Mestrado em Fundamentos e Aplicações da Mecânica dos Fluidos

Estudos de Sedimentação e Transporte Empregando Novas Técnicas Analíticas e Experimentais

Rui Jorge Ferreira Aleixo

Licenciado em Engenharia Física pela Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa

Orientador

Rodrigo Jorge Fonseca de Oliveira Maia

Professor Associado da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do grau de Mestre em Fundamentos e Aplicações da Mecânica dos Fluidos

Porto, 2006

Aos meus tios, Lito e Dada
Às minhas Primas Lindas, Rute e Beatriz
Aos meus Primos "Tuôlos", Pedro e Isabel
... e é claro, à D^a. Ester

Pode-se duvidar de todas as coisas terrestres e ter a intuição de algumas coisas celestes; esta combinação não produz crentes nem fiéis, mas faz um homem daquele que as contempla com idêntica visão.

Hermann Melville, *Moby Dick*

Resumo

O início do movimento das partículas sedimentares tem sido estudado ao longo das últimas décadas por diversos autores. Esses estudos conduziram à apresentação e validação de diferentes critérios para determinar as condições do início do movimento de sedimentos, nomeadamente os critérios de velocidade média crítica e os de tensão de arrastamento crítica, os quais recorrem frequentemente a parâmetros empíricos e/ou semi-empíricos. A presente tese é também dedicada ao início do movimento de partículas sedimentares e nela procura-se não só aplicar conceitos existentes, como introduzir outros conceitos julgados pertinentes para a análise da interacção entre o escoamento e o leito.

O início do movimento de partículas sedimentares não é um caso de estudo trivial. O cariz turbulento dos escoamentos e a complexidade da interacção entre o leito e o escoamento dificultam a análise do problema. No presente caso recorreu-se a um modelo simplificado do leito que permitiu facilitar a análise do problema e reduzir o número de variáveis. O modelo usado foi o de uma partícula esférica singular (referida por partícula--teste) apoiada num arranjo de quatro partículas esféricas, sendo todas elas idênticas entre si.

Neste modelo simplificado consideraram-se as forças que actuavam na partícula-singular e da aplicação das leis de Newton derivou-se um modelo conceptual para determinar o início do movimento. A condição crítica assim determinada, para o início do movimento, é função da formulação usada na descrição das forças que sobre a partícula actuam, em particular, no caso das forças de arrastamento e de sustentação. Considerando o tipo de escoamento (em canal) introduziu-se também a contribuição das forças turbulentas para o início do movimento.

Os ensaios com este modelo foram realizados no Laboratório de Hidráulica da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, no qual se realizam escoamentos em superfície livre em condições controladas. Utilizou-se anemometria laser por efeito Doppler para medir os perfis de velocidade sobre o modelo do leito referido caracterizando assim o campo de velocidades médias pontuais e respectivas flutuações turbulentas. A análise experimental do escoamento sobre o modelo do leito simplificado permitiu não só caracterizar o escoamento sobre a partícula-teste, mas também descrever a influência desta para jusante da sua posição. Esta análise foi realizada para três escoamentos, definidos pelo seu número de Reynolds. A possibilidade de registar os valores instantâneos da velocidade

sobre a partícula-teste permitiu que se ensaiasse a aplicação da análise probabílistica ao início do movimento de partículas sedimentares, e compará-la com uma análise similar desenvolvida nesta dissertação.

O início do movimento de partículas sedimentares foi também estudado do ponto de vista do balanço de energia cinética do escoamento, tendo sido observado que a partícula--teste se comporta como um dissipador de energia. Os perfis de velocidade medidos a montante e a jusante da partícula-teste, permitiram não só verificar este efeito, mas também quantificá-lo e relacioná-lo com o início do movimento da partícula-teste.

Nesta dissertação, procurou-se explorar alguns caminhos de investigação no tema do início do movimento. Esta tese, para além da abordagem deste estudo, tem também um carácter exploratório, revelando vias para futuras pesquisas a desenvolver sobre o tema do inicío do movimento das partículas sedimentares.

Abstract

The begining of motion of sedimentary particles has been much studied in the last decades, by different authors. Those studies lead to he determination and validation of different criteria for the beginning of sediment motion, namely the critical mean velocity and the critical shear stress, those criteria usually need some empirical and/or semi-empirical information. The present thesis is also dedicated to the beginning of sediment motion not only by applying existing concepts but also, contribute with other ideas that might be relevant for the flow-bed interaction analysis.

The beginning of the sediment motion is not a trivial case to study. The turbulent flow characteristics and the complexity of the flow-bed interactions make the problem analysis a difficult problem from a fluid mechanics point of view. In this case, a simplified bed model was used that allowed to simplify the problem and hence reduce the number of variables to analyze. The used model consists in a single spherical particle, referred hereafter as test-particle supported by a four-particle arrangement, where all the spheres are identically.

For this case the acting forces on the particle were identified and, applying Newton's laws it was possible to derive a conceptual model for the beginning of sediment motion. It was verified that the critical condition is a function of the formulation used on the acting forces, namely the formulation used to define the drag and lift forces. Using the known characteristics of the channel flow, the contribution of turbulence forces was also introduced in the concpetual model.

A physical model of the simplified bed described was placed on the small channel of the Hydraulics Laboratory of Faculty of Engineering of Porto University, where the free surface flow conditions can be controlled. The velocity measurements were made using laser Doppler anemometry to obtain the velocity field (both mean and turbulent components). The experimental analysis of the flow over the simplified bed model allowed not only, to characterize the flow over the test-particle, but also to determine the test--particle influence on the downstream flow. This analysis was made for three different flow Reynolds numbers. The possibility of recording the instantaneous velocity values allowed to essay the application of a probabilistic method to the beginning of sediment motion, and compare it with a similar one developed during this thesis.

On this work another way of looking to the problem of the beginning of sediment

motion was made by characterizing the kinetic energy budget over the test-particle. Since the test-particle works as an energy dissipater, this fact can be used to define kinetic energy based criteria for the beginning of sediment motion. Using the velocity profiles obtained upstream and downstream of the test-particle this type of analysis was also tested.

On this thesis, some directions in the beginning of the sediment's motion were analyzed. This thesis, besides the analysis of the beginning of sediment motion, has also the purpose of pointing new trends for a near future research in that field.

Résumé

Le début du mouvement des particules sédimentaires a été étudié au long des dernières décennies par de divers auteurs. Ces études ont conduit à la présentation et à la validation de différents critères, pour déterminer les conditions du début du mouvement de sédiments, notamment les critères de vitesse moyenne critique et ceux de tension de transport critique, qui font appel fréquemment à des paramètres empiriques et/ou semi-empiriques. La présente thèse est aussi dédiee au début du mouvement de particules sédimentaires et on y cherche, pas seulement à appliquer des concepts existants, comme à introduire d'autres concepts jugés pertinents, pour l'analyse de l'interaction entre l' ecoulement et le lit.

Le début du mouvement de particules sédimentaire n'est pas un cas d'étude triviale. Le caractère turbulent de l'ecoulement et la complexité de l'interaction entre le lit et l' ecoulement, rendent difficile l'analyse du problème. Dans le cas présent, on a fait appel à un modèle simplifié du lit, qui a permis de faciliter l'analyse du problème et de réduire le nombre de variables. Le modèle utilisé a été celui d'une particule sphérique singulière (denomée particule-test), soutenue par une disposition de quatre particules sphériques, en étant toutes identiques.

Dans ce modèle simplifié, on a considéré les forces qui agissaient dans la particule-test, et de l'application des lois de Newton on a dérivé un modèle conceptuel, pour déterminer le début du mouvement. La condition critique ainsi déterminée, pour le début du mouvement, est fonction de la formulation utilisée dans la description des forces, qui agissent sur la particule, en particulier, dans le cas des forces de transport et de sustentation. En considérant le type d'ecoulement (sous forme de canal), on a introduit aussi la contribution des forces turbulentes, pour le début du mouvement.

Les essais avec ce modèle ont été réalisés dans le Laboratoire Hydraulique de la Faculté d'Ingénierie de l'Université de Porto, dans lequel on effectue des ecoulements en surface exemptée, dans des conditions contrôlées. On a utilisé l'anémométrie laser par effet Doppler, pour mesurer les profils de vitesse, sur le modèle du lit mentionné, en caractérisant ainsi le champ de vitesses moyennes rapides et respectives fluctuations turbulentes. L'analyse expérimentale de la vidange sur le modèle du lit simplifié a permis pas seulement de caractériser la vidange sur la particule-test, mais aussi de caractériser l'influence de celle-ci pour jusant de sa position. Cette analyse a été réalisée pour trois

vidanges, definies par son numéro de Reynolds. La possibilité d'enregistrer les valeurs instantanées de la vitesse sur particule-test, a permis d'essayer l'application de l'analyse probabiliste au début du mouvement de particules sédimentaires, et de la comparer avec une analyse semblable, développée dans cette dissertation.

Le début du mouvement de particules sédimentaires, a été aussi étudié du point de vue de l'équilibre d'énergie cinétique de la vidange, en ayant été observé que la particule-test se comporte comme un dissipateur d'énergie. Les profils de vitesse mesurés en amont et en aval de la partícule-teste, ont permis de vérifier cet effet, et aussi de le quantifier et de le rapporter avec le début du mouvement de la particule-test.

Dans cette dissertation, on a essayè d'exploiter quelques chemins de recherche dans le sujet du début du mouvement. Cette thèse, au-delà de l'abordage de cette étude, a aussi un caractère exploratoire, en motrant des voies pour futures recherches à développer sur le sujet du début du mouvement de particules sédimentaires.

Índice

Lista das Figuras **xv**

Lista das Tabelas **xxiii**

Lista de Símbolos **xxv**

Agradecimentos **xxxi**

1 Enquadramento **1**

1.1 Introdução 1

1.2 Pesquisa Bibliográfica 2

2 Fundamentos Teóricos **7**

2.1 Início do Movimento de Partículas Sedimentares 9

2.2 Descrição dos Diferentes Critérios 9

2.2.1 Critérios de Tensão Crítica 10

2.2.2 Critérios de Velocidade Média Crítica 15

2.2.3 Critérios Probabilísticos 18

2.3 Análise Comparativa dos Critérios de Shields e de Yang 21

2.4 Formulação do Problema do Início do Movimento 22

2.4.1 Configurações Possíveis 23

2.4.2 Análise das Forças Actuantes Sobre a Partícula Teste 25

2.4.3 Alguns Casos Particulares 36

2.4.4 Efeito da Turbulência e a Análise Probabilística do Início do Movimento 41

2.4.5 Comentários à Análise Probabilística 44

3 Metodologia Experimental **47**

3.1 O Canal Metálico do Laboratório de Hidráulica 47

3.2 Instrumentação Utilizada 47

3.2.1 Medição do Caudal - O Caudalímetro 47

3.2.2 Medição das Velocidades - Anemometria Laser por Efeito Doppler . 49

3.2.3 Sistema de Posicionamento da Sonda Laser 55
3.2.4 Medição de Potência - O *wattímetro* óptico 57
3.2.5 Medição da Temperatura da Água 57
3.3 O Modelo do Leito 57
3.3.1 As Partículas Sedimentares 60
3.4 Adequação do Leito Amovível ao Canal 60

4 Visualização do Escoamento 63
4.1 Comentários às Experiências de Visualização 65

5 Experiências e Medições Realizadas 69
5.1 Determinação do Caudal Crítico 69
5.2 Experiências Quantitativas 70
5.3 Características da Partícula-Teste 72
5.4 Análise do Escoamento no Canal 76
5.4.1 Desenvolvimento do Escoamento 76
5.4.2 Estacionariedade do Escoamento 78
5.4.3 Uniformidade do Escoamento ao Longo da Secção Transversal . . . 78
5.5 Análise do Escoamento em Torno da Esfera 79
5.5.1 Escoamento sem Partícula-Teste 80
5.5.2 Escoamento no Eixo da Partícula-Teste - Componente u 84
5.5.3 Escoamento em $z/d = \pm 0,5$ 89
5.5.4 Escoamento no Eixo da Partícula-Teste - Componente v 91
5.5.5 Comparação das Componentes da Velocidade Medidas 95
5.6 Análise do Escoamento a Jusante da Partícula-Teste 95
5.6.1 Zona de Recirculação 95
5.6.2 Análise da Esteira da Partícula 97
5.7 Análise das Flutuações Sobre a Partícula 101
5.7.1 Aplicação dos Métodos Probabílisticos 101
5.7.2 Evolução do Valor Crítico, α 107
5.8 Aplicação da Análise Probabílistica Desenvolvida 108
5.9 Aplicação do Critério de Shields 111
5.10 Análise dos Critérios de Velocidade Crítica 114
5.10.1 O Critério de Hjulström 114
5.10.2 O Critério de Yang, Neil e Garde 114
5.11 Análise da Energia Cinética Turbulenta 116

6 Conclusões e Trabalho Futuro 123
6.1 Conclusões 123
6.2 Trabalho Futuro 125

Apêndices **131**

A Derivações Matemáticas **131**

A.1 Análise do Momento das Forças 131

A.1.1 Caso 2D 131

A.1.2 O Caso 3D 132

B Esquemas do Modelo do Leito **137**

C Imagens Obtidas Através das Experiências de Visualização **139**

Lista de Figuras

1.1 Esboço de Leonardo da Vinci sobre a erosão num rio (in www.corbis.com). 3

2.1 Movimento das partícula em fundo móvel. (a) direcção da tensão de arrastamento no leito; (b) diagrama da saltação; (c) rolamento de um grão exposto; (d) movimento de um grão numa zona turbulenta do escoamento; (e) partículas em suspensão. (Lencastre e Franco, 1984) 8

2.2 Representação genérica de uma secção de um canal de geometria arbitrária ϕ, composto por um domínio sedimentar, caracterizado por um diâmetro característico $d_{\%}$, por onde escoa um fluido definido pela viscosidade μ e massa volúmica ρ. 9

2.3 Diagrama de Shields, incluindo igualmente o parâmetro ASCE, R_*, adaptado de Cardoso (1998). 12

2.4 O diagrama de Shields utilizando como variáveis a tensão crítica τ_c e o parâmetro adimensional d_* (Sturm, 2001). 13

2.5 Diagrama de Hjülstrom, pertinente à determinação da velocidade média crítica (Summer, 2005). 16

2.6 Esquema pertinente à determinação da velocidade terminal. Quando a força de arrasto, $\vec{D}$, iguala o peso imerso, $\vec{P} - \vec{I}$ (sendo $\vec{P}$ o peso e $\vec{I}$ a impulsão), a aceleração é zero e a partícula move-se com velocidade constante. Essa velocidade designa-se de velocidade terminal. 17

2.7 Representação gráfica do critério de Yang (1996) e validação experimental (Yang, 1996). 17

2.8 Vista de perfil da geometria utilizada na abordagem do problema do início do transporte. 23

2.9 Vista de perfil da geometria utilizada na análise experimental. 23

2.10 Configurações possíveis para o suporte (vista de topo). 24

2.11 Pirâmide formada pelos centros geométricos das esferas no Caso 1. 24

2.12 Forças que actuam sobre uma partícula: $\vec{I}$ representa a força de impulsão, $\vec{L}$ a força de sustentação, $\vec{D}$ a força de arrastamento, $\vec{P}$ o peso, $\vec{R_n}$ a reacção normal e a força de resistência é representada por $\vec{F_r}$. 26

2.13 Referencial e esquema utilizado para o cálculo dos momentos das forças. . . 27

2.14 Representação do coeficiente de arrastamento em função do número de Reynolds (Yalin, 1977). 33

2.15 Valores do coeficiente de arrastamento e de sustentação obtidos por Dementiev. 34

2.16 Padrão de hemisférios hexagonal conforme utilizado por Einstein e Samni (1949) (vista de planta). 35

2.17 Tendência da evolução do coeficiente de sustentação C_{L*} com o número de Reynolds de atrito de acordo com Davies e Samad (1978). 36

2.18 Influência da intensidade de turbulência ($It_u = 0$ e $It_u = 30\%$) no parâmetro de Shields para uma partícula nas condições de análise, considerando-se theta=$\theta = 35,26^o$ e que $C_D = f(1,5 \times 10^3 \leq \mathrm{Re}_p \leq 1,2 \times 10^4)$. Comparação com o diagrama de Shields clássico. 39

2.19 Influência do ângulo θ no parâmetro de Shields considerando $It_u = 0\%$ e $C_D = f(1,5 \times 10^3 \leq \mathrm{Re}_p \leq 1,2 \times 10^4)$. Comparação com o diagrama de Shields clássico. 39

2.20 Distribuição de probabilidade da função Γ. 44

3.1 Canal metálico do Laboratório de Hidráulica da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto 48

3.2 Caudalímetro utilizado nas medições de caudal. Detalhe do mostrador digital no canto inferior esquerdo. 49

3.3 Esquematização do efeito de Doppler. A radiação luminosa incidente caracterizada por um comprimento de onda λ_i e frequência f_i incide numa partícula animada com uma velocidade $\vec{v}$ a qual difracta radiação com um comprimento de onda λ_j e frequência f_j. 50

3.4 Configuração do método das franjas para o anemómetro laser por efeito Doppler. 50

3.5 Cruzamento de dois feixes com um comprimento de onda λ o qual dá origem a uma região de interferência, designada por volume de controlo, cujas dimensões, são δ_x, δ_y e δ_z 51

3.6 Sistema LDA da INVENT utilizado. (1) PC para aquisição e processamento do sinal; (2) Osciloscópio para monitorização do sinal Doppler; (3) *counter* unidade de processamento e validação electrónica de eventos; (4) unidade de alimentação do laser, das células de Bragg e do fotodetector; (5) conjunto laser e células de Bragg; (6) fotodetector; (7) canal metálico . 54

3.7 Sistema LDA utilizado com fonte laser emitindo no visível. (1) PC para aquisição e processamento do sinal; (2) Osciloscópio para monitorização do sinal Doppler; (3) *counter*, unidade de processamento e validação electrónica de eventos; (4) unidade de alimentação do fotodetector; (5) unidade de alimentação e controlo das células de Bragg; (6) fonte laser; (7) células de Bragg; (8) unidade de alimentação da fonte laser; (9) sonda laser; (10) canal metálico 54

3.8 Determinação da localização do leito. Posicionamento do volume de controlo (V.C.) acima do leito. 56

3.9 Determinação da localização do leito. Posicionamento do volume de controlo (V.C.) abaixo do leito. 56

3.10 Determinação da localização do leito. Posicionamento do volume de controlo (V.C.) na primeira posição em que é passível de detectar e medir a velocidade de partículas. 56

3.11 *Wattímetro* óptico da Newport utilizado para medir a potência dos feixes laser. 57

3.12 Esquema do modelo de leito usado (a figura não se encontra à escala). . . . 58

3.13 Modelo do leito amovível usado. P1 e P2 designam os parafusos de fixação a montante; R a rampa e C a placa-receptáculo das partículas. Os extremos do modelo foram realçadas para uma maior clareza. 58

3.14 O bordo de ataque do modelo de leito ensaiado. Os extremos foram destacados para uma maior clareza. 59

3.15 Placa-receptáculo usada na primeira configuração ensaiada. Esta permite acomodar duas fiadas de partículas idênticas com um diâmetro de 5 mm . 59

3.16 Configuração utilizada para o estudo do início do movimento da partícula--teste singular. O receptáculo é preenchido por duas fiadas de partículas idênticas e, apoiada em quatro destas partículas, é colocada a partícula-teste. 59

3.17 Amostra das partículas sedimentares utilizadas nas experiências. 60

3.18 Diagrama pertinente à medição das componentes horizontal, u, e vertical, v, da velocidade. Posição relativa dos feixes laser em relação ao fundo do canal (troço do perfil longitudinal). Os círculos representam esquematicamente os feixes laser. A película de silicone preenche o espaço entre a janela e o leito amovível. (Não se encontra à escala). 61

3.19 Esquema ilustrativo (corte longitudinal) da solução encontrada para a medição da componente vertical, v, sobre a partícula. A solução consistiu na remoção da película de silicone situada entre o fundo amovível e a janela de vidro do canal. (Não se encontra à escala). 61

4.1 Tentativa (falhada) de visualização utilizando um tubo para introduzir o corante junto à partícula. O sentido do escoamento é indicado pela seta. . 63
4.2 Visualização do escoamento para $\mathrm{Re} = 1,0 \times 10^5$ (Imagens separadas por $\Delta t = 0,08\,\mathrm{s}$, o escoamento, em cada imagem, processa-se da direita para a esquerda). 64
4.3 Visualização do escoamento para $\mathrm{Re} = 1,0 \times 10^5$ (Imagens separadas por $\Delta t = 0,08\,\mathrm{s}$, o escoamento processa-se da direita para a esquerda). 64
4.4 Visualização do escoamento para $\mathrm{Re} = 1,0 \times 10^5$ (Imagens separadas por $\Delta t = 0,08\,\mathrm{s}$, o escoamento, em cada imagem, processa-se da direita para a esquerda). 64
4.5 Determinação da localização da zona de recirculação. À direita e a cores encontra-se a imagem original. À esquerda a conversão da imagem original para escala de cinza, a linha circular (descontínua) indica a partícula-teste, as linhas paralelas os limites da calha e o rectângulo indica a zona de recirculação. É possível visualizar a acumulação de corante imediatamente a jusante da partícula-teste, indicando tratar-se de uma zona de recirculação. 66
4.6 Aplicação de um filtro de detecção de extremos (*edge detector*) a uma imagem de visualização convertida em escala de cinzentos (256 níveis) e com o contraste aumentado. 66
4.7 *Zoom* da região imediatamente a jusante da partícula com as zonas relevantes detectadas postas em evidência. 66

5.1 Referencial utilizado nas medições. O eixo Oz é perpendicular ao plano Oxy sendo positivo na direcção que sai do papel. 72
5.2 Incerteza sistemática associada ao posicionamento do volume de controlo . 73
5.3 Representação de dois casos possíveis de ocorrer caso não se garantisse a associação das quatro partículas. 75
5.4 Representação da altura da partícula, da profundidade do receptáculo e diâmetro da partícula. 75
5.5 Desenvolvimento do perfil de velocidades (componente u e rms). Caso de $\mathrm{Re}_h = 1,0 \times 10^5$. 77
5.6 Esquema ilustrativo da influência do gradiente de velocidade nas medições junto ao leito. 77
5.7 Verificação da hipótese de estacionariedade do escoamento. Medição efectuada em $x/d = -2$ em $t = 0\,\mathrm{s}$ e $t = 600\,\mathrm{s}$ para o valor médio da componente u da velocidade e seu rms. $\mathrm{Re}_h = 1,0 \times 10^5$ 78
5.8 Verificação da uniformidade do escoamento ao longo do eixo para $Rey_h = 1,0 \times 10^5$ 79

5.9 Grelha de medição utilizada para a caracterização do escoamento em torno da esfera. 80
5.10 Perfis da componente u da velocidade em várias posições do domínio de medição para os diferentes números de Reynolds considerados, ao longo do eixo do canal. 81
5.11 Aplicação do método de Clauser para $\mathrm{Re}_h = 3,1 \times 10^4$ (Umax $= U_\infty$). . . . 82
5.12 Aplicação do método de Clauser para $\mathrm{Re}_h = 7,0 \times 10^4$ (Umax $= U_\infty$). . . . 82
5.13 Aplicação do método de Clauser para $\mathrm{Re}_h = 1,0 \times 10^5$ (Umax $= U_\infty$). . . . 82
5.14 Ajuste linear dos perfis de velocidade medidos em $x/d = -4$, para os diferentes números de Reynolds. 84
5.15 Perfis da componente u da velocidade média pontual em várias posições longitudinais do domínio para Re $= 3,1 \times 10^4$ (tomar Umax $= U_\infty$). 86
5.16 Perfis da intensidade de turbulência associada à componente u da velocidade em várias posições longitudinais para Re $= 3,1 \times 10^4$ (tomar $It_u = It_u$). 86
5.17 Perfis da componente u da velocidade média pontual em várias posições longitudinais do domínio para Re $= 7,0 \times 10^4$ (tomar Umax $= U_\infty$). 87
5.18 Perfis da intensidade de turbulência associada à componente u da velocidade em várias posições longitudinais do domínio para Re $= 7,0 \times 10^4$ (tomar $It_u = It_u$). 87
5.19 Perfis da componente u da velocidade média pontual em várias posições do domínio para Re $= 1,0 \times 10^5$ (tomar Umax $= U_\infty$). 88
5.20 Perfis da intensidade de turbulência associada à componente u da velocidade em várias posições longitudinais do domínio para Re $= 1,0 \times 10^5$ (tomar $It_u = It_u$). 88
5.21 Perfis de velocidade no bordo do receptáculo montante e jusante, nos planos definidos por $z/d = \pm 0,5$ para Re $= 3,1 \times 10^4$. 89
5.22 Perfis de intensidade turbulenta no bordo do receptáculo montante e jusante, nos planos definidos por $z/d = \pm 0,5$ para Re $= 3,1 \times 10^4$. 90
5.23 Perfis de velocidade no bordo do receptáculo montante e jusante, nos planos definidos por $z/d = \pm 0,5$ para Re $= 1,0 \times 10^5$. 90
5.24 Perfis de intensidade turbulenta no bordo do receptáculo montante e jusante, nos planos definidos por $z/d = \pm 0,5$ para Re $= 1,0 \times 10^5$. 90
5.25 Perfis da componente v da velocidade média pontual em várias posições longitudinais do domínio para Re $= 3,1 \times 10^4$ (tomar Umax $= U_\infty$). 92
5.26 Perfis da intensidade de turbulência associada à componente v da velocidade em várias posições longitudinais do domínio para Re $= 3,1 \times 10^4$ (tomar $It_v = It_v$). 92
5.27 Perfis da componente v da velocidade média pontual em várias posições longitudinais do domínio para Re $= 7,0 \times 10^4$ (tomar Umax $= U_\infty$). 93

5.28 Perfis da intensidade de turbulência associada à componente v da velocidade em várias posições longitudinais do domínio para Re $= 3,1 \times 10^4$ (tomar $It_U = It_u$). 93
5.29 Perfis da componente v da velocidade média pontual em várias posições longitudinais do domínio para Re $= 1,0 \times 10^5$ (tomar Umax $= U_\infty$). 94
5.30 Perfis da intensidade de turbulência associada à componente v da velocidade em várias posições longitudinais do domínio para Re $= 1,0 \times 10^5$ (tomar $It_U = It_u$). 94
5.31 Comparação dos valores médios pontuais das componentes u e v da velocidade medidos sobre o eixo vertical da esfera. A componente horizontal u refere-se ao eixo horizontal inferior e a componente vertical v ao eixo horizontal superior (considerar Umax $= U_\infty$). 95
5.32 Determinação da zona de recirculação para os três números de Reynolds. A representação da esfera não está à escala na horizontal sendo somente para auxiliar a visualização da sua altura. 96
5.33 Mapeamento dos pontos medidos na zona de separação, para $y/h_1 = 0,5$ e considerando $\mathrm{Re}_h = 1,0 \times 10^5$. A velocidade é, em cada ponto, traduzida pela escala de cores. 96
5.34 Medições da componente u da velocidade na esteira da partícula ($z/d = 0$) para $\mathrm{Re}_h = 3,1 \times 10^4$. 98
5.35 Medições da intensidade da turbulência associada à componente u da velocidade na esteira da partícula ($z/d = 0$) para $\mathrm{Re}_h = 3,1 \times 10^4$. 98
5.36 Medições da componente u da velocidade na esteira da partícula ($z/d = 0$) para $\mathrm{Re}_h = 7,0 \times 10^4$. 99
5.37 Medições da intensidade da turbulência associada à componente u da velocidade na esteira da partícula ($z/d = 0$) para $\mathrm{Re}_h = 7,0 \times 10^4$. 99
5.38 Medições da componente u da velocidade na esteira da partícula (z/d =0) para $\mathrm{Re}_h = 1,0 \times 10^5$ 100
5.39 Medições da intensidade da turbulência associada à componente u da velocidade na esteira da partícula ($z/d = 0$) para $\mathrm{Re}_h = 1,0 \times 10^5$. 100
5.40 Histograma do parâmetro R obtido a 0,5 mm do topo da partícula-teste para $\mathrm{Re}_h = 3,1 \times 10^4$. Manteve-se a notação do Capítulo 2 indicando-se por r os valores possíveis de R. 103
5.41 Histograma do parâmetro R obtido a 0,5 mm do topo da partícula-teste para $\mathrm{Re}_h = 7,0 \times 10^4$. Manteve-se a notação do Capítulo 2 indicando-se por r os valores possíveis de R. 103
5.42 Histograma do parâmetro R obtido a 0,5 mm do topo da partícula-teste para $\mathrm{Re}_h = 1,0 \times 10^5$. Manteve-se a notação do Capítulo 2 indicando-se por r os valores possíveis de R. 103

5.43 Variação do desvio padrão do parâmetro R, σ, com o número de Reynolds da partícula, definido pelo valor médio da componente u da velocidade medido a $0,5\,\mathrm{mm}$ acima do topo da partícula-teste (considerar sigma $= \sigma$ e Rep $= \mathrm{Re}_p$). 104

5.44 Evolução do parâmetro z_+ e do valor crítico α com o número de Reynolds de partícula (alpha $= \alpha$). 107

5.45 Histograma do parâmetro Γ, para $\mathrm{Re}_h = 3,1 \times 10^4$ (gamma $= \Gamma$). 109

5.46 Histograma do parâmetro Γ, para $\mathrm{Re}_h = 7,0 \times 10^4$ (gamma $= \Gamma$). 109

5.47 Histograma do parâmetro Γ, para $\mathrm{Re}_h = 1,0 \times 10^5$ (gamma $= \Gamma$). 109

5.48 Evolução do parâmetro z_+ e α com o número de Reynolds de partícula (alpha $= \alpha$). 110

5.49 Aplicação do diagrama de Shields ao caso em estudo. O ponto assinalado com um rectângulo corresponde à condição de movimento da partícula-teste. 111

5.50 Aplicação das expressões desenvolvidas para $1,5 \times 10^3 < \mathrm{Re}_p < 1,2 \times 10^4$, ângulo de suporte $\theta = 35,26^{\mathrm{o}}$, coeficiente de sustentação nulo e comparação com os resultados experimentais. A curva correspondente à intensidade de turbulência medida no topo da partícula teste, $It = 18\%$, fica praticamente sobreposta à curva com $It = 0\%$. O ponto assinalado como P3 corresponde à condição de movimento da partícula-teste. (Valores das variáveis Sh e Re_* determinados através do Método de Clauser). 112

5.51 Aplicação das expressões desenvolvidas para $1,5 \times 10^3 < \mathrm{Re}_p < 1,2 \times 10^4$ e ângulo de suporte $\theta = 35,26^{\mathrm{o}}$ e comparação com os resultados experimentais, considerando as duas situaçãos: $C_L = 0$ e $C_L = 0,178$. (Valores das variáveis Sh e Re_* determinados através do Método de Clauser). 113

5.52 Aplicação das expressões desenvolvidas para $1,5 \times 10^3 < \mathrm{Re} < 1,2 \times 10^4$ e ângulo de suporte $\theta = 35,26^{\mathrm{o}}$ e comparação com os resultados experimentais, considerando as duas situaçãos: $C_L = 0$ e $C_L = 0,178$. (Valores das variáveis Sh e Re_* determinados através do Método do ajuste linear). . . . 113

5.53 Diagrama de Hjulstrom (Summer, 2005) e pontos experimentais obtidos. A preto $U = 18,4\,\mathrm{cm/s}$, a cinzento $U = 29,1\,\mathrm{cm/s}$ e a branco $U = 35,4\,\mathrm{m/s}$. 115

5.54 Evolução da energia cinética ao longo do eixo da partícula-teste na direcção longitudinal do escoamento, para três secções do mesmo, considerando $\mathrm{Re}_h = 3,1 \times 10^4$. A linha vertical indica o valor de d^+, ou seja, a coordenada de parede correspondente ao topo da partícula-teste. 118

5.55 Evolução da energia cinética ao longo do eixo da partícula-teste na direcção longitudinal do escoamento, para três secções do mesmo, considerando $\mathrm{Re}_h = 7,0 \times 10^4$. A linha vertical indica o valor de d^+, ou seja, a coordenada de parede correspondente ao topo da partícula-teste. 118

5.56 Evolução da energia cinética ao longo do eixo da partícula-teste na direcção longitudinal do escoamento, para três secções do mesmo, considerando $\mathrm{Re}_h = 1,0 \times 10^5$. A linha vertical indica o valor de d^+, ou seja, a coordenada de parede correspondente ao topo da partícula-teste. 119
5.57 Perfil vertical da diferença entre a energia cinética nos bordos do receptáculo a jusante e a montante para $\mathrm{Re}_h = 3,1 \times 10^4$. Medições realizadas ao longo do eixo Ox. A linha vertical que une o topo e o fundo do gráfico indica o valor de d^+. 119
5.58 Perfil vertical da diferença entre a energia cinética nos bordos do receptáculo a jusante e a montante para $\mathrm{Re}_h = 7,0 \times 10^4$. Medições realizadas ao longo do eixo Ox. A linha vertical que une o topo e o fundo do gráfico indica o valor de d^+. 120
5.59 Perfil vertical da diferença entre a energia cinética nos bordos do receptáculo a jusante e a montante para $\mathrm{Re}_h = 1,0 \times 10^5$. Medições realizadas ao longo do eixo Ox. A linha vertical que une o topo e o fundo do gráfico indica o valor de d^+. 120
5.60 Evolução da diferença de energia, ϵ, com Re_* entre $x/d = -1$ e $x/d = 1$. . . 121

A.1 Diagrama da secção da geometria 2D. 131
A.2 Diagrama da geometria 3D. 132

B.1 Modelo de fundo A. Esquema da placa utilizada para colocar as partículas sedimentares. 137
B.2 Modelo de fundo B. Esquema da placa utilizada. 137
B.3 Representação gráfica do critério de Yang (1996) e validação experimental. 138

C.1 $t = 0$. 141
C.2 $t = 0,08$ s. 143
C.3 $t = 0,16$ s. 145
C.4 $t = 0,24$ s. 147
C.5 $t = 0,32$ s. 149
C.6 $t = 0,40$ s. 151
C.7 $t = 0,48$ s. 153

Lista de Tabelas

3.1 Valores dos parâmetros do sistema de LDA utilizado. 53

5.1 Valores de caudal, altura, velocidade média e Re_h. 71
5.2 Comparação dos valores médios da velocidade pontual em $x/d = -4$ e $x/d = 6$ para $y = 0,5\,\mathrm{mm}$, considerando $\mathrm{Re}_h = 1,0 \times 10^5$ 77
5.3 Comparação dos valores médios da velocidade pontual em $x/d = -2$ em $y = 0,5\,\mathrm{mm}$, para $\mathrm{Re}_h = 1,0 \times 10^5$ em $t = 0\,\mathrm{s}$ e $t = 600\,\mathrm{s}$. 78
5.4 Valores obtidos através do Método de Clauser para os coeficientes e velocidade de atrito referentes aos três números de Reynolds ensaiados (sem partícula-teste). 81
5.5 Valores obtidos para os coeficientes e velocidade de atrito nos três regimes em $x/d = -4$ usando o método do ajuste linear ao perfil logarítmico. . . . 84
5.6 Valores obtidos através do Método de Clauser para os coeficientes e velocidade de atrito referentes aos três números de Reynolds ensaiados (com partícula-teste). 85
5.7 Valores para a velocidade média pontual, *rms* e desvio padrão do parâmetro R, σ, obtidos a 0,5 mm do topo da partícula-teste. 102
5.8 Valores críticos obtidos em função do número de Reynolds, probabilidade de a partícula-teste entrar em movimento calculada e resultados experimentais para o início do movimento. 106
5.9 Valores pertinentes da distribuição da função Γ em função do número de Reynolds do escoamento, (σ_Γ representa o desvio padrão da função Γ). . . 110
5.10 Valores obtidos para as variáveis intervenientes no diagrama Shields (usando o Método de Clauser com valores de u_* retirados da Tabela 5.4). 111
5.11 Valores obtidos para as variáveis intervenientes no diagrama de Shields utilizando o método do ajuste linear (valores de u_* retirados da Tabela 5.5). 114
5.12 Valores da velocidade média crítica segundo os critérios de Neil e Garde e comparação com o valor experimental. 116

Lista de Símbolos

Caracteres Latinos

A**:** Secção do escoamento

$\boldsymbol{A}$**:** Parâmetro adimensional

C_D**:** Coeficiente de arrastamento

C_f**:** Coeficiente de fricção

C_L**:** Coeficiente de sustentação

C_{L*}**:** Coeficiente de sustentação adimensionalizado pela velocidade de atrito

d**:** Diâmetro das partículas sedimentares

d_f**:** Distância entre as franjas

$d_{\%}$**:** Diâmetro característico de um leito composto por uma mistura de sedimentos

d_***:** Diâmetro adimensional

D**:** Espessura dos feixes laser no ponto focal

D**:** Força de Arrastamento

D_o**:** Espessura dos feixes laser à saída da sonda

D_t**:** Força de arrastamento turbulenta

$\vec{e_x}$**:** Versor segundo a direcção Ox

E_d**:** Energia dissipada pelo escoamento entre as secções (1) e (2)

E_1**:** Energia do escoamento numa secção a montante

E_2**:** Energia do escoamento numa secção jusante

f_D**:** Frequência Doppler

F_L**:** Valor instantâneo da força de sustentação

$\overline{F_L}$**:** Valor médio da força de sustentação

F'_L**:** Flutuação da força de sustentação

F_r**:** Força de Resistência

Fr: Número de Froude

$\mathbf{Fr}_t$**:** Número de Froude de turbulência

$\mathbf{Fr}_*$**:** Número de Froude de atrito

g**:** Aceleração da gravidade

h**:** Altura de água

h_1**:** Valor experimental da altura de uma esfera apoiada em quatro esferas iguais

h_{1t}**:** Altura teórica de uma esfera apoiada em quatro esferas iguais

h_{2t}**:** Altura teórica de uma esfera apoiada em três esferas iguais

h_∞**:** Altura de água para a qual $u(h_\infty = U_\infty)$

i**:** Inclinação do leito

i**:** Razão entre a flutuação da velocidade e a média da velocidade

I**:** Impulsão hidrostática

I_c^+**:** Valor crítico superior

I_c^-**:** Valor crítico inferior

It_u**:** Intensidade de turbulência associada à componente u

It_v**:** Intensidade de turbulência associada à componente v

It_w**:** Intensidade de turbulência associada à componente w

$\overline{k}$**:** Energia cinética média de turbulência

k_s**:** Dimensão característica das rugosidades de um leito

$\overline{k}^+$**:** Energia cinética média de turbulência adimensionalizada pelo quadrado da velocidade de atrito

ℓ**:** Comprimento de mistura

l**:** Distância entre duas secções para o cálculo da diferença de energia cinética

L**:** Força de Sustentação

L_t**:** Força de sustentação turbulenta

P**:** Perímetro Molhado

P**:** Probabilidade de ocorrência de erosão

$\tilde{P}$**:** Probabilidade de não-ocorrência de erosão

$\vec{P}$**:** Peso da partícula; Peso imerso

P_1**:** Ponto de *pivot* 1

P_2**:** Ponto de *pivot* 2

Q**:** Caudal

r**:** Valor possível da variável R

r'**:** Valor possível da variável R'

R**:** Valor adimensional da força de sustentação

R'**:** Valor adimensional das flutuações da força de sustentação

R_h**:** Raio Hidráulico

R_n**:** Reacção normal

R_***:** Parâmetro ASCE

$\mathbf{Re}_h$**:** Número de Reynolds do escoamento defindio em termos de R_h

$\mathbf{Re}_p$**:** Número de Reynolds de partícula

$\mathbf{Re}_*$**:** Número de Reynolds de atrito

rms**:** Root mean square: desvio padrão

s**:** Massa volúmica relativa

S**:** Secção do escoamento

Sh **Sh:** Variável de Shields

T**:** Intervalo de tempo considerado na análise probabilística

$\tilde{T}$: Período de revolução do vórtice

u: Valor instantâneo pontual da velocidade

$\overline{u_t}$: Valor médio da velocidade pontual no topo da partícula

u': Flutuação da componente u da velocidade

u_p: Velocidade da partícula

u_t: Velocidade instantânea pontual no topo da partícula

u'_t: Flutuação da velocidade pontual no topo da partícula

u_*: Velocida de atrito

U: Velocidade média do escoamento

U: Valor médio pontual da velocidade

U_c: Velocidade média crítica

U_∞: Velocidade do escoamento não perturbado

U_∞^+: Velocidade do escoamento não perturbado adimensionalizada pela velocidade de atrito

$\vec{v}$: Vector velocidade velocidade

v': Flutuação da componente v da velocidade

v_f: Velocidade terminal

W: logaritmo na base de 10 do número de Reynolds de partícula

$W_R^{(1)\to(2)}$: Trabalho das forças de resistência entre o (1) e (2)

X_c: Variável de Shields (abcissa)

x: Coordenada horizontal

x/d: Coordenada horizontal adimensionalizada pelo diâmetro da partícula

y: Coordenada vertical

y/d: Coordenada vertical adimensional

y^+: Coordenada de parede correspondente à cota

Y_c: Variável de Shields (ordenada)

z**:** Coordenada transversal

z/d**:** Coordenada transversal adimensional

Caracteres Gregos

α**:** Ângulo entre a aresta e a diagonal da base

α**:** Constante

α**:** Valor crítico da força de sustentação

β**:** Constante

γ**:** Peso volúmico do fluido

Γ**:** Função aleatória definida pela razão $u_t/\overline{u_t}$:

δ_x**:** Eixo maior do volume de controlo de medição do LDA

δ_y**:** Eixo menor do volume de controlo de medição do LDA

δ_{pos}**:** Incerteza associada à posição do volume de controlo do LDA

δ_{h1}**:** Incerteza associada ao topo da partícula teste na configuração 1

δ_{h2}**:** Incerteza associada ao topo da partícula teste na configuração 2

δ_τ**:** Incerteza associada à medição da tensão de corte

ε**:** Valor médio adimensional da energia cinética dissipada pela paretícula-teste

η_s**:** Coeficiente de atrito estático

κ**:** Constante de von Kármán

λ, λ_i**:** Comprimento de onda da radiação incidente

λ_j**:** Comprimento de onda da radiação reflectida

μ**:** Viscosidade dinâmica do fluido

ν**:** Viscosidade cinemática do fluido

ρ**:** Massa volúmica do fluido

ρ_s**:** Massa volúmica dos sedimentos

σ**:** Desvio padrão da distribuição de probabilidade da força de sustentação

τ**:** Tempo de passagem pelo volume de controlo

τ_w**:** Tensão de corte na parede

τ_c**:** Tensão de corte crítica

$\vec{\tau}$**:** Momento de uma força

θ**:** Ângulo entre o apótema e o eixo da pirâmide

Abreviaturas

ASCE: American Society of Civil Engineers;

LDA: *Laser Doppler Anemometry* (anemometria por efeito de Doppler);

PIV: *Particle Image Velocimetry* (velocimetria por imagem de partículas);

PTV: *Particle Tracking Velocimetry* (velocimetria por seguimento de partículas);

Agradecimentos

Para levar esta tese a bom Porto muitos foram os contributos, directos e indirectos, de diversas pessoas. Aqui deixo gravada a minha homenagem.

Em primeiro lugar aos meus pais e irmãos. Por acreditarem em mim e pela paciência com que me aturam desde sempre.

Aos meus tios, Lito e Dada, que me acolheram nesta jornada e me trataram como um filho. Aos meus primos pelo convívio e simpatia que nunca vou esquecer.

À Maria Vivas que me fez ser o que nunca fui.

Ao Prof. Rodrigo Maia por ter aceite orientar esta tese, pela paciência com que a acompanhou e pela partilha de conhecimentos úteis.

Ao Prof. Franz Durst do LSTM (Erlangen), por algumas das discussões científicas mais interessantes em que já participei e que em muito contribuíram para a parte teórica da tese.

À prof. Maria Fernanda Proença, directora do Laboratório de Hidráulica pelos recursos postos à disposição e apoio científico que permitiram realizar a parte experimental da tese.

Ao Instituto de Hidráulica e Recursos Hídricos, na pessoa do seu Presidente da Direcção, Prof. Veloso Gomes pela colaboração dos seus funcionários e pela disponibilização de meios técnicos e materiais.

À *manina* Esmeralda Miguel, por tudo o que faz por todos nós!

Aos meus queridos colegas de trabalho dos quais, sem ordem específica destaco:

- à menina Cristina Silva pelo companheirismo, apoio e incentivo. És uma colega fantástica e poder trabalhar contigo é um privilégio;
- ao Duende Azul, à Fada Borboleta e ao Moranguinho pelas tardes de sábado passadas entre o laboratório e o Parque da Cidade (eu sei, depois da tese vou terminar o livro infantil...);
- ao Joaquim pelo seu bom humor e bom senso revelado nas inúmeras conversas;
- à Raquel pela ajuda e correcções ao texto que em muito o melhoraram;
- à Sofia e à Helena, companheiras de gabinete pelos carinhos e afectos em horas de *stress* e pela compreensão e amizade que demonstraram ao aturar um tipo chato como o autor;

- ao Adélio pelo seu companheirismo e apoio nas questões do LDA;
- ao Nuno Dinis, pelo bom humor, tecnologia "alemããããã" e por, literalmente, conseguir "falar pelos cotovelos";
- ao ilustre Ricardo Faria pela perene boa disposição;
- à Mariana pelas brincadeiras e pelas partidas;
- ao Pedro Teiga pelo companheirismo e amizade.

À menina Juliana Loureiro, que trouxe do Brasil precioso auxílio (e paciência) nas demoradas campanhas de medição.

À senhora Fátima Monteiro, pela atenção e carinho que de forma desinteressada dedica, todos os dias, aos seus "meninos e meninas".

Ao sr. Iakob Filip, à data funcionário do Laboratório de Hidráulica, pelo apoio logístico "tá pronto" e auxílio na construção da instalação de apoio à medição.

A todos aqueles que, directa, ou indirectamente contribuíram para esta tese aqui se deixa o meu sincero Obrigado!

E por último, por ser única, um agradecimento muito especial. À Elsa. A minha Elsita. Pelo carinho demonstrado, pelas sessões de medição e aturadas discussões filosóficas. Pela paciência com os meus estados de espírito. Desde o Pierre e a Marie Curie que não via dois colegas darem-se tão bem.

FCT Fundação para a Ciência e a Tecnologia
MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E ENSINO SUPERIOR

Este trabalho foi financiado pela Fundação para a Ciência e a Tecnologia por meio de uma bolsa de Metrado, referência: SFRH/BM/10854/2002.

Capítulo 1

Enquadramento

1.1 Introdução

A presente tese de mestrado em Mecânica dos Fluidos foi realizada no Laboratório de Hidráulica da Faculdade de Engenharia do Porto e enquadra-se na temática dos problemas de erosão e sedimentação provocada por um escoamento, mais especificamente na temática do início do movimento das partículas. É um trabalho que, dadas as condicionantes inerentes, envolve diversas facetas da mecânica dos fluidos, desde a sua parte teórica à confirmação experimental, por técnicas de medição modernas.

É o primeiro passo de um projecto plurianual, que foi submetido e aceite pela Fundação para a Ciência e a Tecnologia, ref^{a}.: POCTI/ECM46693/2002. Este estudo foi igualmente financiado pela Fundação para a Ciência e a Tecnologia com uma bolsa de mestrado, ref^{a}.: SFRH/BM/10854/2002.

