n <sub>m-1</sub> (p.u.) | 1,00  |            |
|                         | θ <sub>m</sub> ( °C )   | 23    |            |
|                         | t <sub>c-1</sub> (p.u.) | —     |            |
|                         | t <sub>c</sub> ( ms )   | 7,5   |            |

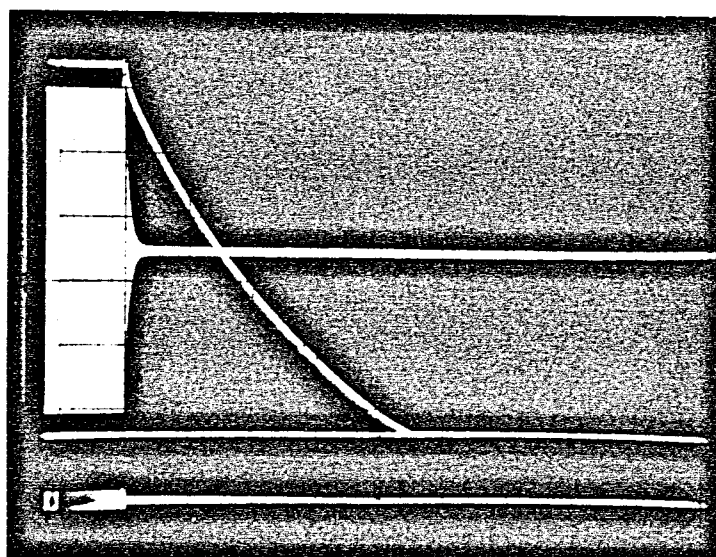
(os instantes de corte (t<sub>c</sub>) indicados pressupõem que, para t=0, o fasor tensão do barramento de alimentação se encontra em quadratura (atraso) face ao eixo magnético do enrolamento de fase onde tal grandeza foi medida; o índice i indica que a grandeza correspondente foi medida antes do corte de alimentação; o índice C foi usado para referir a carga mecânica aplicada ao motor de teste)

 $u_{12}(t)$  $n_r(t)$  $-i_{11}(t)$ 

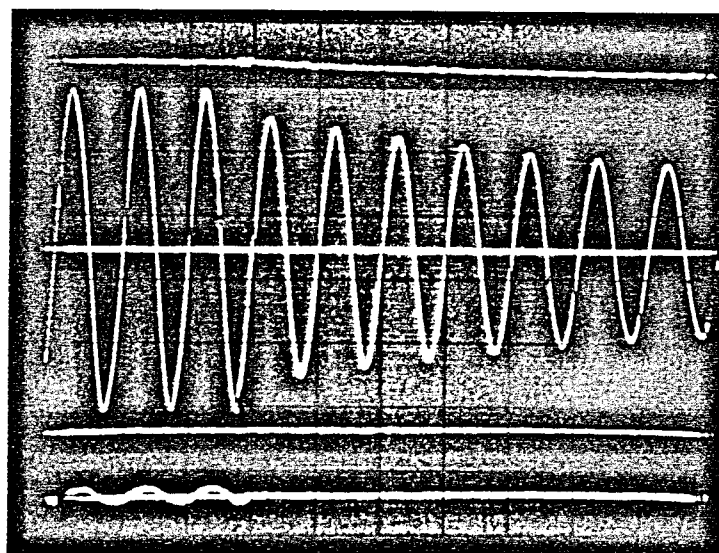
Fot. 1.A - Motor  $M_1$ : ensaio de desaceleração  
 $u - 61V/div$  ;  $i - 2V/div$  ;  $n - 20V/div$  ; b.t. -  $2s/div$

 $n_r(t)$  $u_{12}(t)$  $-i_{11}(t)$ 

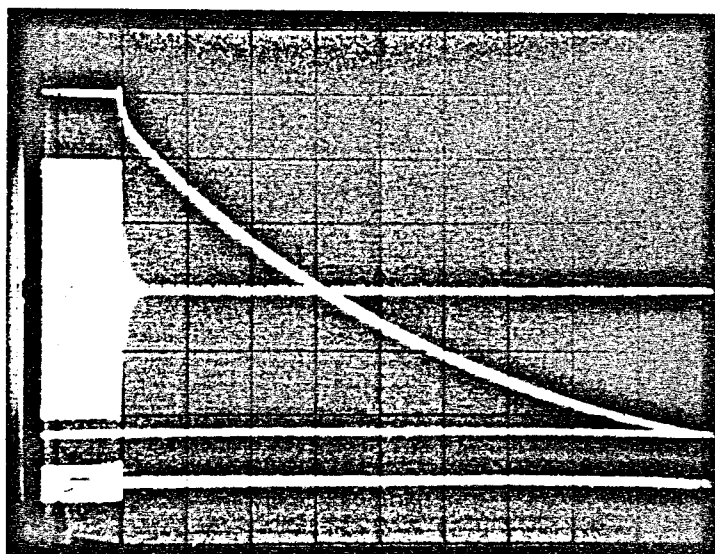
Fot. 1.B - Motor  $M_1$ : ensaio de desaceleração  
 $u - 61V/div$  ;  $i - 2V/div$  ;  $n - 20V/div$  ; b.t. -  $50ms/div$

