

**DIOGO DE PAIVA LEITE BRANDÃO**  
ENGENHEIRO ELECTROTÉCNICO (U. P.)

**BASES PARA O ESTUDO**  
**DOS**  
**SISTEMAS DE COMANDO EM CICLO FECHADO**

Índice decimal:  
6 2 1 . 3 . 0 7 8

1952  
IMPRESA MODERNA, LIMITADA  
RUA DA RESTAURAÇÃO, 317-2.º  
PORTO

Ao meu estimado Primo  
Filipe de Paris Brandt  
oferece com um grande abraço,  
o  
Grupo

**BASES PARA O ESTUDO  
DOS  
SISTEMAS DE COMANDO EM CICLO FECHADO**

Índice decimal:  
6 2 1 . 3 . 0 7 8

DIOGO DE PAIVA LEITE BRANDÃO

ENGENHEIRO ELECTROTÉCNICO (U. P.)

**BASES PARA O ESTUDO**  
**DOS**  
**SISTEMAS DE COMANDO EM CICLO FECHADO**

Dissertação de doutoramento  
na Faculdade de Engenharia

<b>UNIVERSIDADE DO PORTO</b>
Faculdade de Engenharia
<b>BIBLIOTECA</b>
N.º <u>47008</u>
CDU <u>621.3(043)</u>
Data <u>28.1.03</u>

*621.3(043)/BRAD/BAS*

1952

IMPRESA MODERNA, LIMITADA  
RUA DA RESTAURAÇÃO, 317-2.º  
PORTO

## INTRODUÇÃO

*Quando uma máquina ou instalação se encontra em funcionamento, praticando uma ou mais transformações e tendo como objectivo qualquer fim útil, trabalhará em condições óptimas quando se verificarem determinados valores de todas as grandezas em jogo.*

*Acontece, porém, que todas essas grandezas fazem geralmente parte de um conjunto em equilíbrio e basta que uma delas se altere para que o equilíbrio se modifique.*

*Este facto acarreta a necessidade da vigilância do sistema, havendo dois motivos que aconselham uma intervenção:*

- a) *Se, em consequência da alteração do equilíbrio, uma das grandezas consideradas ultrapassar um determinado valor e colocar, por esse facto, em perigo qualquer parte do sistema calculada para suportar apenas valores inferiores a esse, torna-se necessário suspender a operação com maior ou menor rapidez conforme a iminência do perigo de inutilização.*

*Quando se intervém desta maneira está a realizar-se uma protecção.*

- b) *Se a alteração do equilíbrio não acarretar perigo para a instalação, limitando-se a afastar as grandezas do seu valor óptimo, a intervenção imediata não é de necessidade premente; mas torna-se conveniente introduzir voluntariamente uma nova modificação tendente a reconduzir aquelas grandezas ao seu óptimo valor.*

*Qualquer procedimento neste sentido recebe o nome de regulação.*

*Ambas estas operações podem ser evidentemente realizadas por um ou mais operadores, desde que estes tenham na sua frente aparelhos de medida que lhes dêem informações sobre os valores das grandezas, bem como órgãos de comando.*

*Este processo de protecção e regulação tem, todavia, vários inconvenientes que se filiam todos na necessidade de intervir um operador, susceptível de faltas de atenção, de cansaço e de lentidão de reflexos; que, além disso, constitui um dos mais pesados encargos de qualquer exploração.*

*Surgiu assim a conveniência da operação automática, operação que se deve verificar sempre que se produza uma circunstância determinada e sem a intervenção de qualquer operador.*

*Contudo, a operação automática não se limitou a substituir o operador; ultrapassou largamente as suas possibilidades, especialmente no que respeita à velocidade de actuação e sentido de oportunidade.*

*Os primeiros dispositivos que surgiram foram naturalmente os de protecção, visto que a falta de actuação por parte do operador se traduzia por uma inutilização do equipamento ou, pelo menos, de parte dele.*

*A válvula de segurança das máquinas térmicas e o fusível dos circuitos eléctricos foram provávelmente os primeiros dispositivos de protecção, a que muitos outros se seguiram como, por exemplo, os disjuntores térmicos, os electro-magnéticos, os de indução e os fusíveis de corte rápido, todos destinados a limitar o efeito de Joule nos circuitos eléctricos; os interruptores centrífugos destinados a limitar a velocidade de máquinas rotativas; e os estranguladores da via de alimentação do óleo combustível nas máquinas de combustão interna, actuando por falta de pressão do óleo lubrificante.*

*Surgiu e surgirá ainda um grande número de dispositivos de protecção operados pelas mais variadas grandezas: temperatura, pressão, nível de água, etc., não havendo limite que se oponha à idealização de novos tipos, pois cada nova máquina que se cria nasce com os seus próprios problemas de protecção que é necessário resolver.*

*No que respeita à regulação, poderemos citar os reguladores de velocidade, de larga aplicação nas máquinas térmicas, os dispositivos termostáticos, pressostáticos, os reguladores de tensão, de intensidade de corrente, de factor de potência e muitos outros de aplicação corrente.*

Os dispositivos de regulação podem, porém, não constituir órgãos independentes a que se possa dar o nome de regulador: nas máquinas eléctricas temos o exemplo dos dinamos de excitação composta, nos quais o campo magnético criado pelo enrolamento série vai compensar os efeitos da reacção do induzido e da queda óhmica no seu enrolamento.

Este pormenor construtivo permite a um dínamo apresentar nos seus terminais uma tensão sensivelmente constante, qualquer que seja, dentro de certos limites, a carga que lhe é aplicada.

Substituiu-se assim a presença de um operador, actuando no reóstato de excitação do dínamo derivação, por um dispositivo material incansável, sempre atento e de actuação imediata.

No exemplo apontado temos um caso simples de uma grandeza eléctrica (intensidade de corrente) influindo por intermédio de fenómenos electro-magnéticos no valor de outra grandeza eléctrica (força electro-motriz).

Há, porém, possibilidade de envolver nas operações de regulação todos os outros tipos de grandezas e tornar interdependentes grandezas que aparentemente nada têm de comum.

Desta forma, a regulação automática pode sair do âmbito de uma só máquina isolada e estender-se a um conjunto de máquinas ou mesmo ao equipamento completo de uma instalação.

O processo a que se é forçado a recorrer para realizar automaticamente uma operação, quer de protecção quer de regulação, consiste em usar do efeito para comandar a causa.

Por outras palavras: numa operação automática a acção de comando é totalmente ou em parte realizada pela própria grandeza a comandar, de maneira a que ela não possa ultrapassar determinados limites.

No caso da regulação automática é uso chamar ao sistema que a realiza um **sistema de comando em ciclo fechado** o que se justifica pelo facto de, ao ligar-se o efeito à causa, se fechar um ciclo entre esta e aquela.

Na electrotecnia, o primeiro dispositivo por ordem de antiguidade que se nos afigura ter surgido com destino a fechar um ciclo de comando é o regulador automático de tensão.

Este aproveita as variações de uma grandeza eléctrica, a tensão, de natureza tal que consegue pôr em jogo uma potência apreciável quando aquelas se produzem, potência essa suficiente

*para provocar as modificações nos circuitos eléctricos capazes de a reconduzirem ao seu valor primitivo.*

*Por esta particularidade, este regulador constitui uma excepção pois, na maioria dos casos, a grandeza que desejamos regular não é susceptível de pôr em jogo a potência necessária ao comando da regulação.*

*Nestes há que recorrer a um sistema de amplificação que, como teremos oportunidade de ver, poderá ser de variados tipos.*

*A introdução dum dispositivo amplificador num sistema em ciclo fechado veio, porém, abrir novos e largos horizontes ao seu emprego.*

*De facto, ela veio permitir que um comando de fraquíssima potência pudesse pôr em jogo potências muito elevadas.*

*Ora, como nada obriga a que o comando tenha por fim exclusivo realizar uma regulação, o valor ideal a que o ciclo conduz a grandeza comandada pode não ser constante; pode variar segundo uma lei qualquer ou mesmo seguir as indicações fornecidas por um operador ou por uma unidade receptora de qualquer fenómeno exterior, dispondo de uma potência muito débil em comparação com aquela que é necessário desenvolver para actuar na grandeza comandada.*

*Constitui exemplo típico a aplicação feita do comando orientado por receptores de radar aos canhões contra aeronaves.*

*Os sistemas assim concebidos recebem a designação genérica de **servo-mecanismos**.*

*Desta forma, podemos agrupar os sistemas automáticos funcionalmente em três grupos:*

- Os mecanismos de protecção.*
- Os mecanismos de regulação.*
- Os servo-mecanismos.*

*Os dois últimos constituem, como dissemos, sistemas de comando em ciclo fechado, sistemas esses que para a sua realização requerem um equipamento capaz de praticar as seguintes operações:*

- a) Medição das grandezas, transformando-as, se necessário for, de forma a poderem ser comparadas.*
- b) Comparação das grandezas.*
- c) Amplificação do sinal resultante da comparação, podendo envolver a sua transformação.*
- d) Actuação sobre a grandeza comandada.*

*Aos elementos capazes de realizarem estas operações chamaremos respectivamente:*

- a) *Unidades medidoras.*
- b)     »     *comparadoras.*
- c)     »     *amplificadoras.*
- d)     »     *de comando.*

*Esta distinção é, como dissemos, funcional, sendo por vezes difícil ou mesmo impossível distinguir o limite de separação entre uma e outra unidade reunidas numa só.*

*Há um grande número de unidades susceptíveis de realizarem a mesma função, resultantes do aproveitamento de fenómenos dos mais variados ramos da física e da química. As mais empregadas são as unidades eléctricas, electrónicas, magnéticas, mecânicas, pneumáticas e hidráulicas.*

*Dada a extrema vastidão que de aqui se pode prever para o campo de aplicação dos sistemas automáticos, o presente estudo limita-se a tentar esquematizar o problema dos sistemas de comando em ciclo fechado e, especialmente, mostrar as larguíssimas possibilidades que a electrotecnia oferece através dos seus diferentes ramos: electro-dinâmica, electro-magnetismo, electrónica e respectivas combinações, para a realização desses sistemas.*



## CAPÍTULO I

### Generalidades e definições

#### 1 — Definição de um sistema de comando em ciclo fechado

Dentre as várias definições de sistema de comando em ciclo fechado, escolhemos a que é dada por W. Ahrendt e J. Taplin no livro «Automatic Feedback Control» por se nos afigurar a mais completa e esclarecedora.

Segundo aqueles autores, «o comando em ciclo fechado é uma operação que, na presença de influências perturbadoras, procura reduzir a diferença entre o valor real de uma grandeza e um valor ideal arbitrariamente variável e que o faz por acção daquela diferença».

Em casos mais particulares poderão não existir quaisquer influências perturbadoras ou, então, ser o valor ideal da grandeza uma constante.

#### 2 — Grandezas a considerar num sistema

Para melhor compreensão do que se vai seguir vamos dar nomes às diferentes grandezas que intervêm no ciclo, de acordo com a função desempenhada.

##### 2-1 — Sistema de comando em ciclo aberto

Começemos por considerar um ciclo aberto e tomemos para isso o seguinte exemplo (Fig. 1-1):

Um dínamo apresenta nos seus terminais uma tensão  $V$  por nele se desenvolver uma força electro-motriz  $E$ . Esta é regulável por meio do reóstato de excitação, de resistência variável  $r$ , que determina o valor da corrente de excitação  $i$ .

A intensidade de corrente fornecida pelo dínamo constituirá a influência perturbadora, causa do afastamento da tensão do seu valor ideal.

Num sistema assim constituído podemos reconhecer:

- A grandeza comandada, geralmente designada por saída, representada pela tensão. Genèricamente, a saída costuma ser representada pela letra  $\theta$ .
- A grandeza directora, representada pela posição do manípulo do reóstato. Representá-la-emos por  $D$ .
- A unidade amplificadora do sinal director será constituída pelo dínamo que representa simultâneamente o papel de unidade de comando.

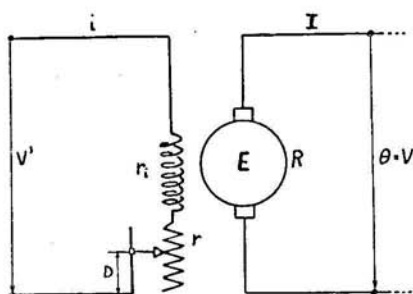


Fig. 1-1 — Sistema de comando em ciclo aberto

No caso apresentado, a amplificação não pode ter uma definição precisa visto que o reóstato é actuado manualmente e não tem tendência para ocupar qualquer posição determinada.

Podemos, contudo, dizer que, de uma forma geral, a **amplificação de um sistema** será o cociente entre a

variação da potência da saída e a variação da potência do sinal director que lhe deu origem.

Como a energia não pode nascer dentro do sistema, ela terá de ser fornecida por uma fonte exterior cujo surto será, em parte ou no todo, influido pela grandeza directora.

No exemplo apontado, há duas fontes exteriores de energia: o motor que acciona o dínamo e a bateria de acumuladores que alimenta a excitação.

Analisando o sistema em questão, verificamos que actuando no valor da grandeza directora podemos fazer variar a tensão nos terminais do dínamo mas que o valor desta não tem qualquer influência naquele.

Um voltímetro instalado de forma a medir a tensão, traduzindo-a por uma posição visualmente apreciável de um ponteiro, constituirá uma unidade medidora.

Um operador olhando para o voltímetro e actuando no reóstato, de acordo com as indicações de aquele, servirá para fechar o ciclo, desempenhando o papel de unidade comparadora entre o valor real da tensão e o ideal por ele desejado.

O mesmo operador funcionará como unidade amplificadora pois o sinal que recebe através do seu sentido da visão envolve uma potência muito mais baixa que aquela que vai ser posta por ele em jogo ao mover o manípulo do reóstato.

Isto seria um sistema de comando em ciclo fechado. Não o é, na realidade, pelo facto de o operador humano ser considerado inexistente ao fazer-se a definição técnica de um sistema deste tipo.

Para diminuir a complexidade dos sistemas e facilitar, por consequência, o seu estudo, é costume representá-los por diagramas a que os autores norte-americanos costumam chamar «block diagrams» e que representam os fluxos de energia por linhas, a sua soma ou subtracção por pontos de convergência dessas linhas e as modificações introduzidas pelas diferentes unidades por rectângulos.

Assim, poderemos traduzir o ciclo aberto do exemplo pelo diagrama da fig. 1-2.

Por uma questão de simplicidade suposemos ser a força electro-motriz do dínamo independente da perturbação.

A letra A incluída no rectângulo representa o factor pelo qual é necessário multiplicar o sinal D para se obter o valor da saída no caso da perturbação ser nula.

$$V = E = A \cdot D \quad (1-1)$$

## 2-2 — Reguladores

Continuando com o exemplo do dínamo da fig. 1-1, vamos agora admitir que a posição do manípulo do reóstato deixa de ser comandada manualmente e passa sê-lo pela força atractiva de um electro-íman alimentado pela tensão do dínamo e posta em equilíbrio por uma mola. Fig. 1-3.

Quando a tensão V tiver o valor ideal, o cursor ocupará uma determinada posição para a qual se verifica o equilíbrio do sistema. A essa posição corresponderá o sinal director D. Se por uma

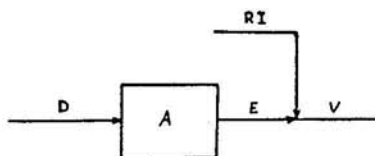


Fig. 1-2 — Diagrama correspondente ao equipamento da fig. 1-1

alteração da carga ou qualquer outro motivo, a tensão se afastar do valor ideal, modificar-se-á a força atractiva do electro-íman e o sinal director alterar-se-á no sentido tendente a reconduzir a tensão ao valor ideal.

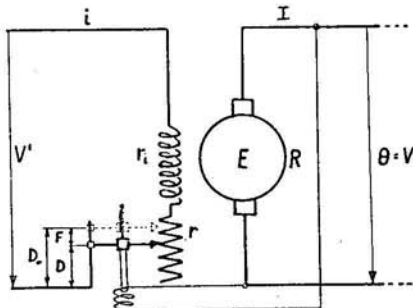


Fig. 1-3 - Diagrama correspondente ao equipamento da fig. 1-1

Note-se, porém, que num sistema assim concebido nunca se pode regressar ao valor ideal da saída desde que a perturbação se tenha modificado, pelo facto de a correcção do sinal director se fazer a partir do afastamento da

saída do valor ideal e porque, se este se alcançasse, desapareceria o factor de correcção.

O exemplo que vimos acompanhando vai-nos servir para esclarecer esta afirmação mas, antes disso, analisemos o diagrama respectivo (Fig. 1-4).

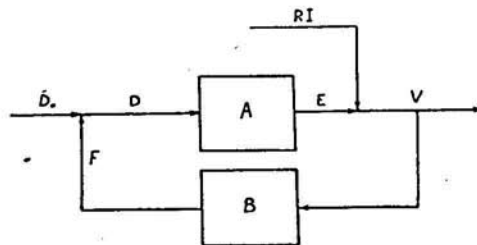


Fig. 1-4 - Diagrama correspondente ao equipamento da fig. 1-3

- D — Posição do cursor.
- $D_0$  — Posição do cursor quando a saída é nula.
- F — Sinal de retorno; deslocação imposta ao cursor pela força atractiva do electro-íman.
- A — Modificação do sinal produzida pelo dínamo.
- E — Força electro-motriz do dínamo.
- V — Tensão nos terminais do dínamo: saída.
- RI — Perturbação (carga do dínamo).
- B — Modificação da saída produzida pela unidade medidora.

A montagem está feita de forma a que seja:

$$D = D_0 - F$$

Vejamos, então, qual o resultado que se pode obter com uma montagem deste tipo.

Para isso consideremos a fig. 1-5 na qual podemos reconhecer a característica externa do dínamo considerado, pressuposta retilínea, e a respectiva característica interna.

Para simplicidade de estudo não se considera o efeito da histerese do circuito magnético do dínamo e supõe-se que em nenhum ponto deste é atingida a saturação.

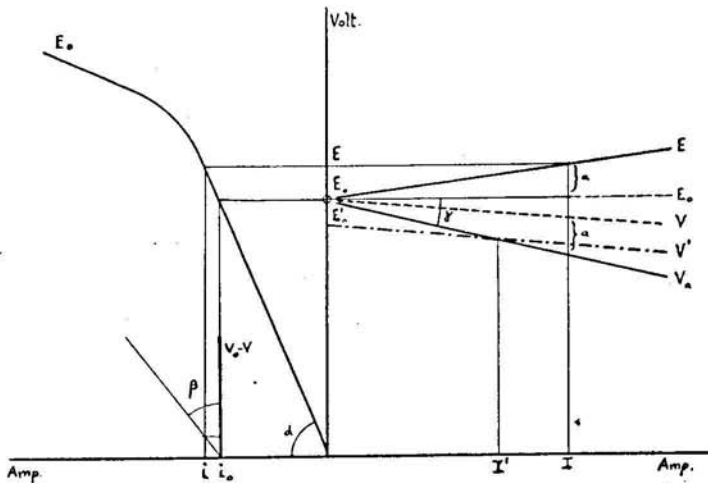


Fig. 1-5 — Efeito da regulação da tensão de um dínamo

A missão do regulador de tensão consiste em fazer depender do valor desta nos terminais da máquina o da corrente de excitação. Sem entrarmos no problema técnico vamos imaginar que podemos obter um dispositivo tal que com ele se obtenha a seguinte relação:

$$i - i_0 = K (V_0 - V) \quad (1-2)$$

em que:

- $i$  — corrente de excitação quando o dínamo é atravessado pela corrente  $I$ .
- $i_0$  — corrente de excitação com o dínamo em vazio ( $I = 0$ ).
- $K = \operatorname{tg} \beta$ .
- $V_0$  — valor ideal da tensão.
- $V$  — tensão nos terminais do dínamo quando atravessado pela corrente  $I$ .

Sendo assim, a força electro-motriz gerada no induzido será função do valor da tensão nos terminais, podendo escrever-se:

$$E = E_o + K A (V_o - V) \quad (1-3)$$

onde  $A$  representa a tangente de  $\alpha$ .

Desta forma, a tensão nos terminais do dínamo, dada pela aplicação da segunda lei de Kirchhoff, será:

$$V = E_o + K A (V_o - V) - R I \quad \text{onde: } R = \text{tg } \gamma \quad (1-4)$$

ou:

$$V (1 + K A) = E_o + K A V_o - R I \quad (1-5)$$

e:

$$V = \frac{E_o + K A V_o}{1 + K A} - \frac{R}{1 + K A} I \quad (1-6)$$

Comparando esta expressão com a da característica externa em ciclo aberto,

$$V_a = E_o - R I \quad (1-7)$$

podemos verificar que o efeito do fecho do ciclo se traduz numa alteração da equação da recta por modificação dos respectivos parâmetros.

O termo constante que determina o ponto do eixo das tensões do qual a nova característica partirá depende apenas do valor ideal escolhido para a tensão. Assim, se fixarmos para valor ideal o valor da tensão da máquina em vazio:

$$V_o = E_o \quad (1-8)$$

virá:

$$\frac{E_o + K A V_o}{1 + K A} = E_o \quad (1-9)$$

e a nova característica partirá do mesmo ponto que partia a característica no caso do ciclo aberto (recta a interrompido na fig. 1-5).

Se, pelo contrário, o valor ideal da tensão escolhido, for o correspondente à intensidade de corrente  $I'$ , por exemplo, já o ponto de partida da característica será outro (recta a traço e ponto na fig. 1-5).

Quanto à inclinação da nova característica, pode verificar-se

que é necessariamente inferior à da primitiva pois o respectivo coeficiente angular passou de:

$$R \text{ para } \frac{R}{1+KA}$$

em que tanto  $K$  como  $A$  são positivos.

Assim, conclui-se que o efeito do fecho do ciclo, ou seja, da inclusão do regulador, se traduz por uma menor inclinação da característica externa do dínamo, isto é, por uma regulação da tensão.

Na equação 1-6 vê-se que o valor da tensão depende do da perturbação aplicada ao sistema ( $RI$ ) e que, portanto, o erro, a diferença entre o valor real da grandeza comandada e o seu valor ideal, também dela depende.

Só deixaria de assim suceder se conseguíssemos dar a  $K$  um valor infinito. Isso não é, porém, possível pelo facto de um valor infinito para  $K$  acarretar uma variação infinita da energia armazenada no campo magnético criado pela corrente de excitação, quando a tensão variasse, pois, derivando a equação 1-2, vem:

$$\frac{di}{dt} = K \frac{dv}{dt} = \infty \quad (1-10)$$

e:

$$\frac{dw}{dt} = Li \frac{di}{dt} = \infty \quad (1-11)$$

o que é contrário aos princípios da Física.

Como dissemos, um sistema para o qual o erro apenas se anula quando desaparece a influência perturbadora recebe o nome de **regulador**. Nestes sistemas a variável comandada é influenciada directamente pelo sinal de erro, não havendo qualquer operação de integração entre aquela e este.

A ausência de qualquer integração acarreta para este tipo de sistemas a designação de **sistemas do tipo O** para os distinguir de outros a que adiante se fará referência.

### 3 — Tipos de regulação

Como se vê, o princípio de funcionamento do sistema é simples e a sua realização depende apenas da escolha e obtenção dos elementos capazes de realizarem cada uma das operações para

o estabelecimento dos necessários elos entre as grandezas que cada caso objectivo envolve.

A regulação de que vimos um exemplo é do tipo **contínuo**, isto é, cada variação da variável regulada é imediatamente seguida pela respectiva correcção.

Há, porém, outros tipos de regulação, como a de **ligações e cortes** que é utilizada quando apenas se pretende que a grandeza regulada se mantenha entre determinados limites mais ou menos afastados.

É o caso da regulação da temperatura quando se utilizam termostatos.

Aqui a grandeza regulada é a temperatura, a unidade medidora é a peça deformável do termostato, o sinal de retorno a sua posição, a referência será dada pelo conjunto dos pontos fixos que, ao serem atingidos pela peça deformável, dão lugar ao aparecimento do sinal de erro.

Este é o facto que provoca o fecho ou abertura de um circuito eléctrico.

A unidade amplificadora e de comando será constituída pelos elementos de aquecimento que, percorridos pela corrente eléctrica comandada pelo sinal de erro, actuam sobre a grandeza regulada.

A utilização do sistema de ligações e cortes ou o da regulação contínua depende apenas dos limites entre os quais queremos que se encontre a variável regulada.

Há ainda uma solução intermédia: a **regulação por pontos** usada, por exemplo, na regulação da tensão no secundário dos transformadores.

#### 4 — Servo-mecanismos

Para que um sistema em ciclo fechado constitua um servo-mecanismo é necessário que o sinal de erro crie as condições capazes de o anularem constantemente.

Se, para um caso particular qualquer, escrevessemos as equações que relacionam a grandeza comandada com o erro, veríamos que aquela condição seria satisfeita sempre que o sinal de erro provocasse uma variação da grandeza comandada em vez de a influir directamente ou, o que é o mesmo, que as duas estivessem relacionadas por uma operação de integração.

Servirá como exemplo o mesmo dínamo do caso anterior



mas com a respectiva montagem modificada de forma a que o sistema se comporte como um servo-mecanismo, isto é, tal como se apresenta na fig. 1-6.

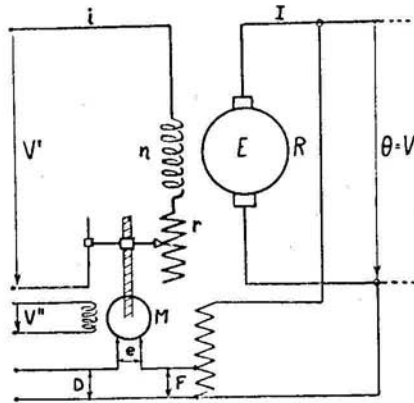


Fig. 1-6 - Sistema de comando por servo-mecanismo

No presente caso temos :

Variável comandada	:	A tensão nos terminais do dínamo (V)
Unidade medidora	:	O divisor de tensão
Sinal de retorno	:	A tensão dada pelo divisor (F)
Sinal director	:	Uma tensão comparável com F (D)
Sinal de erro ou actuante	:	A diferença das tensões F e D (e)
Unidade integradora	:	O servo-motor (M)
Unidade amplificadora e de comando	:	O dínamo.

Por simples consideração do esquema se pode concluir que a modificação da excitação do dínamo só terminará quando o sinal de erro for nulo, isto é, quando for :

$$F = D \quad (1-12)$$

Se agora modificarmos o valor do sinal director para  $D'$ , o sistema reagirá por forma que o sinal de retorno tome um valor  $F'$  tal que :

$$F' = D' \quad (1-13)$$

Quer isto dizer que o sistema procurará fazer sempre com que o sinal de retorno iguale o director; qualquer variação deste será fielmente seguida por aquele por mais caprichosa que seja.

Daqui advém para estes sistemas o nome de servo-mecanismos.

O respectivo diagrama está representado na fig. 1-7.

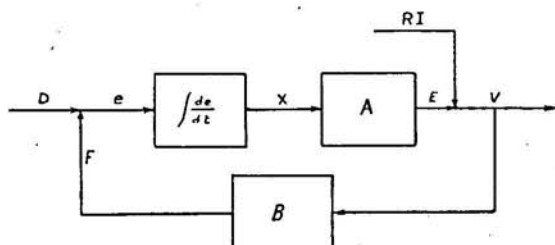


Fig. 1-7 — Diagrama correspondente ao equipamento da fig. 1-6

- D — Tensão directora.
- F — Tensão de retorno.
- e — Sinal de erro ( $e = D - F$ ).
- X — Posição do cursor do reóstato.
- A — Modificação do sinal introduzida pelo dínamo.
- E — Força electro-motriz do dínamo.
- RI — Perturbação (carga do dínamo).
- B — Modificação do sinal introduzida pela unidade medidora.

Os sistemas deste tipo dizem-se pertencentes ao **tipo 1**, pelo facto de envolverem uma integração.

##### 5 — Sistemas envolvendo mais que uma integração

É possível conceber sistemas com mais de uma integração.

Num sistema do **tipo 2** (duas integrações) o sinal actuante ou de erro amplificado produz uma variação da variação da grandeza comandada.

