

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Projecto Integrado de Máquinas Eléctricas de
Indução/Conversores Estáticos de Potência

Henrique Nuno Baptista Gonçalves

Mestre em Engenharia Electrotécnica e de Computadores pela Faculdade de
Engenharia da Universidade do Porto

Dissertação Submetida para satisfação dos requisitos do grau de
Doutor em Engenharia Electrotécnica e de Computadores

Dissertação realizada sob a orientação do Professor Doutor Adriano da Silva Carvalho
e do Professor Doutor Armando Luís Sousa Araújo,
do Departamento de Engenharia Electrotécnica e de Computadores
da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

Porto, 2 de Janeiro de 2006

À minha avó Aurora

Agradecimentos

Escrevo esta página para agradecer o apoio que recebi a vários níveis, de pessoas e instituições, que não posso deixar de mencionar. Deste modo, desejo expressar os meus sinceros agradecimentos:

- Aos meus Pais, não só na realização desta dissertação mas pelo apoio que sempre me têm dado ao longo da minha vida;
- Aos meus orientadores, Professor Doutor Adriano da Silva Carvalho e Professor Doutor Armando Luís Sousa Araújo, pela confiança que têm depositado em mim, pelo empenho que colocaram na obtenção das condições que possibilitaram a realização desta dissertação e pelo total apoio manifestado;
- Ao Eng. Luís Araújo, na qualidade de representante da WEGeuro, pela colaboração e disponibilização de dados que levaram ao melhor desenvolvimento desta dissertação;
- Ao Instituto Politécnico de Bragança, ao FSE e Ministério da Educação - PRODEPIII, pelo apoio financeiro;
- À FEUP e ao Instituto de Sistemas e Robótica do Porto, pela disponibilização de instalações e equipamentos;
- Ao Orlando Soares pela amizade, pelo companheirismo e apoio sempre presentes nesta jornada conjunta;
- Aos meus colegas de investigação, pelo excelente ambiente de trabalho e camaradagem, sempre dispostos a discutir ideias, em especial ao Nuno Silva, pela ajuda, disponibilidade e material cedido;
- A todos os meus amigos, cujo apoio e incentivo me ajudaram a superar os momentos de menor estímulo e motivação, e sem os quais tudo seria mais difícil.



Resumo

A utilização de sistemas de accionamento a velocidade variável com máquinas de indução é hoje em dia uma prática comum da indústria. Com uma aplicação crescente estes sistemas têm vindo a ser utilizados também no domínio da produção de energia eléctrica. São chave para o sucesso, o baixo custo, a construção simples e robusta, a elevada fiabilidade, a reduzida manutenção e os elevados rendimentos conseguidos com as actuais técnicas de controlo.

O desempenho da máquina de indução é diferente quando a tensão de alimentação é gerada por um conversor ou quando é proveniente da rede eléctrica. Contudo, não estão em causa limitações tecnológicas mas sim limitações impostas por uma construção estandardizada, para uso genérico a tensão e frequência constantes.

Para uma mais eficiente utilização, e em resposta aos novos requisitos, será necessária uma construção da máquina não estandardizada. Com um projecto para aplicações de velocidade variável as limitações impostas à máquina pelo projecto standard podem ser ultrapassadas.

Uma análise separada dos elementos constituintes do sistema de accionamento não garante uma boa optimização. O sucesso está na compreensão colectiva dos diferentes elementos no que diz respeito ao dimensionamento, aplicação e integração no sistema. Os sistemas tradicionais de projecto não são capazes de satisfazer este requisito revelando-se necessária uma metodologia de análise integrada de todo o sistema.

A metodologia proposta nesta dissertação combina o projecto do conversor de potência a operar com condições de funcionamento reais com o projecto de elementos finitos da máquina, de forma a optimizar a máquina e o funcionamento global do sistema.

A operação do conversor de potência baseia-se em modelos de semicondutores controlados por técnicas de modulação de largura de impulso (PWM), sinusoidais e vectoriais. As tensões assim geradas são usadas para alimentar a máquina na simulação por elementos finitos.

Esta metodologia é aplicada na análise de desempenho de algumas máquinas de indução. São analisados dois tipos de alimentação: directamente da rede eléctrica e a partir do conversor. Consegue-se assim: confirmar a necessidade de projectar a máquina de indução de forma não estandardizada; identificar e tratar problemas associados aos gradientes de tensão, cabos de alimentação e perdas, em especial as perdas no ferro, o que em muito ajudará a optimização de máquinas para este tipo de aplicações.

Abstract

Induction machines and the adjustable speed applications are a well-established reality of today's industry. In a growing domain, adjustable speed is being utilized not only for industrial processes but for energy generation as well. The low cost, simple and robust construction, high reliability, reduced maintenance and excellent performances, achieved with actual control technologies, made of induction machine the right choice.

The performance of the induction machine is different either it is fed by a static power converter or it is fed directly from the grid. Surely, there are not technological limitations, but imposed limitations of a standard construction, for generic use at constant voltage and frequency.

To satisfy these application demands well-defined nonstandard machines are required. In a specific design for adjustable speed applications the constraints imposed on the machine by standard design can be overcome.

A component approach does not allow an optimal solution. The success is a function of the collective understanding of the various elements concerning specification, design, application, and integration of the system. Traditional design methodologies are not able to satisfy these new application demands what implies to establish a new integrated methodology based on integrating simultaneous analysis of the whole system.

The proposed methodology in this thesis combines the design of the power converter operating within real electrical conditions with the finite element design of the machine, in order to optimize machine and overall operation.

The operation of the power converter uses power semiconductors models controlled by pulse width modulation (PWM) schemes, sinusoidal and vectorial ones. These voltage sources are processed as supply for the electrical machine in the finite element environment.

This methodology is applied in the performance analysis of several induction machines. They are analyzed for two feeding types: directly from the electric network and from the converter. This way it is possible: to confirm the demand of a nonstandard design of the induction machine; to identify and to deal with problems like voltage gradients, feeder cable and machine losses, in special steel losses, that are of major importance in the machine optimization for this type of applications.

Resumé

Les machines d'induction et les applications de vitesse réglable sont une réalité bien établie d'industrie d'aujourd'hui. Dans un domaine croissant, la vitesse réglable est aussi bien utilisée non seulement pour des processus industriels mais pour la production d'énergie. Le prix réduit, la construction simple et robuste, la fiabilité élevée, la manutention réduite et les excellentes performances, réalisés avec des actuels technologies de commande, faites de machine d'induction le meilleur choix.

La performance du moteur à induction est différente ou il est alimentée par un convertisseur statique de puissance ou elle est alimentée directement de la réseau électrique. Sûrement, il n'y a pas des limitations technologiques, mais des limitations imposées d'une construction standard, pour l'usage générique à la tension et à la fréquence constantes. Pour satisfaire ces demandes d'application il sont nécessaires nonstandard machines. Dans une conception spécifique pour des applications de vitesse réglables les contraintes imposées à la machine par conception standard peuvent être surmontées.

Une analyse distincte des éléments constitutifs du système ne permet pas une solution optimale. Le succès est une fonction de l'arrangement collectif des divers éléments au sujet des spécifications, de la conception, de l'application, et de l'intégration du système. Les méthodologies de conception traditionnelles ne peuvent pas satisfaire ces demandes de nouvelle application ce qui implique pour établir une nouvelle méthodologie intégrée, basée sur intégrer l'analyse simultanée du système entier.

La méthodologie proposée dans cette thèse combine la conception du convertisseur dans conditions de fonctionnement vraies, avec la conception d'élément finis de la machine, afin d'optimiser la machine et l'opération globale.

Le fonctionnement du convertisseur de puissance emploie des modèles de semi-conducteurs de puissance contrôlés avec techniques de modulation de largeur de pouls (PWM), sinusoidales et vectorielles. Cette sources de tension sont traitée comme approvisionnement de la machine électrique dans l'environnement d'élément finis. Cette méthodologie est appliquée dans l'analyse de la performance de plusieurs machines d'induction pour deux types d'alimentation: directement du réseau électrique et du convertisseur. De cette façon c'est possible: confirmer la demande d'une conception nonstandard de la machine d'induction; identifier et traiter des problèmes comme les gradients de tension, le câble d'alimentation et les pertes de machine, dans les pertes en acier spécialement, qui sont d'importance majeure dans l'optimisation de

machine pour ce type d'applications.

Conteúdo

Resumo	iii
Abstract	v
Resumé	vii
1 Introdução	1
1.1 Motivação	3
1.2 Objectivos e Contribuições	4
1.3 Organização do Documento	5
2 Sistemas Electromecânicos de Velocidade Variável	7
2.1 Breve revisão histórica	8
2.2 Máquinas eléctricas utilizadas	10
2.2.1 Máquina de Corrente Contínua	10
2.2.2 Máquina de Indução	13
2.2.3 Máquina Síncrona	18
2.2.4 Máquina Síncrona de Ímanes Permanentes	20
2.2.5 Máquina Síncrona de Relutância	21
2.3 Conversores eléctricos	23
2.3.1 Conversores DC-DC	23
2.3.2 Conversores AC-DC	24
2.3.3 Conversores AC-DC-AC	25
2.3.4 Conversores AC-AC	27
2.4 Conclusões	28
3 Conversores para o Accionamento de Máquinas de Indução Trifásicas	29
3.1 Introdução	30
3.2 Rectificadores trifásicos	35
3.2.1 Rectificador trifásico não controlado, baseado em díodos	35
3.2.2 Rectificador trifásico controlado, baseado em tirístores	37
3.2.3 Rectificador trifásico pulsado tipo fonte de corrente . .	39
3.2.4 Rectificador trifásico pulsado tipo fonte de tensão . . .	40
3.3 Inversores trifásicos	41
3.3.1 Inversor de tensão em onda quadrada	44
3.3.2 Inversor de Corrente	47

3.4	Técnicas de modulação de largura de impulsos	49
3.4.1	Modulação sinusoidal baseada em portadora	50
3.4.2	Modulação sinusoidal digital	52
3.4.3	Modulação vectorial	54
3.5	Conclusões	58
4	Projecto de Máquinas Eléctricas Trifásicas de Indução	59
4.1	Introdução	60
4.2	Método clássico	65
4.2.1	Dimensionamento	65
4.2.2	Enrolamentos	71
4.3	Método dos elementos finitos	79
4.3.1	Conceitos fundamentais	80
4.3.2	O MEF e o estudo das máquinas eléctricas	89
4.4	Conclusões	116
5	Projecto Integrado	119
5.1	Introdução	120
5.2	Metodologia	123
5.2.1	Conversor estático de potência	123
5.2.2	Cabos	129
5.2.3	Máquina de indução	133
5.3	Conclusões	148
6	Conclusões	151
6.1	Desenvolvimentos Futuros	154
	Bibliografia	155

Lista de Figuras

2.1	Corte esquemático de uma máquina de corrente contínua. . . .	11
2.2	Características de um motor de excitação em derivação. . . .	12
2.3	Corte esquemático de uma máquina de indução.	14
2.4	Esquema equivalente da máquina de indução em regime per- manente.	15
2.5	Curvas características da máquina de indução.	16
2.6	Ajuste de velocidade por variação de tensão de alimentação. .	17
2.7	Ajuste de velocidade por variação de resistência rotórica. . . .	17
2.8	Corte esquemático de uma máquina síncrona (pólos salientes). .	18
2.9	Corte esquemático de uma máquina de ímanes permanentes. .	20
2.10	Corte esquemático de uma máquina síncrona de relutância. . .	22
2.11	Esquemas das montagens DC-DC.	23
2.12	Ponte de rectificação com 6 tiristores.	24
2.13	Conversor com circuito intermediário em corrente.	25
2.14	Sistema de Recuperação de Energia Rotórica	26
2.15	Conversor com circuito intermediário em tensão.	27
3.1	Topologias típicas de conversores estáticos de potência.	33
3.2	Rectificador trifásico não controlado, baseado em díodos. . . .	35
3.3	Tensões e correntes na entrada e saída do rectificador a díodos - carga resistiva.	36
3.4	Rectificador trifásico controlado, baseado em tiristores.	37
3.5	Tensões e correntes na entrada e saída do rectificador a tirís- tores - carga resistiva.	38
3.6	Rectificador trifásico pulsado, tipo fonte de corrente.	39
3.7	Rectificador trifásico pulsado, tipo fonte de tensão.	40
3.8	Inversor meia-ponte.	43
3.9	Inversor trifásico em ponte.	44
3.10	Sinais de comando de 180°.	45
3.11	Tensão composta e simples com comando de 180°.	45
3.12	Sinais de comando de 120°.	46
3.13	Tensão composta e simples com comando de 120°.	47
3.14	Inversor de corrente trifásico.	47
3.15	Correntes de saída de um inversor de corrente trifásico.	48
3.16	Modulação por largura de impulsos baseada em portadora. . .	51
3.17	Representação de um sinal amostrado.	53
3.18	Modulação por largura de impulsos digital.	54

3.19	Vectores de comutação de um conversor trifásico.	55
3.20	Síntese do vector de tensão pretendido.	56
3.21	Exemplo de aplicação dos vectores de comutação ao longo de um período de modulação utilizando SVPWM.	57
3.22	Limites de modulação - modulação vectorial.	57
4.1	Corte transversal de uma máquina de indução.	61
4.2	Corte longitudinal de uma máquina de indução.	61
4.3	Geometria de ranhuras do estator e do rotor quando bobinado.	62
4.4	Geometria de ranhuras do rotor de gaiola.	62
4.5	Geometria de ranhuras do rotor para baixas correntes de ar- ranque.	63
4.6	K_f e α_i função da saturação nos dentes.	67
4.7	C_0 função de S_g para diferentes p_1	68
4.8	Tipos de Enrolamentos: a)imbricados; b) ondulados.	73
4.9	Enrolamento de uma camada a) e de duas camadas b).	73
4.10	Diagrama fasorial das forças electromotrizes de um enrola- mento de uma camada.	75
4.11	Exemplo de divisão de um domínio bidimensional.	81
4.12	Divisão de regiões triangulares e quadrilaterais em elementos triangulares.	82
4.13	Largura de banda de um sistema de equações (c são valores não nulos).	83
4.14	Dois exemplos de numeração de nós para um domínio bidi- mensional.	83
4.15	O elemento uni-dimensional simples.	85
4.16	O elemento bidimensional simples.	86
4.17	Variáveis nodais vectoriais em elementos simples.	87
4.18	Condição de fronteira de Dirichlet homogénea.	93
4.19	Fluxo (por unidade de comprimento) entre dois pontos.	94
4.20	Família de Curvas de histerese e curva de magnetização nor- malizada.	95
4.21	Placa semi-infinita.	96
4.22	Região de elementos finitos alimentada em tensão.	99
4.23	Perdas por correntes induzidas em condutores rectangulares.	101
4.24	Circuito ilustrativo do calculo de indutância.	103
4.25	Simulação com rotor travado.	107
4.26	Simulação à velocidade nominal.	108
4.27	Ligação em série de barras condutoras.	111
4.28	Ligação em paralelo de bobines.	111
5.1	Modelo do conversor implementado no ambiente de simulação <i>SaberDesigner</i>	124
5.2	SV-PWM com carga resistiva. Impulsos de comando, tensão e corrente numa fase.	125
5.3	SV-PWM. Tensão composta e respectivo espectro de frequências.	126

5.4	SV-PWM com carga indutiva. Impulsos de comando, tensão e corrente numa fase.	126
5.5	Curva de velocidade e corrente de uma máquina de indução com alimentação sinusoidal.	127
5.6	Curva de velocidade e corrente de uma máquina de indução com alimentação SV-PWM.	127
5.7	Tensão e corrente em regime permanente de uma máquina de indução com alimentação SV-PWM.	128
5.8	Espectro de frequências da tensão e corrente numa fase em regime permanente de uma máquina de indução com alimentação SV-PWM.	128
5.9	Modelo em π de um cabo eléctrico.	130
5.10	Tensão de entrada e saída de um cabo eléctrico alimentado com um pulso de tensão.	130
5.11	Tensão à saída e à entrada de um cabo eléctrico alimentado por uma tensão PWM.	131
5.12	Tensão à saída e à entrada de um cabo eléctrico alimentado por uma tensão PWM.	131
5.13	Filtro RC para redução de sobre-tensões.	132
5.14	Tensão de saída e entrada de um cabo eléctrico alimentado com um pulso de tensão e filtro RC na saída.	132
5.15	Filtro RLC para redução de sobre-tensões.	133
5.16	Tensão de entrada e saída de um cabo eléctrico alimentado com um pulso de tensão e filtro RLC na entrada.	133
5.17	Representação de um pólo de uma máquina de indução de 4kW.	134
5.18	Velocidade e binário com alimentação sinusoidal.	135
5.19	Tensão e corrente no estator de arranque com alimentação sinusoidal.	136
5.20	Corrente no estator com alimentação sinusoidal em regime permanente.	136
5.21	Velocidade e binário com alimentação em onda quadrada.	137
5.22	Tensão e corrente do estator no arranque com alimentação em onda quadrada.	138
5.23	Corrente no estator em regime permanente com alimentação em onda quadrada.	138
5.24	Potência de perdas no ferro do estator num ciclo da tensão de alimentação: sinusoidal e onda quadrada.	140
5.25	Potência de perdas no ferro do rotor num ciclo da tensão de alimentação: sinusoidal e onda quadrada.	140
5.26	Linhas de fluxo para alimentação sinusoidal.	141
5.27	Linhas de fluxo para alimentação do inversor PWM.	141
5.28	Corrente no estator e binário em regime permanente ($W_r = 709rpm$ e $T = T_n$), alimentação sinusoidal.	141
5.29	Tensão PWM e binário em regime permanente ($W_r = 709rpm$ e $T = T_n$).	142
5.30	Corrente do estator em regime permanente ($W_r = 709rpm$ e $T = T_n$), alimentação PWM.	142

5.31	Potência de perdas no ferro do estator num ciclo da tensão de alimentação: sinusoidal e PWM $1kHz$ (máquina $4kW$).	143
5.32	Potência de perdas no ferro do rotor num ciclo da tensão de alimentação: sinusoidal e PWM $1kHz$ (máquina $4kW$).	143
5.33	Representação de um pólo de uma máquina de indução de $145kW$	144
5.34	Velocidade, binário, corrente no estator e corrente no rotor durante o arranque com alimentação sinusoidal.	145
5.35	Corrente do estator e binário em regime permanente ($Wr = 1488rpm$ e $T = Tn$), alimentação sinusoidal.	146
5.36	Tensão PWM e binário em regime permanente ($Wr = 1488rpm$ e $T = Tn$).	146
5.37	Corrente no estator em regime permanente ($Wr = 1488rpm$ e $T = Tn$), alimentação PWM.	147
5.38	Potência de perdas no ferro do estator num ciclo da tensão de alimentação: sinusoidal e PWM $1kHz$ (máquina $145kW$).	147
5.39	Potência de perdas no ferro do rotor num ciclo da tensão de alimentação: sinusoidal e PWM $1kHz$ (máquina $145kW$).	148

Capítulo 1

Introdução

As áreas da electrónica de potência e dos sistemas electromecânicos de velocidade variável cresceram nos últimos anos e estão a afirmar-se como áreas importantes dentro da engenharia electrotécnica. A electrónica de potência trata da conversão e controlo de potência eléctrica em diferentes aplicações, tais como fontes de tensão/corrente reguladas (de corrente contínua e de corrente alternada), controlo de aquecimento e iluminação, soldadura, aquecimento por indução, filtragem activa de harmónicos, accionamento de máquinas eléctricas, etc...