 $u_{s1}(t)$  $n_r(t)$  $-i_{s1}(t)$ 

Fot. 2.A - Motor  $M_2$ : ensaio de desaceleração  
 $u$  - 73V/div ;  $i$  - 5V/div ;  $n$  - 20V/div ; b.t. - 5s/div

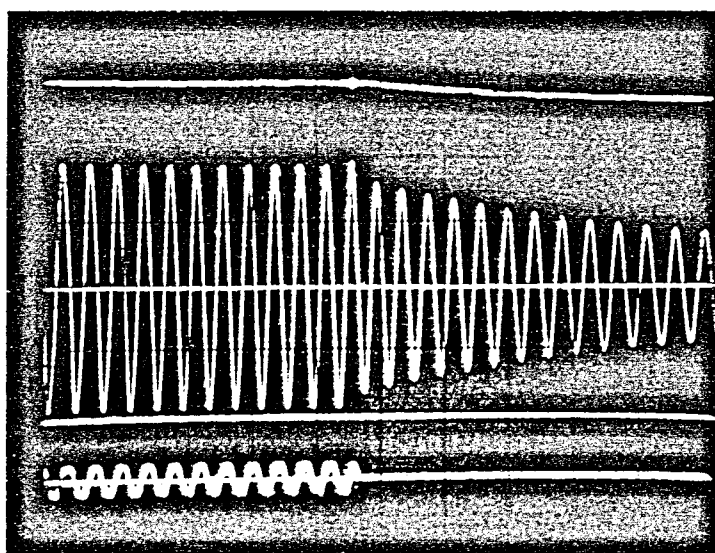
 $n_r(t)$  $u_{s1}(t)$  $-i_{s1}(t)$ 

Fot. 2.B - Motor  $M_2$ : ensaio de desaceleração  
 $u$  - 73V/div ;  $i$  - 5V/div ;  $n$  - 20V/div ; b.t. - 20ms/div

 $u_{s1}(t)$  $n_r(t)$  $-i_{s1}(t)$ 

Fot. 3.A - Motor  $M_s$ : ensaio de desaceleração

$u$  - 97V/div ;  $i$  - 2V/div ;  $n$  - 20V/div ; b.t. - 5s/div

 $n_r(t)$  $u_{s1}(t)$  $-i_{s1}(t)$ 

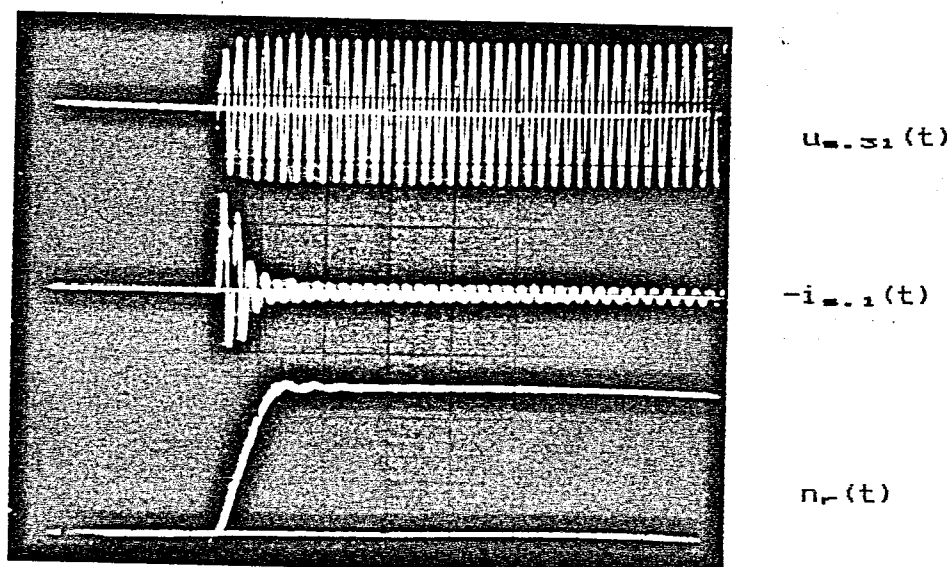
Fot. 3.B - Motor  $M_s$ : ensaio de desaceleração