Um sistema deste tipo poderia ser usado quando se pretendesse manter sempre nula a variação da grandeza comandada como, por exemplo, quando se queira anular o erro de velocidade num sistema de comando de posição.

O sinal de erro deveria, neste caso, actuar através de uma aceleração.

Sistemas deste tipo já envolvem maior dificuldade que os

anteriores para o estabelecimento de um regime de funcionamento conveniente, como se poderá verificar ao fazer-se o estudo da estabilização.

Sistemas do tipo 3 ou superior são de utilização muito rara.

## 6— Sistemas reais

Expostos os princípios de funcionamento dos diferentes tipos de sistemas de comando em ciclo fechado, é agora a altura de se fazerem intervir os fenómenos físicos que acompanham todas as operações a que nos referimos.

Até aqui estabelecemos os nossos raciocínios imaginando que os efeitos acompanhavam instantaneamente as respectivas causas.

Contudo, a maioria das operações consideradas quando transpostas para peças reais envolve armazenamento de energia sob diversas formas (campos magnéticos, inércias) bem como dissipação de energia (atritos, histerese).

Ora toda a acumulação ou dissipação de energia requer um certo tempo para se efectuar, motivo pelo qual os efeitos vêm quase sempre atrasados de um certo tempo sobre as causas que lhes deram origem.

A soma desses atrasos ao longo do ciclo fazem com que este leve um certo tempo a «responder» à causa que o excitou.

Uma das preocupações a ter quando se pretende organizar um sistema será, evidentemente, o de reduzir o «tempo da resposta» tanto quanto possível.

A acumulação de energia em certos pontos do ciclo introduz, porém, ainda um outro aspecto no comportamento dos sistemas reais.

De facto, quando se dá qualquer modificação súbita no valor da grandeza comandada ou da variável directora, o sistema procura reagir de forma a que aquela regresse ao valor primitivo ou tome o novo valor correcto.

Pode acontecer que, ao atingir-se esse valor, a energia armazenada não tenha ainda cessado de variar.

Nesse caso, a grandeza comandada ultrapassará o valor desejado e terá de ser solicitada em sentido contrário as vezes necessárias para que acabe por se fixar naquele valor. A sua variação será, por consequência, uma função pseudo-periódica do tempo (oscilações amortecidas).

Compreende-se que um sistema de comando deverá conduzir

a grandeza comandada ao seu valor correcto, na impossibilidade de o fazer instantâneamente, pelo menos segundo uma função do tempo tal que aquele seja rapidamente atingido.

Se a rapidez de variação for excessiva corre-se então o risco de ultrapassar o valor desejado, tal como acima se referiu.

Surge assim o problema da **estabilidade de funcionamento** do sistema cuja resolução é fundamental para a realização técnica dos comandos em ciclo fechado.

Podemos afirmar que, de uma maneira geral, a **estabilidade de funcionamento** e a **rapidez de resposta** constituem duas exigências opostas, cuja satisfação simultânea e completa é impossível.

Torna-se, por conseguinte, necessário encontrar a plataforma aceitável entre o ideal de ambas.

É costume permitir-se que o sistema oscile um pouco à volta da posição de equilíbrio com o intuito de se obter uma mais rápida aproximação pela grandeza comandada do seu valor final.

## 7 — Conclusão

Está, desta forma, posto na sua generalidade o problema do comando em ciclo fechado cuja resolução envolve os seguintes passos:

- Escolha das diferentes unidades funcionalmente indispensáveis para a realização do sistema.
- Estudo do comportamento do ciclo constituído pelas máquinas comandadas e pelas unidades escolhidas.
- Escolha dos dispositivos de estabilização destinados a tornarem aceitável a variação da grandeza comandada.

Nos capítulos que se seguem são apresentados os recursos ao nosso dispor para a realização dos sistemas segundo o caminho apontado.

## CAPÍTULO II

### Equipamento disponível

#### 1 — Unidades medidoras

O que se pretende de uma unidade medidora é que seja capaz de traduzir por um sinal mecânico ou eléctrico o valor de uma determinada grandeza.

Entendemos por sinal mecânico uma grandeza mecânica, por exemplo, uma distância, uma velocidade, um ângulo ou uma velocidade angular, de valores univocamente relacionados com os da grandeza medida e cujo valor é obtido à custa de energia por esta desenvolvida.

Um sinal eléctrico será uma grandeza eléctrica (força electromotriz, tensão, intensidade de corrente), cujos valores estão da mesma forma relacionados com os da grandeza medida.

A principal vantagem da unidade medidora eléctrica sobre a mecânica consiste no facto de esta exigir que a grandeza a medir seja de molde a desenvolver uma potência apreciável sem que com isso sofra alteração sensível.

Ora, nem todas as grandezas são susceptíveis de o fazerem.

Por outro lado, um sinal eléctrico não tem dificuldade em vencer distâncias mesmo que o percurso seja complicado, o mesmo já não acontecendo ao sinal mecânico.

Além disso, podemos afirmar que, de uma maneira geral, todas as grandezas podem manifestar a sua existência por um fenómeno físico ou químico capaz de ser aproveitado para interferir no comportamento de um circuito eléctrico, de forma a que a intensidade de corrente que o atravessa seja influenciada pelo valor da grandeza em questão.

De tudo isto resulta uma muito grande variedade de unidades medidoras eléctricas em face de um pequeno número de unidades mecânicas.

Não fechando a porta à ideia da existência de muitas outras, vamos procurar enumerar as mais conhecidas, aquelas que mais temos encontrado nas aplicações correntes, classificando-as de acordo com as grandezas que lhes deram razão de ser.

### 1-1 — Velocidade de rotação

**SINAL MECÂNICO:** O efeito da força centrífuga pode ser aproveitado para traduzir por um deslocamento rectilíneo uma velocidade de rotação. É sobejamente conhecido o dispositivo articulado provido de duas massas geralmente esféricas a que é dado o nome de regulador de bolas e que tem largo emprego na regulação de velocidade das máquinas térmicas.

**SINAL ELÉCTRICO:** Consegue-se traduzir uma velocidade de rotação por uma grandeza eléctrica aproveitando os efeitos electro-magnéticos de indução. De facto, sabemos que a força electro-motriz gerada num condutor que se move num campo magnético é proporcional à velocidade de deslocação do condutor.

Se, em vez de um só condutor, tivermos o enrolamento do induzido de um dínamo, sabemos também que o valor da força electro-motriz captada nos respectivos terminais é proporcional à velocidade de rotação e ao fluxo magnético por polo indutor.

Se o dínamo tiver excitação constante virá simplesmente:

$$E = KN \quad (2-1)$$

isto é, a força electro-motriz proporcional à velocidade de rotação.

Isto mostra-nos que um dínamo de fluxo constante pode servir de unidade medidora da velocidade de rotação.

O dispositivo geralmente usado é constituído por um pequeno dínamo-piloto ou dínamo-taquímetro ligado à máquina cuja velocidade de rotação queremos medir por meio de uma ligação directa ou de uma transmissão de relação conhecida.

### 1-2 — Posição segundo uma direcção (distância a uma origem)

**SINAL MECÂNICO:** Um simples tirante ou um sistema articulado mais ou menos complicado pode servir para traduzir um deslocamento por outro deslocamento; ou, um sistema de crema-

lheira para ligar um deslocamento com um ângulo. Ambos produzem um sinal mecânico representativo da posição de uma determinada peça, constituindo, portanto, unidades medidas de posição.

**SINAL ELÉCTRICO:** Por vezes interessa regular a distância entre um ponto de uma peça e os pontos de uma outra que lhe vão passando em frente, pelo facto de existir um movimento relativo no plano perpendicular à direcção segundo a qual aquela distância é medida.

Para isso pode usar-se uma cabeça calibradora electro-magnética constituída por um núcleo em forma de E, sobre o qual

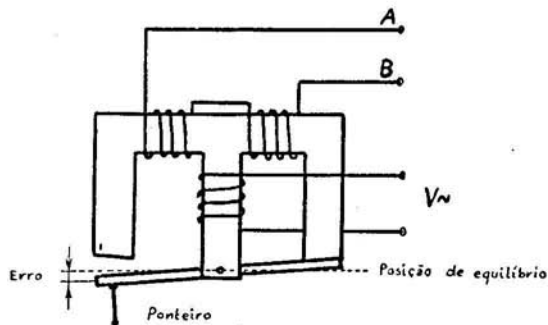


Fig. 2-1 — Cabeça calibradora electro-magnética

se encontram enroladas três bobinas, e uma peça também ferro-magnética ligada à coluna central do núcleo, de forma a poder bascular, aproximando assim as suas extremidades quer de uma quer da outra coluna lateral (Fig. 2-1).

Aproveitando-se o efeito da gravidade ou o de uma mola, faz-se com que a peça basculante tenda para uma das posições extremas.

Nessa altura o fluxo através de um dos circuitos magnéticos é muito superior ao que atravessa o outro, por ser menor a respectiva relutância.

A força electro-motriz induzida no enrolamento secundário correspondente será maior que a induzida no outro e, como estes estão ligados de forma a elas se oporem, a primeira será dominante, surgindo entre os pontos A e B uma tensão alternada de módulo igual à diferença das forças electro-motrices e em fase com a dominante.

Esta tensão é tanto maior quanto mais a peça basculante se afasta da posição correspondente à igualdade dos entre-ferros e dará, portanto, uma medida desse afastamento.

Se levarmos o estilete apalpador de forma a que o entre-ferro maior seja o contrário ao que primeiramente consideramos, a força electro-motriz dominante passará a ser a outra.

O sinal eléctrico surgirá da mesma forma havendo simplesmente uma alteração no seu esfasamento, visto que ele assumirá o valor ditado pela nova força electro-motriz dominante, isto é, variará de  $180^\circ$ .

Como geralmente o que interessa é um sinal contínuo e não alternado, existirá em conjunto com a cabeça calibradora um circuito eléctrico rectificador capaz de fornecer um sinal contínuo proporcional ao módulo do sinal alternado e mudando de sinal quando o esfasamento deste se altera de  $180^\circ$ .

### 1-3 — Espessura

**SINAL ELÉCTRICO:** Se pretendermos medir a espessura, por exemplo, de uma chapa que se vai deslocando, um sistema medidor inspirado no anterior é de realização possível.

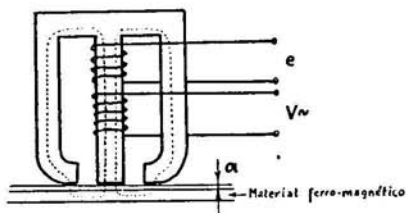


Fig. 2-2 — Dispositivo de medida de espessura

O mesmo já não acontece se se quiser medir a espessura de uma camada existente sobre uma peça.

Se esta for ferro-magnética pode usar-se um dispositivo como o que está representado na fig. 2-2 desde que a camada cuja

espessura se quer medir seja constituída por material não ferro-magnético.

A espessura da camada não ferro-magnética fica ligada ao valor da relutância do circuito magnético que se fecha pela peça suporte.

Torna-se, pois, fácil obter uma força electro-motriz alternada cuja amplitude é função da espessura da camada.

A amplitude será máxima quando o entre-ferro for fechado por uma peça de material ferro-magnético e será tanto menor quanto mais espessa for a camada interposta.



#### 1-4 — Posição angular relativa de dois veios

**SINAL MECÂNICO:** Um deslocamento angular, proporcional ao movimento de rotação relativo entre dois eixos, pode ser obtido por intermédio do dispositivo mecânico chamado **diferencial**. Não faremos aqui a sua descrição, limitando-nos a referir que tal trabalho pode ser encontrado no livro *Servomechanism Fundamentals* da autoria de H. Lauer, R. Lesnick e L. E. Matson.

**SINAL ELÉCTRICO:** Podemos obter uma força electro-motriz função do esfasamento entre dois veios, quer estejam normalmente parados quer estejam animados de um movimento de rotação, desde que utilizemos, ligada a cada um deles, uma máquina eléctrica denominada «Selsyn».

O princípio de funcionamento deste conjunto de duas máquinas é o seguinte:

Estando duas unidades Selsyn eléctricamente ligadas, os seus veios manifestam a tendência de se collocarem constantemente em posição angular correspondente, pelo que, se provocarmos o movimento de um deles, o outro procurará acompanhá-lo desde que não haja qualquer impedimento mecânico.

Se tal impedimento existir e se, por esse motivo, houver um deslocamento angular  $\alpha$  entre os dois veios, surgirá uma força electro-motriz proporcional ao seno daquele ângulo e que poderá ser aproveitada, por exemplo, como sinal de erro para um sistema de comando que tenha por objectivo obrigar duas máquinas a que os dois Selsyns se encontram ligados a manterem os seus veios em posição angular correspondente.

É costume designar os Selsyns por gerador e receptor, sendo o gerador aquele que comanda o movimento e receptor o que é comandado.

As duas unidades são, porém, perfeitamente iguais, dependendo a sua designação apenas da função desempenhada, dependendo esta, por sua vez, do órgão a que o respectivo Selsyn se encontra ligado.

Por outras palavras, a unidade que tiver a liberdade de acompanhar o movimento da outra será o receptor e o gerador será aquele cujo movimento é imposto pelas condições exteriores.

Cada Selsyn é constituído por um estator com um enrolamento composto por três circuitos geralmente ligados em estrela e montados de forma a criarem três polos magnéticos cujos eixos

formam ângulos de  $120^\circ$ , isto é, numa disposição análoga à dos enrolamentos estatóricos de um alternador trifásico bipolar; e por um rotor do tipo de polos salientes.

O rotor poderá apresentar dois ou três polos, conforme o Selsyn seja destinado à alimentação por corrente monofásica ou trifásica.

As ligações do enrolamento do rotor são tiradas para o exterior por meio de escovas atritando sobre dois ou três anéis respectivamente.

O esquema de um Selsyn monofásico será, portanto, igual ao de um alternador trifásico bipolar, sendo porém, diferença fundamental o facto de no rotor deste circular corrente contínua e no do Selsyn corrente alternada.

Vejamos, então, a explicação do funcionamento de um par destas unidades:

Os enrolamentos estatóricos das duas máquinas são elètricamente ligados e os rotóricos são ligados à mesma

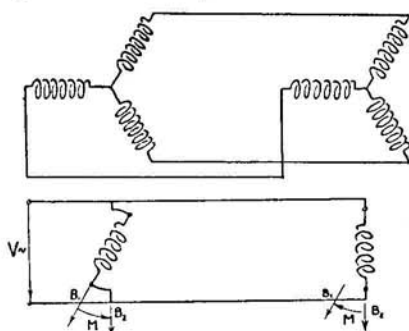


Fig. 2-3 - Par Selsyn montado como eixo eléctrico

fonte de energia de corrente alternada, tal como se mostra na fig. 2-3 que representa dois Selsyns monofásicos.

Num conjunto de máquinas montadas nestas condições verifica-se que, se os campos magnéticos criados em cada uma não estiverem em posição correspondente e, por consequência, as forças electro-motrizes induzidas nos enrolamentos estatóricos não forem iguais, circularão correntes nestes enrolamentos que acarretarão o desenvolvimento de solicitações por efeito electro-dinâmico entre os rotors e respectivos estators.

Como os estators são fixos, todas as solicitações surgidas acabam por traduzir-se pelo aparecimento de um binário entre os dois rotors, função do ângulo entre eles existente e tendente a levá-los à coincidência de posições.

Como os estators são fixos, todas as solicitações surgidas acabam por traduzir-se pelo aparecimento de um binário entre os dois rotors, função do ângulo entre eles existente e tendente a levá-los à coincidência de posições.

Desta forma, os três fios que unem as duas máquinas comportam-se como sendo um eixo eléctrico, o que tem grande interesse quando se pretende transmitir um movimento de rotação perfeitamente determinado a uma distância considerável.

Trata-se, evidentemente, de um eixo elástico que permite deformações tanto num sentido como no outro até  $180^\circ$ . Ao atingir-se essa deformação, o que pode acontecer se o binário resistente aplicado ao veio de Selsyn receptor for superior ao binário máximo que o par é capaz de desenvolver, o eixo eléctrico «parte».

Simplemente, ao contrário do que acontece aos eixos mecânicos essa «fractura» não implica a sua inutilização pois apenas significa uma concessão feita pelas máquinas para que a posição de correspondência se modifique de  $360^\circ$ .

Claro está que a posição correspondente aos  $180^\circ$  cria as condições necessárias para que as forças electro-motrizs desenvolvidas nos enrolamentos estáticos de somem, dando lugar ao aparecimento de elevadas intensidades de corrente para as quais as máquinas não são geralmente calculadas.

Devemos agora acrescentar que o Selsyn, tal como qualquer outra máquina rotativa, pode ter um número de polos diferente de dois, desde que seja par. Além disso, há construtores que fabricam para estas máquinas rotors do tipo bobinado em lugar do de polos salientes.

É interessante notar que um Selsyn de rotor bobinado, trifásico, tem uma construção perfeitamente igual à dos motores trifásicos de indução também de rotor bobinado.

Quer isto dizer que se podem usar dois motores deste tipo e convenientemente ligados, para funcionarem como um par Selsyn.

Tal como se descreveu, o conjunto Selsyn não tem interesse para o estudo dos sistemas de comando em ciclo fechado, pois a sua única utilidade consiste na simples transmissão de um movimento.

Se, porém, se efectuar a sua montagem da forma representada na fig. 2-4, imediatamente se constata a sua utilidade como unidade medidora.

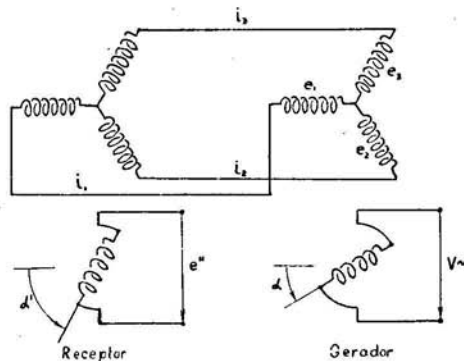


Fig. 2-4 — Par Selsyn montado como unidade medidora de ângulo

Aqui, no enrolamento rotórico do Selsyn receptor será induzida uma força electro-motriz que será função da posição do seu veio em relação à do gerador.

De facto, quando o enrolamento do rotor do Selsyn gerador for percorrido por uma corrente alternada de intensidade :

$$i' = I' \cos \omega t \quad (2-2)$$

nos três enrolamentos do estator desenvolver-se-ão três forças electro-motrizas da forma :

$$\begin{aligned} e_1 &= E_1 \cos \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right) = E_1 \sin \omega t \\ e_2 &= \phantom{E_1 \cos \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right)} = E_2 \sin \omega t \\ e_3 &= \phantom{E_1 \cos \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right)} = E_3 \sin \omega t \end{aligned} \quad (2-3)$$

em que :

$$\begin{aligned} E_1 &= E \cos \alpha \\ E_2 &= E \cos \left( \frac{2\pi}{3} + \alpha \right) \\ E_3 &= E \cos \left( \frac{4\pi}{3} + \alpha \right) \end{aligned} \quad (2-4)$$

Repare-se que estas forças electro-motrizas estão em fase e que apenas a sua amplitude depende do valor do ângulo  $\alpha$ , isto é, da posição ocupada pelo rotor.

Estas forças electro-motrizas, por serem desenvolvidas em circuitos fechados, vão dar lugar ao aparecimento de correntes cujas intensidades podem ser determinadas a partir das seguintes equações que são resultantes da aplicação da segunda lei de Kirchhoff aos três circuitos que se podem considerar :

$$\begin{aligned} i_1 R - i_2 R &= e_1 - e_2 - L \frac{di_1}{dt} + L \frac{di_2}{dt} \\ i_2 R - i_3 R &= e_2 - e_3 - L \frac{di_2}{dt} + L \frac{di_3}{dt} \\ i_3 R - i_1 R &= e_3 - e_1 - L \frac{di_3}{dt} + L \frac{di_1}{dt} \end{aligned} \quad (2-5)$$

Para escrevermos estas equações suposemos que as características dos três circuitos eram perfeitamente iguais, sendo R a

soma das resistências das duas bobinas estatóricas correspondentes e da do fio de ligação. Da mesma maneira, L será o coeficiente de auto-indução de cada par de bobinas.

O sistema de equações poderá ainda escrever-se:

$$\begin{aligned} R(i_1 - i_2) + L \left( \frac{di_1}{dt} - \frac{di_2}{dt} \right) &= e_1 - e_2 \\ R(i_2 - i_3) + L \left( \frac{di_2}{dt} - \frac{di_3}{dt} \right) &= e_2 - e_3 \\ R(i_3 - i_1) + L \left( \frac{di_3}{dt} - \frac{di_1}{dt} \right) &= e_3 - e_1 \end{aligned} \quad (2-6)$$

A estas equações podemos ainda acrescentar a que resulta da aplicação da primeira lei de Kirchhoff a um dos centros das estrelas:

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0 \quad (2-7)$$

e, realizadas as necessárias substituições, obtemos as equações que nos dão os valores das diferentes intensidades de corrente em função do tempo e do ângulo  $\alpha$ , depois de devidamente integradas:

$$L \frac{di_1}{dt} + Ri_1 = \frac{2e_1 - e_2 - e_3}{3} = \quad (2-8)$$

$$= \frac{E}{3} \left[ 2 \cos \alpha - \cos \left( \frac{2\pi}{3} + \alpha \right) - \cos \left( \frac{4\pi}{3} + \alpha \right) \right] \sin \omega t$$

$$L \frac{di_2}{dt} + Ri_2 = \frac{2e_2 - e_3 - e_1}{3} =$$

$$= \frac{E}{3} \left[ 2 \cos \left( \frac{2\pi}{3} + \alpha \right) - \cos \left( \frac{4\pi}{3} + \alpha \right) - \cos \alpha \right] \sin \omega t$$

$$L \frac{di_3}{dt} + Ri_3 = \frac{2e_3 - e_1 - e_2}{3} =$$

$$= \frac{E}{3} \left[ 2 \cos \left( \frac{4\pi}{3} + \alpha \right) - \cos \alpha - \cos \left( \frac{2\pi}{3} + \alpha \right) \right] \sin \omega t$$

Inspeccionando este sistema podemos tirar as seguintes conclusões, válidas para cada valor atribuído a  $\alpha$ , isto é, para cada posição do rotor do Selsyn gerador:

— as intensidades de corrente que atravessam os circuitos são sinusoidais e todas da mesma frequência.

— estas intensidades também estarão em fase desde que seja legítimo considerar-se igual a resistência e o coeficiente de auto-indução dos diferentes circuitos, tal como se considerou.

— a amplitude de cada uma destas intensidades é fixada pelo valor de  $\alpha$  considerado.

Cada uma destas intensidades de corrente, percorrendo o respectivo enrolamento do Selsyn receptor cria um campo magnético alternado e a soma dos três campos é também um campo alternado pelo facto de estes serem síncronos.

A direcção deste campo dependerá da amplitude relativa dos três campos componentes ou, em última análise, do valor do ângulo  $\alpha$ .

Se no seio deste campo tivermos um enrolamento (o do rotor do Selsyn receptor) ele será sede de uma força electro-motriz também alternada cuja amplitude depende, evidentemente, da sua orientação em relação ao campo.

Se designarmos também por  $\alpha$  a posição do rotor do receptor para a qual a respectiva bobina tem a direcção do campo nele criado pelo gerador quando o rotor deste ocupa a posição  $\alpha$ , a força electro-motriz induzida será máxima para essa posição.

Chamando agora  $\alpha'$  à posição ocupada pelo rotor do receptor, é fácil concluir que, pelo menos em primeira aproximação, a expressão da força electro-motriz induzida no receptor será:

$$e'' = E'' \sin(\alpha' - \alpha) \cos(\omega t + \beta) \quad (2-9)$$

Desta expressão se conclui que estamos de facto na presença de uma unidade medidora visto que podemos obter uma força electro-motriz alternada de amplitude função do ângulo entre a posição realmente ocupada pelo veio do receptor e aquela que lhe é indicada pelo gerador.

Tudo quanto dissemos se mantém para o caso de  $\alpha$  ser variável, mantendo-se constante a amplitude da força electro-motriz desde que o rotor do receptor acompanhe o movimento do do gerador.

Isto tem muito interesse pois permite medir o deslizamento entre dois veios em movimento e estabelecer sistemas de comando que os obriguem a acompanhar-se rigorosamente.

«Selsyn diferencial» — Existe outra aplicação de interesse para estas máquinas que exige a existência de uma unidade de construção um pouco diferente e que é conhecida por Selsyn diferencial.

Trata-se de um Selsyn de rotor bobinado apresentando, tal como os motores trifásicos de indução, três enrolamentos rotóricos ligados em estrela com os terminais acessíveis por meio de três anéis onde atiram escovas.

Se se introduzir uma destas unidades entre o gerador e o receptor da maneira indicada na fig. 2-5, podemos variar a posição de correspondência dos rotors dos Selsyns de extremidade por

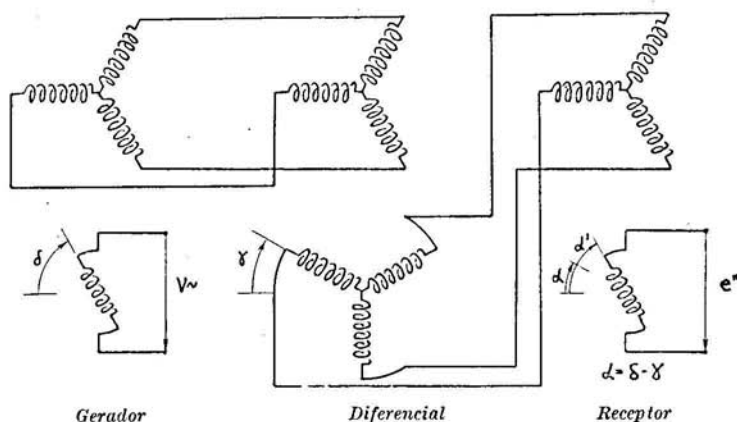


Fig. 2-5 — Montagem de uma unidade Selsyn diferencial

intermédio da posição do rotor do Selsyn diferencial que actua como variador de fase.

Desta forma, se uma das três unidades se puder mover livremente e as outras duas estiverem ligadas a mecanismos diferentes, a de movimento livre irá ocupando posições caracterizadas por um ângulo que será a soma algébrica dos ângulos ocupados pelas outras duas.

Se retirarmos a liberdade de movimento à unidade que a tinha, fazendo-a trabalhar como dispositivo indicador e desligarmos da fonte de alimentação o enrolamento rotórico de uma das de extremidade, poderemos obter nesta uma força electro-motriz função da soma algébrica dos ângulos ocupados por cada rotor e usá-la para corrigir o movimento de um dos mecanismos no sentido da sua anulação ou no da assunção de um valor prefixo.

O número de unidades fazendo parte de um sistema pode

ainda ser aumentado pela adição de outros Selsyns normais ou diferenciais, permitindo uma grande variedade de comandos com inúmeras aplicações em problemas que envolvam rotação de veios.

Os Selsyns de construção corrente podem apreciar diferenças angulares da ordem de 1°. Entretanto a Westinghouse Electric International Company anunciou em 1951 a produção de uma máquina baseada no mesmo princípio do Selsyn mas capaz de apreciar diferenças de 20".

Esta máquina, a que foi dado o nome de «Microsyn», deve a sua extrema sensibilidade não só ao grande apuro dispensado à sua execução mecânica como aos materiais magnéticos especiais que nela são empregados, nomeadamente o aço Hipernick para os circuitos magnéticos.

#### 1-5 — Posição relativa de dois eixos no espaço

**SINAL ELÉCTRICO:** Quando se pretende atenuar os balanços sofridos por um veículo em movimento ou por uma peça existente nesse veículo precisa-se de uma unidade capaz de medir os ângulos que um eixo definido na peça ou no veículo faz com uma direcção fixa, por exemplo, com a vertical.

Sendo fácil definir um eixo na peça ou no veículo, já o mesmo não acontece quando se pretende obter uma referência independente da sua posição mas que com ele se tem de deslocar.

Para definir a vertical lembra aproveitar a acção da gravidade e, dessa forma, um pêndulo resolveria o problema.