O accionamento de máquinas eléctricas (por vezes designado de controlo de movimento) é uma área da electrónica de potência particularmente fascinante pela diversidade de aplicações, nomeadamente, máquinas ferramenta e robôs, bombas e ventiladores, transportadores, veículos eléctricos, etc... Com a presente taxa de automatização industrial é de esperar um grande crescimento na aplicação destes sistemas.

Preocupações ambientais levaram, mais recentemente, ao crescimento relevante de duas áreas de aplicação: a eficiência energética e a produção de energia eléctrica. Estima-se que cerca de 10 a 15% da energia eléctrica produzida possa ser poupada pela aplicação da electrónica de potência em sistemas de velocidade variável, balastros, entre outros. O domínio da produção de energia eléctrica em sistemas de média/elevada potência tem vindo a sofrer um incremento significativo, devido nomeadamente à aposta definitiva na produção baseada em fontes de energia renovável.

De entre as diversas fontes de energia renovável ressalta a importância relativa da energia eólica essencialmente por duas razões: a quantidade e o aproveitamento. A quantidade de energia armazenada nas massas de ar em movimento é elevada e traduz uma recolha importante da quantidade de energia de fonte solar absorvida pela Terra. Acresce que os níveis de potência associados a este armazenamento se mostram também elevados e exploráveis em boas condições de operação. Quanto ao aproveitamento, este tipo de energia baseia-se numa sequência de duas conversões de potência - potência mecânica linear do ar em movimento/potência mecânica rotativa de um veio mecânico e potência mecânica rotativa de um veio mecânico/potência eléctrica fornecida a uma rede eléctrica de distribuição de energia - tecnologicamente implementáveis com boas condições de rendimento.

Nestes contextos a utilização de máquinas eléctricas de indução tem vindo a aumentar significativamente quer no sector industrial quer no sector comercial. O baixo custo, a simples e robusta construção, a elevada fiabilidade, a reduzida manutenção e os níveis de desempenho conseguidos com as actuais tecnologias de controlo tornam a utilização da máquina de indução num elemento de conversão electromecânica muito apeteável. A máquina de indução tem vindo a substituir a máquina de corrente contínua na grande maioria das aplicações industriais. Contudo, o desempenho da máquina de indução é diferente quando esta é alimentada por um conversor estático de potência e quando é alimentada directamente pela tensão da rede. Garandidamente não são limitações tecnológicas mas sim limitações impostas por uma construção estandardizada, para utilização genérica a tensão e frequências constantes.

Quando o desempenho exigido não é elevado a utilização de máquinas de indução standard em aplicações de velocidade variável tem resultados satisfatórios. Mas quando a aplicação requer elevado desempenho é mais apropriada a utilização de máquinas de concepção específica. Em resposta a estas novas exigências do mercado os fabricantes de máquinas eléctricas têm feito um esforço para apresentarem máquinas ainda mais robustas e eficientes. O recurso a novos materiais, a melhoria dos processos construtivos e a optimização do projecto e análise, são medidas necessárias e que têm vindo a ser postas em prática pelos fabricantes.

Os requisitos impostos a uma máquina de indução para aplicações de velocidade variável são tão diversos quantas as aplicações e estão muito para além dos pressupostos de um projecto standard. De entre esses requisitos podem-se destacar:

A Característica de Arranque - A máquina é, tipicamente, acelerada suavemente sendo garantido pelo controlador que o ponto de funcionamento se mantém entre o ponto de binário máximo e o ponto de equilíbrio, pelo que, a corrente assumirá valores próximos da plena carga. Consequentemente, as restrições impostas a um arranque por alimentação directa da rede não se aplicam. O binário e a corrente de arranque deixam de depender do deslizamento para passarem a ser limitados apenas pela capacidade de sobrecarga do controlador.

As Tensões e Correntes de Pico - Os sistemas podem utilizar um controlo em tensão ou em corrente. No controlo em tensão a variável de controlo é a tensão de alimentação que não é sinusoidal. Sendo a corrente função das características da máquina e da tensão aplicada também não é sinusoidal, apresentando por vezes distorções que podem ser prejudiciais à máquina. Quanto maior a impedância da máquina menores os harmónicos de corrente e portanto menor a distorção da corrente. No controlo em corrente o conversor controla a forma de onda da corrente, de forma não sinusoidal. A tensão será definida pelo produto do harmónico de corrente pela impedância da máquina à frequência do harmónico. Assim, neste caso, será preferível que a impedância da máquina

seja baixa para minimizar a amplitude dos harmónicos de tensão.

O Aquecimento da máquina - A temperatura de funcionamento sobe devido ao aumento das perdas da máquina provocadas pelos harmónicos de tensão e corrente de alimentação, que apesar de não contribuírem para um aumento do binário motor aumentam as perdas no ferro e no cobre, respectivamente, e a uma diminuição da taxa de transferência de calor pela perda de eficiência do ventilador quando operado a velocidades máximas e mínimas. Como resultado podem exceder-se os seus limites de temperatura trazendo problemas adicionais ao nível do isolamento dos circuitos eléctricos. Em muitos casos este aumento da temperatura pode não provocar danos imediatos à máquina mas provocará com certeza uma diminuição no tempo de vida da mesma.

Os Gradientes de Tensão - A forma de onda da tensão de alimentação gerada pelo conversor estático de potência é de onda quadrada com elevados gradientes de tensão (dV/dt). Apesar de predominantemente indutivos, os cabos de alimentação e os enrolamentos da máquina apresentam uma capacidade à terra e entre fases, que apesar de normalmente serem desprezáveis devido aos elevados gradientes poderão introduzir uma componente capacitiva na corrente, não desprezável. A impedância dos cabos de alimentação reduz o gradiente de tensão aos terminais da máquina mas criará um efeito de onda amortecida onde as sobre-tensões podem ser várias vezes superiores à tensão nominal. Deste modo, o isolamento dos enrolamentos deve ser escolhido por forma a resistir a estas condições especiais de funcionamento mas nem sempre é fisicamente possível.

Com um projecto integrado apropriado podem ser tomadas medidas, a diferentes níveis, para minimizar os efeitos indesejáveis.

O método de projecto de máquinas que mais tem sido utilizado é o método clássico, baseado na análise do circuito magnético. Este método está fortemente dependente de factores empíricos e consequentemente da experiência do projectista. Se acrescentar, que efeitos como a saturação ou o efeito pelicular não são analisados, é mais fácil perceber as limitações deste método.

Nos últimos anos o potencial computacional tem aumentado exponencialmente tornando o método dos elementos finitos num método muito prático e popular na computação de campos magnéticos e em particular no estudo de máquinas eléctricas. A introdução deste método numérico veio equipar os projectistas com uma ferramenta onde problemas difíceis de resolver com os métodos analíticos tradicionalmente utilizados podem agora ser tratados.

1.1 Motivação

Toda a problemática da interligação de máquinas eléctricas e conversores, tem despertado muitos interesses estando a ser feitos diferentes estudos ao

nível da standardização e do projecto integrado máquina/conversor. Até à década de 90 os estudos relacionados com variação de velocidade de máquinas de indução dão maior atenção ao desenvolvimento dos conversores de energia e aos métodos de controlo associados. Comparativamente com estes, e apesar de ser peça fundamental do sistema, a tecnologia das máquinas eléctricas não sofreu grandes evoluções. Assim, os sistemas de variação de velocidade, particularmente, os de maior velocidade e/ou potência continuam a apresentar problemas de baixo factor de potência, baixa eficiência e ineficiente utilização das potencialidades dos conversores.

De uma cuidada análise dos domínios acima identificados pode ser extraída a necessidade de se analisar o conjunto máquina/conversor em simultâneo, bem como mútuas interdependências que condicionam decisivamente a optimização do projecto de sistemas deste tipo e a melhoria da qualidade e fiabilidade global do sistema.

Os novos desafios na modelização, optimização de projecto na era das ferramentas de elementos finitos, o controlo como motor/gerador para ainda melhores desempenhos quando alimentados por conversores estáticos de potência e os variadíssimos domínios de aplicação motivam largamente este trabalho.

1.2 Objectivos e Contribuições

O trabalho de investigação aqui apresentado propõe-se estudar o funcionamento conjunto da máquina eléctrica de indução e do conversor estático de controlo associado.

Propõe-se assim, em primeiro lugar, desenvolver um modelo para ambiente de simulação dos circuitos estáticos de potência de controlo de máquinas de indução, de modo a posteriormente estabelecer um modelo integrado de todo o sistema que permita optimizar o projecto do conjunto. O modelo a desenvolver deverá integrar os semicondutores na sua topologia e permitir o estudo de diferentes técnicas de modelação de largura de impulsos com características o mais próximas possível da implementação prática.

Numa segunda fase, desenvolver um modelo da máquina de indução baseado no método dos elementos finitos. Pretende-se com esta ferramenta ter controlo sobre todas as características “desejáveis” da máquina, nomeadamente as que impõem condições a regimes transitórios de corrente e tensão. Em particular, ter controlo sobre o desempenho dos enrolamentos e das perdas dos circuitos magnéticos. No que diz respeito a este último ponto, as perdas no ferro, pretende-se determinar o seu valor em regime não sinusoidal.

Neste quadro de objectivos, a dissertação apresenta as seguintes contribuições:

O estabelecimento de uma metodologia que integra o projecto do conjunto conversor de potência/máquina eléctrica. Os métodos desenvolvidos permitem analisar o desempenho da máquina num quadro operacional que corresponde às necessidades actuais dos sistemas de velocidade variável ba-

seados em semicondutores de potência.

Análise do desempenho de máquinas de indução, baseado em indicadores particularmente importantes em aplicações de velocidade variável e de produção de energia eléctrica de fontes renováveis (onde o conjunto máquina/conversor é amplamente utilizado), a partir da qual se estabelecem condições de optimização. Esta análise, e portanto esta contribuição, ganha acuidade presente no contexto de desenvolvimento acelerado de sistemas de produção de energia, que cada vez mais usam este tipo de máquinas na gama das médias/elevadas potências.

Em particular, a determinação precisa das perdas na máquina, usualmente tratadas de forma aproximada com factores “generalistas” de *overrating*, permite neste tipo de aplicações por um lado conhecer com precisão o rendimento do conjunto e por outro projectar uma utilização optimizada dos materiais, nomeadamente os magnéticos.

1.3 Organização do Documento

A estrutura desta dissertação acompanha muito de perto a trajectória seguida na realização do trabalho.

Assim, o segundo capítulo, Sistemas Electromecânicos de Velocidade Variável, faz uma descrição dos sistemas electromecânicos de velocidade variável, começando por uma breve revisão histórica, passando pela apresentação dos elementos constituintes e terminando com as diferentes topologias encontradas. Pretende dar uma perspectiva geral de conhecimento e de enquadramento do trabalho proposto. É neste contexto que aborda a máquina de indução e os conversores AC-DC-AC apesar de virem a ser tratados com maior detalhe em capítulos seguintes.

O capítulo três, Conversores para o Accionamento de Máquinas de Indução Trifásicas, apresenta alguns dos sistemas de accionamento da máquina de indução, nomeadamente, diferentes métodos encontrados para o eficiente controlo de velocidade e binário. Apresenta os conversores as respectivas modulações e métodos de controlo, escalares e vectoriais.

No quarto capítulo, Projecto de Máquinas de Indução, é tratado o projecto de máquinas eléctricas de indução trifásicas. Numa primeira fase, e para que a questão possa ser mais facilmente exposta, aborda o método analítico de projecto. Seguidamente, apresenta o método dos elementos finitos no estudo de máquinas de indução realçando as mais valias introduzidas por este método.

O quinto capítulo, Projecto Integrado, estuda o accionamento da máquina de indução na perspectiva da interligação da máquina com o conversor de potência. São desenvolvidos e estudados modelos para os diferentes elementos constituintes do sistema. Depois de validados individualmente é analisada a sua integração, as suas interdependencias e os principais problemas que surgem.

O último capítulo, Conclusões, apresenta a generalidade dos resultados deste trabalho e as principais ilações tiradas ao longo da sua realização. São

também apontadas diversas direcções para trabalho futuro.

Capítulo 2

Sistemas Electromecânicos de Velocidade Variável

Os actuais sistemas electromecânicos de velocidade variável são o resultado de um século e meio de desenvolvimentos nas máquinas eléctricas, cerca de três quartos de século de desenvolvimentos na electrónica de potência e cerca de meio século de desenvolvimentos da micro-electrónica e dos sistemas de controlo. Cada área foi progredindo com um ritmo próprio marcado por diversos desenvolvimentos tecnológicos que definem os actuais níveis de robustez, eficiências e custo.

Sendo um sistemas que envolve diferentes engenharias e com um mercado muito competitivo e exigente tem vindo a receber a atenção de muitos investigadores por todo o mundo. Como resultado inúmeras publicações desde livros a artigos de conferências têm vindo a ser publicadas, debatendo todos os elementos constituintes.

Neste capítulo será feita uma descrição dos sistemas electromecânicos de velocidade variável, começando por uma breve revisão histórica, passando pela apresentação dos elementos constituintes e terminando com as diferentes topologias encontradas. Pretende-se dar uma perspectiva geral de conhecimento e de enquadramento do trabalho proposto. É neste contexto que se aborda aqui a máquina de indução e os conversores AC-DC-AC apesar de virem a ser tratados com maior detalhe em capítulos seguintes.

2.1 Breve revisão histórica

Faraday descobriu a Lei da Indução Magnética em 1831 e Maxwell formulou as famosas equações de Maxwell em 1860. Estas descobertas foram oportunas para a invenção das máquinas eléctricas que tiveram dois pais: Galileo Ferraris (1885) e Nicola Tesla (1886). O modelo desenvolvido por Ferraris usava um rotor de cobre, enquanto que o modelo de Tesla usava um rotor ferromagnético circundado por um enrolamento em curto-circuito [1]. Em 1889 Dolivo-Dobrovolsky inventa o motor de indução de rotor bobinado e pouco depois o motor de gaiola, já com uma topologia muito similar à utilizada hoje em dia. Foi também Dobrovolsky quem inventou os motores de dupla gaiola. Por volta de 1900 a tecnologia das máquinas de indução estava já perfeitamente madura para uma utilização industrial. Apesar de os princípios básicos não se terem alterado as máquinas eléctricas actuais têm topologias muito mais elaboradas com materiais novos, especialmente desenvolvidos, e portanto com eficiências incomparáveis. Aliada a um controlo de elevado rendimento a máquina de indução ultrapassou as prestações dos sistemas com máquinas de corrente contínua (DC), oferecendo ainda custos mais reduzidos e maior robustez. Assim, a utilização deste tipo de máquinas tem vindo a aumentar significativamente quer no sector industrial quer no sector comercial.

As máquinas de relutância variável emergiram recentemente em aplicações de elevado rendimento e dinâmica, com o recurso aos servomotores. O crescente custo da energia tem tornado a máquina de relutância numa solução atractiva em muitas aplicações industriais.

Pode dizer-se que a moderna electrónica de potência começou em 1957 com o aparecimento do tiristor. O tamanho, custo, eficiência, durabilidade e elevados rendimentos deste semiconductor fizeram-no prosperar, em particular em aplicações com comutação natural, nomeadamente cicloconvertidores e rectificadores controlados. Nas aplicações com comutação forçada o tiristor requer circuitos de comutação complexos pelo que a sua aplicação foi, e é ainda, limitada à comutação natural. Assim as aplicações com comutação forçada só foram catapultadas, com o aparecimento de semicondutores tais como o Transístor Bipolar de Junção (BJT), o Transístor de Efeito de Campo (FET e MOSFET), o Transístor Bipolar de Junção de Porta Isolada (IGBT) e mais recentemente os tiristores de Porta Controlada (GTO). Em particular os IGBT's tornaram-se os mais utilizados e revolucionaram os conversores de energia em geral e os sistemas electromecânicos de velocidade variável em particular.

Com o desenvolvimento dos semicondutores de potência novas topologia de conversores foram criadas. Introduzindo a capacidade de controlar o trânsito e a forma da energia eléctrica (tensão ou corrente), estes conversores revolucionaram o controlo de sistemas de corrente alternada (AC) e de corrente contínua, nomeadamente o controlo de máquinas eléctricas. Destes, o conversor trifásico pulsado tipo fonte de tensão, ou simplesmente inversor trifásico de tensão, revelou-se extremamente eficiente com uma excelente relação custo benefício. Em [2, 3] é apresentada com mais detalhe a evolução

dos conversores de potência. Na sua revisão histórica Owen [2], atribui a D. Prince a criação em 1925 dos primeiros inversores, sugerindo que o nome “inversor” se deve ao facto de esse conversor realizar a função inversa do retificador, ou seja, transformar corrente contínua em corrente alternada e não corrente alternada em corrente contínua. A primeira aplicação prática de um inversor trifásico de tensão terá sido na indústria têxtil [3]. Contudo, a generalização da sua utilização dá-se apenas com a revolução da electrónica de potência.

Os sistemas de controlo de movimento, foram acompanhando ao longo da história os desenvolvimentos das máquinas eléctricas, da electrónica de potência e das técnicas de controlo. Em 1891 Ward Leonard criou um sistema de regulação da velocidade baseado no controlo da velocidade por controlo da tensão na armadura [4], e nos anos que se seguiram diversos sistemas de controlo de velocidade, posição e binário da máquina de corrente contínua foram estabelecidos. O método de controlo em malha aberta de máquinas de corrente alternada, designado por “ V/f constante”, foi desenvolvido na primeira metade do século XX e em 1950 é apresentada a teoria dos vectores de espaço. O aparecimento de técnicas de controlo de elevado rendimento para máquinas de indução dá-se no fim dos anos 60 com o estabelecimento de modelos e métodos matemáticos de estudo do comportamento dinâmico destas. O método de Controlo de Campo, criado por Hasse e Blaschke, foi o que mais se destacou [5].

A frequência de comutação dos primeiros conversores pulsados era tipicamente baixa (frequência fundamental da tensão de saída). Nesta fase os sistemas de controlo eram muito simples e a comutação dos semicondutores era implementada por circuitos analógicos. Estas técnicas têm o problema de as baixas frequências de comutação introduzirem muitos harmónicos de tensão/corrente de baixa frequência. Com o contínuo crescimento da frequência de comutação dos semicondutores de potência, os conversores, e respectivas técnicas de comutação, puderam reduzir substancialmente o conteúdo harmónico da tensão/corrente entregue à carga e com isso reduzir os efeitos indesejados dos harmónicos. Estas técnicas de comutação de alta frequências, são designadas de técnicas de modelação de largura de impulso (PWM) e começaram a ser exaustivamente investigadas no início dos anos 60, tendo sido desenvolvidas variadas técnicas para diferentes tipos de conversores e aplicações. Apesar de as primeiras técnicas terem sido implementadas com circuitos analógicos, o aparecimento dos micro-controladores, dos DSPs e dos ASICs marcaram uma nova era de controladores digitais de tamanho e custo reduzidos.