O problema do início do movimento de uma partícula, inicialmente fixa no leito e imersa num escoamento, ainda não está completamente compreendido. Existem várias teorias propostas, essencialmente derivadas de experiências, nenhuma delas explicando a verdadeira raiz do início do movimento. Duas grandes correntes existem, uma que se baseia na velocidade média crítica, em que o início do movimento é analisado em termos da velocidade média do escoamento e outra que fundamenta o início do movimento na tensão de arrastamento do escoamento junto ao fundo. Ambas têm os seus prós e contras que serão debatidos num capítulo posterior.

Procurar-se-á neste estudo, ir um pouco mais longe na descrição do início do movimento baseada nos dois princípios referidos, apresentando-se razões quer teóricas, quer experimentais, que indiciam a relação entre o início do movimento de uma partícula singular e as características turbulentas do escoamento que a envolve.

A parte experimental do trabalho foi realizada no canal metálico do Laboratório de Hidráulica, no qual se posicionou um modelo simplificado de um leito fluvial. Recorrendo à anemometria laser por efeito de Doppler (doravante designada por LDA) foi possível

caracterizar com grande detalhe e exactidão as componentes de velocidade (valores médios e flutuação) necessárias para o estudo pretendido.

A tese encontra-se assim organizada da seguinte forma:

1. Introdução e Enquadramento;
2. Introdução Teórica;
3. Metodologia Experimental;
4. Experiências de Visualização;
5. Experiências Quantitativas;
6. Conclusões e Trabalho Futuro.

O primeiro capítulo apresenta uma breve introdução sobre o tema em análise e as referências literárias utilizadas e consultadas. O capítulo da Introdução Teórica descreve as teorias existentes e aproximações realizadas assim como uma descrição e crítica dos diversos critérios empíricos utilizados. O canal, o modelo no fundo e a descrição completa da instalação experimental encontram-se no capítulo três. Os dados obtidos e o seu tratamento e análise surgem nos capítulos quatro e cinco. Neste último são descritas as particularidades das medições, as dificuldades surgidas e a forma como foram contornadas são descritas. A tese é finalizada com o capítulo seis, dedicado às conclusões e trabalho futuro.

1.2 Pesquisa Bibliográfica

Talvez seja impossível datar com rigor o início do estudo da sedimentação e transporte. Já nos apontamentos de Leonardo da Vinci é possível distinguir formas de erosão provocadas pela água. Do século XVI até aos nossos dias a Mecânica dos Fluidos, enquanto ramo da Física, sofreu uma notável evolução quer a nível teórico, quer a nível experimental.

Sendo um tema complexo, os trabalhos nesta área permaneceram especialmente experimentais, mesmo durante o século XX, embora com o aprofundar dos conhecimentos, nomeadamente desde a introdução da noção de camada limite por Prandtl, tenham também surgido numerosos estudos teóricos. Duas grandes correntes surgiram para explicar o início do movimento: a que o estudava em termos da tensão de arrastamento no fundo e a que analisava a questão em função da velocidade média do escoamento. Tanto uma como outra têm prós e contras que serão abordados no capítulo seguinte.

Em 1936, na Alemanha do III Reich, Shields (1936)[1] elabora a sua tese de doutoramento onde postula o seu critério para o ínicio do transporte de sedimentos, baseado no

[1] Após a conclusão do seu doutoramento, Shields regressou aos Estados Unidos, mas não encontrando emprego na área dedicou-se às celuloses e à indústria do papel.

Figura 1.1: Esboço de Leonardo da Vinci sobre a erosão num rio (in www.corbis.com).

parâmetro de Shields e no número de Reynolds de atrito, obtidos através da determinação da tensão de arrastamento no fundo. Actualmente este critério é ainda utilizado para determinar as condições de início do movimento. Na sua tese, Shields (1936) definiu o início do movimento quando uma significativa parte dos sedimentos iniciava o movimento, o que faz com que este critério tenha um carácter qualitatitivo e não puramente analítico. Uma cópia do trabalho de Shields foi levada para os Estados Unidos da América, por Rouse, engenheiro civil, que a deu a conhecer ao mundo (Rouse, 1939). Certos autores como Guo (1997) defendem que foi a cópia trazida por Rouse que impediu que o trabalho de Shields não fosse destruído pelos bombardeamentos aliados da II Guerra Mundial. O artigo de Buffington (1999) descreve e analisa em detalhe os estudos de Shields. Este critério foi mais tarde abordado por Guo (2002) que, recorrendo a métodos numéricos de ajuste, obteve uma expressão matemática que descreve a curva de Shields. É no entanto uma expressão que resulta de um ajuste aos dados experimentais e não uma expressão que surja apoiada em bases físicas.

Entre os trabalhos que defendem a velocidade média do escoamento como a variável determinante do início do movimento encontram-se os artigos de Hjulström (1935), o de Straub (1953), o de Rottner (1959), o de Bogardi (1966), o de Neil (1967) e Yang (1973). O artigo de Yang (1973) é apresentado como contraponto ao critério de Shields, neste o autor apresenta algumas críticas importantes ao critério de Shields.

Ao longo do século XX outros estudos vieram a público sobre o início do movimento incipiente baseando-se em diferentes critérios. Destacam-se entre eles os estudos de Einstein[2] que introduziu conceitos estatíticos para descrever o início do movimento das partículas. Em Einstein e Samni (1949) os autores apresentam um estudo sobre as forças que actuam em hemisférios colocados no fundo do leito, apresentando uma expressão para as forças

[2]Hans Albert Einstein, filho de Albert Einstein - o pai da Teoria da Relatividade

que actuam nos hemisférios em função do gradiente de pressão entre o topo e a base.

Uma das formas de a partícula se movimentar é pelo mecanismo da saltação. Owen (1969) apresenta um critério para a saltação de partículas no ar, este critério não é mais que um corolário do critério de Shields, com a condicionante de se desprezar a impulsão do ar. O artigo de Murphy e Hooshiari (1982) analisa o fenómeno da saltação provocada pela água. É um artigo interessante do ponto de vista analítico uma vez que faz uma exposição detalhada das forças que actuam nas partículas imersas. Descreve também com alguma relevância as forças que actuam sobre uma partícula em movimento num escoamento no qual existe um gradiente de velocidades.

Uma aproximação ao início do movimento pode ser feita considerando que os sedimentos são esferas colocadas sobre um leito. Existem alguns artigos clássicos para o estudo do escoamento uniforme em torno de uma esfera como os casos de Stokes (1851), Lamb (1932), entre outros. Uma súmula de resultados clássicos, entre os quais estes se encontram, é apresentada por Goldstein (1965)[3]. No entanto, na prática, o escoamento não é uniforme, uma vez que a condição de não deslizamento determinará, junto à parede, a existência de um gradiente de velocidade. O artigo de Saffman (1964) faz o estudo das forças de sustentação sobre uma esfera num escoamento de corte. Apesar de o estudo se referir a escoamento laminar, as suas conclusões são importantes, como ponto de partida, para o estudo da mesma situação em regime turbulento. O trabalho de Leighton e Acrivos (1985) apresenta uma expressão ligeiramente diferente da obtida por Saffman (1964). Tanto a expressão de Leighton e Acrivos (1985) como a de Saffman (1964) foram determinadas para baixos números de Reynolds e ambas são proporcionais ao gradiente de velocidade. Um estudo numérico do escoamento de corte em torno da esfera foi efectuado por Dandy e Dwyer (1990) e comprovou as expressões de Saffman (1964). Davies e Samad (1978) apresentaram valores do coeficiente de sustentação para pequenos valores do número de Reynolds de atrito ($\mathrm{Re}_* < 50$). Contudo, Einstein e Samni (1949) mostraram que no regime turbulento o coeficiente de sustentação é constante se a velocidade usada na adimensionalização for medida na posição $y = 0,35d$ onde y é a cota acima do leito e d é o diâmetro da partícula.

Fenton e Abbott (1977) realizaram um estudo do escoamento em torno de uma partícula singular rodeada por outras partículas para diferentes níveis de protusão. Os referidos autores mostram que a protusão (saliência da partícula singular em relação às demais) é um parâmetro importante no início do movimento das partículas sedimentares, indicando que o nível de protrusão influencia o parâmetro de Shields. Utilizando dados de Coleman (1967), Fenton e Abbott (1977) mostraram que era possível obter valores para o início do movimento abaixo dos correntemente aceites.

Foram também consultadas várias obras de referência no domínio da sedimentação e transporte. Uma das mais importantes na área em questão é o de autoria de Yalin (1977),

[3] A primeira edição remonta a 1938.

que apresenta os critérios e métodos de abordagem do início do movimento de partículas, e também de toda a problemática relacionada com a sedimentação e transporte. Também o livro de Raudkivi (1998) é bastante completo e é uma referência importante. Assinala-se também o tratado de Graf e Altinakar (2001) no qual se destaca o capítulo de iniciação do movimento das partículas. O trabalho de Cardoso (1998) é uma referência bibliográfica em língua portuguesa, que resume alguns critérios utilizados para descrever o início do movimento das partículas, assim como noções básicas de projecto.

Em Buffington e Montgomery (1997) encontra-se um sumário dos estudos e resultados relativos ao início do movimento de sedimentos realizados ao longo de oito décadas (década de 20 à de 90).

A zona de interesse do escoamento situa-se junto ao leito, e portanto o estudo da camada limite assume também especial relevância. O tratado clássico de Schlichting (1966) é uma referência incontornável. Por outro lado, os fenómenos da turbulência na camada limite são descritos com algum pormenor em vários artigos, como por exemplo o de Hunt e Morrison (2000) onde os autores abordam a estrutura dos vórtices na camada limite. A compilação de artigos editada por Walker (1991) que apresenta uma vasta gama de temas sobre a turbulência junto à parede, merece também ser realçada.

Os escoamentos turbulentos são os mais comuns na Natureza e o caso em estudo não foge à regra. Em estudos de turbulência de carácter geral citem-se as obras de Hinze (1975), o de Tennekes e Lumley (1972) e o de Pope (2000). Como tratado genérico sobre modelos de turbulência refira-se o de Rodi (2000). De realçar também o livro de Nezu e Nakagawa (1993) dedicado à temática da turbulência em escoamentos em canal aberto e que contém muita informação teórica e experimental de grande utilidade sobre o problema do início do movimento.

A nível experimental o trabalho aqui apresentado recorre à LDA para a medição das velocidades. Esta técnica encontra-se profusamente descrita em diversas obras, das quais se destacam aqui os trabalhos de Durst et al. (1981), e a nível de aplicação do LDA em trabalhos experimentias desenvolvidos no Laboratório de Hidráulica, o de Proença (1987), o de Maia (1992) e o de Costa (2003).

Capítulo 2

Fundamentos Teóricos

Para o estudo da dinâmica fluvial é necessário conhecer quais os mecanismos físicos presentes e em que escalas (espaciais e temporais) é que estes actuam. Em termos espaciais definem-se as seguintes escalas:

macro-escala: escala adequada à descrição dos processos que regem a evolução morfológica do rio;

meso-escala: incluem-se os fenómenos localizados do leito fluvial, tais como troços sujeitos a erosão ou deposição;

micro-escala: escala da profundidade do rio e das formas do leito;

escala granular: escala onde a interacção entre as partículas sedimentares e o escoamento é relevante, nomeadamente em termos de trocas de quantidade de movimento entre o fluido e as partículas por ele transportadas e os sedimentos do leito.

Um dos mecanismos físicos presentes num sistema fluvial é a erosão, ou seja, a remoção por parte do escoamento de partículas do leito. O presente trabalho incidirá sobre o estudo das condições que conduzem a que partículas situadas num leito entrem em movimento. Dado que se procuram determinar quais as variáveis que controlam a interacção entre o escoamento e o leito e que conduzem ao início do movimento, considerar-se-á a análise à escala granular onde mais facilmente se podem identificar e caracterizar as interacções entre o escoamento e o leito. A redução à escala granular torna-se possível do ponto de vista experimental recorrendo a técnicas de medição sofisticadas como por exemplo a anemometria laser por efeito Doppler, que permite realizar medições da velocidade instantânea com resolução espacial inferior ao diâmetro das partículas sedimentares, assunto que será discutido posteriormente. Outra forma complementar de realizar estudos à escala granular seria com recurso à modelação numérica utilizando modelos que conseguissem representar a interacção entre partículas do leito e o escoamento. Esta última abordagem não será aqui desenvolvida.

Os escoamentos fluviais são, regra geral, escoamentos bifásicos. Num rio a fase líquida é composta pela água que flui da nascente para a foz e a fase sólida, por vezes designada de carga sólida, é composta pelos sedimentos. Estes podem ser originados por:

a) erosão hídrica da bacia hidrográfica;

b) erosão/desagregação do leito e margens.

A capacidade de transporte sólido é definida como a quantidade de sedimentos que o curso de água pode transportar. Se a capacidade de transporte for maior que a carga sólida, verificar-se-á a erosão do leito; em caso de igualdade entre a capacidade de transporte e a carga sólida, o leito dir-se-á em equilíbrio, significando isso que a quantidade de sedimentos retirada por erosão é compensada por uma similar quantidade de sedimentos depositados.

O transporte sólido é realizado por três mecanismos:

1. arrastamento: em que a velocidade da partícula é muito inferior à velocidade do escoamento, i.e., $u_p << U$;

2. suspensão: em que a velocidade da partícula, u_p, é da mesma ordem da grandeza da velocidade do escoamento U, i.e., $u_p \approx U$;

3. saltação: este mecanismo ocorre em leitos de fundo móvel, sendo uma combinação de (1) e (2);

Procurar-se-á, como foi mencionado, descrever o início do movimento em função da interacção do escoamento com as partículas sedimentares do leito.

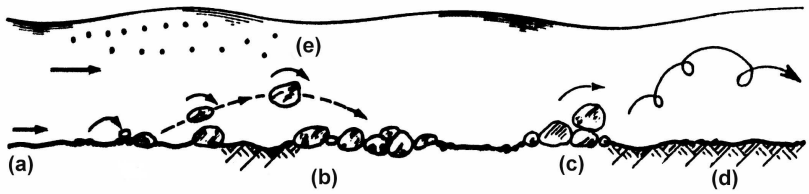

Figura 2.1: Movimento das partícula em fundo móvel. (a) direcção da tensão de arrastamento no leito; (b) diagrama da saltação; (c) rolamento de um grão exposto; (d) movimento de um grão numa zona turbulenta do escoamento; (e) partículas em suspensão. (Lencastre e Franco, 1984)

2.1 Início do Movimento de Partículas Sedimentares

Considere-se na situação mais geral, um domínio sedimentar definido por um diâmetro característico, $d_{\%}$ e uma função de forma $\psi(d_{\%})$, de material não-homogéneo, confinado num leito de um canal de geometria descrita por uma função $\phi(x, y, z)$ contínua e inclinação i. Sobre o referido leito processa-se um escoamento de um fluido caracterizado por uma massa volúmica, ρ, uma viscosidade μ, e um caudal, Q. A altura do escoamento, $h(x, y, z, t)$ é uma função contínua. Procuram-se as condições dinâmicas do escoamento que conduzem ao início do movimento desses sedimentos.

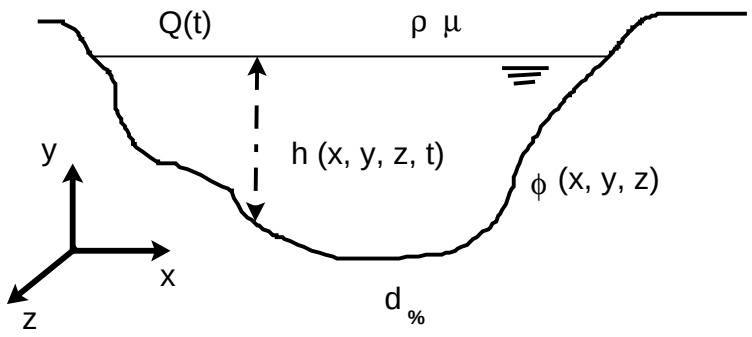

Figura 2.2: Representação genérica de uma secção de um canal de geometria arbitrária ϕ, composto por um domínio sedimentar, caracterizado por um diâmetro característico $d_{\%}$, por onde escoa um fluido definido pela viscosidade μ e massa volúmica ρ.

De forma a caracterizar o início do movimento dos sedimentos, Kramer (1935), referido por Sturm (2001), definiu os seguintes tipos:

1. Movimento fraco (*weak movement*): definido pelo movimento de poucos ou alguns sedimentos;

2. Movimento mediano (*medium movement*): descrito como o movimento de numerosos sedimentos de tal forma que não é possível contá-los, mas onde o transporte sólido (*sediment discharge*) é apreciável;

3. Movimento geral (*general movement*): caracterizado pelo movimento generalizado de sedimentos das diferentes dimensões, em todo o domínio, em qualquer instante de tempo.

2.2 Descrição dos Diferentes Critérios

O problema acima enunciado é praticamente impossível de resolver de forma analítica pelo que, para o fazer há que recorrer a algumas simplificações. Por experimentação é possível determinar critérios para casos tão gerais como os enunciados. Regra geral, a análise

do início do movimento é feita com recurso a diferentes critérios. Estes critérios podem ser agrupados consoante o princípio físico em que se baseiam. Os mais utilizados são os Critérios de Velocidade Média Crítica (doravante designados por CVC) e os Critérios de Tensão Crítica (posteriormente designados por CTC). Como o nome indica os CVC baseiam-se na determinação da velocidade média do escoamento enquanto que os CTC fundamentam-se na tensão de arrastamento no fundo. Para além destes critérios, há ainda que referir um terceiro tipo, baseado na análise da probabilidade de ocorrência do movimento dos sedimentos, os denominados Critérios Probabílisticos.

2.2.1 Critérios de Tensão Crítica

A tensão de arrastamento no leito pode ser utilizada para caracterizar a interacção entre o escoamento e o leito, indicando assim que esta grandeza seja responsável pelo início do movimento. Ao valor da tensão de arrastamento, ou de outra grandeza, para o qual se inicia o transporte de sedimentos, denominar-se-á de valor crítico.

Uma das desvantagens associadas à tensão crítica é o facto de ser de difícil medição, em particular em sistemas hidráulicos complexos, como é o caso de um rio. Para o cálculo da tensão de arrastamento no fundo, num escoamento uniforme em superfície livre, é comum utilizar-se a expressão:

$$\tau_w = \gamma R_h i, \tag{2.1}$$

onde τ representa a tensão de arrastamento, γ é o peso volúmico do fluido em questão, R_h o raio hidráulico do canal e i a sua inclinação. Para a definição de R_h utiliza-se a definição (Graf e Altinakar, 2001):

$$R_h = \frac{4A}{P} \tag{2.2}$$

onde A é a área ocupada pelo fluido e P o perímetro molhado.

A expressão (2.1) é significativamente diferente da expressão usual para a determinação da tensão de arrastamento:

$$\tau_w = \mu \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0}, \tag{2.3}$$

que envolve a determinação do gradiente de velocidade junto à parede.

Alguns dos critérios de tensão crítica utilizados são os seguintes:

1. o critério de Shields (1936);

2. o critério de Schoklitsch (1937);

3. o critério de Lane (1955);

4. o critério do *Highway Research Board* dos EUA (citado por Cardoso (1998));

O foco da análise centrar-se-á no critério de Shields (1936), embora em jeito de resumo se possam classificar os restantes critérios aqui apresentados como critérios da forma:

$$\tau_c = \alpha d_{\%}^n, \tag{2.4}$$

onde τ_c é a tensão de arrastamento crítica no fundo, α é uma constante, $d_{\%}$ é um diâmetro característico da amostra e n é um expoente que no caso do critério de Schoklitsch é $n = 3/2$ e nos restantes $n = 1$. Tipicamente utiliza-se para $d_{\%}$ os valores de 50% (Lane) ou 90% (Schoklitsch).

2.2.1.1 O Critério de Shields (1936)

O critério de Shields (1936) foi determinado a partir da análise dimensional, e a sua dedução pode ser encontrada em Yalin (1977). A expressão de Shields é, de acordo com a mesma fonte:

$$\frac{\tau_c}{(\rho_s - \rho)gd} = f\left(\frac{u_{*c}d}{\nu}\right), \tag{2.5}$$

onde $u_{*c} = \sqrt{\tau_c/\rho}$ sendo também frequente a representação na seguinte forma:

$$Y_c = f(X_c) \tag{2.6}$$

onde Y_c corresponde ao primeiro membro da equação (2.5) e X_c corresponde ao argumento da função f, por vezes também designado por número de Reynolds de atrito e que se escreve na forma:

$$\mathrm{Re}_{*c} = \frac{u_{*c}d}{\nu} \tag{2.7}$$

A variável Y_c é também designada por parâmetro de Shields. Em homenagem a Albert Shields, o primeiro membro será aqui designado por Sh.

$$Sh = \frac{\tau_c}{(\rho_s - \rho)gd} \tag{2.8}$$

A função f é usualmente representada na forma gráfica e apresenta-se na Figura 2.3, doravante designada de diagrama de Shields. Diversos autores como Yalin e Scheurlein

(1988) e Guo (1997) apresentaram expressões analíticas para a função f da equação (2.6), os primeiros para o caso de $X_c < 10$ e o segundo para todo o domínio. O gráfico de Shields pode ser dividido em três zonas, correspondentes aos diferentes regimes de escoamento:

$X_c \leq 2$: escoamento laminar;

$2 \leq X_c \lessapprox 70$: escoamento de transição;

$X_c \gtrapprox 70$: escoamento turbulento.

É importante salientar que os valores apresentados não são absolutos, mas antes indicativos da ordem de grandeza.

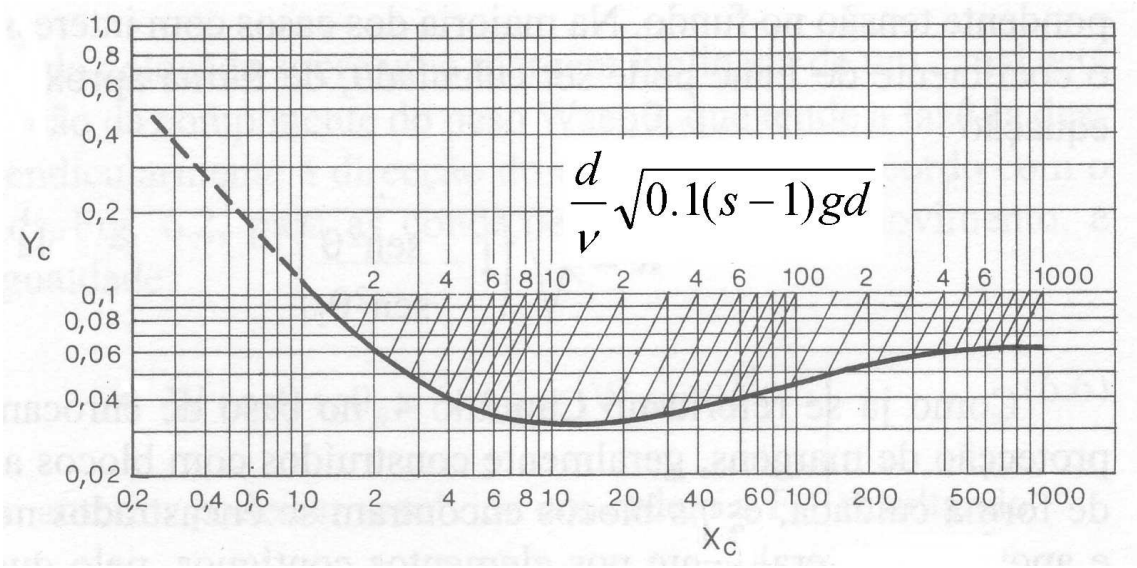

Figura 2.3: Diagrama de Shields, incluindo igualmente o parâmetro ASCE, $R_* = d/\nu\sqrt{0,1 * (s-1)gd}$, adaptado de Cardoso (1998).

Escrevendo a tensão de arrastamento crítica na forma:

$$\tau_c = \rho u_{*c}^2, \tag{2.9}$$

onde u_{*c} é a velocidade de atrito crítica, a equação (2.5) pode ser escrita na forma:

$$\frac{u_{*c}^2}{(s-1)gd} = f\left(\frac{u_* d}{\nu}\right), \tag{2.10}$$

onde $s = \rho_s/\rho$. Verifica-se assim que as variáveis X_c e Y_c são interdependentes, o que obriga a cálculos iterativos para determinação da tensão crítica (considerar D como d e γ_s/γ como s).

Por forma a evitar cálculos iterativos a American Society of Civil Engineers (ASCE) introduziu em 1975 o parâmetro R_* definido por:

$$R_* = \frac{d}{\nu}\sqrt{0.1(s-1)gd}, \tag{2.11}$$

que tem a forma de um número de Reynolds. No diagrama de Shields este parâmetro traduz-se por um conjunto de linhas oblíquas e paralelas (ver Figura 2.3). Determinado o parâmetro R_* a tensão crítica obtém-se interceptando a linha correspondente a esse valor com a curva de Shields (Cardoso, 1998). Outra forma de evitar os cálculos iterativos é utilizar o parâmetro d_* definido por:

$$d_* = \left(\frac{\mathrm{Re}_*^2}{\tau_c}\right)^{1/3} \tag{2.12}$$

onde τ_c representa a tensão crítica e Re_* é o número de Reynolds de atrito. O diagrama de Shields nesta forma é apresentado na Figura 2.4.

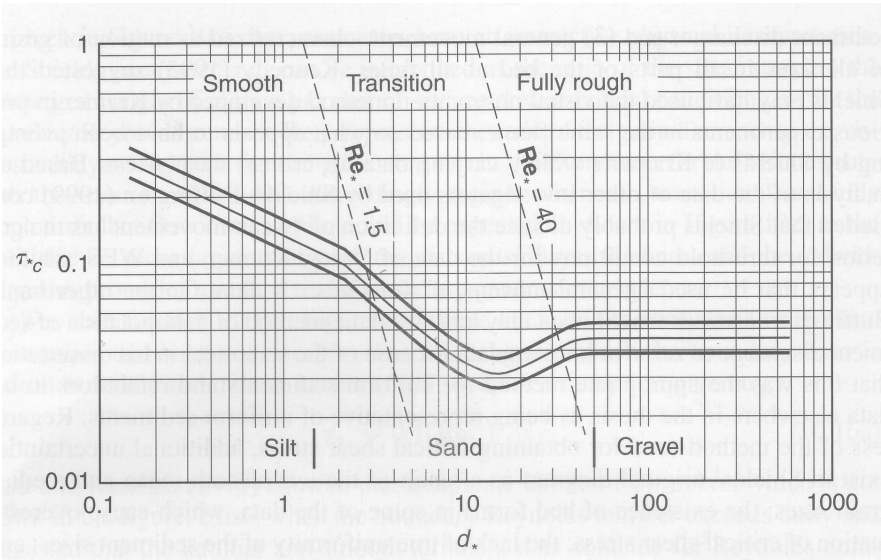

Figura 2.4: O diagrama de Shields utilizando como variáveis a tensão crítica τ_c e o parâmetro adimensional d_* (Sturm, 2001).

Apesar do critério de Shields ser uma forma de analisar o início do movimento há que salientar que este corresponde a uma banda de dados em torno de uma relação geral para o início do movimento (como indicado na Figura 2.4).

Uma das críticas que pode ser apontada ao diagrama de Shields, é o facto de ter associado um factor qualitativo, isto é, na sua dedução, Shields considerou o valor de tensão crítica correspondente ao início do movimento de uma determinada fracção dos sedimentos, pelo que se torna um critério que é variável em função da fracção de sedimentos escolhida. Através dos dados usados por Shields (1936), Buffington (1999) concluiu que Shields usou como condição de início de movimento a definição de movimento fraco e a de movimento geral para diferentes tipos de dados de outros autores. Por outro lado

esse mesmo autor (Buffington, 1999) infere que Shields (1936) utilizou o método de extrapolação da descarga de sedimentos para zero para determinar a tensão de arrastamento, para os seus próprios dados, por causa da afirmação, presente na tese de Shields, que este seria o método ideal para sedimentos uniformes.

As críticas ao critério de Shields que se apresentam foram enunciadas por Yang (1973) e são aqui referidas de forma sucinta (Yang, 1996):

1. a tensão de arrastamento no fundo é usada como parâmetro dado que se assume um perfil de velocidades universal, a partir do qual é possível estimar a tensão de corte. Contudo, teoricamente, a altura da água não aparece ligada ao cálculo da tensão de corte (sendo usada no cálculo da velocidade média). Na prática é corrente usar-se a expressão (2.1) que é função da altura da água, o que significa que, na prática, a tensão de corte depende da altura de água do escoamento;

2. pelo facto de se usar uma lei de velocidade universal de velocidade há que considerar que as tensões de corte são também função das quantidades turbulentas do escoamento;

3. a derivação de Shields utiliza o conceito de sub-camada viscosa, segundo o qual, para $\mathrm{Re}_* > 70$ (turbulento rugoso) deixaria de influenciar o perfil de velocidades e como tal a tensão crítica. No entanto, no diagrama de Shields é possível constatar que para esse valor, ainda existe variação do referido valor;

4. para baixos valores de Re_* (i.e. X_c), Shields aproximou por uma linha recta o comportamento de Y_c em função de X_c, isto significa que para pequenos valores do diâmetro da partícula, a força exercida sobre os sedimentos pelo escoamento é independente do seu diâmetro. No entanto, White (1940) mostrou que para pequenos valores do número de Reynolds de atrito a força exercida pelo escoamento era linearmente dependente do diâmetro das partículas;

5. Yang (1996) afirma que não é correcto usar tanto no eixo das ordenadas como das abcissas a mesma variável (como se mostrou, u_* aparece em ambos os eixos);

6. Shields desprezou a força de sustentação, que pode ser importante quando as tensões de corte são elevadas.

7. uma vez que a taxa de transporte de sedimentos não pode ser unicamente determinada pela tensão de arrastamento crítica, Yang (1996) questiona o facto de a tensão de arrastamento ser usada para determinar o início do movimento.

2.2.2 Critérios de Velocidade Média Crítica

É possível estudar o início do movimento em função da velocidade média do escoamento, U, a qual pode ser calculada por:

$$U = \frac{Q}{S} \tag{2.13}$$

onde Q é o caudal que se escoa na secção S. O valor da velocidade média para o qual se inicia o movimento dos sedimentos designa-se de velocidade média crítica.

De salientar que ao utilizar-se esta grandeza, está-se implicitamente a negligenciar as interacções que possam existir entre o escoamento e a parede. O presente critério tem no entanto a vantagem de ser mais fácil avaliar a velocidade média de um escoamento do que a tensão de arrastamento no fundo.

Existem vários critérios de velocidade média crítica entre os quais se incluem os seguintes:

1. o critério de Hjülstrom (1935);
2. o critério de Goncharov (1964);
3. o critério de Neil (1967);
4. o critério de Garde (1970);
5. o critério de Yang (1973);
6. o critério de Zanke (1977).

Dos critérios anteriores destacam-se aqui os critérios de Hjülstrom e o de Yang. O critério/diagrama de Hjulström (1935) representa a velocidade média crítica *vs* diâmetro dos sedimentos, foi determinado para areia ($\rho = 2,65\,\mathrm{kgm}^{-3}$) e é apresentado na Figura 2.5. As principais críticas feitas a este critério referem-se ao facto de ter sido inicialmente determinado apenas para a areia e de ser função da altura de água considerada.

2.2.2.1 O Critério de Yang (1973)

Este critério, tal como já referido, foi proposto pelo seu autor como contraponto ao critério de Shields. Baseando-se nas hipóteses seguintes:

1. existência de declives fluviais suaves, de tal forma que a componente do peso na direcção do escoamento é desprezável;
2. o coeficiente de arrastamento de uma partícula num escoamento de corte é directamente proporcional ao coeficiente de arrastamento dessa mesma partícula num escoamento uniforme (definido à custa da velocidade terminal);

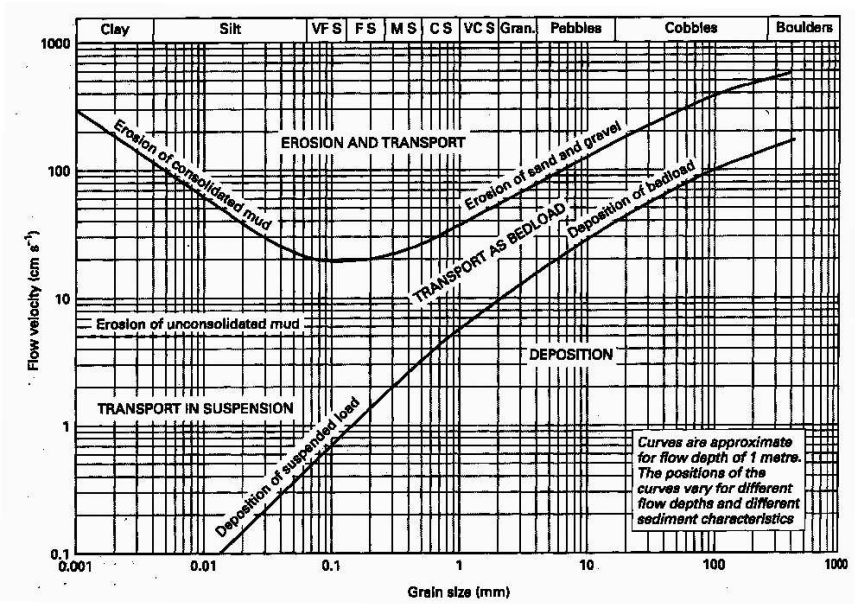

Figura 2.5: Diagrama de Hjülstrom, pertinente à determinação da velocidade média crítica (Summer, 2005).

3. o coeficiente de sustentação de uma partícula é directamente proporcional ao seu coeficiente de arrastamento;

4. o perfil de velocidades é logarítmico;

Yang (1973) obteve as seguintes expressões para a velocidade média crítica:

$$\frac{U_c}{v_f} = \frac{2,5}{\log\left(\frac{u_* d}{\nu}\right) - 0,06} + 0,66\,, \qquad \text{para } 1,2 < \frac{u_* d}{\nu} < 70; \tag{2.14}$$

e,

$$\frac{U_c}{v_f} = 2,05\,, \qquad \text{para } \frac{u_* d}{\nu} \geq 70; \tag{2.15}$$

onde U_c é a velocidade média crítica, v_f a velocidade terminal da partícula, d o diâmetro e u_* a velocidade de atrito. O conceito da velocidade terminal é ilustrado na Figura 2.6, onde as constantes numéricas foram obtidas por ajuste aos dados experimentais. Por definição, a velocidade terminal é a velocidade com que um corpo material se desloca num fluido em repouso quando a resultante das forças que actuam no corpo é nula.

A representação gráfica do critério de Yang é mostrada na Figura 2.7. Contudo a dedução do critério de Yang sugere também ela alguns comentários:

1. o perfil de velocidades ser considerado logarítmico: o perfil logarítmico é válido entre $30 \leq y^+ \leq 100$, sendo que junto à parede esta aproximação não se verifica;

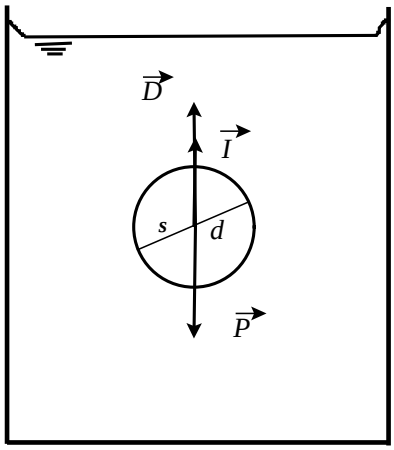

Figura 2.6: Esquema pertinente à determinação da velocidade terminal. Quando a força de arrasto, $\vec{D}$, iguala o peso imerso, $\vec{P} - \vec{I}$ (sendo $\vec{P}$ o peso e $\vec{I}$ a impulsão), a aceleração é zero e a partícula move-se com velocidade constante. Essa velocidade designa-se de velocidade terminal.

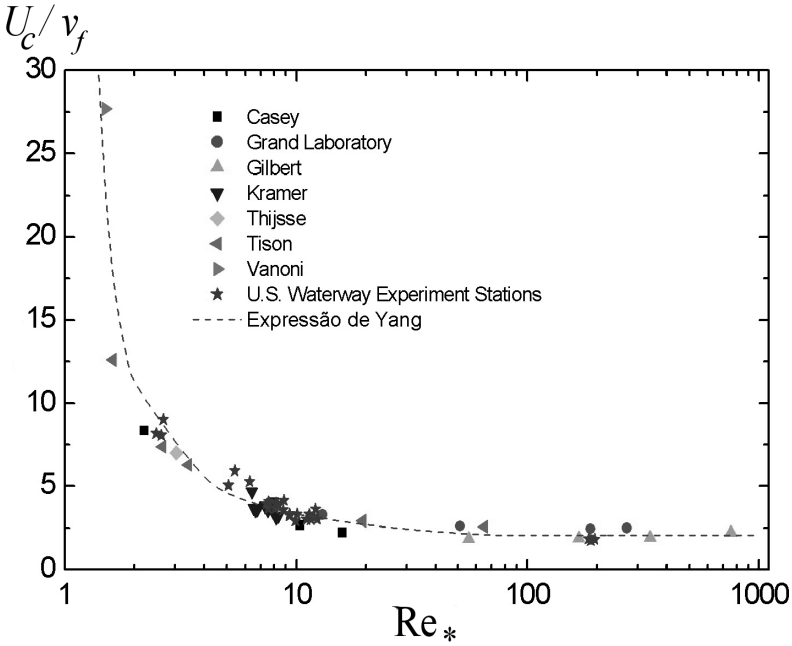

Figura 2.7: Representação gráfica do critério de Yang (1996) e validação experimental (Yang, 1996).

2. as constantes do modelo não traduzem parâmetros físicos, mas somente o ajuste de dados experimentais existentes;

3. a hipótese que o coeficiente de arrastamento de um corpo imerso num escoamento de corte é directamente proporcional ao coeficiente de arrastamento do mesmo corpo num escoamento não é fundamentada;

4. a proporcionalidade entre o coeficiente de sustentação e o coeficiente de arrastamento também não é fundamentada.

2.2.3 Critérios Probabilísticos

Outra forma de analisar o início do movimento das partículas que formam o leito de um canal é através dos chamados critérios probabilísticos. Num fenómeno complexo como a erosão do leito é impossível prever de forma determinística quando é que determinada partícula, P, é erodida. Faz então sentido falar em probabilidade de erosão de uma determinada partícula P. Uma das razões para a aleatoriedade do início do movimento pode ser atribuída ao carácter aleatório da turbulência, característica comum à maior parte dos escoamentos existentes na natureza.

As forças de sustentação turbulentas são devido à existência de flutuações nas componentes da velocidade: u' e v', num escoamento bidimensional. Considerando que num escoamento turbulento, os vórtices de macro-escalas (associados ao comprimento de mistura ℓ) que, de acordo com Yalin (1977)) diminuem de acordo com a expressão:

$$\ell = \kappa y \tag{2.16}$$

onde y é a distância à parede. Por outro lado o período de revolução desses vórtices deve diminuir, o que significa que no espectro turbulento desaparecerão as componentes relativas às baixas frequências. O período de revolução $\tilde{T}$ desses vórtices pode ser estimado por (Yalin, 1977):

$$\tilde{T} \approx \frac{\ell}{\sqrt{\overline{u'^2}}} \tag{2.17}$$

o que se traduz, para a cota correspondente ao diâmetro de uma partícula, $y = d$:

$$\tilde{T} \approx \frac{\kappa d}{\sqrt{\overline{u'^2}}} \tag{2.18}$$

Considere-se então um escoamento turbulento rugoso o qual gerará, sobre a partículas presentes no leito, forças de sustentação turbulentas. Aplicando a decomposição de

Reynolds às forças de sustentação[1] tem-se para cada partícula:

$$F_L = \overline{F_L} + F'_L \tag{2.19}$$

ou seja, o valor instantâneo da força de sustentação é igual ao seu valor médio, $\overline{F_L}$ somado à flutuação F'_L. De acordo com Yalin (1977) sendo as flutuações da velocidade as causadoras das forças de sustentação que actuam na partícula, é de esperar que o período, T_L, associado a essas forças de sustentação seja o mesmo das flutuações da velocidade correspondentes à cota $y = d$ (topo da partícula).

O valor instantâneo da força de sustentação é uma variável aleatória que pode ser escrita em termos adimensionais na forma (Yalin, 1977):

$$R = \frac{F_L}{\overline{F_L}} = 1 + \frac{F'_L}{\overline{F_L}} \tag{2.20}$$

De acordo com Einstein e Samni (1949) a distribuição da densidade de probabilidade da grandeza aleatória e adimensional R é uma distribuição gaussiana dada por:

$$f(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp^{-(r-1)^2/\sigma^2} \tag{2.21}$$

onde r é um valor possível da razão R, e σ é o desvio padrão. Esta função tem valor médio de 1. Para um leito de hemisférios uniformes organizados segundo um padrão hexagonal Einstein e Samni (1949) mostraram que:

$$\sigma = 0.364 \tag{2.22}$$

Considere-se a seguinte mudança de variável de forma a tornar a equação 2.21 centrada em zero:

$$r' = r - 1 \tag{2.23}$$

Sendo r os valores possíveis de R, conforme definido atrás, pode constatar-se que r' serão os valores possíveis da flutuação uma vez que da equação (2.20):

$$\underbrace{\frac{F'_L}{\overline{F_L}}}_{R'} = \underbrace{\frac{F_L}{\overline{F_L}}}_{R} - 1 \tag{2.24}$$

sendo r' os valores possíveis para R'. A equação (2.21) pode então ser reescrita na forma:

[1]Posteriormente, na sub-secção 2.4.2 apresentar-se-á outra abordagem para a força de sustentação.

$$f'(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp^{-(r')^2/\sigma^2} \tag{2.25}$$

E segundo Yalin (1977) é possível substituir a expresão (2.21) por (2.25).

Seja α o valor crítico da equação (2.20) que provoca o início do movimento da partícula. Possuindo a força de sustentação um carácter aleatório faz sentido questionar qual a probabilidade P tal que $R > \alpha$. Esta pode ser escrita na forma:

$$P = \int_{\alpha}^{\infty} f(r)dr \tag{2.26}$$

em termos de R' tem-se, de acordo com Yalin (1977) a seguinte expressão:

$$P = \int_{\alpha'}^{\infty} f(r)dr \tag{2.27}$$

onde $\alpha' = \alpha - 1$.

Da mesma forma a probabilidade de $R < \alpha$ é dada por:

$$\tilde{P} = 1 - P \tag{2.28}$$

ou seja,

$$\tilde{P} = \int_{-\infty}^{\alpha'} f(r)dr \tag{2.29}$$

Pela a equação (2.27) é possível calcular a probabilidade da partícula ser erodida e a equação (2.29) determina a probabilidade de a partícula não ser erodida.

Yalin (1977) assinala como importantes os dois pontos seguintes:

1. a probabilidade de ocorrência do evento $R > \alpha$ num instante t, dada pela equação (2.27) não deve ser confundida com a probabilidade de ocorrência da erosão num intervalo de tempo T. Para um processo turbulento estacionário a primeira é independente do instante de tempo t, enquanto que a última depende do intervalo de tempo T. De facto, aumenta à medida que T aumenta, uma vez que está sujeita a mais flutuações. Assim a expressão (2.27) é dada independentemente da duração.

2. o intervalo de tempo T não pode aparecer na forma dimensional na expressão da probabilidade (adimensional). Para que tal aconteça deverá ser adimensionalizado por uma escala de tempo. De acordo com o mesmo autor (Yalin, 1977) o tempo a utilizar na adimensionalização deverá ser o período de revolução dos vórtices, anteriormente definido por $\tilde{T}$, ou seja:

$$N = \frac{T}{\tilde{T}} \tag{2.30}$$

A equação (2.30) expressa o número de flutuações a que uma partícula fica sujeita. Em linguagem probabilística pode dizer-se que cada flutuação corresponde a uma tentativa de erosão, tentativa essa que pode ter dois resultados: ou a partícula é erodida, ou não.

2.3 Análise Comparativa dos Critérios de Shields e de Yang

Para além das críticas e comentários relativos aos critérios supramencionados foram analisadas algumas relações entre ambos.

O primeiro membro da expressão de Shields (2.8) é:

$$Sh = \frac{u_*^2}{(s-1)gd}$$

ou seja, tem a forma de um número de Froude, no qual se utiliza a velocidade de atrito. No diagrama de Shields este parâmetro é expresso em função de um número de Reynolds, ou seja, mais concretamente o número de Reynolds definido pelo diâmetro da partícula e pela velocidade de atrito. Pelo que o diagrama de Shields se pode representar na forma:

$$\mathrm{Fr}_* = f(\mathrm{Re}_*) \tag{2.31}$$

Considere-se agora o critério de Yang o qual é dado, para $1,2 < \mathrm{Re}_* < 70$, pela equação (2.14):

$$\frac{U_c}{v_f} = \frac{2,5}{\log\left(\frac{u_* d}{\nu}\right) - 0,06} + 0,66$$

E considere-se a velocidade terminal da partícula, na sua expressão geral, dada por Yang (1996):

$$v_f = \sqrt{\frac{4}{3}\frac{(s-1)gd}{C_D}} \tag{2.32}$$

onde C_D é o coeficiente de arrastamento. A substituindo na equação (2.3) resulta em:

$$\frac{U_c}{\sqrt{(s-1)gd}} = \sqrt{\frac{4}{3C_D}}\left(\frac{2,5}{\log\left(\frac{u_* d}{\nu}\right) - 0,06} + 0,66\right) \tag{2.33}$$

ou seja:

$$\frac{U_c^2}{(s-1)gd} = \frac{4}{3C_D}\left(\frac{2.5}{\log\left(\frac{u_* d}{\nu}\right) - 0,06} + 0,66\right)^2 \tag{2.34}$$

e portanto:

$$\mathrm{Fr}_c = f(\mathrm{Re}_*, C_D) \tag{2.35}$$

sendo agora o número de Froude determinado em termos de velocidade crítica. O coeficiente de arrastamento, C_D, é também função do número de Reynolds. E mais uma vez surge uma relação em que o número de Froude aparece como função de um número de Reynolds. Portanto, é possível concluir que o critério de Yang (1996) que foi apresentado como contraponto ao critério de Shields tem uma formulação semelhante, isto é, escreve o número de Froude em função do número de Reynolds.

2.4 Formulação do Problema do Início do Movimento

As definições para os tipos de movimento apresentadas na secção 2.1 fundamentam-se em critérios pouco objectivos, baseados na fracção de sedimentos movimentados e que são postos em evidência pelo uso de termos como "poucos", "alguns", "numerosos", etc. Estas definições serão aqui postas de parte. Para tal considerar-se-á que o movimento se inicia quando, uma partícula de um leito em repouso se desloca da sua posição inicial.

No presente caso pretende-se analisar como se comporta uma partícula singular colocada num leito de partículas idênticas sujeita a acção de um escoamento e determinar quais as condições que levam ao início do movimento. A redução do problema do início do movimento de sedimentos ao caso do início do movimento de uma partícula singular, permite uma melhor identificação das variáveis físicas que controlam o referido fenómeno.

Na secção 2.1 e seguintes apresentaram-se as formas de abordar o início do movimento de sedimentos baseado em critérios empíricos, nomeadamente baseados na tensão de corte crítica, τ_c, e na velocidade média crítica, U_c. Estes critérios são na sua forma aplicáveis às situações genéricas descritas no início do capítulo, i.e., formas arbitrárias do canal onde se processa o escoamento, misturas heterogéneas de sedimentos, etc. No entanto, é possível considerar um caso mais simples de forma a estudar em detalhe a interacção entre o escoamento e a partícula, focando-se assim a análise na escala do sedimento, para assim obter a informação sobre o real mecanismo que provoca o início do movimento.