Acontece, porém, que nas condições sugeridas o pêndulo entraria facilmente em oscilação pelo facto de estar suspenso de uma peça móvel cujo movimento não é uniforme, o que lhe rouba a utilidade nesta aplicação.

Contudo, o problema pode ser resolvido graças ao chamado fenómeno giroscópico.

De facto, sabe-se que qualquer corpo animado de energia cinética manifesta a tendência de manter a direcção da sua trajectória e que esse fenómeno se torna mais apreciável pela tendência de manter uma direcção constante o eixo de uma peça em movimento de rotação.

A esta tendência que é tanto maior quanto maior for o momento de inércia da peça e a sua velocidade de rotação é dado o nome de **rigidez espacial**.

Por outro lado, se, por meio da aplicação de um binário, se



procurar afastar o eixo giroscópico da sua posição, este procurará alinhar-se com o eixo do binário aplicado, desde que seja livre para o fazer.

Esta outra tendência recebeu o nome de **precessão giroscópica**.

Aproveitando convenientemente as indicações que estas tendências são susceptíveis de fornecer, torna-se possível estabelecer os necessários comandos estabilizadores.

Nos giroscópios surge o problema de os obrigar a fixar rigidamente a sua posição, visto que a rigidez espacial é apenas uma tendência para a manter mas que permite a sua alteração lenta e gradual.

Para obviar este inconveniente, o giroscópio pode ser associado a um dispositivo pendular ou, em aplicações em que se pretende grande rigor, a níveis de bolha de ar com o movimento desta medido por processos foto-eléctricos.

Consegue-se assim fixar a posição do giroscópio com erros inferiores a 1'.

A medida dos movimentos do giroscópio com relação aos respectivos balancins é feita por meio de cabeças magnéticas baseadas no princípio exposto na secção 1-2.

Este tipo de medida alia duas vantagens: a de uma grande sensibilidade e a de exigir do giroscópio um binário muito débil.

A sensibilidade é tal que permite obter sinais utilizáveis correspondentes a deslocações da ordem de 0,025 mm..

#### 1-6 — Luz

**SINAL ELÉCTRICO:** As propriedades foto-eléctricas de certas substâncias podem ser aproveitadas para provocarem modificações num circuito eléctrico, relacionadas com a iluminação a que são submetidas.

Dentre os diferentes tipos de células foto-eléctricas existentes, é a foto-válvula que maior aplicação tem como unidade medidora para sistemas de comando.

A sua função consiste em se deixar atravessar por uma intensidade de corrente dependente da iluminação, desde que esteja submetida a uma tensão.

A queda de tensão provocada entre dois pontos de um circuito pela passagem dessa corrente será o sinal eléctrico procurado.

Esta unidade serve, por consequência, para medir directa-

mente uma intensidade de iluminação mas é frequentemente empregada para medir indirectamente muitas outras grandezas.

Por exemplo, um conjunto de válvulas colocado em frente a um outro conjunto de fontes luminosas poderá dar uma medida da posição de uma peça que se desloca entre aqueles dois conjuntos.

O interesse especial desta medida reside no facto de não haver contacto com a peça cuja posição se pretende medir.

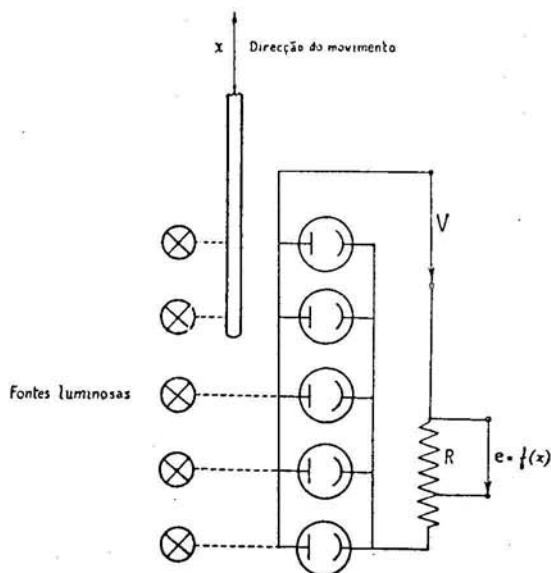


Fig. 2-6 — Medida de posição utilizando foto-válvulas

Na fig. 2-6 mostra-se uma possível montagem deste tipo: — a tensão  $e$ , sendo proporcional à intensidade de corrente que atravessa a resistência  $R$ , é função do número de células cuja iluminação não é interferida pela peça. Logo, a tensão  $e$  mede a sua posição.

Outra aplicação da válvula foto-eléctrica consiste na medição de espessuras de materiais laminados sem que estes sejam contactados.

Neste caso, a válvula mede a iluminação provocada por uma tela fluorescente sob a acção de uma projecção de raios  $X$  que atravessa a lâmina cuja espessura se quer medir.

Como se verifica que a quantidade de irradiação que atravessa

uma determinada lâmina é função da espessura, não há dúvida de que a válvula foto-eléctrica nos pode fornecer uma medida.

Um trabalho descritivo deste processo foi apresentado em 1943 no Congresso de Inverno do AIEE pelo engenheiro W. N. Lundahi e dele é dado um resumo no número de Fevereiro de 1949 da publicação « O Engenheiro Westinghouse ».

### 1-7 — Temperatura

**SINAL MECÂNICO:** A dilatação de uma peça dá a necessária informação a respeito da temperatura a que está sujeita. Se fixarmos uma das suas extremidades, a outra ao deslocar-se produzirá o sinal mecânico desejado. Contudo, este sinal é caracterizado por um considerável atraso sobre a variação da grandeza que lhe deu origem; isto por que a peça considerada tem, por pequena que seja, uma capacidade calorífica apreciável.

Este facto não será inconveniente se as variações que se pretendem comandar forem lentas mas, caso contrário, não poderemos recorrer a este tipo de sinal.

**SINAL ELÉCTRICO:** A temperatura influi no comportamento das diferentes substâncias perante a passagem da corrente eléctrica.

Há dois efeitos que são vulgarmente aproveitados para relacionar a temperatura com uma grandeza eléctrica: a variação da resistência dos condutores e o efeito de Seebeck.

O primeiro efeito é óbvio. De facto, se a resistência de um circuito eléctrico está ligada com a temperatura a que este se encontra submetido por uma determinada lei, também o poderá estar a intensidade de corrente que o atravessa ou a queda de tensão que nele se verifica.

Para temperaturas relativamente baixas, a resistividade do material está relacionada linearmente com aquelas por uma expressão da forma:

$$\rho_{t_2} = \rho_{t_1} [1 + \alpha (t_2 - t_1)] \quad (2-10)$$

Para temperaturas elevadas já a linearidade se não verifica, tornando-se necessário conhecer a curva:

$$\rho = \rho (t) \quad (2-11)$$

Isto não obsta a que se usem pirómetros baseados neste princípio, nomeadamente com resistência de platina, que apresentam a particularidade de uma notável sensibilidade, o que os torna úteis para trabalhos de investigação.

Para o comando de temperaturas altas usam-se, porém, com maior frequência as unidades baseadas no efeito de Seebeck, ou sejam, os termo-pares.

O efeito de Seebeck é a designação dada ao fenómeno do aparecimento de uma força electro-motriz num circuito que inclua dois metais diferentes, contactando em dois pontos sujeitos a uma diferença de temperatura.

A força electro-motriz é função desta diferença, podendo ser aproveitada em qualquer outro ponto do circuito aí interrompido para esse fim.

Os termo-pares mais usados são os seguintes:

1.º METAL	2.º METAL
Platina	— Platina com 10 % de Ródio
Platina	— Platina com 13 % de Ródio
Cromol (80 % Ni; 20 % Cr)	— Constantan (45 % Ni; 55 % Cu)
Cobre	— Constantan
Ferro	— Constantan

e podem ser submetidos a temperaturas que vão até cerca de 1400° C, limite esse que varia segundo o tipo de termo-par.

A relação entre a temperatura e a força electro-motriz não é linear, podendo porém considerar-se como tal para zonas compreendidas entre limites pouco afastados da temperatura.

Exemplos de curvas que relacionam estas duas grandezas podem ser encontrados no «Standard Handbook for Electrical Engineers».

Como vimos, do ponto de vista da unidade medidora, o comando da temperatura pode ser feito de uma forma contínua. É contudo mais frequente usar-se o sistema de ligações e cortes dada a habitual lentidão das trocas de calor e do seu desenvolvimento, o que inutiliza a vantagem da regulação contínua.

Isto não tem importância de maior pelo facto de o rigor de temperatura normalmente exigido pelos processos tecnológicos não ir ao ponto de não permitir uma variação de um ou poucos graus centígrados.

## 1-8 — Humidade

**SINAL ELÉCTRICO:** Em equipamentos de secagem pode interessar regular o grau de humidade com que saem os produtos da operação, o que se torna possível pelo facto de a água apresentar como característica uma constante dieléctrica elevada em relação ao comum das outras substâncias.

Por este facto, se fizermos passar os produtos cuja humidade queremos medir por entre os pratos de um condensador, a capacidade deste variará segundo a percentagem de água que aqueles contiverem.

Um sistema de ponte de Wheatstone em regime alternado com o condensador acima descrito num dos seus ramos, acusará uma tensão que é função da capacidade do condensador e, portanto, da quantidade de água existente na unidade de volume do produto considerado.

## 1-9 — Humidade atmosférica

**SINAL ELÉCTRICO:** As unidades estudadas para medição da temperatura podem ser aplicadas na medida da humidade atmosférica.

De facto, usando sondas de temperatura por resistência pode realizar-se o psicrómetro eléctrico, colocando uma sonda no ar e a outra envolvida por uma torcida embebida em água.

A diferença de temperatura entre elas depende da evaporação e, consequentemente, do grau de humidade existente no ar ambiente.

Realizando uma ponte como a que está representada na fig. 2-7 na qual  $R_1$  e  $R_2$  são duas resistências e  $R_{t1}$  e  $R_{t2}$  as das duas sondas e alimentando-a com uma tensão contínua constante, a tensão entre os pontos A e B estará ligada com a diferença de temperatura entre as sondas por uma lei de fácil determinação.

Estas unidades têm aplicação nos sistemas de condicionamento de ar.

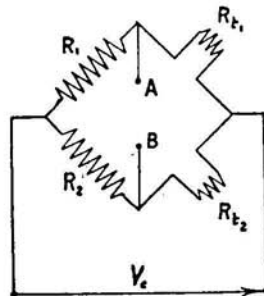


Fig. 2-7 — Ponte utilizada para medição da humidade atmosférica

## 1-10 — Nível de água

**SINAL MECÂNICO:** O mais simples processo de obter um sinal mecânico revelador do nível atingido por um líquido consiste na utilização de um flutuador que traduz, por um movimento no sentido vertical, a alteração do nível e que dispõe de uma força tanto maior quanto maior for o seu peso, na descida, e quanto maior for a diferença entre a impulsão e o peso, na subida.

**SINAL ELÉCTRICO:** Na maioria das aplicações correntes, quando se pretende um sinal eléctrico indicador do nível de um líquido, costuma usar-se um dispositivo qualquer capaz de traduzir o sinal mecânico, dado por um flutuador, pelo sinal eléctrico.

Quando o líquido é a água há, porém, um processo de se obter directamente o sinal eléctrico, processo esse que é usado e patenteado, para algumas formas de aplicação, pela firma inglesa Evershed & Vignoles Limited.

Nele é aproveitada a condutibilidade da água para o fecho de circuitos eléctricos através deste fluido.

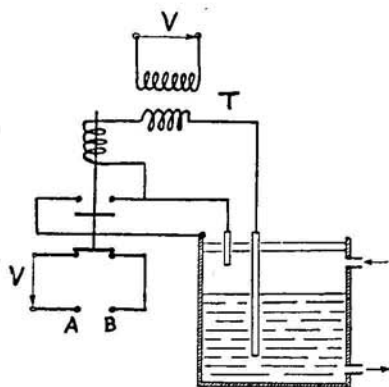


Fig. 2-8 — Esquema de uma unidade indicadora de nível de água

O sistema usado difere um pouco conforme se pretende ou não registar permanentemente o nível da água, além de o conservar entre determinados limites máximo e mínimo.

No caso de apenas se pretender manter o nível entre limites prefixos, podem usar-se dois eléctrodos, terminando um na altura do nível máximo e o outro na do nível mínimo.

Quando a água abandona este, a interrupção do respectivo circuito provoca o sinal eléctrico informativo deste facto; quando ela atinge o eléctrodo superior, fecha um outro circuito e produz assim o sinal respectivo.

No exemplo da fig. 2-8 os sinais obtidos são, respectivamente, a presença e a ausência de uma tensão no par de terminais A e B.

No outro caso referido, isto é, quando se pretende um sinal

eléctrico para o comando mas também um que sirva para registar permanentemente o nível, pode usar-se um «flutuador» eléctrico que acompanha o nível da água sem contudo utilizar o efeito da impulsão.

Este processo tem sobre o flutuador capaz de fornecer um sinal mecânico apreciáveis vantagens, especialmente no que respeita a sensibilidade, espaço ocupado e cuidados de conservação.

Baseia-se na variação da resistência eléctrica entre um tubo metálico e um corpo cilíndrico também metálico e nele metido, pela variação da superfície banhada neste último pela água.

Este sinal é utilizado para o comando de um pequeno servomotor que provoca o movimento do «flutuador» de forma a que aquele sinal mantenha um valor constante, isto é, de forma a que o corpo cilíndrico esteja sempre mergulhado até determinado ponto, acompanhando assim o nível da água.

O fio que suspende e move o «flutuador» será um dos condutores da corrente eléctrica e, sendo flexível, pode seguir certos trajectos, permitindo assim que os órgãos de comando e registo se encontrem em local afastado.

### 1-11 — Alongamento

**SINAL ELÉCTRICO:** Quando, sob a acção de um esforço, uma pressão ou uma temperatura, uma peça sofre uma deformação, a sua superfície sofre uma variação; esta também se verifica em comprimentos marcados sobre essa superfície e, pelo menos, segundo uma direcção.

A variação de um comprimento marcado sobre uma superfície pode ser medida por um sinal eléctrico desde que se empreguem calibres de resistência do tipo adiante descrito.

Estes calibres, fabricados e patenteados pela firma norte-americana The Baldwin Locomotive Works, baseiam-se na variação da resistência óhmica de um fio condutor com o seu alongamento.

Este facto é aproveitado por meio da montagem de um fio de cobre-níquel, de algumas milésimas de milímetro de diâmetro e de uma a duas centenas de milímetros de comprimento, num pequeno rectângulo de papel, onde é fixado por meio de uma cola celulósica, de forma a que quase todo o fio esteja estendido numa só direcção, como mostra a fig. 2-9.

Este calibre é colado como um selo sobre a peça cujo alongamento se quer medir.

gamento se pretende medir, usando-se para isso também cola celulósica e tendo apenas o cuidado de limpar convenientemente a superfície, de forma a obter-se uma boa colagem, e de colocar o calibre na posição tal que os seus fios fiquem orientados na direcção desejada.

Dos respectivos terminais estabelece-se uma ligação para o circuito eléctrico cujo comportamento vai ser influido pela variação daquela resistência.

Estes calibres foram criados especialmente para estudos de resistência de materiais quer em regime estático quer dinâmico

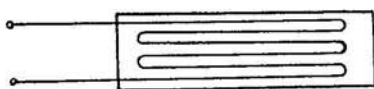


Fig. 2-9 — Exemplo da disposição do fio resistente nos calibres SR-4

mas não temos dúvida em afirmar que podem ser utilizados para efeitos de comando.

Apenas a sua duração, pelo que respeita à colagem, é certamente limitada, se bem que experiências comprovadas mostrem que, pelo menos du-

rante o período de um ano, os resultados obtidos são satisfatórios.

Note-se que, através do alongamento segundo uma direcção, se podem medir diferentes grandezas: a pressão num recipiente, a temperatura, a aceleração e muitas outras.

### 1-12 — Acidez

**SINAL ELÉCTRICO:** Na superfície de separação de dois líquidos manifesta-se um efeito electro-químico sob a forma de uma força electro-motriz que é função da concentração hidrogeniónica de cada um.

Desta forma, a acidez de uma solução pode ser medida, desde que se determine a diferença de potencial entre ela e outra tomada para referência, depois de devidamente postas em presença.

Para a medida do pH é este princípio convenientemente aproveitado, sendo técnica corrente utilizarem-se dois eléctrodos, um de medida e outro de referência que se mergulham na mesma solução.

A força electro-motriz captada é da ordem dos milivolts e, desde que se utilizem eléctrodos de boa qualidade, pode obter-se uma relação linear entre o pH e a força electro-motriz, para valores de aquele compreendidos entre  $1,0 < \text{pH} < 9,0$ .



## 1-13 — Caudal de um fluido

**SINAL MECÂNICO:** A presença de certos acidentes numa tubagem onde se desloca um fluido dá lugar à modificação do valor da pressão e essa modificação é função do caudal.

Desde que nos seja possível traduzir por um sinal essa diferença de pressões, temos obtida uma medida daquela grandeza.

Para exemplificar a realização desta medida, vamos considerar a fig. 2-10 que mostra uma tubagem onde passa um líquido com o caudal  $Q$ .

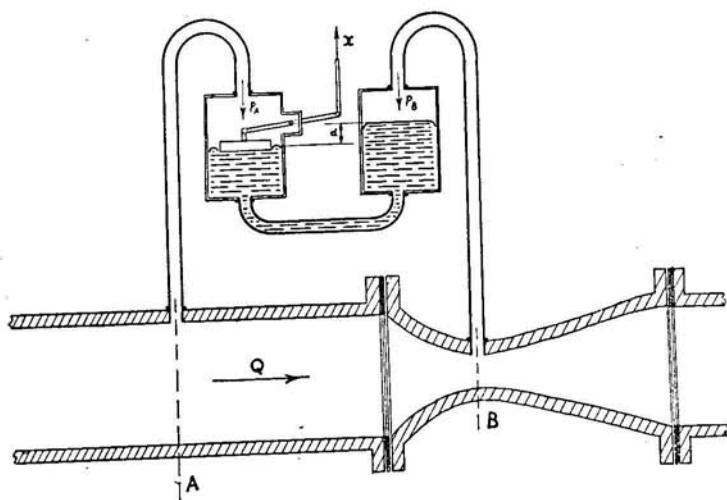


Fig. 2-10 — Esquema de uma unidade medidora de caudal

Nessa tubagem está introduzido um elemento Venturi que provoca um estrangulamento no ponto B.

Da periferia da tubagem, nas secções A e B saem dois tubos que conduzem as pressões  $p_A$  e  $p_B$ , respectivamente, às câmaras de um manómetro diferencial.

O flutuador existente numa delas deslocar-se-á com um movimento que é função da diferença entre aquelas duas pressões e, portanto, do caudal que atravessa a tubagem.

Com efeito, aplicando o teorema de Bernoulli às secções A e B consideradas, temos:

$$z_A + \frac{p_A}{\omega} + \frac{U_A^2}{2g} = z_B + \frac{p_B}{\omega} + \frac{U_B^2}{2g} \quad (2-12)$$

ou, admitindo que a tubagem é horizontal:

$$\frac{p_A}{\omega} + \frac{U_A^2}{2g} = \frac{p_B}{\omega} + \frac{U_B^2}{2g} \quad (2-13)$$

de onde se pode tirar que:

$$p_A - p_B = \omega \frac{U_B^2 - U_A^2}{2g} \quad (2-14)$$

Como, pelo princípio da continuidade é:

$$\sigma_A U_A = \sigma_B U_B \quad (2-15)$$

em que  $\sigma_A$  e  $\sigma_B$  são as secções da tubagem respectivamente em A e B, podemos escrever:

$$p_A - p_B = \omega \frac{\left(\frac{\sigma_A}{\sigma_B}\right)^2 U_A^2 - U_A^2}{2g} = \frac{\omega}{2g} \cdot \left(\frac{\sigma_A^2}{\sigma_B^2} - 1\right) \cdot U_A^2 \quad (2-16)$$

ou, visto que o caudal Q é igual a  $U_A \sigma_A$ :

$$p_A - p_B = \frac{\omega}{2g \sigma_A^2} \left(\frac{\sigma_A^2}{\sigma_B^2} - 1\right) Q^2 \quad (2-17)$$

ou, ainda, simplesmente:

$$p_A - p_B = K Q^2 \quad (2-18)$$

Por outro lado, chamando  $\delta$  à densidade do líquido usado no manómetro diferencial, virá:

$$p_A - p_B = d \cdot \delta \quad (2-19)$$

e o deslocamento  $x$ , no caso da figura, em que as duas câmaras têm a mesma secção, será:

$$x \approx \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{2} = \frac{a}{b} \frac{p_A - p_B}{2\delta} = K' (p_A - p_B) = K'' Q^2 \quad (2-20)$$

O líquido usado no manómetro diferencial é geralmente o mercúrio pelo facto de, pela sua densidade, ser aquele que provoca maior impulsão a um mesmo flutuador.

## 1-14 — Outras grandezas

Muitas outras grandezas podem ser medidas para fins de regulação e comando e, entre elas, não queremos deixar de mencionar: a pressão de um fluido, a aceleração, a viscosidade, a composição química, a intensidade sonora e o binário de torção.

A unidade medidora respectiva será capaz de as traduzir quer por um sinal eléctrico quer por um sinal mecânico.

Estes, comparados com outros do mesmo tipo tomados para referência, dão lugar ao aparecimento do **sinal de erro** ou **actuante** que poderá ser também mecânico ou eléctrico.

Os sinais de erro devem ser capazes de desenvolver uma certa potência para a realização da manobra de comando que deles é exigida.

É necessário concluir, para cada caso, se a energia disponível é ou não suficiente para a actuação directa sobre os órgãos de comando.

Quando isso não acontece torna-se necessário utilizar uma **unidade amplificadora de potência** cuja escolha dependerá especialmente dos seguintes factores:

- natureza do sinal actuante,
- potência que o sinal actuante pode desenvolver,
- rapidez de resposta exigida,
- rigor exigido para o comando.

## 2 — Unidades amplificadoras

Chamamos unidade amplificadora àquela que é capaz de traduzir um sinal de nível energético mais baixo por outro de nível mais alto.

Uma unidade amplificadora seria perfeita se o sinal amplificado fosse proporcional ao sinal fornecido; uma relação linear entre os dois, dentro dos limites da utilização, é o melhor que geralmente se obtém.

É conveniente nunca esquecer que a energia necessária para a produção do sinal amplificado tem de ser fornecida à unidade amplificadora por uma fonte exterior, visto que não pode produzir-se dentro da própria unidade.

Vejamos, então, as unidades amplificadoras de sinal eléctrico e mecânico de mais corrente utilização.

## 2-1 — Dínamo de excitação independente

Tem-se notado a tendência manifestada pelos autores de livros da especialidade de chamarem Ward-Leonard a todas as máquinas de corrente contínua cuja acção é comandada pela respectiva excitação que, para esse efeito, é alimentada independentemente.

Por consequência, é uso dar o nome de Ward-Leonard às unidades amplificadoras do tipo que vamos tratar.

Nestes dínamos a excitação é fornecida, em parte ou no todo, pelo sinal actuante ou de erro, podendo ver-se na fig. 2-11 os esquemas respectivos.

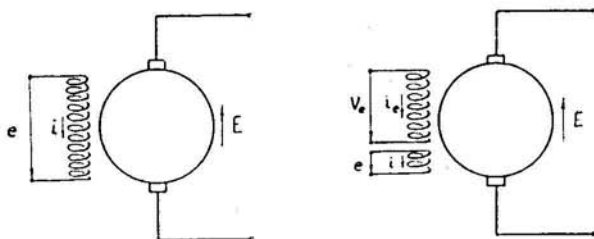


Fig. 2-11 — Dínamos normais montados como unidades amplificadoras

Supondo que apenas se trabalha na zona rectilínea da característica interna da máquina, virá respectivamente:

$$E = K N \varphi = K' i = K'' e \quad (2-21)$$

e:

$$E = K N \varphi = K' i + K'' i_e = K''' e + C \quad (2-22)$$

em que:  $N$  é a velocidade de rotação do dínamo e  $\varphi$  o fluxo indutor por polo.

Tanto uma como outra são equações de rectas cujo coeficiente angular representa a amplificação de tensão obtida.

Contudo, do ponto de vista do sinal, o que interessa é a amplificação de potência que é possível obter. Esta depende, porém, da variação da intensidade de corrente que vai resultar da variação da tensão ocasionada pelo sinal  $e$ , portanto, depende não só da máquina como também do circuito exterior.

A amplificação de sinal obtida por este processo é apreciável mas, para que ele possa ser utilizado, é necessário que o sinal actuante disponha de alguns Watts ou mesmo dezenas de Watts.

Procuramos esclarecer o que dissemos nos dois parágrafos anteriores, considerando o exemplo de um dínamo com as características apresentadas na fig. 2-12.

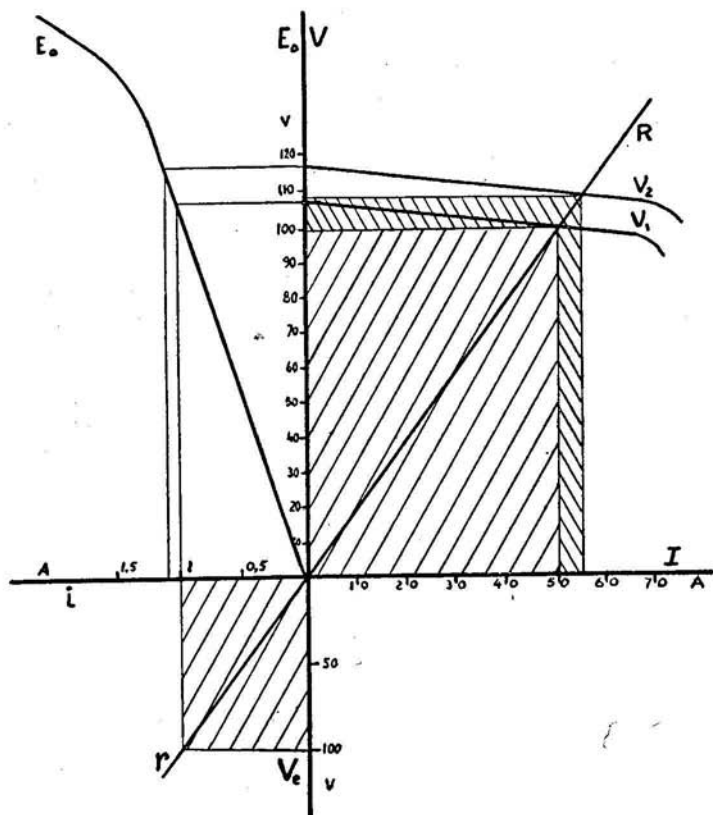


Fig. 2-12 — Amplificação obtida pelo sistema Ward-Leonard

Supondo que o dínamo trabalha sobre uma resistência constante, a relação entre as potências gasta na excitação e fornecida pelo dínamo será igual à relação entre as áreas tracejadas no terceiro e primeiro quadrantes da figura, não esquecendo as escalas.

No exemplo da figura teríamos uma amplificação de 50, dispondo de um sinal com a potência de 100 Watts.

Se, porém, a excitação do dínamo for apenas em parte fornecida pelo sinal de erro ou actuante, já a este poderá ser pedida uma potência menor.

Na mesma máquina da fig. 2-12 vamos imaginar que a corrente de excitação básica de 1 Ampere é fornecida por uma fonte independente e que uma força magneto-motriz suplementar é fornecida pelo sinal actuante.

Para isso temos de colocar um novo enrolamento indutor, o que poderá ser feito, por exemplo, com fio da mesma secção que o primitivo, capaz, portanto, de se deixar atravessar por uma corrente da ordem do Ampere.

Se com ele quisermos obter uma força magneto-motriz suplementar de cerca de 10 % da que é criada pelo enrolamento básico, poderemos fazê-lo com um décimo do número de espiras deste, o que lhe acarreta uma resistência também dez vezes inferior (10  $\Omega$ ).

Para que este enrolamento seja percorrido por uma corrente de 1 Ampere terá de existir um sinal actuante de 10 Volts, dispondo de uma potência de 10 Watts.