Esta breve revisão histórica permite afirmar que os actuais sistemas electromecânicos de velocidade variável são o resultado de um século e meio de progressos. Tornaram-se realmente práticos pela primeira vez com o aparecimento de semicondutores comutados como o tiristor e o BJT, e tornaram-se no que são em três décadas de progressos dos semicondutores comutados, dos micro-controladores digitais e respectivos métodos de controlo.

2.2 Máquinas eléctricas utilizadas

A variedade de máquinas eléctricas disponíveis para utilização em sistemas electromecânicos de velocidade variável é grande. E nenhuma delas é ideal para todo o tipo de aplicações. A escolha mais adequada a um determinado sistema de accionamento está dependente do conjunto de características específicas desse sistema que foram consideradas as mais importantes. Algumas dessas características são, por exemplo, o custo inicial, o custo de funcionamento, a dinâmica do sistema, a manutenção, robustez, peso, entre outras.

Pretende-se aqui apresentar apenas as máquinas eléctricas mais utilizadas nestes sistemas, relembrando a sua constituição e as principais características do ponto de vista das aplicações e do controlo. Começa-se pela máquina de corrente contínua - a mais tradicional e antiga em sistemas de velocidade variável. Continua a ser utilizada mas está, gradualmente, a ser substituída por outras. Seguidamente a máquina de indução - a, actualmente, preferida para as aplicações de média e alta potência. Depois as máquinas síncrona, síncrona de ímanes permanentes e síncrona de relutância - esta última em forte crescimento de popularidade.

2.2.1 Máquina de Corrente Contínua

A máquina de Corrente Contínua foi a primeira a ser utilizada em sistema electromecânicos de velocidade variável continuando a ser utilizada até hoje, embora cada vez menos. Pela sua história e grande aceitação é conveniente começar-se por ela, até porque servirá de referencial para as restantes.

Constituição

A figura 2.1 apresenta um corte esquemático de uma máquina de corrente contínua de construção clássica. Tal como todas as outras máquinas eléctricas rotativas, a máquina de corrente contínua é constituída por uma parte fixa, designada de estator e uma parte móvel, designada de rotor. Entre o estator e o rotor encontra-se uma parte de ar que os separa conhecida como entreferro. Neste caso:

O estator, tem implantado o circuito de excitação destinado à criação do fluxo indutor. Os pólos, normalmente quatro a seis, são salientes e estão envolvidos pelas bobinas do circuito eléctrico de excitação, que, em geral, estão ligadas em série de forma a serem obtidas polaridades inversas sequencialmente. Estas bobinas são as responsáveis pela criação de um fluxo magnético que atravessa o entreferro, percorre parte do rotor e se fecha pelo pólo adjacente de polaridade inversa.

O rotor, é formado pelo enrolamento do induzido onde se processa a conversão de energia mecânica em eléctrica (e vice-versa). Este enrolamento está ligado a um colector que troca continuamente

as ligações do circuito induzido garantindo que a cada instante os condutores sob influência de um dado pólo são percorridos por uma corrente com o mesmo sentido. O colector constitui um conversor mecânico de “corrente alternada em corrente contínua” (e vice-versa).

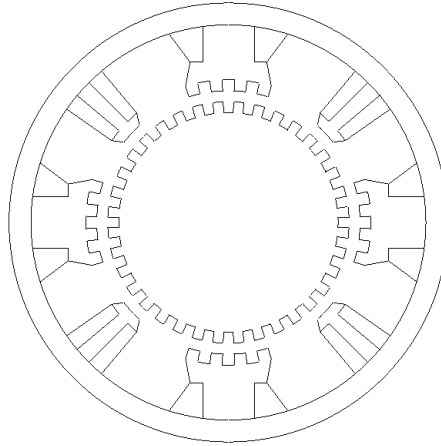


Figura 2.1: Corte esquemático de uma máquina de corrente contínua.

Algumas máquinas de maior potência possuem ainda pólos auxiliares da comutação, localizados entre os pólos principais. Podem possuir também um enrolamento auxiliar de compensação localizado na face dos pólos. Este enrolamento ajuda a que a distribuição do fluxo pela superfície do pólo se mantenha constante em carga.

Principais características

Sempre que nos condutores do enrolamento do rotor circula uma corrente, dado que estes estão sob influência do campo magnético criado pelo estator, surgirá um par de forças, perpendicular aos fios e ao campo magnético, descrito pela Lei da Força de Lorentz. Do somatório de todos os pares de forças actuantes sobre todos os condutores da rotor resulta um binário de forças magnéticas responsável pelo movimento de rotação da máquina.

Os circuitos eléctricos do estator (indutor) e do rotor (induzido) podem ser ligados em série ou em derivação. Para accionamentos de velocidade variável o mais utilizado é a derivação já que nestas condições, em regime permanente, a máquina tem características representadas por linhas rectas. O binário electromagnético é proporcional à corrente do induzido e a velocidade é aproximadamente constante sendo ligeiramente decrescente com a corrente do induzido. A relação entre a velocidade de rotação e o binário de carga é também uma recta em que a velocidade é aproximadamente constante, mas ligeiramente decrescente com o binário de carga. Estas características encontram-se ilustradas na figura 2.2.

Utiliza-se para estudos de transitórios desta máquina o modelo que resulta do conceito de máquina de corrente contínua ideal. Este modelo é traduzido

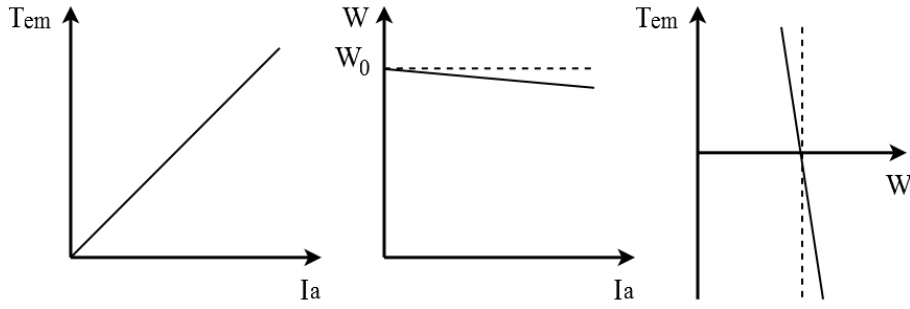


Figura 2.2: Características de um motor de excitação em derivação.

pelas equações diferenciais:

$$\begin{aligned}
 u_f &= r_f i_f + L_f \frac{di_f}{dt} \\
 u_a &= r_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + M i_f W_m \\
 J \frac{dW_m}{dt} &= M i_f i_a - T_c
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

Controlo

As características representadas na figura 2.2 são válidas na condição de tensão de alimentação u_a constante. Estas características mostram que a máquina de excitação separada é uma máquina de velocidade aproximadamente constante, isto é, a velocidade varia pouco com o aumento ou a diminuição da carga mecânica. A velocidade pode ser ajustada recorrendo à variação das condições de alimentação ou da alteração dos seus parâmetros. Com efeito, a partir das equações 2.1 pode deduzir-se em regime permanente:

$$w_m = \frac{u_a - r_a i_a}{T i_f} \tag{2.2}$$

Desta equação pode concluir-se que a velocidade de rotação de uma máquina de corrente contínua pode ser ajustada actuando na tensão aplicada ao induzido u_a , na corrente de excitação i_f e no valor da resistência do induzido r_a . O último caso pode ser realizado colocando uma resistência exterior em série com o induzido. Este tipo de controlo designa-se por controlo reostático e foi largamente utilizado no passado sendo ainda hoje utilizado em instalações antigas. Tem o inconveniente do elevado consumo de energia.

Na situação normal, uma vez que o termo $r_a i_a$ é relativamente pequeno quando comparado com a tensão u_a , a variação da velocidade desta máquina pode ser realizada actuando na tensão de alimentação e na corrente de excitação. Assim, a máquina pode ser alimentada por duas fontes de energia, uma alimentando o indutor e outra alimentando o induzido. A utilização destas duas fontes não é feita de uma forma arbitrária. Com efeito, existem duas zonas distintas de actuação para o controlo de velocidade. Estas resultam

do facto das grandezas, tensão, correntes ou fluxos não poderem ultrapassar valores máximos estabelecidos no dimensionamento da máquina e dos dispositivos de Electrónica de Potência.

Zona de binário máximo utilizável - Nesta zona, que corresponde a velocidades baixas, o fluxo de excitação é mantido constante. A velocidade é controlada actuando na tensão u_a e por conseguinte na fonte que alimenta o induzido. Sendo a corrente de excitação constante, a velocidade é aproximadamente proporcional à tensão u_a . Como o fluxo se encontra no valor máximo e a corrente do induzido (que depende da carga mecânica) pode atingir o valor máximo (normalmente o seu valor nominal), o binário máximo (que depende do produto do fluxo ϕ e da corrente do induzido i_a) está disponível, isto é, pode ser utilizado caso seja necessário. Por sua vez, a potência da máquina (a da entrada no induzido ou a de saída no veio), é menor do que a potência nominal pois a máquina encontra-se alimentada com uma tensão mais baixa do que a tensão nominal. A potência depende da velocidade que se desejar pois esta determina a tensão que se tem de aplicar ao induzido.

Zona de enfraquecimento de campo - No processo anterior, à medida que se vai aumentando a velocidade, vai-se aumentando também a tensão aplicada ao induzido. Quando a tensão do induzido atingir o valor máximo admissível, a velocidade não poderá continuar a ser aumentada por este processo. A tensão do induzido teria de ultrapassar o valor máximo para o qual a máquina foi construída. Neste caso mantém-se a tensão no induzido constante, e no seu valor máximo, e diminui-se o fluxo de excitação. A potência nominal da máquina está agora disponível, pois a corrente pode atingir o valor máximo e a tensão de alimentação é sempre igual ao valor máximo. O binário disponível está agora limitado pela limitação do fluxo de excitação.

2.2.2 Máquina de Indução

A máquina de indução tem sido amplamente utilizada em aplicações como motor e como gerador a velocidade variável. Apesar da dificuldade do seu controlo esta máquina é interessante devido à sua robustez, preço, baixa manutenção, peso, etc.

Constituição

As máquinas de indução estão desenhadas para operar a partir de um sistema de alimentação alternado trifásico. Existindo também máquinas monofásicas. Construtivamente as máquinas de indução podem ser de dois tipos: de rotor bobinado ou de rotor em gaiola de esquilo.

As máquinas de rotor bobinado têm um rotor semelhante ao estator, isto é, três enrolamentos isolados distribuídos ao longo da periferia desfasados no

espaço de 120° eléctricos. A ligação do rotor com o exterior da máquina faz-se através de três anéis e escovas aos quais se pode ligar um circuito exterior, normalmente resistências de arranque ou resistências de regulação de velocidade. Podem-se ligar também circuitos realizados com semicondutores de potência permitindo realizar sistemas de controlo de velocidade com um valor reduzido de perdas de energia. Estas máquinas são utilizadas na indústria normalmente num nível de potência relativamente elevado.

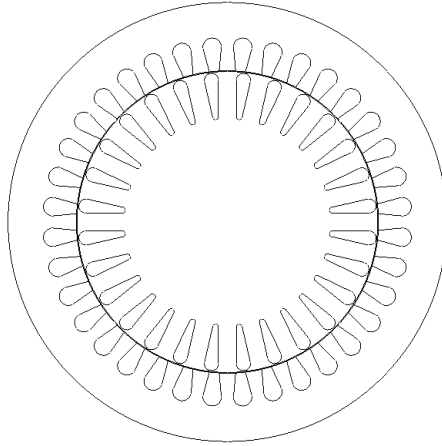


Figura 2.3: Corte esquemático de uma máquina de indução.

As máquinas de rotor em gaiola de esquilo têm um rotor constituído por um núcleo de ferro no qual se encontram condutores, ou barras, muitas vezes de alumínio, ligados na periferia através de dois anéis que os curto-circuitam. Esta construção tem um elevado nível de robustez, um baixo peso, bem como um reduzido momento de inércia, e no conjunto, é talvez a máquina mais barata. É provavelmente a máquina mais utilizada em accionamentos de velocidade quase-constante e hoje em dia é cada vez mais utilizada também em accionamentos de velocidade variável apesar das dificuldades de controlo que apresenta. A figura 2.3 representa o seu corte esquemático.

Principais características

O modelo matemático da máquina de indução que é vulgarmente adoptado utiliza grandezas medidas num referencial em movimento - dq . Como existe simetria no rotor, este referencial pode deslocar-se a uma velocidade arbitrária, não sendo necessário que se desloque solidário com o rotor. A única condição para que o modelo seja descrito por um conjunto de equações simples é que o estator e o rotor sejam descritos no mesmo referencial. Assim, se a máquina rodar à velocidade ω_m e o referencial se deslocar à velocidade ω_R as equações que traduzem o comportamento dinâmico desta máquina são:

$$\begin{aligned} u_{ds} &= r_s i_{ds} + \frac{d\psi_{ds}}{dt} - \omega_R \psi_{qs} \\ u_{qs} &= r_s i_{qs} + \frac{d\psi_{qs}}{dt} + \omega_R \psi_{ds} \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned} u_{dr} &= r_r i_{dr} + \frac{d\psi_{dr}}{dt} - (\omega_R - p\omega_m)\psi_{qr} \\ u_{qr} &= r_r i_{qr} + \frac{d\psi_{qr}}{dt} + (\omega_R - p\omega_m)\psi_{dr} \end{aligned}$$

A relação entre os fluxos e as correntes é dada por:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \psi_{ds} \\ \psi_{dr} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} L_s & M \\ M & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{dr} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \psi_{qs} \\ \psi_{qr} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} L_s & M \\ M & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{qr} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.4)$$

O binário electromagnético pode escrever-se em termos dos fluxos do estator e das respectivas correntes através de:

$$T_{em} = p(\psi_{ds}i_{qs} - \psi_{qs}i_{ds}) \quad (2.5)$$

Controlo

Em regime permanente as equações 2.3 e 2.4 dão origem a um circuito equivalente em T como o que se representa na figura 2.4. É frequente utilizarem-se grandezas do rotor reduzidas ao estator. Neste caso as indutâncias $L_s - M$ e $L_r - M$ são ambas positivas. Este circuito equivalente é constituído por duas resistências e três bobinas. A resistência do rotor está dividida pelo deslizamento, e quando este for negativo, aquele factor será também negativo. As bobinas são todas de valor positivo dando origem à conclusão de que esta máquina consome sempre potência reactiva.

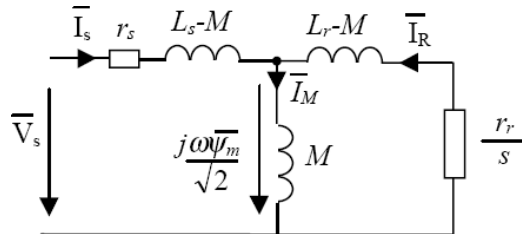


Figura 2.4: Esquema equivalente da máquina de indução em regime permanente.

O deslizamento s é definido como:

$$s = \frac{\omega_s - p\omega_m}{\omega_s} \quad (2.6)$$

Sendo ω_s a frequência angular das grandezas do estator. A velocidade de rotação da máquina de indução com p pares de pólos, é dada por:

$$\omega_m = \frac{\omega_s}{p}(1 - s) \quad (2.7)$$

Desta equação resulta que o controlo de velocidade da máquina de indução pode ser efectuado actuando na frequência de alimentação ω_s , no número de pares de pólos p e no deslizamento s .

A actuação na frequência de alimentação ω_s constitui o processo mais eficiente requerendo um conversor de energia eléctrica apropriado. Estes conversores têm vindo a ser desenvolvidos nos últimos anos permitindo também o desenvolvimento de numerosas técnicas de controlo, das quais se falará mais à frente.

Também na máquina de indução se distinguem duas zonas de actuação. Uma zona de fluxo constante, na qual o binário máximo se encontra disponível, e uma zona de enfraquecimento do campo onde o fluxo é baixado com a velocidade seguindo uma lei hiperbólica. A figura 2.5 apresenta uma família de características electromecânicas traçadas para várias frequências de alimentação.

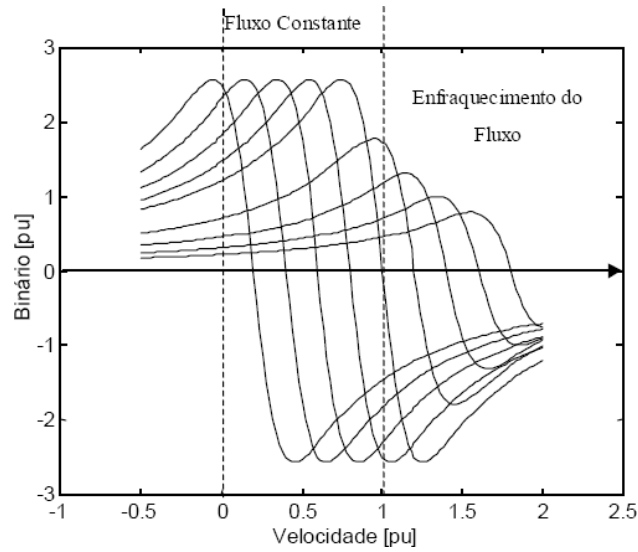


Figura 2.5: Curvas características da máquina de indução.

Abaixo da velocidade nominal, esta máquina apresenta características aproximadamente paralelas de binário máximo constante. Está-se na zona de fluxo constante onde a tensão de alimentação é sensivelmente proporcional à frequência de alimentação ($V/f = cte$). Para velocidades elevadas a tensão de alimentação é mantida no seu valor máximo. Como a frequência aumenta, o fluxo do estator reduz-se segundo uma hipérbole $1/f$. Nesta zona a potência nominal da máquina está disponível. Este resultado é perfeitamente análogo ao encontrado no casos da máquina de corrente contínua e no da máquina síncrona.

A variação de velocidade, actuando no número de pares de pólos, está reduzida a aplicações restritas onde as necessidades possam ser suprimidas com um número restrito de velocidades de sincronismo (normalmente 2).

Para se ajustar a velocidade actuando no deslizamento pode-se actuar na tensão de alimentação, figura 2.6, ou na resistência rotórica exterior no caso da máquina de rotor bobinado, figura 2.7. Nestas figuras estão traçadas várias curvas com parâmetros diferentes. O ponto de funcionamento, que corresponde ao cruzamento da característica da carga M_c com uma das características da máquina, varia consoante a curva considerada variando-se

assim a velocidade.

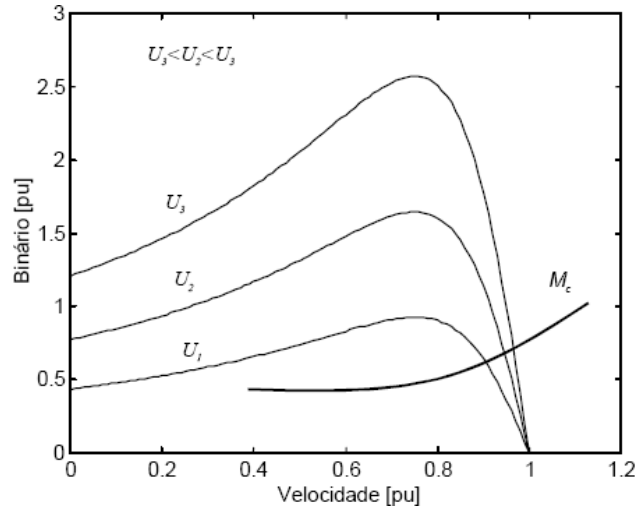


Figura 2.6: Ajuste de velocidade por variação de tensão de alimentação.