$u$  - 97V/div ;  $i$  - 2V/div ;  $n$  - 20V/div ; b.t. - 50ms/div

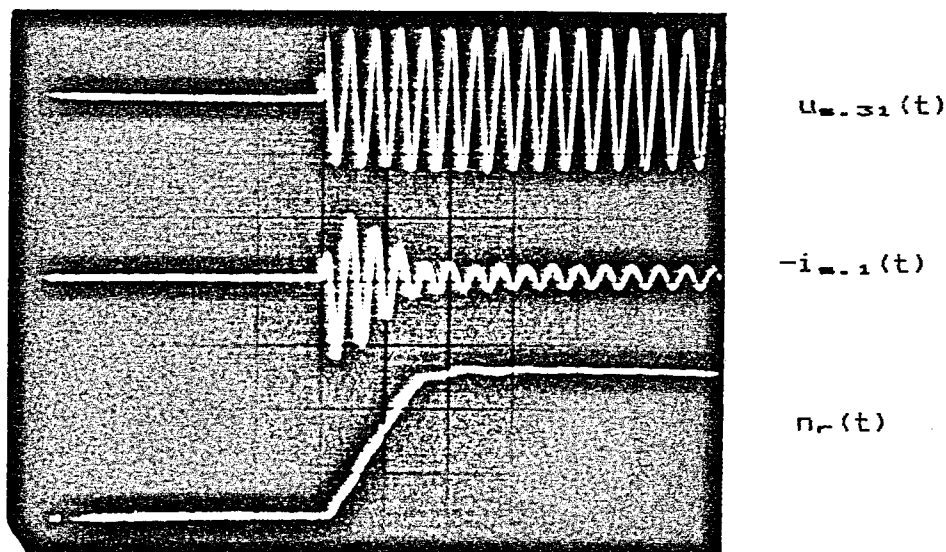
QUADRO A-9.1 B

| ENSAIO DE ARRANQUE DIRECTO |                         |             |            |
|----------------------------|-------------------------|-------------|------------|
| motor                      | grandeza                | valor       | Fotografia |
| M <sub>2</sub>             | u <sub>m-1</sub> (p.u.) | 1,05 / 1,06 | 4.A / B    |
|                            | i <sub>m-1</sub> (p.u.) | 0,58 / 0,81 |            |
|                            | p <sub>m-1</sub> (p.u.) | 0,03 / 0,54 |            |
|                            | n <sub>m-1</sub> (p.u.) | 1,00 / 0,98 |            |
|                            | θ <sub>m-1</sub> ( °C ) | 20 / 65     |            |
|                            | t <sub>c.m</sub> (p.u.) | — / 0,51    |            |
|                            | tipo                    | const.      |            |
|                            | H <sub>c</sub> (p.u.)   | — / ≈ 0     |            |
| M <sub>3</sub>             | u <sub>m-1</sub> (p.u.) | 1,04 / 1,04 | 5.A / B    |
|                            | i <sub>m-1</sub> (p.u.) | 0,52 / 0,84 |            |
|                            | p <sub>m-1</sub> (p.u.) | 0,05 / 0,63 |            |
|                            | n <sub>m-1</sub> (p.u.) | 1,00 / 0,98 |            |
|                            | θ <sub>m-1</sub> ( °C ) | 21 / 55     |            |
|                            | t <sub>c.m</sub> (p.u.) | — / 0,56    |            |
|                            | tipo                    | const.      |            |
|                            | H <sub>c</sub> (p.u.)   | — / ≈ 0     |            |
| M <sub>1</sub>             | u <sub>m-1</sub> (p.u.) | 1,03        | 6          |
|                            | i <sub>m-1</sub> (p.u.) | 0,59        |            |
|                            | p <sub>m-1</sub> (p.u.) | 0,09        |            |
|                            | n <sub>m-1</sub> (p.u.) | 1,00        |            |
|                            | θ <sub>m-1</sub> ( °C ) | 20          |            |
|                            | t <sub>c.m</sub> (p.u.) | 0,04        |            |
|                            | tipo                    | quadr.      |            |
|                            | H <sub>c</sub> (p.u.)   | 0,53        |            |
|                            | t <sub>k</sub> ( ms )   | 12          |            |
|                            |                         |             |            |

(continuam a aplicar-se as notas anexas ao Quadro anterior;  
o índice f indica que a grandeza correspondente foi medida  
após estabilização do regime final)