O efeito desta excitação será equivalente ao do acréscimo de 0,1 Amperes na intensidade de corrente que atravessa o enrolamento básico, pelo que da fig. 2-12 se pode tirar que o acréscimo de potência fornecida pelo dínamo será o correspondente à faixa tracejada à esquerda que equivale a:

$$\begin{aligned}\Delta P &\cong (55 \times 108 - 50 \times 100) \text{ Watts} \\ &\cong 1000 \text{ Watts}\end{aligned}$$

A amplificação passou, portanto, a ser da ordem dos 100, dispondo o sinal apenas de 10 Watts.

Não queremos deixar de chamar a atenção para o facto de que os números indicados servem apenas para esclarecer as afirmações feitas e fixar ordens de grandeza.

Uma vez que a eles se chegou partindo de valores arbitrados, não podem ter outro significado.

## 2-2 — Dínamos especiais

Os dínamos Ward-Leonard dão lugar, como vimos, a uma amplificação de potência relativamente pequena e necessitam de sinais de nível energético apreciável.

Podem conseguir-se melhores amplificações com sinais actua-  
tes mais fracos usando máquinas dínamo-eléctricas especialmente  
construídas para esse fim, designadas genèricamente por **Ampli-  
dynes** mas com desenhos e nomes que variam de fabricante para  
fabricante.

Aquelas de que temos actualmente conhecimento são:

- o « Amplidyne » da General Electric Company e da A. E. G.
- o « Rototrol » da Westinghouse Electric Internacional Co.,
- o « Metadyne » da Metropolitan Vickers Electrical Co. Ltd.

Destas, a que tivemos oportunidade de estudar e analisar foi  
a última, motivo pelo qual a escolhemos para exemplificar este  
tipo de máquina, de concepção relativamente recente.

#### 2-2-1 — Descrição

O Metadyne é uma máquina semelhante aos geradores de  
corrente contínua do tipo comum, tendo um induzido com o respec-  
tivo colector e uma carcaça com núcleos polares de configuração  
própria.

O campo magnético é excitado por vários enrolamentos  
indutores.

As diferenças mais salientes em relação aos dínamos vulga-  
res são as seguintes:

- os polos são divididos,
- o número de fiadas de escovas é duplo do número de  
polos,
- o número de circuitos indutores é geralmente grande ou,  
pelo menos, superior a dois,
- a carcaça é folheada tal como o núcleo da armadura e os  
núcleos polares.

#### 2-2-2 — Princípio de funcionamento

O Metadyne é um dínamo inspirado no chamado dínamo de  
quatro escovas, isto é, com o par de escovas convencional directa-  
mente ligado por um condutor de pequena resistência de forma a  
permitir a criação de um campo de reacção do induzido apreciável  
e aproveitando este para realizar a excitação definitiva da máquina.

A força electro-motriz desta será, por consequência, captada por um outro par de escovas situado numa linha normal à das primeiras.

O seu aspecto, visto em corte segundo um plano perpendicular ao veio, será o da fig. 2-13. Nesta, as escovas estão deslocadas para a periferia do induzido como é uso fazer-se.

O par de escovas da linha normal à dos polos apresenta-se ainda electricamente desligado para que no circuito magnético da máquina exista apenas o campo indutor principal, figurado por algumas linhas de força.

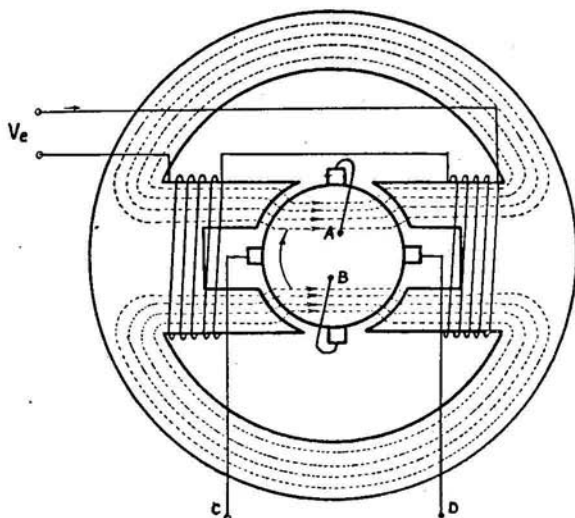


Fig. 2-13 — Campo indutor de um Metadyne

Entre os pontos A e B existe uma diferença de potencial igual à força electro-motriz captada pelas escovas e entre as escovas suplementares ligadas às saídas C e D não há qualquer diferença de potencial, pressuposta a perfeita simetria da máquina.

Suponhamos agora que queríamos ligar os pontos A e B por um condutor de pequena resistência. Isto corresponderia a um curto-circuito da máquina pelo que, se o queremos fazer, teremos que reduzir consideravelmente a sua força electro-motriz, de forma a que a corrente de curto-circuito seja de molde a não prejudicar o enrolamento do induzido.

Para esse efeito teremos que reduzir para um valor muito baixo a corrente de excitação.



Fechado o circuito AB, a corrente que atravessa o enrolamento do induzido poderá ser regulada por intermédio da corrente de excitação  $e$ , desde que o material do circuito magnético não esteja saturado, haverá uma proporcionalidade entre elas.

A corrente que atravessa o enrolamento do induzido será naturalmente de intensidade apreciável dando lugar ao aparecimento de um campo de reacção transversal bastante forte e com o aspecto exibido na fig. 2-14.

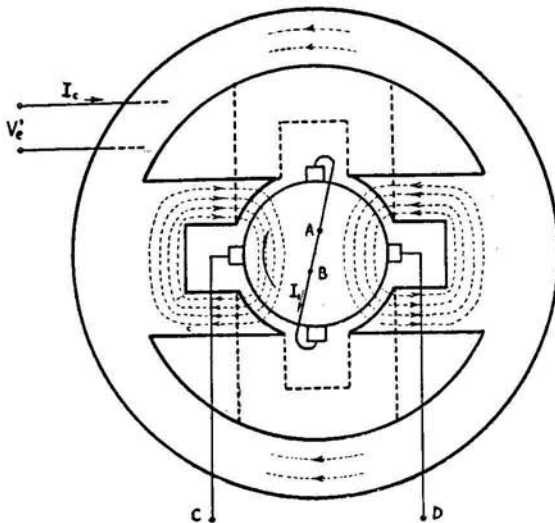


Fig. 2-14 — Campo de reacção do induzido de um Metadyne

Da análise desta figura se pode concluir que este campo de reacção do induzido, de acordo com as hipóteses feitas, cria nas metades superiores dos núcleos polos Norte e nas inferiores polos Sul.

Quer dizer: o campo de reacção comporta-se como se fosse um campo indutor criado por dois polos com a respectiva linha rodada de  $90^\circ$  no sentido do movimento, em relação aos existentes.

Estes polos fictícios são representados na figura com linha interrompida.

Posto isto, é óbvio que as escovas suplementares ligadas às saídas C e D deverão captar uma força electro-motriz apreciável, induzida no enrolamento do induzido pelo campo de reacção.

Esta força electro-motriz depende evidentemente do valor do campo de reacção criado pela corrente  $I_1$  e portanto do valor desta, logo, do valor da corrente de excitação  $I_c$ .

A particularidade mais importante de tudo isto é, porém, a grande amplificação que se obtém por este processo pois, com uma potência de excitação extremamente débil, consegue-se dispor nos terminais da máquina de uma potência devidamente comandada que, nas máquinas até agora construídas, pode ir até cerca de 15 kW.

Esta potência é fornecida ao Metadyne sob a forma de energia mecânica pelo motor que o acciona mas é comandada, como vimos, pela corrente de excitação.

### 2-2-3 — Enrolamento de compensação

Se, como é natural, se pretender aproveitar a potência que o Metadyne é capaz de desenvolver, terá de se fechar a respectiva saída sobre um receptor, estabelecendo-se assim um circuito que será atravessado por uma corrente de intensidade  $I$ .

Esta, ao atravessar o enrolamento do induzido, produz efeitos magnéticos, isto é, uma nova reacção do induzido cujas linhas de força terão um trajecto coincidente com as do campo indutor básico.

O seu sentido, como pode verificar-se, será oposto ao deste.

Significa isto que o sinal de comando (excitação do Metadyne) é contrariado pela segunda reacção do induzido, o que provoca naturalmente uma redução da sensibilidade do dínamo.

Salvo casos excepcionais de funcionamento em que este facto é aproveitado, interessa eliminar este efeito, o que se consegue pela montagem de um enrolamento de compensação ligado em série com o circuito de saída e calculado de forma a desenvolver em quaisquer circunstâncias uma força magneto-motriz igual e oposta à da segunda reacção do induzido.

Escrevemos igual tendo em mente o Metadyne do tipo **compensado**, isto é, aquele que não acusa os efeitos deste segundo campo de reacção.

Há, contudo, máquinas hiper e hipo compensadas, nas quais o enrolamento de compensação tem efeito respectivamente superior e inferior ao da segunda reacção do induzido.

Com a hiper-compensação pode obter-se um efeito suplementar de amplificação que se traduz por um aumento de sensibilidade da máquina.

#### 2-2-4 — Excitação

Até aqui não nos referimos ao fenómeno da histerese que se verifica necessariamente no circuito magnético do dínamo, mas a sua existência influi notavelmente no comportamento deste.

De facto, por muito estreito que seja o ciclo histerético do material empregado, este apresenta sempre uma certa remanência que, por pouca que seja, provoca a excitação do dínamo dado o grande efeito de amplificação que o caracteriza, isto independentemente da existência de qualquer corrente de excitação.

Se se consentir na existência desta excitação remanente, o sinal de comando deixará de ser o único responsável pelo valor da saída e a sua influência limitar-se-á a alterar o valor desta.

Por outro lado, a excitação do Metadyne pode servir para a comparação do sinal de retorno com a referência.

De facto, se fizermos a montagem diferencial de dois enrolamentos de excitação, um alimentado pelo sinal de retorno e outro pela referência, a soma algébrica das duas forças magneto-motrizes que é afinal a força magneto-motriz aplicada ao circuito do dínamo será o sinal de erro ou actuante que, desta forma, vai excitar o Metadyne.

Há, porém, aplicações para as quais interessa considerar dois ou mais sinais de retorno cuja soma pode ser comparada com a referência para dar o sinal actuante.

Noutras aplicações há, ainda, possibilidade de ser dispensável a referência pelo facto de o sinal actuante dever ser o resultado da comparação (soma algébrica) de dois ou mais sinais de retorno.

De tudo isto se conclui que o Metadyne pode ser excitado de variadas maneiras, podendo existir um grande número de enrolamentos de excitação.

De facto, nas aplicações mais frequentes, o número destes enrolamentos varia entre dois e cinco.

O respectivo número de espiras é também muito variável dependendo da natureza dos sinais e podendo ir desde umas quatro até à ordem dos milhares.

#### 2-2-5 — Rapidez de resposta

Como já tivemos ocasião de salientar, para se obter um bom comando é necessário que os diferentes elementos do sistema sejam caracterizados por uma rápida reacção às modificações veri-

ficadas, de maneira a que o conjunto apresente uma rapidez de resposta conveniente.

No Metadyne esta é elevada em consequência do valor baixo do coeficiente de auto-indução do enrolamento do induzido e pelo facto de se diminuir a oposição à variação do fluxo inductor pela atenuação das correntes de Foucault em todo o circuito magnético da máquina.

Para este efeito, a carcaça do Metadyne é folheada tal como o núcleo da armadura.

A ordem de grandeza do atraso verificado em toda a intervenção da máquina como unidade comparadora e amplificadora é de 0,1 a 0,15 segundos.

### 2-2-6 — Número de polos

Toda a descrição feita assentou nas figs. 2-13 e 2-14 que mostram uma máquina bipolar. Há, contudo, possibilidade de realizar Metadynes com um número mais elevado de polos, tal como qualquer outra máquina rotativa heteropolar.

Nos sistemas de comando por servo-mecanismo costumam usar-se máquinas tetrapolares que têm mais rápida resposta e maior sensibilidade que as bipolares.

O número de fiadas de escovas será sempre duplo do número de polos.

Nas cavidades polares e nos entrepolos podem ser montados polos auxiliares destinados a melhorar a comutação.

### 2-3 — Amplificadores magnéticos

O amplificador magnético é uma máquina de concepção antiga mas que só recentemente tem visto a sua aplicação generalizada pelo facto de só agora terem surgido os materiais capazes de lhe fazerem sobressair as vantagens.

#### 2-3-1 — Princípio de funcionamento

Consideremos um núcleo de material ferro-magnético caracterizado por um ciclo histerético tal que possa confundir-se, por simplificação, com o paralelogramo da fig. 2-15.

Sobre este núcleo e ligado em série com um receptor de resistência  $R'$  está montado um enrolamento de resistência  $R$

alimentado por uma tensão alternada sinusoidal que os fará serem percorridos por uma corrente também alternada mas que apresentará um harmónico de terceira ordem pronunciado desde que, a partir de determinado instante em cada semi-onda, se verifique a saturação do núcleo.

De facto, pela aplicação da segunda lei de Kirchhoff ao circuito em questão, obtém-se para expressão do valor instantâneo da tensão aplicada:

$$v = (R + R')i + L \frac{di}{dt} \quad (2-23)$$

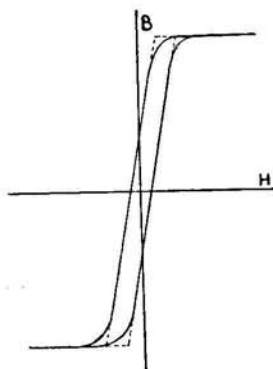


Fig. 2-15—Aspecto de um ciclo histerético de um material próprio para construção de núcleos de amplificadores magnéticos.

na qual  $L$  é o valor do coeficiente de auto-indução do referido circuito.

Vamos imaginar que o termo correspondente à queda óhmica se pode desprezar em presença da força electro-motriz de auto-indução, para valores da corrente inferiores à de saturação ( $I_s$ ).

Até aí será, simplesmente:

$$v = L \frac{di}{dt} = \frac{n d\varphi}{dt} \quad (2-24)$$

sendo  $\varphi$  o fluxo que percorre o circuito magnético e  $n$  o número de espiras da bobina.

Supondo constante a secção do núcleo ( $S$ ) poderemos escrever:

$$v = n \cdot S \frac{dB}{dt} \quad (2-25)$$

desde que chamemos  $B$  ao valor instantâneo da intensidade de campo magnético no núcleo.

Integrando aquela expressão, vemos que a intensidade de campo terá de ser uma função sinusoidal do tempo, tal como a tensão, pelo menos nas zonas da onda correspondentes à não saturação.

Logo que esta se verifica, a intensidade de corrente que

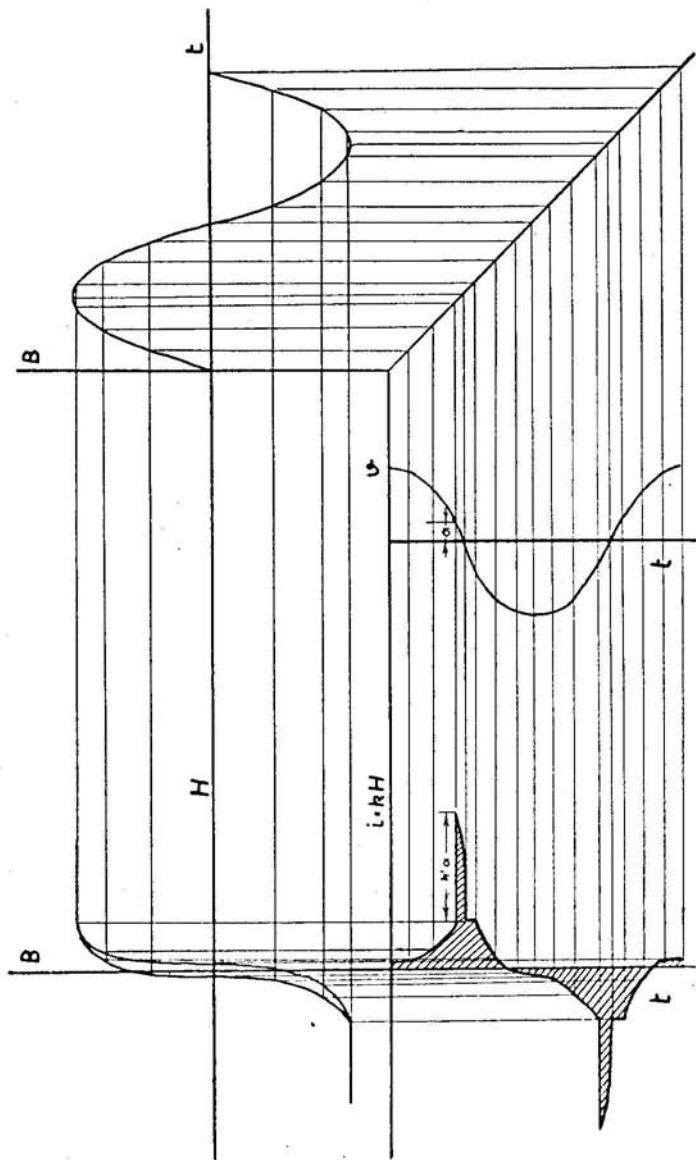


Fig. 2-16 — Amplificador magnético. Determinação gráfica da curva de variação da intensidade de corrente — I

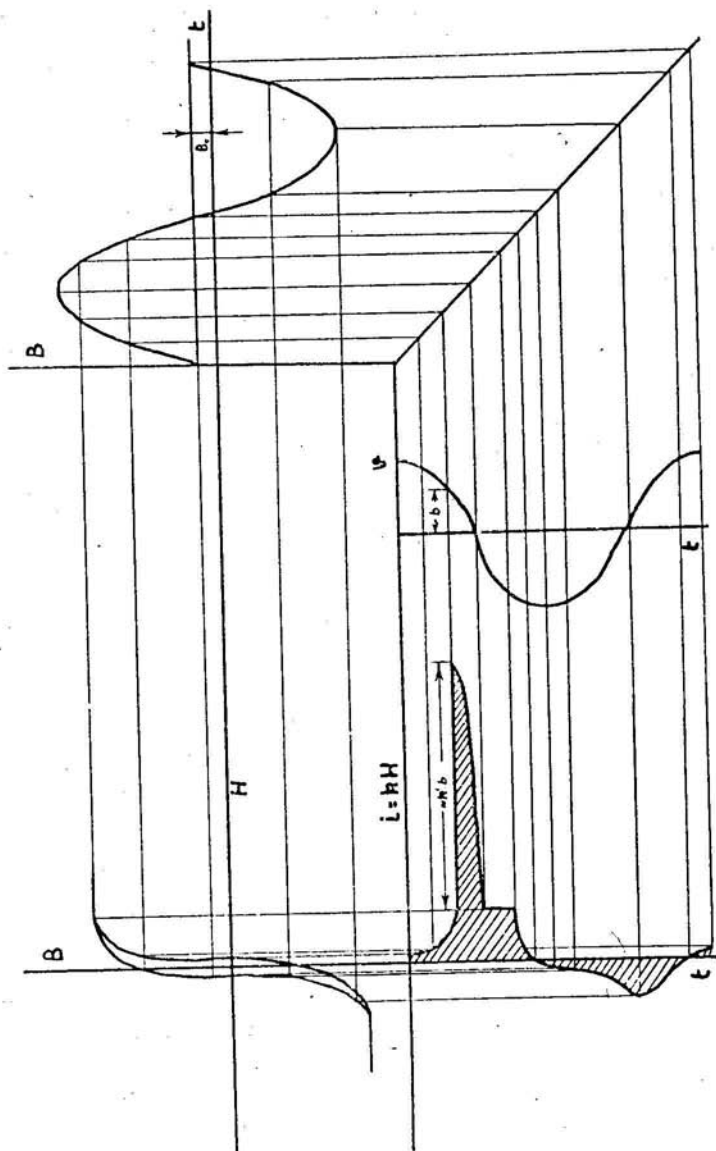


Fig. 2-17 — Amplificador magnético. Determinação gráfica da curva de variação da intensidade de corrente — II

atravessa o enrolamento é permitida de crescer e cresceria muito se não fosse limitada pela resistência óhmica do circuito.

A fig. 2-16 tem por objectivo justificar gráficamente as afirmações feitas e mostrar a forma da curva representativa da variação da intensidade de corrente.

Temos, portanto, uma intensidade de corrente alternada caracterizada por um factor de ponta elevado mas com valor médio aritmético e eficaz bastante baixos.

Imaginemos, agora, que sobre o mesmo núcleo montamos um segundo enrolamento.

Se alimentarmos este por uma tensão contínua poderemos aplicar ao circuito magnético uma força magneto-motriz apreciável dispendendo uma potência mínima.

Este simples facto vem afectar profundamente a forma da curva da intensidade de corrente alternada que percorre o primeiro enrolamento como se pode verificar comparando a fig. 2-16 com a fig. 2-17.

Repare-se que numa das semi-ondas a saturação é atingida mais cedo, dando-se, por consequência, uma mais precoce «libertação» da intensidade de corrente e o valor médio correspondente a essa semi-onda é sensivelmente superior ao do caso anterior.

Já o mesmo não acontece na outra semi-onda para a qual, no caso da figura, já não chega a atingir-se a saturação do núcleo.

Se, por meio de um rectificador instalado no circuito da corrente alternada, só consentirmos na passagem da corrente no sentido correspondente às semi-ondas favorecidas pela presença da excitação contínua, não há dúvida que obtemos uma intensidade de corrente pulsatória cujo valor médio é função da excitação contínua aplicada ao circuito.

Como se verifica que essa excitação contínua, criada com um dispêndio ínfimo de potência, pode dar lugar a uma modificação apreciável da potência fornecida ao receptor da corrente alternada, podemos afirmar que estamos na presença de um amplificador que, graças ao princípio em que assenta, recebeu o nome de **amplificador magnético**.

### 2-3-2 — Esquemas de montagem

Segundo a descrição feita, do lado da corrente alternada eram só aproveitadas as correntes num sentido, sendo a corrente nula nos semi-ciclos correspondentes à força electro-motriz em sentido oposto.



Para se evitar este facto, é prática generalizada montar dois destes sistemas em conjunção, dando um deles as semi-ondas positivas e o outro as negativas, obtendo-se desta forma a onda completa.

Em princípio o esquema de montagem seria o da fig. 2-18.

Repare-se porém que, neste caso, já os rectificadores se podem dispensar sem que isso afecte grandemente a forma da onda recebida no receptor.

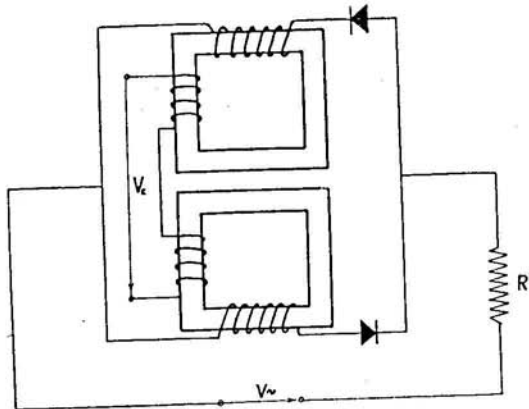


Fig. 2-18 — Esquema simplificado da montagem de um amplificador magnético

Os núcleos, nas utilizações correntes, têm a forma rectangular esquematizada na fig. 2-18, podendo ser também toroidais ou estarem mesmo agrupados num só núcleo, de aspecto semelhante ao dos transformadores.

### 2-3-3 — Auto-saturação

A sensibilidade e, por conseguinte, a amplificação de um amplificador magnético podem ser aumentadas por auto-saturação, isto é, aproveitando o sinal de saída do amplificador e preparando-o devidamente para abreviar a saturação do núcleo.

Isto pode conseguir-se por meio de enrolamentos suplementares alimentados pela saída do próprio amplificador, depois de devidamente rectificada.

O mesmo efeito pode, porém, ser obtido apenas com a introdução de rectificadores como, por exemplo, aqueles que aparecem na fig. 2-18.

Com efeito, a presença desses rectificadores faz com que a saturação do núcleo se abrevie pois, impedindo a passagem da corrente num dos sentidos, faz com que o material deixe de ser magnetizado alternadamente e, portanto, que na semi-onda que fica as ordenadas da intensidade de campo se tornem superiores (menor efeito de histerese).

#### 2-3-4 — Utilização

O amplificador magnético tem grande aplicação nos sistemas de comando em ciclo fechado não só pela grande amplificação que podem proporcionar (1000 a 10000) como ainda pela fraquíssima potência de comando que requerem, da ordem dos microwatts.

A sua grande robustez, proveniente de ser uma máquina estática, traz-lhe grande vantagem sobre os outros tipos de amplificadores, desde que o fim em vista permita a sua aplicação.

O amplificador magnético não é em geral usado independentemente, pelo facto de a potência de saída não ser suficiente para a operação de comando, pelo menos nos amplificadores até agora construídos.

Ele é usado como um primeiro andar de amplificação em conjunto com máquinas rotativas (amplidyne), tyratrons ou mutadores de grelhas comandadas.

#### 2-4 — Tyratrons

Dá-se actualmente o nome de tyratron às válvulas de gases rarefeitos de cátodo incandescente, com uma ou mais grelhas.

O tyratron pode ser empregado como amplificador de potência, sendo caracterizado por uma boa amplificação e por uma saída que pode ir até alguns kilowatts.

Requer para o seu comando sinais dispendo de uma potência muito baixa, mas exige que possuam uma tensão de alguns Volts.

Isto faz com que o tyratron não possa geralmente realizar a operação da amplificação completa, necessitando de um andar prévio de amplificação da tensão, que pode ser obtido por meio de válvulas de vácuo elevado ou, como se viu, de amplificadores magnéticos.

## 2-4-1 — Princípio de funcionamento

A principal diferença entre uma válvula de gases rarefeitos e uma de vácuo elevado, do ponto de vista do funcionamento, é a seguinte:

Na de vácuo elevado apenas existem os electrões libertados pelo cátodo que se dirigem para o ânodo, desde que este esteja positivo, mas que, por serem todos portadores de cargas eléctricas do mesmo sinal, criam uma carga espacial que dificulta o seu movimento para o ânodo.

Para que este se faça, torna-se necessário subir a tensão anódica para valores que podem ser de várias centenas de Volts e mesmo assim, o valor da corrente catódica, dado pela equação de Langmuir, é sempre baixo.

Nas válvulas de gases rarefeitos já isto não acontece: a passagem do fluxo electrónico através do gás ou do vapor que enchem a válvula provoca a sua ionização, caracterizada pela abundante produção não só de novos electrões mas também de iões positivos.

Estes não permitem a formação da carga espacial e auxiliam a passagem da corrente. O potencial do ânodo não precisa de ser muito superior ao do cátodo, bastando uma diferença de uns 20 Volts para assegurar a passagem da corrente que pode atingir intensidades muito mais elevadas aqui que nas válvulas de vácuo elevado.

A válvula de gases rarefeitos só com dois eléctrodos é essencialmente um rectificador, pois, por especial construção do ânodo, este nunca pode emitir electrões não podendo, por consequência, passar corrente quando o potencial do cátodo for superior ao do ânodo, isto é, quando a tensão anódica for negativa.

A presença do terceiro eléctrodo, a grelha, não lhe altera esta qualidade, motivo pelo qual a saída de um tyratron é sempre no mesmo sentido.

A função da grelha consiste em impedir a passagem dos electrões do cátodo para o ânodo, o que se verifica quando o seu potencial é inferior a um valor determinado por diversos factores.

Desde que, num instante e num intervalo de tempo por curto que seja, o potencial da grelha ultrapassar aquele valor, estabelece-se o fluxo de electrões e, uma vez ele estabelecido, a grelha perde o seu comando, tornando-se impossível impedir com ela a passagem da corrente, pois fica bloqueada por uma fina

camada de iões positivos que anulam o campo que com ela se pretenda criar.

Isto é assim dentro dos limites normais da tensão da grelha, isto é, dentro dos valores para os quais a válvula foi calculada.

O fluxo de electrões só cessará, depois de estabelecido, quando o potencial anódico se anular ou negativar.