No caso do ajuste de velocidade por variação de tensão de alimentação, a gama de variações de velocidade é extremamente reduzida como se pode facilmente verificar pela análise da figura 2.6.

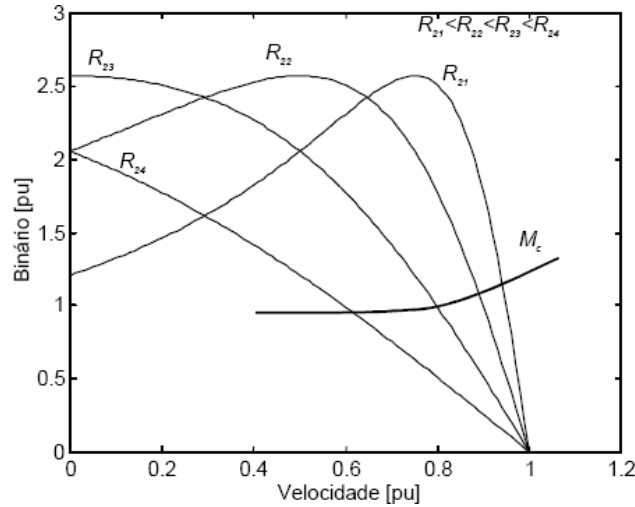


Figura 2.7: Ajuste de velocidade por variação de resistência rotórica.

Esta gama é mais larga no caso do ajuste por resistências rotóricas, figura 2.7. Em ambos os casos este ajuste de velocidade está fortemente dependente da característica da carga.

Nestes dois processos o ajuste de velocidade faz-se à custa de perdas de energia no rotor. No segundo caso esta energia pode ser recuperada e enviada à rede através de sistemas de electrónica de potência.

Desenvolvimentos na área da microelectrónica e electrónica digital permitiram a utilização de técnicas de controlo vectorial da máquina de indução. O princípio do controlo vectorial é efectuar o desacoplamento das duas componentes da corrente estatórica: a corrente de binário e a corrente de campo.

Controlando de forma independente cada uma das componentes tem-se um funcionamento semelhante ao de uma máquina de corrente contínua, tanto em regime permanente como em regime dinâmico.

2.2.3 Máquina Síncrona

As máquinas síncronas clássicas são utilizadas em sistemas de velocidade variável de grande potência. Para sistemas de pequena potência utilizam-se as suas variantes que resultam do uso de ímanes permanentes - máquinas síncrona de ímanes permanentes, e do aproveitamento do efeito de relutância magnética - máquinas síncronas de relutância. Estes dois casos serão analisados depois.

Constituição

O estator da máquina síncrona é constituído por um núcleo magnético de material ferromagnético no interior do qual se encontram cavas onde está instalado um enrolamento polifásico, normalmente trifásico. Este enrolamento constitui o induzido da máquina. O enrolamento do indutor encontra-se instalado no rotor que pode ser de pólos lisos ou de pólos salientes e é alimentado em corrente contínua. Podem existir também no rotor enrolamentos amortecedores que são realizados com condutores em curto-circuito. Tal como as outras máquinas, esta pode ser construída com um número de pares de pólos adaptado à velocidade de rotação que se deseje.

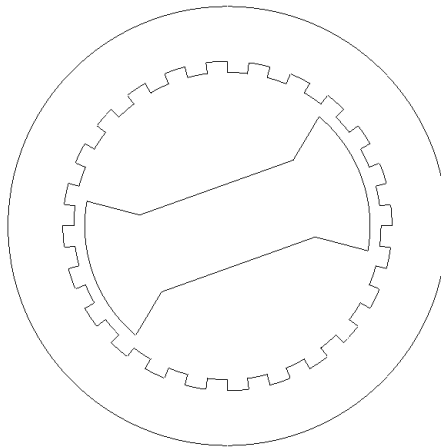


Figura 2.8: Corte esquemático de uma máquina síncrona (pólos salientes).

Principais características

Também a máquina síncrona é normalmente representada por um modelo matemático em coordenadas dq , neste caso em movimento síncrono com o rotor. Assim, as equações que traduzem o comportamento dinâmico deste

tipo de máquina são:

$$\begin{aligned} u_d &= r_s i_d + \frac{d\psi_d}{dt} - \omega_R \psi_q \\ u_q &= r_s i_q + \frac{d\psi_q}{dt} + \omega_R \psi_d \\ u_f &= r_f i_f + \frac{d\psi_f}{dt} \end{aligned} \quad (2.8)$$

A variável ω_R é a velocidade do referencial. Na máquina síncrona esta velocidade corresponde à velocidade eléctrica de rotação da máquina $\omega_R = p\omega_m$. A relação entre os fluxos e as correntes é dada por uma matriz de coeficientes de indução. Nos casos em que não existem enrolamentos amortecedores, tem-se:

$$\begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & M \\ M & L_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_f \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

$$\psi_q = L_q i_q$$

Existe desacoplamento magnético entre o conjunto de variáveis de índice d, f e as variáveis de índice q .

O binário electromagnético é escrito, em termos dos fluxos e das correntes do estator, segundo a equação:

$$T_{em} = p(\psi_d i_q - \psi_q i_d) \quad (2.10)$$

Controlo

Em regime permanente existe uma relação fixa entre a velocidade de rotação e a frequência de alimentação. Enquanto a máquina se encontrar em sincronismo, isto é, enquanto o binário de carga for inferior a um determinado valor crítico, a velocidade, em regime permanente, não sofre qualquer variação enquanto a frequência se mantiver constante. Fora deste velocidade esta máquina não pode funcionar em regime permanente. Tem-se:

$$\omega_m = \frac{\omega_s}{p} \quad (2.11)$$

Uma grande vantagem, característica desta máquina, resulta do facto de se poder ajustar o factor de potência às necessidades da aplicação. Esta característica não existe em regra nas outras máquinas. Para ajustar a velocidade da máquina síncrona às necessidades da carga, será necessário actuar na frequência de alimentação utilizando para isso um conversor apropriado.

A variação de frequência da máquina síncrona deverá ser acompanhada de uma variação simultânea do valor eficaz da tensão aplicada ao estator. Tal como na máquina de corrente contínua também agora se podem distinguir duas zonas de actuação. Na zona de binário máximo disponível, o fluxo do estator é mantido constante e a tensão de alimentação é variada proporcionalmente à velocidade de rotação. Na zona de enfraquecimento do campo a tensão aplicada mantém-se constante e reduz-se o fluxo actuando na corrente de excitação ou na componente da corrente do estator segundo a direcção longitudinal.

2.2.4 Máquina Síncrona de Ímanes Permanentes

O circuito de excitação de uma máquina síncrona serve apenas para a criação de fluxo indutor não se realizando nele conversão electromecânica de energia. As máquinas de ímanes permanentes resultam da substituição do enrolamento de excitação por ímanes permanentes. Perde-se a capacidade do ajuste do factor de potência, mas ganha-se a vantagem de não serem necessários anéis e escovas, nem circuito de excitação bem como todo o sistema de controlo desta corrente, etc.

Constituição

Existem várias formas construtivas da máquina de ímanes permanentes. A figura 2.9 representa as duas formas mais comuns. Na máquina de ímanes exteriores, estes são colados ao rotor sendo o entreferro magnético muito elevado. Nas máquinas de ímanes interiores, estes encontram-se inseridos no núcleo do rotor sendo a reactância segundo o eixo d inferior à reactância segundo o eixo q .

Quanto à forma de onda da força electromotriz, estas máquinas dividem-se em dois tipos: máquinas de força electromotriz sinusoidal e máquinas de força electromotriz trapezoidal. As estratégias de controlo serão ligeiramente diferentes para cada um destes dois tipos de máquinas.

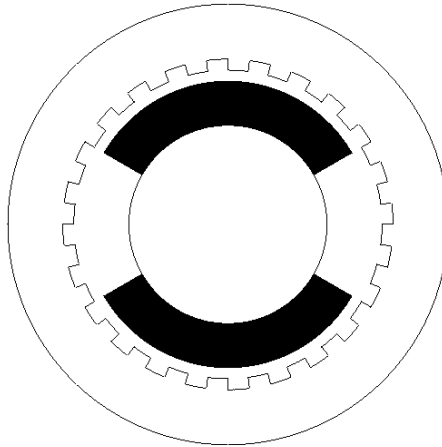


Figura 2.9: Corte esquemático de uma máquina de ímanes permanentes.

Principais características

O modelo matemático das máquinas de ímanes permanentes é semelhante ao modelo matemático das máquinas síncronas. Nestas máquinas a excitação é efectuada através de ímanes permanentes. Assim, a equação de excitação não é necessária. A relação entre os fluxos e as correntes é dada por:

$$\begin{aligned}\psi_d &= \psi_{fo} + L_d i_d \\ \psi_q &= L_q i_q\end{aligned}\tag{2.12}$$

O fluxo ψ_{fo} resulta da presença dos ímanes permanentes. Atendendo a que alguns ímanes permanentes têm uma resistividade não muito elevada, é frequente ter-se a necessidade de considerar enrolamentos amortecedores na modelização de algumas máquinas deste tipo.

O binário é determinado pela expressão:

$$T_{em} = p(\psi_{fo}i_q + (L_d - L_q)i_d i_q) \quad (2.13)$$

O primeiro termo é o mais importante e resulta da interacção entre o campo criado pelo íman e a corrente do estator. Designa-se por binário electromagnético. O segundo termo resulta da diferença de relutância entre os eixos d e q . É o binário de relutância. Na máquina de ímanes exteriores este binário é praticamente nulo.

Controlo

O controlo desta máquina é feito, normalmente, na zona de binário máximo disponível com o aumento da tensão aplicada proporcionalmente à velocidade de rotação. Também pode funcionar na zona de enfraquecimento de campo actuando na componente longitudinal da corrente do estator, i_d . Este tipo de funcionamento é de difícil implementação na máquina de ímanes exteriores pois, nesta máquina, os coeficientes L_d e L_q tomam valores muito baixos.

2.2.5 Máquina Síncrona de Relutância

Desenvolvida nos anos 60, esta máquina tem um desempenho comparável à máquina de indução, sendo de salientar a sua alta robustez e baixo custo de construção.

Constituição

A máquina síncrona de relutância constitui uma nova variante da máquina síncrona. Neste caso os enrolamentos de excitação foram suprimidos e explora-se o efeito de relutância com a construção da máquina de uma forma muito assimétrica do ponto de vista magnético. A reactância segundo o eixo d chega a ser cerca de 10 a 12 vezes superior à reactância segundo o eixo q . Quando as correntes do estator criam uma força magnetomotriz girante o rotor tende a alinhar-se pelo estator na direcção de menor relutância. O binário que mantém a máquina em sincronismo é o binário de relutância. Existem várias soluções construtivas atingindo-se uma boa uniformidade mecânica.

A figura 2.10 apresenta um corte esquemático desta máquina. Neste caso o ferro do rotor é laminado axialmente de modo que segundo a direcção das chapas se tem uma relutância magnética baixa e segundo a direcção normal a esta se tem uma relutância elevada.

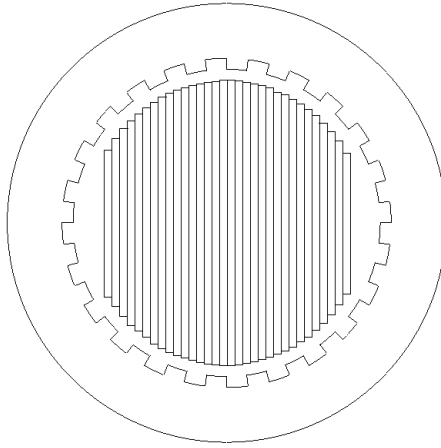


Figura 2.10: Corte esquemático de uma máquina síncrona de relutância.

Principais características

Tal como na máquina síncrona de ímanes permanentes, o modelo da máquina síncrona de relutância é semelhante ao modelo da máquina síncrona. A equação da excitação não é agora necessária e não existem neste caso enrolamentos amortecedores. A relação entre os fluxos e as correntes é assim:

$$\begin{aligned}\psi_d &= L_d i_d \\ \psi_q &= L_q i_q\end{aligned}\tag{2.14}$$

O binário é dado pela expressão:

$$T_{em} = p(L_d - L_q)i_d i_q\tag{2.15}$$

Desta equação pode concluir-se que quanto maior for a diferença entre os coeficientes de indução do estator segundo os eixos d e q maior é a relação entre o binário e a corrente do estator. Para que esta máquina tenha um binário específico da mesma ordem de grandeza de outros tipos de máquinas é necessário uma relação L_d/L_q da ordem dos 7 a 11.

Controlo

A máquina de relutância pode ser operada em regime de potência constante de forma muito similar a uma máquina de indução. Acima da velocidade nominal com o limite de tensão atingido o fluxo é reduzido inversamente à velocidade e o binário é inversamente proporcional ao quadrado da velocidade.

Pode ainda ser controlada de modo comutado. Para isso utiliza-se enrolamentos estatóricos uniformemente distribuídos que são alimentados em sequência.

2.3 Conversores eléctricos

O tipo de conversor eléctrico que se deverá utilizar num accionamento electromecânico depende da máquina eléctrica que se está a utilizar, do tipo de fonte de energia disponível e das performances desejadas.

São numerosas as variantes que se podem dispor em conversores de sistemas electromecânicos de velocidade variável. Nesta secção descrevem-se apenas as montagens mais importantes para ser dada uma perspectiva geral em complemento do ponto anterior, remetendo-se desde já para livros da especialidade [6, 7, 8, 9, 10, 11]. No capítulo seguinte serão estudados de forma mais aprofundada os conversores para accionamento de máquinas de indução - o objecto de estudo desta tese.

2.3.1 Conversores DC-DC

Os conversores DC-DC são utilizados para criar fontes de tensão contínua (DC) reguladas a partir de uma entrada também de tensão contínua. Em muitos casos a tensão contínua de entrada é obtida por rectificação da tensão alternada da rede. Estes conversores são utilizados em sistemas de alimentação de corrente contínua, como por exemplo computadores, equipamentos de instrumentação médica, dispositivos de telecomunicações, televisões e carregadores de baterias.

São ainda utilizados como fonte de tensão variável regulada de alimentação de máquinas de corrente contínua em sistemas de accionamento de velocidade variável.

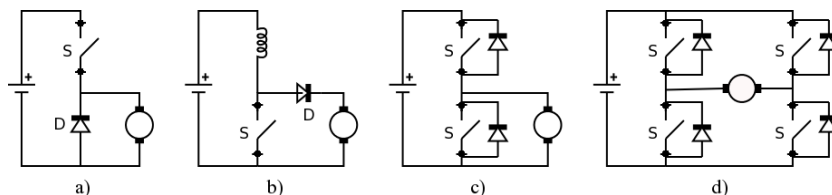


Figura 2.11: Esquemas das montagens DC-DC.

A montagem mais simples encontra-se representada na figura 2.11a). É designada por *chopper* abaixador de 1 quadrante (ou *chopper* série) e permite regular a tensão a aplicar à máquina para valores abaixo dos valores da tensão de alimentação. A figura 2.11b) apresenta o *chopper* elevador (ou *chopper* paralelo) de 1 quadrante que permite aplicar à carga tensões mais elevadas que as da fonte. O *chopper* de dois quadrantes encontra-se representado na figura 2.11c). Este conversor permite controlar a tensão de zero ao valor da tensão de alimentação podendo a corrente ser negativa ou positiva. O controlo de velocidade da máquina de corrente contínua nos quatro quadrantes pode ser feito utilizando o conversor representado na figura 2.11d) designado por *chopper* de 4 quadrantes.

2.3.2 Conversores AC-DC

Um conversor de tensão alternada em tensão contínua é habitualmente designado por rectificador.

Apesar de no início da sua utilização esta tarefa ter sido efectuada mecanicamente com o auxílio de máquinas eléctricas, o desenvolvimento da electrónica de potência e dos conversores estáticos tornou este método obsoleto. As vantagens dos conversores estáticos face aos conversores mecânicos rotativos são visíveis quer ao nível do rendimento, quer ao nível da fiabilidade e custo de produção.

É possível encontrar rectificadores num largo espectro de aplicações que vão desde a tracção eléctrica, electrónica de consumo, electrodomésticos, informática e computadores, interligação de energias renováveis à rede eléctrica (eólica, solar, células de combustível) e variadores de velocidade.

Podem ser classificados em não controlados e controlados. Nos primeiros são utilizados díodos de potência, sendo a tensão contínua não controlável, nos segundos são utilizados dispositivos com capacidade de controlo de entrada em condução sendo assim possível controlar a tensão contínua.

Os rectificadores são utilizados sempre que se pretender alimentar a máquina de corrente contínua a partir de uma fonte de energia de tensão alternada. O conversor mais usual é a ponte de rectificação trifásica completa a tiristores. Este conversor encontra-se representado na figura 2.12. Permite controlar a tensão aplicada à carga a partir da variação do ângulo de disparo.

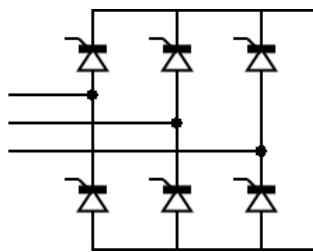


Figura 2.12: Ponte de rectificação com 6 tiristores.

Para ângulos de disparo inferiores a 90° obtêm-se valores positivos de tensão no lado DC. Para ângulos de disparo superiores a 90° e inferiores a 180° esta tensão é negativa. Deverá evitar-se o funcionamento próximo de 180° pois tal pode levar à ocorrência do fenómeno do defeito de comutação que pode ter consequências graves. Dado que o conversor é unidireccional em corrente, este permite que a máquina de corrente contínua funcione nos quadrantes 1 e 4.

Quando se pretender que a máquina funcione nos quatro quadrantes é necessário utilizar uma outra montagem. A solução consiste em utilizar duas pontes de rectificação em anti-paralelo. O controlo destas duas pontes de rectificação tem de ser feito de uma forma cuidada de modo a não ocorrerem curto-circuitos.

Variando o valor médio da tensão do lado contínuo de forma sinusoidal

obtém-se, com esta montagem, um conversor AC-AC que se designa por ciclo-conversor. Neste caso a frequência da carga terá de ser baixa. Normalmente não se vai acima de $1/3$ ou de $1/2$ da frequência da rede.

2.3.3 Conversores AC-DC-AC

Os circuitos principais das máquinas de corrente alternada devem ser alimentados com tensões e correntes alternadas. Quando se pretender alimentar estas máquinas de modo que a velocidade seja variável é necessário dispor de uma fonte de alimentação de frequência variável. Estas são realizadas com montagens de semicondutores de potência. Os conversores AC-AC directos permitem a obtenção de grandezas eléctricas alternadas de frequência variável a partir de grandezas alternadas de frequência fixa. Serão estudados mais à frente. Normalmente a variação de frequência é feita através da passagem por um circuito intermediário que pode ser de corrente contínua ou de tensão contínua.