Considere-se então uma partícula esférica singular posicionada sobre um leito de partículas idênticas a si conforme se ilustra na Figura 2.8, de diâmetro uniforme, d. Sobre este leito processa-se um escoamento de um caudal Q de um fluido real, definido pela sua

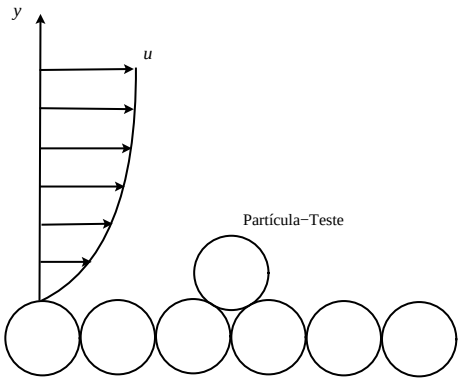

Figura 2.8: Vista de perfil da geometria utilizada na abordagem do problema do início do transporte.

massa volúmica, ρ, viscosidade, μ. Sobre o leito estabelece-se um perfil de velocidades $u(y)$ que interagirá com a partícula. Coloca-se agora a questão de saber quais as condições cinemáticas que levam a partícula a movimentar-se.

A simplificação proposta permite analisar com detalhe as interacções a que partícula sedimentar está sujeita e, eventualmente, aplicá-la a casos mais gerais.

Neste estudo considerou-se que seria pertinente analisar a situação de um escoamento sobre um fundo liso, ao invés de um fundo rugoso como ilustrado na Figura 2.8, pelo que a geometria foi alterada para obedecer a este desiderato. O esquema da Figura 2.9 representa esta abordagem. Considera-se uma partícula esférica singular, designada de partícula-teste, apoiada em partículas idênticas.

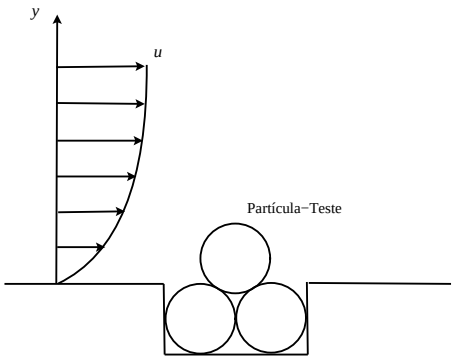

Figura 2.9: Vista de perfil da geometria utilizada na análise experimental.

2.4.1 Configurações Possíveis

Da situação anteriormente descrita resultam duas configurações possíveis para o suporte da partícula-teste conforme indicado na Figura 2.10

Ou seja, a partícula-teste pode ficar apoiada em três, ou quatro pontos. Neste estudo

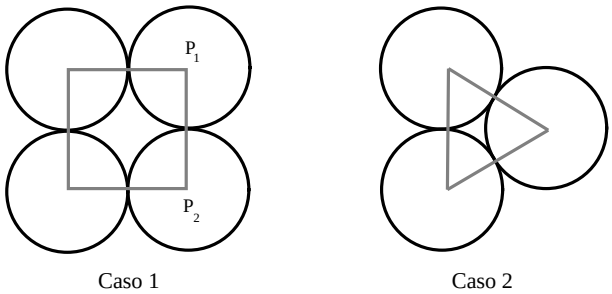

Figura 2.10: Configurações possíveis para o suporte (vista de topo).

considerou-se apenas a partícula apoiada em quatro pontos (Caso 1). Para efeitos de comparação apresentam-se também os resultados relativos às propriedades geométricas da partícula-teste apoiada em 3 pontos de apoio (Caso 2).

2.4.1.1 Caso 1 - 4 Pontos de Apoio

Considerando o caso 1 é possível ver que os centros geométricos das esferas de apoio formam um quadrado. Deste modo a partícula-teste ficará suportada por 4 pontos de apoio, o que resultará num apoio mais estável. Os centros de cada esfera formam uma pirâmide de base quadrada a qual é representada na Figura 2.11.

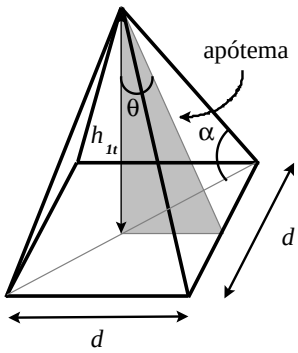

Figura 2.11: Pirâmide formada pelos centros geométricos das esferas no Caso 1.

A altura da partícula-teste, h_{1t} em relação ao topo das esferas de suporte é, para este caso de leito compacto e partículas idênticas, dada por:

$$h_{1t} = \frac{d}{\sqrt{2}} \tag{2.36}$$

Por considerações geométricas é possível determinar os ângulos α (ângulo entre a aresta e a diagonal da base) e θ (o ângulo entre o apótema e o eixo da pirâmide):

$$\alpha = 45^{\circ} \tag{2.37}$$

$$\theta = \text{atan}\frac{\sqrt{2}}{2} = 35,26^{\text{o}} \tag{2.38}$$

2.4.1.2 Caso 2 - 3 Pontos de Apoio

No Caso 2 os centros das esferas de suporte formam um triângulo equilátero, o qual possui três eixos de simetria e que fornecerá três pontos de apoio à partícula-teste. Os centros das esferas desta configuração formam uma pirâmide de base triangular em que a altura da partícula-teste, em relação ao plano formado pelosn pontos do topo das esferas de suporte é:

$$h_{2t} = \sqrt{\frac{2}{3}}d \tag{2.39}$$

E verifica-se facilmente que:

$$h_{1t} < h_{2t} \tag{2.40}$$

Por outro lado, os ângulos α e θ são:

$$\alpha = 60^{\text{o}}, \qquad \theta = \text{acos}\frac{2\sqrt{2}}{3} = 19,47^{\text{o}} \tag{2.41}$$

2.4.2 Análise das Forças Actuantes Sobre a Partícula Teste

De agora em diante será apenas considerada a geometria referente ao Caso 1. Ao estar imersa num escoamento a partícula-teste irá ser solicitada por diversas forças nomeadamente:

1. o peso da partícula, P:

$$P = \alpha\rho_s g d^3 \tag{2.42}$$

   onde α é uma constante, no caso de uma partícula esférica $\alpha = \pi/6$ e ρ_s a massa volúmica da partícula;

2. a impulsão do fluido, I:

$$I = \beta\rho g d^3 \tag{2.43}$$

   onde β é uma constante, no caso de uma partícula esférica $\beta = \pi/6$ e ρ a massa volúmica do fluido;

3. a força de sustentação, L:

   Uma partícula imersa num escoamento no qual existem tensões de corte estará submetida a uma força de sustentação. Este caso foi analisado por diversos autores como Saffman (1964) e diversas expressões existem. Verifica-se ainda que a força

de sustentação só é significativa junto ao leito. Uma expressão comummente aceite para a força de sustentação é:

$$L = \frac{1}{2}\rho C_L U_\infty S \tag{2.44}$$

onde C_L é o coeficiente de sustentação, ρ a massa volúmica do fluido, U_∞ a velocidade do escoamento não perturbado e S a secção da partícula;

4. a força de arrastamento, D:

$$D = \frac{1}{2}C_D \rho U_\infty^2 S \tag{2.45}$$

onde C_D é o coeficiente de arrasto.

5. a força de resistência exercida pelo suporte na partícula, F_r;

6. a força de reacção normal, R_n, entre o leito e a partícula-teste.

As forças apresentadas estão representadas na Figura 2.12.

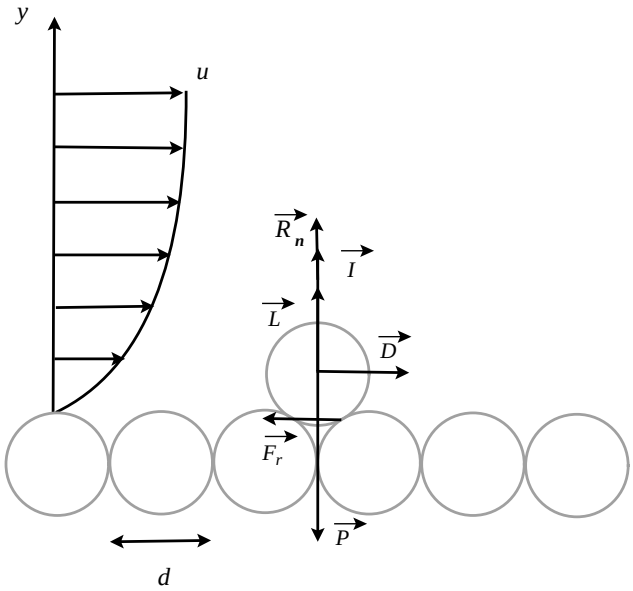

Figura 2.12: Forças que actuam sobre uma partícula: $\vec{I}$ representa a força de impulsão, $\vec{L}$ a força de sustentação, $\vec{D}$ a força de arrastamento, $\vec{P}$ o peso, $\vec{R_n}$ a reacção normal e a força de resistência é representada por $\vec{F_r}$.

A partícula-teste iniciará o movimento quando se verificarem as condições seguintes:

$$\sum_i \vec{F_i} = 0, \tag{2.46}$$

$$\sum_i \vec{M_i} = 0. \tag{2.47}$$

Por definição de momento de uma força, $\vec{F}$, em relação a um ponto P, tem-se:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} \tag{2.48}$$

onde $\vec{r}$ representa o braço da força, ou seja, a distância do ponto de aplicação da força ao ponto P.

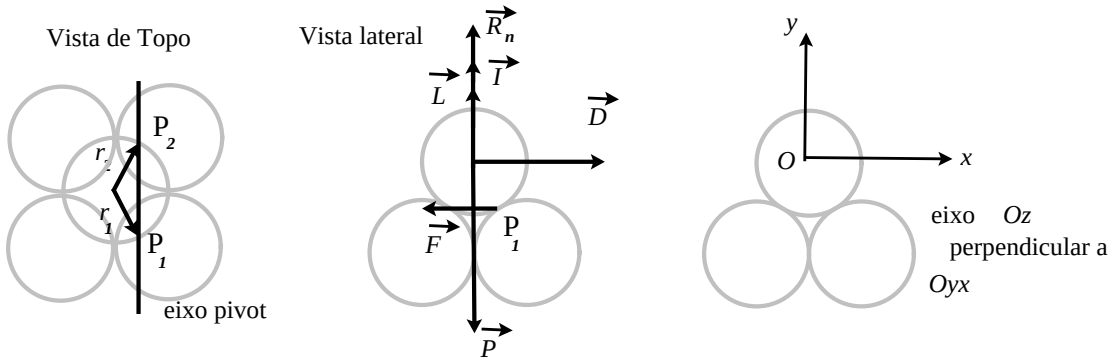

Figura 2.13: Referencial e esquema utilizado para o cálculo dos momentos das forças.

Considerando que a origem das coordenadas se situa no centro da partícula-teste, conforme indicado na Figura 2.13, os pontos de apoio P_1 e P_2 têm como coordenadas:

$$P_1 \rightsquigarrow (x_1,\, y_1,\, z_1) \tag{2.49}$$

$$P_2 \rightsquigarrow (x_2,\, y_2,\, z_2) \tag{2.50}$$

Geometricamente tem-se:

$$x_1 = x_2, \qquad y_1 = y_2, \qquad z_1 = -z_2 \tag{2.51}$$

e a relação (2.50) pode ser reescrita como:

$$P_2 \rightsquigarrow (x_1,\, y_1,\, -z_1) \tag{2.52}$$

E portanto os vectores posição que ligam os pontos de apoio ao centro da partícula--teste são dados, respectivamente, por:

$$\vec{r_1} = (x_1,\, y_1,\, z_1) \tag{2.53}$$

$$\vec{r_2} = (x_1,\, y_1,\, -z_1) \tag{2.54}$$

Note-se que y_1 e y_2 são negativos.

A força de arrastamento na forma vectorial pode ser escrita como:

$$\vec{D} = (D,\, 0,\, 0) \tag{2.55}$$

sendo o peso dado:

$$\vec{P} = (0,\, -P,\, 0) \tag{2.56}$$

Considere-se agora a força de sustentação cuja expressão vectorial é:

$$\vec{L} = (0,\, L,\, 0) \tag{2.57}$$

O momento resultante é então dado por:

$$\vec{M} = (-2y_1 D + 2x_1(L - P))\vec{e_z} \tag{2.58}$$

Igualando o mesmo a zero resulta:

$$-y_1 D + x_1(L - P) = 0 \tag{2.59}$$

e substituindo a expressão da força de arrastamento pela equação (2.45):

$$D = \frac{1}{2}\rho U_\infty^2 C_D S$$

e a força de sustentação dada pela equação (2.44):

$$L = \frac{1}{2}\rho U_\infty^2 C_L S$$

Resulta assim para a equação (2.59), após a substituição das restantes expressões:

$$\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 S C_D + \underbrace{\frac{-y_1}{z_1}}_{\tan\theta}\left(\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 C_L S - \frac{\pi}{6}d^3(\rho_s - \rho)g\right) = 0 \tag{2.60}$$

Saliente-se que, como $z_1 < 0$ (eq. 2.51) tem-se $-y_1/z_1 > 0$ e que este quociente corresponde à tangente do ângulo formado entre o apótema e o eixo da pirâmide, θ (Figura 2.11).

A secção da partícula-teste é dada por:

$$S = \frac{\pi d^2}{4} \tag{2.61}$$

Resulta assim para a equação (2.60):

$$\frac{U_\infty^2}{(s-1)gd} = \frac{4}{3C_D}\left(\frac{\tan\theta}{1+\dfrac{C_L}{C_D}\tan\theta}\right) \tag{2.62}$$

ou seja,

$$\mathrm{Fr} = f(C_D,\, C_L,\, \tan\theta) \tag{2.63}$$

onde C_D e C_L são tipicamente funções do número de Reynolds.

Da condição de equilíbrio das forças, deduzida a partir da Figura 2.13, resulta para cada direcção, y e x:

$$y: \qquad R_n = P - I - L \Leftrightarrow R_n = \left(\frac{\pi}{6}(\rho_s - \rho)gd^3 - \frac{1}{2}\rho U_\infty^2 S C_L\right) \tag{2.64}$$

$$x: \qquad D = F_r \Leftrightarrow \frac{1}{2}\rho U_\infty^2 C_D S = \eta_s R_n \tag{2.65}$$

onde esta última expressão exprime as forças de resistência como sendo proporcionais à reacção normal, sendo que η_s é o coeficiente de atrito estático. Facilmente se obtém:

$$\frac{U_\infty^2}{(s-1)gd} = \frac{4}{3C_D}\left(\frac{\eta_s}{1+\dfrac{C_D}{C_L}\eta_s}\right) \tag{2.66}$$

Verifica-se que as expressões (2.62) e (2.66) são formalmente equivalentes, residindo a única diferença nos termos $\tan\theta$ e η_s, pelo que, por associação de ideias o termo $\tan\theta$ pode ser considerado como um "coeficiente de atrito". O menor dos dois valores decidirá qual a condição de equilíbrio mais propícia ao início do movimento. Em face dos dados disponíveis considerou-se que seria a condição do momento a utilizar uma vez que, para o caso em apreço se verifica $\tan\theta < \eta_s$.

2.4.2.1 O Efeito da Turbulência

Num escoamento turbulento as grandezas cinemáticas podem ser decompostas num valor médio e numa flutuação. A título de exemplo tem-se, para a componente u da velocidade:

$$u = \overline{u} + u' \tag{2.67}$$

onde $\overline{u}$ representa o valor médio pontual da velocidade e u' designa a flutuação pontual da velocidade. Admite-se que o valor médio da flutuação é nulo.

Às flutuações de velocidade estarão associadas forças de arrastamento e de sustentação. Estas forças terão um cariz aleatório na intensidade e na direcção mas considerar-se-á que podem ser escritas como:

$$D_t = \frac{1}{2}\rho\overline{u'^2}C_D S \tag{2.68}$$

$$L_t = \frac{1}{2}\rho\overline{u'^2}C_L S \tag{2.69}$$

onde D_t e L_t representam as forças turbulentas de arrastamento e de sustentação, respectivamente. $\overline{u'^2}$ representa o valor quadrático da flutuação.

Retomando a análise dos momentos, introduzindo agora estas duas novas contribuições resulta:

$$\frac{1}{2}\rho\left(U_\infty^2 + \overline{u'^2}\right)C_D S + \tan\theta\left(\frac{1}{2}\rho\left(U_\infty^2 + \overline{u'^2}\right)C_L S - \frac{\pi}{6}d^3(\rho_s - \rho)g\right) = 0 \tag{2.70}$$

Trabalhando algebricamente a expressão anterior resulta

$$C_D(U_\infty^2 + \overline{u'^2})S + \tan\theta C_L(U_\infty^2 + \overline{u'^2})S = \tan\theta\frac{\pi}{3}(s-1)gd^3 \tag{2.71}$$

Pode ainda mostrar-se que:

$$C_D + \tan\theta C_L = \frac{4}{3}(s-1)\underbrace{\frac{gd}{U_\infty^2 + \overline{u'^2}}}_{\mathrm{Fr}_t^{-1}}\tan\theta \tag{2.72}$$

onde:

$$\mathrm{Fr}_t = \frac{U_\infty^2 + \overline{u'^2}}{gd} \tag{2.73}$$

tem a forma de um número de Froude, onde se salienta a contribuição da flutuação de velocidade.

Dado que:

$$\overline{u'^2} \geq 0 \tag{2.74}$$

tem-se, em termos de ordem de grandeza que:

$$\mathrm{Fr}_t \geq \mathrm{Fr} \tag{2.75}$$

Dado que:

$$C_D = f\left(\mathrm{Re}_p,\, \frac{\partial u}{\partial y}\right) \tag{2.76}$$

e

$$C_L = g\left(\mathrm{Re}_p,\, \frac{\partial u}{\partial y}\right) \tag{2.77}$$

poderá ainda escrever-se:

$$f\left(\mathrm{Re}_p,\, \frac{\partial u}{\partial y}\right) + g\left(\mathrm{Re}_p,\, \frac{\partial u}{\partial y}\right)\tan\theta = \frac{4}{3}(s-1)\frac{gd}{U_\infty^2 + \overline{u'^2}}\tan\theta \tag{2.78}$$

O conhecimento das funções f e g é assim fundamental para a determinação da condição início do movimento. Multiplicando ambos os membros da expressão (2.78) por u_*^2, é trivial verificar que:

$$Sh = \frac{4}{3}\tan\theta\left(\frac{1}{U_\infty^{+2} + \overline{u'^{+2}}}\right)\left(\frac{1}{f\left(\mathrm{Re}_p,\, \frac{\partial u}{\partial y}\right) + g\left(\mathrm{Re}_p,\, \frac{\partial u}{\partial y}\right)\tan\theta}\right) \tag{2.79}$$

onde

$$Sh = \frac{u_*^2}{(s-1)gd}, \qquad U_\infty^{+2} = \frac{U_\infty^2}{u_*^2} \qquad \text{e} \qquad \overline{u'^{+2}} = \frac{\overline{u'^2}}{u_*^2}$$

Assim, a equação (2.79) pode escrever-se ainda na forma:

$$Sh = \frac{4}{3}\tan\theta \frac{1}{U_\infty^{+2}} \left(\frac{1}{1 + \frac{\overline{u'^2}}{U_\infty^2}} \right) \left(\frac{1}{f\left(\mathrm{Re}_p, \frac{\partial u}{\partial y}\right) + g\left(\mathrm{Re}_p, \frac{\partial u}{\partial y}\right)\tan\theta} \right) \tag{2.80}$$

onde o termo $\overline{u'^2}/U_\infty^2$ é o quadrado de intensidade de turbulência associada à componente u e doravante designado por It_u. Para pequenos valores da intensidade de turbulência e utilizando o seguinte desenvolvimento de Taylor:

$$\frac{1}{1+x^2} \approx 1 - x^2 \tag{2.81}$$

a equação (2.80) pode ser reescrita:

$$Sh = \frac{4}{3}\tan\theta \frac{1}{U_\infty^{+2}} \left(1 - It_u^2\right) \left(\frac{1}{f\left(\mathrm{Re}_p, \frac{\partial u}{\partial y}\right) + g\left(\mathrm{Re}_p, \frac{\partial u}{\partial y}\right)\tan\theta} \right) \tag{2.82}$$

onde $It_u^2 = \overline{u'^2}/U_\infty^2$.

Dado que $1 - It_u^2 < 1$ a existência de turbulência vai contribuir para a diminuição do valor crítico. A aplicação da expressão (2.82) está limitada pelo conhecimento das funções f e g que são, regra geral, desconhecidas para toda a gama dos números de Reynolds de atrito consideradas. Existem contudo casos para os quais as funções f e g, representativas do coeficiente de arrastamento e de sustentação respectivamente, são conhecidas e que serão debatidas seguidamente.

No caso de um escoamento com um perfil de velocidade uniforme verifica-se que o coeficiente de sustentação é nulo, e portanto, $g = 0$. Por outro lado, se o perfil de velocidades é uniforme então $\partial u/\partial y = 0$ e portanto:

$$C_D = g(\mathrm{Re}) \tag{2.83}$$

o qual é representado em função do número de Reynolds na Figura 2.14

O gráfico da Figura 2.14 pode ainda ser decomposto em troços a que se adequam diferentes relações de ajuste (Cliff et al., 1978):

$$C_D = \frac{24}{\mathrm{Re}_p}\left(1 + 0,1315\mathrm{Re}^{(0,82-0,05\log\mathrm{Re}_p)}\right), \qquad \text{para } 0,01 \leq \mathrm{Re}_p \leq 20 \tag{2.84}$$

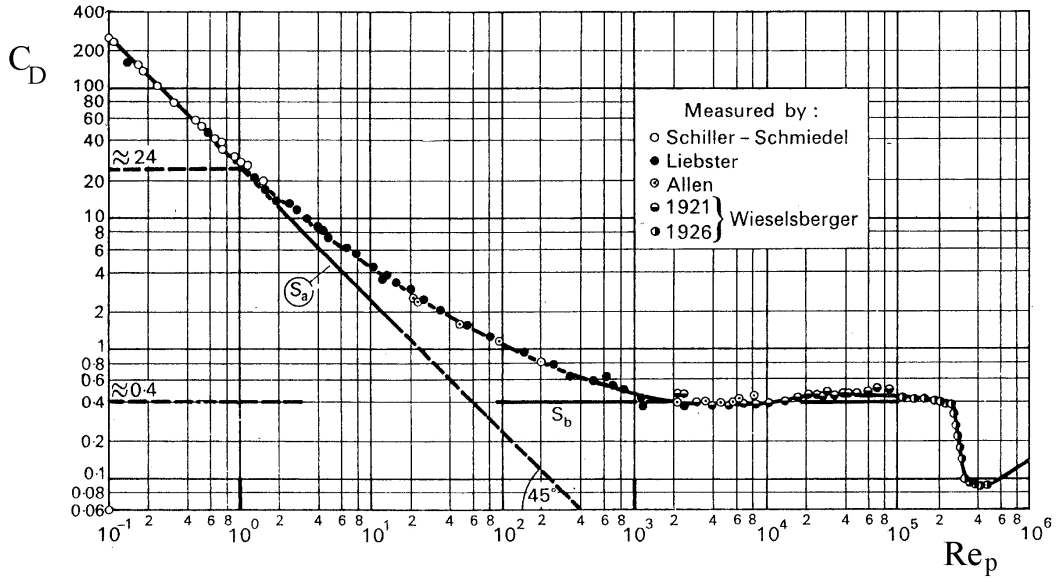

Figura 2.14: Representação do coeficiente de arrastamento em função do número de Reynolds (Yalin, 1977).

$$C_D = \frac{24}{\mathrm{Re}_p}\left(1 + 0,1935\mathrm{Re}_p^{0,6305}\right), \qquad \text{para } 20 \leq \mathrm{Re} \leq 260 \qquad) \tag{2.85}$$

$$\log C_D = 1,6435 - 1,1242W + 0,1558W^2 \qquad \text{para } 260 \leq \mathrm{Re}_p \leq 1,5 \times 10^3 \tag{2.86}$$

$$\begin{aligned} \log C_D &= -2.4571 + 2.5556W \\ &\quad - 0.9295W^2 + 0,1049W^3 \qquad \text{para } 1,5 \times 10^3 \leq \mathrm{Re}_p \leq 1,2 \times 10^4 \end{aligned} \tag{2.87}$$

$$\log C_D = -1,9181 + 0,6370W - 0,0636W^2 \qquad \text{para } 1,2 \times 10^4 \leq \mathrm{Re}_p \leq 4,4 \times 10^4 \tag{2.88}$$

onde $W = \log \mathrm{Re}_p$. E assim em função do número de Reynolds de partícula é possível determinar a função f.

Por outro lado, considerando que o número de Reynolds é elevado ($\mathrm{Re}_p > 1000$ de acordo com Yalin (1977)) então:

$$C_D = f\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right) \tag{2.89}$$

$$C_L = g\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right) \tag{2.90}$$

Yalin (1977) considera, ao invés do gradiente de velocidade, a distância ao leito adimensionalizada pelo diâmetro da partícula, y/d, como argumento das funções f e g:

$$C_D = f\left(\frac{y}{d}\right) \tag{2.91}$$

$$C_L = g\left(\frac{y}{d}\right) \tag{2.92}$$

o que acaba por ter um comportamento similar ao das expressões (2.89) e (2.90) dado que ao variar-se a distância ao leito, se varia também a posição relativa da esfera em relação à zona do perfil de velocidades. Utilizando resultados propostos por Dementiev (ilustrados na Figura 2.15) para cilindros em leitos planos, Yalin (1977) conclui que, para estas condições, o coeficiente de sustentação é aproximadamente zero (i.e. $C_L = g = 0$) e que o coeficiente de arrastamento pode ser dado, com boa aproximação, pelo gráfico da Figura 2.14, se:

$$y > 1,2d \tag{2.93}$$

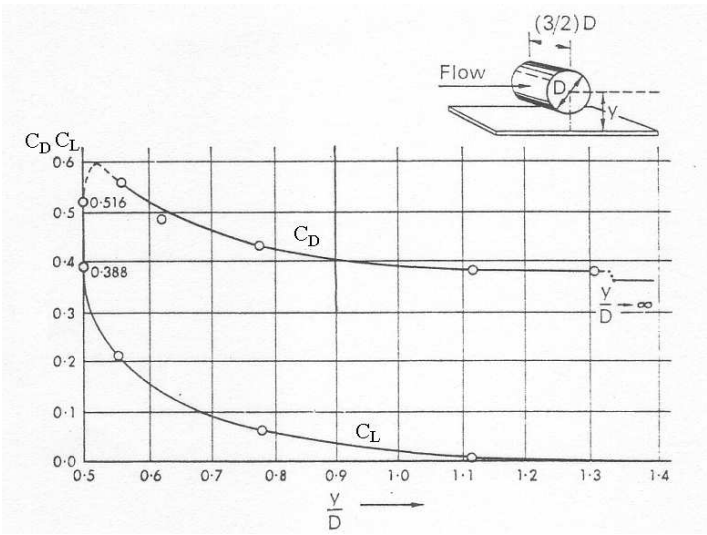

Figura 2.15: Valores do coeficiente de arrastamento e de sustentação obtidos por Dementiev.

De acordo com a expressão anteriormente derivada (eq. 2.36) verifica-se que o topo da partícula-teste se situa em $h_{1t} \approx 0,707d$ e portanto ainda fora da condição (2.93) e portanto o coeficiente de arrastamento deverá ser calculado tendo em conta o gradiente de velocidades.

De acordo com Yalin (1977), tem-se para o caso dos coeficientes de arrastamento e de sustentação que estes são funções de várias variáveis:

$$C_D = f\left(\frac{k_s}{d}, \frac{(u-U)d}{\nu}, \frac{y}{d}, \frac{U}{u}\right) \tag{2.94}$$

$$C_L = g\left(\frac{k_s}{d}, \frac{(u-U)d}{\nu}, \frac{y}{d}, \frac{U}{u}\right) \tag{2.95}$$

onde k_s é a dimensão característica das rugosidades do leito, d é o diâmetro da partícula, u é a velocidade média pontual, U a velocidade média do escoamento e ν é a viscosidade dinâmica.

Portanto uma avaliação correcta dos coeficientes de sustentação e de arrastamento deverá ser feita tendo em conta as variáveis enunciadas nas expressões (2.94) e (2.95).

2.4.2.2 Determinação do Coeficiente de Sustentação

Em 1949 Einstein e Samni publicaram um trabalho sobre o estudo de forças hidrodinâmicas numa superfície rugosa. Utilizando hemisférios dispostos num padrão hexagonal, tal como mostrado na Figura 2.16, e tendo aqueles cerca de 7 cm de diâmetro os referidos autores mostraram que o coeficiente de sustentação era constante:

$$C_{Lk} = 0,178 \tag{2.96}$$

se a velocidade utilizada na adimensionalização do coeficiente de sustentação fosse medida a $y/d = 0,35$.

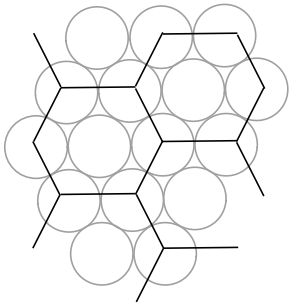

Figura 2.16: Padrão de hemisférios hexagonal conforme utilizado por Einstein e Samni (1949) (vista de planta).

Davies e Samad (1978) fizeram um estudo do coeficiente de sustentação de esferas colocadas junto ao fundo de um canal, em função do tipo de fluido e em função do valor da velocidade de atrito. Os coeficientes de sustentação apresentados foram adimensionalizados pelos referidos autores com a velocidade de atrito:

$$C_{L*} = \frac{2L}{\rho u_*^* S} \tag{2.97}$$

onde L é a força de sustentação, ρ a massa volúmica, S a secção da esfera e u_* a velocidade de atrito. A relação entre C_L e C_{L*} é:

$$\frac{C_L}{C_{L*}} = \frac{u_*^2}{U_\infty^2} \tag{2.98}$$

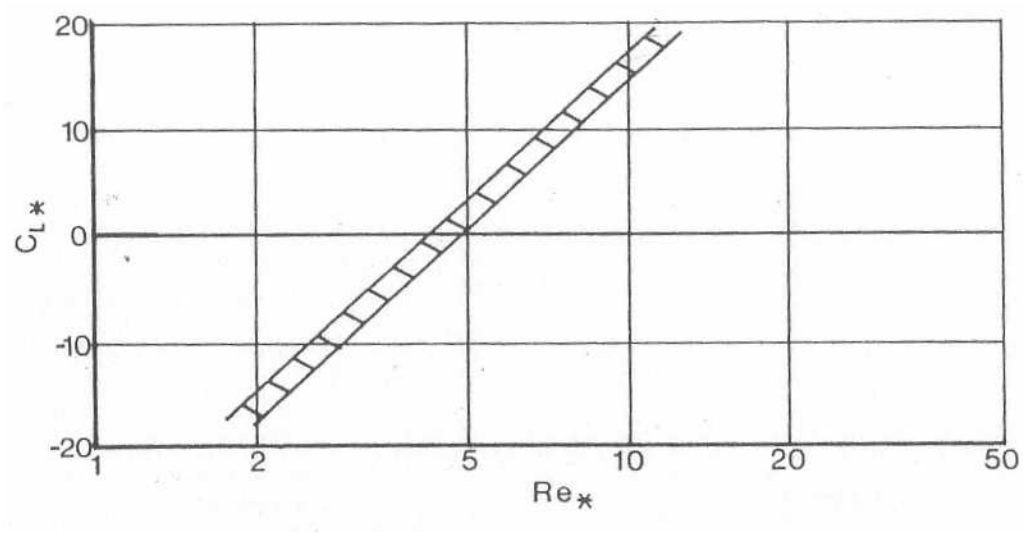

Figura 2.17: Tendência da evolução do coeficiente de sustentação C_{L*} com o número de Reynolds de atrito de acordo com Davies e Samad (1978).

A evolução de C_{L*} em função de Re_* é representada na Figura 2.17 e como se pode constatar, para valores de pequenos de Re_* (< 15), o coeficiente de sustentação é função linear do número de Reynolds de atrito.

2.4.3 Alguns Casos Particulares

2.4.3.1 Força de Sustentação Nula e Turbulência Desprezável

Da equação (2.72) resulta

$$C_D = \tan\theta \frac{4}{3}(s-1)\frac{gd}{U_\infty^2} \tag{2.99}$$

onde θ é o ângulo entre o apótema e o eixo da pirâmide formado pelo arranjo de partículas referentes ao Caso 1 (Figura 2.11). Donde se conclui que:

$$C_D = f(\mathrm{Fr}^{-1}) \tag{2.100}$$

ou seja, o coeficiente de arrastamento é função do número de Froude.

Considere-se o regime de Stokes, válido para Re < 1 para o qual se tem (Lamb, 1932):

$$C_D = \frac{24}{\mathrm{Re}} \tag{2.101}$$

E obtém-se a seguinte expressão para a velocidade crítica no regime de Stokes:

$$U_\infty = (s-1)\frac{gd^2}{18\nu}\tan\theta \tag{2.102}$$

Esta equação é similar à expressão para a velocidade terminal, no mesmo regime:

$$v_f = (s-1)\frac{gd^2}{18\nu} \tag{2.103}$$

Considerando a razão entre as equações (2.102) e (2.103) obtém-se:

$$\frac{U_\infty}{v_f} = \tan\theta \tag{2.104}$$

ou seja, no regime de Stokes, a razão entre a velocidade crítica e velocidade terminal deverá ser constante dependendo somente dos parâmetros geométricos da partícula e do leito.

2.4.3.2 Força de Sustentação Nula e Efeitos da Turbulência

Para este caso tem-se de acordo com a equação (2.82):

$$\frac{u_*^2}{(s-1)gd} = \frac{4}{3}\tan\theta\frac{1}{U_\infty^{+2}}\left(1 - It_u^2\right)\left(\frac{1}{C_D}\right) \tag{2.105}$$

e aplicando o logaritmo a ambos os membros resulta:

$$\log Sh = \log\frac{4}{3} + \log\tan\theta - 2\log U_\infty^+ - \log C_D + \log\left(1 - It_u^2\right) \tag{2.106}$$

Saliente-se que o número de Reynolds de partícula (Re_p), assim como as expressões para a força de arrastamento e de sustentação foram escritas em termos de U_∞^2, ou seja, em termos da velocidade do escoamento dito *potencial*. É possível determinar uma relação entre a velocidade de atrito e a velocidade do escoamento potencial, considerando que o coeficiente de atrito sobre uma placa plana é dado por (Schlichting, 1966):

$$C_f = \frac{0,0744}{\mathrm{Re}_x^{0.2}} \tag{2.107}$$

e que:

$$C_f = 2\left(\frac{u_*}{U_\infty}\right)^2 \tag{2.108}$$

resulta:

$$\frac{u_*}{U_\infty} = \sqrt{\frac{0,0744}{2\mathrm{Re}_x^{0.2}}} \tag{2.109}$$

onde Re_x é o número de Reynolds da posição. Tem-se assim para a gama de valores $10^5 < \mathrm{Re}_x < 10^6$

$$\frac{u_*}{U_\infty} \approx \frac{1}{20} \Leftrightarrow U_\infty^+ \approx 20 \tag{2.110}$$

e portanto:

$$\mathrm{Re}_p \approx 20\mathrm{Re}_* \tag{2.111}$$

Pode assim comparar-se a expressão (2.105) com o diagrama de Shields clássico representando-se na Figura 2.18 a influência da intensidade de turbulência no parâmetro Sh para um ângulo de suporte θ fixo e na Figura 2.19 a influência do ângulo de suporte para um valor nulo de intensidade de turbulência ($It_u = 0$).

Estes gráficos são comparados com o diagrama de Shields clássico, onde os valores do parâmetro de Shields resultantes do modelo desenvolvido se situam, sem excepção, abaixo dos valores do diagrama de Shields clássico, resultado este de acordo com os apresentados por Fenton e Abbott (1977).

2.4.3.3 Análise Considerando a Força de Sustentação e o Regime de Stokes Re < 1

Considere-se o regime de Stokes (escoamento viscoso) e que o gradiente de velocidade é suave e obedece às condições de Saffman (1964) de tal forma que o coeficiente de arrastamento é dado pela expressão (2.101):

$$C_D = \frac{24}{\mathrm{Re}_p}$$

e o coeficiente de sustentação pode ser dado por (Saffman, 1964):

$$C_L = \phi\frac{u_*}{U_\infty} \tag{2.112}$$

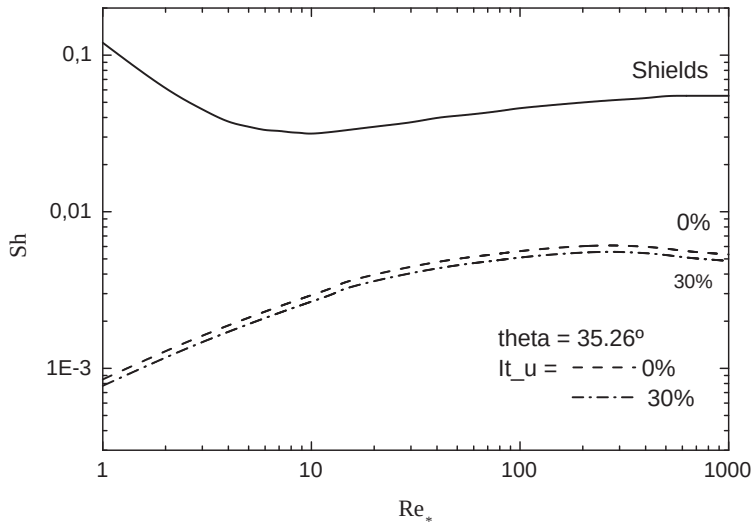

Figura 2.18: Influência da intensidade de turbulência ($It_u = 0$ e $It_u = 30\%$) no parâmetro de Shields para uma partícula nas condições de análise, considerando-se theta=$\theta = 35,26^o$ e que $C_D = f(1,5 \times 10^3 \leq \mathrm{Re}_p \leq 1,2 \times 10^4)$. Comparação com o diagrama de Shields clássico.

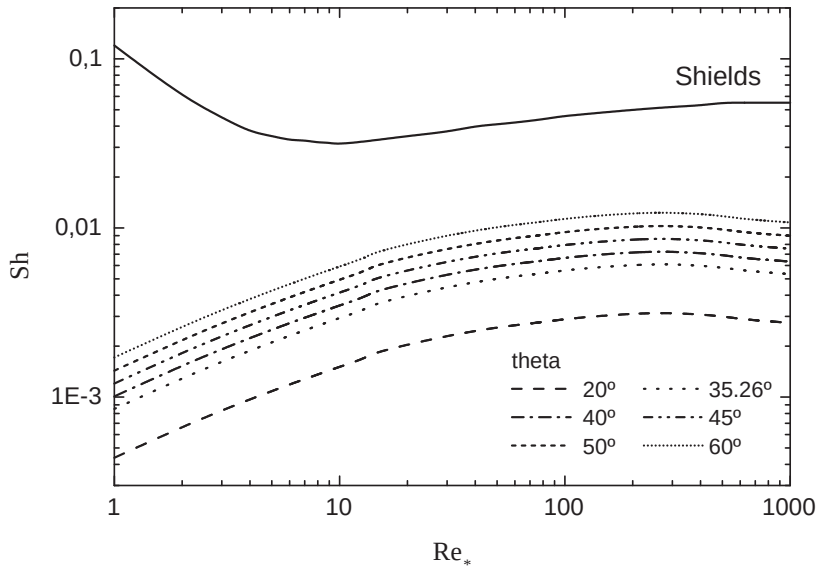

Figura 2.19: Influência do ângulo θ no parâmetro de Shields considerando $It_u = 0\%$ e $C_D = f(1,5 \times 10^3 \leq \mathrm{Re}_p \leq 1,2 \times 10^4)$. Comparação com o diagrama de Shields clássico.

onde ϕ é uma constante. Existirá assim uma força de sustentação a actuar sobre a partícula-teste. Resulta assim para a equação (2.62):

$$\frac{U_\infty^2}{(s-1)gd} = \frac{1}{18}\mathrm{Re}_p \left(\frac{1}{1+\frac{1}{24}\phi \tan\theta \mathrm{Re}_*} \right) \tan\theta \tag{2.113}$$

E explicitando a dependência do número de Froude dos números de Reynolds de partícula e de atrito verifica-se que:

$$\mathrm{Fr} = f(\mathrm{Re}_p,\, \mathrm{Re}_*) \tag{2.114}$$

Pode ainda dizer-se que tanto o primeiro membro como o segundo membro dependem implicitamente da variável U_∞, pelo que a equação (2.113) deverá ter que ser resolvida por iteração.

Admitindo que as quatro partículas de suporte se vão afastando, de tal forma que a partícula-teste continue a ser suportada por elas, verifica-se que $\theta \to \pi/2$ de onde se possa assumir que:

$$\frac{1}{24}\phi \tan\theta \mathrm{Re}_* \gg 1 \tag{2.115}$$

e portanto para a equação (2.113) resulta:

$$\frac{U_\infty^2}{(s-1)gd} = \xi \frac{\mathrm{Re}_p}{\mathrm{Re}_*} \tag{2.116}$$

onde ξ é uma constante. Multiplicando ambos os membros por u_*^2 e explicitando as expressões dos números de Reynolds intervenientes resulta:

$$\frac{u_*^2}{(s-1)gd} = \xi U_\infty^+ \tag{2.117}$$

onde

$$U_\infty^+ = \frac{U_\infty}{u_*} \tag{2.118}$$

Nesta formulação mais genérica, o parâmetro de Shields aparece expresso em termos da variável U_∞^+, a qual poderá ser relacionada com a lei de parede.

Yalin (1977) utilizando apenas a força de sustentação de Saffman e o peso imerso, obteve:

$$\frac{u_*^2}{(s-1)gd} = \frac{\zeta}{\mathrm{Re}_*} \tag{2.119}$$

onde ζ é uma constante. Conforme refere Yalin (1977) esta expressão ajusta-se ao comportamento do diagrama de Shields para $\mathrm{Re}_* < 10$. A expressão (2.117) foi obtida para o mesmo regime (de Saffman) mas considerando também a força de arrastamento então desprezada por Yalin (1977).

2.4.3.4 A Influência do Perfil de Velocidade

A equação (2.82) mostra uma dependência do parâmetro de Shields do termo U_∞^+. Diversos autores (e.g. Graf e Altinakar (2001)) afirmam que a expressão do perfil logaritmico pode ser usada, com boa aproximação, em toda a altura do escoamento. Seja então h_∞ a altura para a qual $u(h_\infty) = U_\infty$ e de acordo com a lei logaritmica resulta para a expressão (2.117):

$$\frac{u_*^2}{(s-1)gd} = \xi\left(\frac{1}{\kappa}\ln\frac{h_\infty}{k_s} + B\right) \tag{2.120}$$

ou seja, o parâmetro de Shields surge também em função da altura da camada limite, a qual pode ser, através de expressões adequadas, relacionada com a altura do escoamento.

2.4.4 Efeito da Turbulência e a Análise Probabilística do Início do Movimento

A introdução da turbulência e as equações derivadas permitem um outro olhar sobre a análise probabilística do início do movimento. Relembre-se então a equação (2.60):

$$\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 S C_D + \frac{y_1}{z_1}\left(\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 C_L S - \frac{\pi}{6}d^3(\rho_s - \rho)g\right) = 0$$

e admita-se que a partícula está imersa num escoamento quasi-uniforme, onde o gradiente de velocidades da componente u é negligível e as forças de sustentação podem ser consideradas desprezáveis ($C_L \approx 0$). O perfil de velocidades é quase-uniforme e portanto:

$$U_\infty \approx u_t \tag{2.121}$$

onde u_t é a velocidade à cota $y = d$, ou seja, no topo da partícula. A equação (2.60) pode ser reescrita na forma:

$$\frac{1}{2}\rho u_t^2 S C_D - \tan\theta\left(\frac{\pi}{6}d^3(\rho_s-\rho)g\right) = 0 \tag{2.122}$$

ou seja:

$$u_t^2 = \frac{4}{3C_D}(s-1)gd\tan\theta \tag{2.123}$$

Usando a decomposição de Reynolds vem:

$$u_t = \overline{u_t} + u_t' \tag{2.124}$$

onde $\overline{u_t}$ é o valor médio da velocidade e u_t' a sua flutuação. Para a equação (2.123) resulta:

$$\overline{u_t}^2 + 2\overline{u_t}u_t' + u_t'^2 = \frac{4}{3C_D}(s-1)gd\tan\theta \tag{2.125}$$

dividindo ambos os membros por $\overline{u_t}^2$ resulta:

$$1 + 2\frac{u_t'}{\overline{u_t}} + \frac{u_t'^2}{\overline{u_t}^2} = \frac{4}{3C_D}(s-1)\frac{gd}{\overline{u_t}^2}\tan\theta \tag{2.126}$$

Seja

$$i = \frac{u_t'}{\overline{u_t}} \tag{2.127}$$

resultará para a equação (2.126):

$$i^2 + 2i + 1 - \boldsymbol{A} = 0 \tag{2.128}$$

o que constitui uma equação do segundo grau onde:

$$\boldsymbol{A} = \frac{4}{3C_D}(s-1)\frac{gd}{\overline{u_t^2}}\tan\theta \tag{2.129}$$

A equação (2.128) tem duas raízes reais que são dadas por:

$$i = -1 \pm \sqrt{\boldsymbol{A}} \tag{2.130}$$

E de forma equivalente:

$$\frac{u_t'}{\overline{u_t}} = -1 \pm \sqrt{\boldsymbol{A}} \tag{2.131}$$

ou seja,

$$\frac{u_t'}{\overline{u_t}} + 1 = \pm\sqrt{\boldsymbol{A}} \tag{2.132}$$

e reduzindo ambos os membros ao mesmo denominador e recordando a decomposição de Reynolds resulta:

$$\frac{u_t}{\overline{u_t}} = \pm\sqrt{\boldsymbol{A}} \tag{2.133}$$

O valor crítico da velocidade instantânea que conduz ao início do movimento da partícula teste é:

$$u_t = \pm\overline{u_t}\sqrt{\boldsymbol{A}} \tag{2.134}$$

Isto quer dizer que se a velocidade no topo da partícula exceder os valores $\pm\overline{u_t}\sqrt{A}$ a partícula-entrará em movimento. Definem-se:

$$I_c^+ = \sqrt{\boldsymbol{A}} = \sqrt{\frac{4}{3C_D}(s-1)\frac{gd}{\overline{u_t^2}}\tan\theta} \tag{2.135}$$

e

$$I_c^- = -\sqrt{\boldsymbol{A}} = -\sqrt{\frac{4}{3C_D}(s-1)\frac{gd}{\overline{u_t^2}}\tan\theta} \tag{2.136}$$

como sendo os valores críticos adimensionais que conduzem ao início do movimento, o que quer dizer que existirá um valor de flutuação positivo e outro negativo que conduzem ao início do movimento.