Esta particularidade das válvulas de gases rarefeitos faz com que elas se possam utilizar como unidades amplificadoras desde que se use uma tensão anódica alternada.

A corrente poderá passar nas semi-ondas positivas a partir do momento em que a tensão da grelha ultrapassar o valor crítico.

O comando consistirá na aplicação dessa tensão à grelha mais cedo ou mais tarde conforme se queira permitir a passagem, em cada meio ciclo, de uma maior ou menor quantidade de electricidade no circuito anódico.

O comando da grelha é efectivo pelo facto de o arco se extinguir cada vez que a tensão anódica passa a negativa, sendo esta a razão pela qual é necessário que ela seja alternada.

Ao valor da tensão da grelha para o qual se permite a formação do arco é dado o nome de tensão crítica, dependendo esta da construção da válvula e podendo ser negativa ou ligeiramente positiva.

Depende naturalmente do potencial do ânodo: quanto mais alto o potencial do ânodo mais negativa deve estar a grelha para impedir a passagem dos electrões.

A fig. 2-19 mostra uma curva típica de variação da tensão crítica com a tensão anódica.

Como válvula que é, o tyatron é montado em série com um receptor e o conjunto alimentado por uma tensão alternada, tal como mostra a fig. 2-20.

Posto isto, imaginemos que a tensão aplicada é sinusoidal e representemos a sua variação num sistema de eixos ( $v$ ,  $t$ ) (fig. 2-21).

Desde que não haja passagem de corrente no receptor a tensão anódica é igual à tensão aplicada e, por conseguinte, a curva em questão representará simultaneamente as duas.

A interrompido está assinalada a curva dos valores da tensão crítica correspondentes aos diferentes valores da tensão anódica, curva essa que só aparece nas semi-ondas positivas pelo facto de o arco só nessas se poder formar.

A traço e ponto está representada uma curva hipotética da

variação da tensão da grelha que se mantém fortemente negativa até ao momento em que sofre uma modificação que a faz passar o valor crítico.

Nos instantes  $t_1$  e  $t'_1, \dots$ , é iniciado o arco que, em princípio, só cessará nos instantes  $t_2, t'_2, \dots$ .

A existência do arco corresponde à passagem de uma corrente cuja intensidade depende mais do circuito exterior que da própria válvula.

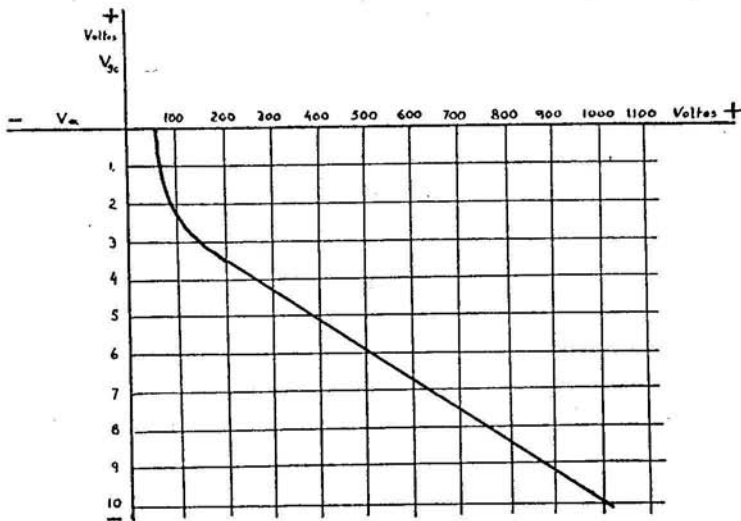


Fig. 2-19 - Tensão crítica de um tyatron

Cada semi-onda da tensão verá a passagem de uma quantidade de electricidade que, se se mantiverem as restantes condições, será tanto maior quanto mais cedo a tensão da grelha ultrapassar o valor crítico.

Depende, portanto, do comando da grelha, realizável com uma potência ínfima, o valor da quantidade de electricidade que atravessa o receptor em cada período ou, o que é o mesmo, o valor médio da intensidade de corrente que o atravessa ou ainda, em última análise, o valor da energia que a válvula consente que o receptor receba em cada período.

Temos assim um receptor absorvendo uma potência incomparavelmente maior que aquela que foi necessário dispender para a comandar, pelo que podemos afirmar estarmos na presença de uma unidade amplificadora.

Esta é caracterizada por uma notável amplificação e por uma resposta suficientemente rápida para a maior parte das aplicações correntes, visto que, pelo que respeita à válvula, o atraso depende apenas do tempo de ionização.

Este mesmo pode ser encurtado pelo aumento da pressão do gás ou vapor nela contidos.

#### 2-4-2 — Rendimento

Num tyratron em funcionamento verificam-se perdas que se manifestam por uma queda de tensão entre o ânodo e o cátodo durante a passagem da corrente. Essa queda de tensão é praticamente independente do valor da corrente que atravessa a válvula, dentro dos limites para que esta foi construída, e a sua ordem de grandeza é de 10 a 15 Volts para as válvulas de vapor de mercúrio.

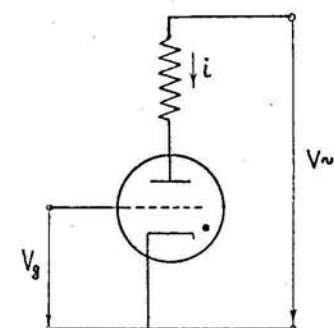


Fig. 2-20 — Esquema de montagem de um tyratron

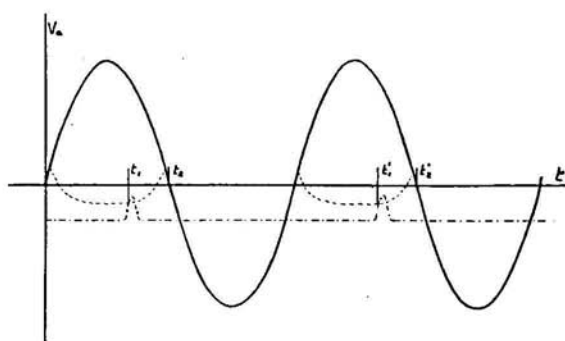


Fig. 2-21 — Comando de um tyratron

Daqui se conclui que o rendimento da válvula, como parte de um conjunto por ela comandado, é tanto melhor quanto mais alta for a tensão aplicada.

Assim, por exemplo, se um tyratron fizer parte de um circuito alimentado a 120 Volts, ele provocará uma perda de cerca de 10% da potência fornecida; se a tensão passar para o dobro já a percentagem baixa para 5.

Por outro lado, a existência desta queda de tensão conduz à extinção do arco logo que a tensão anódica se torne inferior a esses 10 a 15 Volts não sendo, portanto, necessário que se anule.

#### 2-4-3 — Sistemas de comando das grelhas

Como vimos, o comando do thyatron realiza-se por meio da respectiva grelha, dependendo o valor da potência que a válvula permite pôr em jogo do instante, em cada meio ciclo positivo, em que se permite a formação do arco, isto é, do instante em que se permite que a tensão da grelha ultrapasse o valor crítico.

Há dois tipos fundamentalmente distintos para a realização deste comando: por **pulsação** e por **variação de fase**.

No primeiro, temos um sinal negativo constante aplicado à grelha que, nos momentos convenientes, sofre uma subida pulsatória capaz de iniciar o arco.

No segundo, aplicamos à grelha um sinal alternado com a mesma frequência da tensão anódica mas de esfasamento variável. Consegue-se assim que a tensão de grelha ultrapasse o valor crítico na altura conveniente.

Este segundo processo pode ser modificado, usando-se da mesma forma um sinal alternado aplicado à grelha mas com um esfasamento fixo em relação à tensão anódica. Sobrepondo àquele sinal uma tensão contínua de valor variável podemos fazer com que a tensão crítica seja alcançada mais cedo ou mais tarde, em cada meio ciclo.

Na fig. 2-21 mostrou-se um exemplo de comando da grelha por pulsação; na fig. 2-22 apresentamos um de comando por variação de fase.

No caso designado por A, o esfasamento da tensão de comando em relação à tensão anódica é tal que o arco tem uma pequena duração, visto ser iniciado num momento muito próximo daquele em que se verifica a passagem da tensão anódica abaixo do mínimo indispensável para a sua manutenção.

No caso B, já o esfasamento da tensão da grelha é de molde a permitir a formação do arco muito mais cedo.

Sendo  $Q$  a queda de tensão na válvula e admitindo que, em cada instante, a intensidade de corrente que atravessa o circuito é proporcional à tensão nos terminais do receptor,

$$i = \frac{v - Q}{R} \quad (2-26)$$

as áreas tracejadas na figura dão uma medida da quantidade de electricidade cuja passagem é consentida pela válvula em cada meio ciclo.

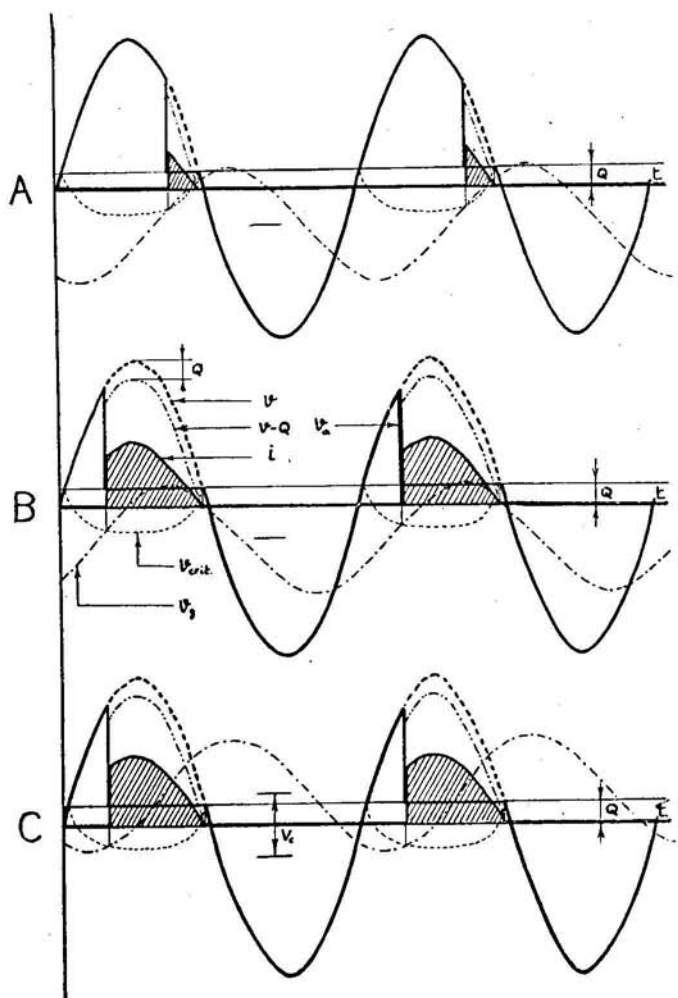


Fig. 2-22 — Efeito do comando de um thyatron

O caso C da mesma figura mostra o efeito obtido pela aplicação de um sinal contínuo em sobreposição do alternado do caso A e sem alterar o esfasamento deste.



## 2-4-4 — Realização dos comandos

A realização destes comandos exige montagens próprias.

O comando por variação de fase pode ser obtido, por exemplo, a partir de um circuito com resistência e auto-indução, no qual um destes elementos é variável.

Um esquema de aplicação corrente é o da fig. 2-23 no qual vimos um transformador alimentando um circuito constituído por uma resistência  $R_1$  fixa e uma impedância.

Esta é variável sendo a sua variação obtida pela saturação do núcleo e esta por meio de um segundo enrolamento sobre ele montado e percorrido por uma corrente contínua (ou alternada rectificada).

Dos pontos A e B é tirada a tensão da grelha  $V_g$ .

Admitindo que a tensão de alimentação do transformador e a tensão anódica estão em fase, é fácil verificar que o esfasamento entre a tensão da grelha e a anódica depende exclusivamente do valor do coeficiente de auto-indução da impedância e, portanto, da tensão contínua aplicada ao enrolamento suplementar do reactor.

Esta tensão contínua poderá ser o sinal de saída de uma unidade medidora ou este depois de amplificado por meio de uma válvula de vácuo elevado ou de um amplificador magnético.

De facto, no secundário do transformador criar-se-á uma força electro-motriz alternada  $E$ , metade da qual será induzida entre A e D e a outra metade entre A e C.

Além disso, a queda de tensão na resistência e na auto-indução deverão estar em quadratura desde que se possam fazer as seguintes hipóteses:

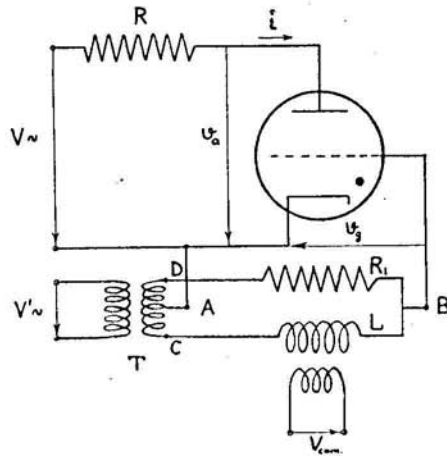


Fig. 2-23 — Esquema de um sistema de comando por variação de fase

- que a resistência da bobina é desprezável em presença da respectiva inductância.
- que a corrente de grelha é desprezável em presença da que atravessa o circuito do transformador.

Representando as diferentes grandezas a que nos referimos num diagrama vectorial, obteremos a fig. 2-24.

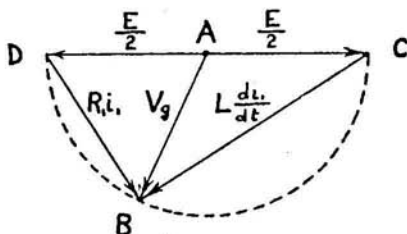


Fig. 2-24 — Diagrama vectorial correspondente aos circuitos da fig. 2-23

Dada a obrigatória perpendicularidade entre os vectores

$$R\bar{I}_1 \quad \text{e} \quad L \frac{d\bar{I}_1}{dt},$$

o vértice B deverá encontrar-se sobre o semi-círculo a interrompido, isto é, a tensão AB (tensão aplicada à grelha) será alternada, igual em módulo a  $E/2$  mas de esfasamento dependente do valor do coeficiente de auto-indução  $L$ .

O comando da grelha por pulsação pode conseguir-se por meio de montagens apropriadas, sendo a elevação instantânea da tensão obtida por meio de contactos rotativos, do aproveitamento de fenómenos magnéticos ou por outros processos.

Exemplos destes podem ser vistos no livro «Theory and Applications of Electron Tubes» da autoria de H. J. Reich.

#### 2-4-5 — Utilização

Quanto aos limites práticos da aplicação dos tyratrons podemos reportar-nos à informação da Metropolitan Vickers Electrical Co. Ltd. que, nos números de Março-Abril e Julho-Agosto de 1950 da M. V. Gazette, indica que eles servem para a alimen-

tação de motores até 25 CV; usando-se dois para motores até 5 CV, três até 15 CV e seis até 25 CV.

Para a alimentação de motores de potências superiores a estas deverá recorrer-se a mutadores de vapor de mercúrio.

#### 2-5 — Mutadores de vapor de mercúrio com comando por grelha

Nos sistemas de comando em ciclo fechado, a função dos mutadores de vapor de mercúrio com comando por grelha, como unidades amplificadoras, é idêntica à dos tyratrons.

Os respectivos princípios de funcionamento têm grandes analogias mas os campos de aplicação são perfeitamente distintos.

De facto, como já se referiu, os mutadores são empregados quando se pretende uma válvula capaz de se deixar atravessar por elevadas intensidades de corrente, isto é, quando o receptor a alimentar absorve uma potência elevada, desde poucas dezenas até uns dois milhares de kilowatts.

Quanto aos princípios de funcionamento, a principal divergência a salientar entre as duas válvulas iónicas, o tyratron e o mutador de vapor de mercúrio, consiste no facto de aquela possuir um cátodo capaz de emitir espontaneamente desde que o potencial do ânodo, condicionado pelo de grelha, seja suficiente para atrair os electrões; ao passo que o cátodo do mutador só emite em condições satisfatórias desde que exista a mancha catódica, isto é, desde que o arco esteja escorvado.

Isto obriga à existência de eléctrodos de inflamação e de excitação, destinando-se os primeiros à criação da mancha catódica e os segundos a garantirem a sua sobrevivência mesmo que a corrente anódica se aproxime do valor nulo.

Por já existir, escrito em português, um trabalho em que é feita a descrição do princípio de funcionamento dos mutadores de vapor de mercúrio com comando por grelhas bem como dos sistemas de comando usados, de autoria do Prof. Dr. Carlos de Azevedo Coutinho Braga, denominado «Estudo físico dos mutadores de vapor de mercúrio», limitar-nos-emos a chamar a atenção para o mesmo, acrescentando apenas que esses mutadores têm também aplicação, como unidades amplificadoras, nos sistemas de comando em ciclo fechado.

## 2-6 — Mutadores de vapor de mercúrio comandados por ignitores (Ignitrons)

Nos mutadores com comando por grelha, esta destina-se a impedir a formação do arco para o respectivo ânodo até ao momento em que isso for pretendido.

Por outro lado, para que o arco possa saltar é necessário que exista a mancha catódica que tem de ser mantida por um eléctrodo de excitação.

Uma vez, porém, que o arco tem de ser comandado e que o foco de emissão tem de existir, surgiu a ideia de reunir estas duas funções num só órgão, isto é, um elemento destinado a criar a mancha catódica no momento conveniente.

Neste caso já não haveria necessidade de impedir a formação do arco visto que este só poderia formar-se a partir de aquele instante.

Isto tornou-se possível com o aparecimento dos chamados **ignitores**, dispositivos capazes de provocarem uma mancha catódica mediante um sinal eléctrico de potência reduzida.

### 2-6-1 — Princípio de funcionamento

Se tivermos uma vareta de material semi-condutor mergulhada parcialmente num cátodo de mercúrio e estabelecermos entre ela e o mercúrio uma diferença de potencial suficiente, veremos aparecer no menisco de mercúrio à volta da vareta uma mancha catódica capaz de alimentar um arco que procure saltar para um ânodo tornado positivo em relação ao mercúrio.

O sinal de comando dos ignitores é muito débil em comparação com a potência que o mutador pode pôr em jogo podendo, contudo, requerer algumas centenas de Watts ou mesmo kilowatts.

Este sinal deverá ser lançado no momento preciso da semi-onda positiva da tensão anódica, para que a quantidade de electricidade cuja passagem é permitida em cada período seja a escolhida. Quanto mais cedo ele for lançado maior a quantidade de electricidade.

Deverá, porém, permanecer apenas o tempo indispensável para que o arco se inicie, pois a sua presença é desnecessária a partir de aí para a sobrevivência do arco até à anulação seguinte da tensão anódica.

A sua presença é mesmo prejudicial, pois pode favorecer um desvio da corrente anódica para o ignitor e, conseqüentemente, provocar a sua inutilização.

Cada ignitrão costuma ser equipado com um só ânodo constituindo, portanto, um rectificador monofásico, usando-se um conjunto deles para funcionar como rectificador polifásico quando tal montagem é pretendida.

Isto é vantajoso pelo facto de em cada válvula se produzir a desionização cada vez que ela deixa de conduzir, diminuindo desta forma o perigo de se formarem arcos de retorno ou descargas entre ânodos, perigos esses que complicam a construção dos mutadores convencionais de ânodos auxiliares.

#### 2-6-2 — Utilização

No que respeita a aplicações, o ignitrão poderá ser usado como unidade amplificadora tal como o mutador com grelhas, se bem que para o comando em ciclo fechado este seja mais adequado pelo facto de exigir menor potência do sinal de comando.

Provavelmente por este motivo, não encontramos qualquer referência à sua utilização efectiva em comandos deste tipo.

Aparece, pelo contrário, com larga aplicação no comando, em ciclo aberto, da soldadura eléctrica por resistência.

#### 2-7 — Válvulas electrónicas

Com excepção dos casos simples de comando por ligações e cortes para os quais é apenas necessário excitar relés, o que se pode fazer com a corrente anódica de uma válvula de vácuo elevado, estas usam-se exclusivamente para a realização de uma amplificação prévia sendo a respectiva saída novamente amplificada numa unidade dos tipos atrás descritos.

Geralmente, nos sistemas de comando a qualidade que mais interessa é a linearidade, o que leva a preferir com frequência o funcionamento das válvulas na classe A, visto que a perda de energia conseqüente do pior rendimento é insignificante em presença das que são geralmente produzidas nestes comandos.

Podem, porém, usar-se válvulas funcionando na classe AB ou B desde que se utilizem circuitos com linearização.

As unidades amplificadoras são constituídas, tal como na radiotecnica, por válvulas (tríodos, tétodos ou pñtodos) e outros

componentes (resistências, impedâncias, transformadores, etc.), podendo usar-se como amplificadores de sinal em corrente contínua ou alternada.

Alguns esquemas de circuitos amplificadores próprios para sistemas de comando encontram-se no capítulo 3.<sup>o</sup> do livro «Theory and Application of Industrial Electronics» de J. C. Cage.

## 2-8 — Amplificadores de sinal mecânico

Se da comparação do sinal de retorno com a referência resultar um sinal actuante mecânico, este pode ser amplificado por meio de amplificadores **hidráulicos** ou **pneumáticos**.

### 2-8-1 — Princípio de funcionamento

O princípio de funcionamento destes amplificadores é o seguinte: — um fluido contido num recipiente sob pressão elevada pode desenvolver uma potência apreciável ao mover um êmbolo ou uma turbina desde que o acesso a estes órgãos seja permitido.

Ora, para que isso se dê ou não, basta que o acesso esteja dependente de uma válvula piloto que poderá abrir ou fechar sob a acção de um comando que requer uma potência muito pequena se a compararmos com aquela que vai ser desenvolvida.

Temos assim obtido o efeito de amplificação.

### 2-8-2 — Exemplo de um amplificador hidráulico

Como exemplo de um amplificador hidráulico podemos considerar aquele que se representa simplificada na fig. 2-25.

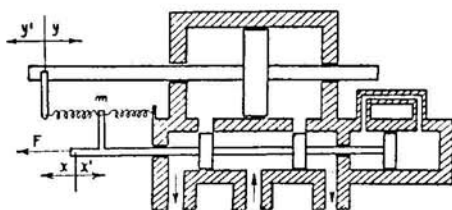


Fig. 2-25 — Exemplo de um amplificador hidráulico

O movimento dos êmbolos piloto em qualquer dos sentidos dá lugar ao movimento do êmbolo comandado no sentido correspondente, movimento este que só terminará quando a força impulsora daqueles desaparecer.

Se não existisse a mola  $m$ , a velocidade do êmbolo comandado seria aproximadamente proporcional ao deslocamento do veio piloto; com ela existente, o movimento do êmbolo comandado é alterado e passa a ser função de aquele deslocamento.

O amortecedor que aparece no lado direito do amplificador destina-se a evitar as oscilações consequentes da elasticidade da mola.

Este exemplo corresponde, como se disse, a uma simplificação pois, nas aplicações correntes, o efeito que atribuímos à mola  $m$  é obtido por sistemas mais complicados de alavancas e molas.

### 2-8-3 — Utilização

Os amplificadores hidráulicos têm utilidade não só quando o sinal actuante é mecânico mas, por vezes, também quando ele é eléctrico.

Isto acontece quando se necessita de um servo-motor de potência muito elevada, da ordem das centenas de cavalos-vapor, potência essa que não pode ser facilmente desenvolvida por servo-motores eléctricos.

Neste caso, usa-se um servo-motor eléctrico para accionar o elemento de comando do amplificador hidráulico que, por sua vez, comandará um servo-motor também hidráulico.

### 3 — Unidades comparadoras e referências

Pela descrição de algumas unidades medidoras se verifica que elas não só traduzem uma grandeza por outra com características convenientes para sinal de retorno como, por vezes, estabelecem logo a sua comparação com outra do mesmo tipo e fornecem para o exterior directamente o sinal actuante ou de erro.

É, por exemplo, o caso das unidades Selsyn quando se utiliza o veio de uma delas para aplicação do sinal director.

Noutros casos, é na própria unidade amplificadora que a comparação tem lugar como, por exemplo, nos amplidyne em que o sinal director é aplicado a um dos enrolamentos de excitação e o de retorno a outro.

Pode, contudo, acontecer que em nenhuma das unidades que compõem o sistema essa comparação se realize, e, nessa altura, será fora delas que o sinal de retorno e o director terão de ser comparados.

Se estes sinais forem eléctricos, nomeadamente duas tensões, bastará ligar os respectivos circuitos em oposição por um par de terminais e medir a diferença entre o outro par.

Se se verificar ser mais conveniente comparar duas intensidades de corrente, podem aproveitar-se os seus efeitos magnéticos, ligando-as de maneira a criarem campos opostos.

O campo resultante será função da respectiva diferença.

Tratando-se de um sinal mecânico, a comparação é muito simples pelo facto de não haver normalmente dificuldade em lhe opor outro sinal mecânico da mesma natureza.

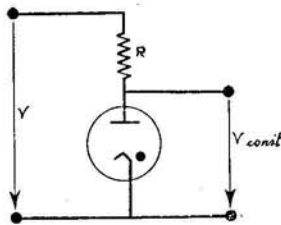


Fig. 2-26 — Montagem de um diodo como referência de tensão.

Chamando referência a um sinal director constante, um ponto fixo constitui uma referência mecânica de posição, bem como uma tensão constante serve de referência eléctrica.

A constância da referência eléctrica é naturalmente mais difícil de conseguir que a da mecânica, havendo contudo circuitos devidamente preparados para a sua obtenção.

Um exemplo de uma referência de tensão será o de um diodo de gás rarefeito e cátodo frio que, dentro de certos limites da intensidade de corrente que o atravessa, nalguns casos 5 a 50 m A, mantém nos seus terminais uma tensão sensivelmente constante, mesmo que varie a tensão de alimentação (Fig. 2-26).

#### 4 — Unidades de comando

Há sistemas de comando que, pelo tipo de grandeza comandada, não têm propriamente unidades de comando independentes das amplificadoras, visto que o sinal actuante amplificado pode, em certas circunstâncias, actuar directamente sobre o valor da saída.

É, por exemplo, o caso do comando de velocidade de um motor cuja excitação seja fornecida por um amplidyne ou o do comando da abertura de uma adufa pela haste de um amplificador hidráulico.

Na maior parte dos casos existe, porém, um elemento destinado a traduzir o sinal actuante amplificado por uma acção de comando.

Esta pode ser representada por um movimento de rotação



ou de translação, por uma libertação de energia térmica, luminosa, ou de qualquer outro tipo.

Se se tratar de um movimento de rotação teremos que utilizar um **servo-motor** que pode ser eléctrico, hidráulico ou pneumático.

#### 4-1 — Servo-motores eléctricos

Para servo-motores utilizam-se geralmente motores de corrente contínua, pelo motivo principal de, nestas máquinas, o binário motor ser proporcional à intensidade de corrente que atravessa o enrolamento do induzido e ao fluxo indutor por polo, pelo menos dentro de certos limites.

Usando uma excitação separada, estabelece-se uma relação simples entre a velocidade de rotação do motor e a tensão de alimentação, nomeadamente uma relação linear desde que se possa supor o binário resistente independente da velocidade ou proporcional a ela.

Tem-se assim uma unidade capaz de traduzir por uma velocidade de rotação o sinal eléctrico aplicado aos terminais do enrolamento induzido.