Conversão com circuito intermediário em corrente contínua

A montagem mais simples encontra-se representada na figura 2.13 e utiliza apenas elementos de comutação natural. A potência pode circular nos dois sentidos. Quando a máquina funcionar como motor, a ponte PR1 funciona como rectificador trabalhando com ângulos de disparo entre 0 e 90° e a ponte PR2 funciona como inversor trabalhando com ângulos de disparo entre 90 e 180° . Quando a máquina funcionar como gerador, estas duas pontes trocam de funções funcionando PR2 como rectificador e PR1 como inversor. Enquanto que em PR1 a comutação dos semicondutores é realizada em função da rede, a comutação da ponte PR2 deverá ser efectuada em função da tensão da carga. Esta deverá ser apropriada de modo a que esta comutação se possa realizar correctamente. De forma geral pode-se afirmar que a carga tem de ter a capacidade de fornecer potência reactiva a PR2. Esta montagem é utilizada para alimentar a máquina síncrona para gamas de potência elevadas.

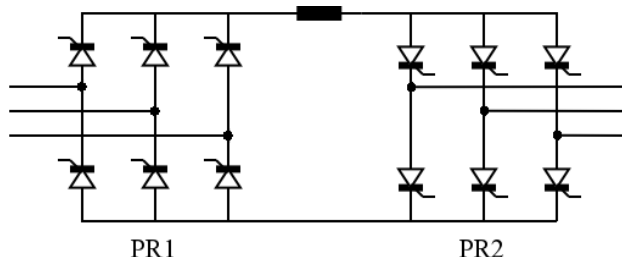


Figura 2.13: Conversor com circuito intermediário em corrente.

Uma variante deste conversor encontra-se representada na figura 2.14 associada a uma máquina assíncrona de rotor bobinado. Nesta figura a primeira ponte de rectificação foi substituída por uma ponte de rectificação a diodos

tornando o conversor mais simples. Perde-se, contudo, a capacidade de trabalhar com a potência a circular nos dois sentidos. A montagem que se mostra na figura é designada por sistema de recuperação de energia de deslizamento ou por cascata hipossíncrona. O princípio de funcionamento desta montagem é semelhante ao controlo de velocidade por variação de resistências rotóricas. Neste caso a energia que se dissiparia nas resistências é recuperada e enviada de novo para a rede de energia. O sistema pode funcionar como motor apenas a velocidades inferiores à velocidade de sincronismo. Acima da velocidade de sincronismo este sistema pode funcionar como gerador.

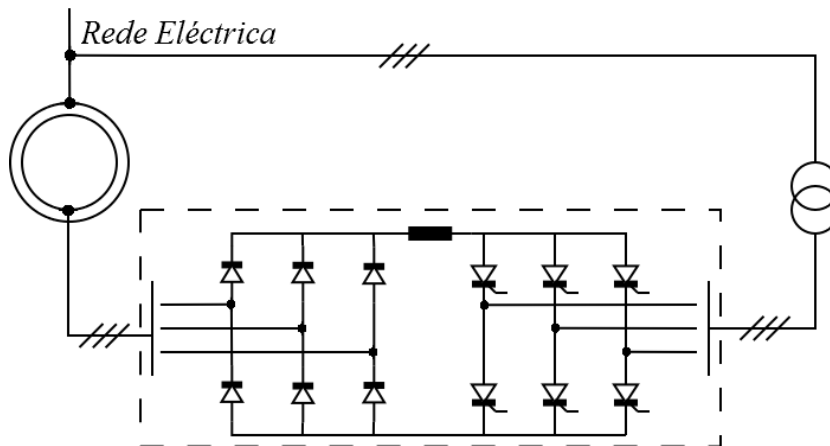


Figura 2.14: Sistema de Recuperação de Energia Rotórica

O sistema de recuperação de energia rotórica encontra aplicações em ventiladores e bombas de grande potência e pode trabalhar também como gerador de velocidade variável. No caso do funcionamento como gerador, a potência mecânica recebida no veio é transformada em potência eléctrica e entregue à rede pelo estator e pelo rotor. Pelo estator esta troca é feita directamente e pelo rotor é feita indirectamente pelo conversor de frequência.

Quando a carga não permitir a utilização de um conversor de comutação natural terá de se utilizar um conversor de comutação forçada. Isto acontece quando se pretender alimentar a máquina assíncrona com circuito intermediário de corrente contínua. Nessa montagem utilizam-se dispositivos de corte comandado que permitem o funcionamento do conversor como se fosse uma ponte de rectificação e com ângulos de disparo entre zero e 360° . Esta montagem permite controlar a forma de onda da corrente absorvida da rede de modo que esta se encontre com o ângulo de defasagem que se desejar (normalmente nulo) e permite também reduzir o conteúdo harmónico da corrente.

Os conversores com circuito intermediário de corrente permitem a regulação da tensão contínua entre um valor máximo negativo e um valor máximo positivo. Estes valores são determinados pelas características da rede de energia de que se dispuser.

Conversão com circuito intermediário em tensão contínua

O desenvolvimento de alguns dispositivos com corte comandado veio permitir que as montagens que utilizam um circuito intermediário em tensão tivessem um maior desenvolvimento e uma maior generalização. O esquema básico encontra-se representado na figura 2.15. A máquina de indução é alimentada com um inversor de tensão que tem esta estrutura. Este inversor gera formas de onda de tensão alternadas a partir de uma fonte de tensão contínua estabilizada.

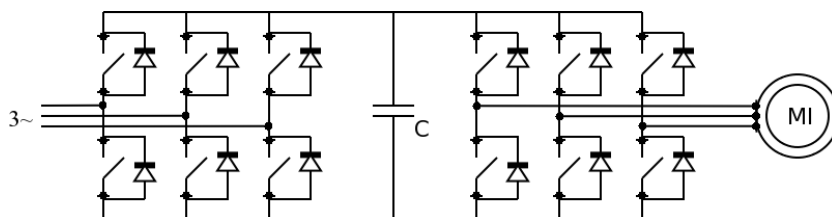


Figura 2.15: Conversor com circuito intermediário em tensão.

A alimentação pode ser realizada com um outro conversor de tensão ligado à rede que faz a conversão AC-DC. Este conversor, funcionando com técnicas de modulação de largura de impulsos e controlado apropriadamente permite o controlo da potência reactiva sob condições de corrente quase sinusoidal. Tem o inconveniente de permitir o controlo de tensão apenas para valores relativamente elevados superiores a um determinado valor. Este não é um inconveniente importante pois a regulação do valor eficaz da tensão que se deverá aplicar à máquina pode ser realizada actuando no inversor do lado da máquina.

Para máquinas de potência muito elevada é necessário utilizar numerosos dispositivos, normalmente em série e em paralelo. Nestas condições pode utilizar-se o conversor multi-nível. Este conversor tem a vantagem de realizar uma forma de onda com menor conteúdo harmónico permitindo utilizar uma frequência de comutação mais baixa [12, 13, 14, 15, 16].

O conversor com circuito intermediário em tensão pode também ser encontrado em sistemas de recuperação de energia rotórica, sendo muito frequente a sua utilização em sistemas de geração a velocidade variável, como é o caso dos geradores eólicos.

2.3.4 Conversores AC-AC

Em accionamentos de velocidade variável, a conversão directa AC-AC é utilizada em casos onde a potência for elevada e a frequência for baixa (inferior a metade da frequência da rede). O conversor directo AC-AC mais utilizado é o cicloconversor realizado com duas pontes de rectificação em anti-paralelo. O cicloconversor trifásico é constituído por três cicloconversores monofásicos.

O sistema de recuperação de energia rotórica pode ser realizado também com um cicloconversor trifásico visto que a frequência do lado do rotor é rela-

tivamente baixa. Esta montagem é realizada também para grandes potências e tem a vantagem de que a potência pode agora circular nos dois sentidos. Como consequência este sistema pode funcionar como motor e como gerador abaixo e acima da velocidade de sincronismo. Pode-se também controlar a potência reactiva trocada com a máquina o que permite controlar a potência reactiva que se troca pelo circuito do estator. Esta característica faz-se à custa de uma redução do binário máximo que pode ser produzido pela máquina.

2.4 Conclusões

Depois de no primeiro capítulo ter sido feita a contextualização do tema desta dissertação, revelou-se pertinente uma contextualização das tecnologias objecto de estudo. Deste modo, surgiu este capítulo que teve por intuito apresentar os Sistemas Electromecânicos de Velocidade Variável.

Começa por uma revisão histórica onde é apresentada a evolução desde as primeiras máquinas eléctricas até aos modernos sistemas de accionamento, chamando à atenção para os pontos/elementos chave da evolução.

Em sequência, apresenta os diferentes tipos de máquinas eléctricas encontradas no accionamento eléctrico e respectivos métodos de controlo associados. Dando assim uma perspectiva mais alargada do enquadramento do accionamento da máquina de indução e demonstrando a necessidade de introdução de um conversor nesse accionamento.

Neste quadro, é relevante caracterizar os conversores, pelo que são apresentadas, na generalidade, as diferentes topologias de conversor utilizadas nos diferentes métodos de controlo.

Com a perspectiva do conjunto mais clarificada começa-se a direccionar a dissertação para o par em estudo - as máquinas eléctricas de indução e os respectivos conversores estáticos de potência. Surgindo assim o capítulo seguinte.

Capítulo 3

Conversores para o Accionamento de Máquinas de Indução Trifásicas

As máquinas de corrente alternada, especialmente as máquinas de indução, são construtivamente muito mais simples e robustas do que as máquinas de corrente contínua. Apresentam menor massa (20 a 40% a menos), para uma mesma potência, o que leva a um menor custo de aquisição e manutenção do que as máquinas de corrente contínua equivalentes.

Quando se trata de realizar um accionamento controlado os conversores e sistemas de controle necessários tornam-se bem mais sofisticados do que aqueles utilizados para as máquinas de corrente contínua, sendo necessário analisar o custo global, e não apenas o relativo à máquina. Entretanto, o custo dos conversores tem diminuído com o passar do tempo, enquanto o custo de produção das máquinas tem tido uma variação muito menos significativa. Por esta razão, o custo total do sistema máquina mais conversor tende cada vez mais a ser vantajoso para a máquina de corrente alternada, nomeadamente a de indução.

Em termos de desempenho dinâmico, novas técnicas de controlo, como o controlo vectorial, têm possibilitado às máquinas de corrente alternada apresentarem comportamento similar ao das máquinas de corrente contínua, eliminando, também neste aspecto, as vantagens anteriores das máquinas de corrente contínua.

Este capítulo apresenta alguns dos sistemas de accionamento da máquina de indução, nomeadamente, diferentes métodos encontrados para o eficiente controlo de velocidade e binário. Apresenta os conversores as respectivas modulações e métodos de controlo, escalares e vectoriais.

3.1 Introdução

Uma utilização eficiente de energia significa maior produtividade com menor consumo de energia e menores perdas. A redução de perdas traduz-se em menor impacto no ambiente em que a máquina opera e menor impacto térmico e químico na central de produção de energia. Os sistemas de accionamento de velocidade variável são grandes potenciadores destes objectivos. Destacando-se os accionados por máquinas de indução.

Os sistemas de accionamento de velocidade variável com máquinas de indução têm hoje em dia uma forte implantação quer na indústria quer em uso residencial. As potências envolvidas, o desempenho desejado, os custos, o tamanho, etc., são diferentes de aplicação para aplicação. Assim também os conversores, as técnicas de controlo e consequentemente as soluções encontradas o serão.

Pelo estudo efectuado no capítulo anterior percebemos que no accionamento de uma máquina de indução a velocidade pode ser variada por:

Controlo da resistência do rotor - Em máquinas de rotor bobinado colocando resistências que se somam à impedância própria do rotor. A variação desta resistência permite mover a curva de binário - velocidade da máquina. De notar que, para um dado binário, o aumento da resistência do rotor leva a uma diminuição na velocidade mecânica. Este método permite elevar o binário de arranque e limitar a corrente de arranque. Obviamente este é um método de baixa eficiência devido à dissipação de potência nas resistências. O balanceamento entre as 3 fases é fundamental para a boa operação da máquina. Este tipo de accionamento foi usado especialmente em situações que requeriam elevado binário. As resistências podem ser substituídas por um conversor trifásico controlado, permitindo assim, que a energia a dissipar na resistência externa seja devolvida à rede. A relação entre a tensão DC definida pelo rectificador e a corrente reflectem para os enrolamentos do rotor a resistência equivalente. Esta técnica é muito utilizada em sistemas de produção de energia eólica.

Controlo da tensão do estator - Na máquina de indução o binário é proporcional ao quadrado da tensão aplicada ao estator. Assim, para um dado binário, uma redução na tensão produz uma diminuição na velocidade aumentando o deslizamento. Este tipo de accionamento não é aplicável a cargas que necessitem de binário constante. A faixa de ajuste de velocidade é relativamente estreita e é feita ao custo de uma redução significativa do binário disponível. Quando a curva do binário de carga cruza a curva da máquina além do ponto de binário máximo, não é possível o accionamento. Motores construídos para este tipo de accionamento são denominados de classe D e possuem elevada resistência do rotor, de modo a que a faixa de variação de velocidade se torne maior e não seja muito severa a perda de binário a baixas velocidades. A tensão do

estator pode ser variada por meio de um conversor de tensão AC-AC, a tiristores com controle de fase. A simplicidade desta solução justifica o seu uso em sistemas de baixo desempenho e potência, como ventiladores e bombas centrífugas, que precisam de baixo binário de arranque. Outra possibilidade é o uso de um inversor trifásico, operado com frequência constante e tensão ajustável por uma modulação de largura de impulsos.

Controlo da frequência do estator - O binário e a velocidade dependem da tensão de alimentação e da frequência que também pode ser controlada. Nos valores nominais de tensão e frequência, o fluxo no entreferro da máquina também estará no seu valor nominal. Se a tensão for mantida constante e a frequência diminuída, o fluxo aumentará, levando à saturação da máquina, alterando os parâmetros da máquina e a característica binário - velocidade. A baixas frequências, com a queda no valor das reactâncias, as correntes tendem a se elevar demasiadamente. Se a frequência for aumentada acima do valor nominal, fluxo e binário diminuem. Abaixo da velocidade base o binário deve ficar limitado ao seu valor nominal. A elevação da frequência permite aumentar a velocidade, às custas da perda de binário. Esta característica é similar à dos motores de corrente contínua quando se faz a elevação da velocidade pelo método do enfraquecimento de campo. Um controlo deste tipo pode ser obtida por meio de um inversor que forneça uma tensão constante (valor eficaz), variando apenas a frequência.

Controlo da tensão e da frequência do estator - Se a relação entre a tensão e a frequência da alimentação do motor for mantida constante, o fluxo do entreferro não se altera, pelo que o binário máximo não se alterará. À medida que a frequência aumenta, o fluxo no entreferro tende a diminuir devido à queda de tensão na impedância série do estator, levando à redução na tensão aplicada sobre a reactância de magnetização, o que conduz à necessidade de se elevar a tensão para se manter o binário. Uma vez que a tensão nominal da máquina não deve ser excedida, este tipo de acionamento aplica-se para velocidades abaixo da velocidade base. O conversor mais usual é do tipo inversor com controle por modulação de largura de impulsos ou de onda quase-quadrada, que permita ajustar simultaneamente tensão e frequência. Um inversor de onda quadrada necessita de uma tensão no barramento DC variável. Para velocidades muito baixas pode-se ainda fazer uso de cicloconversores.

Controlo de corrente - O binário do motor de indução pode ser controlado variando-se a corrente do rotor. No entanto, como se tem acesso à corrente do estator, é ela que pode ser objecto de controle directo. No arranque ($s = 1$) o valor R_r/s é reduzido, de modo que a corrente que flui pela indutância de magnetização é pequena, produzindo um baixo fluxo e, conseqüentemente, um pequeno bi-

nário. À medida que a máquina acelera o deslizamento diminui e aumentam a corrente de magnetização, o fluxo e o binário, caminhando no sentido da saturação do material ferromagnético. A fim de evitar saturação, o motor é normalmente accionado na região instável da curva binário - velocidade, o que só é possível em malha fechada e com controle sobre a tensão da máquina (para impedir a sua saturação). Uma corrente com valor eficaz constante pode ser fornecida por inversores de corrente. Tais inversores são obtidos tendo no barramento DC uma fonte de corrente contínua, tipicamente realizada por uma indutância, sobre a qual é controlada a corrente. Técnicas tipo modulação de largura de impulso são também possíveis, desde que o inversor seja adaptado para tal situação.

Controlo vectorial - Existem diferentes processos de controlo vectorial, de acordo com o referencial escolhido: coincidente com o vector fluxo estatórico; coincidente com o vector fluxo rotórico ou coincidente com o vector corrente de magnetização. O princípio do controlo vectorial da máquina de indução, utilizando vectores no espaço, é efectuar o desacoplamento das duas componentes da corrente estatórica: corrente de binário e corrente de campo. A sua implementação em coordenadas do campo necessita de um modelo para a aquisição do fluxo no motor, segundo o modelo escolhido este controlo é geralmente classificado em directo e indirecto. No método directo, a amplitude e fase do fluxo rotórico são medidas ou estimadas através de um estimador. No controlo vectorial indirecto, um estimador em malha-aberta determina a posição do fluxo rotórico. A ausência de sensores de fluxo e a boa operação a baixas velocidades, comparado com o controlo vectorial directo, têm aumentado a popularidade do controlo vectorial indirecto. Contudo, este controlo exige o conhecimento correcto da constante de tempo rotórica a fim de se determinar a posição instantânea do fluxo rotórico. Se esta posição for estimada incorrectamente, o desacoplamento entre fluxo e binário é perdido e ambas as respostas em regime permanente e regime transitório deterioram-se. Respostas lentas, oscilações no binário e a perda da linearidade do binário de referência versus binário de saída são as principais consequências da operação desequilibrada. O regime estático e dinâmico obtidos com este controlo é semelhante ao obtido com máquinas de corrente contínua. Utiliza conversores controlados em corrente.

Como podemos verificar todos os métodos requerem a ligação de um conversor estático de potência à máquina para actuação na tensão, corrente e/ou frequência.

Sendo o custo um factor chave, os conversores genéricos de baixa potência (até algumas dezenas de kilowatt) são concebidos com um mínimo de componentes e complexidade.