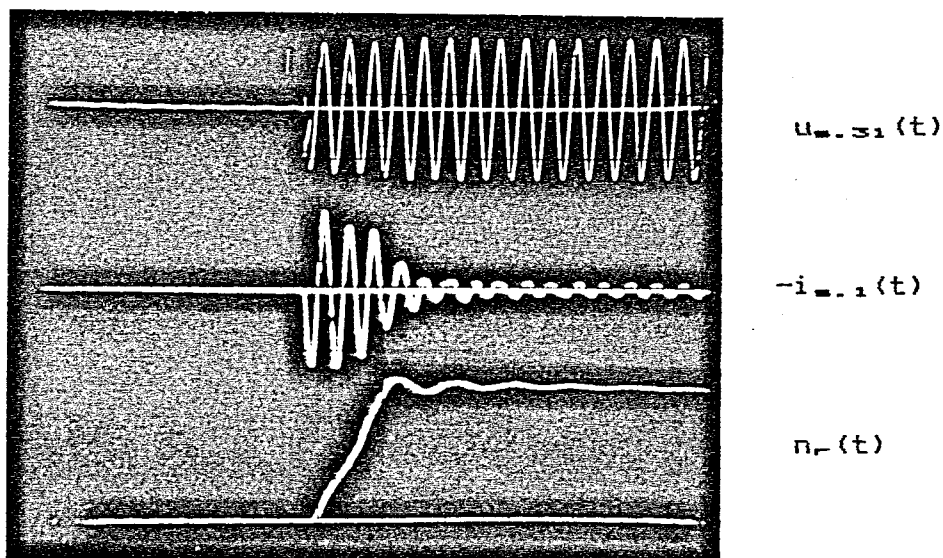


Fot. 4.A - Motor  $M_2$ : ensaio de arranque directo em vazio  
 $u$  - 161V/div ;  $i$  - 5V/div ;  $n$  - 50V/div ; b.t. - 100ms/div

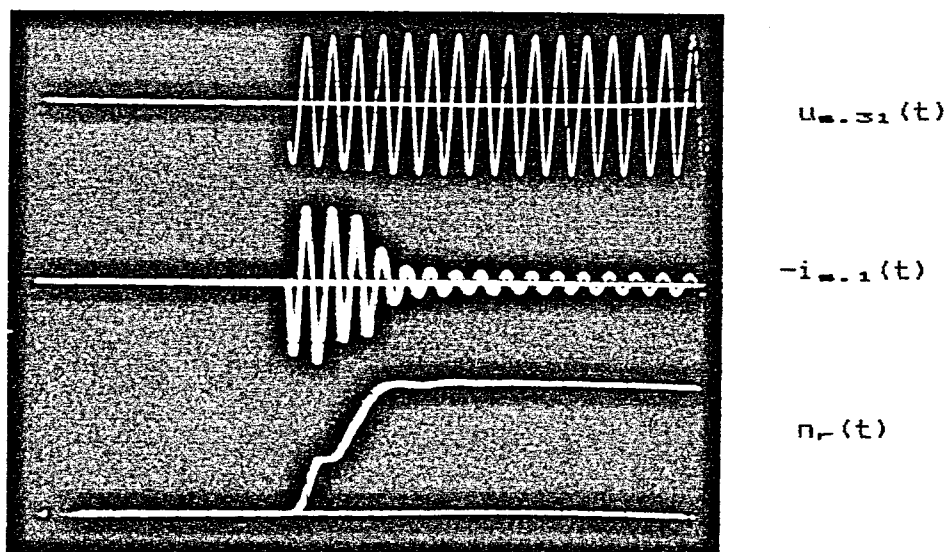


Fot. 4.B - Motor  $M_2$ : ensaio de arranque directo em carga  
 $u$  - 173V/div ;  $i$  - 5V/div ;  $n$  - 50V/div ; b.t. - 50ms/div

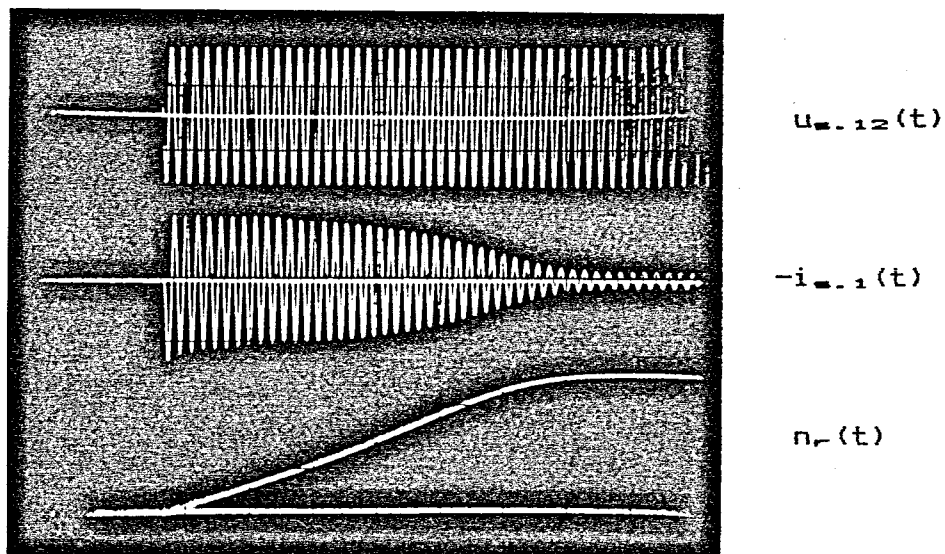




Fot. 5.A - Motor  $M_s$ : ensaio de arranque directo em vazio  
 $u$  - 160V/div ;  $i$  - 5V/div ;  $n$  - 50V/div ; b.t. - 50ms/div



Fot. 5.B - Motor  $M_s$ : ensaio de arranque directo em carga  
 $u$  - 162V/div ;  $i$  - 5V/div ;  $n$  - 50V/div ; b.t. - 50ms/div