Com efeito, usando a notação convencional em que:

- V — tensão de alimentação,
- N — velocidade de rotação,
- $\varphi$  — fluxo por polo,
- R — resistência do induzido,
- I — corrente que atravessa o induzido,
- M — binário motor,
- $M_r$  — binário resistente,
- $E'$  — força contra electro-motriz.

e supondo que temos um motor com excitação independente e constante, a expressão resultante da aplicação da segunda lei de Kirchhoff ao circuito parcial do induzido será:

$$V = E' + RI \quad (2-27)$$

ou:

$$V = KN\varphi + RI \quad (2-28)$$

ou, ainda, por ser constante o fluxo por polo:

$$V = K' N + RI \quad (2-29)$$

Supondo, por outro lado, que o binário resistente que o motor deve vencer é proporcional à velocidade de rotação, vem:

$$M_r = K'' N \quad (2-30)$$

e, por consequência:

$$M = K'' N \quad (2-31)$$

Mas, uma vez que o binário motor é proporcional ao fluxo por polo e à intensidade de corrente no induzido, virá:

$$M = K'' N = K''' \varphi I \quad (2-32)$$

e, por ser constante o fluxo:

$$K'' N = K^{iv} I \quad (2-33)$$

Donde se conclui que a corrente que atravessa o induzido é também proporcional à velocidade, o que nos permite finalmente escrever:

$$V = K' N + K^v N = K^{vi} N \quad (2-34)$$

isto é, que a velocidade de rotação do servo-motor é proporcional à tensão de alimentação.

Isto é verdade pelo menos para os valores da corrente inferiores àqueles que conduzem à saturação do campo magnético do motor, por efeito da reacção do induzido.

Motores de corrente alternada também podem ser empregados como servo-motores, sendo possível encontrar o exemplo de um conjunto de motores trifásicos assíncronos cujas velocidades se pretende fazer variar segundo uma mesma lei, alimentados por um grupo conversor de frequência.

Comandando a velocidade deste, influir-se-á por intermédio do valor da frequência na velocidade do conjunto dos motores.

Presentemente, porém, estes casos constituem excepção.

#### 4-2 — Servo-motores hidráulicos

Um processo de se conseguir um servo-motor consiste na utilização de uma chamada «transmissão hidráulica» que é constituída por um conjunto de uma bomba e um motor hidráulico.

Aquela é accionada por um motor de qualquer tipo e a velocidade constante e destina-se a forçar a passagem de óleo através das vias de ligação e do motor hidráulico que é, desta forma, accionado.

O aspecto importante desta transmissão é o facto de o motor ser construído de forma a que a respectiva velocidade seja função da quantidade de óleo fornecida pela bomba e, por sua vez, a bomba calculada de maneira a fornecer uma quantidade de óleo dependente da posição de uma alavanca de comando.

Assim, podemos transformar o comando, dado por uma deslocação rectilínea, numa velocidade de rotação relacionada com aquela por uma função bem determinada.

#### 4-3 — Electro-íman

Se a acção de comando pretendida for uma deslocação e o sinal de erro ou actuante for eléctrico, poderemos transformar por um processo mecânico o movimento de rotação de um servo-motor na deslocação requerida ou, então, usar um electro-íman cuja força atractiva é geralmente equilibrada por um peso ou uma mola.

Para que essa força atractiva não sofra uma subida brusca quando o entreferro vir a sua espessura aproximar-se de zero, o ferro é desenhado de forma a que a uma deslocação apreciável da peça móvel corresponda uma pequena variação do entreferro e que, além disso, a peça móvel atinja o fim do seu curso sem que o entreferro se feche.

Um desenho próprio para o fim em vista é apresentado na fig. 2-27.

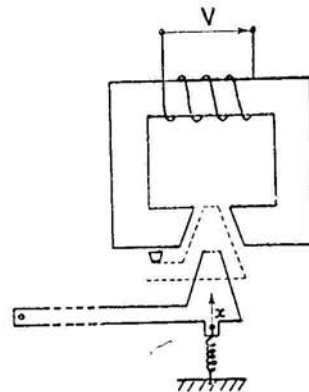


Fig. 2-27 — Electro-íman

#### 4-4 — Geradores de energia térmica

Se a acção de comando pretendida for uma modificação de temperatura poderá recorrer-se ao efeito de Joule num circuito eléctrico, permitindo que este seja percorrido por uma corrente

mais ou menos intensa ou mais ou menos demorada, de acordo com o sinal actuante, fornecido pela unidade amplificadora.

Se o calor for obtido pela combustão de um combustível líquido, a temperatura poderá ser regulada pela quantidade de combustível autorizado a transpor uma adufa cuja abertura será comandada por um servo-motor eléctrico ou por um amplificador hidráulico.

#### 4-5 — Geradores de energia luminosa

Tratando-se de um nível luminoso a unidade de comando será o conjunto de lâmpadas capazes de transformarem energia eléctrica em luminosa.

A tensão de alimentação condiciona facilmente a intensidade luminosa dessas lâmpadas pelo que é pela variação daquela que se realiza o comando desta.

A variação da tensão pode ser obtida de diferentes maneiras, sendo frequente encontrar neste caso o emprego de impedâncias saturáveis que, instaladas em série no circuito das lâmpadas alimentado por corrente alternada, provocam uma queda de tensão maior ou menor de acordo com o valor da intensidade de corrente contínua que atravessa um circuito de comando.

#### 5 — Conclusão

No capítulo que aqui concluímos foi nossa intenção apenas mostrar através dos exemplos de aparecimento mais frequente que, para a realização de sistemas de comando ciclo fechado, o técnico pode recorrer a muito variados tipos de unidades, sendo ilimitado o número de unidades diferentes que podem ser concebidas.

De tudo isto resulta que o técnico de reguladores e servo-mecanismos não pode ser um especialista, na acessão corrente desta palavra, visto que dele podem ser exigidos conhecimentos dos mais variados ramos da engenharia, nomeadamente, de mecânica, electricidade, hidráulica e química, tudo dependendo da grandeza cujo comando é pretendido, da potência envolvida no comando, da potência de sinal disponível e de outras circunstâncias específicas de cada caso.

O técnico deste tipo de comandos deve mesmo ter conhecimentos equilibrados daqueles diferentes ramos pois pode, por uma questão de maior familiaridade, resolver um dado problema

fechando o ciclo com o concurso, por exemplo, de unidades electrónicas quando a solução mais adequada envolveria unidades eléctricas ou mecânicas.

O problema da escolha das unidades reveste-se pois da maior importância e, na maior parte dos casos, é a experiência quem melhor pode indicar as mais aconselháveis para cada um.

Há, contudo, linhas gerais que permitem orientar essa escolha, que resultam da natureza das próprias unidades e para as quais fomos chamando a atenção ao tratarmos de cada uma.

O caminho a seguir será o seguinte:

- A grandeza a comandar dita a selecção da unidade medidora. Deverá escolher-se o fenómeno capaz de a traduzir por um sinal de retorno eléctrico ou mecânico dispondo de um máximo possível de potência mas de forma a nunca poder afectar o valor daquela grandeza.
- O sinal de retorno assim obtido permite escolher a referência que deverá ser uma grandeza com ele comparável e de cuja comparação resulte o sinal actuante ou de erro.
- A potência, o tipo do sinal actuante, o rigor do comando e a rapidez de resposta exigidos dão a necessária informação para a selecção da unidade amplificadora ou para a sua não utilização.
- As características do sinal de erro amplificado ou não e o tipo da grandeza comandada indicam a unidade de comando a utilizar.

## CAPÍTULO III

### Análise e síntese

#### 1 — Comportamento dinâmico dos sistemas

Conhecidas as unidades ao nosso dispor e escolhidas as que se nos afigurem mais adequadas para o comando em estudo, torna-se necessário realizar a montagem e verificar se o respectivo comportamento é satisfatório.

Surge aqui o problema da estabilidade de funcionamento a que já nos referimos.

Com efeito, o armazenamento de energia em diferentes pontos do sistema e sob diversas formas, impede que as grandezas envolvidas modifiquem instantaneamente os seus valores.

Desta forma, os sinais vão percorrendo o ciclo e sofrendo atrasos que fazem com que o mesmo não actue instantaneamente dando lugar ao aparecimento da noção da **rapidez de resposta** do sistema às modificações havidas.

Esses armazenamentos de energia são também responsáveis pelas **oscilações amortecidas** (over-shooting) **ou não** (hunting) da grandeza comandada à volta do valor ideal, o que acontece se no mesmo sistema se armazenar mais do que um tipo de energia e o amortecimento for insuficiente.

Como já se referiu, a atenuação das oscilações e a rapidez de resposta do sistema são inimigas sendo, portanto, necessário procurar entre as duas a solução mais favorável.

Do que acaba de se expor se infere que é possível influir no sistema de forma a dar-lhe um comportamento aceitável.

Assim é, com efeito. Além das unidades que constituem propriamente o ciclo, podemos nele incluir elementos destinados a corrigir o seu comportamento.

O objectivo deste capítulo será, portanto, dar uma ideia dos métodos que têm sido até agora utilizados para o estudo e projecto destes sistemas de comando.

Pelo que nos foi dado estudar, ficamos com a impressão de que no caso dos servo-mecanismos o estudo matemático dos problemas não constitui a vanguarda do ataque às dificuldades inerentes.

Na verdade, as primeiras soluções foram aparecendo antes que a Matemática as tivesse sancionado e processos semi-empíricos de obtenção de resultados surgiram, sob a forma de tabelas e ábacos.

A confirmação matemática dos resultados obtidos começou pela análise dos sistemas já realizados, procurando escrever equações que relacionassem as diferentes grandezas que nelas intervinham.

## 2 — Estudo analítico dos sistemas.

### Resposta transitória

Como o que se pretende conhecer são as condições do comportamento dinâmico dos sistemas, temos que admitir que as diferentes grandezas neles envolvidas são funções do tempo e nas equações obtidas aparecem funções desta variável, incluindo derivadas de ordem vária.

Relacionando as três variáveis básicas dos ciclos, isto é:

- D — a variável directora,
- $\theta$  — a saída ou variável comandada,
- e — o sinal actuante ou erro.

surgem os seguintes tipos de equações:

$$f_1(D, e) = 0 \quad (3-1)$$

$$f_2(D, \theta) = 0 \quad (3-2)$$

$$f_3(\theta, e) = 0 \quad (3-3)$$

Para maior simplificação vamos imaginar que  $\theta$  e D são grandezas homogêneas cuja diferença é igual a e.

Isto é legítimo desde que nos lembremos de que no ciclo existem unidades medidoras destinadas a traduzirem da forma conveniente os sinais existentes.

O ciclo ficaria mais detalhadamente representado tal como se faz na fig. 3-1-A.

Nessa figura  $\gamma$  e  $\beta$  representam unidades medidoras e  $\mu$  o conjunto das unidades amplificadoras, estabilizadoras e de comando.

Como, porém, as unidades medidoras não interferem geralmente no comportamento do sistema a não ser por intermédio de factores constantes de proporcionalidade, é costume aliar esse factor a qualquer elemento do ramo de ida do ciclo e imaginar que o retorno é unitário, isto é, substituir os elementos existentes no interior do círculo da fig. 3-1-B pelo elemento  $\delta$  da fig. 3-1-C, na qual o sinal  $e'$  é homogêneo com  $\theta$ ,

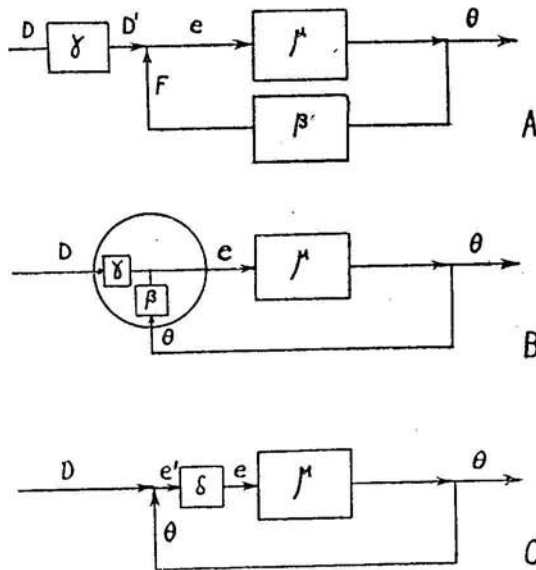


Fig. 3-1 — Grandezas envolvidas num ciclo

As equações 3-1/2/3 são geralmente diferenciais de segunda ordem ou superior, ordem essa que depende do número de armazenamentos de energia no sistema.

A forma de uma destas equações será, por exemplo:

$$a_m \frac{d^m e}{dt^m} + a_{m-1} \frac{d^{m-1} e}{dt^{m-1}} + \dots + a_1 \frac{de}{dt} + a_0 e = b_n \frac{d^n D}{dt^n} + b_{n-1} \frac{d^{n-1} D}{dt^{n-1}} + b_1 \frac{dD}{dt} + b_0 D + c \quad (3-4)$$

na qual os coeficientes  $a$ ,  $b$  e  $c$  são constantes ou dependentes de condições exteriores ao ciclo.



Há, contudo, que começar por introduzir uma hipótese simplificativa que se torna legítima desde que estreitemos suficientemente os limites de variação das grandezas: é a linearidade da característica de cada elemento do ciclo.

Escritas as equações, torna-se necessário fixar o comportamento de uma das variáveis (geralmente o sinal director  $D$ ) ou de qualquer perturbação exterior para se tirar delas o conhecimento da variação das outras com o tempo.

Surge aqui a primeira divisão dos métodos empregados.

De facto, num sistema destes, o equilíbrio é destruído por uma variação da grandeza directora (servo-mecanismos) ou da perturbação aplicada à saída (reguladores) ou simultaneamente das duas.

Essa variação pode ser brusca ou prolongada e, neste caso, seguir uma lei ou ser caprichosa.

É evidente que o tratamento matemático deste último caso é impossível; pelo que é preciso fixar um determinado tipo de variação e basear o estudo do comportamento dinâmico nesse mesmo tipo que deverá ser convenientemente escolhido para nos poder esclarecer suficientemente sobre as qualidades do sistema.

Uma das orientações possíveis consiste em imaginar que uma daquelas grandezas sofre uma variação brusca e estudar o fenómeno transitório que se lhe segue.

A tal orientação é dado o nome de **estudo da resposta transitória** do sistema.

Consiste este estudo em fazer a integração da equação diferencial, calculando o integral geral da equação sem segundo membro, correspondente à resposta livre do sistema, pela determinação das raízes da equação característica; bem como o integral particular correspondente ao movimento forçado, imposto pelas condições iniciais e finais.

O número de raízes da equação característica, igual à ordem da equação diferencial, é-o também ao número de armazenamentos de energia independentes existentes no sistema.

Se a equação diferencial for de segunda ordem, são conhecidos os diferentes tipos de resposta livre:

- aperiódica, se as raízes da equação característica forem reais, negativas e desiguais.
- aperiódica crítica, se as raízes forem reais, negativas e iguais.

- pseudo-periódica amortecida, se forem complexas conjugadas, de parte real negativa.
- periódica harmónica, se forem imaginárias.
- pseudo-periódica de amplitude crescente, se forem complexas conjugadas, de parte real positiva.

Acontece, porém, que nos sistemas reais o número de armazenamentos de energia é geralmente superior a dois mas, apesar disso, a resposta livre tem quase sempre um dos aspectos característicos da equação de segunda ordem, pelo facto de haver normalmente nítido predomínio de dois desses armazenamentos.

Posto isto, vamos recorrer ao caso típico do fenómeno transitório de energia dupla para traduzir numéricamente os resultados que a experiência indica como os melhores para o comportamento de um sistema nestas condições.

Neste caso, a equação correspondente à resposta livre é, por exemplo, para a variável  $e$  (sinal actuante):

$$a \frac{d^2 e}{dt^2} + b \frac{de}{dt} + ce = 0 \quad (3-5)$$

e, se quisermos reduzir para dois o número de parâmetros independentes, podemos recorrer à clássica substituição de:

$$\frac{b}{2a} = \rho \quad e: \quad \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \omega \quad (3-6/7)$$

o que dá, para raízes da equação característica:

$$x = -\rho \pm \omega \quad \text{ou:} \quad x = -\rho \pm j\omega \quad (3-8/9)$$

Porém, feita a substituição desta maneira,  $\omega$  é a pseudo-pulsção do sistema e o seu valor depende do amortecimento que ele sofrer.

Isto leva alguns autores a preferirem usar, para segundo parâmetro, a pulsção que se verificaria se não houvesse amortecimento e a darem-lhe o nome de **pulsção natural** do sistema.

Esta pulsção será a maior possível para cada sistema e corresponderá ao coeficiente  $b$  nulo:

$$\omega_0 = \frac{\sqrt{4ac}}{2a} = \sqrt{\frac{c}{a}} \quad (3-10)$$

Servirá este parâmetro, portanto, para nos dar informação sobre o comportamento do sistema, abstraindo do amortecimento.

Interessar-nos-á agora um outro que nos informe a respeito deste.

Poderá usar-se para isso o cociente entre o amortecimento realmente existente e o amortecimento crítico do sistema:

$$\zeta = \frac{b}{b_c} = \frac{b}{2\sqrt{ac}} \quad (3-11)$$

Feita a substituição, virá para a equação sem segundo membro:

$$\frac{d^2 e}{dt^2} + 2\zeta \omega_0 \frac{de}{dt} + \omega_0^2 e = 0 \quad (3-12)$$

e para as raízes da equação característica:

$$x = -\zeta \omega_0 \pm j \omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (3-13)$$

nas quais  $\omega_0$  e  $\zeta$  são essencialmente positivos.

Desta forma, para um dado sistema, é o valor do coeficiente de amortecimento ( $\zeta$ ) que fixa o tipo de resposta livre a qualquer excitação.

Pela comparação de um conjunto de curvas resultantes da integração da equação 3-12 e correspondentes a diferentes valores do coeficiente de amortecimento, podemos verificar que a curva se aproxima tanto mais rapidamente do valor final quanto menor for esse coeficiente, mas que tanto mais prolongadas são as oscilações, no caso de estas existirem.

As curvas representadas na fig. 3-2 foram traçadas supondo que tanto as condições iniciais como finais impõe um sinal de erro nulo.

A escolha do coeficiente de amortecimento ( $\zeta$ ) é feita, como já tivemos oportunidade de indicar, atendendo a que interessa uma rapidez de resposta tão grande quanto possível sem que, contudo, as oscilações sejam muito prolongadas.

Os valores práticos que se procura obter correspondem geralmente a:

$$0,4 < \zeta < 1 \quad (3-14)$$

isto é, toma-se para limite superior de  $\zeta$  o valor correspondente ao amortecimento crítico e para limite inferior o valor 0,4 (Brown-Campbell).

Este estudo, por outro lado, também nos permite definir uma grandeza relacionada com a rapidez da resposta do sistema e a quem é dado o nome de **velocidade de resposta** ou **tempo de resposta**.

Define-se como sendo o tempo necessário para que a função atinja definitivamente cerca de 98 % do valor final ou, mais preci-

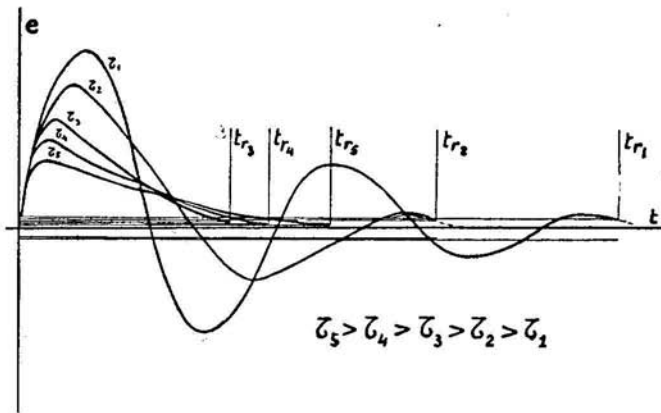


Fig. 3-2 — Aspectos da resposta transitória

samente, o valor de  $t$  para o qual o expoente do termo exponencial do integral seja igual a quatro.

Virá:

$$t = \frac{4}{\zeta \omega_0} \quad (3-15)$$

Temos, portanto, vista a maneira de analisar um sistema, admitindo que é possível escrever as respectivas equações diferenciais e que, escritas estas, a sua integração pode ser feita dispendendo um tempo e um trabalho aceitáveis por não exagerados.

Acontece, porém, que, salvo a exceção de casos muito simples, o aparecimento de equações diferenciais de ordem superior à segunda implica laboriosas e demoradas operações para a realização da sua integração.

Por esse facto, há que recorrer a métodos de resolução

dessas equações capazes de reduzirem o trabalho necessário e, ao mesmo tempo, permitirem o estabelecimento de relações entre as causas e os respectivos efeitos no comportamento do sistema, de forma a habilitarem o técnico a corrigir estes pela mais conveniente modificação de aquelas.

O método capaz de satisfazer estas condições e que, por esse facto, é o indicado para a realização desta integração, baseia-se na **transformação de Laplace**.

### 2-1 — Integração operacional

O método de transformação de Laplace para o estudo da resposta transitória dos sistemas de comando em ciclo fechado consiste na efectivação das seguintes operações:

— Substituir a variável real  $t$  (tempo) na equação correspondente ao comportamento dinâmico do sistema, pela variável complexa  $s$ , por aplicação da transformação:

$$F(s) = \mathcal{L} f(t) \quad (3-16)$$

na qual  $\mathcal{L}$  tem o significado de uma multiplicação pela função exponencial  $e^{-st}$  e da integração em ordem ao tempo entre os limites zero e infinito; isto é:

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt \quad (3-17)$$

Esta transformação torna-se simples desde que se conheça o resultado da transformação de um certo número de funções elementares de  $t$  cujo aparecimento é frequente nas equações e, além disso, alguns teoremas simples que nos permitem manipular e associar esses resultados.

A existência das derivadas em ordem ao tempo na equação diferencial dá lugar ao aparecimento de constantes de integração na equação transformada que dizem respeito às condições iniciais, isto é, ao valor das diferentes variáveis no momento em que se estabelece a perturbação.

— Resolver a equação transformada em ordem à variável incógnita pelos métodos algébricos.

— Preparar o segundo membro da equação assim obtida de forma a poder realizar-se com facilidade a transformação inversa.

— Realizar a transformação inversa, ou seja, substituir a variável complexa  $s$  novamente pela variável  $t$  por aplicação da transformação :

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1} F(s) \quad (3-18)$$

Aqui  $\mathcal{L}^{-1}$  tem o significado de uma nova integração da forma :

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma - j\omega}^{\sigma + j\omega} F(s) e^{st} ds \quad (3-19)$$

Também aqui não é necessário realizar a integração para cada caso concreto, pelo facto de ser possível dar ao segundo membro da equação transformada uma forma tal que se possa sempre recorrer ao resultado de transformações conhecidas.

Esta modificação do segundo membro da equação transformada consiste essencialmente no seguinte: — dar a uma fracção própria de dois polinómios da forma :

$$\frac{A(s)}{B(s)} = \frac{A(s)}{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0} \quad (3-20)$$

o aspecto :

$$\frac{A(s)}{B(s)} = \frac{A(s)}{(s - s_1)(s - s_2) \dots (s - s_n)} \quad (3-21)$$

no qual  $s_1, s_2, \dots, s_n$  são as raízes da equação  $B(s) = 0$ , supostas todas diferentes.

Usando regras de álgebra, podemos modificar este cociente e dar-lhe a seguinte forma :

$$\frac{A(s)}{B(s)} = \frac{K_1}{s - s_1} + \frac{K_2}{s - s_2} + \dots + \frac{K_n}{s - s_n} \quad (3-22)$$

A transformação inversa da forma  $\frac{K_j}{s - s_j}$  não oferece dificuldades por se saber de antemão que é:

$$\mathcal{L}^{-1} \left( \frac{K_j}{s - s_j} \right) = K_j e^{s_j t} \quad (3-23)$$

As propriedades associativa e distributiva destas transformações permitem a consideração independente de cada termo e a soma dos resultados obtidos.

Para determinação das raízes da equação  $B(s) = 0$ , se esta for de ordem superior à segunda, usam-se, geralmente, métodos de resolução numérica.

## 2-2 — Condições de estabilidade

À equação  $B(s) = 0$  é dado o nome **equação característica** do sistema, desde que se estejam a considerar as equações transformadas:

$$\theta = f_1(D) \quad (3-24)$$

ou:

$$e = f_2(D) \quad (3-25)$$

ou, o que é o mesmo:

$$\frac{\theta}{D} = f_1(s) = \frac{A_1(s)}{B_1(s)} \quad (3-26)$$

$$\frac{e}{D} = f_2(s) = \frac{A_2(s)}{B_2(s)} \quad (3-27)$$

onde, como se viu:  $B(s)$  é um polinómio da forma:

$$B(s) = b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0 \quad (3-28)$$

Acontece que a equação característica nos pode dar uma informação importante acerca da estabilidade do sistema, pois é possível verificar que um sistema cuja equação característica tenha raízes positivas ou complexas com a parte real positiva ou nula será sede de oscilações persistentes não podendo, por consequência, alcançar posição de equilíbrio.

Basta para isso considerar que a transformação inversa vai dar lugar ao aparecimento de termos exponenciais da forma  $K_j e^{s_j t}$  que só se anularão com o tempo se o expoente ou a sua parte real forem negativos.

É, portanto, essencial que todas as raízes sejam negativas ou complexas com parte real negativa, sendo dado aos polinómios que gozam desta propriedade o nome de **polinómios de Hurwitz**.

Uma das maneiras de concluir se as raízes obedecem àquela condição consiste, evidentemente, em fazer a sua determinação.

Isto pode, porém, dispensar-se desde que se recorra a qualquer método que nos dê as condições necessárias e suficientes para que tal aconteça.

Pode obter-se isso recorrendo à discussão de Hurwitz ou de Routh, discussão essa que se encontra, por exemplo, no trabalho de E. A. Guillemin denominado «The Mathematics of Circuit Analysis».

Esta discussão, contudo, pode apenas dar-nos a informação de que o sistema vai ou não oscilar indefinidamente, mas não pode dizer-nos nada a respeito do comportamento do sistema no caso de as oscilações serem amortecidas, isto é, se estas desaparecem num espaço de tempo mais ou menos curto.

Daqui se conclui que só se pode conhecer o comportamento dinâmico do sistema desde que, na verdade, sejam determinadas as raízes da equação característica.

### 2-3 — Conclusão

De tudo quanto se viu, parece poder concluir-se que o carácter laborioso e o aspecto quase exclusivamente analítico dos caminhos que a Matemática nos oferece para este estudo, usando a resposta transitória, lhe impõem grande dificuldade e morosidade.

Qualquer avanço por este lado parece condenado a encontrar uma complexidade crescente e por tal forma que outros caminhos tiveram de ser procurados.

Foi a electrotecnia, por intermédio dos estudos feitos no ramo das correntes fracas, quem abriu os novos horizontes para o estudo destes fenómenos.

Por outro lado, as unidades envolvendo correntes eléctricas foram entrando em número crescente e sob os mais variados aspectos na composição dos sistemas.



Ainda mais: o conhecimento perfeito das diferentes unidades que fazem parte do sistema, quer sejam eléctricas quer mecânicas, exige a realização de medidas, a maior parte das quais requer a utilização de equipamento eléctrico, tal como osciloscópios, pares Selsyn ou dínamo-taquímetros.

De tudo isto resultou que, insensivelmente, o estudo dos reguladores e servo-mecanismos, destes especialmente, se foi transferindo dos domínios da Mecânica para os da Electrotecnia, podendo afirmar-se que hoje tal estudo constitui, sem dúvida, um dos mais novos e prometedores ramos deste ramo de Engenharia.

### 3— Estudo da resposta sinusoidal

O novo caminho difere do primitivo apenas pelo tipo de perturbação imposta ao sistema.

Com efeito, no estudo da resposta transitória procura-se determinar o comportamento do sistema após a aplicação de uma variação brusca e determinada de uma das grandezas interessadas; agora aplicar-se-ão perturbações sob a forma de uma variação sinusoidal dessas mesmas grandezas e ao estudo do comportamento do sistema nestas condições chama-se o da **resposta sinusoidal**.

Podem parecer à primeira vista que o comportamento do sistema perante uma perturbação deste tipo não tem qualquer relação com o seu comportamento nas condições reais de funcionamento ou que, pelo menos, as relações que possam haver não sejam tão estreitas como as que se sentem existir entre a resposta transitória e o comportamento real.

Tal não acontece, todavia, pois se verifica que do estudo da resposta sinusoidal se podem tirar conclusões perfeitamente claras a respeito da resposta transitória, tal a forma por que elas estão relacionadas. Sendo assim, o estudo da resposta sinusoidal oferece notáveis vantagens que podem assim resumir-se :

- Permite a utilização dos métodos vectorial e simbólico da corrente alternada para o estabelecimento das relações entre as diferentes grandezas, para cada valor particular da frequência da perturbação imposta.
- Permite, por consequência, estabelecer relações entre valores constantes (valores máximos ou eficazes) em vez de o fazer entre valores instantâneos, como acontecia na resposta transitória.