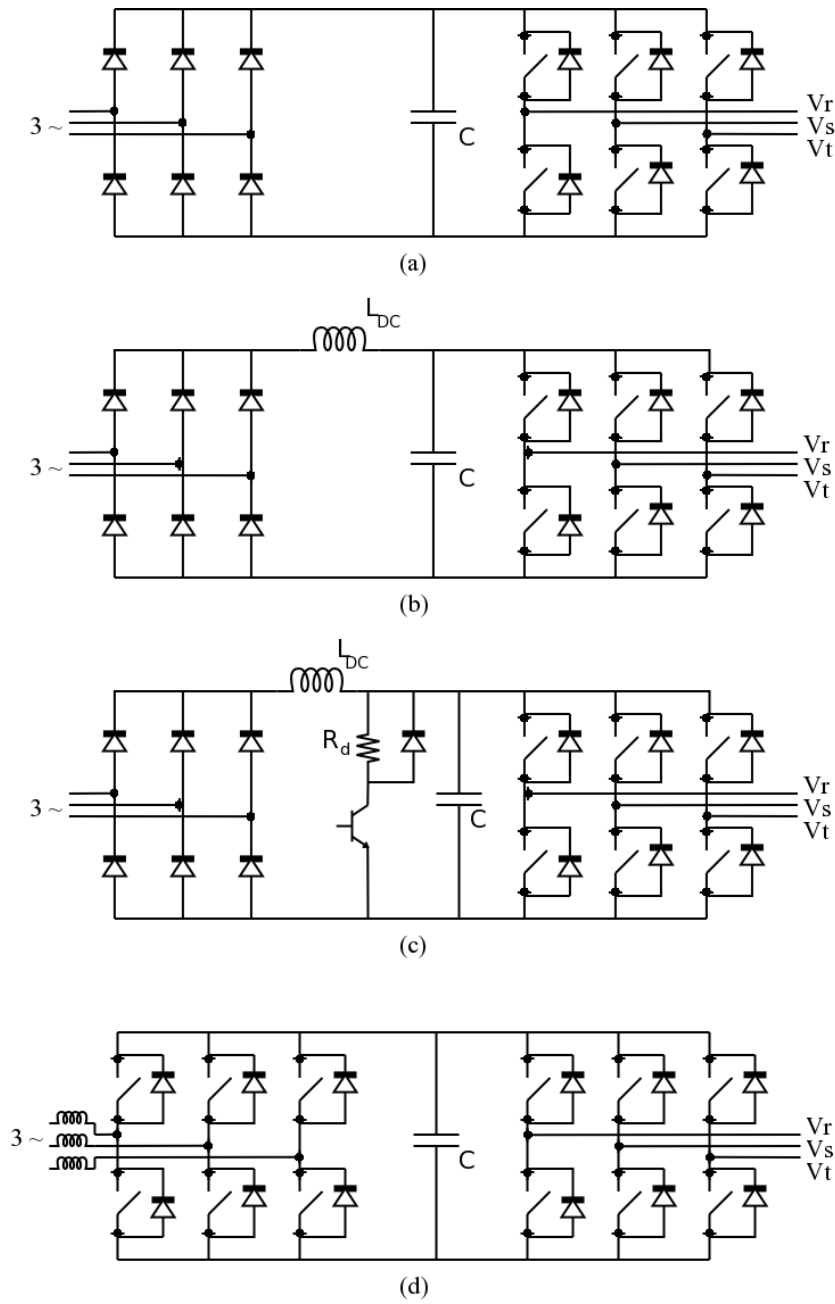


Figura 3.1: Topologias típicas de conversores estáticos de potência.

No caso das máquinas de indução é comumente utilizado o conversor da figura 3.1 (a). Um circuito monofásico/trifásico em ponte de díodos rectifica a tensão de entrada AC o condensador DC filtra a tensão rectificada formando assim uma fonte de tensão DC estável. Este circuito é designado por rectificador. O circuito em ponte com semicondutores comutados converte a tensão DC numa tensão trifásica AC com amplitude e frequência controladas pela lógica de comutação dos semicondutores comutados, sendo por isso designado de inversor de tensão. Para tensões nominais mais baixas (até centena de Volt) são em geral utilizados semicondutores do tipo MOSFET para

tensões superiores são utilizados semicondutores do tipo IGBT. A frequência de comutação pode chegar às dezenas de kilohertz. Este circuito base pode ser melhorado com a introdução de um circuito de pré-carga do condensador, um pequeno filtro de protecção electromagnética e/ou de supressão de transitórios de tensão.

A regulamentação relativa à qualidade da tensão na rede AC é cada vez mais exigente e com o aumento da potência nominal do conversor o desempenho do rectificador de entrada torna-se relevante. A figura 3.1 (b), mostra uma implementação onde é inserida uma indutância em série com o rectificador por forma a reduzir o conteúdo harmónico na rede AC e no barramento DC. Alternativamente, pode ser colocada uma indutância trifásica à entrada do rectificador e em série com a rede AC. Pode introduzir-se no barramento DC um circuito de frenagem dinâmica formado por uma resistência e um semiconductor comutado. Este circuito introduz controlo sobre a tensão do barramento DC em regime dinâmico e durante a regeneração de energia (figura 3.1 (c)). Em aplicações onde a regeneração de energia e a eficiência são importantes pode usar-se o conversor da figura 3.1 (d). Esta configuração é sem dúvida a mais versátil e eficiente de todas, contudo, o elevado número de semicondutores comutados que utiliza faz dela a mais cara.

Para a gama de potências dos megawatt, podem ser encontradas diferentes topologias de implementação do inversor de tensão. Desde a utilização de inversores em paralelo, os inversores com semicondutores em paralelo até estruturas mais complexas como é o caso dos inversores multi-nível. Quando é pretendida regeneração utilizam-se rectificadores com tirístores ou GTO. Mais recentemente surgiram aplicações com novos semicondutores do tipo IGCT [17, 18]. Nesta gama de potência as perdas por comutação são de importância extrema pelo que a frequência de comutação cai das dezenas de kilohertz, dos conversores de menor potência, para menos de um kilohertz nos megawatt. Por forma a reduzir estas perdas são implementados circuitos *snubber*.

Desde o mais simples conversor até o mais sofisticado todos implementam um conjunto de protecções de hardware, nomeadamente contra sobrecorrentes, sobretensões, sobreaquecimento do dissipador e contra picos de tensão da rede. Obviamente, que para potências nominais superiores os cuidados com protecções são maiores. Por forma a garantir a rápida actuação os sistemas de protecção são implementados em *hardware*, contudo alguns conversores implementam no *software* algoritmos adicionais de protecção e diagnóstico, aumentando assim a fiabilidade do sistema.

Podemos perceber que a estrutura de conversor estático de potência para accionamento de máquinas de indução pode variar significativamente conforme a aplicação em questão. Contudo, a sua principal função mantém-se imutável - gerar a partir de uma fonte DC uma tensão trifásica com amplitude e frequência controladas. Por isso, o algoritmo de comutação dos semicondutores determina de sobremaneira o desempenho dos mesmos. Os diferentes métodos de PWM e de controlo tornam cada conversor único com características, vantagens e desempenhos únicos.

3.2 Rectificadores trifásicos

Os rectificadores estáticos podem ser classificados em não controlados e controlados. Enquanto nos primeiros são utilizados díodos de potência, sendo a tensão contínua não controlável, no segundo caso são utilizados dispositivos com capacidade de controlo de entrada em condução (tirístores), ou semicondutores com capacidade de controlo de entrada e saída de condução através de controlo da porta (GTOs, MOSFETs e IGBTs), sendo assim possível controlar a tensão contínua.

3.2.1 Rectificador trifásico não controlado, baseado em díodos

Um rectificador não controlado utiliza díodos como semicondutores. Com estes semicondutores, é possível construir diversas montagens, desde monofásicas ou polifásicas, a configurações série ou paralelo.

Na figura 3.2 apresenta-se uma configuração trifásica, paralela-dupla, em que L_s e R_s representam respectivamente a indutância e a resistência da rede eléctrica. A tensão contínua produzida por este tipo de rectificador, medida aos terminais da carga (considerada uma fonte de corrente) será aquela que possua nesse momento a máxima tensão composta alternada instantânea. Deste modo, os díodos alternam a sua condução naturalmente, surgindo também a ondulação visível na tensão contínua. De modo a que o seu valor seja atenuado, é possível inserir na saída um filtro, reduzindo, nomeadamente, a ondulação da tensão.

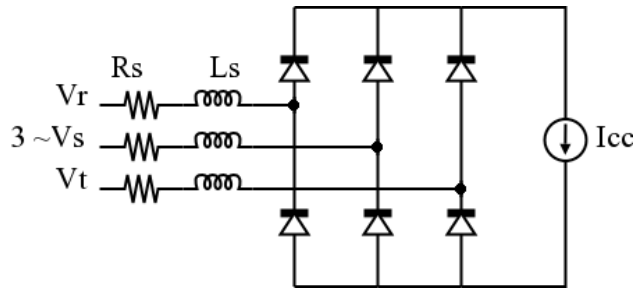


Figura 3.2: Rectificador trifásico não controlado, baseado em díodos.

Os rectificadores deste tipo podem ser utilizados em potências elevadas, na ordem de centenas de kilowatt, sendo a sua potência limitada pelos semicondutores e pela distorção introduzida na rede eléctrica.

Na figura 3.3 é possível verificar a forma de onda das tensões de entrada e saída do conversor. Considerou-se, $V_{r,s,t} = 230V$, $L_s = 10\mu H$, $R_s = 10m\Omega$ e $I_{CC} = 30A$ (fonte de corrente).

Na figura é perfeitamente visível a relação entre as tensões compostas das fases e a ondulação da tensão contínua. O valor médio da tensão aos terminais da carga será dado pela equação

$$V_{CC} = \frac{3}{\pi} \sqrt{2} V_{rs} \quad (3.1)$$

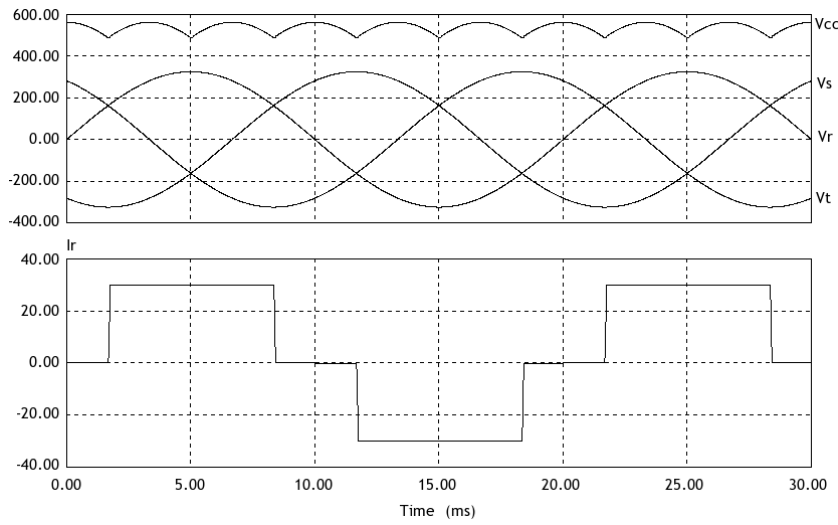


Figura 3.3: Tensões e correntes na entrada e saída do rectificador a díodos - carga resistiva.

O valor da corrente eficaz na linha será dado por

$$I_s = \sqrt{\frac{2}{3}} I_{CC} \quad (3.2)$$

Após análise de Fourier verifica-se que o valor eficaz da componente fundamental I_{s1} é

$$I_{s1} = \frac{\sqrt{6}}{\pi} I_{CC} \quad (3.3)$$

O factor de potência (FP) é dado pela equação

$$FP = \frac{V_{CC} I_{CC}}{3 V_s I_s} = \frac{3}{\pi} \quad (3.4)$$

O valor da máxima tensão inversa suportada por um diodo será dado por

$$V_{D_{max}} = 2V_{rpk} \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) \quad (3.5)$$

E a corrente eficaz nos díodos por

$$I_D = \frac{I_{CC}}{\sqrt{3}} \quad (3.6)$$

Constata-se que a corrente de entrada do conversor não é sinusoidal, não possui a forma de onda da tensão de entrada. Este comportamento não linear da corrente de entrada introduz conteúdo harmónico na rede eléctrica, com consequências nefastas para a mesma. Apesar de as suas consequências poderem ser minimizadas através de filtros passivos tipo LC, a utilização dos mesmos apresenta problemas de custo e espaço, bem como a possibilidade de ocorrência do fenómeno de ressonância. Esta característica de não linearidade apresenta-se como uma das maiores desvantagens deste tipo de conversores.

Os harmónicos de corrente introduzidos, serão ímpares, com ordem n dada pela equação 3.7, sendo k um número inteiro par e q o número de fases.

$$n = k.q \pm 1 \quad (3.7)$$

No caso de sistemas trifásicos o harmónico de ordem três e seus múltiplos não existirão, devido às características desta configuração. A amplitude do conteúdo harmónico gerado pelo conversor pode ser influenciada pelo tamanho do condensador do barramento contínuo, pelo filtro AC e pela impedância de rede eléctrica. O conteúdo harmónico pode ser avaliado pela taxa de distorção harmónica (THD), calculada pela equação 3.8, sendo I_1 o valor eficaz da componente fundamental da corrente e I_n o valor da componente do harmónico de ordem n .

$$THD = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} I_n^2}}{I_1} \quad (3.8)$$

3.2.2 Rectificador trifásico controlado, baseado em tirístores

O conversor apresentado no ponto anterior, apesar de simples e robusto, possui uma tensão de saída não controlável. Substituindo os díodos por tirístores, torna-se possível o controlo da tensão contínua para valores menores que a máxima tensão convertida por uma ponte de díodos com um esquema de montagem semelhante.

Os tirístores são semicondutores com entrada em condução controlada, possuindo três terminais, o ânodo (terminal positivo), o cátodo (terminal negativo) e a porta. O seu funcionamento é semelhante ao do díodo, com a particularidade de a sua entrada em condução apenas se verificar quando a tensão aos seus terminais é positiva e o terminal da porta se encontrar directamente polarizado com uma tensão mínima. Na figura 3.4 apresenta-se uma configuração trifásica, paralela-dupla.

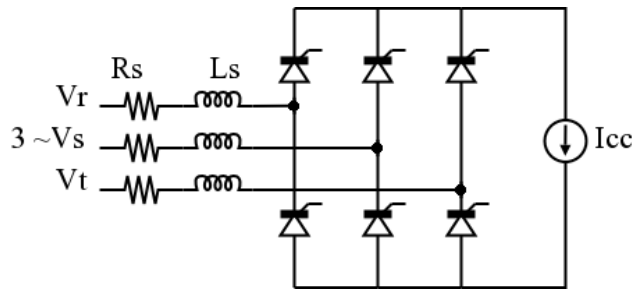


Figura 3.4: Rectificador trifásico controlado, baseado em tirístores.

O valor médio da tensão contínua será controlado através do controlo do instante em que os tirístores são colocados em condução. Considerando α como o ângulo de atraso da entrada em condução dos tirístores, medido a partir do momento em que a tensão no seu ânodo é a mais positiva, é possível

calcular o valor médio da tensão de saída do conversor através da equação seguinte.

$$V_{CC} = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} V_{rs} \cos \alpha \quad (3.9)$$

Com $\alpha = 0^\circ$ a tensão de saída será igual a V_{CCmax} , com $\alpha = 90^\circ$ será nula e com $\alpha = 180^\circ$ será $-V_{CCmax}$, sendo V_{CCmax} a tensão obtida com o funcionamento equivalente a uma ponte de díodos. Caso $90^\circ > \alpha > 180^\circ$, como I_{CC} se mantém positivo, a potência activa fornecida à carga será negativa, ou seja, a rede eléctrica passa a receber energia em vez de fornecer, passando a carga a funcionar como gerador. Designa-se este modo de funcionamento como inversor não autónomo, uma vez que é a rede eléctrica que impõe a frequência.

Na figura 3.5 é possível verificar a forma de onda das tensões de entrada e saída do conversor, com $V_{r,s,t} = 230V$, $\alpha = 60^\circ$, $L_s = 10\mu H$, $R_s = 10m\Omega$ e $I_{CC} = 30A$. Tal como na montagem anteriormente apresentada, também aqui o valor da corrente eficaz na linha, será dada pela equação 3.2 assim como a sua componente fundamental pela equação 3.3.

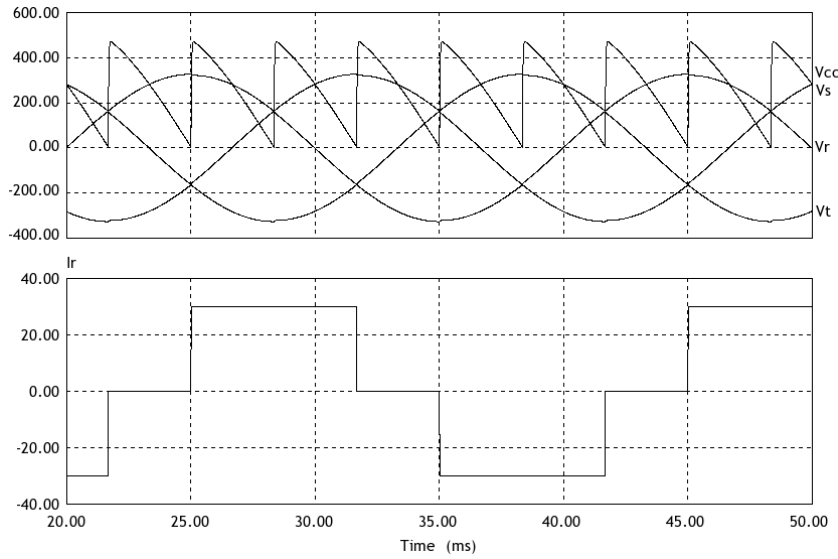


Figura 3.5: Tensões e correntes na entrada e saída do rectificador a tirístores - carga resistiva.

O factor de potência (FP) é dado pela equação

$$FP = \frac{V_{CC} I_{CC}}{3V_s I_s} = \frac{3}{\pi} \cos \alpha \quad (3.10)$$

A máxima tensão inversa e corrente directa suportada por cada tiristor é a mesma que para a montagem utilizando díodos (equações 3.5 e 3.6).

A corrente de entrada do conversor não é sinusoidal, e apresenta-se deslocada do centro da onda de tensão, tal como previsto, devido ao ângulo de atraso do disparo dos tirístores ($\alpha = 60^\circ$). Verifica-se também o comportamento não linear da corrente de entrada, com o conteúdo harmónico inerente à mesma.

Apesar de, neste tipo de conversor, ser possível o controlo da tensão contínua, bem como a sua operação como inversor não autónomo, continua a verificar-se que a qualidade da onda de corrente na ligação à rede eléctrica é fraca, com elevada taxa de distorção harmónica ($THD > 30\%$). Tal como no conversor a diodos, esta característica de não linearidade, apresenta-se como uma das maiores desvantagens deste tipo de conversores.

3.2.3 Rectificador trifásico pulsado tipo fonte de corrente

Os rectificadores trifásicos pulsados, sejam do tipo fonte de corrente ou fonte de tensão, além de permitirem controlar a tensão no barramento contínuo, possibilitam o controlo do factor de potência, seja este unitário ou não, bem como o fluxo de potência bidireccional. Para tal, é necessária a utilização de dispositivos com capacidade de comando da comutação dos mesmos através da porta, sendo assim possível controlar não só o momento em que os semicondutores entram em condução, mas também o momento em que saem da mesma. Os dispositivos mais utilizados são do tipo MOSFET ou IGBT, sendo também possível a utilização de tirístores com circuitos auxiliares de saída de condução ou GTO.

Os rectificadores trifásicos pulsados do tipo fonte de corrente, ou rectificadores trifásicos abaixadores, (figura 3.6) possuem características duais dos rectificadores fontes de tensão. Assim, enquanto o primeiro permite o controlo da tensão contínua abaixo da tensão obtida através da ponte de diodos, o segundo apenas permite o controlo da tensão acima desse mesmo valor [19].