Seja agora:

$$\Gamma = \frac{u_t}{\overline{u_t}} \tag{2.137}$$

uma função aleatória no tempo de valor médio igual a 1. Pretende-se ainda determinar qual a probabilidade de ocorrência da condição:

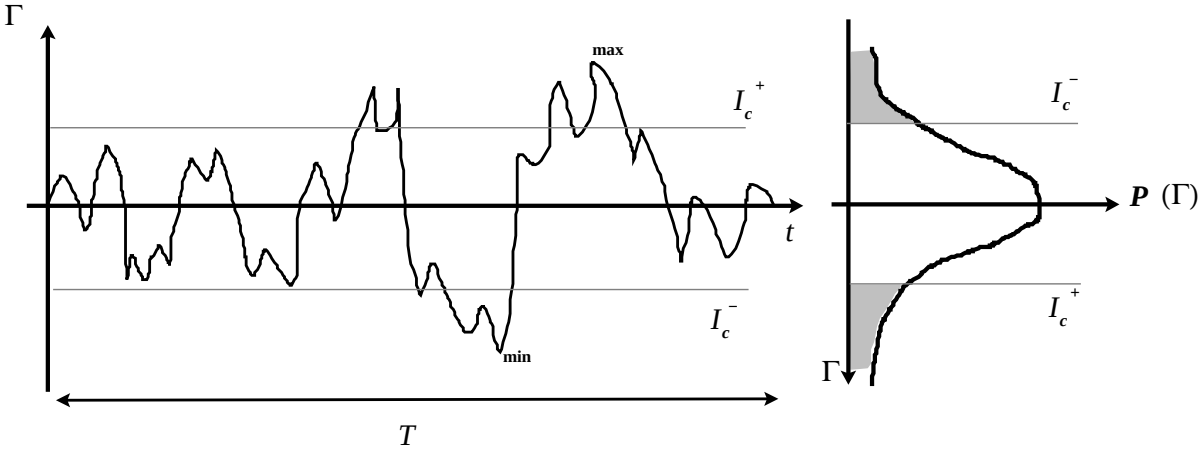

Figura 2.20: Distribuição de probabilidade da função Γ.

$$\Gamma > I_c \tag{2.138}$$

num intervalo de tempo T. Nesse intervalo de tempo a função Γ vai oscilar entre o seu valor máximo e mínimo. Desta função aleatória obtém-se um histograma representativo de Γ, o qual para motivos de representação se assume como sendo gaussiana. A Figura 2.20 ilustra a função Γ e a sua distribuição de probabilidade indicando-se a cinzento a probabilidade de erosão e o intervalo de valores para os quais a erosão não ocorre, limitado pelos dois valores críticos.f

É no entanto necessário realizar experiências para determinar os parâmetros da distribuição de probabilidade

2.4.5 Comentários à Análise Probabilística

A análise efectuada por Yalin (1977) é geral, não se particularizando nenhuma expressão para as forças de sustentação, nem para o valor crítico. Tal como foi apresentado pelo referido autor (Yalin, 1977), os critérios probabilísticos são apresentados em função das forças de sustentação. Contudo, as formulações de análise probabilística para o início do movimento apresentadas não são independentes entre si. Enquanto que a análise proposta por Yalin (1977) lida com os valores quadráticos da velocidade instantânea, a análise probabilística desenvolvida considera apenas os valores da flutuação instantânea, o que no limite deverá conduzir a resultados similares. Porém ao utilizar-se a equação (2.60) para, através do efeito da turbulência, se estudar a probabilidade de ocorrência o início do movimento, foi possível obter uma expressão para a função aleatória e para o valor crítico onde a força motriz do movimento considerada foi a força de arrastamento e não a de sustentação.

A análise do início do movimento de uma partícula singular, por recurso a métodos probabilísticos deve ser generalizada para englobar simultaneamente a contribuição das forças de sustentação e de arrastmento e, numa fase posterior, considerar situações cada vez mais genéricas em termos de número e dimensões de partículas sedimentares. A contribuição dos demais termos turbulentos, nomeadamente o termo do tensor de Reynolds, $\overline{u'v'}$, deverá ser também investigada.

Capítulo 3

Metodologia Experimental

Neste capítulo apresenta-se a descrição da instalação experimental utilizada, desde o canal metálico ao modelo de leito ensaiado. Descrevem-se ainda as técnicas de medição utilizadas.

3.1 O Canal Metálico do Laboratório de Hidráulica

O canal metálico do laboratório de hidráulica tem 17 metros de comprimento. A sua secção nominal é de $0,4 \times 0,6\,\mathrm{m}^2$. No início dos trabalhos somente dois dos quatro troços do canal estavam dotados de janelas de ambos os lados. Esta característica é importante para permitir medições utilizando a anemometria laser por efeito doppler em modo *forward-scatter*. Posteriormente, e prevendo a utilização do canal em outro tipo de experiências, todo o canal foi dotado com janelas de ambos os lados.

O canal é alimentado por meio de um reservatório gravimétrico mantido a nível constante, o qual é alimentado a partir das cisternas situadas num piso inferior, por meio de um grupo de bombas. Tal permite garantir um caudal constante no canal independentemente das variações periódicas das bombas.

O caudal é regulado por meio de duas válvulas de operação manual, colocadas em série na tubagem de alimentação do canal. O nível de água no canal pode ainda ser controlado por meio de uma comporta existente na extremidade jusante do canal. Um esquema do canal é apresentado na Figura 3.1.

3.2 Instrumentação Utilizada

3.2.1 Medição do Caudal - O Caudalímetro

Para a medição do caudal foi instalado um caudalímetro electromagnético ABB, na conduta que alimenta o canal e que foi programado e calibrado para o intervalo de caudais $[0, 40]$ L/s. Este foi ligado a um computador por através de uma placa de aquisição de

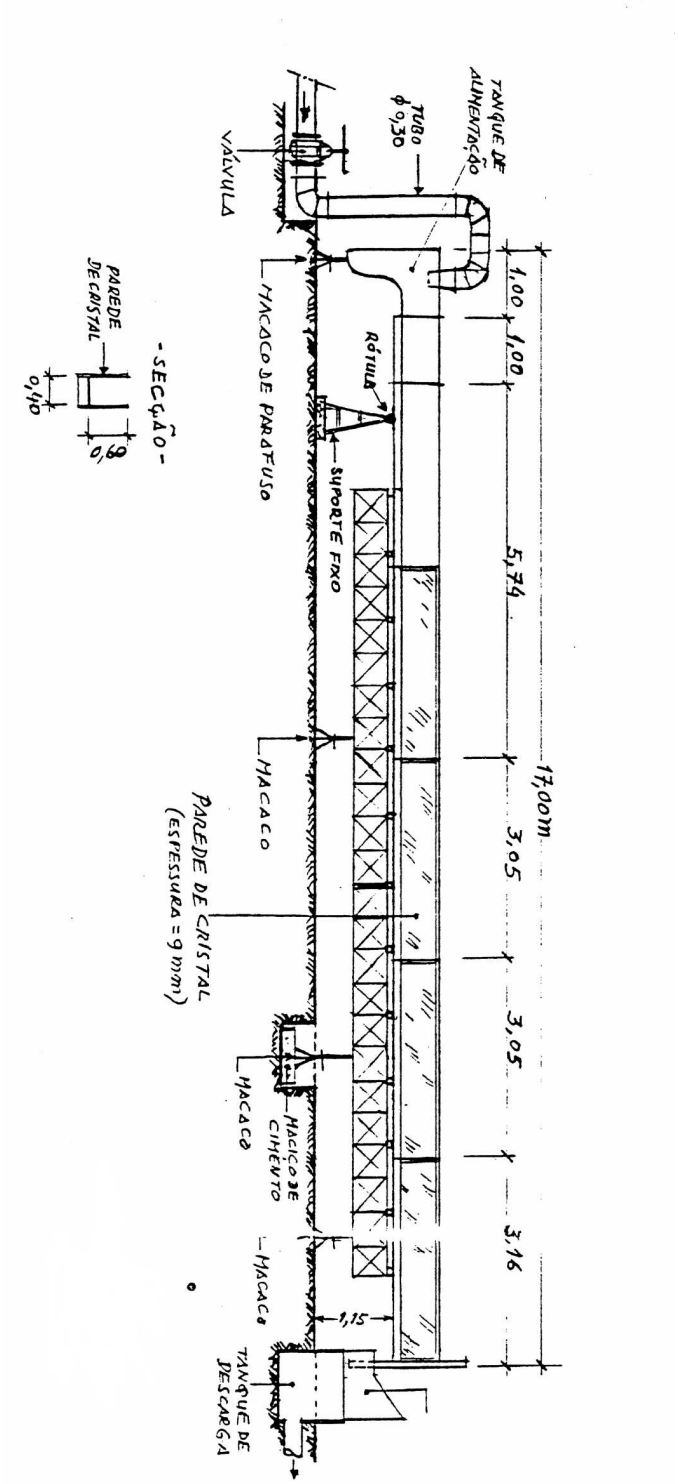

Figura 3.1: Canal metálico do Laboratório de Hidráulica da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

dados da National Instruments de forma a registar os valores dos caudais medidos. A Figura 3.2 mostra o caudalímetro instalado, assim como o mostrador.

Figura 3.2: Caudalímetro utilizado nas medições de caudal. Detalhe do mostrador digital no canto inferior esquerdo.

3.2.2 Medição das Velocidades - Anemometria Laser por Efeito Doppler

Dado que a técnica de anemometria laser foi vastamente utilizada no presente estudo, faz sentido introduzir aqui algumas noções sobre os fundamentos desta técnica de medição de velocidades. LDA significa Laser-Doppler Anemometry, também referida na literatura da especialidade por LDV, Laser Doppler Velocimetry. A anemometria laser é nos dias de hoje uma técnica fundamentada e desenvolvida. Assim indicam-se apenas o princípio físico subjacente e as principais características da anemometria laser por efeito de Doppler que tornam esta técnica aliciante do ponto de vista científico. A luz é uma onda ou uma partícula? Não será aqui nesta tese que se dará uma resposta a esta pergunta, mas serve a mesma para introduzir uma das características interessantes da anemometria laser por efeito Doppler, que consiste em utilizar estas duas facetas do comportamento da Luz.

3.2.2.1 O Efeito Doppler

Considere-se um feixe de luz, definido por um comprimento de onda λ_0 e por uma frequênca f_0 ao longo da direcção $\vec{e_i}$. Uma partícula em movimento, com velocidade $\vec{v}$, ao ser iluminada pelo feixe incidente, difractará luz em todas as direcções. Ao longo de uma direcção genérica, $\vec{e_j}$, a luz difractada será definida por uma frequência f_j e por um comprimento de onda λ_j (Figura 3.3). Pode demonstrar-se (Arts et al., 2001, Durst et al., 1981) que a diferença entre a frequência do feixe incidente e a do feixe difractado é dada por (utilizando-se a aproximação $\lambda_i \approx \lambda_j$):

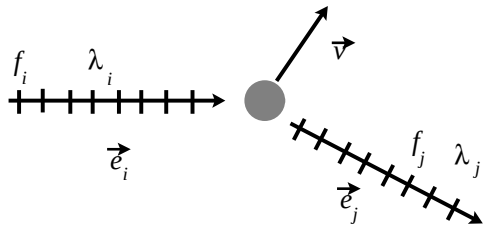

Figura 3.3: Esquematização do efeito de Doppler. A radiação luminosa incidente caracterizada por um comprimento de onda λ_i e frequência f_i incide numa partícula animada com uma velocidade $\vec{v}$ a qual difracta radiação com um comprimento de onda λ_j e frequência f_j.

$$\underbrace{f_j - f_i}_{f_D} = \frac{\vec{v}}{\lambda_i} \cdot (\vec{e_j} - \vec{e_i}) \tag{3.1}$$

onde o primeiro membro da equação representa o desvio Doppler observado por um observador estacionário em relação à partícula, o qual é função da velocidade relativa da mesma e da sua orientação em relação à direcção de iluminação e de difracção, $\vec{e_i}$ e $\vec{e_j}$. Esta configuração não é a mais prática de ser utilizada uma vez que f_j é da ordem de grandeza de 10^{14} e f_D é da ordem de $10^6 - 10^7$, o que significa que se uma medição directa do desvio Doppler fosse feita, implicaria que o instrumento tivesse uma resolução de 10^{-8} com uma incerteza de 10% (Arts et al., 2001).

3.2.2.2 Fundamentos de Anemometria Laser por Efeito Doppler

Das diferentes configurações ópticas possíveis para construir um anemómetro laser por efeito Doppler a mais comum é denominada de modo cruzado ou de franjas (Arts et al., 2001), a qual permite medir directamente o desvio Doppler, e facilitar a concepção de instrumentação para detecção e processamento de sinal. O seu modo de funcionamento é ilustrado na Figura 3.4, para o qual se consideram dois feixes que se cruzam numa região do espaço e que iluminam uma partícula P, animada de uma velocidade $\vec{v}$, a qual difractará luz em todas as direcções. Pode demonstrar-se (Arts et al., 2001, Durst et al., 1981) que, para esta configuração, o desvio Doppler é dado por:

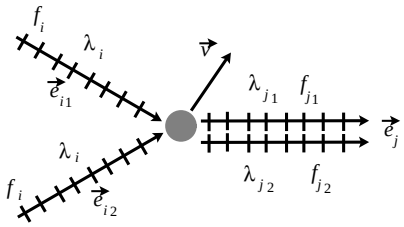

Figura 3.4: Configuração do método das franjas para o anemómetro laser por efeito Doppler.

$$f_D = f_{j1} - f_{j2} = \frac{\vec{v}}{\lambda_i} \cdot (\vec{e_{j1}} - \vec{e_{j2}}) \tag{3.2}$$

onde $\vec{e_{j1}}$ $\vec{e_{j2}}$ são os vectores direcção genéricos. Daqui resulta que o desvio Doppler é independente da direcção escolhida para recolha da radiação difractada. Uma forma alternativa (heurística) de analisar este modo é pelo método das franjas. Ao cruzarem-se na mesma região do espaço, os feixes laser incidentes formarão uma zona de interferências, constituida por regiões de luz e sombra, e a configuração óptica pode ser considerada como um interferómetro. Dado que a frequência dos feixes incidentes é a mesma as franjas estarão estacionárias. E neste caso o anemómetro óptico conseguido é insensível à direcção do escoamento. Para conseguir que o anemómetro seja sensível à direcção do escoamento a solução encontrada, e descrita em Arts et al. (2001), Durst et al. (1981), consiste em impor, por meio de uma célula de Bragg por exemplo, um desvio de frequência conhecido entre os dois feixes incidentes, Δf. A equação (3.2) escreve-se então:

$$f_D = \Delta f + \frac{\vec{v}}{\lambda_i} \cdot (\vec{e_{j1}} - \vec{e_{j2}}) \tag{3.3}$$

assim se a velocidade for positiva, o desvio de frequência será maior que Δf e se a velocidade for negativa, o desvio Doppler será menor que Δf. É também possível medir velocidade nula, obtendo-se neste caso, uma frequência Doppler, f_D, igual ao desvio de frequência imposto.

Como foi referido esta configuração pode ser considerada como um interferómetro. A região do espaço, designada por volume de controlo, onde surgem as interferências (Figura 3.5), é um elipsóide cujas dimensões podem ser calculadas analiticamente e dependem somente dos parâmetros físicos do sistema (Arts et al., 2001, Durst et al., 1981) como o diâmetro dos feixes, o comprimento de onda e o ângulo entre os feixes. Estas dimensões são dadas por:

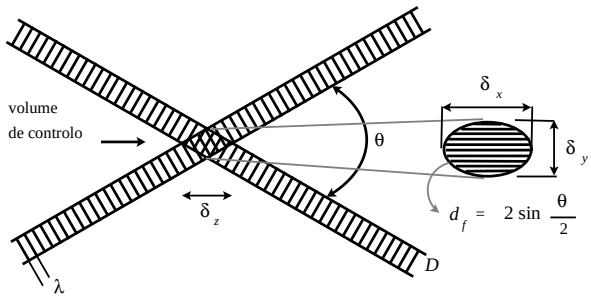

Figura 3.5: Cruzamento de dois feixes com um comprimento de onda λ o qual dá origem a uma região de interferência, designada por volume de controlo, cujas dimensões, são δ_x, δ_y e δ_z .

$$\delta_x = D_0, \qquad \delta_y = \frac{D_0}{\cos\theta/2}, \qquad \delta_z = \frac{D_0}{\sin\theta/2} \tag{3.4}$$

onde D_0 é a espessura dos feixes na zona do foco a qual é dada por:

$$D_0 = \frac{4}{\pi}\frac{f}{D}\lambda \tag{3.5}$$

sendo f a distância focal da lente utilizada, D a espessura inicial do feixe e λ o comprimento de onda.

Outro parâmetro importante é a distância entre as franjas, d_f dado por:

$$d_f = \frac{\lambda}{\sin\theta/2} \tag{3.6}$$

onde λ é o comprimento de onda da radiação emitida e θ o ângulo entre os feixes.

Considere-se agora uma partícula que entra no volume de controlo. Esta passará no seu trajecto por um conjunto de riscas de luz e sombra. Ao atravessar as zonas de luz a partícula difractará luz, e o sinal recolhido por um fotodetector será uma sucessão de "picos"e "vales"da intensidade luminosa, correspondente às zonas de luz e sombra respectivamente, o denominado *Doppler burst* e consiste num sinal sinusoidal com um envelope gaussiano. Cada partícula gerará um *Doppler burst* o qual é amplificado e processado de forma a obter a frequência Doppler. Esta dará informação sobre o tempo de cruzamento das franjas, de tal forma que a velocidade pode ser aproximada por:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{x}}{dt} \approx f_D d_f \tag{3.7}$$

que constitui a expressão para a determinação da velocidade de uma partícula e donde resulta que o anemómetro laser tem uma resposta linear.

Para concluir, é de salientar que a luz difractada pelas partículas que cruzam o volume de controlo é recolhida pelo fotodetector, é transformada em sinal eléctrico por meio de um fotomultiplicador, o qual recorre ao efeito fotoeléctrico, descrito por Albert Einstein em 1905, e que considera a natureza corpuscular da luz. Daí que o anemómetro laser recorra a ambas as descrições da luz: corpuscular e ondulatória.

3.2.2.3 O LDA Utilizado

Para a realização das medições foi utilizado um sistema laser de medição de velocidade por efeito Doppler (LDA). Inicialmente utilizou-se um laser díodo, que emitia no infravermelho ($\lambda = 637\,\text{nm}$), fabricado pela INVENT que se revelou inadequado quer do ponto

de vista prático, quer do ponto de vista técnico uma vez que, atingiu o limite de vida útil. O facto de a radiação ser invisível torna o alinhamento do laser com a partícula-teste impossível de ser efectuado com exactidão, sendo necessário emergir uma película sensível ao infravermelho na água para verificar o alinhamento. Por outro lado, a saturação da película na região submetida à radição infra-vermelha ao fim de poucos minutos, tornava ainda mais difícil o alinhamento do laser. Durante o período de ensaios preliminares foram assinalados desvios de cerca de 2 mm entre a posição do laser e o topo da partícula teste, diferença esta que é significativa se considerarmos que a partícula teste tem 5 mm de diâmetro. Por outro lado, a fraca potência do laser (valores máximos compreendidos entre 1 e 2 mW em cada feixe laser) impedia, em condições de má-qualidade da água[1], a medição da velocidade mesmo no modo *forward-scatter*. Sendo a razão sinal-ruído muito baixa e impeditiva de medições rigorosas. A Figura 3.6 ilustra o sistema LDA da INVENT.

Após grave avaria o sistema da INVENT foi substituído por um LDA da Dantec, constituído por um laser que emitia na região visível do espectro electromagnético (verde, $\lambda = 514,5\,\mathrm{nm}$). Somente o sistema óptico (laser, células de Bragg e fotodetector) foi alterado, utilizando-se o mesmo sistema de aquisição e processamento de dados. O sistema utilizado é mostrado na Figura 3.7. Dadas as condicionantes do sistema INVENT, os resultados por ele obtidos foram desprezados e repetidos com o sistema da Dantec.

A utilização de um laser mais potente emitindo na região visível do espectro trouxe vantagens do ponto de vista prático: primeiro o alinhamento do laser com o canal ficou simplificado uma vez que se tornou desnecessário recorrer a películas sensíveis ao infra-vermelho para fazer o alinhamento, segundo, as medições mais tornaram-se mais rápidas, fruto da maior potência disponível (entre 10 e 15 mW em cada feixe laser).

Por forma a diminuir a influência da radiação ambiente, sobretudo quando a incidência directa da luz solar se fazia sentir, foi colocado sobre o canal uma folha de tecido por forma a não prejudicar a medição.

A tabela 3.1 resume os parâmetros seleccionados para o sistema de LDA da Dantec utilizado nas medições.

Tabela 3.1: Valores dos parâmetros do sistema de LDA utilizado.

Parâmetro	Valor	Comentário
λ	514,5 nm	comprimento de onda
θ	7,3º	ângulo entre os feixes
δ_x	2,53 mm	eixo maior
δ_y	162 μm	eixo menor
d_f	4,318 μm	distância entre franjas
f_s	0,6 MHz	desvio de frequência entre os feixes
f	310 mm	distância focal da lente

[1]Entenda-se má-qualidade do ponto de vista óptico. Devido a falhas no sistema de filtragem do abastecimento de água, ocorria por vezes a água ficar castanha, devido às lamas em suspensão.

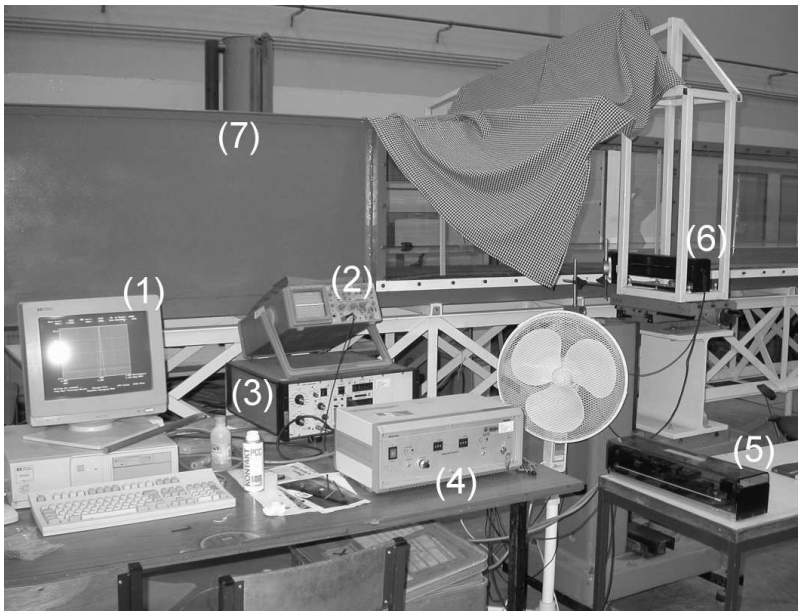

Figura 3.6: Sistema LDA da INVENT utilizado. (1) PC para aquisição e processamento do sinal; (2) Osciloscópio para monitorização do sinal Doppler; (3) *counter* unidade de processamento e validação electrónica de eventos; (4) unidade de alimentação do laser, das células de Bragg e do fotodetector; (5) conjunto laser e células de Bragg; (6) fotodetector; (7) canal metálico
.

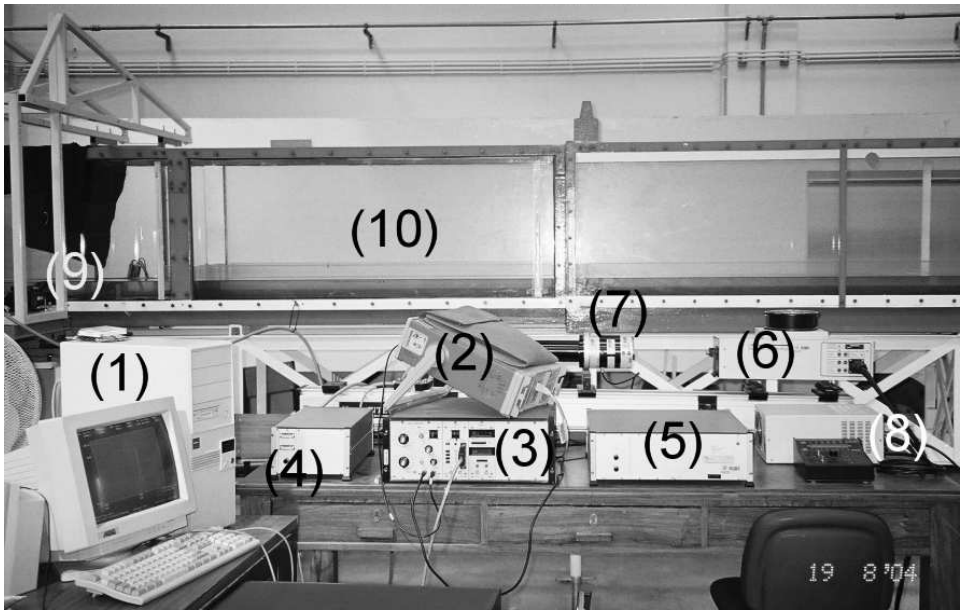

Figura 3.7: Sistema LDA utilizado com fonte laser emitindo no visível. (1) PC para aquisição e processamento do sinal; (2) Osciloscópio para monitorização do sinal Doppler; (3) *counter*, unidade de processamento e validação electrónica de eventos; (4) unidade de alimentação do fotodetector; (5) unidade de alimentação e controlo das células de Bragg; (6) fonte laser; (7) células de Bragg; (8) unidade de alimentação da fonte laser; (9) sonda laser; (10) canal metálico
.

3.2.3 Sistema de Posicionamento da Sonda Laser

De forma a permitir a configuração *forward scatter* do sistema LDA foi construido um suporte que permitia que tanto a sonda como o fotodetector se deslocassem de forma solidária mantendo assim o alinhamento do LDA. Para o posicionamento relativo do volume de controlo laser foi utilizada uma mesa de coordenadas que permitia o movimento nas três coordenadas (x, y, z). O posicionamento horizontal nos plano Oxz foi feita através das réguas da mesa. Estas possuiam uma resolução de $0,05\,\mathrm{mm}$. Para a medição da cota (y) foi utilizado um comparador analógico que media o deslocamento vertical da mesa de coordenadas em relação a um ponto fixo. A sua resolução era de $0,01\,\mathrm{mm}$.

3.2.3.1 Determinação da Localização do Fundo

De forma a posicionar a sonda laser em relação ao fundo e definir a sua origem da coordenada vertical foi utilizado o método que em seguida se explica e que utiliza o volume de controlo e o facto de os dois feixes que o definem possuirem entre si uma diferença de frequência bem definida que pode ser visualizada num osciloscópio.

Posicionando-se o volume de controlo no interior do canal junto ao fundo, fez-se diminuir a sua distância relativamente ao leito (Figura 3.8). Ao aproximar-se do leito é visível no osciloscópio a degradação do sinal Doppler, o que acontece por duas razões: a diminuição do número de partículas em suspensão no escoamento e a presença da parede. Quando o volume de controlo se encontra na totalidade dentro do leito[2], conforme ilustrado na Figura 3.9 o sinal obtido no osciloscópio corresponde à diferença de frequências imposta entre os feixes.

A partir desta posição e elevando ligeiramente a sonda laser obtém-se a situação ilustrada na Figura 3.10 onde já é possível obter medições de velocidade pois existem partículas que ultrapassam o volume de controlo. No presente caso esta medição foi rejeitada uma vez que a razão sinal/ruído era inferior a 1, obtendo-se valores da velocidade sem significado físico. Nas medições realizadas verificou-se que o primeiro ponto onde foi possível medir com confiança foi a 0,5 mm do leito.

A incerteza associada à posição da sonda laser terá uma componente devida à mesa de coordenadas (devido à incerteza do comparador) e uma outra (de cariz sistemático) dada por:

$$\delta_{pos} = \frac{\delta_y}{2} \tag{3.8}$$

[2]Note-se que o laser não é mais do que luz e que o modelo é feito de *perspex*.

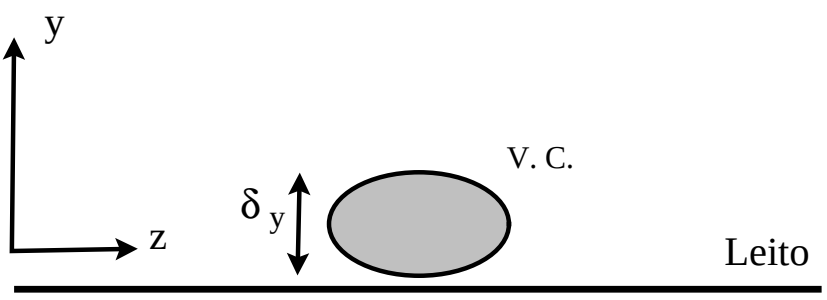

Figura 3.8: Determinação da localização do leito. Posicionamento do volume de controlo (V.C.) acima do leito.

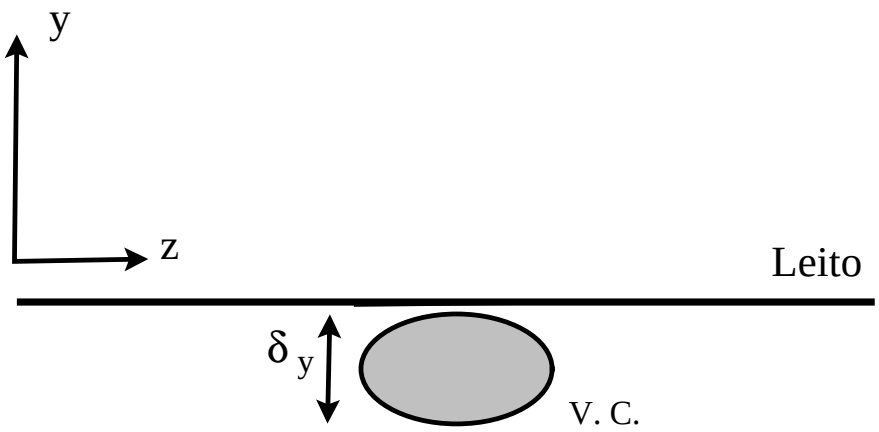

Figura 3.9: Determinação da localização do leito. Posicionamento do volume de controlo (V.C.) abaixo do leito.

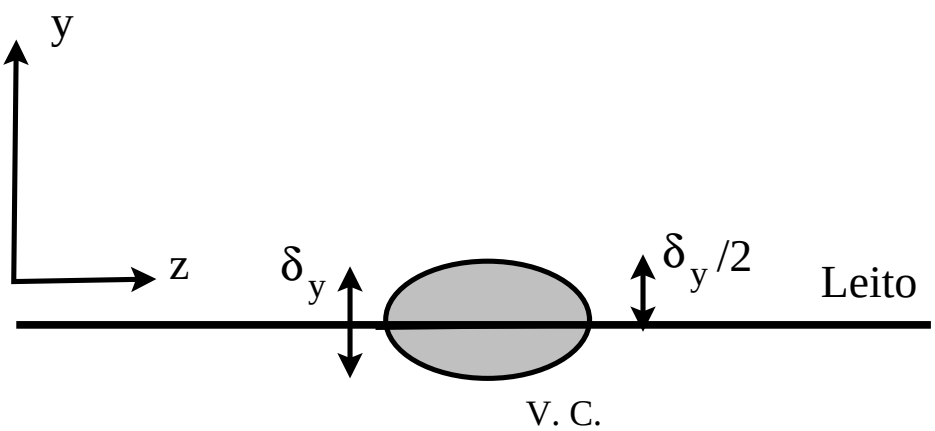

Figura 3.10: Determinação da localização do leito. Posicionamento do volume de controlo (V.C.) na primeira posição em que é passível de detectar e medir a velocidade de partículas.

3.2.4 Medição de Potência - O *wattímetro* óptico

De forma a controlar e medir a potência dos feixes laser foi utilizado um wattímetro óptico da Newport. Este consiste num fotodetector colocado num pequeno bastão, o qual é ligado à unidade que inclui o processador e o mostrador. Como informação é necessário introduzir o comprimento de onda da radiação a medir, que é à partida conhecido. Este instrumento é de primordial importância no processo de alinhamento do laser, já que permite saber de forma precisa a potência de cada feixe. A Figura 3.11 ilustra o aparelho utilizado.

Figura 3.11: *Wattímetro* óptico da Newport utilizado para medir a potência dos feixes laser.

3.2.5 Medição da Temperatura da Água

É sabido que as propriedades dos fluidos como a densidade e a viscosidade variam com a temperatura, e a água não é excepção. A temperatura da água foi controlada com um termómetro de mercúrio de resolução 1º C. Este foi colocado a jusante do modelo.

Dadas as condições do circuito hidráulico em questão, onde a água é acumulada em cisternas subterrâneas, encontrando-se sempre em movimento, verificou-se que a variação de temperatura da água nos dias mais quentes do ano (verificados no período de Verão) não excedia os 0,5 °C e como tal considerou-se que a temperatura era constante ao longo de cada dia.

3.3 O Modelo do Leito

De forma a acomodar as partículas sedimentares e estudar na prática o descrito no Capítulo 2 foi construido um leito amovível que foi posteriormente colocado sobre o fundo fixo do canal. O esquema do fundo utilizado é apresentado na Figura 3.12. O leito amovível consiste numa placa de perspex com 40 cm de largura e 1 m de comprimento e 2 cm de espessura (ver Figura 3.13). O bordo de ataque foi maquinado de forma a constituir uma rampa cuja inclinação é inferior a 5º, como mostrado na Figura 3.14. A razão para tal consiste em assegurar uma transição suave entre o escoamento a montante e o leito amovível.

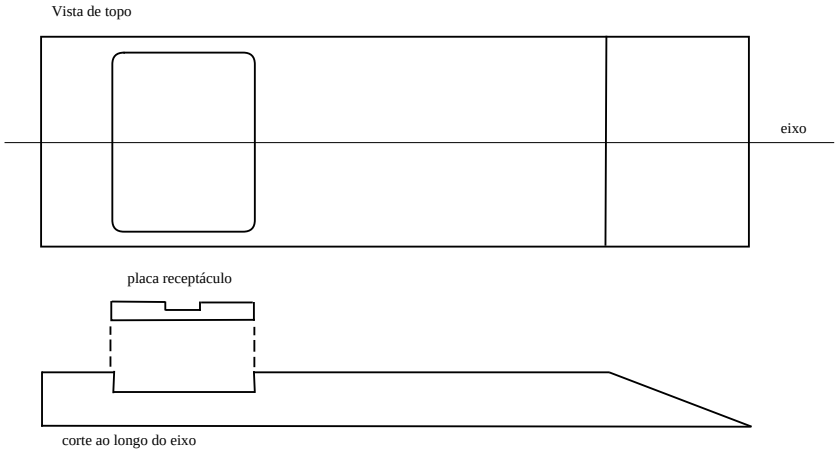

Figura 3.12: Esquema do modelo de leito usado (a figura não se encontra à escala).

Figura 3.13: Modelo do leito amovível usado. P1 e P2 designam os parafusos de fixação a montante; R a rampa e C a placa-receptáculo das partículas. Os extremos do modelo foram realçadas para uma maior clareza.

Este esquema possui a versatilidade necessária ao estudo de diferentes configurações. O leito consiste em duas peças: o leito propriamente dito (Figura 3.13) e o designado receptáculo que receberá as partículas sedimentares (ver Figura 3.15), ficando este suporte embutido no leito como se mostra na Figura 3.13 indicado com a letra "C". Este suporte foi colocado a 65 cm do fim da rampa e tem as seguintes dimensões: 390 mm de largura, 300 mm de comprimento e 10 mm de espessura. O receptáculo foi aberto, em toda a largura, no centro geométrico deste suporte, com uma profundidade de 5 mm e largura de 10 mm, permitindo acomodar duas fileiras de partículas de suporte de 5 mm de diâmetro (Figura 3.16).

O modelo foi fixo ao fundo do canal por meio de quatro parafusos situados em cada extremidade do leito falso. De forma a evitar perturbações no escoamento a cabeça dos parafusos ficou ao mesmo nível que a superfície e o espaço entre as janelas e o modelo foi preenchido com silicone.

Um esquema detalhado do modelo de fundo é apresentado no Apêndice B.

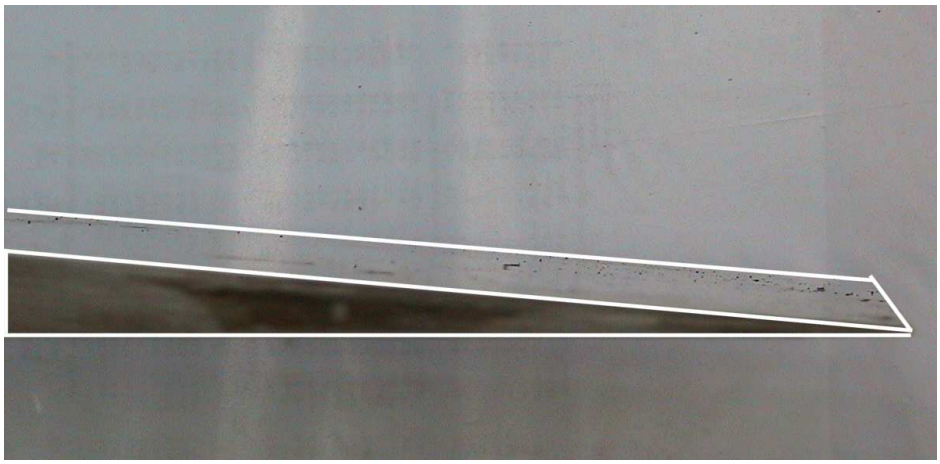

Figura 3.14: O bordo de ataque do modelo de leito ensaiado. Os extremos foram destacados para uma maior clareza.

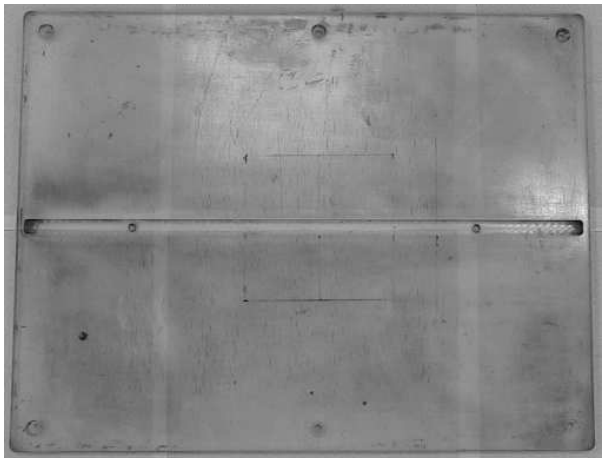

Figura 3.15: Placa-receptáculo usada na primeira configuração ensaiada. Esta permite acomodar duas fiadas de partículas idênticas com um diâmetro de 5 mm

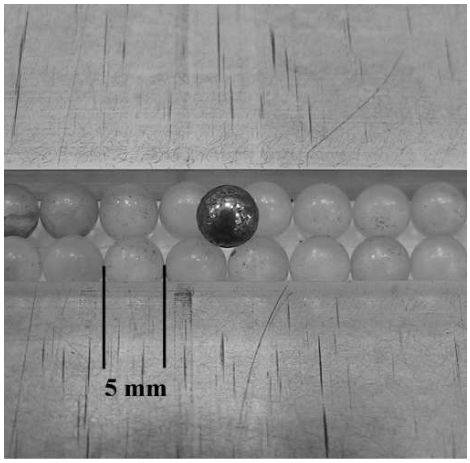

Figura 3.16: Configuração utilizada para o estudo do início do movimento da partícula--teste singular. O receptáculo é preenchido por duas fiadas de partículas idênticas e, apoiada em quatro destas partículas, é colocada a partícula-teste.

3.3.1 As Partículas Sedimentares

Este estudo foi realizado utilizando partículas esféricas de diâmetro uniforme. Dado que a massa volúmica do vidro é da ordem de grandeza da areia ($2,65\,\mathrm{kg/m^3}$) foi escolhido este material. A escolha do diâmetro das partículas obedeceu a dois critérios: o da existência no mercado do diâmetro, e que as partículas com o referido diâmetro fossem passíveis de se movimentar com a gama de caudais de funcionamento do canal. De acordo com cálculos preliminares foram estimadas as tensões de corte passíveis de ocorrer no canal e em função disso, estimou-se que, para estudos do início do movimento, era adequado utilizar partículas esféricas diâmetro de 5 mm. A Figura 3.17 mostra um conjunto das partículas utilizadas.

Figura 3.17: Amostra das partículas sedimentares utilizadas nas experiências.

Na vizinhança das condições de movimento incipiente verificava-se que, por vezes a partícula-teste, era deslocadada antes de concluidas as medições. Assim, e para garantir que a partícula não era deslocada durante as medições, esta foi substituída por uma esfera de aço com o mesmo diâmetro. Este mesma partícula foi utilizada nas fotografias para melhor visualização (Figura 3.16).

3.4 Adequação do Leito Amovível ao Canal

O modelo anteriormente descrito foi colocado num troço do canal metálico do Laboratório de Hidráulica o que permitiu uniformizar essa secção em termos de rugosidade do leito.

A sua simplicidade e versatilidade permite que se estudem diferentes tipos de configuração de leitos e de partículas-teste de forma expedita. As janelas de vidro permitem o acesso óptico ao interior do canal, possibilitando a medição das velocidades com o LDA.

Contudo na medição da componente vertical da velocidade, v, surge uma dificuldade associada ao posicionamento do volume de controlo. Se na medição da componente horizontal, u, o plano formado pelos feixes é paralelo ao leito, no caso da medição da componente vertical, v, o referido plano é perpendicular ao leito, conforme ilustrado na Figura 3.19, e verificou-se que, ao focar-se o volume de controlo no topo da partícula-teste, situada no centro do canal, o feixe inferior era eclipsado pelo modelo do leito, mais propriamente

pela camada de silicone[3] situada entre a janela e o referido modelo.

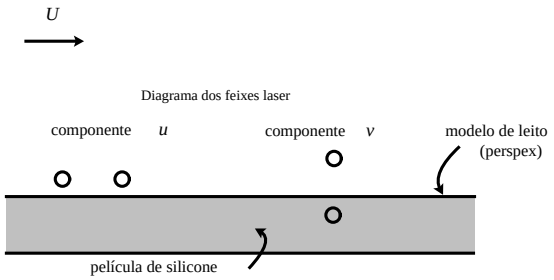

Figura 3.18: Diagrama pertinente à medição das componentes horizontal, u, e vertical, v, da velocidade. Posição relativa dos feixes laser em relação ao fundo do canal (troço do perfil longitudinal). Os círculos representam esquematicamente os feixes laser. A película de silicone preenche o espaço entre a janela e o leito amovível. (Não se encontra à escala).

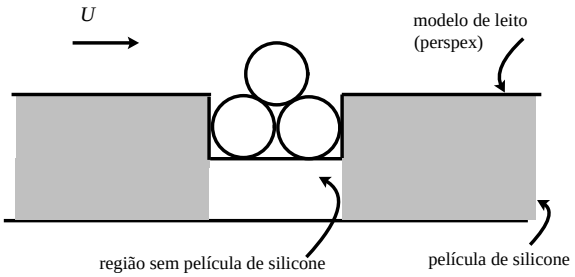

Figura 3.19: Esquema ilustrativo (corte longitudinal) da solução encontrada para a medição da componente vertical, v, sobre a partícula. A solução consistiu na remoção da película de silicone situada entre o fundo amovível e a janela de vidro do canal. (Não se encontra à escala).

A solução encontrada passou por remover o silicone entre a janela e o modelo somente na zona da calha onde se fizeram as medições da componente v. Com esta solução foi possível medir a referida componente a 0,5 mm do topo da partícula-teste.

[3]A camada de silicone foi colocada com o propósito de preencher os espaços entre a placa do modelo de fundo e as janelas do canal

Capítulo 4

Visualização do Escoamento

Dado o carácter exploratório desta tese, decidiu-se testar a aplicação de algumas ferramentas de processamento de imagem às imagens obtidas na visualização do escoamento. Pretendeu-se assim adquirir algumas competências elementares no domínio do processamento de imagem e utilizá-las para, no presente caso, obter as dimensões da zona de recirculação para o caso correspondente ao início do movimento.

Para o leito ensaiado, e considerando o caso da partícula singular, realizaram-se para o caso crítico algumas experiências de visualização. Para conseguir a visualização utilizou-se permanganato de ferro diluído em água, como corante.

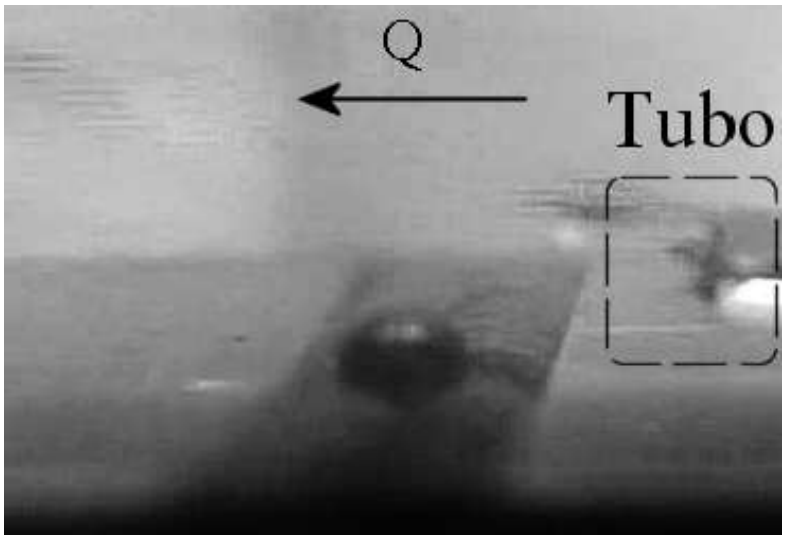

Figura 4.1: Tentativa (falhada) de visualização utilizando um tubo para introduzir o corante junto à partícula. O sentido do escoamento é indicado pela seta.

Inicialmente procurou-se aplicar o corante à região em estudo por meio de um pequeno tubo conforme ilustrado na Figura 4.1. Verificou-se todavia que esta solução não era a mais prática e foi abandonada. As melhores imagens de visualização foram obtidas vertendo directamente sobre o leito a solução de permanganato de ferro e filmando-se por meio de uma câmara de vídeo Canon, modelo MVX2i, que permite a aquisição de 12,5 imagens

Figura 4.2: Visualização do escoamento para $\mathrm{Re} = 1,0 \times 10^5$ (Imagens separadas por $\Delta t = 0,08\,\mathrm{s}$, o escoamento, em cada imagem, processa-se da direita para a esquerda).

Figura 4.3: Visualização do escoamento para $\mathrm{Re} = 1,0 \times 10^5$ (Imagens separadas por $\Delta t = 0,08\,\mathrm{s}$, o escoamento processa-se da direita para a esquerda).

Figura 4.4: Visualização do escoamento para $\mathrm{Re} = 1,0 \times 10^5$ (Imagens separadas por $\Delta t = 0,08\,\mathrm{s}$, o escoamento, em cada imagem, processa-se da direita para a esquerda).

por segundo o que corresponde a uma frequência de aquisição, f_a de:

$$f_a = 12,5\,\mathrm{Hz} \tag{4.1}$$

Cada fotograma tem 640×480 pixels[1], o que corresponde a 0,3 Mpixels. O vídeo foi captado inicialmente em fita magnética e depois convertido para DVD. De forma a poder editá-lo foi posteriormente convertido em formato ".avi". Esta última operação acabou por não ser plenamente sucedida uma vez que houve perda de resolução na conversão, o que levou à aplicação de ferramentas de processamento de imagem para tentar recuperar alguma informação perdida. As imagens apresentadas sofreram um tratamento utilizando os programas Paint Shop Pro e/ou GIMP, de forma a aumentar o contraste e a obter mais informação das imagens.