- Permite, ainda, demorar as perturbações o tempo necessário para que se efectuem as leituras nos aparelhos de medida.
- Dá lugar à fácil previsão do efeito produzido pela introdução de novas unidades, de características conhecidas, em série ou em paralelo com as existentes.

### 3-1 — Justificação do método

Se, num determinado instante, existir entre duas grandezas (D e e por exemplo) uma relação da forma :

$$\begin{aligned}
 a_n \frac{d^n e}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} e}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{de}{dt} + a_0 e = b_m \frac{d^m D}{dt^m} + \\
 + b_{m-1} \frac{d^{m-1} D}{dt^{m-1}} + \dots + b_1 \frac{dD}{dt} + b_0 D + c \quad (3-29)
 \end{aligned}$$

e se D for uma grandeza sinusoidal da forma :

$$D = D_m \cos \omega t \quad (3-30)$$

sabemos que e é dado pela soma de um termo transitório correspondente ao integral geral da equação sem segundo membro, termo esse que se anula ao fim de um tempo geralmente curto, e de um termo sinusoidal da forma :

$$e = e_m \cos (\omega t - \varphi) \quad (3-31)$$

correspondente ao integral particular da equação com segundo membro.

Quer isto dizer que uma perturbação sinusoidal dá lugar a uma variação também sinusoidal e da mesma frequência das outras grandezas, desde que se deixe passar o fenómeno transitório inicial e que a relação entre as grandezas seja linear.

Tem, portanto, aqui lugar a aplicação do método simbólico da corrente alternada desde que consideremos:

$$\underline{D} = D' + jD'' \quad (3-32)$$

e:

$$\underline{e} = e' + je'' \quad (3-33)$$

em que:

$$D' = D \cos \theta \quad (3-34)$$

$$D'' = D \sin \theta \quad (3-35)$$

$$e' = e \cos \varphi \quad (3-36)$$

$$e'' = e \sin \varphi \quad (3-37)$$

uma vez que tomamos  $\underline{D}$  para origem das fases.

Sabendo-se que uma derivação de uma grandeza sinusoidal corresponde, na sua expressão simbólica, a uma multiplicação por  $j\omega$ , a equação 3-29 poderá escrever-se:

$$\begin{aligned} j^n \omega^n a_n \underline{e} + j^{n-1} \omega^{n-1} a_{n-1} \underline{e} + \dots + j\omega a_1 \underline{e} + a_0 \underline{e} = \\ = j^m \omega^m b_m \underline{D} + \dots + j\omega b_1 \underline{D} + b_0 \underline{D} + c \end{aligned} \quad (3-38)$$

e dar-nos-á em módulo e fase o valor do erro para cada valor da frequência, suposto constante o sinal director.

A representação gráfica das relações entre estas grandezas e a sua interpretação constituem a essência daquilo a que se chama o estudo da resposta sinusoidal de um sistema.

A maneira de levantar esses gráficos pode, porém, diferir, havendo presentemente dois métodos distintos de abordar o problema.

Um, a que alguns autores dão o nome de Nyquist (1), consiste no traçado da curva que une os pontos representativos da grandeza em questão, marcados em módulo e em fase num sistema de coordenadas polares, para cada valor da pulsação, supondo unitário o valor da grandeza com ela relacionada.

---

(1) Dr. H. Nyquist, dos Laboratórios Bell (E. U. A), autor de um artigo publicado em 1932 no Bell System Tech. Jour. e intitulado «Regeneration Theory».

O outro, conhecido pelo nome de Bode (1), consiste na representação, num sistema de coordenadas planas, em que, em abcissas, é marcada uma escala logarítmica dos valores da pulsação, dos diferentes valores do módulo da grandeza considerada; e, noutro sistema semelhante, dos valores da fase.

Adiante daremos mais detalhes a respeito destes métodos.

### 3-2 — Função de passagem

Temo-nos até aqui referido indiferentemente a qualquer das três equações que relacionam pares de grandezas a considerar num sistema em ciclo fechado, ou sejam:

$$f_1(\underline{D}, \underline{e}) = 0 \quad (3-39)$$

$$f_2(\underline{\theta}, \underline{D}) = 0 \quad (3-40)$$

$$f_3(\underline{\theta}, \underline{e}) = 0 \quad (3-41)$$

O conhecimento de qualquer uma delas permite, aliás, o das restantes visto que, por definição de ciclo fechado, é, em cada instante:

$$e = D - \theta \quad (3-42)$$

É agora altura de fixarmos especialmente a nossa atenção numa delas, a que relaciona a saída ( $\theta$ ) com o sinal actuante ( $e$ ).

O seu interesse reside no facto de ser esta a equação que traduz a influência de uma determinada unidade num sistema.

Com efeito, ela relaciona o sinal saído com o sinal entrado numa unidade ou, por outras palavras, representa a transformação por esta imposta ao sinal.

Um sistema qualquer poderá ser constituído por uma cadeia de unidades ligadas em série, sendo o sinal de entrada de uma exactamente o sinal de saída da anterior.

A referida equação servirá, portanto, para caracterizar as diferentes unidades constitutivas do sistema.

---

(1) Dr. H. W. Bode, dos Laboratórios Bell (E. U. A.), autor do livro «Network Analysis and Feedback Amplifier Design» (1948).

A sua forma, como vimos, é a seguinte :

$$\sum_{k=0}^n j^k \omega^k a_k \underline{\theta} = \sum_{k'=0}^m j^{k'} \omega^{k'} a_{k'} \underline{e} + c \quad (3-43)$$

o que poderá escrever-se :

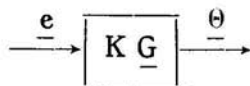
$$K_1 \underline{A} \underline{\theta} = K_2 \underline{B} \underline{e} + c \quad (3-44)$$

Fazendo-se, por hipótese,  $c$  nulo, chamar-se-á **função de passagem** (transfer function) à função complexa da pulsação, dada pelo cociente de  $\underline{\theta}$  por  $\underline{e}$  :

$$\frac{\underline{\theta}}{\underline{e}} = \frac{K_2}{K_1} \frac{\underline{B}}{\underline{A}} = K \underline{G} \quad (3-45)$$

Esta função é, como se vê, dada pelo produto de dois termos : a constante  $K$ , independente da frequência e real, a que pode ser dado o nome de **factor de amplificação**, e a função  $\underline{G}$ , função da pulsação do sinal, real, imaginária ou complexa segundo as características da unidade ou unidades consideradas.

Isto permite-nos representar uma unidade ou conjunto de unidades caracterizadas por uma dada função de passagem por um rectângulo no qual inscrevemos esta função, sem que nos interesse conhecer mais pormenores a respeito da sua constituição :



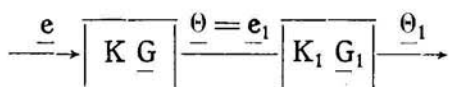
Esta representação significará que a aparelhagem simbolizada por aquele rectângulo transformará o sinal sinusoidal  $\underline{e}$  num sinal sinusoidal  $\underline{\theta}$  dado por :

$$\underline{\theta} = K \underline{G} \underline{e} \quad (3-46)$$

Se, porventura, quisermos associar em série uma outra unidade caracterizada pela função  $K_1 \underline{G}_1$ :



de forma a que o sinal de saída da primeira ( $\underline{\theta}_1$ ) seja o de entrada da segunda ( $\underline{e}_1$ ), teremos:



e:

$$\underline{\theta} = K_1 \underline{G}_1 \underline{e}_1 = K_1 \underline{G}_1 \underline{\theta} = K_1 K \underline{G}_1 \underline{G} \underline{e} = K_2 \underline{G}_2 \underline{e} \quad (3-47)$$

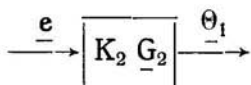
em que:

$$K_2 = K \cdot K_1 \quad (3-48)$$

e:

$$\underline{G}_2 = \underline{G} \cdot \underline{G}_1 \quad (3-49)$$

O conjunto poderá ser simplesmente representado por:



Para que isto seja verdadeiro é, porém, necessário que uma condição seja satisfeita:

— que o facto de se aproveitar a saída da primeira unidade para se excitar a segunda não seja de molde a alterar aquela; por outras palavras: — que as diferentes unidades não sejam inter-actuentes; ou, ainda: — que a ligação da segunda unidade não venha alterar a função de passagem da primeira.

Se um conjunto de unidades constituir o ramo de ida de um sistema em ciclo fechado e tiver a função de passagem  $K \underline{G}$ , é possível exprimir as relações entre as outras variáveis que nele intervêm em função da função de passagem, desde que nos recordemos de que, se o ciclo for fechado, é:

$$\underline{e} = \underline{D} - \underline{\theta} \quad (3-50)$$

Assim, a relação entre o sinal director e a saída será:

$$\frac{\theta}{D} = \frac{\theta}{e} \cdot \frac{e}{D} = K \underline{G} \frac{D-\theta}{D} = K \underline{G} \left(1 - \frac{\theta}{D}\right) \quad (3-51)$$

e:

$$\frac{\theta}{D} (1 + K \underline{G}) = K \underline{G} \quad (3-52)$$

e, ainda:

$$\frac{\theta}{D} = \frac{K \underline{G}}{1 + K \underline{G}} \quad (3-53)$$

Por outro lado, a relação entre o sinal actuante e o director, virá:

$$\frac{e}{D} = \frac{e}{\theta} \cdot \frac{\theta}{D} = \frac{1}{K \underline{G}} \cdot \frac{K \underline{G}}{1 + K \underline{G}} = \frac{1}{1 + K \underline{G}} \quad (3-54)$$

De tudo isto resulta que, para se conhecer o comportamento dinâmico de um sistema quando sujeito a perturbações sinusoidais, basta conhecer as funções de passagem dos diferentes elementos que o compõem.

Admitindo que existe uma tabela completa com todas as funções de passagem respeitantes a todas as unidades, pela sua consulta estaríamos habilitados a conhecer as relações existentes entre as diversas grandezas de qualquer sistema e, conseqüentemente, a traçar os respectivos diagramas de Nyquist e Bode.

Tal, porém, não acontece pois, se bem que os livros da especialidade apresentem a expressão da parte variável da função ( $\underline{G}$ ) referente a diversas unidades de utilização mais frequente, não as incluem todas nem podem dar indicações sobre o valor do factor de amplificação pelo facto de este depender evidentemente do dimensionamento das unidades.

A realização de medidas sobre as unidades que se pretende utilizar ou o seu particular conhecimento são, por este motivo, indispensáveis para a realização do estudo.

### 3-3 — Diagrama de Nyquist

A curva conhecida por diagrama de Nyquist é característica para cada unidade ou conjunto de unidades.

O seu traçado obtém-se pela marcação, num sistema de eixos definindo um plano complexo, dos pontos correspondentes aos diferentes valores da função de passagem para cada valor da frequência entre zero e infinito.

A curva que une tais pontos é o diagrama de Nyquist correspondente ao equipamento considerado.

#### 3-3-1 — Aspecto e utilidade

A sua forma é variável e dela se podem tirar imediatamente algumas conclusões a respeito do comportamento dinâmico do equipamento respectivo.

Há, com efeito, três zonas distintas da curva que nos podem dar outras tantas informações: as zonas correspondentes às baixas, médias e altas frequências.

A das baixas frequências corresponde ao início da curva e a informação dada refere-se ao número de integrações e, por consequência, ao tipo do sistema.

Se o diagrama partir de um ponto do eixo real, poderemos concluir que no equipamento respectivo não se efectua qualquer integração; quando o sistema se encontra em repouso (frequência nula) o sinal de erro ou actuante tem um valor diferente de zero.

Segundo a definição dada, um sistema constituído por tal equipamento seria do tipo 0.

Se o diagrama nascer assintoticamente ao eixo imaginário negativo, poderá verificar-se que no equipamento se realiza uma integração e um sistema que o empregasse seria do tipo 1.

Uma dupla integração levaria o início do diagrama para o eixo real negativo, de onde partiria assintoticamente; uma tripla integração para o imaginário positivo; e assim sucessivamente: cada integração provocaria uma rotação de  $90^\circ$  ao início do diagrama.

A zona das altas frequências pode dar esclarecimentos a respeito da ordem da equação característica do equipamento ( $1 + KG = 0$ ).

A das médias frequências permite-nos conhecer o compor-



tamento dinâmico do sistema no que respeita à estabilidade de funcionamento.

A partir do diagrama de Nyquist podem determinar-se os valores das diferentes grandezas que intervêm no ciclo, desde que se usem as relações expressas nas equações 3-53 e 3-54.

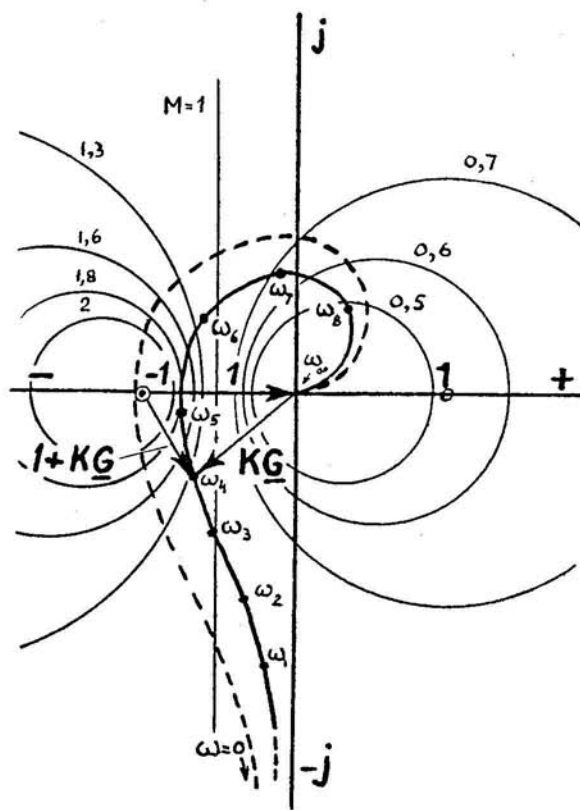


Fig. 3-3 - Exemplos de diagramas polares da função de passagem e circunferências  $M$ .

Com efeito, considerando o diagrama de Nyquist exemplificado na fig. 3-3 a cheio, representando um equipamento onde se realiza uma integração, e fixando a atenção no caso do sinal aplicado de pulsação  $\omega_1$ , podemos verificar que o valor da função de passagem será dado, por construção, pelo vector  $\overline{O\omega_4}$  e o da função característica  $(1 + \underline{KG})$  pelo vector  $\overline{-1\omega_4}$ .

Conhecendo-se os valores destas funções para um determinado valor da pulsação, também se conhecem os dos cocientes:

$$\frac{\theta}{D} \quad e: \quad \frac{e}{D}$$

### 3-3-2 — Critério de estabilidade

O critério a que se poderá recorrer para concluir se o comportamento de um equipamento possuidor de um determinado diagrama polar é ou não satisfatório, do ponto de vista da estabilidade, foi apontado pelo próprio Dr. Nyquist que interpretou gráficamente um dos teoremas de Cauchy, relacionado com as raízes da equação característica do sistema.

Segundo esse critério, a equação característica não terá raízes positivas nem complexas com parte real positiva desde que o diagrama correspondente não abrace o ponto -1 do plano considerado.

Por consequência, o equipamento cujo diagrama está representado a cheio na fig. 3-3 não estará sujeito a oscilações prolongadas.

Já o mesmo não sucederia àquele cujo diagrama aparece na mesma figura com linha interrompida.

Para certos diagramas não é fácil afirmar, à primeira vista, se envolvem ou não o ponto -1 mas, para a maior parte dos casos, basta supor estável qualquer sistema cujo diagrama, ao ser percorrido desde a pulsação infinita negativa até à pulsação infinita, deixe sempre o ponto -1 à sua esquerda.

Além da indicação referente à estabilidade absoluta do sistema, o diagrama polar da função de passagem pode também esclarecer-nos a respeito do grau de estabilidade respectivo.

Com efeito, uma das relações existentes entre a resposta transitória e a sinusoidal é a que liga o coeficiente de amortecimento ( $\zeta$ ) com o valor máximo do cociente dos módulos da saída e do sinal director, a que é dado o nome de **amplificação do sistema** e que costuma representar-se pela letra M.

$$M = \left| \frac{\theta}{D} \right|$$

Correspondendo aproximadamente aos valores de  $\zeta$  indicados como aceitáveis na pág. 76, isto é:

$$0,4 < \zeta < 1 \quad (3-55)$$

vem para limites da amplificação, respectivamente:

$$1,4 > M > 0,5 \quad (3-56)$$

sendo costume fixar para máxima amplificação um valor compreendido entre 1,2 e 1,6, aparecendo com maior frequência a indicação de 1,3 para esse limite.

Vejamos, portanto, como pode o diagrama de Nyquist dizer-nos se aquele valor da amplificação é ou não ultrapassado e, por consequência, se o sistema irá ou não ser sujeito a oscilações amortecidas demasiado prolongadas.

Para isso basta marcar, no mesmo sistema de eixos, a família de curvas lugares geométricos de cada valor do cociente  $\left| \frac{\theta}{D} \right|$ .

Pode demonstrar-se que tais curvas são circunferências cujos centros se encontram sobre o eixo real e que abraçam os pontos  $-1 + 0j$  e  $1 + 0j$  conforme correspondem a valores de  $M$  respectivamente superiores e inferiores à unidade.

Representando um certo número dessas circunferências, conhecidas por circunferências « $M$ », sobre o plano em que se encontra o diagrama da função de passagem, temos possibilidade de ver qual o valor máximo de amplificação atingido pelo sistema e, portanto, se esse máximo é ou não superior ao limite conveniente, do ponto de vista da estabilidade.

Ainda na fig. 3-3 podemos ver que o sistema caracterizado pelo diagrama a cheio estará sujeito a oscilações de fraco amortecimento, visto que é atingido o valor 1,8 da amplificação, o que, como se viu, é desfavorável.

Parece-nos oportuno esclarecer nesta altura que, nestes estudos gráficos, é prática corrente usarem-se conjuntos de curvas, como por exemplo de circunferências « $M$ », desenhados em papel transparente e em escalas conjugadas com as dos diagramas em

estudo, de forma a darem, por simples sobreposição, as informações requeridas sem que, para isso, seja necessário sobrecarregar o desenho.

### 3-3-3 — Estabilização por intermédio do factor de amplificação

Como vimos, a função de passagem é o produto de uma constante, o factor de amplificação, por uma função da frequência, a função complexa  $\underline{G}$ .

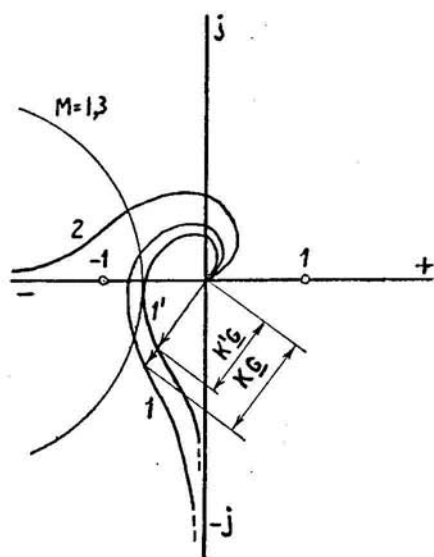


Fig. 3-4 — Estabilização por alteração de factor de amplificação

Lembrando-nos da maneira como é levantado o diagrama polar, é fácil compreender que a posição dos pontos correspondentes a cada frequência depende apenas do valor de  $\underline{G}$  no que respeita à coordenada angular e que o valor de  $K$  apenas influi no da distância à origem.

Quer isto dizer que podemos aproximar ou afastar da origem todos os pontos do diagrama, desde que actuemos no valor do coeficiente de amplificação.

Desta forma, a modificação deste factor no sentido da sua redução pode resolver alguns problemas de estabilização, desde que a forma do diagrama não seja de molde a impedi-lo radicalmente.

Analisando a fig. 3-4 podemos verificar que a redução de  $K$

foi suficiente para estabilizar o sistema primitivamente representado pelo diagrama 1, corrigido para 1', mas que nada se conseguirá por esse processo para o sistema representado pelo diagrama 2.

Actuar no factor de amplificação de um sistema é operação simples pois, para isso, basta modificar a sensibilidade de uma ou duas das unidades medidoras, amplificadoras ou de comando que o constituem.

Não é necessário, para esse efeito, introduzir novas unidades.

Pode parecer que, desta forma, se obtém um processo simples de estabilização para um grande número de sistemas. Tal, porém, não acontece pelo facto de, por este processo, a estabilidade se conseguir em prejuízo de outras qualidades que o sistema deve ostentar.

A qualidade que convém manter, a despeito da estabilização, é a do rigor do comando e é desse problema que passamos a tratar.

### 3-3-4 — Esfasamento

Num sistema destes chamaremos **ângulo de esfasamento** ou simplesmente **esfasamento** ao que se verifica entre a saída e o sinal director quando sujeitos a perturbações sinusoidais.

O valor ideal para este esfasamento seria zero para todo e qualquer valor da pulsação do sinal.

Na realidade, para uma perturbação de frequência nula o esfasamento será naturalmente nulo; quando a pulsação cresce além de todo o limite, o esfasamento tende para um valor que se verifica ser igual a  $n \times \frac{\pi}{2}$ , onde  $n$  representa o número de armazenamentos de energia existentes no equipamento ou, salvo algumas excepções, o grau da equação característica do sistema.

Este esfasamento é consequência da impossibilidade física de a energia ser transformada ou dissipada instantaneamente.

Daqui resulta que, quanto maior for o esfasamento, maior é o atraso da saída em relação ao sinal director, isto é, maior é o ângulo formado pelos respectivos vectores.

Se nos lembrarmos de que entre estas grandezas existe a relação:

$$\underline{D} - \underline{\theta} = \underline{e}$$

é fácil verificarmos que, quanto maior for o esfasamento consentido até  $180^\circ$ , maior é o valor do erro para os mesmos valores do sinal director e da saída.

Importa, portanto, conseguir que, dentro da zona das frequências influentes no comportamento do sistema, o esfasamento não ultrapasse um valor considerado aceitável, por exemplo,  $-30^\circ$  como indicam alguns autores.

O diagrama da função de passagem pode também auxiliar-nos a obter este resultado desde que, tal como fizemos para o caso da estabilidade e das circunferências «M», marquemos a família de curvas correspondentes aos diferentes valores do esfasamento.

Também aqui é possível demonstrar que estas curvas são circunferências e que, além disso, passam pela origem e pelo ponto  $-1 + 0j$ , tendo os centros sobre uma recta paralela ao eixo dos imaginários e passando pelo ponto  $-\frac{1}{2} + 0j$ .

A estas circunferências é costume chamar circunferências «N», sendo N igual à tangente do ângulo de esfasamento.

Do ponto de vista do erro, interessa que o diagrama polar atinja a circunferência correspondente ao esfasamento máximo escolhido para o valor mais alto possível da pulsação do sinal.

Quanto maior for este, maior é a banda de frequências para a qual o sistema tem comportamento aceitável.

Na fig. 3-5 estão representadas algumas circunferências M e N, nomeadamente as que correspondem a amplificações de 1,3 e 0,6 e ao esfasamento de  $-30^\circ$ , valores estes que consideraremos como limites admissíveis para estas grandezas.

Perante esta figura é fácil reconhecer que, de facto, se do ponto de vista da estabilidade é geralmente vantajoso diminuir o factor de amplificação, do do rigor do comando convém aumentá-lo pois, quanto o mais o fizermos, maior é o número de pulsações que saem do círculo N correspondente aos  $-30^\circ$ .

De tudo isto resulta que o problema do cálculo de um sistema, no que respeita ao seu comportamento dinâmico, se resume em manejar o diagrama respectivo de maneira a enfiá-lo tanto quanto possível por entre as duas circunferências M tomadas para limite e, dentro disto, amplificar o mais possível para que ele

possa responder bem a perturbações contendo frequências tão altas quanto possível.

Há construções gráficas que auxiliam a sua resolução, mas é compreensível que só por coincidência a forma do diagrama será tal que um simples ajustamento do factor de amplificação conduza a uma solução satisfatória.

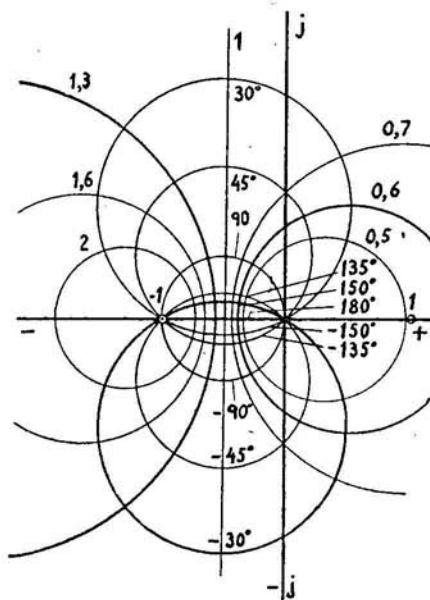


Fig. 3-5 — Famílias de curvas significativas para o diagrama polar

### 3-3-5 — Estabilização por intermédio da função G.

Quando se reconhece ser insuficiente a actuação no valor do factor de amplificação para se conseguir um bom comportamento dinâmico do sistema, há que recorrer à alteração da parte variável com a frequência da função de passagem.

Para se conseguir este efeito já não bastam geralmente as unidades que compõem o sistema; são necessárias outras, ditas de estabilização, correcção ou compensação.

Estas unidades, mecânicas ou eléctricas, são dotadas de funções de passagem tais que, uma vez introduzidas no sistema, provocam a modificação conveniente da função de passagem do conjunto.

A sua montagem pode ser feita em série com as unidades existentes, isto é, recebendo o sinal de uma e transmitindo-o à que se lhe segue; ou em derivação, ou melhor, em realimentação, isto é, formando um ciclo à volta de uma ou mais das unidades existentes no ciclo principal.

No primeiro caso, já vimos que a nova função de passagem será dada pelo produto das funções de passagem primitiva e da unidade de correcção.

No segundo, já assim não acontece, sendo possível demonstrar que a nova função ( $K_m \underline{G}_m$ ) está relacionada com a primitiva ( $K_p \underline{G}_p$ ) e com a de correcção ( $K_c \underline{G}_c$ ) pela seguinte expressão:

$$K_m \underline{G}_m = \frac{K_p \underline{G}_p}{1 + K_c \underline{G}_c \cdot K_p \underline{G}_p} \quad (3-57)$$

O número e a variedade de unidades capazes de introduzirem melhoramentos no comportamento dinâmico dos sistemas são grandes, sendo difícil estabelecer qualquer critério para a respectiva escolha.

Em mais este aspecto do problema geral, só a experiência e o conhecimento de resultados já obtidos podem orientar convenientemente o cálculo de um novo sistema.

Quando neste estão incluídas unidades eléctricas, é na parte eléctrica que geralmente se incluem as unidades de correcção, constituídas principalmente por quadripolos com resistências e impedâncias.

Estas têm por missão provocar avanços ou atrasos aos sinais que transmitem, obtendo-se assim as correcções desejadas.

Quando a estabilização é feita por realimentação, são também elementos deste tipo que se utilizam, desde que a sua interferência se verifique na parte eléctrica do ciclo.

### 3-3-6 — Diagrama inverso de Nyquist

Se bem que menos usado que o diagrama atrás descrito, o diagrama inverso de Nyquist pode servir para o mesmo efeito, sendo possível dele tirar todas as conclusões precisas.



Difere do anterior pelo facto de unir os pontos correspondentes da função  $\frac{1}{KG}$  a cada valor da pulsação, marcados da mesma forma num sistema de eixos complexo.

Uma vantagem que este diagrama apresenta consiste no facto de a família de curvas correspondentes às circunferências M ser também uma família de circunferências mas gozando da propriedade de serem concêntricas, com o centro no ponto  $-1 + 0j$ .