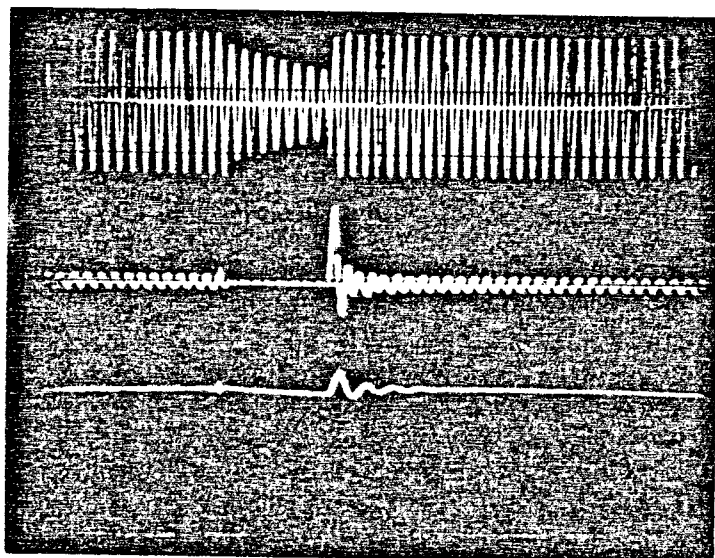


Fot. 6 - Motor  $M_1$ : ensaio de arranque directo  
 $u$  - 167V/div ;  $i$  - 2V/div ;  $n$  - 50V/div ; b.t. - 100ms/div

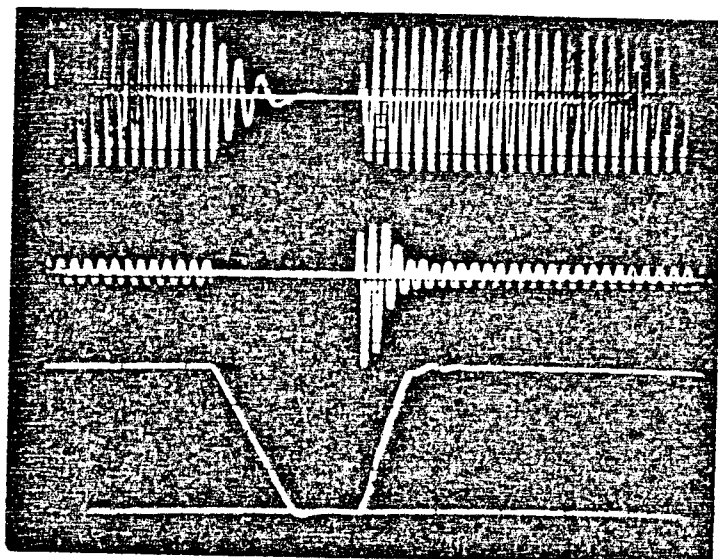
QUADRO A-9.1 C

| ENSAIO DE RELIGAÇÃO (AO MESMO BARRAMENTO) |                                       |             |            |
|-------------------------------------------|---------------------------------------|-------------|------------|
| motor                                     | grandeza                              | valor       | Fotografia |
| M <sub>2</sub>                            | u <sub>m.1</sub> (p.u.)               | 1,05 / 1,06 | 7.A / B    |
|                                           | i <sub>m.1</sub> (p.u.)               | 0,58 / 0,86 |            |
|                                           | p <sub>m.1</sub> (p.u.)               | 0,03 / 0,61 |            |
|                                           | n <sub>m.1</sub> (p.u.)               | 1,00 / 0,98 |            |
|                                           | θ <sub>m.1</sub> ( °C )               | 19 / 65     |            |
|                                           | t <sub>c.m</sub> (p.u.)               | — / 0,51    |            |
|                                           | tipo                                  | const.      |            |
|                                           | H <sub>c</sub> (p.u.)                 | — / ≈ 0     |            |
|                                           | t <sub>c</sub> ( ms )                 | 17 / 14     |            |
| M <sub>3</sub>                            | u <sub>m.1</sub> (p.u.)               | 1,05 / 1,05 | 8.A / B    |
|                                           | i <sub>m.1</sub> (p.u.)               | 0,54 / 0,84 |            |
|                                           | p <sub>m.1</sub> (p.u.)               | 0,05 / 0,62 |            |
|                                           | n <sub>m.1</sub> (p.u.)               | 1,00 / 0,98 |            |
|                                           | θ <sub>m.1</sub> ( °C )               | 22 / 55     |            |
|                                           | t <sub>c.m</sub> (p.u.)               | — / 0,55    |            |
|                                           | tipo                                  | const.      |            |
|                                           | H <sub>c</sub> (p.u.)                 | — / ≈ 0     |            |
|                                           | t <sub>c</sub> ( ms )                 | 1,3 / 1,7   |            |
| M <sub>1</sub>                            | u <sub>m.1</sub> (p.u.)               | 1,04        | 9          |
|                                           | i <sub>m.1</sub> (p.u.)               | 0,59        |            |
|                                           | p <sub>m.1</sub> (p.u.)               | 0,09        |            |
|                                           | n <sub>m.1</sub> (p.u.)               | 1,00        |            |
|                                           | θ <sub>m.1</sub> ( °C )               | 20          |            |
|                                           | t <sub>c.m</sub> (p.u.)               | 0,04        |            |
|                                           | tipo                                  | quadr.      |            |
|                                           | H <sub>c</sub> (p.u.)                 | 0,53        |            |
|                                           | t <sub>c</sub> ( ms )                 | 4,8         |            |
|                                           | t <sub>k</sub> -t <sub>c</sub> ( ms ) | 249         |            |