As figuras 4.2 a 4.4 ilustram pares de imagens tiradas entre dois instantes de tempo consecutivos, t e $t + \Delta t$, em que Δt corresponde ao inverso da frequência de aquisição, ou seja, a $0,08\,\mathrm{s}$ que foram utilizadas na identificação da zona de recirculação.

Para determinar a zona de recirculação recorreu-se a um dos programas indicados (Paint Shop Pro) e após um tratamento para aumentar o constraste (alterando o histograma de cores) transformou-se a imagem de cores para uma escala de cinza com 256 tons de cinzento. As zonas mais escuras, correspondem a objectos sólidos (como a partícula) ou a concentrações de corante elevadas, características da zona de recirculação. Pode questionar-se se a zona de sombra imediatamente a jusante da partícula não será a sombra da partícula. No entanto é possível ver que a iluminação é predominantemente vertical (repare-se no reflexo na partícula metálica da Figura 4.5).

Utilizando um algoritmo de detecção de extremos, na literatura ango-saxónica referido com *edge-detector*, presente no programa GIMP procedeu-se ao processamento de algumas das imagens da visualização. O detector de extremos permite detectar as extremidades, ou os contornos de estruturas que estejam presentes na imagem (Works, 2001). Na Figura 4.6 ilustra-se o resultado da aplicação de um detector de extremos a uma imagem recolhida na visualização para $\mathrm{Re} = 1,0 \times 10^5$ e a Figura 4.7 mostra o zoom com a esteira da partícula e a ejecção de vórtices em evidência. Verifica-se que a zona de recirculação está confinada entre o topo da partícula e o extremo jusante do receptáculo, e que os vórtices ejectados se propagam a distâncias de cerca de 3 diâmetros da partícula-teste.

4.1 Comentários às Experiências de Visualização

As imagens obtidas e processadas deveriam ter sido obtidas noutras condições, isto é, com melhores condições de iluminação e utilizando uma câmara com maior resolução. Utilizando uma fonte de iluminação, como uma folha de laser pulsada seria desnecessário

[1]Pixel: Abreviatura anglosaxónica referente a Picture Element.

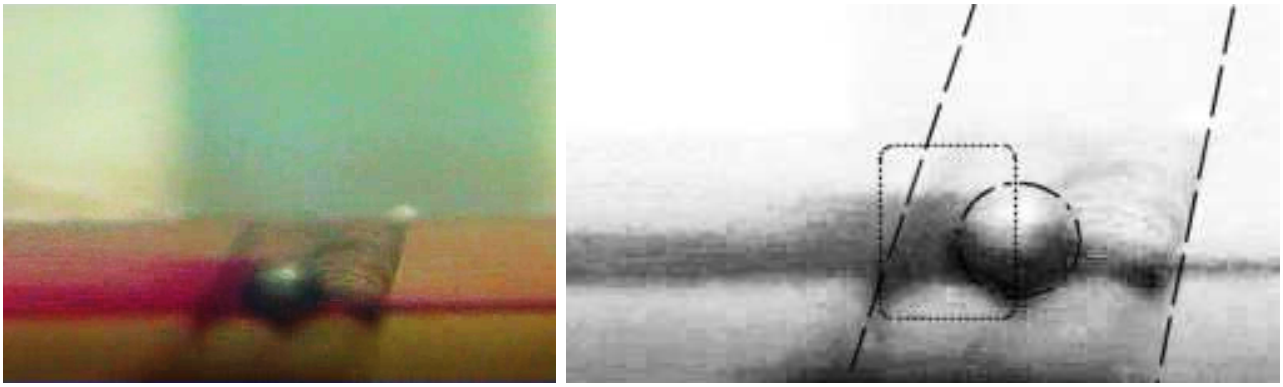

Figura 4.5: Determinação da localização da zona de recirculação. À direita e a cores encontra-se a imagem original. À esquerda a conversão da imagem original para escala de cinza, a linha circular (descontínua) indica a partícula-teste, as linhas paralelas os limites da calha e o rectângulo indica a zona de recirculação. É possível visualizar a acumulação de corante imediatamente a jusante da partícula-teste, indicando tratar-se de uma zona de recirculação.

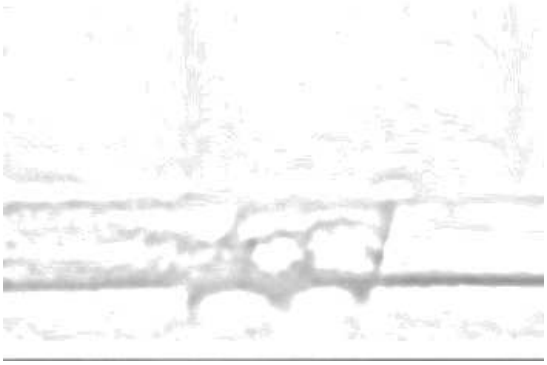

Figura 4.6: Aplicação de um filtro de detecção de extremos (*edge detector*) a uma imagem de visualização convertida em escala de cinzentos (256 níveis) e com o contraste aumentado.

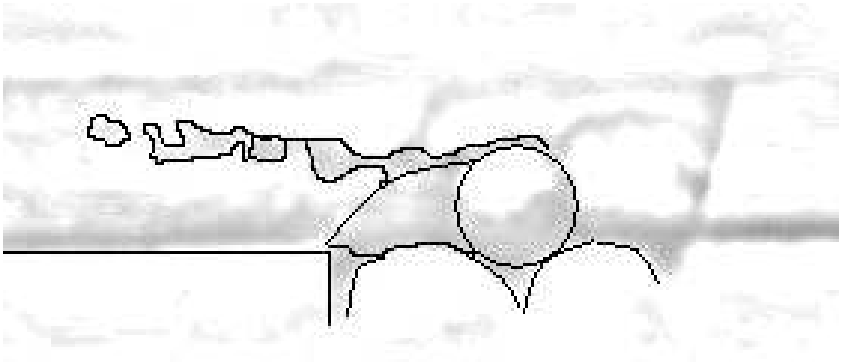

Figura 4.7: *Zoom* da região imediatamente a jusante da partícula com as zonas relevantes detectadas postas em evidência.

o recurso ao corante, uma vez que se utilizariam como traçadores as partículas que naturalmente se encontram em suspensão no fluido. Sincronizando uma câmara de vídeo com o laser, seria possível aplicar as técnicas comuns de PIV e PTV ao estudo do escoamento em torno da partícula-singular, tarefa que será deixada como trabalho futuro.

Apesar dos meios rudimentares utilizados foi possível determinar a extensão da zona de recirculação e visualizar a ejecção de vórtices pela partícula.

Capítulo 5

Experiências e Medições Realizadas

5.1 Determinação do Caudal Crítico

Para o caso de uma partícula singular, colocada sobre duas fiadas de partículas de suporte, conforme descrito no Capítulo 3 procurou-se determinar quais as condições críticas, definidas por um caudal, Q e uma altura de água, h, que conduziam ao início do movimento da partícula singular.

Considera-se como uma **experiência qualitativa** o conjunto de caudais testados até que a partícula-teste de diâmetro d seja erodida. O procedimento experimental na realização deste tipo de experiências foi o seguinte: através da válvula de controlo do escoamento fez-se variar o caudal de forma suave (por forma a evitar variações bruscas do caudal[1]). As variações do caudal eram efectuadas com pelo menos trinta minutos de intervalo. Isso permitia estabilizar o escoamento após a variação do caudal e ter um critério temporal para aferir o início do movimento.

Verificou-se que por vezes as variações do caudal eram mais bruscas (superiores a 3 L/s) que o desejado, como consequência a partícula-teste entrava em movimento antes do esperado. Sempre que tal ocorria reposicionava-se a partícula-teste e repetia-se o ensaio, recomeçando do caudal anterior. Cada experiência qualitativa foi repetida pelo menos três vezes.

Com a partícula-teste colocada no leito verificou-se que, ao contrário do que acontecia sobre um fundo liso, a partícula-teste não se movimentava para pequenos caudais.

Com estas experiências verificou-se que caudais acima de $16,10\,\mathrm{L/s}$ provocam o movimento da partícula-teste. Foram realizadas experiências de forma a tentar determinar com maior rigor este valor limite. Nas sucesivas experiências realizadas obteve-se como valor mínimo para este caudal crítico o valor de 15,85 L/s. Para este valor verificou-se que antes de se atingir o intervalo de 30 minutos a partícula foi deslocada. Devido à má

[1] Verificou-se que por vezes tal não era possível uma vez que a válvula de controlo não permitia regular ajustes "finos" do caudal.

qualidade da água verificou-se por vezes a deposição de pequenas partículas de argila[2] no receptáculo, o que fez aumentar o valor de caudal crítico para 17,25 L/s. Obteve-se assim um intervalo para o caudal crítico, Q_c, para o qual é possível que a partícula-teste entre em movimento.

$$Q_c = [15,85;\ 17,25]\ (\mathrm{L/s}) \tag{5.1}$$

Estabeleceu-se o valor de caudal $16,16\,\mathrm{L}/s$ [3] como o valor crítico. A este valor de caudal corresponde a velocidade média crítica de:

$$U_c = 0,34\,\mathrm{m/s} \tag{5.2}$$

5.2 Experiências Quantitativas

As experiências quantitativas do escoamento em torno da partícula-teste foram feitas utilizando a informação referente ao caudal crítico, de forma a permitir analisar quais as condições críticas e a partir daí estudar o escoamento em torno da partícula singular para essas condições. Para complementar o estudo foram considerados outros dois valores do caudal, inferiores ao valor crítico determinado para estudar o comportamento do escoamento.

Para a caracterização do escoamento utilizou-se o número de Reynolds dado por:

$$\mathrm{Re}_h = \frac{UR_h}{\nu}$$

onde U é a velocidade média do escoamento definida pela razão entre o caudal e a secção do escoamento, ν é a viscosidade cinemática e R_h é o raio hidráulico conforme definido pela expressão (2.2):

$$R_h = \frac{4A}{P}$$

onde A é a secção do escoamento e P o perímetro molhado.

Consideraram-se então os seguintes valores para a altura de água e caudal presentes na Tabela 5.1.

O menor dos valores do caudal corresponde ao caudal mínimo ensaiado nas experiências preliminares de teste do canal, o maior valor corresponde ao caudal crítico, e o outro foi

[2]Devido a problemas no sistema de filtragem do abastecimento de água, as cisternas do Laboratório de Hidráulica ficaram repletas de argilas, que sendo arrastadas pelo escoamento, acabaram por ficar depositadas ao longo do circuito hidráulico, em particular sobre o modelo.

[3]Valor que se revelou mais fácil de ajustar com a válvula.

Tabela 5.1: Valores de caudal, altura, velocidade média e Re_h.

Q (L/s)	h (cm)	U (m/s)	Re_h
4,04	5,5	0,184	$3,1 \times 10^4$
10,1	8,7	0,291	$7,0 \times 10^4$
16,16	11,4	0,354	$1,0 \times 10^5$

escolhido por se situar no meio dos dois valores extremos.

Definem-se ainda os seguintes números de Reynolds, designados de número de Reynolds de partícula e de atrito, definidos respectivamente por:

$$\mathrm{Re}_p = \frac{U_\infty d}{\nu} \tag{5.3}$$

e

$$\mathrm{Re}_* = \frac{u_* d}{\nu}$$

onde U_∞ representa a velocidade do escoamento longe da parede e u_* a velocidade de atrito; d é o diâmetro da partícula e ν a viscosidade cinemática.

Define-se ainda intensidade de turbulência como:

$$It_u = \frac{\sqrt{\overline{u'^2}}}{U_\infty} \tag{5.4}$$

onde $\sqrt{\overline{u'^2}}$ representa a raiz quadrada do desvio quadrático médio da flutuação.

É possível estender esta definição às restantes componentes da velocidade, v e w, definidno-se

$$It_v = \frac{\sqrt{\overline{v'^2}}}{U_\infty} \tag{5.5}$$

e

$$It_w = \frac{\sqrt{\overline{w'^2}}}{U_\infty} \tag{5.6}$$

Os resultados aqui apresentados referem-se à medição do campo de velocidades em redor da partícula singular, posicionada no modelo de leito descrito no Capítulo 3. Numa primeira fase, considerando apenas o modelo do leito ensaiado, procurou-se caracterizar o escoamento em termos de estacionariedade e desenvolvimento e, numa segunda fase, considerando a presença da partícula-teste, realizaram-se medições do campo de velocidade,

a montante e a jusante da referida partícula para determinar a sua evolução e caracterizar a zona de recirculação, procurando descrever em termos quantitativos o efeito da esfera para jusante.

Das medições dos perfis de velocidade a montante da partícula-teste é possível extrair informação relativa às tensões de arrastamento no leito, as quais serão usadas posteriormente na aplicação do critério de Shields.

O facto de o LDA permitir a medição da velocidade instantânea do escoamento, foi possível determinar as flutuações da componente u da velocidade e associá-la às forças de cariz turbulento, numa tentativa de aplicar os critérios probabilísticos.

A Figura 5.1 ilustra o referencial usado nas medições experimentais. O eixo Oy é perpendicular ao leito, Ox é alinhado com a direcção do escoamento e Oz é perpendicular ao plano Oxy.

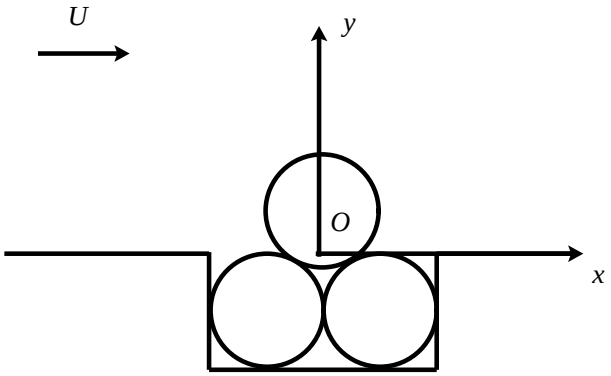

Figura 5.1: Referencial utilizado nas medições. O eixo Oz é perpendicular ao plano Oxy sendo positivo na direcção que sai do papel.

5.3 Características da Partícula-Teste

A partícula-teste considerada, assim como as de suporte são fabricadas em vidro (cuja massa volúmica é $\rho_s = 2,65\,\mathrm{kgm}^{-3}$). Tanto a partícula-teste como as de suporte são idênticas entre si e com um diâmetro nominal de 5 mm.

Com recurso ao feixe laser e à mesa de coordenadas mediu-se a altura da partícula-teste em relação ao leito, h_1, quando imersa. Para medir esta altura primeiro posicionou-se volume de controlo no eixo do canal afastado da partícula-teste e, por análise no osciloscópio do sinal do fotodetector, determinou-se a posição do leito conforme o método descrito no Capítulo 3. Seguidamente, utilizando a mesa de coordenadas, deslocou-se longitudinalmente a sonda laser para alinhar o volume de controlo com o eixo vertical da partícula-teste. Posteriormente, e ainda com recurso à mesa de coordenadas, variou-se a altura do volume de controlo em relação à partícula-teste, verificando simultaneamente o sinal do fotodetector no osciloscópio. A cota do topo da partícula corresponde à cota

imediatamente anterior ao ponto onde se consegue obter a medição de velocidade. As dez medições da altura efectuada permitiram determinar o valor médio da altura da partícula--teste, $h_1 = 3,92\,\text{mm}$, o seu desvio padrão, $\sigma_h = 0,03\,\text{mm}$. A componente sistemática da incerteza foi estimada com base na incerteza sistemática associada a cada componente do método de medição: nomeadamente a associada ao comparador (0,01 mm), a associada à determinação do leito (correspondente a metade da espessura do volume de controlo laser, 0,08 mm); e a incerteza associada à determinação do topo da partícula, δ_{topo} a qual, dadas as características da esfera englobará as incertezas associadas a cada uma das dimensões do volume de controlo laser conforme se ilustra na Figura 5.2. De acordo com (Holman, 2001), a incerteza associada ao topo da partícula é então:

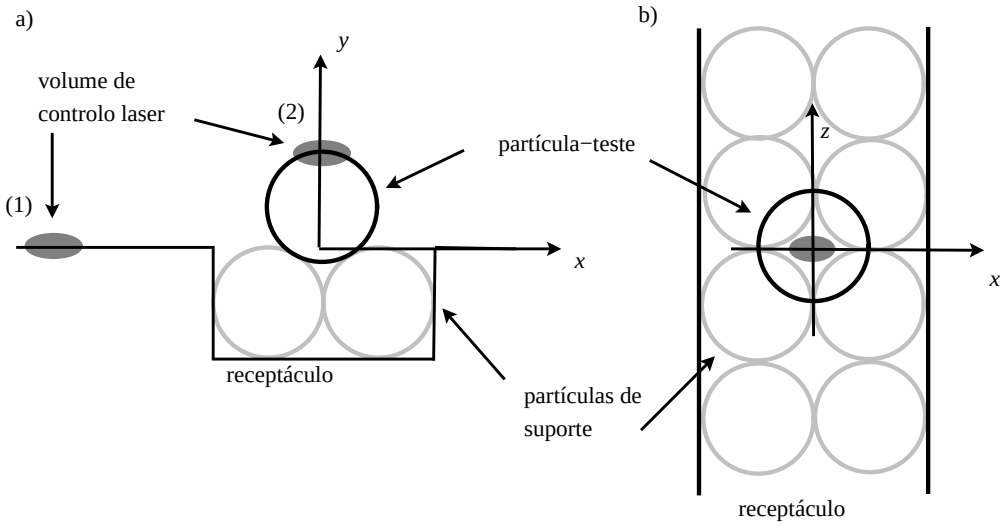

Figura 5.2: Incerteza sistemática associada ao posicionamento do volume de controlo Incerteza sistemática associada ao posicionamento do volume de controlo. Em (a) apresenta-se um corte seccional da partícula-teste sobre o qual se representa o volume de controlo do LDA, o qual, por não ser pontual ocupará a região elipsoidal apresentada a cinzento escuro (1) indica o posicioamento do volume de controlo sobre a placa plana e (2) indica o posicionamento do volume de controlo no topo da partícula-teste, pertinente ao método descrito em 3.2.3. Em (b) representa-se a vista de planta do posicionamento do volume de controlo do LDA (a cinzento escuro) ilustrando a região ocupada pelo volume de controlo. O facto de o topo da partícula-teste constituir uma calote esférica implica que as três dimensões do elipsóide serão utilizadas para a determinação do topo da partícula-teste.

$$\delta_{\text{topo}} = \sqrt{\left(\frac{\delta_x}{2}\right)^2 + \left(\frac{\delta_y}{2}\right)^2 + \left(\frac{\delta_z}{2}\right)^2} \tag{5.7}$$

onde δ_x, δ_y e δ_z são as dimensões do volume de controlo laser. Resulta assim, utilizando os valores da Tabela 3.1:

$$\delta_{\text{topo}} = 1,27\,\text{mm} \tag{5.8}$$

e portanto:

$$h_1 = 3,92 \pm 1,27\text{mm} \tag{5.9}$$

O valor teórico esperado, para a situação de uma partícula apoiada em 4 pontos, era de:

$$h_{1t} = 3,53\,\text{mm}$$

onde se conclui que o valor teórico se encontra dentro dos limites da incerteza experimental.

Há ainda que referir que a contribuição maior para a incerteza de posição do topo da partícula é, como foi referida, dada pela dimensão maior do volume de controlo. Para diminuir a incerteza associada a este método dever-se-ia ter tomado medidas para reduzir as dimensões do volume de controlo do laser nomeadamente:

1. mantendo o mesmo sistema, utilizar um *beam expander*;
2. utilizar outra sonda que permitisse um ângulo maior entre os feixes;
3. diminuir a distância focal, porque de acordo com a equação (3.5), a espessura dos feixes laser no foco é directamente proporcional à distância focal.

Estas hipóteses deverão ser consideradas em trabalhos futuros.

Na preparação do leito amovível para as experiências foram tomadas precauções para que que as partículas de suporte se tocassem, conforme o ilustrado na Figura 2.13, não se verificando situações análogas à esquematizada na Figura 5.3, pelo que se considerou que a incerteza associada à largura da calha seria traduzida pela incerteza associada ao diâmetro da partícula. É assim possível estimar qual a incerteza que seria de esperar para o valor de h_{1t} se se considerasse apenas os valores das incertezas associadas:

De acordo com Holman (2001) a incerteza de uma função $f = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ para a qual se conhecem as incertezas associadas a cada uma das suas variáveis x_i é dada por:

$$\delta_f^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 \delta_{x_1}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2 \delta_{x_2}^2 + \ldots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)^2 \delta_{x_n}^2 \tag{5.10}$$

De acordo com a expressão (2.36) a altura da partícula acima do fundo do receptáculo, h_{1t} pode ser calculada através da equação:

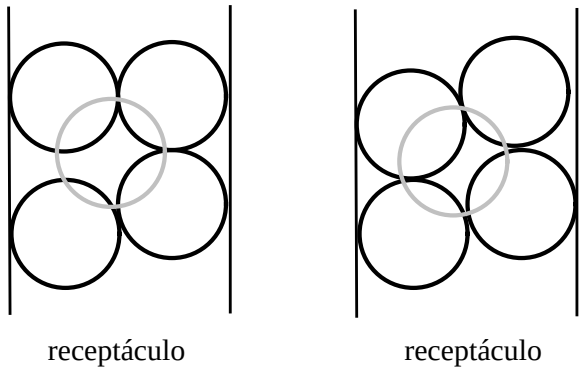

Figura 5.3: Representação de dois casos possíveis de ocorrer caso não se garantisse a associação das quatro partículas.

$$h_{1t} = y_0 + d + \frac{d}{\sqrt{2}} \tag{5.11}$$

onde y_0 é a coordenada do fundo do receptáculo (profundidade), d_s representa o diâmetro das partícula utilizadas, conforme o esquema apresentado na Figura 5.4.

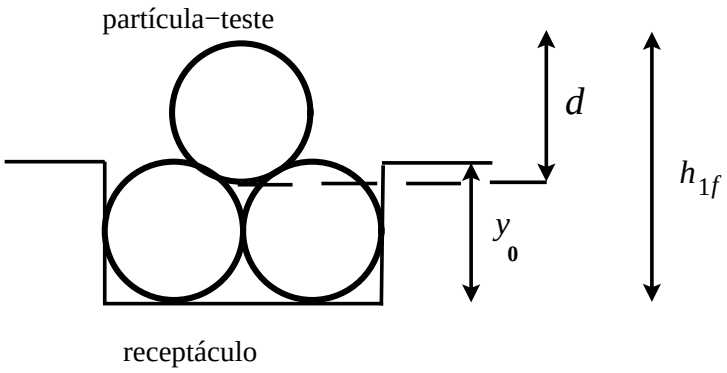

Figura 5.4: Representação da altura da partícula, da profundidade do receptáculo e diâmetro da partícula.

A incerteza associada à variável h_{1t} é então, usando a relação apresentada por Holman (2001):

$$\delta^2_{h_{1t}} = \delta^2_{y_0} + \delta^2_d \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \tag{5.12}$$

onde δ_{y_0} é a incerteza associada à profundidade do receptáculo e δ_d a incerteza associada ao diâmetro das partículas. O diâmetro de 20 partículas e a profundidade do receptáculo em 10 pontos foram medidas com um paquímetro de resolução 1/20 mm, obtendo-se, para um nível de confiança de 95%:

$$d = (4,97 \pm 0,06)\,\mathrm{mm} \tag{5.13}$$

$$y_0 = (-5,05 \pm 0,12)\,\mathrm{mm} \tag{5.14}$$

e concretizando as variáveis da equação (5.12):

$$\delta_{h_{1t}} = \pm 0,15\,\mathrm{mm} \tag{5.15}$$

Logo

$$h_{1t} = (3,53 \pm 0,15)\,\mathrm{mm}$$

Quanto ao ângulo de suporte, θ, este não foi medido directamente. Considerar-se-á que para a configuração em causa, isto é, partícula-teste apoiada em quatro partículas, se tem $\theta = 35,26^{\mathrm{o}}$.

5.4 Análise do Escoamento no Canal

5.4.1 Desenvolvimento do Escoamento

Nas hipóteses de trabalho considerou-se que escoamento é desenvolvido e estacionário. O facto do escoamento ser desenvolvido, significa que em secções longitudinais do escoamento, as diversas grandezas apresentam os mesmos valores. Para verificar a hipótese do escoamento desenvolvido mediram-se os perfis de velocidade ao longo do eixo do leito, calculando-se em seguida a diferença entre o primeiro perfil medido e o último:

$$\text{diferença} = \left| \frac{u(x_1) - u(x_2)}{u(x_1)} \right| \tag{5.16}$$

onde $u(x_1)$ é o valor da velocidade média pontual em x_1 e $u(x_2)$ é o valor da velocidade média pontual x_2. Para análise utilizou-se para $x_1 = x/d = -4$ e para $x_2 = x/d = 6$. Como se pode verificar pela Figura 5.5 o escoamento é desenvolvido. A maior diferença entre os dois perfis ocorre no primeiro ponto medido mais próximo do leito (ver Tabela 5.2), onde a diferença é cerca de 30%.

Para os restantes pontos, as diferenças são inferiores a 5% no caso da velocidade média pontual. A razão para tal prende-se com o facto deste ponto se situar numa região de gradientes elevados onde uma pequena diferença na posição, corresponde a uma variação de velocidade maior (factor de maior relevância junto leito) do que a que ocorreria se o gradiente de velocidades fosse menor. O esquema representado na Figura 5.6 ilustra o

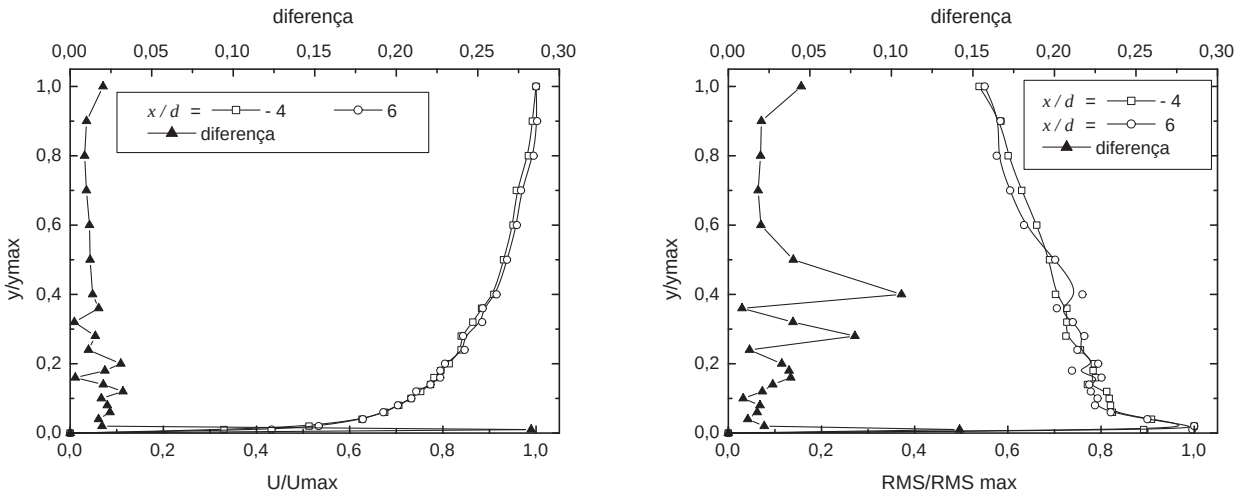

Figura 5.5: Desenvolvimento do perfil de velocidades (componente u e rms). Caso de $\mathrm{Re}_h = 1,0 \times 10^5$.

Tabela 5.2: Comparação dos valores médios da velocidade pontual em $x/d = -4$ e $x/d = 6$ para $y = 0,5\,\mathrm{mm}$, considerando $\mathrm{Re}_h = 1,0 \times 10^5$

	$x/d = -4$	$x/d = 6$	Diferença
$\overline{u}$	$0,1261$	$0,16175$	0.28

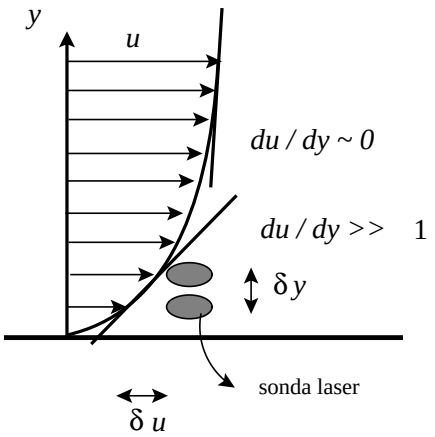

Figura 5.6: Esquema ilustrativo da influência do gradiente de velocidade nas medições junto ao leito.

referido.

5.4.2 Estacionariedade do Escoamento

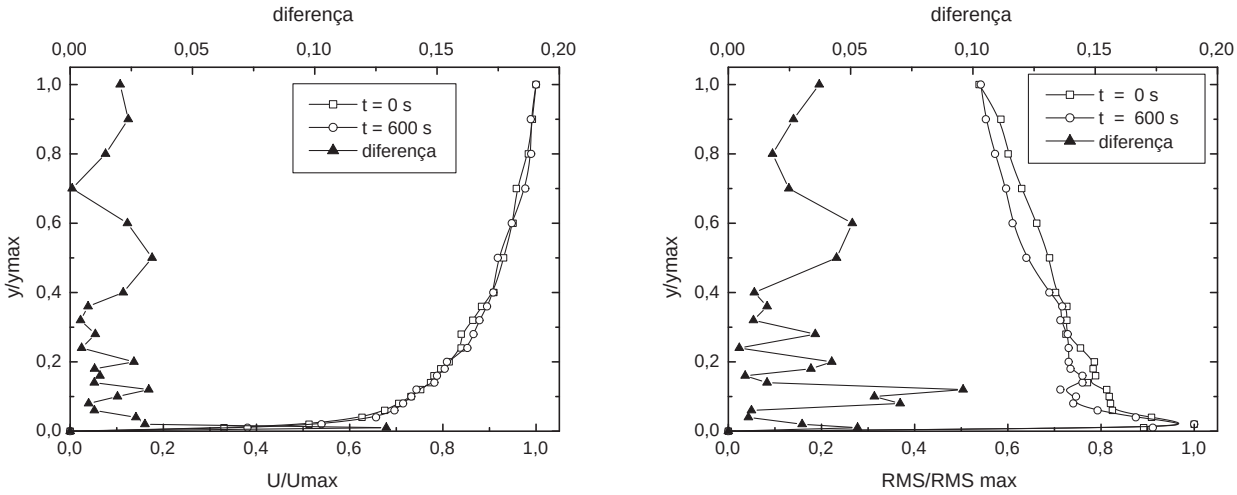

Figura 5.7: Verificação da hipótese de estacionariedade do escoamento. Medição efectuada em $x/d = -2$ em $t = 0\,\mathrm{s}$ e $t = 600\,\mathrm{s}$ para o valor médio da componente u da velocidade e seu rms. $\mathrm{Re}_h = 1,0 \times 10^5$

Para verificar a hipótese de estacionariedade mediu-se, para cada valor do número de Reynolds, um perfil de velocidade no eixo definido $x/d = -2$, em dois instantes distintos $t = 0\,\mathrm{s}$ e $t = 600\,\mathrm{s}$. Os resultados encontra-se na Figuras 5.7 e verifica-se que o escoamento é estacionário. Podendo verificar-se que a maior diferença entre os dois perfis é cerca de 15% e ocorre junto à parede (Tabela 5.3), na zona dos gradientes mais elevados, conforme justificado em 5.4.1.

Tabela 5.3: Comparação dos valores médios da velocidade pontual em $x/d = -2$ em $y = 0,5\,\mathrm{mm}$, para $\mathrm{Re}_h = 1,0 \times 10^5$ em $t = 0\,\mathrm{s}$ e $t = 600\,\mathrm{s}$.

	$t = 0\,\mathrm{s}$	$t = 600\,\mathrm{s}$	Diferença
$\overline{u}$	$0,1241$	$0,1424$	0.15

5.4.3 Uniformidade do Escoamento ao Longo da Secção Transversal

A uniformidade do escoamento ao longo do eixo Oz foi aferida pela medição de dois perfis de velocidade ao longo da mesma secção transversal, correspondentes a duas cotas diferentes, a montante do receptáculo das partículas de suporte (em $x/d = -2$). A Figura 5.8 ilustra os perfis medidos (velocidades médias pontuais e flutuações).

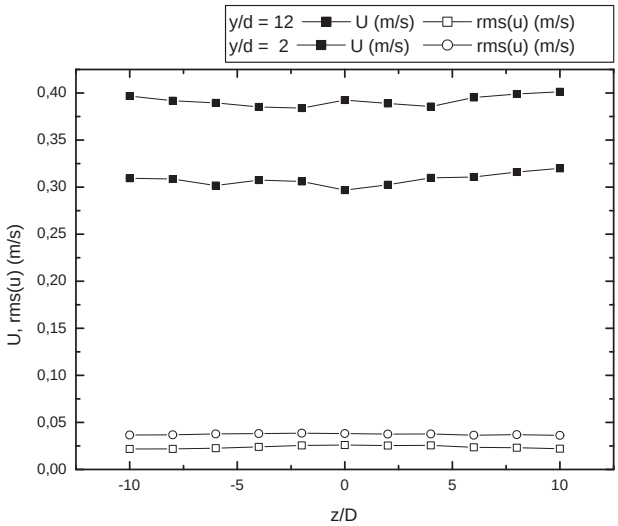

Figura 5.8: Verificação da uniformidade do escoamento ao longo do eixo para $Rey_h = 1,0 \times 10^5$

Os resultados obtidos indicam que os valores de velocidade são praticamente uniformes, nomeadamente na região compreendida entre $-5 \leq z/d \leq 5$, pelo que se pode considerar que a componente u não varia ao longo de Oz.

5.5 Análise do Escoamento em Torno da Esfera

As considerações seguintes são dedicadas ao estudo do escoamento em torno da esfera utilizando a anemometria laser. O domínio escolhido para a medição encontra-se representado na Figura 5.9. Foram realizados dois conjuntos de medições correspondentes a duas situações:

1. escoamento sem partícula-teste;

2. escoamento com partícula-teste.

Pretende-se desta forma caracterizar o efeito da esfera no escoamento e determinar as condições críticas do início do movimento da partícula teste. As medições foram realizadas nos perfis verticais correspondentes aos pontos assinalados na grelha de medição horizontal (Figura 5.9).

Nos gráficos a apresentar, será por vezes indicada a presença da partícula-teste por meio de um círculo. Salvo indicação em contrário, a representação da partícula-teste não se encontra à escala.

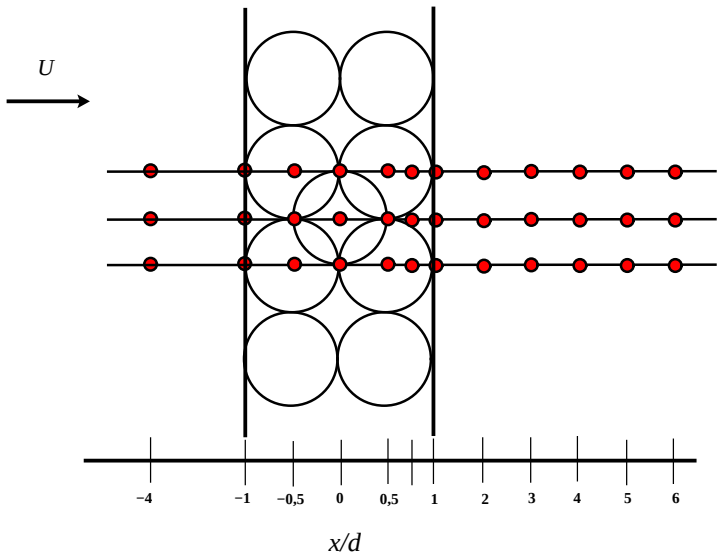

Figura 5.9: Grelha de medição utilizada para a caracterização do escoamento em torno da esfera.

5.5.1 Escoamento sem Partícula-Teste

A primeira caracterização feita foi a do escoamento sem esfera ao longo do eixo do canal para os três números de Reynolds, Re_h, considerados. Os resultados assim obtidos permitem analisar a influência das partículas de suporte no escoamento.

5.5.1.1 Determinação das Tensões de Corte no Leito

Para determinação das tensões de corte recorreu-se ao método de Clauser. Este método foi aplicado aos perfis medidos no eixo definido por $x/d = -4$, e representados na Figura 5.10, para determinar a velocidade de atrito u_* e consequentemente a tensão de corte, e é aqui descrito de forma sucinta.

Na região logaritmica o perfil de velocidades é dado por:

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{u_* y}{\nu}\right) + B \tag{5.17}$$

onde $\kappa = 0,41$ é a constante de von Kármán, u_* a velocidade de atrito, y a cota acima do leito e ν a viscosidade cinemática e B uma constante.

O coeficiente de atrito C_f é escrito na forma:

$$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2} \tag{5.18}$$

onde τ_w é a tensão de corte na parede, ρ a densidade do fluido e U_∞ é a velocidade do fluido longe da influência do leito.

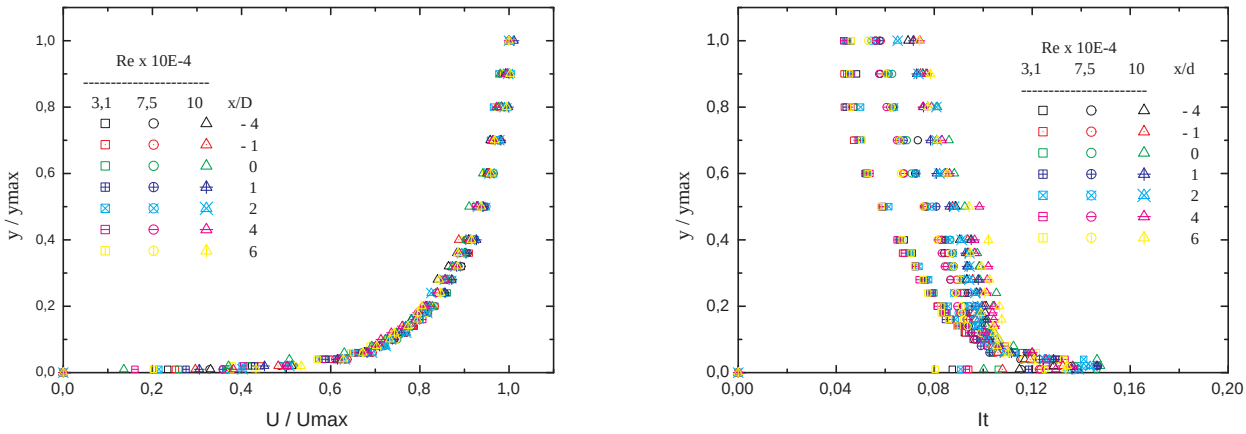

Figura 5.10: Perfis da componente u da velocidade em várias posições do domínio de medição para os diferentes números de Reynolds considerados, ao longo do eixo do canal.

Dividindo ambos os membros da equação (5.17) por U_∞ resulta:

$$\frac{u}{U_\infty} = \frac{1}{\kappa}\sqrt{\frac{C_f}{2}}\ln\left(\frac{U_\infty y}{\nu}\right) + \sqrt{\frac{C_f}{2}}\left(B + \frac{1}{2\kappa}\ln\left(\frac{C_f}{2}\right)\right) \tag{5.19}$$

Traçando num gráfico a família de curvas definida por valores de C_f e os resultados experimentais, é possível determinar o valor de C_f experimental. Para os diferentes números de Reynolds os resultados são apresentados nas Figuras 5.11 a 5.13, sendo os valores do coeficiente de atrito e da tensão de corte explicitados na Tabela 5.4

Tabela 5.4: Valores obtidos através do Método de Clauser para os coeficientes e velocidade de atrito referentes aos três números de Reynolds ensaiados (sem partícula-teste).

Re_h	C_f	u_* (m/s)	τ_w (Nm^{-2})	u_*/U_∞
$3,1 \times 10^4$	$0,0050$	0,012	0,143	0,054
$7,5 \times 10^4$	$0,0045$	0,015	0,225	0,046
$1,0 \times 10^5$	$0,0045$	0,018	0,323	0,048

A determinação do coeficiente de atrito C_f foi feita através dos gráficos obtidos. A incerteza pode ser estimada considerando metade do intervalo entre os coeficientes de atrito utilizados na representação gráfica, ou seja, $0,00025$. A incerteza associada ao coeficiente de atrito é assim dada por:

$$\left(\frac{\delta_{\tau_w}}{\tau_w}\right)^2 = \left(\frac{\delta\rho}{\rho}\right)^2 + \left(2\frac{\delta_U}{U}\right)^2 + \left(\frac{\delta_{C_f}}{C_f}\right)^2 \tag{5.20}$$

onde δ_{τ_w} é a incerteza associada ao valor medido da tensão de corte, δ_ρ a incerteza associada à massa volúmica (a qual pode ser considerada desprezável) e δ_{C_f} a incerteza

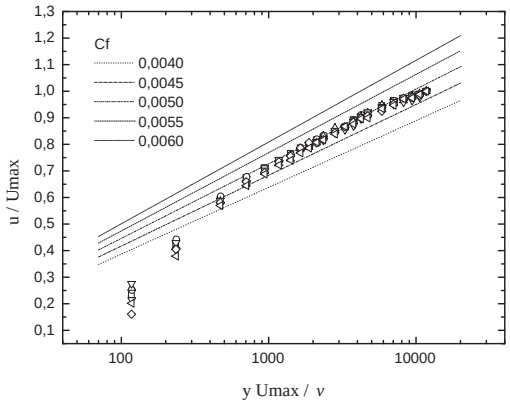

Figura 5.11: Aplicação do método de Clauser para $\mathrm{Re}_h = 3,1 \times 10^4$ (Umax $= U_\infty$).

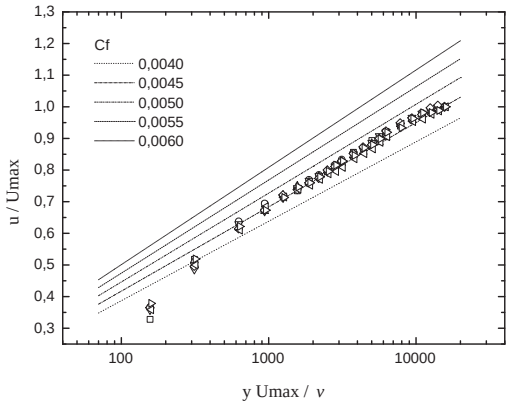

Figura 5.12: Aplicação do método de Clauser para $\mathrm{Re}_h = 7,0 \times 10^4$ (Umax $= U_\infty$).

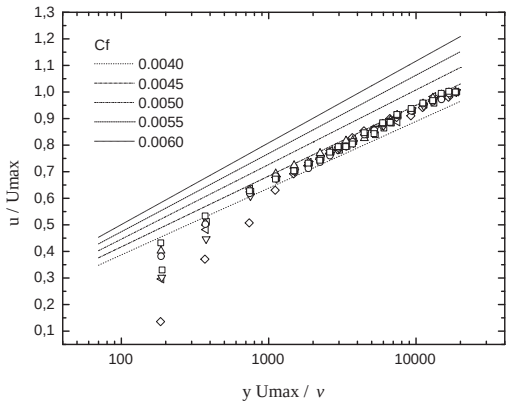

Figura 5.13: Aplicação do método de Clauser para $\mathrm{Re}_h = 1,0 \times 10^5$ (Umax $= U_\infty$).

associada ao coeficiente de atrito. Assim resulta para a incerteza associada à tensão de corte:

$$\left(\frac{\delta_{\tau_w}}{\tau_w}\right) = 0,11 \tag{5.21}$$

A incerteza associada à velocidade de atrito é dada por:

$$\left(\frac{\delta_{u_*}}{u_*}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\frac{\delta_{\tau_w}}{\tau_w}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\frac{\delta_\rho}{\rho}\right)^2 \tag{5.22}$$

ou seja,

$$\left(\frac{\delta_{u_*}}{u_*}\right) = 0,06 \tag{5.23}$$

5.5.1.2 Determinação das Tensões de Corte por Ajuste Linear

As tensões de corte podem ser ainda determinadas por outro método. Este baseia-se igualmente na lei logaritmica do perfil de velocidades, a qual se escreve:

$$u = \frac{u_*}{\kappa}\ln\left(\frac{u_* y}{\nu}\right) + Bu_* \tag{5.24}$$

expressão que pode ser escrita forma:

$$u = \frac{u_*}{\kappa}\ln y + B' \tag{5.25}$$

onde

$$B' = Bu_* + \frac{u_*}{\kappa}\ln\left(\frac{u_*}{\nu}\right) \tag{5.26}$$

O gráfico da equação (5.25) num sistema de eixos semilogarítmicos é uma recta cujo declive é:

$$m = \frac{u_*}{\kappa} \tag{5.27}$$

equação a partir da qual o cálculo da velocidade de atrito é trivial. A tensão de corte pode então ser calculada por:

$$\tau_w = \rho(m\kappa)^2 \tag{5.28}$$

Com os dados obtidos, e por ajustes lineares num sistema de eixos semilogarítmico

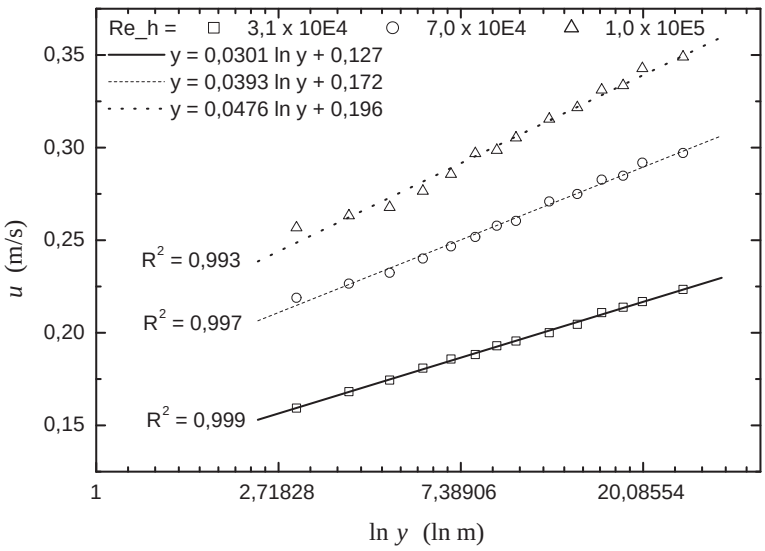

Figura 5.14: Ajuste linear dos perfis de velocidade medidos em $x/d = -4$, para os diferentes números de Reynolds.

obtiveram-se os valores da Tabela 5.5, conforme o representado na Figura 5.14.

Tabela 5.5: Valores obtidos para os coeficientes e velocidade de atrito nos três regimes em $x/d = -4$ usando o método do ajuste linear ao perfil logarítmico.

Re_h	u_* (m/s)	τ_w (Nm^{-2})	u_*/U_∞
$3,1 \times 10^4$	0,012	0,143	0,055
$7,5 \times 10^4$	0,016	0,259	0,050
$1,0 \times 10^5$	0,019	0,380	0,052

Com os valores obtidos para a velocidade de atrito quer pelo método de Clauser, quer pelo método do logaritmo, calculou-se, para cada número de Reynolds do escoamento, o parâmetro u_*/U_∞ e comparou-se com o valor aproximado estimado (0,05), sendo os resultados apresentados nas Tabelas 5.4 e 5.5. Verifica-se que a diferença máxima entre u_*/U_∞ e o valor estimado é de 10%, pelo que se pode considerar que a aproximação feita no Capítulo 2 está de acordo com o observado experimentalmente.