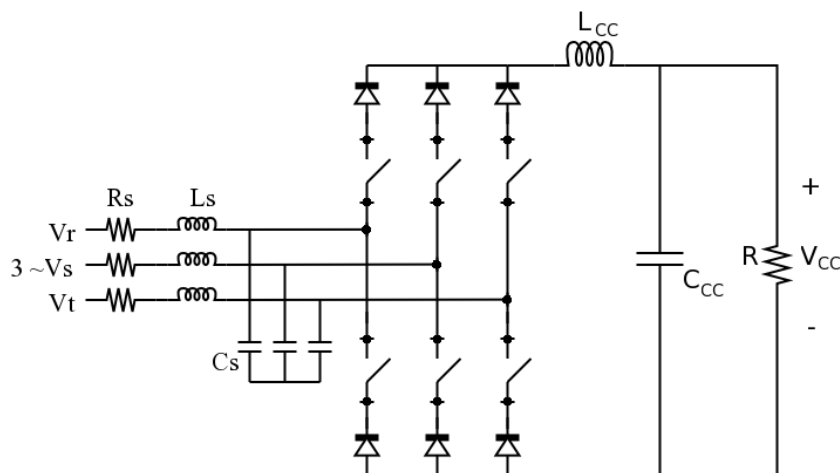


Figura 3.6: Rectificador trifásico pulsado, tipo fonte de corrente.

A presença da malha de filtragem LC na entrada do conversor pode levar ao aparecimento do fenómeno de ressonância, causada pela presença de harmónicos de corrente de baixa frequência. A utilização de algoritmos de controlo evoluídos [20, 21] conduz à necessidade de utilização de circuitos de controlo complexos, no caso de implementação analógica, ou utilização

de microprocessadores/microcontroladores no caso de implementação digital, sendo esta a solução mais utilizada.

Como principal vantagem apresenta a possibilidade de controlo directo da corrente alternada e possibilidade de controlo da tensão DC abaixo do valor da tensão de rectificação da ponte de diodos.

Como desvantagens apresenta a dificuldade de selecção dos parâmetros do filtro LC, a necessidade de utilização de diodos em série com os interruptores de potência e o elevado custo resultante dos componentes utilizados e do tempo de desenvolvimento requerido.

3.2.4 Rectificador trifásico pulsado tipo fonte de tensão

Os rectificadores pulsados do tipo fonte de tensão têm sofrido um acentuado acréscimo de interesse na sua utilização em equipamentos com conexão à rede eléctrica e accionamentos de velocidade variável, devido à cada vez maior preocupação e exigência normativa face ao conteúdo harmónico da corrente, por norma baixo neste tipo de conversores, bem como elevado rendimento, rápida resposta dinâmica associado a uma dimensão física reduzida (peso e espaço) e preço atractivo.

Face aos rectificadores não controlados (pontes de diodos) ou controlados em fase (pontes de tiristores), os rectificadores pulsados permitem a eliminação dos harmónicos de corrente de baixa frequência, injectados pelos rectificadores anteriormente referidos, eliminando assim a distorção da forma de onda da tensão da rede causada por esses mesmos harmónicos. Além do mais, permite o controlo do factor de potência, sendo assim possível diminuir o custo da energia eléctrica consumida, bem como a possibilidade de regular o factor de potência para um determinado valor, característica com aplicação no caso de energias renováveis ligadas à rede eléctrica [22, 23, 24].

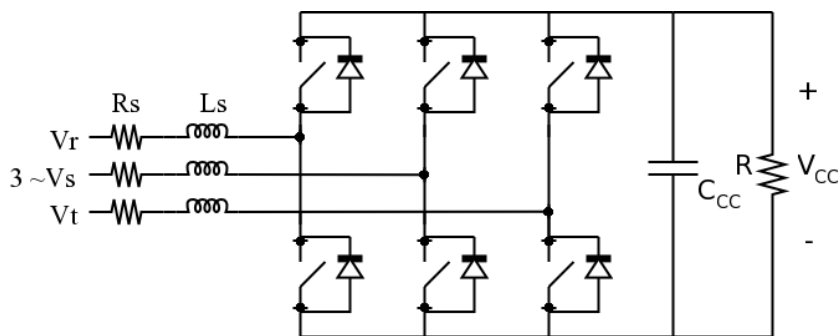


Figura 3.7: Rectificador trifásico pulsado, tipo fonte de tensão.

Verifica-se também uma redução da dimensão e valor dos componentes do filtro passivo utilizado para interligar o conversor com a rede eléctrica. Para a análise e desenvolvimento de um conversor deste tipo (figura 3.7), torna-se necessária a utilização de técnicas de modelação que permitam compreender o funcionamento do conversor, bem como definir métodos de controlo.

Encontram-se referências a modelos para pequenos sinais, bem como a utilização de referências trifásicas e bifásicas, com ou sem coordenadas síncronas com o vector de tensão da rede em [25, 26, 27, 28, 29]

É possível verificar que o conversor funciona como o interface entre a carga e a rede de distribuição eléctrica, controlando o trânsito de potência entre os dois lados, mantendo a corrente na rede sinusoidal, com baixo conteúdo harmónico, e garantindo o controlo da corrente alternada, independentemente da carga no lado contínuo.

O seu funcionamento pode ser diferenciado entre controlo do valor de corrente injectado na rede eléctrica (modo gerador), para aplicações em que a carga imponha ou controle a tensão contínua e apenas se pretenda controlar a potência injectada na rede; e o controlo da tensão contínua. Neste ultimo modo, a tensão é controlada indirectamente, pelo valor da corrente que é retirado ou injectado no condensador do barramento contínuo. Neste modo de funcionamento o conversor deve controlar a tensão contínua, independentemente da carga, seja ela linear ou não, activa ou passiva, funcionando no primeiro ou segundo quadrante.

Como principal desvantagem deste tipo de conversores (pulsados), surge o custo, devido ao elevado número de semicondutores, aliado à necessidade de utilização de meios de cálculo poderosos e à complexidade do projecto de um conversor deste tipo.

3.3 Inversores trifásicos

A função de um inversor consiste em converter uma tensão de entrada DC em uma tensão de saída AC simétrica de amplitude e frequência desejadas. A tensão de saída pode ser fixa ou variável com frequência também fixa ou variável. A tensão de saída variável pode ser obtida variando-se a tensão DC de entrada e mantendo o ganho do inversor constante. Por outro lado, se a tensão DC de entrada for fixa e não controlável, a tensão de saída variável pode ser obtida por variação do ganho do inversor. O que é normalmente conseguido com um controlo de modulação de largura de impulso.

As formas de onda da tensão da saída de inversores ideais deveriam ser sinusoidais. Contudo, as formas de onda dos inversores reais não são sinusoidais e contêm harmónicos. Para aplicações de baixa e média potência, as tensões de onda quadrada ou quase quadrada podem ser aceitáveis, mas para aplicações de potência elevada são necessárias formas de onda sinusoidais com baixa distorção. O conteúdo harmónico pode ser minimizado ou reduzido significativamente pelas técnicas de PWM.

Pode ser encontrada uma grande variedade destes conversores no accionamento de máquinas eléctricas. A montagem típica para esta utilização é o inversor de tensão com comutação forçada e modulação de largura de impulsos sinusoidal [30]. Uma aplicação comum dos inversores monofásicos são as fontes de tensão não interruptíveis (UPS) para alimentação de cargas críticas. Aqui, podem ser encontrados dispositivos com tensões de saída desde a onda quadrada até muito próximo da tensão sinusoidal ideal.

Alternativamente aos conversores de comutação forçada os conversores de comutação natural têm sido investigados activamente. Os conversores de comutação forçada requerem semicondutores controlados, enquanto que os de comutação natural, recorrem a uma malha intermédia de oscilação que possibilita a comutação a tensão e/ou corrente zero.

Os conversores a tirístores podem ainda ser encontrados em aplicações de potência nominal da ordem dos vários megawatt. Como é sabido, estes semicondutores só podem ser controlados aquando da ligação, a saída de condução dá-se apenas quando a corrente no dispositivo se anula. Pelo que necessitam de ser ligados a redes com tensões estáveis. São utilizados em redes de distribuição DC, transporte de energia a distâncias muito elevadas e em accionamento de máquinas com potências muito elevadas [9, 10]. As ultimas aplicações nesta gama de potência são os conversores de comutação forçada multi-nível [14].

Os modernos inversores de tensão utilizam como elemento de comutação os transístores IGBT. Os MOSFET, podem também ser encontrados, especialmente em aplicações de menor tensão e potência e/ou aplicações que por requisitos de eficiência necessitem de frequências de comutação mais elevadas.

O princípio de funcionamento de um inversor pode ser explicado com o auxilio da figura 3.8 (a). O transístor Q_1 está em condução durante $[0, T/2]$ e a tensão na carga v_o é $V_s/2$. O transístor Q_2 está em condução durante $[T/2, T]$ e a tensão na carga v_o é $-V_s/2$. O circuito de controlo deve garantir que Q_1 e Q_2 não estão em condução em simultâneo. De outra forma, resultaria uma condição de curto-circuito através dos dois transístores. A figura 3.8 (b) mostra as formas de onda da tensão na carga e as correntes nos transístores, para uma carga resistiva.

A tensão eficaz de saída pode ser determinada por

$$V_o = \sqrt{\frac{2}{T_0} \int_0^{T_0/2} \frac{V_s^2}{4} dt} = \frac{V_s}{2} \quad (3.11)$$

A tensão instantânea de saída pode ser expressa na série de Fourier como

$$\begin{aligned} v_o &= \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{2V_s}{n\pi} \sin n\omega t \\ &= 0 \quad \text{para} \quad n = 2, 4, \dots \end{aligned} \quad (3.12)$$

onde $\omega = 2\pi f_0$ é a frequência da tensão de saída em rad/s . Para $n = 1$, a equação 3.12 dá o valor eficaz da componente fundamental

$$V_1 = \frac{2V_s}{\sqrt{2}\pi} \quad (3.13)$$

Para uma carga indutiva, a corrente de carga não pode mudar instantaneamente com a tensão de saída. Se Q_1 for cortado em $t = T_0/2$, a corrente de carga continuará a fluir através de D_2 , da carga e da metade inferior da fonte DC até que a corrente se anule. Similarmente, quando Q_2 for cortado em $t = T_0$, a corrente de carga fluirá através de D_1 , da carga e da metade superior da fonte DC. Quando o diódo D_1 ou D_2 conduzem a energia é devolvida à fonte DC, pelo que esses díodos são conhecidos por díodos de realimentação.

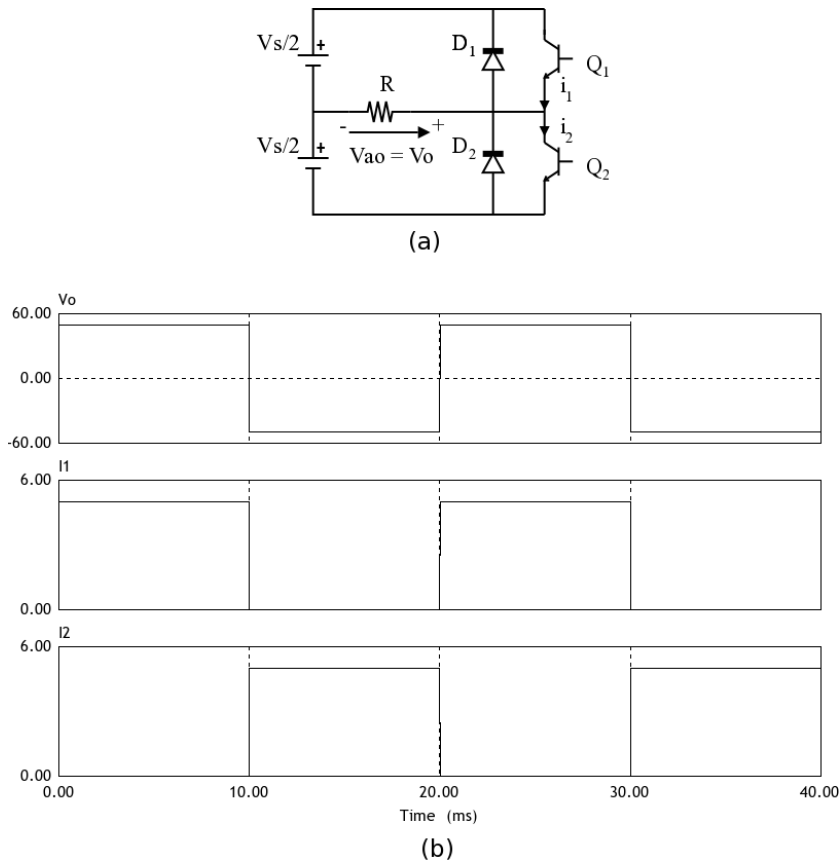


Figura 3.8: Inversor meia-ponte.

A tensão e/ou corrente de saída de um inversor contêm harmónicos e a qualidade de um inversor é normalmente avaliada em função dos seguintes parâmetros de desempenho:

Factor Harmónico (HF_n) - O factor harmónico (do n -ésimo harmónico, que é uma medida da contribuição do harmónico individual, é definido como

$$HF_n = \frac{V_n}{V_1} \quad (3.14)$$

onde V_1 é o valor eficaz da componente fundamental e V_n é o valor eficaz do n -ésimo componente harmónico.

Distorção Harmónica Total (THD) - A distorção harmónica total, que é a medida da proximidade da forma entre a forma de onda e a sua componente fundamental, é definida como

$$THD = \frac{1}{V_1} \sqrt{\sum_{n=2,3,\dots}^{\infty} V_n^2} \quad (3.15)$$

Factor de Distorção (DF) - A THD dá o conteúdo harmónico total, mas não indica o nível de cada componente harmónica. Se for utilizado um filtro na saída dos inversores, os harmónicos de mais

alta ordem são atenuados mais eficientemente. Portanto, é importante um conhecimento de ambos, frequência e amplitude, de cada harmónico. O factor de distorção indica a distorção harmónica que resta em uma forma de onda particular, após os harmónicos daquela forma de onda terem sido submetidos a uma atenuação de segunda ordem (isto é, divididos por n^2). Assim, DF é uma medida da eficiência em redução dos harmónicos indesejáveis, sem ter de especificar os valores de um filtro de carga de segunda ordem, e é definido como

$$DF = \frac{1}{V_1} \sqrt{\sum_{n=2,3,\dots}^{\infty} \left(\frac{V_n}{n^2} \right)^2} \quad (3.16)$$

Harmónico de Mais Baixa Ordem (LOH) - O harmónico de mais baixa ordem é o componente harmónico cuja frequência está mais próxima da fundamental, e a sua amplitude é maior ou igual a 3% da fundamental.

3.3.1 Inversor de tensão em onda quadrada

Uma saída trifásica pode ser obtida a partir de uma configuração com seis transístores e seis díodos, como mostra a figura 3.9. Dois tipos de sinais de controlo podem ser aplicados aos transístores: condução por 180° e condução por 120° .

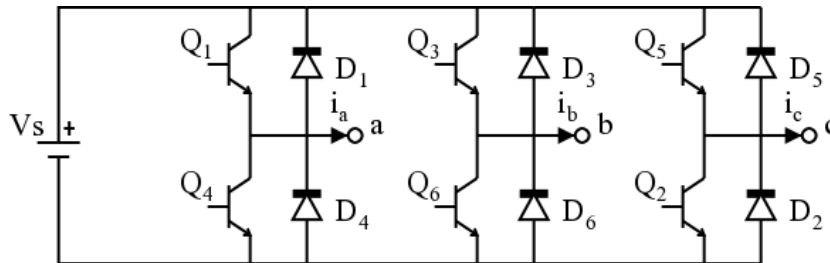


Figura 3.9: Inversor trifásico em ponte.

Condução por 180°

Cada transístor conduz durante 180° . Em cada instante estão três transístores em condução. Quando o transístor Q_1 entra em condução, o terminal a é ligado ao positivo da fonte DC de entrada. Quando o transístor Q_4 entra em condução, o terminal a é ligado ao negativo da fonte DC. Existem seis estados de operação num ciclo e a duração de cada estado é de 60° . Os sinais de comando mostrados na figura 3.10 são desfasados 60° para se obterem tensões trifásicas (fundamentais) equilibradas.

As tensões composta e simples são mostradas na figura 3.11. A tensão instantânea de linha, v_{ab} , pode ser expressa em uma série de Fourier, reco-

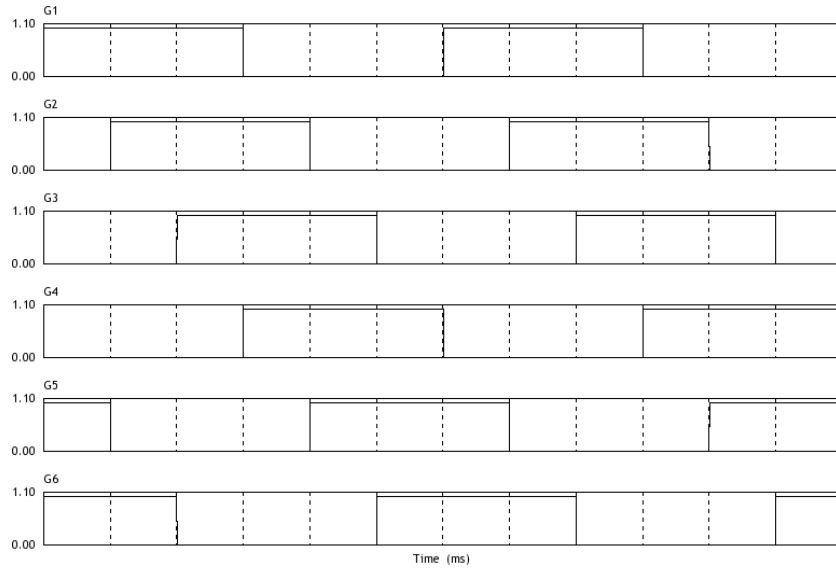


Figura 3.10: Sinais de comando de 180°.

nhecendo que v_{ab} está desfasada de $\pi/6$ e os harmónicos pares são zero.

$$v_{ab} = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{4V_s}{n\pi} \cos \frac{n\pi}{6} \sin n \left(\omega t + \frac{\pi}{6} \right) \quad (3.17)$$

Podemos notar a partir da equação 3.17, que os harmónicos ímpares múltiplos de três são nulos. A tensão eficaz de linha pode ser encontrada a partir de

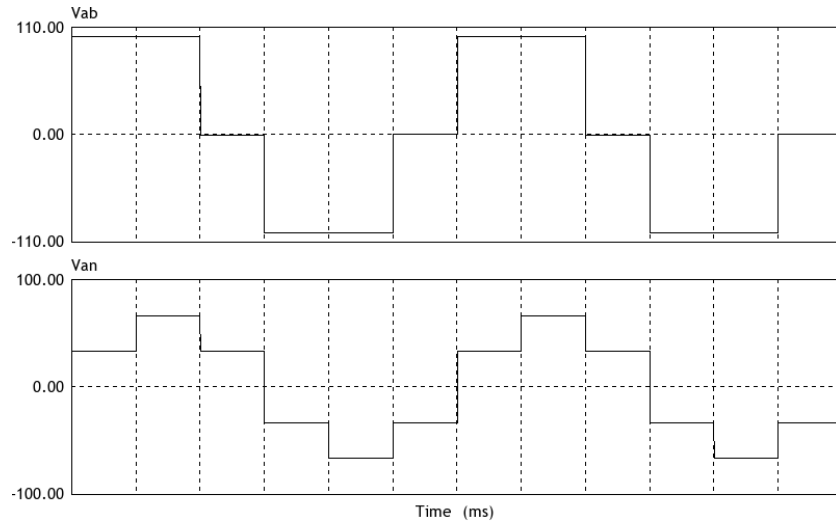


Figura 3.11: Tensão composta e simples com comando de 180°.

$$V_L = \sqrt{\frac{2}{2\pi} \int_0^{2\pi/3} V_s^2 d(\omega t)} = \sqrt{\frac{2}{3}} V_s \quad (3.18)$$

A partir da equação 3.17, a n -ésima componente eficaz da tensão de linha é

$$V_{Ln} = \frac{4V_s}{\sqrt{2}n\pi} \cos \frac{n\pi}{6} \quad (3.19)$$

que para $n = 1$, dá a tensão fundamental de linha

$$V_{L1} = \frac{4V_s \cos 30}{\sqrt{2\pi}} \quad (3.20)$$

O valor eficaz da tensão fase-neutro pode ser encontrada a partir da tensão composta como

$$V_p = \frac{V_L}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}V_s}{3} \quad (3.21)$$

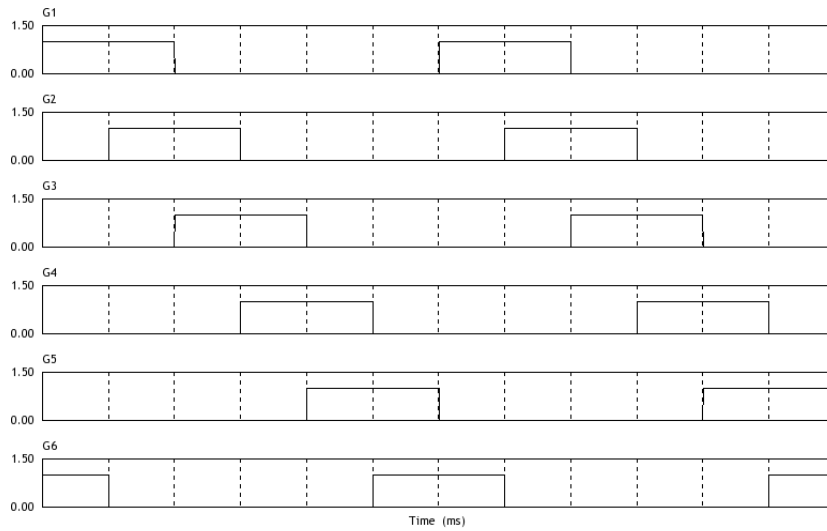


Figura 3.12: Sinais de comando de 120°.