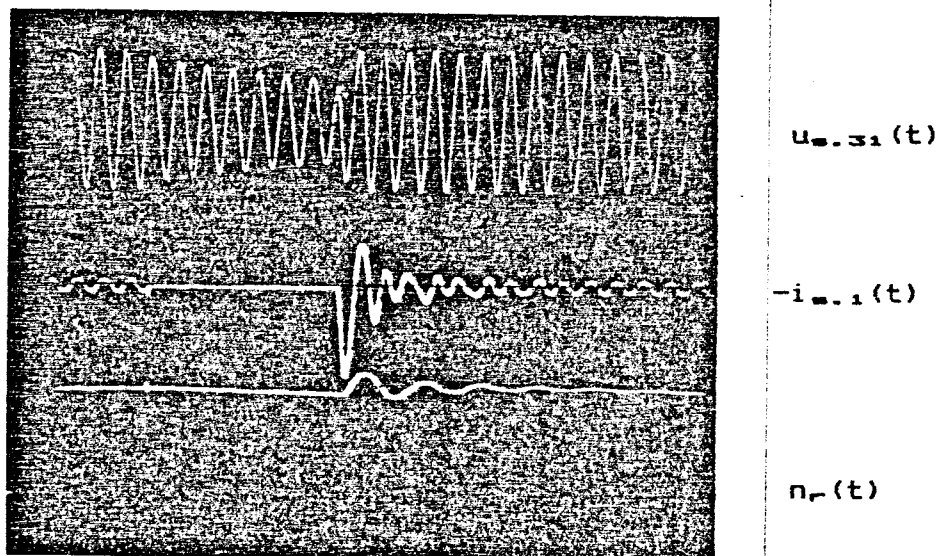
(continuam a aplicar-se as notas anexas aos Quadros anteriores)

 $u_{s1}(t)$  $-i_{s1}(t)$  $n_r(t)$ 

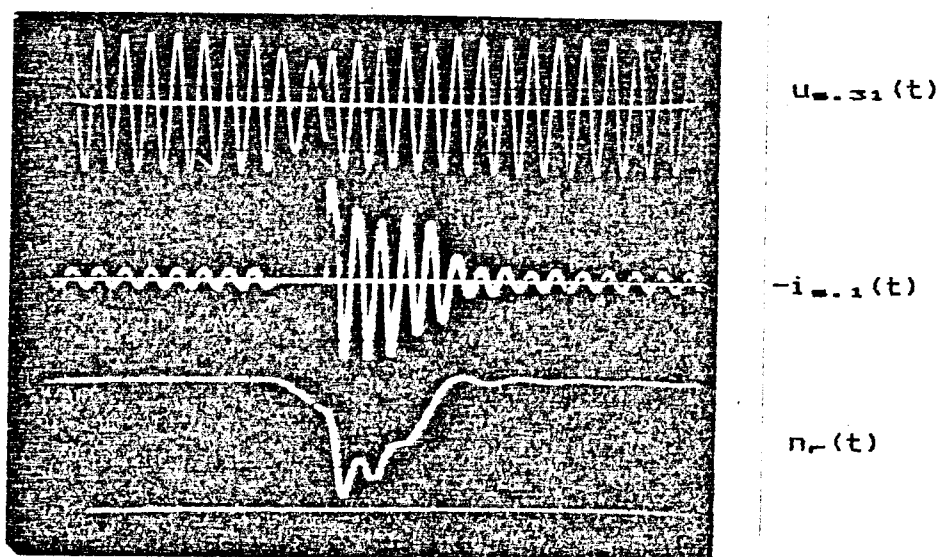
Fot. 7.A - Motor  $M_2$ : ensaio de religação em vazio  
 $u$  - 167V/div ;  $i$  - 5V/div ;  $n$  - 50V/div ; b.t. - 100ms/div