5.5.2 Escoamento no Eixo da Partícula-Teste - Componente u

Considere-se agora o caso em que se coloca a partícula-teste sobre o leito amovível. Segundo os dados recolhidos nas experiências qualitativas verificou-se que a partícula inicia o movimento para valores de Reynolds $\mathrm{Re}_h = 1,0 \times 10^5$. Este escoamento, conjuntamente com os dois outros valores do número de Reynolds considerados, é aqui analisado em termos de componente u. A análise focar-se-á essencialmente na região ao longo do eixo

da esfera e, sempre que tal se justifique, apresentar-se-ão os resultados referentes a outras zonas do domínio de medição. As Figuras 5.15 a 5.20 mostram os resultados comparativos (sem e com partícula-teste) do escoamento ao longo do eixo da partícula-teste, focando somente a região em torno da mesma. Os perfis de velocidade mostram que o efeito da esfera prolonga-se para jusante da região onde se situam as partículas de suporte. A jusante da partícula verifica-se a desacelaração do escoamento existindo uma pequena zona de recirculação. Constata-se ainda que a intensidade de turbulência, It_u, tem um comportamento diferente do caso sem partícula-teste, surgindo o máximo (aproximadamente 18%) para a cota da partícula-teste.

Utilizou-se o perfil de velocidades imediatamente antes do receptáculo ($x/d = -1$) para estimar a tensão de corte correspondente. Utilizou-se novamente o método de Clauser encontrando-se os resultados obtidos na Tabela 5.6 para o valor da tensão de corte.

Tabela 5.6: Valores obtidos através do Método de Clauser para os coeficientes e velocidade de atrito referentes aos três números de Reynolds ensaiados (com partícula-teste).

Re_h	C_f	u_* (m/s)	τ_w (Nm^{-2})
$3,1 \times 10^4$	$0,0050$	0,011	0,120
$7,5 \times 10^4$	$0,0045$	0,015	0,224
$1,0 \times 10^5$	$0,0045$	0,018	0,323

Verifica-se que os valores obtidos para C_f são similares aos anteriormente calculados no caso do escoamento sem partícula-teste (Tabela 5.4), o que é explicado por, em ambos os casos, se ter determinado a tensão de corte a montante da posição da partícula-teste.

Os perfis de velocidade obtidos mostram que o efeito da partícula-teste se prolonga para jusante do receptáculo. A jusante da partícula verifica-se a desaceleração do escoamento, ocorrendo uma pequena zona de recirculação. Verifica-se ainda que a intensidade de turbulência, It_u tem um comportamento diferente do caso sem partícula-teste, surgindo o máximo (aproximadamente 18%) para a cota referente ao topo da partícula-teste.

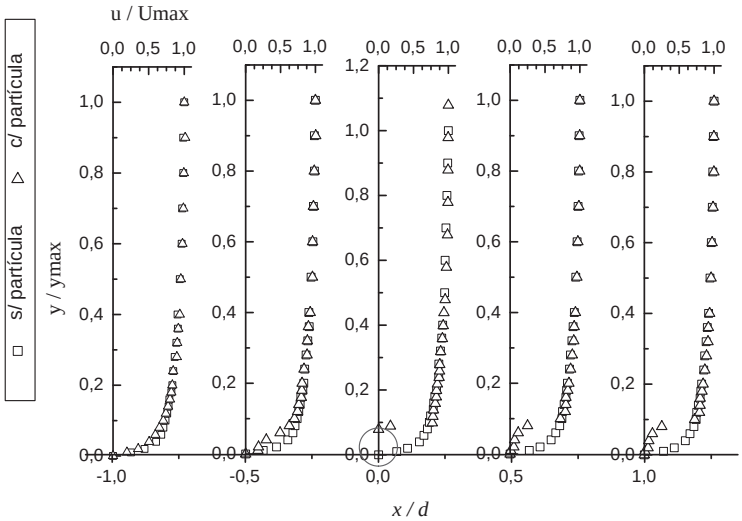

Figura 5.15: Perfis da componente u da velocidade média pontual em várias posições longitudinais do domínio para $\mathrm{Re} = 3,1 \times 10^4$ (tomar $\mathrm{Umax} = U_\infty$).

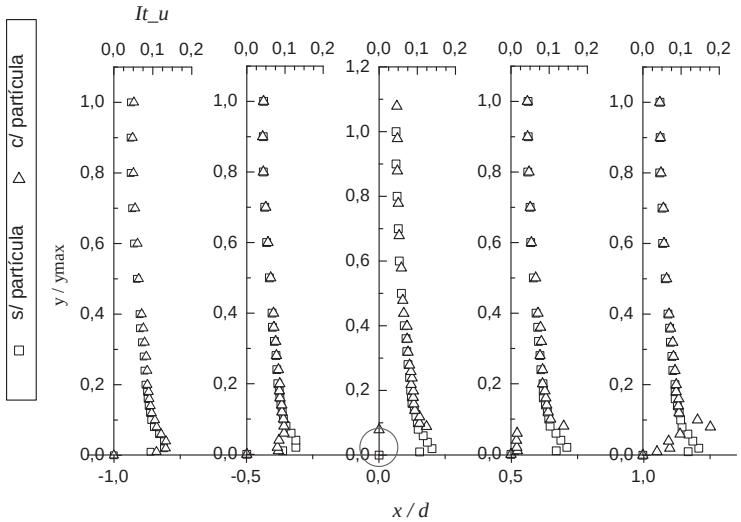

Figura 5.16: Perfis da intensidade de turbulência associada à componente u da velocidade em várias posições longitudinais para $\mathrm{Re} = 3,1 \times 10^4$ (tomar $It_u = It_u$).

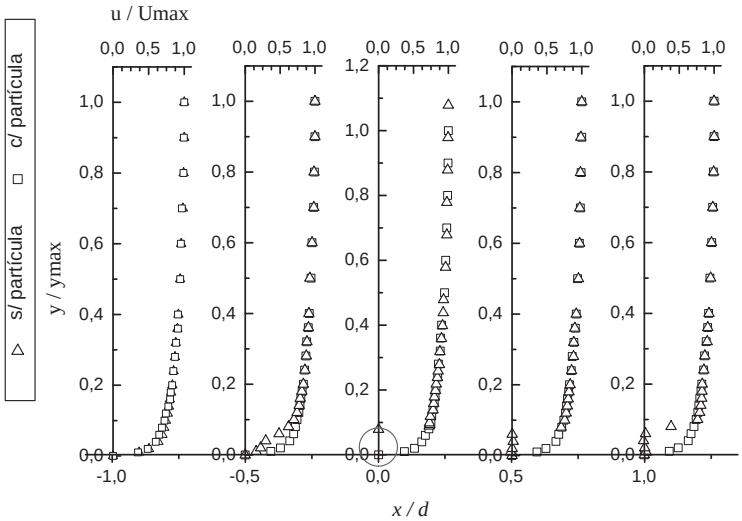

Figura 5.17: Perfis da componente u da velocidade média pontual em várias posições longitudinais do domínio para $\mathrm{Re} = 7,0 \times 10^4$ (tomar $\mathrm{Umax} = U_\infty$).

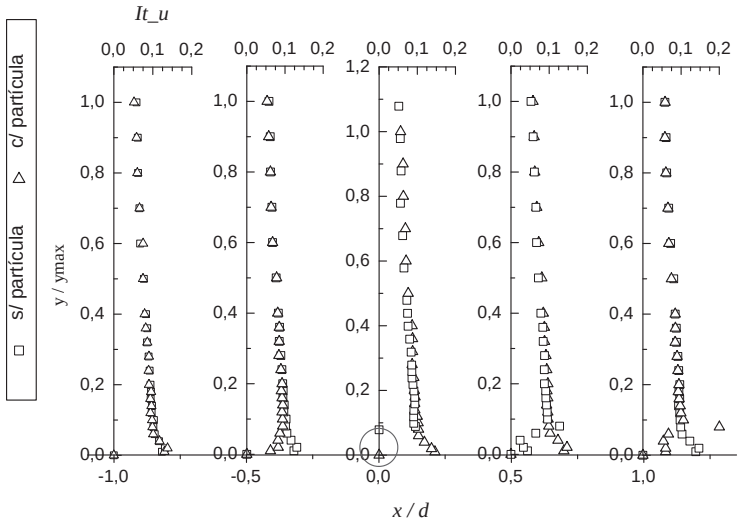

Figura 5.18: Perfis da intensidade de turbulência associada à componente u da velocidade em várias posições longitudinais do domínio para $\mathrm{Re} = 7,0 \times 10^4$ (tomar $It_u = It_u$).

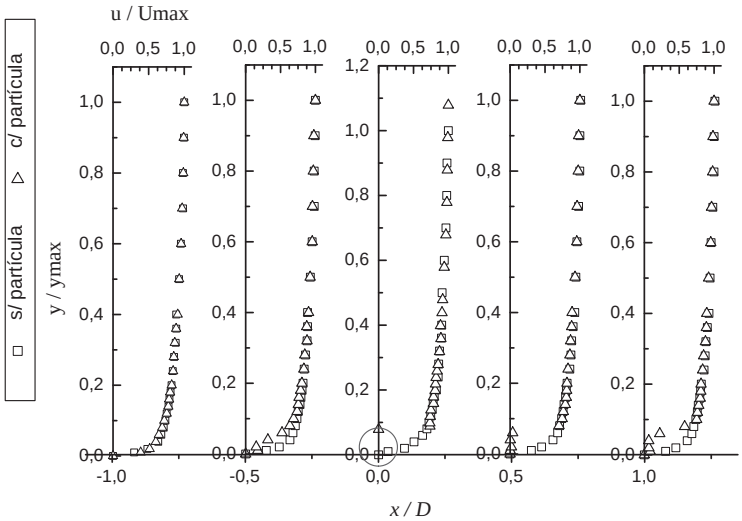

Figura 5.19: Perfis da componente u da velocidade média pontual em várias posições do domínio para $\mathrm{Re} = 1,0 \times 10^5$ (tomar $\mathrm{Umax} = U_\infty$).

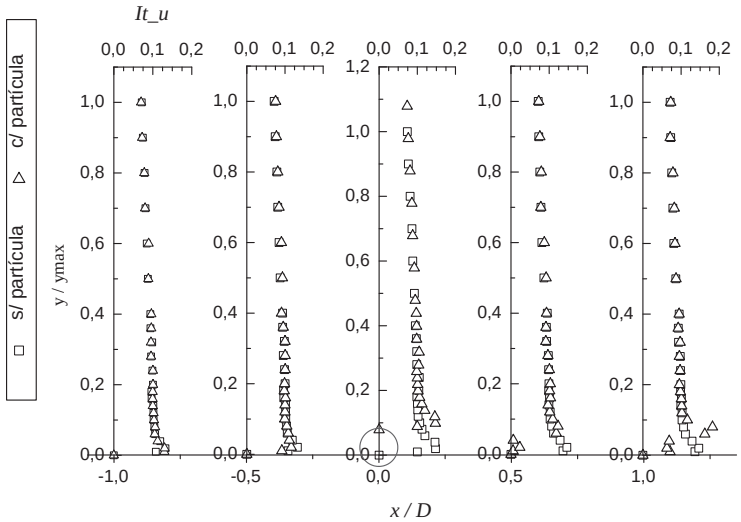

Figura 5.20: Perfis da intensidade de turbulência associada à componente u da velocidade em várias posições longitudinais do domínio para $\mathrm{Re} = 1,0 \times 10^5$ (tomar $It_u = It_u$).

5.5.3 Escoamento em $z/d = \pm 0,5$

Consideraram-se ainda as rectas paralelas ao eixo Ox definidas por $z/d = \pm 0,5$ nas quais se realizaram medições dos perfis de velocidade nas posições referenciadas na Figura 5.9.

Dos perfis medidos ao longo das rectas referidas apresentam-se apenas os medidos no bordo montante e jusante do receptáculo por serem os que, em primeira análise permitem verificar se a influência da partícula-teste se estende, na direcção transversal, para além das dimensões daquela. A Figura 5.21 apresenta os valores médios da componente u, referentes às extremidades montante e jusante do receptáculo, em $z/d = \pm 0,5$ e também para comparação, ao perfil médio medido em $z/d = 0$ (eixo do canal), para $\mathrm{Re} = 3,1 \times 10^4$. A Figura 5.22 mostra, para as mesmas posições e condições de escoamento, os perfis de intensidade turbulenta. Como se pode constatar, para este caso, verifica-se que, nos pontos considerados, a influência da partícula-teste em $z/d = \pm 0,5$ é negligenciável quando comparada com o que ocorre no eixo do canal.

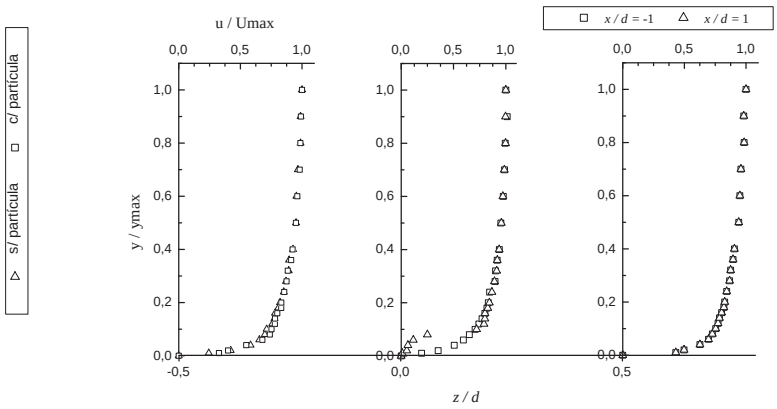

Figura 5.21: Perfis de velocidade no bordo do receptáculo montante e jusante, nos planos definidos por $z/d = \pm 0,5$ para $\mathrm{Re} = 3,1 \times 10^4$.

Também para o caso de $\mathrm{Re}_h = 1,0 \times 10^5$ verifica-se que os perfis da componente u da velocidade, medidos a montante e a jusante da partícula são praticamente coincidentes nas posições $z/d = \pm 0,5$, conforme se constata pela Figura 5.23. Um comportamento similar é observado para a intensidade turbulenta da referida componente (Figura 5.24). Entretanto, para ambos os casos, $\mathrm{Re}_h = 3,1 \times 10^4$ e $\mathrm{Re}_h = 1,0 \times 10^5$, em $z/d = 0$, o efeito da partícula-teste é evidente tanto nos perfis de velocidade média como nos perfis de intensidade turbulenta.

Como conclusão verifica-se que a influência da partícula-teste é confinada no eixo Oz e que as medições efectuadas em $x/d = 1$, $z/d \pm 0,5$ não revelam influência da partícula--teste.

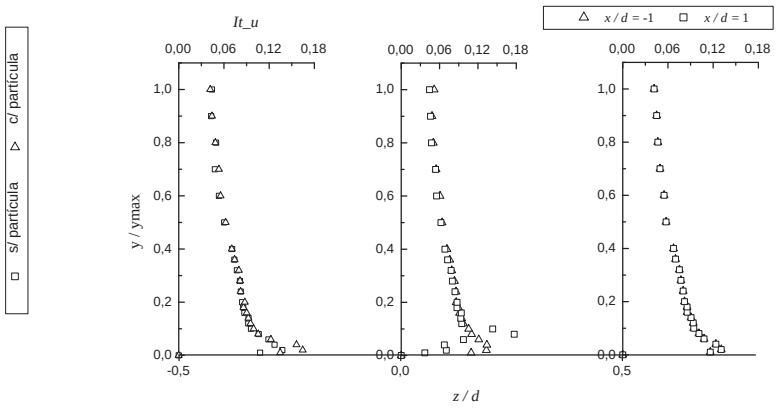

Figura 5.22: Perfis de intensidade turbulenta no bordo do receptáculo montante e jusante, nos planos definidos por $z/d = \pm 0,5$ para $\mathrm{Re} = 3,1 \times 10^4$.

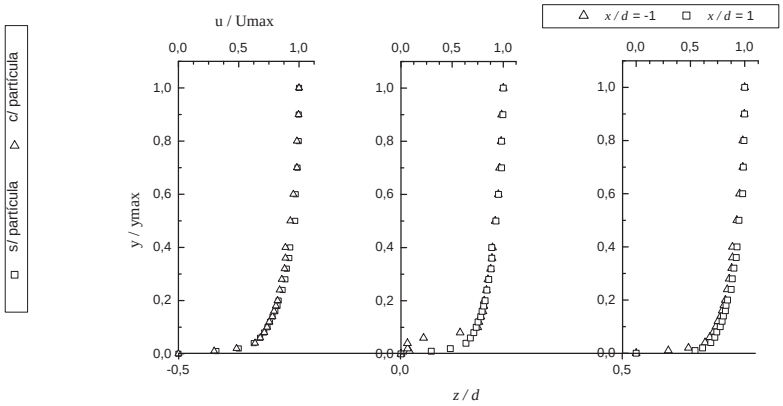

Figura 5.23: Perfis de velocidade no bordo do receptáculo montante e jusante, nos planos definidos por $z/d = \pm 0,5$ para $\mathrm{Re} = 1,0 \times 10^5$.

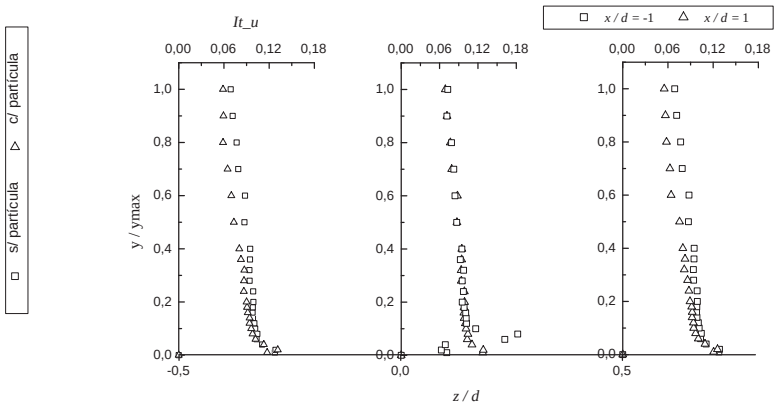

Figura 5.24: Perfis de intensidade turbulenta no bordo do receptáculo montante e jusante, nos planos definidos por $z/d = \pm 0,5$ para $\mathrm{Re} = 1,0 \times 10^5$.

5.5.4 Escoamento no Eixo da Partícula-Teste - Componente v

Conforme foi referido no Capítulo 3, a colocação da partícula no eixo do canal, conjuntamente com as características do sistema LDA, do canal e do modelo inviabilizaram a medição da componente v na zona imediatamente adjacente ao fundo, daí que tenham sido ensaiadas várias hipóteses para medir a componente v no mesmo domínio espacial que a componente u. Dado o carácter exploratório da presente tese e as limitações de tempo decorrentes da avaria de um dos sistemas LDA utilizados limitaram-se as medições da componente v para os pontos em torno do receptáculo ($-1 \leq x/d \leq +1$) e considerando a presença da partícula-teste. A cota mais baixa que se alcançou foi de $0,75$ mm acima da partícula, ou seja, $4,67$ mm acima do leito, ao longo do eixo longitudinal do canal. Os resultados obtidos apresentam-se nas Figuras 5.25 a 5.30. Como se pode constatar, na região onde foi possível medir, o valor médio pontual da componente v da velocidade, aumenta à medida que se aproxima da partícula-teste, o que indica que existirá uma parte do fluido que contornará a partícula pelo seu topo. Na extremidade jusante do receptáculo o comportamento da componente v é similar ao observado na extremidade a montante, o que indicia que a variação da componente v induzida pela partícula-teste se limita à região onde estão confinadas as partículas.

Verifica-se ainda que o valor médio pontual da componente v da velocidade tende para um valor constante, à medida que se afasta do leito. Este valor é cerca de 3% da velocidade média pontual de referência, U_∞. Outra conclusão que se pode tirar dos resultados é que:

$$\overline{v} \approx \sqrt{\overline{v'^2}} \tag{5.29}$$

ou seja, o valor médio da componente v é da ordem de grandeza da raiz do desvio quadrático médio.

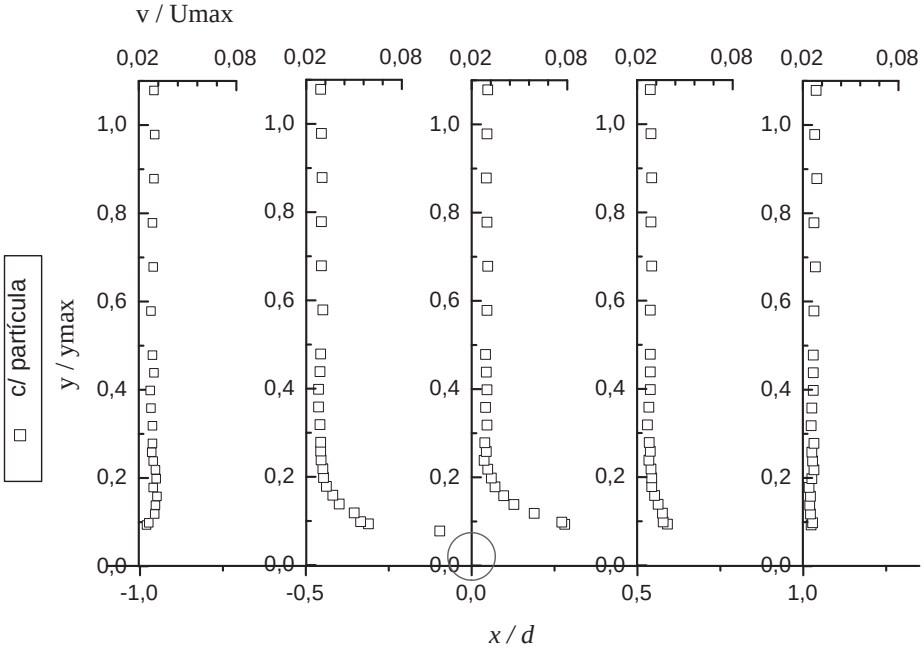

Figura 5.25: Perfis da componente v da velocidade média pontual em várias posições longitudinais do domínio para $\mathrm{Re} = 3,1 \times 10^4$ (tomar $\mathrm{Umax} = U_\infty$).

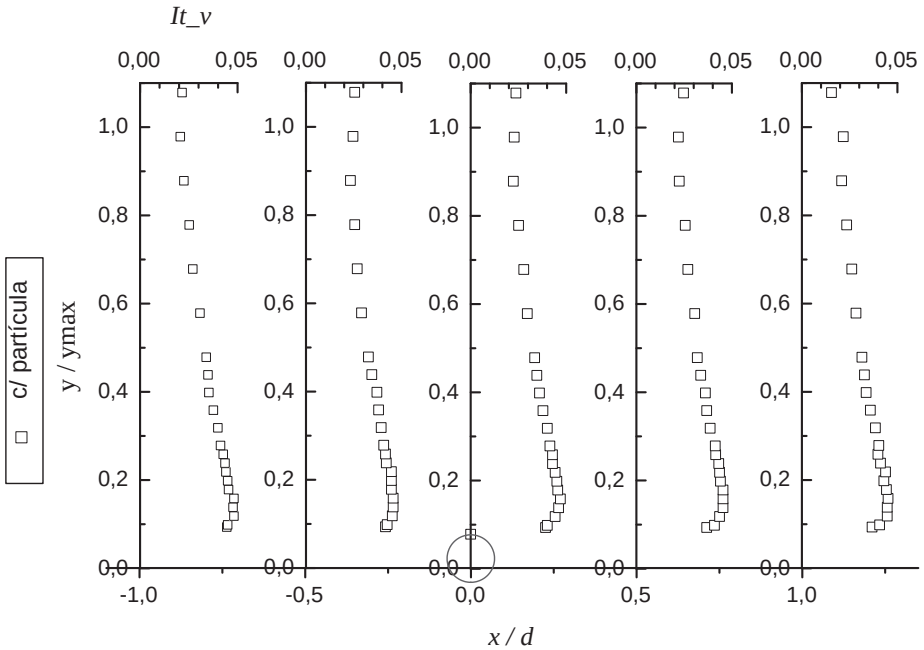

Figura 5.26: Perfis da intensidade de turbulência associada à componente v da velocidade em várias posições longitudinais do domínio para $\mathrm{Re} = 3,1 \times 10^4$ (tomar $It_v = It_v$).

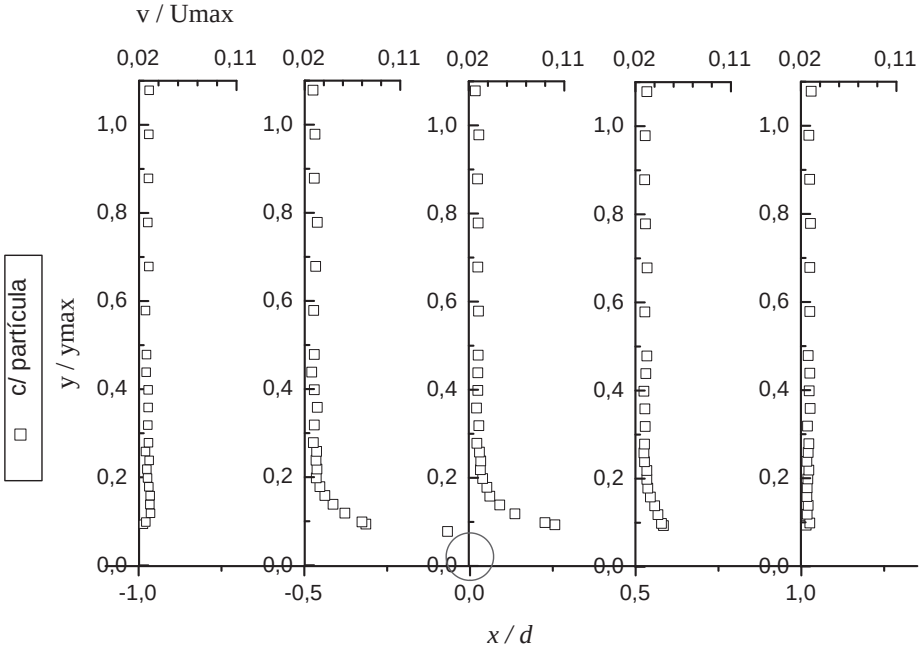

Figura 5.27: Perfis da componente v da velocidade média pontual em várias posições longitudinais do domínio para $\mathrm{Re} = 7,0 \times 10^4$ (tomar $\mathrm{Umax} = U_\infty$).

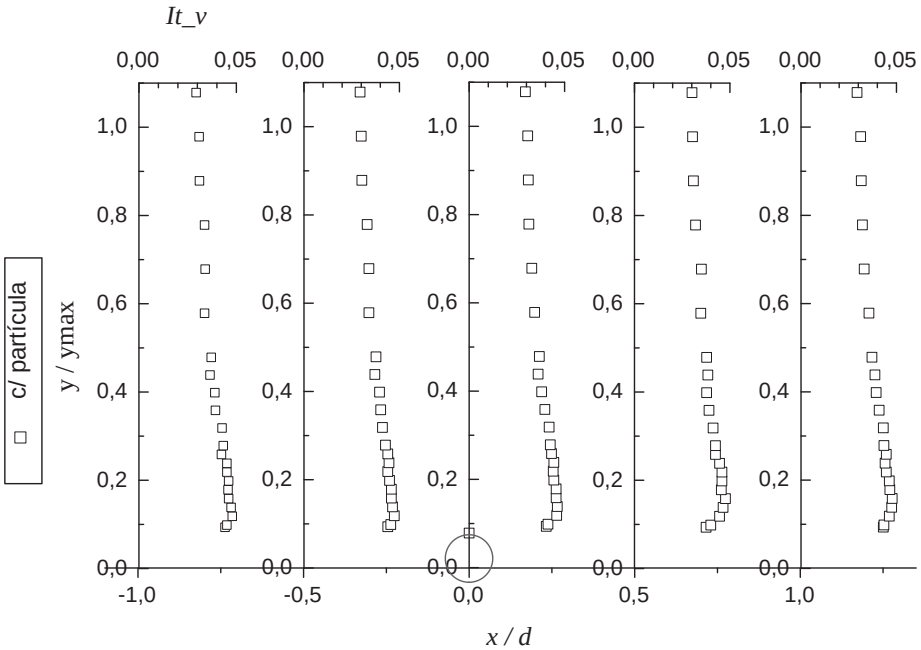

Figura 5.28: Perfis da intensidade de turbulência associada à componente v da velocidade em várias posições longitudinais do domínio para $\mathrm{Re} = 3,1 \times 10^4$ (tomar $It_U = It_u$).

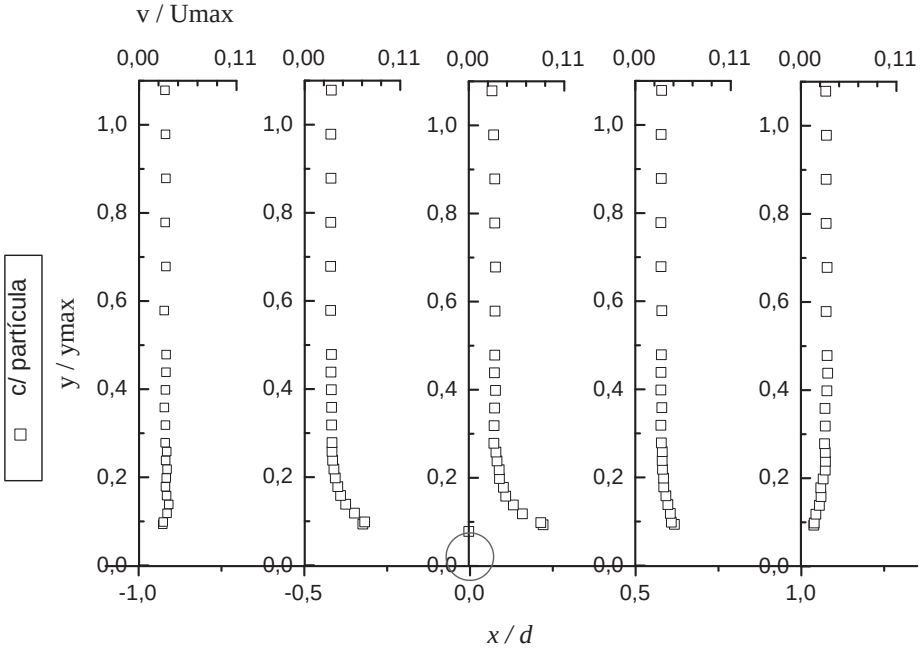

Figura 5.29: Perfis da componente v da velocidade média pontual em várias posições longitudinais do domínio para $\mathrm{Re} = 1,0 \times 10^5$ (tomar $\mathrm{Umax} = U_\infty$).

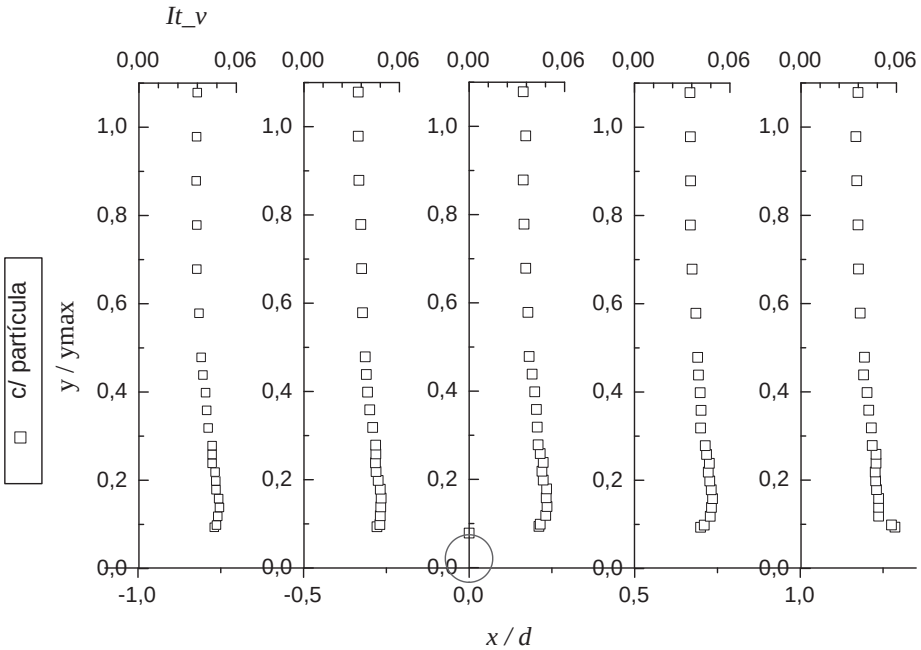

Figura 5.30: Perfis da intensidade de turbulência associada à componente v da velocidade em várias posições longitudinais do domínio para $\mathrm{Re} = 1,0 \times 10^5$ (tomar $It_U = It_u$).

5.5.5 Comparação das Componentes da Velocidade Medidas

Com os resultados obtidos é possível comparar directamente as duas componentes de velocidade medidas quer em termos de valores médios, quer em termos de flutuações turbulentas. Para tal traçaram-se os perfis ao longo do eixo vertical da partícula-teste para os diferentes números de Reynolds (Figuras 5.31). Como se pode constatar no caso da Figura 5.31 o valor médio da componente u é muito maior que o valor médio da componente v, ao longo de todo o perfil. No topo da partícula-teste verifica-se que $\overline{u} \approx 7\overline{v}$ enquanto na região do perfil afastada do topo da partícula-teste se tem $\overline{u} \approx 50\overline{v}$. No caso da intensidade de turbulência verifica-se que $\sqrt{\overline{u'^2}} \approx 2\sqrt{\overline{v'^2}}$ praticamente ao longo de toda a altura de cada um dos perfis.

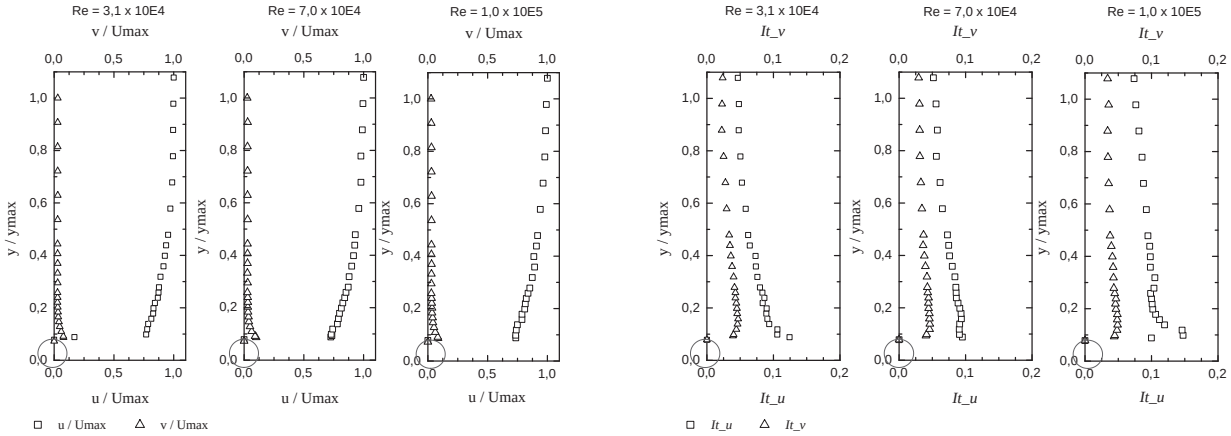

Figura 5.31: Comparação dos valores médios pontuais das componentes u e v da velocidade medidos sobre o eixo vertical da esfera. A componente horizontal u refere-se ao eixo horizontal inferior e a componente vertical v ao eixo horizontal superior (considerar Umax $= U_\infty$).

5.6 Análise do Escoamento a Jusante da Partícula--Teste

5.6.1 Zona de Recirculação

Com os perfis medidos a jusante da partícula-teste tornou-se possível determinar a extensão da zona de recirculação, a qual foi determinada para o caso crítico, correspondente a $\mathrm{Re}_h = 1,0 \times 10^5$. Para tal, procurou-se a partir da evolução do perfil de velocidades médio da componente longitudinal (u), ao longo da direcção longitudinal do escoamento, a secção a partir da qual o perfil de velocidade muda de sinal, passando de valores negativos (a zona de recirculação) para valores novamente positivos.

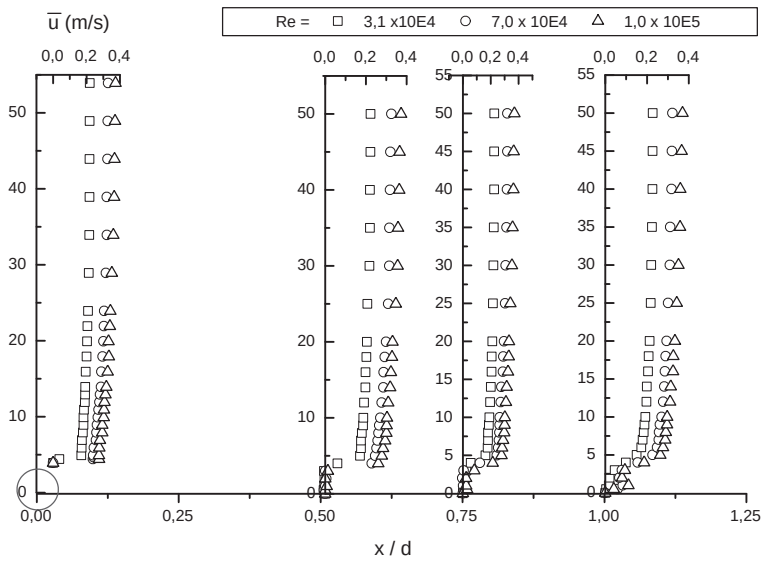

Figura 5.32: Determinação da zona de recirculação para os três números de Reynolds. A representação da esfera não está à escala na horizontal sendo somente para auxiliar a visualização da sua altura.

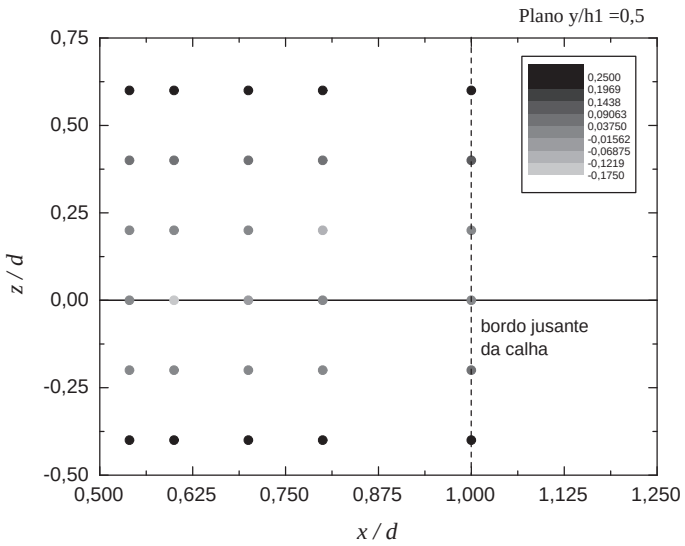

Figura 5.33: Mapeamento dos pontos medidos na zona de separação, para $y/h_1 = 0,5$ e considerando $\mathrm{Re}_h = 1,0 \times 10^5$. A velocidade é, em cada ponto, traduzida pela escala de cores.

A evolução do perfil medido no eixo da partícula-teste alinhado com a direcção do escoamento, é mostrado na Figura 5.32.

Apesar da zona de influência da partícula-teste se prolongar para além da região onde estão confinadas as partículas de suporte, verificou-se que a zona de recirculação não excedia os limites daquela zona, conforme se mostra na Figura 5.32 e que já se obervara no Capítulo 4. De facto para $x/d = 1$ a velocidade é praticamente zero, mas não-negativa.

Para determinar a dimensão transversal da zona de recirculação efectuaram-se medições no plano paralelo ao leito e definido pela cota $y/h_1 = 0,5$. Estas medições são ilustradas no mapa da Figura 5.33. Na referida figura mostram-se as coordenadas dos pontos de medição no plano $y/h_1 = 0,5$, onde a cor de cada ponto representa a velocidade medida. Esta figura permite obter informação sobre o campo de velocidades nas direcções transversais e longitudinais. Desta figura pode-se também constatar a extensão longitudinal da zona de recirculação equivale, no máximo, a meio diâmetro da partícula, ou seja, fica confinada ao receptáculo, conforme mostrado na Figura 5.33. Em termos de largura da zona de recirculação as medições realizadas revelaram que aquela é da ordem do diâmetro da partícula.

5.6.2 Análise da Esteira da Partícula

Efectuaram-se medições ao longo do eixo Ox que permitiram caracterizar a evolução do perfil de velocidades (valor médio e flutuação) da componente u, de modo a avaliar a influência da partícula-teste no escoamento a jusante. Das medições efectuadas pode verificar-se que, para qualquer um dos três números de Reynolds testados, o efeito da partícula-teste na componente média da velocidade torna-se negligível para $x/d \geq 5$. Contudo, para o caso de $\mathrm{Re}_h = 1,0 \times 10^5$, verifica-se que ainda se sente influência da partícula-teste no perfil da intensidade de turbulência. Esta circunstância poderá estar relacionada com a ejecção de vórtices pela partícula-teste, conforme ilustrado na Figura 4.7. Os perfis medidos encontram-se nas Figuras 5.34 a 5.39.

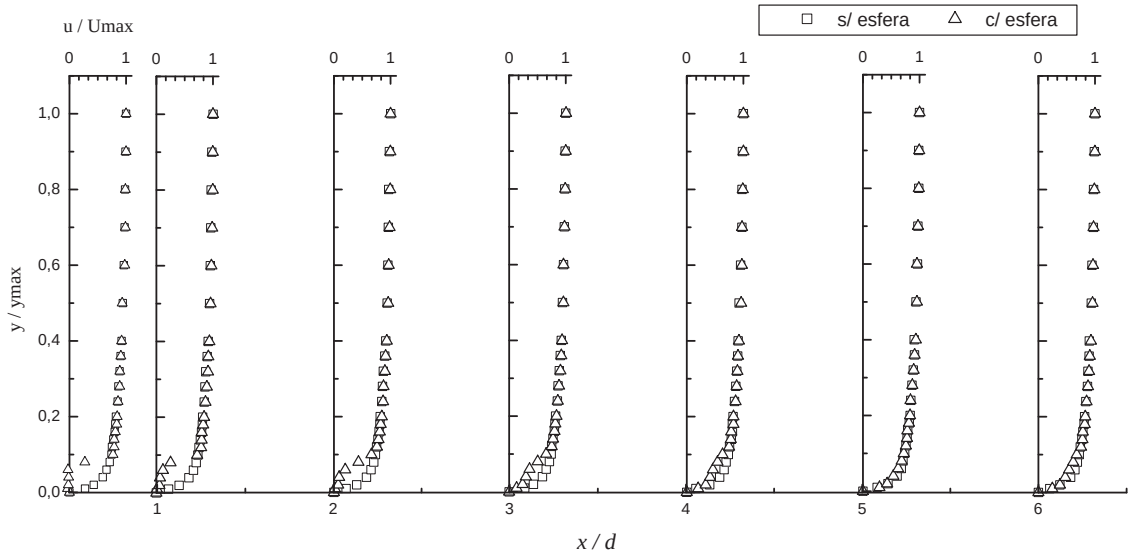

Figura 5.34: Medições da componente u da velocidade na esteira da partícula ($z/d = 0$) para $\mathrm{Re}_h = 3,1 \times 10^4$.

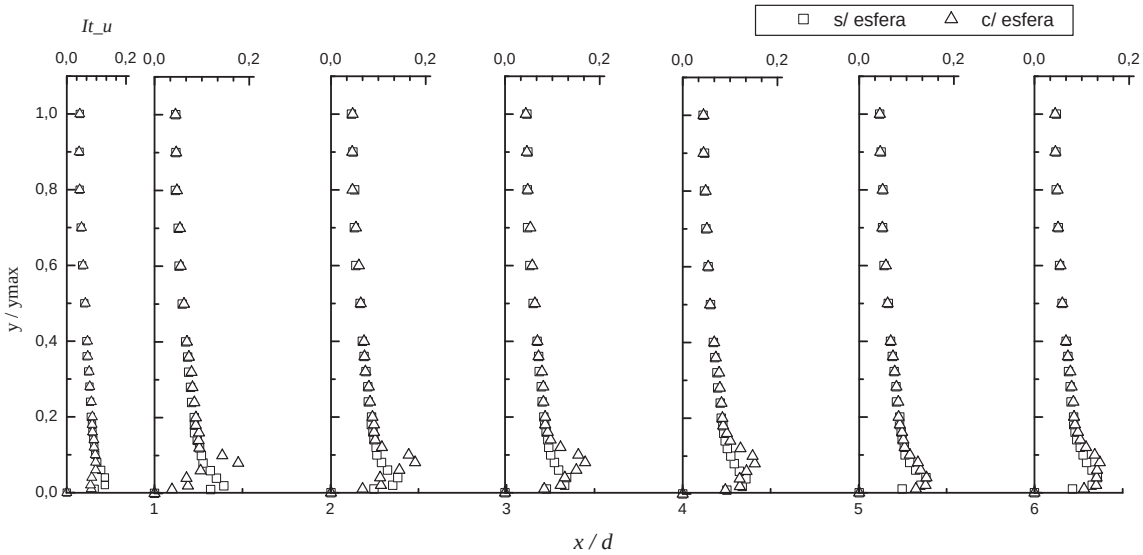

Figura 5.35: Medições da intensidade da turbulência associada à componente u da velocidade na esteira da partícula ($z/d = 0$) para $\mathrm{Re}_h = 3,1 \times 10^4$.

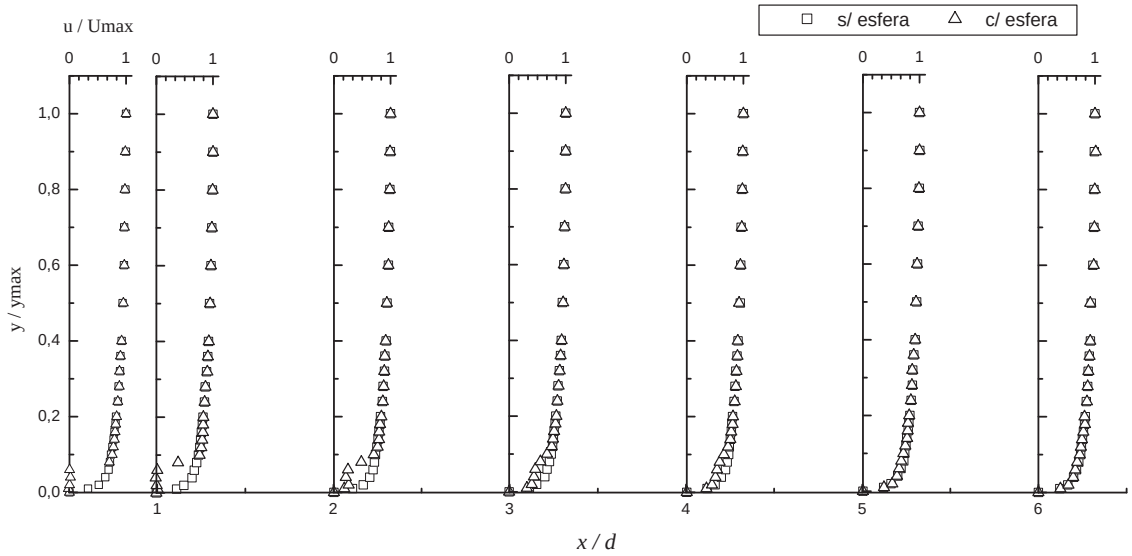

Figura 5.36: Medições da componente u da velocidade na esteira da partícula ($z/d = 0$) para $\mathrm{Re}_h = 7,0 \times 10^4$.