Por outro lado, a família de curvas correspondentes às circunferências N é uma de rectas passando por aquele mesmo ponto.

Isto facilita consideravelmente a consideração de intersecções e tangências.

Depende, porém, do tipo de unidades compensadoras empregadas (em série ou em realimentação) a escolha de um ou outro diagrama para o estudo da estabilização, sendo o inverso de maior utilidade quando se usam unidades compensadoras em realimentação.

### 3-4 — Diagrama de Bode

O método aplicado pelo Dr. H. W. Bode para a análise e cálculo de unidades eléctricas de correntes fracas, especialmente amplificadores de realimentação, baseado no diagrama de escalas logarítmicas e que recebeu o seu nome, foi adoptado para o estudo dos sistemas de comando em ciclo fechado, constituindo um caminho paralelo àquele que emprega o diagrama de Nyquist.

Trata-se, na verdade, de um segundo processo de análise e cálculo destes sistemas que, como é natural, apresenta sobre o primeiro vantagens e inconvenientes, havendo quem prefira utilizar um ou o outro.

As razões apresentadas por Brown e Campbell para a conveniência do estudo deste método afiguram-se-nos realmente interessantes, pelo que não queremos deixar de as resumir.

Segundo aqueles autores, este método adquire vantagem, do ponto de vista da simplicidade, em certas aplicações, pelo facto de permitir a utilização de um pequeno número de gráficos e escantilhões para o traçado de um razoável número de diagramas, sendo estes, por sua vez, caracterizados por uma fácil interpretação.

A complexidade dos gráficos inutiliza por vezes e em parte esta vantagem.

Por outro lado, as curvas a que este método conduz apresentam porções rectilíneas ou, pelo menos, assintóticas em relação a rectas, o que muito simplifica o seu traçado.

Por vezes, a natureza do problema vem dar maior facilidade à aplicação de um ou outro método, motivo pelo qual convém conhecer ambos.

Acontece mesmo que em certos casos há conveniência na aplicação dos dois métodos, resolvendo cada um parte do mesmo problema, especialmente quando os dados ou as características conhecidas são obtidas, em parte, por meio de cálculos e noutra por meio de medidas.

Dizem, finalmente, que o bom conhecimento de ambos permite a rápida apreciação da literatura sobre o assunto.

#### 3-4-1 — Definições e propriedades

Para a aplicação do método baseado no diagrama de Bode, é necessário relembrar algumas definições e chamar a atenção para uma propriedade da função de passagem.

Assentemos, portanto, nos seguintes pontos:

- Um **decibel** é uma unidade destinada a medir uma grandeza sem dimensões  $A$ , sendo, por definição, igual a vinte vezes o logaritmo decimal de  $A$ .
- Uma **oitava** é o intervalo, numa escala de frequências, entre um dado valor  $e$  o seu dobro.
- Qualquer função de passagem representativa de um sistema linear pode escrever-se de forma a que, além das constantes, só apareçam um ou vários dos seguintes factores:

$$(j\omega)^{\pm 1} \quad (j\omega + 1)^{\pm 1} \quad (-\omega^2 + 2\zeta j\omega + 1)^{\pm 1}$$

#### 3-4-2 — Curvas características da função de passagem em escalas logarítmicas

São duas as curvas que caracterizam uma função de passagem em função da frequência: a da amplitude e a do esfasamento da saída em relação ao sinal actuante.

## 3-4-2-1 — Curva da amplitude

Se os diferentes valores da amplitude forem marcados num sistema de eixos em que, em abcissas, são marcadas as pulsações numa escala logarítmica e, em ordenadas, os valores da função em decibels, verifica-se que existem três tipos básicos de curvas correspondentes aos três tipos de factores atrás indicados.

Como, por outro lado, a função de passagem é igual ao produto de uma constante pela função  $G$  e esta é o produto de maior ou menor número de aqueles factores, resulta que a sua amplitude, marcada numa escala de partes iguais mas medida em decibels, será dada pela soma de termos correspondentes a cada um daqueles factores, por virtude das propriedades da função logarítmica.

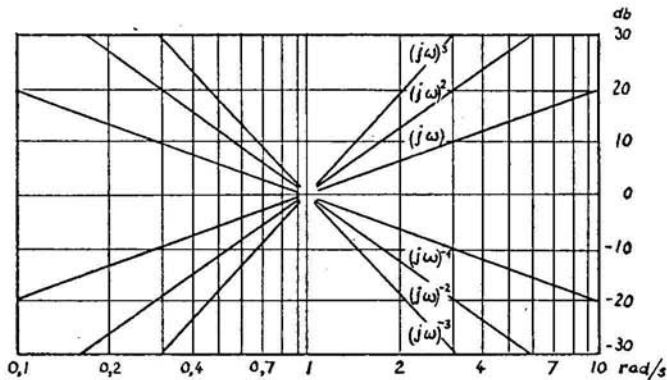


Fig. 3-6 — Curvas de amplitude correspondentes ao factor  $(j\omega)^n$

Como, além disso, o factor de amplificação não depende do valor da pulsação, o seu efeito na curva da amplitude traduz-se apenas por um deslocamento desta no sentido das ordenadas e igual a vinte vezes o logaritmo decimal de aquele factor.

Por este motivo, ao fazer-se o estudo desta curva, é costume esquecer de início a existência do factor de amplificação e apenas o fazer intervir na altura própria.

Vejamos, então, quais os três tipos de curvas fundamentais a considerar :

Se a função de passagem for constituída, na sua parte variável, pelo factor  $j\omega$ , a curva respectiva será rectilínea, partindo de 0db à pulsação unitária e com uma inclinação de 6 db por oitava (Fig. 3-6).

Será ascendente se o factor estiver no numerador da função  $(j\omega)$  e descendente se estiver no denominador  $(j\omega)^{-1}$ .

Se a função de passagem incluir dois destes factores no mesmo termo da fracção, a inclinação alterar-se-á para 12 db/oitava; se incluir três, serão 18 db/oitava; e assim sucessivamente.

Parece-nos dispensável justificar as formas indicadas pelo facto de, para isso, bastar a marcação naquele sistema de eixos de alguns pontos das funções:

$$f_1(\omega) = 20 \log(j\omega) = 20 \log \omega + 20 \log j = 20 \log \omega$$

$$f_2(\omega) = 20 \log(j\omega)^{-1} = 20 \log \omega^{-1} = -20 \log \omega \quad (3-58)$$

$$f_3(\omega) = 20 \log(j\omega)^2 = 20 \log \omega^2 = 40 \log \omega$$

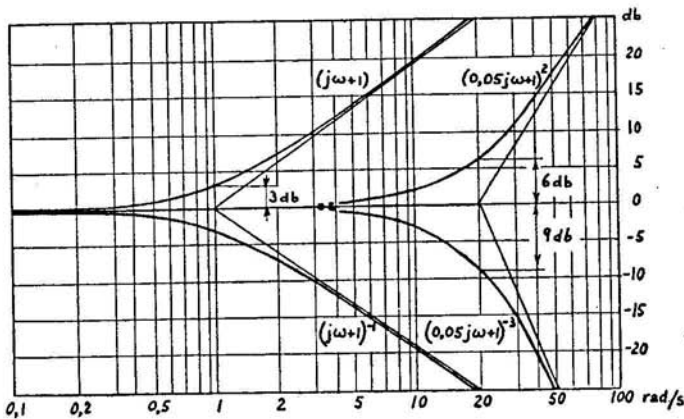


Fig. 3-7 — Curvas de amplitude correspondentes aos factores  $(j\tau\omega + 1)^n$

Ao factor  $(j\omega + 1)^{\pm 1}$  correspondem curvas com o aspecto indicado na fig. 3-7, as quais tendem assintoticamente para duas rectas: uma paralela ao eixo das abcissas, correspondendo às frequências baixas, e a outra inclinada, correspondendo às frequências altas.

Com efeito, para valores de  $\omega$  muito próximos de zero, vem:

$$f_4(\omega) = 20 \log(j\omega + 1) \approx 20 \log 1 = 0 \quad (3-59)$$

e, para valores elevados de  $\omega$ :

$$f_5(\omega) = 20 \log(j\omega + 1) \approx 20 \log \omega \quad (3-60)$$

donde se conclui que a curva respectiva partirá assintoticamente da ordenada correspondente a 0 db e irá terminar também assintoticamente numa recta com a inclinação de 6 db/oitava passando pelo ponto (0 db, 1 rad/s).

Para se traçar a verdadeira curva basta determinar alguns pontos da zona correspondente ao cotovelo, onde ela se afasta mais das rectas.

Por exemplo, para a pulsação unitária, o valor da função, será :

$$20 \log (j + 1) = 20 \log \sqrt{2} \cong 3 \text{ db} \quad (3-61)$$

o que significa que a curva passará afastada 3 db do ponto de encontro das duas assíntotas.

Até aqui imaginamos que  $\omega$  era, de facto, a pulsação do sinal em radianos por segundo; pode, porém, ter havido necessidade de alterar a escala das pulsações e, nesse caso, na função, estas virão multiplicadas por uma constante, o que sucede com frequência.

Nesta altura aquele factor virá um pouco modificado, devendo escrever-se  $(j\tau\omega + 1)$ .

O efeito da multiplicação da pulsação por uma constante traduz-se por uma deslocação do cotovelo da curva que passa do ponto correspondente à pulsação unitária para o ponto correspondente à pulsação  $\frac{1}{\tau}$ , como é fácil prever.

Ao valor da pulsação para o qual se verifica o cotovelo da curva, isto é, àquele valor a que se produz o encontro das duas assíntotas costuma dar-se o nome de **pulsação crítica** ou de cotovelo da função considerada.

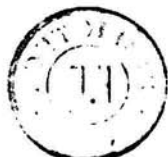
O aparecimento de duas destas funções, dotadas de igual coeficiente, na expressão da função  $G$  produziria o aumento de inclinação da assíntota das altas pulsações para 12 db/oitava.

Se tivessem coeficientes diferentes, a curva resultante teria dois cotovelos, um a cada frequência crítica, tomando a inclinação de 6 db/oitava ao passar o primeiro e 12 db/oitava ao passar o segundo e ficando com o aspecto exemplificado na fig. 3-8.

O terceiro tipo de curvas corresponde ao factor

$$(-\omega^2 + 2j\omega\zeta + 1)^{\pm 1},$$

A presença do parâmetro  $\zeta$  acarreta para a representação da função que contém este factor a possibilidade de diferentes formas, constituindo portanto uma família de curvas.



Têm elas de comum o facto de partirem do valor  $0\text{db}$ , correspondente à pulsação nula, e de tomarem uma inclinação correspondente a  $12\text{ db/oitava}$  para valores muito altos da pulsação.

Não há, porém, possibilidade de traçar estas curvas a partir de assíntotas, pelo facto de tomarem orientações diferentes, dependentes do valor de  $\zeta$ .

Para se proceder ao seu traçado será forçoso recorrer à determinação de pontos em número suficiente ou, então, à comparação com curvas correspondentes ao mesmo valor de  $\zeta$  representadas noutros trabalhos, visto que, na verdade, a sua forma depende apenas do valor deste parâmetro.

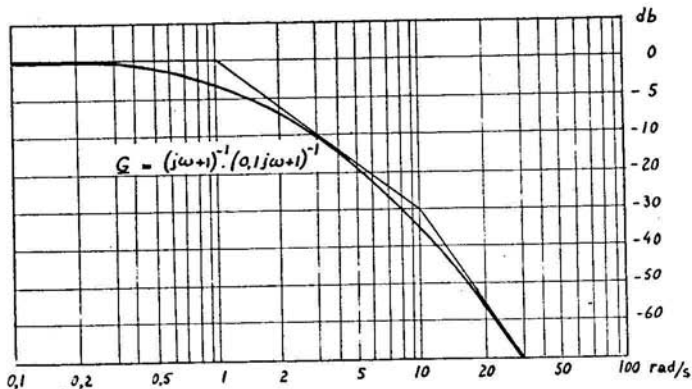


Fig. 3-8 — Curva de amplitude da função  $G = \frac{1}{(j\omega + 1)(j\tau\omega + 1)}$

Se a função  $G$  contiver vários dos factores acima indicados, a sua representação obtém-se simplesmente pela soma algébrica do valor das ordenadas das diferentes curvas, para cada valor da pulsação.

#### 3-4-2-2 — Curva do esfasamento da saída em relação ao sinal actuante

As curvas representativas do esfasamento em função da pulsação, de cada um dos factores em que pode ser dividida a função de passagem, podem ser obtidas por considerações análogas às que foram tecidas para as de amplitude e com igual simplicidade.

Assim, um factor do tipo  $j\omega$  produz um esfasamento em avanço (neste caso considerado positivo) de  $90^\circ$ , para qualquer valor da frequência.

Da mesma forma, o factor  $(j\omega)^{-1}$  apresentará como curva de esfasamento uma recta paralela ao eixo das pulsações, de ordenada igual a  $-90^\circ$ .

A recta correspondente a  $(j\omega)^2$  acompanhará a ordenada  $180^\circ$  e assim sucessivamente.

Os factores do tipo  $(j\omega + 1)$  já dão lugar a um esfasamento variável de  $0^\circ$ , para uma pulsação nula, até  $90^\circ$ , para uma pulsação muito grande.

No ponto correspondente à pulsação unitária o esfasamento será de  $45^\circ$ .

O expoente do factor dita o valor final do esfasamento e o coeficiente de  $j\omega$  o valor da pulsação para o qual o esfasamento é igual a metade do máximo atingido e que, como se verá, é a pulsação crítica.

Desta forma, se existirem, por exemplo, dois factores deste tipo no denominador da função de passagem:

$$\underline{G} = (j\omega + 1)^{-2} \quad (3-62)$$

a curva terminará com o esfasamento de  $180^\circ$ .

De uma maneira geral, se a função for do tipo:

$$\underline{G} = (j\tau\omega + 1)^n \quad (3-63)$$

a curva terminará com um esfasamento de  $n \cdot 90^\circ$  e, para a pulsação crítica  $\omega = \frac{1}{\tau}$  o esfasamento tomará o valor  $\frac{n \cdot 90^\circ}{2}$ .

Na fig. 3-9 podem ver-se alguns exemplos de curvas de esfasamento.

Como estas curvas ficam apenas definidas por assíntotas nas respectivas extremidades, o seu traçado terá de ser feito pela determinação de pontos ou, então, pelo uso de um escantilhão.

Estes escantilhões têm grande utilidade, pois pode verifi-

car-se que, desde que se usem sempre as mesmas escalas, curvas iguais surgem com grande frequência.

O mesmo já não se poderá dizer com respeito às curvas de esfasamento correspondentes aos factores do tipo  $(-\omega^2 + 2\zeta j\omega + 1)^n$  que, partindo também de  $0^\circ$  e terminando em  $n \cdot 180^\circ$ , seguem contudo trajectos diferentes, dependentes do valor do parâmetro  $\zeta$ .

A curva do esfasamento de uma função de passagem completa, incluindo diversos dos factores indicados, obtém-se pela

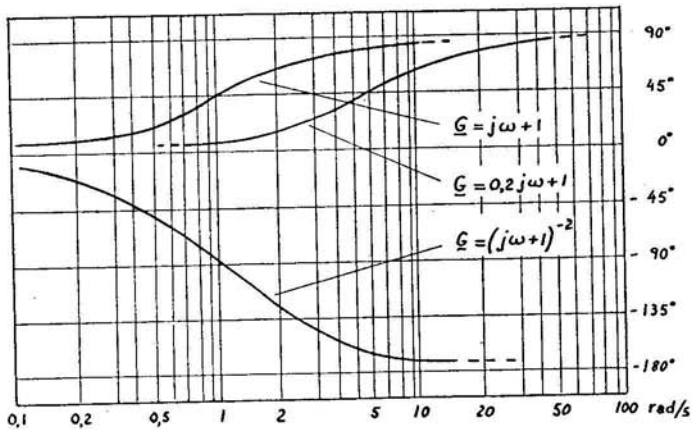


Fig. 3-9 — Exemplos de curvas de esfasamento entre a saída e o sinal actuante de funções de passagem contendo factores do tipo  $(j\tau\omega + 1)^n$

simples soma algébrica dos esfasamentos impostos por cada um deles, para cada valor da frequência.

De tudo isto se conclui que os diagramas de escalas logarítmicas têm particular interesse quando se pretende estudar o comportamento de um sistema de que se conhece a expressão analítica da função de passagem; ao passo que o polar se traça mais facilmente quando se podem realizar medidas sobre as unidades interessadas.

Da forma das curvas de amplitude e esfasamento, tal como no diagrama de Nyquist, se podem tirar conclusões imediatas quanto ao tipo de sistema que representam.



Assim, o número de factores do tipo  $j\omega$  existentes no denominador da função de passagem dá o valor da inclinação da curva de amplitude correspondente aos valores muito baixos da pulsação e esta inclinação é, por esse facto, medida do número de integrações envolvidas no sistema.

Desta forma, um servo-mecanismo com erro de posição nulo deverá apresentar uma curva de amplitude com a inclinação de -6 db/oitava na zona correspondente às mais baixas pulsações.

Por outro lado, o valor do esfasamento máximo dá-nos, se bem que com algumas reservas, o grau da equação característica do sistema e, portanto, o número de armazenamentos de energia nele contidos.

### 3-4-3 — Critério de estabilidade

O critério usado para reconhecer o comportamento de um sistema é aqui, como não podia deixar de ser, o mesmo que se indicou para o caso do diagrama polar.

Pretende-se que a amplificação do sistema não ultrapasse um valor máximo compreendido entre 1,2 e 1,6, geralmente 1,3, e que valores da amplificação inferiores a 0,6 e do esfasamento entre a saída e o sinal director superiores a  $-30^\circ$  sejam atingidos para valores da pulsação tão altos quanto possível.

No caso do diagrama de Nyquist utiliza-se o traçado de duas famílias de curvas, correspondentes a valores constantes da amplitude (M) e do esfasamento entre a saída e o sinal director (N) que, por sobreposição com o diagrama, nos dão a necessária informação por meio de tangências e intersecções.

No método das escalas logarítmicas também se devem traçar as duas famílias de curvas correspondentes mas, desta vez, sobre um novo sistema de eixos, isto é, num sistema tendo em abcissas o esfasamento da função de passagem e, em ordenadas, a amplitude em decibels.

Neste mesmo sistema deverá traçar-se o diagrama característico do sistema, por transposição dos resultados finais obtidos na ocasião do traçado das curvas de amplitude e esfasamento.

As curvas que constituem as duas famílias não são, neste caso, tão simples como no do diagrama polar, podendo ver-se o respectivo aspecto bem como a maneira como são determinadas,

por exemplo, no livro «Theory of Servo-mechanisms» de James, Nichols e Phillips.

Da posição relativa entre estas curvas e a que corresponde à função de passagem, resulta o comportamento dinâmico do sistema quando fechado o ciclo, o que pode ser interpretado também aqui por meio de tangências e intersecções.

Note-se que as curvas que marcam o limite conveniente para a amplificação são agora, por exemplo, as de 2,28 db e 4,5 db, visto que:

$$2,28 \text{ db} = 20 \log 1,3 \quad (2-64)$$

e:

$$4,5 \text{ db} = 20 \log 0,6 \quad (3-65)$$

#### 3-4-4 — Estabilização dos sistemas

Tal como no caso do diagrama polar, temos aqui dois processos de melhorar a posição da curva característica do sistema: por modificação do factor de amplificação ou pela da função  $G$ , conseguida pela introdução de unidades estabilizadoras ou compensadoras no ciclo.

No diagrama de Bode, a actuação no valor do factor  $K$  dá lugar a um efeito muito simples pois apenas vai deslocar a curva característica numa direcção paralela ao eixo das amplitudes de um comprimento igual a  $20 \log K$ .

Quando se introduzem novas unidades já é, então, necessário corrigir a forma da curva característica, de acordo com a função de passagem da nova unidade.

#### 4 — Conclusão

No capítulo que aqui se conclui procuramos oferecer um aspecto de conjunto dos processos utilizados para o cálculo dos sistemas de comando em ciclo fechado ou, por outras palavras, da ferramenta ao nosso dispor para esse efeito, sem descermos a pormenores que nos desviaríamos deste objectivo.

No capítulo anterior tínhamos visto, de relance, algum do material a que é possível recorrer.

O respectivo conjunto parece-nos constituir, com efeito, a base indispensável para quem pretenda conhecer este assunto.

Partindo desta base, são muitos os problemas que é necessário defrontar para o seu perfeito conhecimento, dos quais não

queremos deixar de referir; o da determinação da forma das funções de passagem das diferentes unidades e do cálculo ou medida dos coeficientes nela envolvidos; o da determinação da forma das curvas correspondentes à resposta transitória a partir do conhecimento da resposta sinusoidal; o dos sistemas sujeitos a perturbações múltiplas; o dos sistemas de ciclos múltiplos; o da não linearidade e descontinuidade das funções; e, finalmente, os que dizem respeito a cada unidade de per si.

## BIBLIOGRAFIA

- AHRENDT, W. R. e J. F. TAPLIN: «Automatic Feedback Control» — McGraw-Hill Book Company, Inc. 1951.
- BROWN, G. S. e D. P. CAMPBELL: «Principles of Servomechanisms» — John Wiley & Sons, Inc. 1948.
- JAMES, H. M., N. B. NICHOLS e R. S. PHILLIPS: «Theory of Servomechanisms» — McGraw-Hill Book Company, Inc. 1947.
- LAUER, H., R. LESNICK e L. E. MATSON: «Servomechanism Fundamentals» — McGraw-Hill Book Company, Inc. 1947.
- BRAGA, DR. CARLOS A. C.: «Estudo físico dos mutadores de vapor de mercúrio» — Imprensa Moderna, Ltd. 1950.
- CAJE, J. M.: «Theory and Application of Industrial Electronics» — McGraw-Hill Book Company, Inc. 1951.
- CHUTE, G. M.: «Electronic Motor and Welder Controls» — McGraw-Hill Book Company, Inc. 1951.
- COCKRELL, W. D.: «Industrial Electronic Control» — McGraw-Hill Book Company, Inc. 1950.
- NADAI, C. e J. NOEL: «Le controle électronique des moteurs» — Dunod. 1948.
- SHOULTS, D. R., C. J. RIFE e T. C. JOHNSON: «Electric Motors in Industry» — John Wiley & Sons, Inc. 1942.
- ADKINS, B.: «Amplidyne Regulating Systems»: — Journal of the Institution of Electrical Engineers. Part I, N.º 83, Nov. 1947.
- BELL, J.: «Data Transmission Systems» — J. I. E. E., Part I, N.º 83, Nov. 1947.
- BENTALL, A. A. L.: «The Metadyne Generator in the Service of Industry» — Metropolitan Vickers Gazette — Abril-Maio 1949.
- BROADHURST, J. W., T. C. BRODRICK e A. W. FOSTER: «Automatic control in the chemical industry» — J. I. E. E., Part I, N.º 83, Nov. 1947.

- EVANS, O. T. e P. H. HARVEY: «Automatic mine winding practice» — Metropolitan Vickers Gazette — Março 1952.
- FORSTER, E. W. e L. C. LUDBROOK: «Some industrial electronic servo and regulator systems» — J. I. E. E., Part I, N.º 83, Nov. 1947.
- GHALIB, S. A.: «Electronic Control of Machine Tools» — Metropolitan Vickers Gazette — Julho-Agosto 1950.
- HÖLTERS, F.: «Stromrichteranlagen zur Speisung motorischer Antriebe» — AEG Mitteilungen — Setembro-Outubro 1951.
- KINKEL, H.: «Die Verstärkermaschine Amplidyne» — AEG Mitteilungen — Março-Abril 1952.
- LAMPERT, W. E. C.: «Naval applications of electrical remote-positional controllers» — J. I. E. E., Part I, N.º 83, Nov. 1947.
- LUNDAHL, W. N.: «Medição de espessuras sem contacto» — O Engenheiro Westinghouse — Fevereiro 1949.
- LYNN, C.: «Sistemas de excitação para geradores a turbina» — O Engenheiro Westinghouse — Agosto 1948.
- LYNN, C. e C. E. VALENTINE: «Excitação de geradores com o Rototrol» — O Engenheiro Westinghouse — Junho 1949.
- MARTENS, J. e H. R. EGGERS: «Induktive Längengeber» — AEG Mitteilungen — Março-Abril 1952.
- McCLURE, F. N.: «O amplificador magnético na indústria» — O Engenheiro Westinghouse — Agosto 1951.
- McCLURE, F. N.: «Amplificação por magnetização» — O Engenheiro Westinghouse — Abril 1950.
- MEYER, W.: «Stromrichtersteuerungen für Werkzeugmaschinen» — AEG Mitteilungen — Setembro-Outubro 1951.
- OPLINGER, K. A.: «O giroscópio e suas aplicações» — O Engenheiro Westinghouse — Abril 1949.
- ROHDE, W.: «Das Thyatron» — «Das Ignitron» — AEG Mitteilungen — Setembro-Outubro 1951.
- TATNALL, F. G. e C. H. GIBBONS: «Static and dynamic testing of structures» — The Baldwin Locomotive Works — Bulletin 225.

# ÍNDICE

## CAPÍTULO I

### Generalidades e definições

	PÁGS.
1 — Definição de um sistema de comando em ciclo fechado . . . . .	1
2 — Grandezas a considerar num sistema . . . . .	1
2-1 — Sistema de comando em ciclo aberto . . . . .	1
2-2 — Reguladores . . . . .	3
3 — Tipos de regulação . . . . .	7
4 — Servo-mecanismos . . . . .	8
5 — Sistemas envolvendo mais que uma integração . . . . .	10
6 — Sistemas reais . . . . .	11
7 — Conclusão . . . . .	12

## CAPÍTULO II

### Equipamento disponível

1 — Unidades medidoras . . . . .	13
1- 1 — Velocidade de rotação . . . . .	14
1- 2 — Posição segundo uma direcção . . . . .	14
1- 3 — Espessura . . . . .	16
1- 4 — Posição angular relativa de dois veios . . . . .	17
1- 5 — Posição relativa de dois eixos no espaço . . . . .	24
1- 6 — Luz . . . . .	25
1- 7 — Temperatura . . . . .	27
1- 8 — Humidade . . . . .	29
1- 9 — Humidade atmosférica . . . . .	29
1-10 — Nível de água . . . . .	30
1-11 — Alongamento . . . . .	31



	PÁGS.
1-12 — Acidez . . . . .	32
1-13 — Caudal de um fluido . . . . .	33
1-14 — Outras grandezas . . . . .	35
2 — Unidades amplificadoras . . . . .	35
2- 1 — Dínamo de excitação independente . . . . .	36
2- 2 — Dínamos especiais . . . . .	38
2- 3 — Amplificadores magnéticos . . . . .	44
2- 4 — Thyratrons . . . . .	50
2- 5 — Mutadores de vapor de mercúrio com comando por grelha . . . . .	59
2- 6 — Mutadores de vapor de mercúrio com indados por ignitores . . . . .	60
2- 7 — Válvulas electrónicas . . . . .	61
2- 8 — Amplificadores de sinal mecânico . . . . .	62
3 — Unidades comparadoras e referências . . . . .	63
4 — Unidades de comando . . . . .	64
4- 1 — Servo-motores eléctricos . . . . .	65
4- 2 — Servo-motores hidráulicos . . . . .	66
4- 3 — Electro-ímans . . . . .	67
4- 4 — Geradores de energia térmica . . . . .	67
4- 5 — Geradores de energia luminosa . . . . .	68
5 — Conclusão . . . . .	68

### CAPÍTULO III

#### Análise e síntese

1 — Comportamento dinâmico dos sistemas. . . . .	71
2 — Estudo analítico dos sistemas. Resposta transitória . . . . .	72
2- 1 — Integração operacional . . . . .	78
2- 2 — Condições de estabilidade . . . . .	80
2- 3 — Conclusão . . . . .	81
3 — Estudo da resposta sinusoidal . . . . .	82
3- 1 — Justificação do método . . . . .	83
3- 2 — Função de passagem . . . . .	85
3- 3 — Diagrama de Nyquist. . . . .	89
3- 4 — Diagrama de Bode . . . . .	98
4 — Conclusão . . . . .	107