 $u_{s1}(t)$  $-i_{s1}(t)$  $n_r(t)$ 

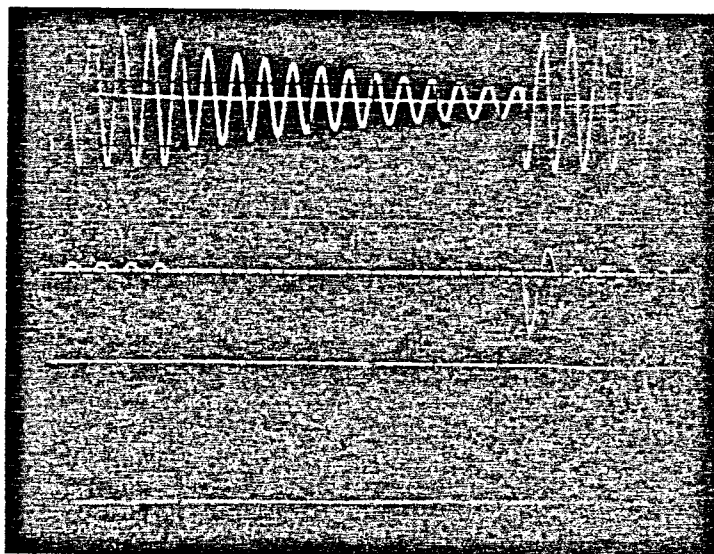
Fot. 7.B - Motor  $M_2$ : ensaio de religação em carga  
 $u$  - 167V/div ;  $i$  - 5V/div ;  $n$  - 50V/div ; b.t. - 100ms/div



Fot. 8.A - Motor  $M_3$ : ensaio de religação em vazio  
 $u$  - 160V/div ;  $i$  - 5V/div ;  $n$  - 50V/div ; b.t. - 50ms/div



Fot. 8.B - Motor  $M_3$ : ensaio de religação em carga  
 $u$  - 164V/div ;  $i$  - 5V/div ;  $n$  - 50V/div ; b.t. - 50ms/div

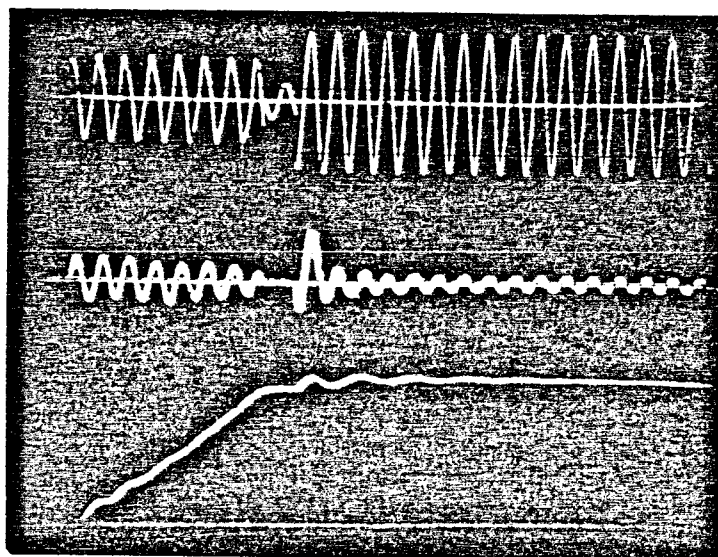
 $u_{12}(t)$  $-i_{11}(t)$  $n_r(t)$ 

Fot. 9 - Motor  $M_1$ : ensaio de religação  
u - 162V/div ; i - 2V/div ; n - 50V/div ; b.t. - 20ms/div