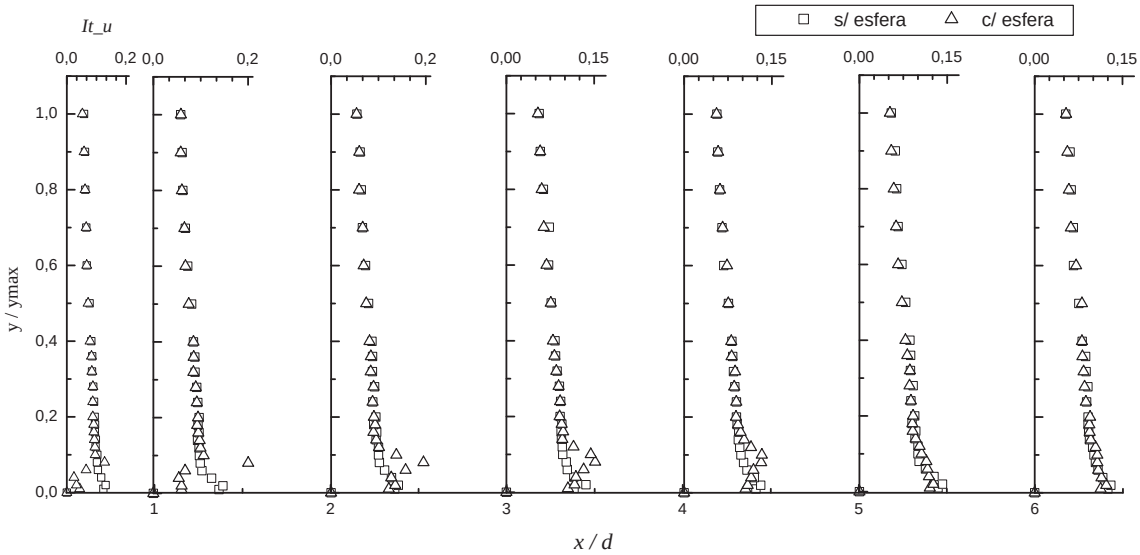

Figura 5.37: Medições da intensidade da turbulência associada à componente u da velocidade na esteira da partícula ($z/d = 0$) para $\mathrm{Re}_h = 7,0 \times 10^4$.

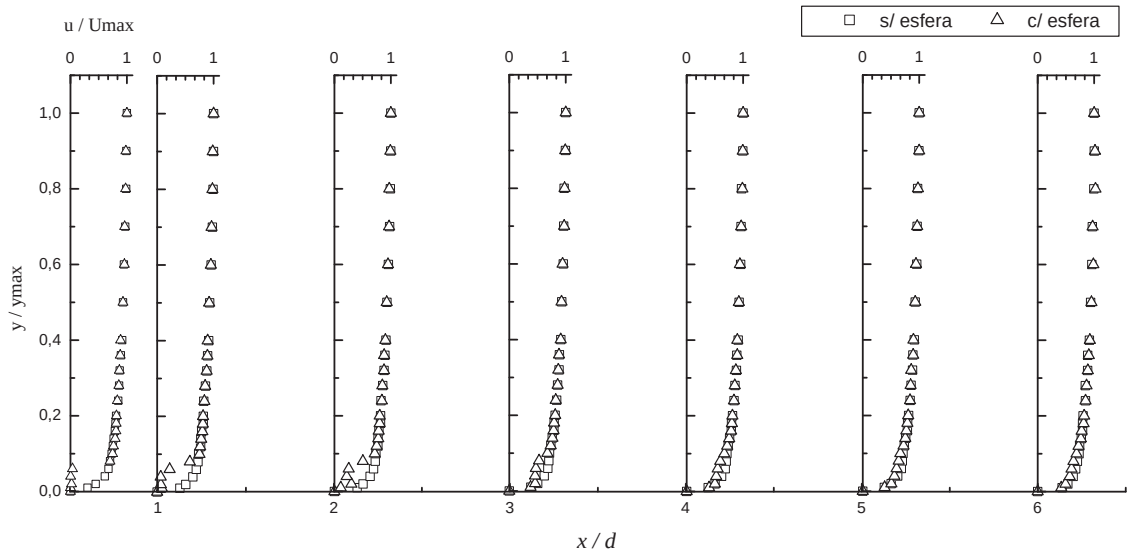

Figura 5.38: Medições da componente u da velocidade na esteira da partícula (z/d =0) para $\mathrm{Re}_h = 1,0 \times 10^5$.

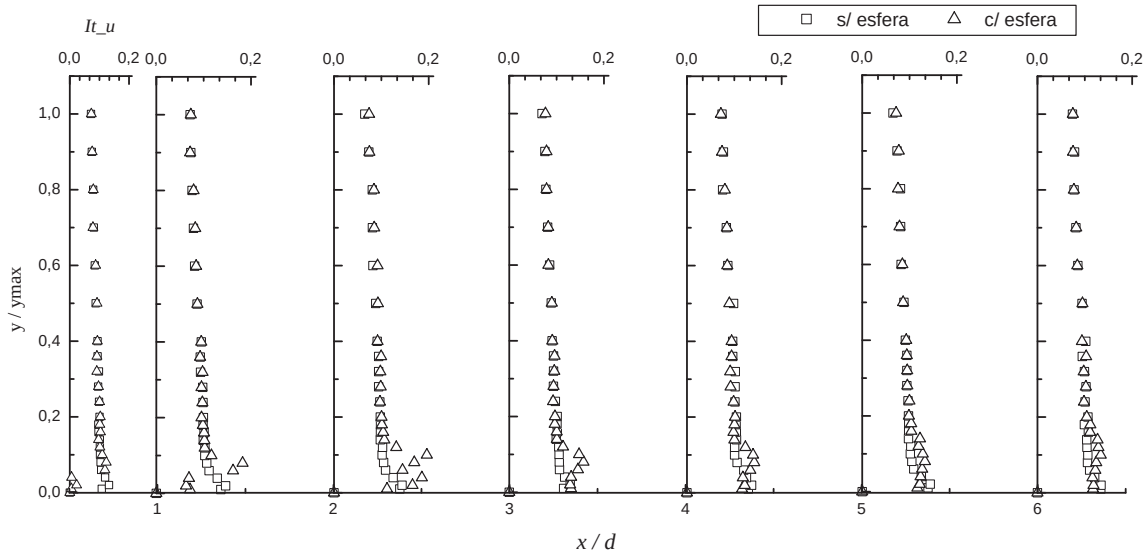

Figura 5.39: Medições da intensidade da turbulência associada à componente u da velocidade na esteira da partícula ($z/d = 0$) para $\mathrm{Re}_h = 1,0 \times 10^5$.

5.7 Análise das Flutuações Sobre a Partícula

De forma a estudar o comportamento das flutuações de velocidade utilizou-se uma das possibilidades do anemómetro laser, nomeadamente a de registar os valores de velocidade instantânea, obtendo-se assim o historial da velocidade num ponto. No presente caso considerou-se um ponto situado a 0,5 mm do topo da esfera. Procurou-se desta forma verificar se existiria alguma particularidade no comportamento das flutuações da velocidade para os diferentes casos.

A primeira verificação efectuada com base nos historiais da velocidade foi a da hipótese de ergodicidade. De facto, a média das flutuações calculada por:

$$\overline{u'} = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T u' dt \tag{5.30}$$

resultou, para o caso de $\mathrm{Re}_h = 1,0 \times 10^5$:

$$\overline{u'} = 2,6 \times 10^{-6}\,\mathrm{m/s}, \tag{5.31}$$

valor que é praticamente zero, em acordo com a hipótese de ergodicidade.

5.7.1 Aplicação dos Métodos Probabílisticos

Uma vez que se obtiveram as flutuações da componente u da velocidade a $0,5\,\mathrm{mm}$ do topo da partícula-teste, pode pensar-se em utilizá-las na aplicação dos critérios probabílisticos, para análise da força de sustentação turbulenta.

Para o caso em análise o parâmetro R é dado pela equação (2.20):

$$R = \frac{F_L}{\overline{F_L}}$$

Considerando que a força de sustentação é dada por:

$$L = \frac{1}{2}\rho u^2 C_L S \tag{5.32}$$

onde u é a velocidade instantânea sobre a partícula. Resulta assim para a equação (2.20):

$$R = \frac{\frac{1}{2}\rho u^2 S}{\frac{1}{2}\rho \overline{u}^2 S} \tag{5.33}$$

logo,

$$R = \frac{u^2}{\overline{u}^2} \tag{5.34}$$

Utilizando a notação introduzida no Capítulo 2 representa-se por r um valor possível de R. Dado que u representa a velocidade instantânea, a qual tem um comportamento aleatório, a representação gráfica da expressão (5.34) é um histograma. Foram realizadas três séries de medições da componente u da velocidade a $0,5\,\mathrm{mm}$, englobando cada conjunto as medições relativas aos três valores escolhidos do número de Reynolds, Re_h. Nas Figuras 5.40 a 5.42 mostram-se os histogramas obtidos para a primeira série de medições, exemplificativa dos valores obtidos para cada número de Reynolds do escoamento, Re_h.

Aos dados obtidos ajustou-se uma lei do tipo gaussiana em que, de acordo com a notação utilizada pela folha de cálculo Microcal Origin, utilizada para o processamento de dados, se tem o seguinte modelo para ajuste:

$$f(r) = y_0 + \sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{A_0}{w}\exp\left(-2(r - x_c)/w\right) \tag{5.35}$$

onde os parâmetro são indicados em cada uma das Figura 5.40 a 5.42 e que aqui se explicitam: y_0 é o equivalente à ordenada na origem, A_0 é uma constante de normalização, obtida de forma a que a área definida pela curva seja igual a 1, r é o valor possível de R, x_c representa o valor médio da distribuição e o seu desvio padrão σ é dado por $w/2$.

Na Tabela 5.7 resumem-se os dados pertinentes à função R, nomeadamente, o seu desvio padrão determinado pelo ajuste gaussiano, o valor médio da componente da velocidade u para $y = 0,5\,\mathrm{mm}$ acima do topo da partícula-tese e o seu desvio padrão, para as três séries de medições efectuadas.

Tabela 5.7: Valores para a velocidade média pontual, *rms* e desvio padrão do parâmetro R, σ, obtidos a 0,5 mm do topo da partícula-teste.

Re_h	$\overline{u}$ (m/s)	$\sqrt{\overline{u'^2}}$ (m/s)	σ
$3,1 \times 10^4$	0,171	0,0229	0,282
$7,0 \times 10^4$	0,232	0,0437	0,374
$1,0 \times 10^5$	0,270	0,0380	0,271
$3,1 \times 10^4$	0,168	0,0228	0,143
$7,0 \times 10^4$	0,244	0,0382	0,159
$1,0 \times 10^5$	0,267	0,0412	0,164
$3,1 \times 10^4$	0,141	0,0335	0,250
$7,0 \times 10^4$	0,234	0,0429	0,175
$1,0 \times 10^5$	0,278	0,0378	0,145

A diferença de cerca de 20% observada para $\mathrm{Re}_h = 3,1 \times 10^4$ da primeira e terceira séries de medições poderá dever-se a uma eventual incorrecção do posicionamento do

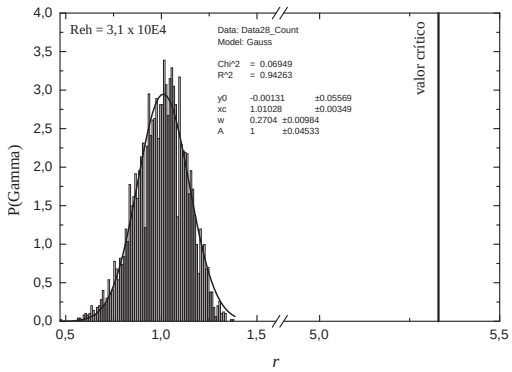

Figura 5.40: Histograma do parâmetro R obtido a $0,5$ mm do topo da partícula-teste para $\mathrm{Re}_h = 3,1 \times 10^4$. Manteve-se a notação do Capítulo 2 indicando-se por r os valores possíveis de R.

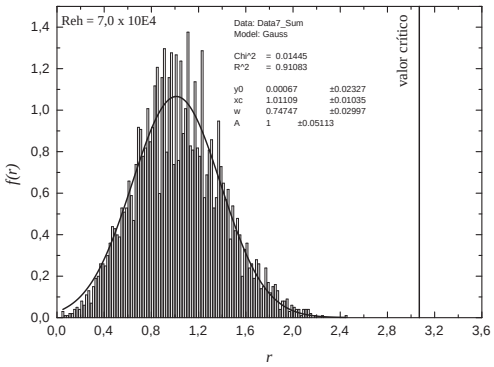

Figura 5.41: Histograma do parâmetro R obtido a $0,5$ mm do topo da partícula-teste para $\mathrm{Re}_h = 7,0 \times 10^4$. Manteve-se a notação do Capítulo 2 indicando-se por r os valores possíveis de R.

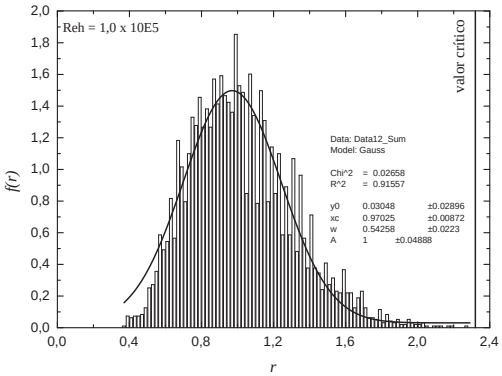

Figura 5.42: Histograma do parâmetro R obtido a $0,5$ mm do topo da partícula-teste para $\mathrm{Re}_h = 1,0 \times 10^5$. Manteve-se a notação do Capítulo 2 indicando-se por r os valores possíveis de R.

volume de controlo de medição. Relativamente ao desvio-padrão e, para comparação, poderá referir-se que para um fundo constituido por hemisférios com cerca de 7 cm de diâmetro, Einstein e Samni (1949) obtiveram:

$$\sigma_{Einstein} = 0,364 \tag{5.36}$$

considerando escoamento turbulento rugoso.

Neste caso, os valores do desvio padrão obtidos (Tabela 5.7) são bastante díspares. Procurou-se verificar se existiria alguma relação entre o parâmetro R com número de Reynolds da partícula. Determinou-se então a evolução do desvio-padrão do parâmetro R com o número de Reynolds da partícula, agora definido por:

$$\mathrm{Re}_p = \frac{\overline{u}d}{\nu}$$

onde $\overline{u}$ é a velocidade média pontual no topo da partícula-teste (apresentados na Tabela 5.7). O gráfico correspondente é apresentado na Figura 5.43 e pode verificar-se que o valor do desvio padrão de R, σ, parece aleatório, não se ajustando a um eventual ajuste linear (coeficiente de correlação quadrático de 0,189).

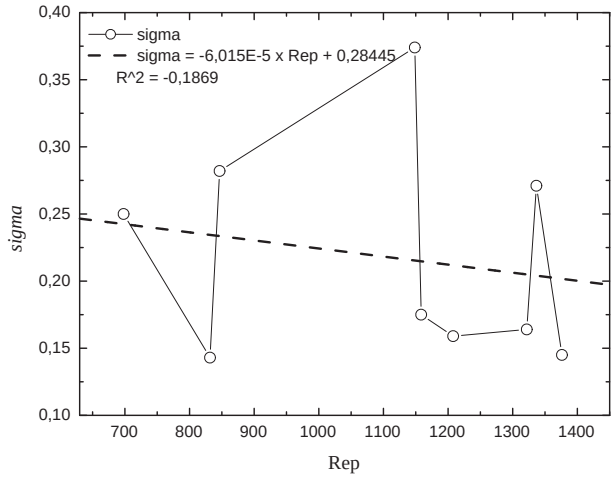

Figura 5.43: Variação do desvio padrão do parâmetro R, σ, com o número de Reynolds da partícula, definido pelo valor médio da componente u da velocidade medido a $0,5\,\mathrm{mm}$ acima do topo da partícula-teste (considerar sigma $= \sigma$ e Rep $= \mathrm{Re}_p$).

Procura-se saber se:

$$P(r > \alpha) \neq 0 \tag{5.37}$$

isto é, qual o valor possível da razão R, superior ao valor crítico, α, que coloca a partícula em movimento. Considerando que a força de sustentação, L e de arrastamento, D, podem ser decompostas numa componente média e noutra turbulenta, e expressas em função da velocidade no topo da partícula-teste por:

$$L = \overline{L} + L' = \frac{1}{2}\rho C_L S(\overline{u}^2 + u'^2) \tag{5.38}$$

$$D = \overline{D} + D' = \frac{1}{2}\rho C_D S(\overline{u}^2 + u'^2) \tag{5.39}$$

Pode mostrar-se que, seguindo um procedimento analítico similar ao que conduziu à equação (2.71), resulta:

$$\overline{u}^2 + u'^2 = \frac{4}{3}\frac{(s-1)gd}{(C_D + \tan\theta C_L)}\tan\theta \tag{5.40}$$

Dividindo ambos os membros pelo quadrado da velocidade média pontual no topo da partícula-teste, $\overline{u}^2$, resulta:

$$\frac{\overline{u}^2 + u'^2}{\overline{u}^2} = \frac{4}{3}\frac{(s-1)gd}{\overline{u}^2(C_D + \tan\theta C_L)}\tan\theta \tag{5.41}$$

Considerando agora a definição do parâmetro R e a sua decomposição de Reynolds, vem:

$$R = \frac{(\overline{u} + u')^2}{\overline{u}^2} \tag{5.42}$$

e portanto, após desenvolvimento do caso notável e aplicação da média de Reynolds, resulta:

$$\overline{R} = \frac{\overline{u}^2 + \overline{u'^2}}{\overline{u}^2} \tag{5.43}$$

e comparando esta expressão com o primeiro membro da equação (5.41) verifica-se que coincidem. Usando então este valor, $\overline{R}$, como estimativa de R resulta:

$$\overline{R} = \underbrace{\frac{4}{3}\frac{(s-1)gd}{\overline{u}^2(C_D + \tan\theta C_L)}\tan\theta}_{\alpha} \tag{5.44}$$

Procura-se agora determinar a probabilidade de $\overline{R} \geq \alpha$, ou seja, através do histograma correspondente da Figura 5.40, verificar qual a gama de valores possíveis de R que

verificam a condição anterior.

Substituindo as variáveis, e considerando o valor médio pontual da componente u da velocidade, medido 0,5 mm acima da partícula-teste, para definição do número de Reynolds de partícula, resulta para o parâmetro α:

$$\alpha \approx \frac{0,076}{\overline{u}^2(C_D + \tan\theta C_L)} \tag{5.45}$$

Assumindo que o coeficiente de sustentação é muito menor que o coeficiente de arrastamento, e calculando este por uma das expressões (2.84) a (2.88) para cada Reynolds considerado, esta expressão (5.45) permite calcular o valor de α e, utilizando a expressão (5.37), determinar a probabilidade do início do movimento da partícula-teste. A Tabela 5.8 mostra os dados relativos à probabilidade da partícula se movimentar, para cada número de Reynolds considerado.

Tabela 5.8: Valores críticos obtidos em função do número de Reynolds, probabilidade de a partícula-teste entrar em movimento calculada e resultados experimentais para o início do movimento.

Re_h	α	$P(r \geq \alpha)$	Movimento (S/N)
$3,1 \times 10^4$	5,33	0	N
$7,0 \times 10^4$	3,07	0	N
$1,0 \times 10^5$	2,32	0	S
$3,1 \times 10^4$	5,50	0	N
$7,0 \times 10^4$	2,80	0	N
$1,0 \times 10^5$	2,37	0	S
$3,1 \times 10^4$	7,51	0	N
$7,0 \times 10^4$	3,02	0	N
$1,0 \times 10^5$	2,20	0	S

De acordo com a Tabela 5.8, a probabilidade da condição $r \geq \alpha$, é sempre nula, ou seja, não deveria existir movimento da partícula-teste em qualquer dos casos ensaiados, o que na realidade não se verifica, nomeadamente para o caso crítico $\mathrm{Re}_h = 1,0 \times 10^5$. Os valores de α calculados de acordo com a expressão (5.45), foram assinalados nos gráficos das Figuras 5.40 a 5.42 e designados por "Valor Crítico". De assinalar que, à medida que o número de Reynolds aumenta, o valor crítico se aproxima da curva de ajuste, sem no entanto a interceptar.

O facto de se obter uma probabilidade nula mesmo para os casos onde se verifica o movimento da partícula-teste, deverá estar relacionado com o facto de se utilizar um modelo matemático simplificado e à limitação das medições pontuais.

5.7.2 Evolução do Valor Crítico, α

De acordo com as propriedades da curva gaussiana, é sabido que 95% da área da curva se situa entre:

$$\overline{z} \pm 1,96\sigma_z \tag{5.46}$$

onde $\overline{z}$ é o valor médio de uma grandeza z e σ_z o seu desvio padrão. Conforme foi referido, das Figuras 5.40 a 5.42 é possível verificar que o valor crítico vai diminuindo com o número de Reynolds. Pode então relacionar-se a evolução dos parâmetros da curva gaussiana (valor médio e desvio padrão) com a evolução do número de Reynolds de partícula, por forma a determinar a partir de que valor as flutuações de velocidade contribuem para a probabilidade de a partícula-teste se movimentar. Seja então:

$$z_+ = \overline{z} + 1,96\sigma_z \tag{5.47}$$

Traçando a evolução do parâmetro z_+ e do valor crítico, α em função do número de Reynolds de partícula obtido para cada conjunto de ensaios, obtém-se o gráfico da Figura 5.44.

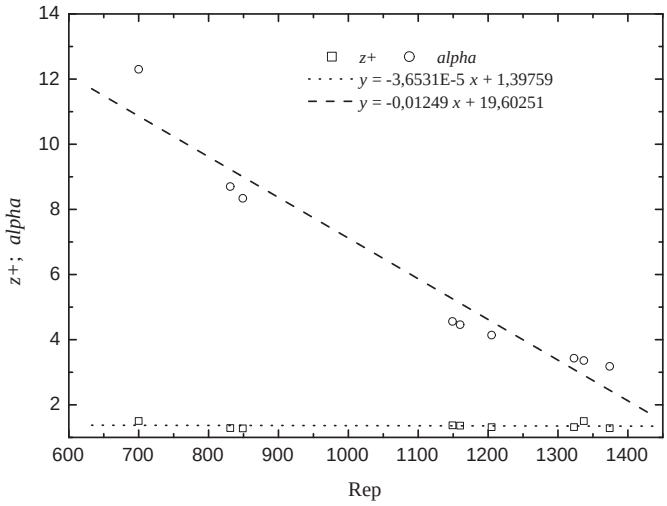

Figura 5.44: Evolução do parâmetro z_+ e do valor crítico α com o número de Reynolds de partícula (alpha = α).

Verifica-se que o parâmetro z_+ permanece praticamente constante (o declive do ajuste linear efectuado é 10^{-5}), enquanto que o valor crítico α vai diminuindo. Ajustando uma recta a cada um dos parâmetros verifica-se que o ponto de intersecção se situa para:

$$\mathrm{Re}_p = 1461 \tag{5.48}$$

Para este valor verifica-se que:

$$z_+ = \alpha \tag{5.49}$$

indicando que, para este caso, $\mathrm{Re}_p \approx 1500$ a probabilidade da partícula ser removida devido às flutuações da velocidade é de 5%. Para $\mathrm{Re}_p > 1500$ é expectável que a influência da flutuação seja cada vez mais significativa.

5.8 Aplicação da Análise Probabílistica Desenvolvida

Em 2.4.4 apresentou-se uma análise probabilística integrando alguns conceitos provenientes da turbulênca e que será aqui aplicada. A partir dos dados recolhidos calculou-se a função Γ definida por:

$$\Gamma = \frac{u_t}{\overline{u_t}}$$

onde u_t representa a velocidade instantânea pontual no topo da partícula-teste. De acordo com a equação (2.133) o valor crítico que conduz ao início do movimento é, nesta aprixmação, dado por:

$$\sqrt{\boldsymbol{A}} = \sqrt{\frac{4}{3C_D}(s-1)\frac{gd}{\overline{u_t}^2}\tan\theta}$$

e como se pode verificar imediatamente a partir da equação (5.44), tem-se:

$$\boldsymbol{A} = \overline{R} \tag{5.50}$$

À semelhança do tratamento de dados apresentado em 5.7.1, o valor crítico será aqui designado por α, ou seja:

$$\alpha = \sqrt{\boldsymbol{A}}$$

Os histogramas da função Γ, para cada número de Reynolds do escoamento ensaiado, são mostrados nas Figuras 5.45 a 5.47. Similarmente ao que foi feito em 5.7 realizou-se um ajuste gaussiano a cada histograma, a partir do qual se obtiveram os valores correspondentes ao valor médio e desvio padrão da função Γ. A Tabela 5.9 mostra os valores pertinentes ao parâmetro Γ e α.

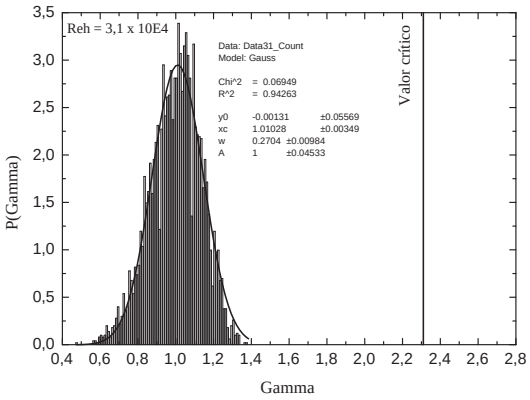

Figura 5.45: Histograma do parâmetro Γ, para $\mathrm{Re}_h = 3,1 \times 10^4$ (gamma = Γ).

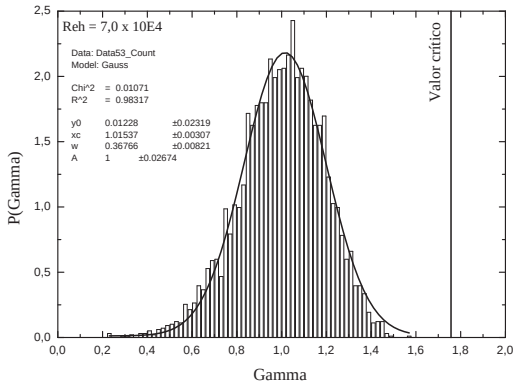

Figura 5.46: Histograma do parâmetro Γ, para $\mathrm{Re}_h = 7,0 \times 10^4$ (gamma = Γ).

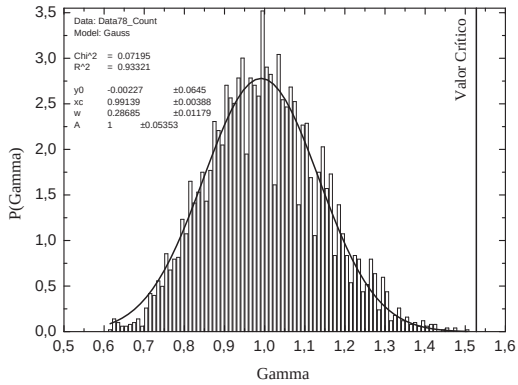

Figura 5.47: Histograma do parâmetro Γ, para $\mathrm{Re}_h = 1,0 \times 10^5$ (gamma = Γ).

Tabela 5.9: Valores pertinentes da distribuição da função Γ em função do número de Reynolds do escoamento, (σ_Γ representa o desvio padrão da função Γ).

Re_h	α	$\overline{\Gamma}$	σ_Γ
$3,1 \times 10^4$	2,31	1,01	0,135
$7,0 \times 10^4$	1,75	1,01	0,183
$1,0 \times 10^5$	1,52	0,99	0,143
$3,1 \times 10^4$	2,35	1,00	0,142
$7,0 \times 10^4$	1,68	1,00	0,158
$1,0 \times 10^5$	1,54	0,99	0,163
$3,1 \times 10^4$	2,74	1,01	0,249
$7,0 \times 10^4$	1,74	1,01	0,176
$1,0 \times 10^5$	1,48	0,99	0,145

Como se pode verificar pelas Figuras 5.45 a 5.47, ao aumentar o número de Reynolds verifica-se que o valor crítico se aproxima da gama de valores da flutuação de velocidade, sem contudo a interceptar.

Tal como foi referido anteriormente, pode então definir-se o parâmetro z_+ (equação 5.47) para estimar qual o valor do número de Reynolds para o qual a probabilidade de a partícula-teste se movimentar devido à flutuação da velocidade, começa a ser significativa. A evolução deste parâmetro com o número de Reynolds da partícula Re_p é representado na Figura 5.48. Mais uma vez ocorre que o termo z_+ é praticamente constante e que o valor crítico tende a diminuir com o número de Reynolds de partícula. Por extrapolação, obtém-se, para $\mathrm{Re}_p = 1452$, o valor de $z_+ = \alpha$. O valor agora obtido é da mesma ordem de grandeza que o valor obtido em (5.48).

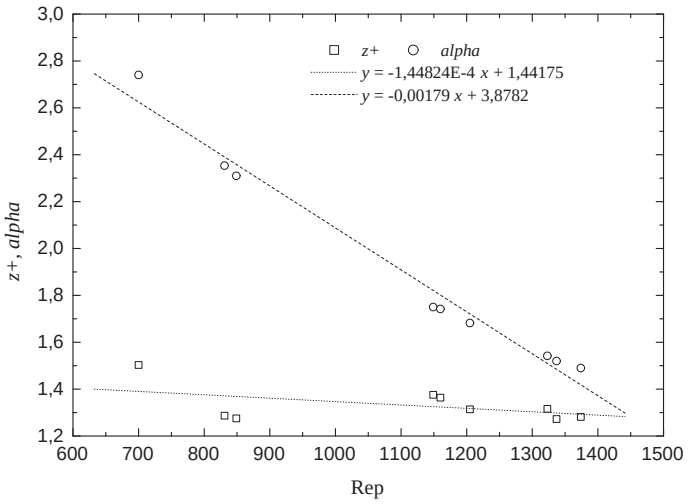

Figura 5.48: Evolução do parâmetro z_+ e α com o número de Reynolds de partícula (alpha $= \alpha$).

5.9 Aplicação do Critério de Shields

Com os valores obtidos para a velocidade de atrito (Tabela 5.4) é possível determinar as variáveis pertinentes à aplicação do diagrama de Shields, nomeadamente Sh e Re_*, e situar os pontos obtidos experimentalmente no referido diagrama. Resultam assim dos valores apresentados na Tabela 5.10, os pontos assinalados no gráfico da Figura 5.49.

Tabela 5.10: Valores obtidos para as variáveis intervenientes no diagrama Shields (usando o Método de Clauser com valores de u_* retirados da Tabela 5.4).

u_*	Re_*	Sh	Re_p
$0,012$	59	0,0018	$1,1 \times 10^3$
$0,015$	74	0,0028	$1,5 \times 10^3$
$0,018$	89	0,0040	$1,8 \times 10^3$

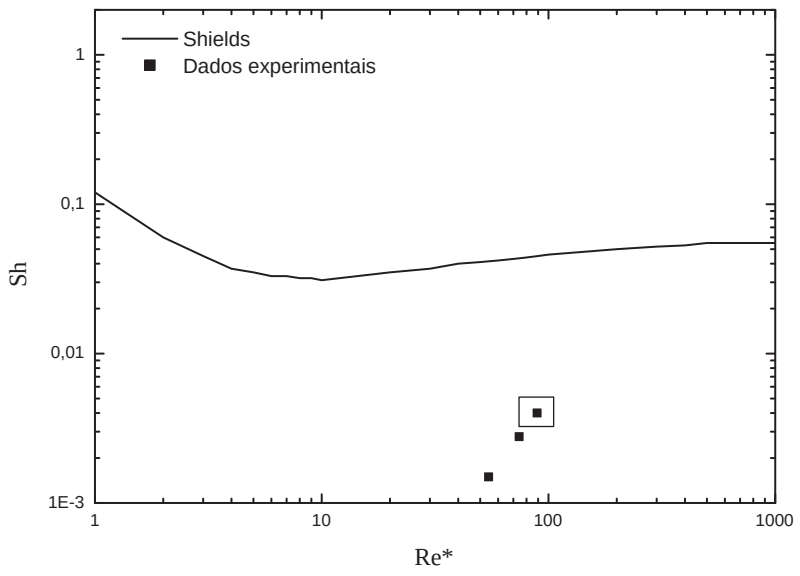

Figura 5.49: Aplicação do diagrama de Shields ao caso em estudo. O ponto assinalado com um rectângulo corresponde à condição de movimento da partícula-teste.

Verifica-se assim que o diagrama de Shields não prevê o início do movimento neste caso específico de uma partícula singular (Figura 5.49), ficando as condições críticas da experiência muito abaixo da curva de Shields (cerca de uma ordem de grandeza). Tal facto não deve causar surpresa, pois o referido diagrama não foi obtido considerando a erosão de uma partícula singular, mas antes a erosão de sedimentos de um leito constituido por partículas uniformes. De acordo com Fenton e Abbott (1977) é possível obter valores para o início do movimento inferiores aos estabelecidos no diagrama de Shields. Segundo os referidos autores o grau de protusão (definido por $p = h_t/d$ onde h_t é a altura do topo

da partícula em relação a uma cota de referência) de uma partícula em relação às demais provoca uma diminuição no valor da tensão crítica.

Para o presente caso de uma partícula singular apliquem-se então as expressões introduzidas no Capítulo 2, nomeadamente as expressões (2.82) e (2.105). Desta última obtém-se o gráfico da Figura 5.50. Verifica-se então que o ponto experimental assinalado por P3 fica ainda abaixo do gráfico da função $Sh = f(\mathrm{Re}_*)$ ou seja, não deveria ocorrer movimento da partícula-teste. No entanto há que referir que a equação (2.105) é um caso particular para o qual se considera que a força de sustentação é nula. Se se admitir, como hipótese, que o coeficiente de sustentação de Einstein e Samni também pode ser aplicado à situação em estudo, então ter-se-á para a função $Sh = f(\mathrm{Re}_*)$ traduzida pela equação (2.82) com $C_D = f(\mathrm{Re}_p)$ dado pelas equações (2.84 - 2.87) corresponderá o gráfico presente na Figura 5.51.

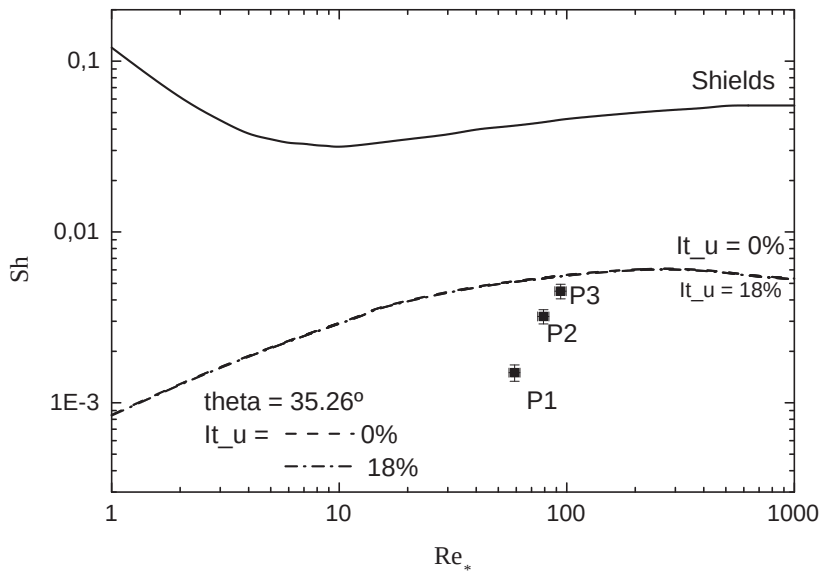

Figura 5.50: Aplicação das expressões desenvolvidas para $1,5 \times 10^3 < \mathrm{Re}_p < 1,2 \times 10^4$, ângulo de suporte $\theta = 35,26^o$, coeficiente de sustentação nulo e comparação com os resultados experimentais. A curva correspondente à intensidade de turbulência medida no topo da partícula teste, $It = 18\%$, fica praticamente sobreposta à curva com $It = 0\%$. O ponto assinalado como P3 corresponde à condição de movimento da partícula-teste. (Valores das variáveis Sh e Re_* determinados através do Método de Clauser).

A tensão de corte foi estimada utilizando também o método do ajuste linear (ver Tabela 5.5), a qual conduziu aos valores das variáveis de Shields presentes na Tabela 5.11, onde se verifica que os valores assim obtidos são ligeiramente superiores aos apresentados na Tabela 5.10.

Estes resultados são representados na Figura 5.52. Pode concluir-se que os resultados

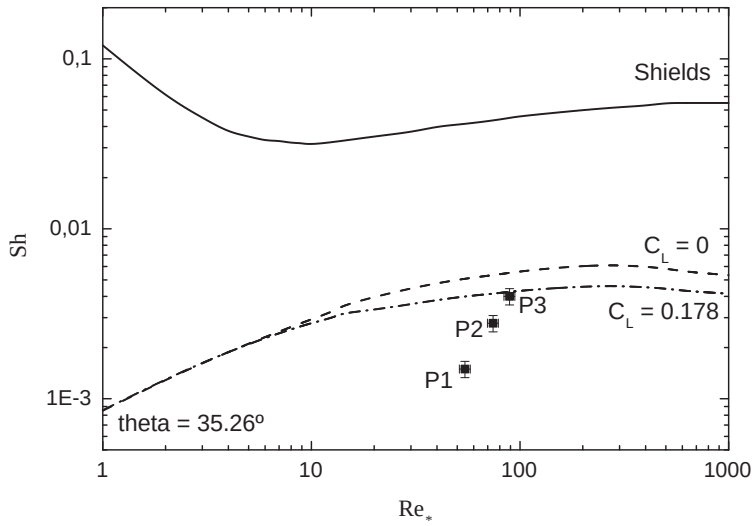

Figura 5.51: Aplicação das expressões desenvolvidas para $1,5 \times 10^3 < \mathrm{Re}_p < 1,2 \times 10^4$ e ângulo de suporte $\theta = 35,26^o$ e comparação com os resultados experimentais, considerando as duas situaçãos: $C_L = 0$ e $C_L = 0,178$. (Valores das variáveis Sh e Re_* determinados através do Método de Clauser).

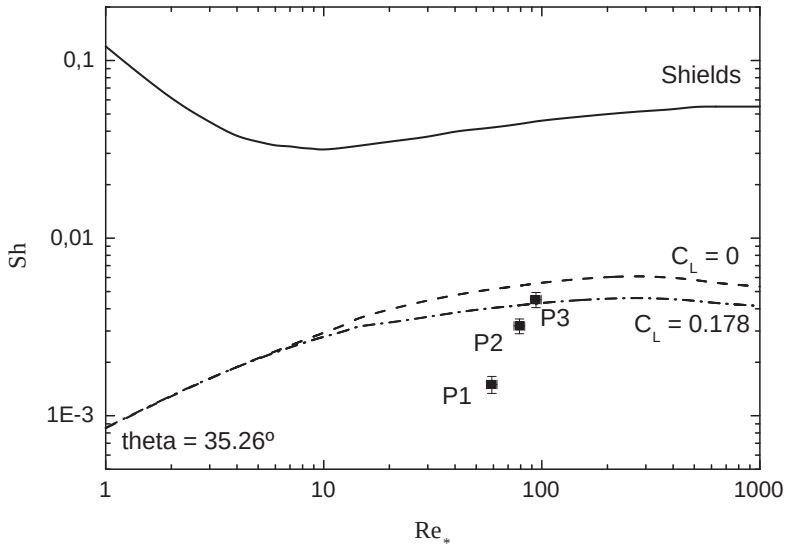

Figura 5.52: Aplicação das expressões desenvolvidas para $1,5 \times 10^3 < \mathrm{Re} < 1,2 \times 10^4$ e ângulo de suporte $\theta = 35,26^o$ e comparação com os resultados experimentais, considerando as duas situaçãos: $C_L = 0$ e $C_L = 0,178$. (Valores das variáveis Sh e Re_* determinados através do Método do ajuste linear).

Tabela 5.11: Valores obtidos para as variáveis intervenientes no diagrama de Shields utilizando o método do ajuste linear (valores de u_* retirados da Tabela 5.5).

u_*	Re_*	Sh	Re_p
$0,012$	59	0,0018	$1,5 \times 10^3$
$0,016$	79	0,0032	$1,7 \times 10^3$
$0,019$	94	0,0047	$1,8 \times 10^3$

obtidos são da mesma ordem de grandeza que os representados na Figura 5.51. No entanto, dado que através do método do ajuste linear se obtém valores mais elevados da velocidade de atrito, o ponto correspondente às condições críticas situa-se mais próximo da curva teórica que define o início do movimento.

5.10 Análise dos Critérios de Velocidade Crítica

A par da análise feita com os critérios apresentados (Shields e Probabilísticos) realiza-se seguidamente a análise do início do movimento baseada nos critérios de velocidade média crítica.

5.10.1 O Critério de Hjulström

Como foi referido no Capítulo 2, o diagrama de Hjulström tem algumas lacunas, nomeadamente o facto de ser dependente da altura de água escolhida e ter sido concebido para leitos constituídos por material uniforme. No gráfico da Figura 5.53 (Summer, 2005), representaram-se os valores de cada velocidade média ensaiada, em que o simbolo preto representa o valor mínimo de velocidade média $U = 18,4\,\mathrm{cm/s}$, o simbolo cinzento o correspondente a $U = 29,1\,\mathrm{cm/s}$ e simbolo branco é associado a $U = 35,4\,\mathrm{cm/s}$. Recorde-se que o diagrama de Hjulstöm (Figura 5.53) apresentado foi obtido para uma altura de água de um metro, valor esse muito superior à altura de água máxima ensaida (11,4 cm).

Pode constatar-se que, de acordo com o diagrama de Hjulström, o caso correspondente à menor velocidade testada situa-se na região de deposição e como tal, não se movimentará. Contudo, os restantes casos localizam-se na região de transporte o que não corresponde à realidade, uma vez que só para o caso de $U = 35,4\,\mathrm{cm/s}$ se verificou a existência de movimento da partícula teste.

A aplicação deste critério é aqui deixada a título de exemplo, uma vez que as condições do diagrama utilizado não correspondem às condições do escoamento.

5.10.2 O Critério de Yang, Neil e Garde

O critério de Yang foi outro dos critérios debatidos na análise teórica e será aqui aplicado. Para aplicar este critério seria necessário conhecer a velocidade terminal assim como o

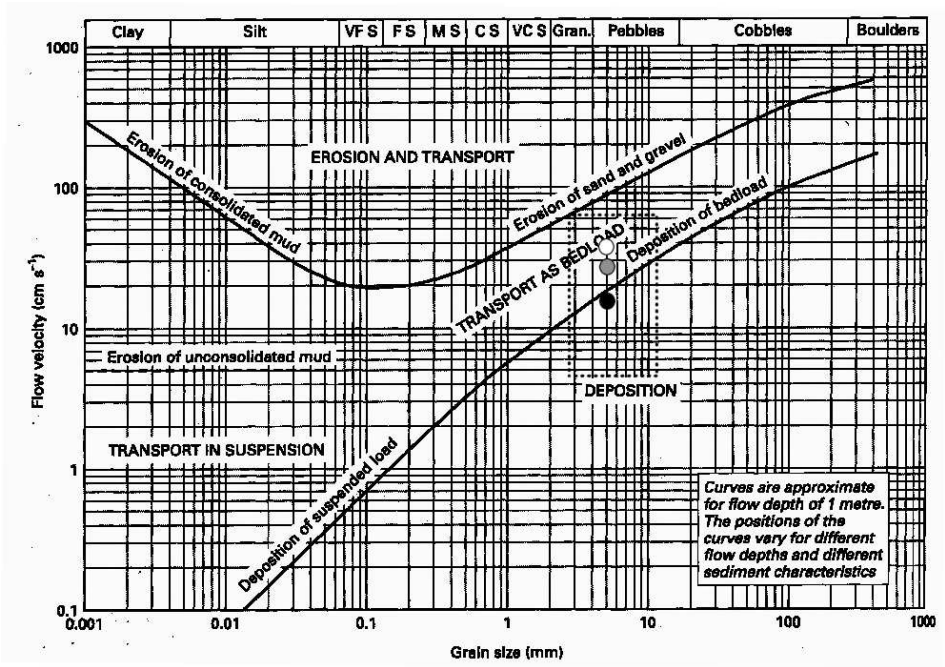

Figura 5.53: Diagrama de Hjulstrom (Summer, 2005) e pontos experimentais obtidos. A preto $U = 18,4\,\mathrm{cm/s}$, a cinzento $U = 29,1\,\mathrm{cm/s}$ e a branco $U = 35,4\,\mathrm{m/s}$.

número de Reynolds de atrito.

O número de Reynolds de atrito correspondente às condições críticas foi $\mathrm{Re}_* = 89$. Para este caso o critério de Yang estabelece, de acordo com a equação (2.15), que:

$$\frac{U_c}{v_f} = 2,05$$

Dado que a velocidade terminal da partícula não foi determinada este critério não pôde ser usado.

Existem, contudo, outros critérios que podem ser utilizados, nomeadamente o de Neil (1967) e o de Garde (1970) cujas expressões são respectivamente:

$$\underbrace{\frac{U_c^2}{(s-1)gd}}_{\mathrm{Fr}} = 2,5\left(\frac{h}{d}\right)^{0,2} \tag{5.51}$$

$$\underbrace{\frac{U_c}{\sqrt{(s-1)gd}}}_{\sqrt{\mathrm{Fr}}} = 0,5\log\left(\frac{h}{d}\right) + 1,63 \tag{5.52}$$

Como se pode constatar o primeiro membro representa um número de Froude, onde h representa a profundidade do escoamento. Da aplicação destas expressões obtiveram-se os resultados presentes na Tabela 5.12.

Tabela 5.12: Valores da velocidade média crítica segundo os critérios de Neil e Garde e comparação com o valor experimental.

Critério	Neil (1967)	Garde (1970)	Experimental
U_c (m/s)	0,38	0,66	0,354

Dos resultados obtidos verifica-se que o critério de Neil (1967) se aproxima do valor crítico determinado experimentalmente. O critério de Garde (1970), por seu turno, sobrestima o valor da velocidade média crítica determinada por um factor de, aproximadamente, dois (2).

5.11 Análise da Energia Cinética Turbulenta

Pela informação obtida através das medições dos perfis de velocidade constatou-se que:

$$u \gg v \tag{5.53}$$

e

$$\sqrt{\overline{u'^2}} \gtrapprox \sqrt{\overline{v'^2}} \tag{5.54}$$

Por questões relativas à instalação experimental não foi possível medir, com o sistema LDA, a componente w da velocidade, no entanto, dado que o escoamento se processa num canal será razoável admitir que:

$$\overline{u} \gg \overline{v}, \overline{w} \tag{5.55}$$

E que:

$$\sqrt{\overline{v'^2}} > \sqrt{\overline{w'^2}} \tag{5.56}$$

Tendo em conta Utilizando a informação relativa aos perfis de velocidade medidos determina-se a energia cinética do escoamento, a qual pode ser aproximada por:

$$\overline{k} \approx \frac{1}{2}\left(\overline{u}^2 + \overline{u'^2}\right) \tag{5.57}$$

Dividindo ambos os membros por u_*^2 obtém-se:

$$\overline{k}^+ \approx \frac{1}{2}\left(\overline{u}^{+2} + \overline{u'^{+2}}\right) \tag{5.58}$$

Para os diferentes números de Reynolds ensaiados, traçaram-se os perfis verticais de energia cinética para as posições: $x/d = -1$, $x/d = 0$ e $x/d = 1$, ao longo do eixo da partícula-teste paralelo à direcção do escoamento. Os resultados são representados

nas Figuras 5.54 a 5.56. Pode verificar-se que existe dissipação da energia cinética do escoamento pela partícula-teste para os valores de Reynolds ensaiados, em particular entre os extremos montante e jusante do receptáculo. Se um dos efeitos da partícula-teste é a dissipação de energia cinética, este efeito pode ser fisicamente associado ao trabalho desenvolvido pelas forças de resistência.

$$W_R^{(1)\rightarrow(2)} = -\Delta\overline{k} \tag{5.59}$$

onde W_R representa o trabalho das forças resistentes que actuam no escoamento entre as secções (1) e (2) e $\Delta\overline{k}$ a variação da energia cinética do escoamento entre as referidas secções. No presente caso, e de forma a melhor caracterizar o efeito da partícula-teste, considerar-se-á como secção (1) a secção montante do receptáculo e como secção (2) a secção jusante do mesmo.

Seja então:

$$\Delta\overline{k}^+ = \overline{k}_2^+ - \overline{k}_1^+ \tag{5.60}$$

a diferença de energia cinética entre a secção do extremo montante (1) e extremo jusante (2), cujos perfis, para cada um dos valores do número de Reynolds analisados, são ilustrados nas Figuras 5.57 a 5.59. Da análise dessas figuras há a destacar:

1. em todos os casos analisados, a diferença de energia cinética é maior para $y^+ \leq d^+$;
2. à excepção do caso obtido para $\mathrm{Re}_h = 3,1 \times 10^4$, a diferença de energia cinética para $y^+ \geq d^+$ é quase nula;

Com a informação disponível calculou-se ainda o valor médio da diferença de energia cinética, ϵ, na região $0 \leq y^+ \leq d^+$, utilizando a expressão:

$$\varepsilon = \frac{1}{d^+}\int_0^{d^+} \Delta\overline{k}^+ dy^+ \tag{5.61}$$

Em termos dimensionais tem-se para o valor médio da diferença de energia cinética:

$$e = \varepsilon u_*^2 \tag{5.62}$$

A representação de e em função de Re_* é ilustrada na Figura 5.60 considerando a presença e a ausência da partícula-teste.

No caso sem partícula-teste verifica-se que a diferença de energia entre as duas extremidades do receptáculo aumenta ligeiramente com o número de Reynolds de atrito. Para o caso em que a partícula-teste está presente, verifica-se que a diferença de energia

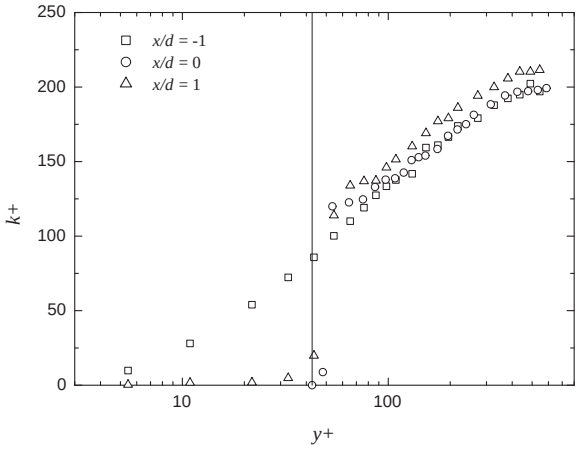

Figura 5.54: Evolução da energia cinética ao longo do eixo da partícula-teste na direcção longitudinal do escoamento, para três secções do mesmo, considerando $\mathrm{Re}_h = 3,1 \times 10^4$. A linha vertical indica o valor de d^+, ou seja, a coordenada de parede correspondente ao topo da partícula-teste.

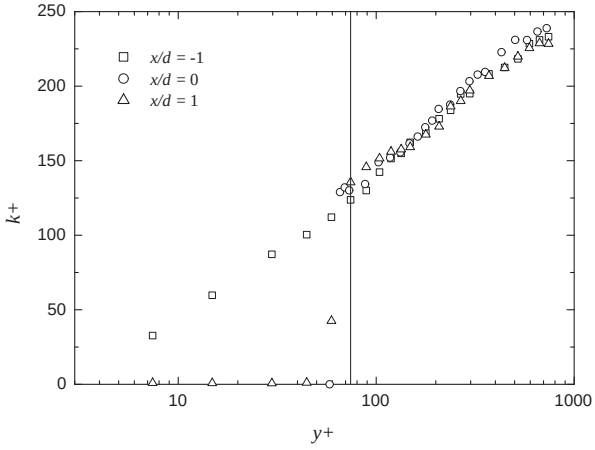

Figura 5.55: Evolução da energia cinética ao longo do eixo da partícula-teste na direcção longitudinal do escoamento, para três secções do mesmo, considerando $\mathrm{Re}_h = 7,0 \times 10^4$. A linha vertical indica o valor de d^+, ou seja, a coordenada de parede correspondente ao topo da partícula-teste.

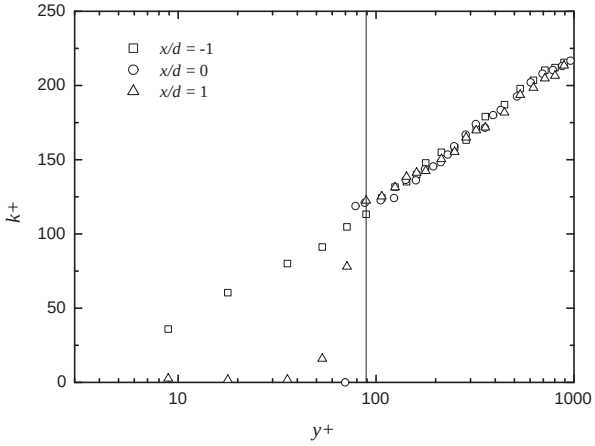

Figura 5.56: Evolução da energia cinética ao longo do eixo da partícula-teste na direcção longitudinal do escoamento, para três secções do mesmo, considerando $\mathrm{Re}_h = 1,0 \times 10^5$. A linha vertical indica o valor de d^+, ou seja, a coordenada de parede correspondente ao topo da partícula-teste.

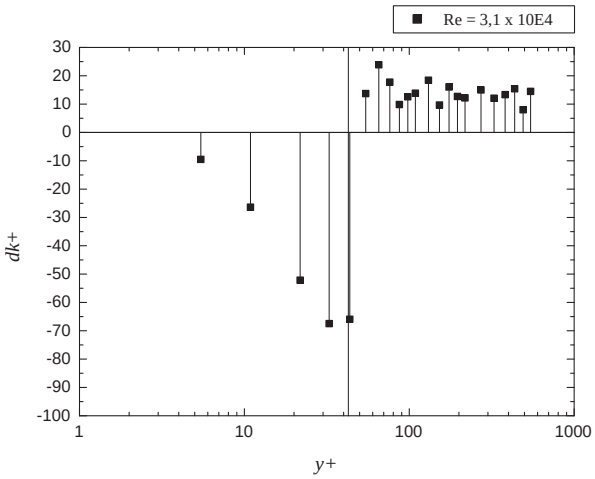

Figura 5.57: Perfil vertical da diferença entre a energia cinética nos bordos do receptáculo a jusante e a montante para $\mathrm{Re}_h = 3,1 \times 10^4$. Medições realizadas ao longo do eixo Ox. A linha vertical que une o topo e o fundo do gráfico indica o valor de d^+.

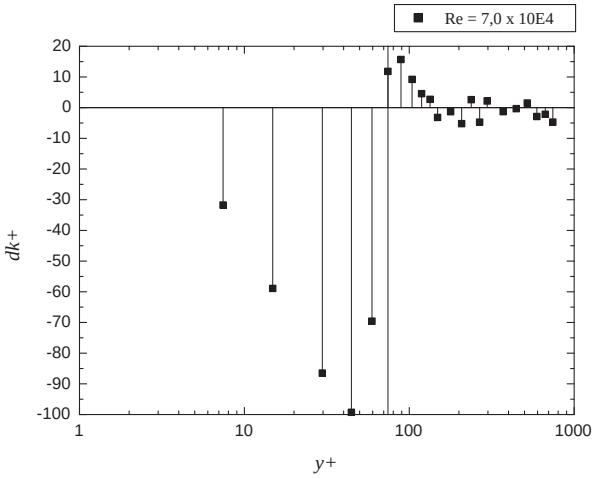

Figura 5.58: Perfil vertical da diferença entre a energia cinética nos bordos do receptáculo a jusante e a montante para $\mathrm{Re}_h = 7,0 \times 10^4$. Medições realizadas ao longo do eixo Ox. A linha vertical que une o topo e o fundo do gráfico indica o valor de d^+.

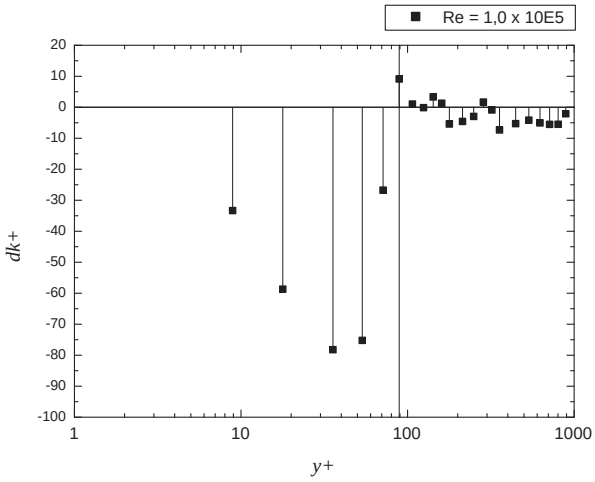

Figura 5.59: Perfil vertical da diferença entre a energia cinética nos bordos do receptáculo a jusante e a montante para $\mathrm{Re}_h = 1,0 \times 10^5$. Medições realizadas ao longo do eixo Ox. A linha vertical que une o topo e o fundo do gráfico indica o valor de d^+.

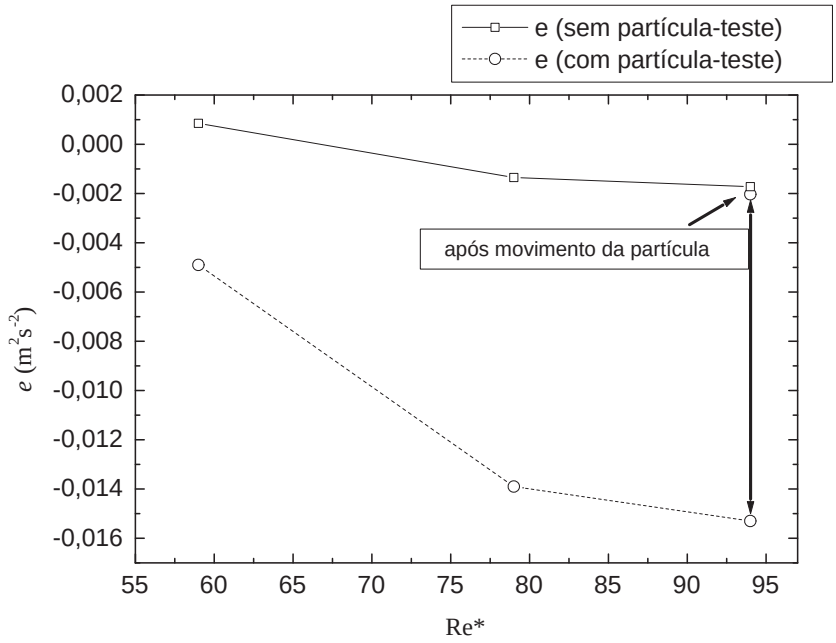

Figura 5.60: Evolução da diferença de energia, ϵ, com Re_* entre $x/d = -1$ e $x/d = 1$.

entre jusante e montante aumenta significativamente em valor absoluto até um valor que corresponderá ao caso da partícula-teste entrar em movimento.

Após a partícula-teste ter sido removida, o valor da diferença deverá, naturalmente, aproximar-se do valor obtido para o caso correspondente sem partícula-teste. O valor de energia cinética correspondente ao início do movimento da partícula-teste, designar-se-á de energia cinética crítica e permite relançar o problema da análise do início do movimento, agora baseado na energia cinética do escoamento.

Aplicando a conservação da energia entre as duas secções do escoamento separadas entre si de uma distância l pode escrever-se:

$$E_2 = E_1 + E_d \tag{5.63}$$

onde E_2 é a energia do escoamento na secção (2), E_1 a energia do escoamento na secção (1) e E_d a energia dissipada no trajecto entre as secções (1) e (2). O termo E_d refere-se à energia dissipada por viscosidade, por efeitos turbulentos e na interacção entre o escoamento e o leito, a qual deverá ser superior a um valor crítico a determinar, de forma a que as partículas do leito sejam removidas.

Esse valor crítico pode ser considerado como sendo a *energia de ligação* entre a partícula e o leito o qual vai depender dos factores físicos das partícula como o diâmetro, a massa volúmica, o factor de forma, etc. e deverá depender também do grau de coesão

da partícula com o resto do leito.

A análise deste tipo de critério, baseado na dissipação da energia cinética, será objecto de um trabalho a realizar futuramente, podendo ser feito numa fase exploratória, de forma empírica, isto é, para vários tipos de leito (considerando vários diâmetros e diferentes massas volúmicas) determinar os gráficos correspondentes à Figura 5.60, caracterizando assim o início do movimento em termos de energia cinética dissipada. Simultaneamente deverão ser trabalhados modelos conceptuais baseados em leis físicas, como a conservação da energia, que permitam explicar o início do movimento em termos da energia cinética do escoamento.

Capítulo 6

Conclusões e Trabalho Futuro

Esta tese, tal como foi referido no Capítulo 1, é uma tese de cariz exploratório que tem como objectivo procurar caminhos e apontar direcções para investigação futura.

6.1 Conclusões

No que se refere ao início do movimento, e ao estabelecimento de condições críticas foi possível verificar com este trabalho que o início do movimento de uma partícula esférica singular (partícula-teste) ocorre antes do verificado para um leito de n partículas, conforme foi observado na representação dos pontos experimentais obtidos no diagrama de Shields. Este resultado está de acordo com os resultados de outros autores, nomeadamente os de Fenton e Abbott (1977). A aplicação de critérios derivados para leitos de partículas sedimentares, ao caso de uma partícula singular conduz assim a resultados díspares dos observados experimentalmente, tal como se verificou com a aplicação do critério de Shields (1936) (tensão de arrastamento crítica) e o de Garde (1970) (velocidade média crítica).

A análise do caso da partícula singular conduziu ao desenvolvimento de um modelo conceptual que fosse capaz de prever o início do movimento da mesma. Este modelo foi derivado a partir das forças que actuam na referida partícula. Verificou-se que a expressão obtida é função dos coeficientes de arrastamento e de sustentação. Na impossibilidade de obter os valores destes coeficientes para as características específicas dos escoamentos ensaiados, consideraram-se então para os coeficientes referidos os valores correspondentes ao caso de uma partícula esférica imersa num escoamento com perfil de velocidades uniforme. Neste modelo foram também incluidas, ainda que de forma simplificada, as contribuições turbulentas para a sustentação e para o arrastamento. Nesta formulação verificou-se contudo que: a) a intensidade da turbulência fazia diminuir o valor crítico para o início do movimento; b) a diminuição não é contudo significativa para justificar por si o início do movimento.

A aplicação do modelo conceptual permitiu obter valores críticos teóricos mais próximos dos valores experimentais. Considerando o coeficiente de sustentação de acordo com Ein-

stein e Samni (1949) verificou-se que o modelo conceptual permitiu prever efectivamente o início do movimento da partícula-teste.

Com base na metodologia utilizada para o desenvolvimento do modelo conceptual, foi também possível considerar de forma explícita o papel das flutuações turbulentas. Cuja consideração permitiu igualmente a aplicação da análise probabilística ao início do movimento de uma partícula singular. Esta análise foi comparada com a de Yalin (1977) e os resultados obtidos foram similares dado que ambas as formulações são equivalentes. Da análise probabilística foi possível concluir que:

1. o valor do Reynolds de partícula, definido pela velocidade média a 0,5 mm do topo da partícula, para o qual a probabilidade de remoção da partícula-teste é de 5% é de $\mathrm{Re}_p \approx 1500$;

2. o valor do parâmetro crítico α diminui com o aumento do número de Reynolds de partícula;

3. os desvios-padrão da força de sustentação turbulenta aparentam ter um comportamento aleatório com o número de Reynolds de partícula;

4. o parâmetro $z_+ = \overline{z} + 1,96\sigma$ aparenta ser praticamente constante ao longo da gama de números de Reynolds ensaiados;

5. segundo os resultados obtidos, o valor crítico α, descresce linearmente com o número de Reynolds $\overline{u}d/\nu$;

6. as duas metodologias apresentadas (a de Yalin (1977) e a apresentada em (2.4.4)) conduzem a resultados similares uma vez que se utilizam formulações equivalentes para os parâmetros R e Γ.

A análise probabilística foi possível, dado que se mediram os valores instantâneos da velocidade sobre o topo da partícula com anemometria laser por efeito Doppler, tendo esta técnica sido usada intensivamente no decurso deste trabalho.

A tensão de arrastamento, fundamental para a determinação das variáveis de Shields, foi obtida através da hipótese de existência da região logarítmica do perfil de velocidades. Os perfis de velocidade, obtidos através da anemometria laser por efeito Doppler, permitiram a confirmação dessa hipótese e os valores da tensão de arrastamento foram determinados por dois métodos: o método de Clauser e o método do ajuste linear. Verificou-se ainda que este último conduzia a valores de tensão de arrastamento superiores ao primeiro.

Com o anemómetro laser foi também analisado o escoamento na região da partícula-teste para três números de Reynolds diferentes. Para cada número de Reynolds considerou-se o escoamento correspondente a duas situações distintas: a) leito sem a partícula-teste, b) leito com partícula-teste; conseguindo-se, por comparação das duas situações,

caracterizar qual o efeito da partícula-teste no escoamento. As medições realizadas permitiram constatar ainda que:

1. a zona de recirculação fica confinada à região imediatamente a jusante da partícula--teste, não ultrapassando distâncias superiores a $x/d = 1$;

2. a caracterização da esteira da partícula-teste permitiu verificar que a influência no perfil de velocidades se faz sentir até $x/d = 5$, aumentando para $x/d = 6$ no caso de $\mathrm{Re}_h = 1,0 \times 10^5$;

3. a componente longitudinal, u, da velocidade é muito maior que a componente vertical v;

A caracterização dos perfis de velocidade a montante e a jusante da partícula-teste permitiu determinar a evolução da energia cinética do escoamento. Como seria de esperar verificou-se o carácter dissipativo da partícula-teste. Da análise dos perfis verticais de energias cinética foi possível constatar que a dissipação de energia fica confinada à região $y^+ \leq d^+$ conforme mostrado na secção 5.11. O comportamento da energia cinética antes e depois da remoção da partícula-teste sugere que esta grandeza possa ser também ela utilizada para determinar o início do movimento.

6.2 Trabalho Futuro

No modelo conceptual proposto fez-se a aproximação de utilizar os coeficientes de arrastamento, C_D, e de sustentação C_L, para uma esfera em escoamento uniforme. Na realidade porém, estes coeficientes são função, entre outros parâmetros, do gradiente de velocidades. Um trabalho futuro possível seria determinar experimentalmente o valor dos referidos coeficientes em função dos diferentes parâmetros do escoamento, e em particular, do gradiente de velocidade. Seria então obtido um conjunto relevante de dados que poderiam ser utilizados no modelo conceptual desenvolvido. Este estudo proposto poderia ser alargado a não só a fluidos newtonianos mas também a fluidos não-newtonianos.

Outro caminho a percorrer será o da modelação numérica. Utilizando modelos comerciais como o FLUENT, o CFX, ou outro, deve ser possível repetir estas e demais experiências com dois objectivos:

1. usar os resultados experimentais para validar o modelo númerico;

2. utilizar o modelo numérico já validado para efectuar de forma expedita e eficaz e económica o estudo do modelo conceptual proposto;

O modelo conceptual apresentado apenas foi testado para um caso. É pois de extrema importância repetir o mesmo tipo de estudos com diferentes partículas e, se for possível,

com diferentes fluidos, verificando-se assim, ou não, a validade do modelo conceptual proposto. Estudos estes que, para evitar as aproximações feitas no decurso da tese, deverão ser feitos após a determinação do coeficiente de arrastamento de partículas esféricas para escoamentos de corte.

Do ponto de vista experimental seria interessante construir um modelo de leito com uma partícula-teste a uma escala suficientemente grande para permitir a medição da distribuição de pressão em torno da partícula-teste. Seria igualmente útil caracterizar, do ponto de vista cinemático, as três componentes de velocidade por forma a estudar a contribuição dos diversos momentos turbulentos, em particular do termo $\overline{u'v'}$ e determinar a evolução da energia cinética turbulenta, procurando desenvolver a abordagem baseada na análise da energia cinética do movimento e a sua contribuição para o início do movimento.

A medição da tensão de arrastamento, grandeza fundamental para a definição das variáveis Sh e Re_*, foi feita neste estudo por métodos indirectos, nomeadamente o método de Clauser e o método do ajuste linear à zona logarítmica do escoamento. Actualmente existem sondas ópticas, que baseadas no efeito Doppler, permitem a medição directa das tensões de arrastamento. A aplicação deste tipo de sondas poderá ser testada em experiências similares às aqui descritas, permitindo uma medição expedita da tensão de arrastamento e reduzindo consideravelmente o tempo de cada ensaio.

O caso da partícula singular pode ainda ser estudado considerando a variação na orientação do escoamento e/ou a configuração de suporte, casos que deverão ser também analisados para completar o estudo do caso da partícula singular.

O estudo aqui apresentado pode ser desenvolvido para situações mais gerais, como por exemplo, o caso de um leito com n partículas de diâmetros não uniformes. Para estes estudos será necessário aplicar métodos de aquisição e processamento de imagem que permitam analisar uma região significativa do leito e obter em simultâneo medições da velocidade, técnicas essas que podem passar pela velocimetria por imagem de partículas (PIV) e pela velocimetria por seguimento de partículas (PTV).

Bibliografia

T. Arts, H. Boerrigter, J.-M. Buchlin, M. Carbonaro, G. Degrez, R. Dénos, D. Fletcher, D. Olivari, M.L. Riethmuller, e R.A. Van Den Braembussche. *Measurement Techniques in Fluid Dynamics - An Introduction.* von Karman Institute, Rhode-St. Genèse Belgium, 2nd edition, 2001.

J.L. Bogardi. *Sediment Transportation in Alluvial Streams. Serials of Manuals.* Dr. K. Ubell (UNESCO), Budapest, 1966.

J.M. Buffington. The legend of A. F. Shields. *Journal Hydr Engrg*, ASCE 125 n°4:376–387, 1999.

J.M. Buffington e D.R. Montgomery. A systematic analysis of eight decades of incipient motion studies, with special reference to gravel-bedded rivers. *Water Resources Research*, 33:1993–2029, 1997.

A. H. Cardoso. *Hidráulica Fluvial.* Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa, 1998.

R. Cliff, J.R. Grace, e M.E. Weber. *Bubbles, Drops and Particles.* Academic Press, New York, 1978.

N.L. Coleman. A theoretical and experimental study of drag and lift forces acting on a sphere resting on a hypothetical stream bed. *Proc. 12th Congress, IAHR*, 3:185–192, 1967.

N. F. P. Costa. Perdas de carga em tês de derivação de sistemas de tubagens: O caso da bifurcação a 60°. Tese de Mestrado, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2003.

D. S. Dandy e H. A. Dwyer. A sphere in shear flow at finite reynolds number. Effect of shear on particle lift, drag, and heat transfer. *Journal of Fluid Mechanics*, 216:381–410, 1990.

T. R. H. Davies e M. F. A. Samad. Fluid dynamic lift on a bed particle. *Journal of the Hydraulics Division*, HY8:1171–1182, 1978.

F. Durst, A. Melling, e J.H. Whitelaw. *Principles and Practice of Laser-Doppler Anemometry*. Academic Press, London, 2nd edition, 1981.

H. A. Einstein e S. A. El Samni. Hydrodynamic forces on a rough wall. *Review of Modern Physics*, 21(3), 1949.

J.D. Fenton e J.E. Abbott. Initial movement of grains on a stream bed. *Proceedings of the Royal Society*, 352:523–537, 1977.

R.J. Garde. Initiation of motion on a hydrodinamically rough surface, critical velocity approach. *JIP*, 6(2), 1970.

S. Goldstein. *Modern Developments in Fluid Dynamics vol.2*. Dover Publications Inc, New York, 1965.

V.N. Goncharov. *Dynamics of Channel Flow*. Israel programme for scientific translation, 1964.

W. H. Graf e M.S. Altinakar. *Fluvial Hydraulics*. John Wiley and Sons, New York, 2001.

J. Guo. The Albert Shields history - discussion by Junke Guo, student member, ASCE. *Journal of Hydraulic Engineering*, página 666, 1997.

J. Guo. Logarithmic matching and its applications in computational hydraulics and sediment transport. *Journal of Hydraulic Research*, 40:555–565, 2002.

J. O. Hinze. *Turbulence*. McGraw-Hill, New York, 1975.

F. Hjulström. The morphological activity of rivers as ilustrated by river fyris. *Bulletin of Geologycal Institute*, 25, 1935.

J.P. Holman. *Experimental Methods for Engineers*. McGraw Hill, New York, 7th edition, 2001.

J. C. R. Hunt e J. F. Morrison. Eddy structure in turbulent boundary layers. *European Journal of Mechanics B - Fluids*, 19:673–694, 2000.

H. Kramer. Sand mixtures and sand movement in fluvial models. *Transactions (ASCE)*, 1909:798–838, 1935.

H. Lamb. *Hydrodynamics*. Cambridge University Press, Cambridge, 1932.

D.A. Leighton e A. Acrivos. The lift on a small sphere touching a plane in the presence of a simple shear flow. *Z. Agnew. Math. Phys.*, 36:174–178, 1985.

A. Lencastre e F.M. Franco. *Lições de Hidrologia*. Universidade Nova de Lisboa - Faculdade de Ciências e Tecnologia, Lisboa, 1984.

R. Maia. *Investigações numéricas e experimentais do efeito das perdas de carga localizadas em sistemas de tubagens. Métodos e técnicas para o seu estudo sistemático. O caso particular do Tê a 90º*. Tese de Doutoramento, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 1992.

P. J. Murphy e H. Hooshiari. Saltation in water dynamics. *Journal of the Hydraulics Division*, 108 HY11:1251–1267, 1982.

C.R Neil. Mean velocity criterion for scour of coarse uniform bed material. *Proceedings of the XII IAHR Congress*, páginas 46–54, 1967.

I. Nezu e H. Nakagawa. *Turbulence in Open-Channel Flows*. A.A. Balkema, Rotterdam, 1993.

P.R. Owen. On the saltation of uniform grains in air. *Journal of Fluid Mechanics*, 39 (part 2):407–432, 1969.

S. B. Pope. *Turbulent Flows*. Cambridge University Press, Cambridge, 2000.

M. F. Proença. *Estudo de campos de velocidade e de pressões num escoamento sob uma comporta. Sua influência na estabilidade do escoamento.* Tese de Doutoramento, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 1987.

Arved J. Raudkivi. *Loose Boundary Hydraulics*. A. A. Balkema, Rotterdam, 1998.

W. Rodi. *Turbulence models and their application in hydraulics — A state of the art review*. IAHR, Delft, NL, 2000.

J. Rottner. A formula for bed-load transportation. *La Houille Blanche*, 3, 1959.

H. Rouse. *Experiments on the mechanics of sediment suspension*, volume 55. John Wiley and Sons, New York., 1939.

P.G. Saffman. The lift on a small sphere in a slow shear flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 22(2):385–400, 1964.

H. Schlichting. *Boundary-Layer Theory*. McGraw-Hill, New York, 1966.

A. Shields. *Anwendung der Aenlichkeitsmechanik und der Turbulezforschung auf die Geschiebbewegung*. PhD thesis, Mitteilungen der Preussischen Versuchsanstal fur Wasserbau und Schiffbau, Berlin, 1936.

G. G. Stokes. On the effect of the internal friction of fluids in motion. *Cambridge Phil. Trans.*, 9:8–106, 1851.

L.G. Straub. Dredge-fill closure of missouri river at fort randall. *Proceedings of Minnesota International Hydraulics Convention (IAHR/ASCE)*, 1953.

T. Sturm. *Open Channel Hydraulics*. McGraw-Hill, New York, 2001.

Dawn Summer. Geology lecture notes. *www.geology.ucdavis.edu/ GEL109*, 2005.

H. Tennekes e J.L. Lumley. *A First Course in Turbulence*. The MIT Press, Cambridge, 1972.

J. D. A. Walker, editor. *Turbulent Flow Structure Near Walls*, London, 1991. The Royal Society.

C. M. White. The equilibrium of grains on a bed of an alluvial channel. *Proceedings of The Royal Society of London, Series A*, 174:1805–1826, 1940.

Math Works. *Image Processing Toolbox for Use with Matlab: User's Guide*. The Math Works, USA, 2001.

M. S. Yalin. *Mechanics of Sediment Transport*. Pergamon Press, Oxford, 2nd edition, 1977.

C. T. Yang. *Sediment Transport - Theory and Practice*. McGraw-Hill International Editions, Singapore, 1996.

C.T. Yang. Incipient motion and sediment transport. *Journal of the Hydraulics Division*, HY10:1679 – 1704, 1973.

U. Zanke. Berechnung der sinkgeschwindigkeiten von sediment. *Mitteilungen des Franzius-Institutes*, 46:231–245, 1977.

Apêndice A

Derivações Matemáticas

A.1 Análise do Momento das Forças

A.1.1 Caso 2D

Considere-se a situação presente na Figura A.1 e, numa primeira aproximação, seja a força de sustentação igual a zero.

$$L = 0; \tag{A.1}$$

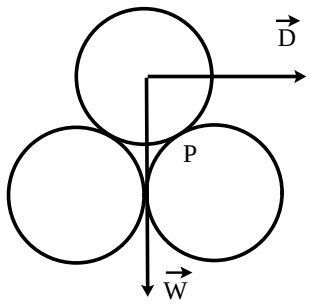

Figura A.1: Diagrama da secção da geometria 2D.

O momento das forças de arrastamento em torno do ponto de *pivot* é:

$$\vec{M}_D = C_D \rho \frac{U_\infty^2}{2} \frac{\pi}{4} d^2 \cos\alpha \tag{A.2}$$

Para o peso tem-se:

$$\vec{M}_P = \frac{\pi}{6} d^3 (\rho_s - \rho) g \sin\alpha \tag{A.3}$$

Do equilíbrio dos momentos resulta:

$$\vec{M}_D = \vec{M}_W \tag{A.4}$$

e portanto:

$$C_D \rho \frac{U_\infty^2}{2} \frac{\pi}{4} d^2 \cos\alpha = \frac{\pi}{6} d^3 (\rho_s - \rho) g \sin\alpha \tag{A.5}$$

Com alguma álgebra resulta para o coeficiente de arrastamento C_D:

$$C_D = \frac{4}{3} \underbrace{\left((s-1) \frac{d^3 g}{\nu^2} \right)}_{ADM} \underbrace{\left(\frac{\nu^2}{U_\infty^2 d^2} \right)}_{\mathrm{Re}^{-2}} \tan\alpha \tag{A.6}$$

onde ADM é um parâmetro adimensional.

Mas, simplificando a expressão, resulta simplesmente:

$$C_D = \frac{4}{3}(s-1) \underbrace{\left(\frac{gd}{U_\infty^2} \right)}_{\mathrm{Fr}^{-1}} \tag{A.7}$$

Onde C_D é expresso em função do número de Froude. Para um cilindro em escoamento uniforme tem-se:

$$C_D = f(\mathrm{Re}) \tag{A.8}$$

e portanto existe uma mudança no comportamento do coeficiente de arrastamento do cilindro caso ele se situe num escoamento uniforme (função do número de Reynolds), ou junto ao leito (função do número de Froude).

Da equação (A.7) é possível verificar também que a velocidade crítica é dada por:

$$U_c = \sqrt{\frac{4}{3}(s-1) \frac{gd}{C_D} \tan\theta} \tag{A.9}$$

A.1.2 O Caso 3D

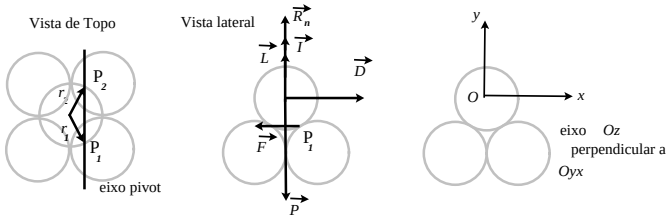

Figura A.2: Diagrama da geometria 3D.

Considere-se agora o caso de uma partícula esférica apoiada por quatro partículas

iguais, tal como mostrado na Figura A.2. Os pontos relevantes para calcular o momento da força são P_1 e P_2.

O momento resultante é dado por:

$$\vec{M} = (-2y_1 D + 2x_1(L - P))\vec{e_z} \tag{A.10}$$

e igualando a zero resulta:

$$y_1 D = x_1(L - P) \tag{A.11}$$

Considerando as expressões para as forças apresentadas no capítulo 2, resulta:

$$\frac{1}{2}\rho u^2 S C_D + \tan\theta \left(L - \frac{\pi}{6} d^3(\rho_s - \rho)g\right) = 0 \tag{A.12}$$

utilizando a expressão de Saffman (1964) para a força de sustentação:

$$L = 81,2\rho d^2 \sqrt{\nu} u \sqrt{\frac{\partial u}{\partial y}} \tag{A.13}$$

resulta:

$$\frac{1}{2}\rho u^2 \frac{\pi d^2}{4} C_D + \tan\theta \left(81,2\rho d^2 \sqrt{\nu} u \sqrt{\frac{\partial u}{\partial y}} - \frac{\pi}{6} d^3(\rho_s - \rho)g\right) = 0 \tag{A.14}$$

e com alguma álgebra:

$$C_D = \tan\theta \left(\underbrace{\frac{-206,7}{u}\sqrt{\nu \frac{\partial u}{\partial y}}}_{\text{ADM2}} + \underbrace{\frac{4}{3}(s-1)\frac{gd}{u^2}}_{\text{Fr}^{-1}} \right) = 0 \tag{A.15}$$

onde ADM2 é um segundo parâmetro adimensional. E portanto:

$$C_D = f(\text{ADM2, Fr}^{-1}) \tag{A.16}$$

Comparando com o caso 2D é possível ver que o coeficiente de arrastamento é agora função não só do número de Froude, mas também de um novo parâmetro adimensional resultante da introdução da força de sustentação.

Analise-se agora o termo ADM2, o qual pode ser escrito na forma:

$$ADM2 = \sqrt{\frac{\nu}{u^2}\frac{du}{dy}} \tag{A.17}$$

ou:

$$ADM2 = \sqrt{-\nu\frac{d}{dy}\left(\frac{1}{u}\right)} \tag{A.18}$$

Considere-se então três casos:

1. Perfil Uniforme:

$$u = U \tag{A.19}$$

$$ADM2 = 0 \tag{A.20}$$

o que é coerente com os resultados teóricos e experimentais conhecidos. Uma esfera num escoamento uniforme não tem forças de sustentação a actuar sobre ela e portanto, obtém-se a dependendência apenas do número de Froude.

2. Perfil linear:

$$u = \frac{u_*^2 y}{\nu} \tag{A.21}$$

tem-se, para $y = d$ (topo da partícula-teste):

$$ADM2 = \sqrt{\frac{\nu^2}{u_*^2 d^2}} = \mathrm{Re}_*^{-1} \tag{A.22}$$

3. Perfil logarítmico:

$$u = \frac{u_*}{\kappa}\ln\left(\frac{u_* y}{\nu}\right) + B \tag{A.23}$$

tem-se, para $y = d$

$$ADM2 = \frac{\sqrt{\kappa}}{\left(\ln\frac{u_* d}{\nu} + B'\right)}\sqrt{\mathrm{Re}_*^{-1}} \tag{A.24}$$

E pode verificar-se que C_D deverá variar com o perfil de velocidade. Da análise anterior pode escrever-se:

$$C_D = f\left(\mathrm{Re}_*^{-1}, \mathrm{Fr}^{-1}\right) \qquad \text{se o perfil de velocidade é linear} \tag{A.25}$$

$$C_D = f\left(\mathrm{Re}_*^{-1/2}, \mathrm{Fr}^{-1}\right) \qquad \text{se o perfil de velocidade é logarítmico} \tag{A.26}$$

Considere-se agora a equação (A.14). Com alguma álgebra resulta:

$$u\sqrt{\frac{du}{dy}} + \underbrace{\frac{\pi}{8}\frac{C_D}{81,2\sqrt{\nu}\tan\theta}}_{\alpha} u^2 = \underbrace{\frac{\pi}{6}\frac{(s-1)gd}{81,2\sqrt{\nu}}}_{\beta} \tag{A.27}$$

onde α e β são constantes. A equação diferencial anterior pode ser escrita assumindo que $u \neq 0$:

$$\sqrt{\frac{du}{dy}} + \alpha u = \frac{\beta}{u} \tag{A.28}$$

e:

$$\frac{du}{dy} = \left(\frac{\beta}{u} - \alpha u\right)^2 \tag{A.29}$$

e portanto:

$$\frac{1}{\alpha\beta}\frac{ru^2}{(1-ru^2)^2}du = dy \tag{A.30}$$

onde $r = \alpha/\beta$. E assim:

$$\frac{1}{\alpha\beta}\int \frac{ru^2}{(1-ru^2)^2}du = \int dy \tag{A.31}$$

De forma equivalente, tem-se:

$$\frac{r}{\alpha\beta}\int \left(\frac{u}{1-ru^2}\right)^2 du = \int dy \tag{A.32}$$

e sabendo que as raízes do denominador são:

$$u = \frac{1}{\sqrt{r}} \qquad u = -\frac{1}{\sqrt{r}} \tag{A.33}$$

a equação (A.32) pode ser escrita como:

$$\frac{r}{\alpha\beta}\int\left(\frac{-1}{r}\left(\frac{1}{2(u-1/\sqrt{r})}+\frac{1}{2(u+1/\sqrt{r})}\right)\right)^2 du=\int dy \tag{A.34}$$

logo:

$$\frac{1}{\alpha\beta r}\int\left(\left(\frac{1}{2(u-1/\sqrt{r})}+\frac{1}{2(u+1/\sqrt{r})}\right)\right)^2 du=\int dy \tag{A.35}$$

resolvendo esta equação diferencial resulta:

$$\frac{ru}{2(1-ru^2)}+\frac{\sqrt{r}}{4}\ln\left(\frac{\sqrt{r}u-1}{\sqrt{r}u+1}\right)=\frac{y}{(\beta r)^2}+C \tag{A.36}$$

onde C é uma constante de integração. A questão que se coloca agora é como determinar a constante de integração. Do ponto de vista meramente matemático, a equação (A.36) impõe uma limitação aos valores admissíveis para a velocidade. O Domínio de validade desta equação é:

$$D=\left]-\infty,\,-1/\sqrt{r}\right[\;\cup\;\left]1/\sqrt{r},\,\infty\right[$$

Desprezando por agora a parte negativa do intervalo, resulta para o menor valor que a velocidade pode tomar:

$$u_m=\frac{1}{\sqrt{r}} \tag{A.37}$$

e recordado que

$$r=\frac{\alpha}{\beta}$$

resulta

$$u_m=\sqrt{\frac{4}{3}\frac{(s-1)}{C_D}gd\tan\theta} \tag{A.38}$$

que não é mais que a velocidade crítica (cf. equação (A.9)).

Apêndice B

Esquemas do Modelo do Leito

Apresentam-se os esquemas do modelo do leito utilizado. As unidades estão expressas em milímetros.

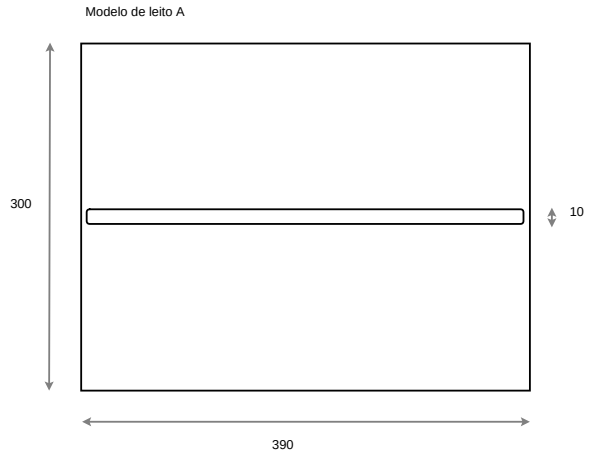

Figura B.1: Modelo de fundo A. Esquema da placa utilizada para colocar as partículas sedimentares.

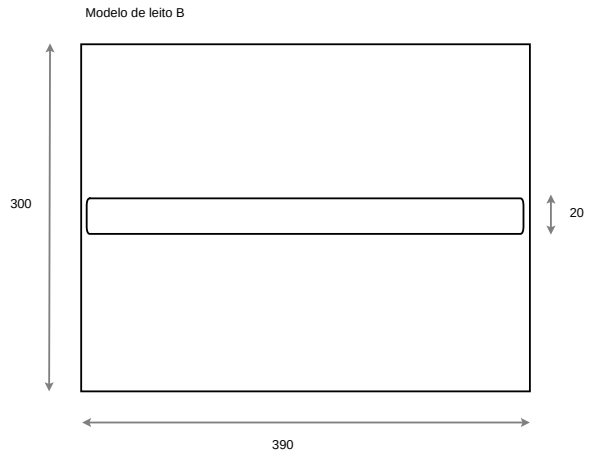

Figura B.2: Modelo de fundo B. Esquema da placa utilizada.

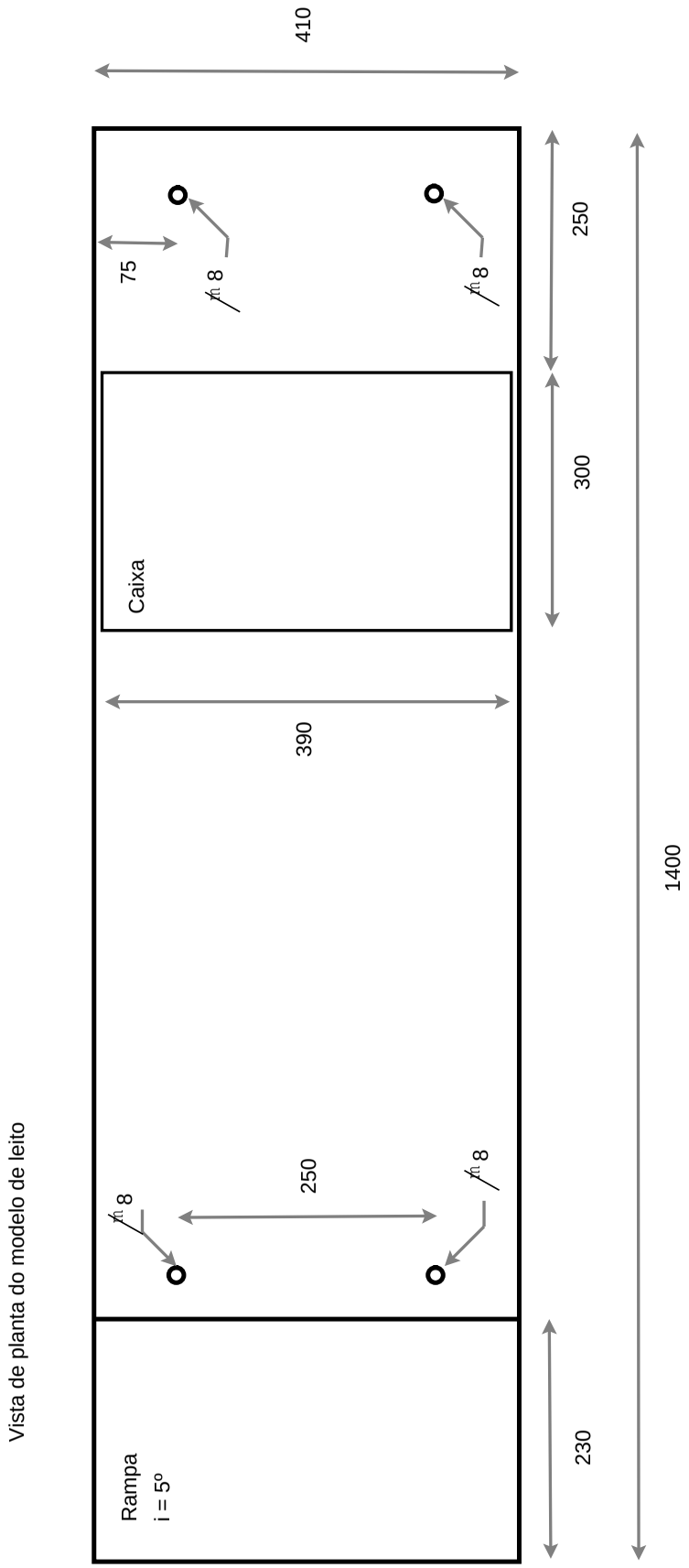

Figura B.3: Representação gráfica do critério de Yang (1996) e validação experimental.

Apêndice C

Imagens Obtidas Através das Experiências de Visualização

Este apêndice contém algumas imagens obtidas nas experiências de visualização. Foram colocadas propositadamente uma em cada folha para que, com o rápido folhear da tese se tenha a percepção do movimento do escoamento.

Figura C.1: $t = 0$.

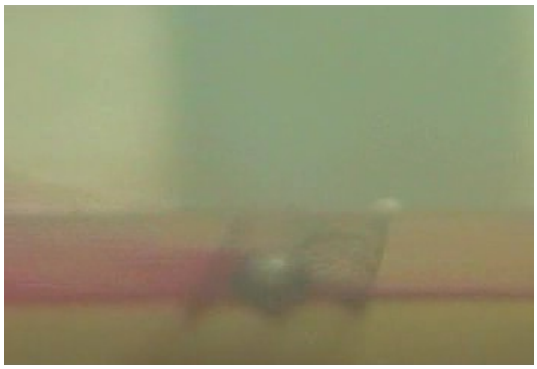

Figura C.2: $t = 0,08$ s.

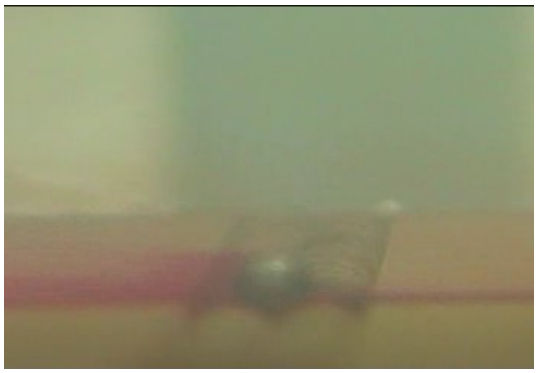

Figura C.3: $t = 0,16$ s.

Figura C.4: $t = 0,24$ s.

Figura C.5: $t = 0,32$ s.

Figura C.6: $t = 0,40$ s.

Figura C.7: $t = 0,48$ s.