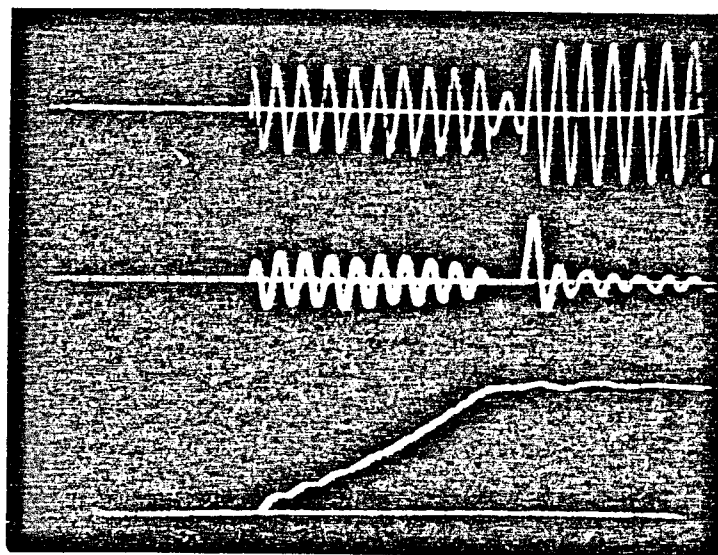
QUADRO A-9.1 D

| ENSAIO DE ARRANQUE ESTRELA-TRIANGULO |                                       |        |            |
|--------------------------------------|---------------------------------------|--------|------------|
| motor                                | grandeza                              | valor  | Fotografia |
| M <sub>2</sub>                       | u <sub>m.1</sub> (p.u.)               | 1,07   | 10         |
|                                      | i <sub>m.f</sub> (p.u.)               | 0,62   |            |
|                                      | p <sub>m.f</sub> (p.u.)               | 0,03   |            |
|                                      | n <sub>r.f</sub> (p.u.)               | 1,00   |            |
|                                      | θ <sub>m.1</sub> ( °C )               | 23     |            |
|                                      | t <sub>c.n</sub> (p.u.)               | —      |            |
|                                      | tipo                                  | const. |            |
|                                      | H <sub>c</sub> (p.u.)                 | —      |            |
|                                      | t <sub>k.v</sub> ( ms )               | 5      |            |
|                                      | t <sub>c</sub> ( ms )                 | 153    |            |
|                                      | t <sub>k.D</sub> -t <sub>c</sub> (ms) | 24     |            |
| M <sub>3</sub>                       | u <sub>m.1</sub> (p.u.)               | 1,05   | 11         |
|                                      | i <sub>m.f</sub> (p.u.)               | 0,54   |            |
|                                      | p <sub>m.f</sub> (p.u.)               | 0,05   |            |
|                                      | n <sub>r.f</sub> (p.u.)               | 1,00   |            |
|                                      | θ <sub>m.1</sub> ( °C )               | 24     |            |
|                                      | t <sub>c.n</sub> (p.u.)               | —      |            |
|                                      | tipo                                  | const. |            |
|                                      | H <sub>c</sub> (p.u.)                 | —      |            |
|                                      | t <sub>k.v</sub> ( ms )               | 2,0    |            |
|                                      | t <sub>c</sub> ( ms )                 | 184    |            |
|                                      | t <sub>k.D</sub> -t <sub>c</sub> (ms) | 33     |            |
| M <sub>1</sub>                       | u <sub>m.1</sub> (p.u.)               | 1,03   | 12         |
|                                      | i <sub>m.f</sub> (p.u.)               | 0,62   |            |
|                                      | p <sub>m.f</sub> (p.u.)               | 0,09   |            |
|                                      | n <sub>r.f</sub> (p.u.)               | 1,00   |            |
|                                      | θ <sub>m.1</sub> ( °C )               | 20     |            |
|                                      | t <sub>c.n</sub> (p.u.)               | 0,04   |            |
|                                      | tipo                                  | quadr. |            |
|                                      | H <sub>c</sub> (p.u.)                 | 0,53   |            |
|                                      | t <sub>c</sub> ( s )                  | ≈1,2   |            |

(continuum a aplicar-se as notas anexas aos Quadros anteriores)

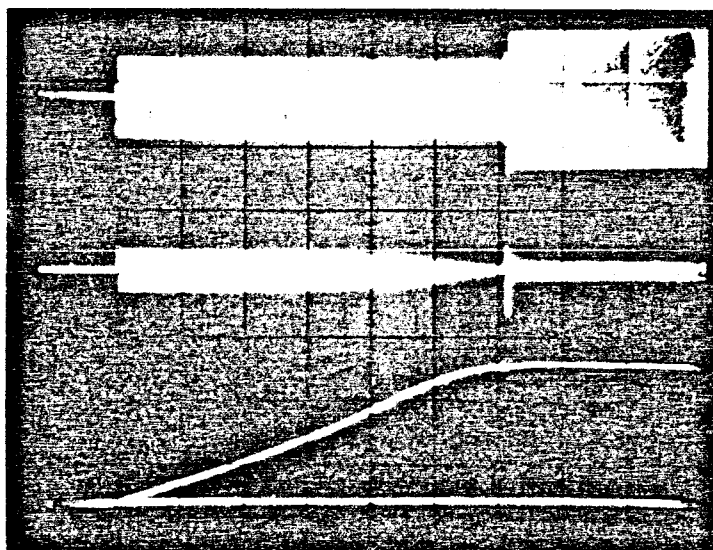

 $u_{e1}(t); u_{s1}(t)$ 
 $-i_{e1}(t)$ 
 $n_r(t)$ 

Fot. 10 - Motor  $M_2$ : ensaio de arranque Y-D em vazio  
 $u$  - 163V/div ;  $i$  - 5V/div ;  $n$  - 50V/div ; b.t. - 50ms/div


 $u_{e1}(t); u_{s1}(t)$ 
 $-i_{e1}(t)$ 
 $n_r(t)$ 

Fot. 11 - Motor  $M_3$ : ensaio de arranque Y-D em vazio  
 $u$  - 163V/div ;  $i$  - 5V/div ;  $n$  - 50V/div ; b.t. - 50ms/div




 $u_{10}(t); u_{12}(t)$ 
 $-i_{11}(t)$ 
 $n_r(t)$ 

Fot. 12 - Motor  $M_1$ : ensaio de arranque Y-D  
 $u$  - 169V/div ;  $i$  - 2V/div ;  $n$  - 50V/div ; b.t. - 2s/div





FACULDADE DE ENGENHARIA  
UNIVERSIDADE DO PORTO

BIBLIOTECA



0000006270