Condução por 120°

Neste tipo de comando cada transístor conduz durante 120°. Em qualquer instante de tempo somente dois transístores estão em condução.

Os sinais de comando são mostrados na figura 3.12.

A tensão simples que é mostradas na figura 3.13 pode ser expressa na série de Fourier.

$$v_{an} = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{2V_s}{n\pi} \cos \frac{n\pi}{6} \sin n \left(\omega t + \frac{\pi}{6} \right) \quad (3.22)$$

A tensão de linha é $v_{ab} = \sqrt{3}v_{an}$ com uma fase adiantada 30°. Há um atraso de $\pi/6$ entre o corte do transístor Q_1 e a entrada em condução de Q_4 . Deste modo, não existe curto-circuito da fonte DC através dos transístores superior e inferior. Em qualquer instante, dois terminais da carga são conectados à fonte de alimentação DC e o terceiro permanece desligado.

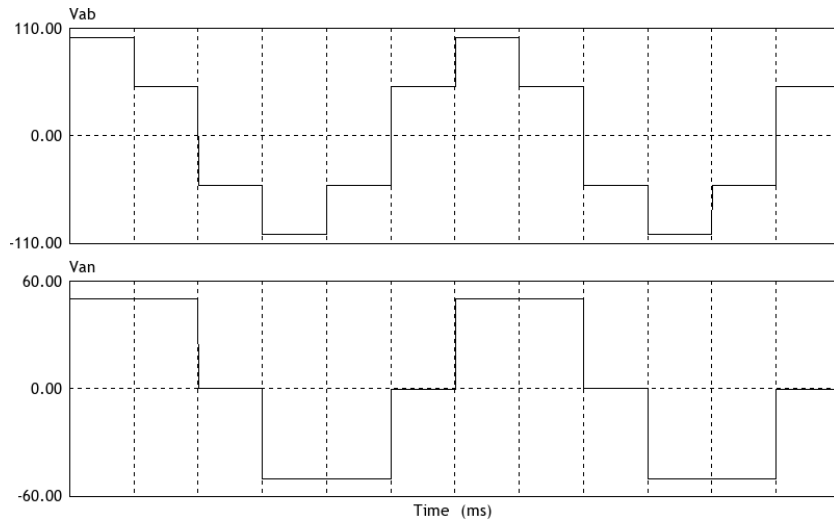


Figura 3.13: Tensão composta e simples com comando de 120° .

3.3.2 Inversor de Corrente

Nos pontos anteriores os inversores são alimentados a partir de uma fonte de tensão e a corrente na carga é forçada a variar entre o positivo e o negativo, e vice-versa. Para alimentar cargas indutivas, são necessários semicondutores de potência com díodos de comutação, enquanto que num inversor de corrente a entrada se comporta como uma fonte de corrente. A corrente de saída é mantida constante independentemente da carga dos inversores e a tensão de saída é forçada a variar.

Os circuitos de comutação para tiristores, são neste caso muito mais simples, necessitando apenas de um condensador.

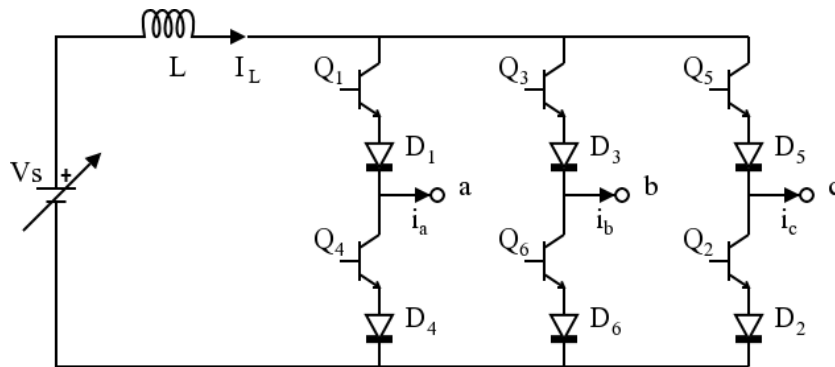


Figura 3.14: Inversor de corrente trifásico.

O circuito de um inversor de corrente trifásico transistorizado é apresentado na figura 3.14. Os díodos em série com os transístores são necessários para bloquear tensões inversas nos transístores. Os sinais de comando são iguais aos utilizados no inversor de tensão com condução de 120° (apresentados na figura 3.12). As formas de onda da corrente são apresentadas na figura 3.15.

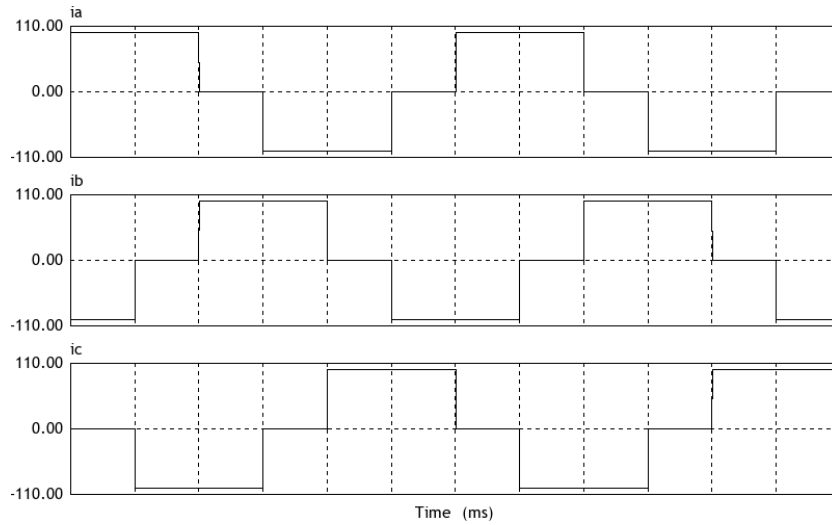


Figura 3.15: Correntes de saída de um inversor de corrente trifásico.

Em cada instante apenas dois transístores conduzem ao mesmo tempo. Cada dispositivo conduz durante 120° . A partir da equação 3.17, a corrente para a fase a pode ser expressa como

$$i_a = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{4I_L}{n\pi} \cos \frac{n\pi}{6} \sin n \left(\omega t + \frac{\pi}{6} \right) \quad (3.23)$$

As técnicas de PWM podem ser aplicadas para variar a corrente de carga e melhorar a qualidade da sua forma de onda.

O inversor tipo fonte de corrente é um dual do inversor do tipo fonte de tensão. A tensão de linha de um inversor de tensão é similar à forma de onda da corrente de linha de um inversor de corrente. As vantagens do inversor de corrente são:

1. Como a corrente DC de entrada controlada é limitada, os efeitos da falha de um impulso de comando de um semiconductor ou um curto-circuito são limitados;
2. O valor máximo de corrente do semiconductor de comutação é limitado;
3. Os circuitos de comutação para tiristores são mais simples;
4. Funcionamento com cargas indutivas e regenerativas sem díodos de comutação.

Um conversor de corrente requer uma indutância relativamente grande para que a fonte DC assuma características de uma verdadeira fonte de tensão e um andar conversor extra para controlo da corrente. A resposta dinâmica é mais lenta. Devido à transferência de um par de semicondutores para outro será necessário um filtro de saída para suprimir os picos na tensão.

3.4 Técnicas de modulação de largura de impulsos

A modulação de largura de impulsos (PWM) aplicada a conversores de potência trifásicos tem sido estudada desde há várias décadas. Trata-se de um método de controlo dos sinais de comutação de um conversor. São gerados para os três ramos do conversor face a determinados valores de amplitude e fase de uma tensão de referência.

Devido ao facto de o rendimento de um conversor estar relacionado com as perdas resultantes da comutação (mas não só), revela-se importante a minimização deste fenómeno.

Uma vez que a modulação actua directamente sobre a comutação, surge a necessidade de estudo e utilização de métodos de modulação que permitam elevado rendimento. O factor de utilização da tensão disponível no barramento de tensão contínuo, no caso dos inversores, é também um factor relevante, devido a motivos económicos.

O surgimento de normas regulamentadoras da qualidade da rede eléctrica impõe que o conteúdo harmónico injectado na rede eléctrica seja restringido. Face aos argumentos expostos, a modulação de largura de impulsos, aplicada a conversores trifásicos, originalmente desenvolvida para o controlo de motores assíncronos, é ainda hoje sujeita a forte estudo e desenvolvimento, tendo surgido diferentes métodos de PWM, de forma a obter determinadas características [31]:

- Largo espectro de modulação linear;
- Menores perdas por comutação;
- Menor taxa de distorção harmónica (THD);
- Implementação fácil e com baixo tempo de processamento (no caso digital).

Os primeiros métodos de implementação a surgir foram os analógicos, baseados em portadora, lineares e sinusoidais. Possuem como principais características frequência de comutação fixa, espectro harmónico bem definido e baixa ondulação de corrente. Com o decorrer dos anos foram surgindo métodos diversos, quer na exploração da zona de sobremodulação [32, 33], quer no método de implementação das diversas técnicas, com especial ênfase para a implementação com base em electrónica digital [34, 35, 36, 37].

Entre as diferentes técnicas não sinusoidais desenvolvidas destacam-se a injeção do terceiro harmónico e o PWM descontínuo com selecção de sequências de comutação nulas, sendo possível através destas técnicas aumentar a capacidade de utilização da tensão do barramento contínuo [33, 31].

Com o desenvolvimento de novos microprocessadores e microcontroladores, a modulação vectorial (SV-PWM) tornou-se um dos métodos mais importantes no controlo de conversores trifásicos [38, 39, 40, 41, 42]. Este tipo de modulação usa o conceito dos vectores espaciais para calcular o *duty-cycle*

de cada um dos interruptores estáticos. Entre as suas principais vantagens encontram-se a fácil implementação digital e uma gama de modulação linear mais extensa [38, 39, 35].

3.4.1 Modulação sinusoidal baseada em portadora

Propriedades fundamentais

Neste método, a geração dos sinais de comando dos semicondutores de potência é efectuada através da intersecção de um sinal a sintetizar, modulador, e um sinal portador, triangular, responsável pela frequência de comutação.

O funcionamento do PWM pode ser dividido em dois modos [31], modo linear e modo não linear. No modo linear, o valor máximo do sinal modulador é menor ou igual ao sinal portador. No caso do valor máximo do sinal modulador ultrapassar o valor máximo do sinal portador ocorre sobremodulação e o ganho do PWM torna-se inferior a 1. A taxa de distorção harmónica da onda de saída aumenta. Na zona linear, a modulação sinusoidal apresenta como principais vantagens a frequência de comutação fixa, e o baixo conteúdo harmónico, face ao funcionamento em onda quadrada. Como desvantagem, apresenta uma baixa gama de linearidade, e apenas 0.785 da componente fundamental gerada no modo de funcionamento em onda quadrada [39].

O esquema geral de um conversor controlado em PWM, como o apresentado na figura 3.9, é formado por três braços de comutação, possuindo cada um deles dois semicondutores de potência, com diódo de *freewheeling*. Sendo estes dispositivos comandados com lógica complementar (com excepção do tempo morto), é possível afectar um sinal de comando a cada um dos braços. Tal como demonstrado na figura 3.16, no modo linear, para uma modulação por largura de impulsos de dois níveis, baseada em portadora, obtém-se:

$$\begin{aligned} t_{k+} + t_{k-} &= u_k T_S \\ t_{k+} &= \frac{1}{2}(1 + u_k) T_S \\ t_{k-} &= \frac{1}{2}(1 - u_k) T_S \end{aligned} \quad (3.24)$$

em que t_{k+} e t_{k-} são respectivamente as larguras de impulso positiva e negativa no intervalo de amostragem k ; $u(k)$ é a amplitude normalizada do sinal modulador no instante k , ($|u(k)| \leq 1$); e com um valor de sinal portador normalizado de 1.

No modo de funcionamento linear, desprezando os harmónicos de ordem elevada, a componente fundamental da tensão de saída entre uma fase e o neutro V_{iN} ($i = a, b, c$) satisfaz,

$$V_{iN} = \frac{V_{CC}}{2} v_i, (i = a, b, c) \quad (3.25)$$

em que N é o neutro do barramento de tensão contínua e v_i o sinal instantâneo de modulação.

Como já referido, a equação 3.25 não é válida no caso de sobremodulação.

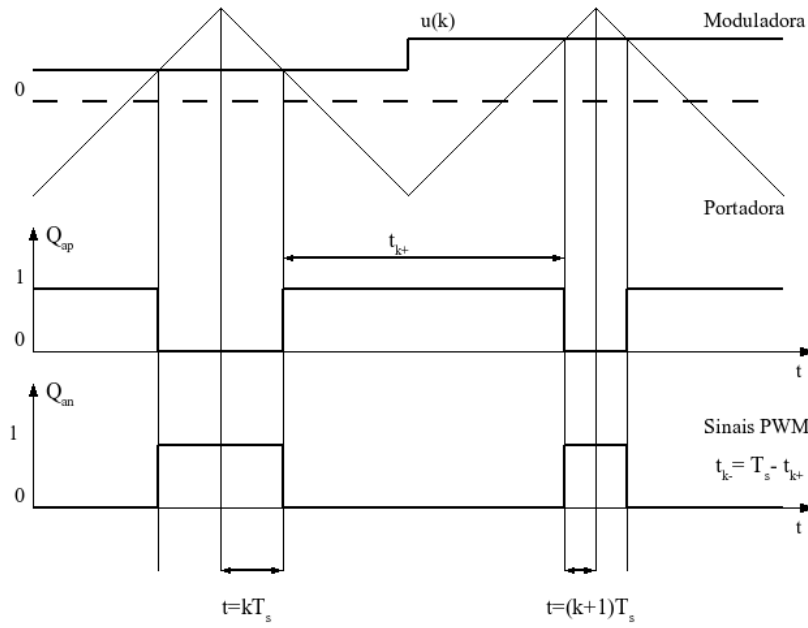


Figura 3.16: Modulação por largura de impulsos baseada em portadora.

Para que seja possível a comparação entre os diferentes métodos de modulação, com respeito à capacidade de utilização da tensão contínua, é útil utilizar o índice de modulação (M) como unidade comparativa. Este pode ser definido como a razão entre a amplitude da componente fundamental da tensão de saída do conversor entre fase e neutro com utilização de um dado método de modulação, V_{1m} , e a amplitude da componente fundamental da tensão de saída do conversor entre fase e neutro com utilização de modulação em onda quadrada (*six-step*), V_{1m-oq} , [39],

$$M = \frac{V_{1m}}{V_{1m-oq}} \quad (3.26)$$

$$V_{1m-oq} = \frac{2}{\pi} V_{CC} \quad (3.27)$$

Será também definido o índice de modulação (m) como a razão entre a amplitude da componente fundamental da tensão de saída do conversor entre fase e neutro com utilização de um dado método de modulação, V_{1m} , e a máxima amplitude de tensão produzível por esse mesmo método em regime linear,

$$m = \frac{V_{1m}}{V_{1m-max}} \quad (3.28)$$

Representação analítica

Os sinais de modulação $v_i(t)$, ($i = a, b, c$) no caso de PWM baseado em portadora aplicado a um inversor trifásico, podem ser representados por:

$$v_i(t) = v_i^*(t) + e_i(t) \quad (3.29)$$

em que $e_i(t)$ são os harmónicos injectados e $v_i^*(t)$ representam os sinais trifásicos simétricos,

$$\begin{aligned} v_a^* &= m \sin(\omega t) \\ v_b^* &= m \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \\ v_c^* &= m \sin\left(\omega t + \frac{4\pi}{3}\right) \end{aligned} \quad (3.30)$$

sendo $v_a^*(t) + v_b^*(t) + v_c^*(t) = 0$

Na zona de modulação linear, considerando $e_i(t) = 0$ e $|v_i| \leq 1$ verifica-se que as tensões simples de saída são iguais ou menores que metade da tensão contínua V_{CC} . Assim, na zona de operação linear o valor máximo do índice de modulação M será igual a $\pi/4$.

As durações dos impulsos t_{ik+} e t_{ik-} , relativos à fase i , ($i = a, b, c$), no período de comutação k são dadas pela equação,

$$\begin{aligned} t_{ik+} &= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2v_{ik}}{V_{CC}}\right) T_S \\ t_{ik-} &= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{2v_{ik}}{V_{CC}}\right) T_S \end{aligned} \quad (3.31)$$

Caso seja utilizado um sistema com neutro isolado, torna-se possível a utilização de técnicas de modulação não sinusoidais. Com a utilização da técnica de injeção do terceiro harmónico, a componente representativa dos harmónicos injectados será diferente de zero, $e_i(t) \neq 0$, podendo ter a forma apresentada na equação 3.32, [32, 5], sendo assim possível obter um índice de modulação superior, bem como menor taxa de distorção harmónica.

$$e_i(t) = \frac{1}{6} V_{1m} \sin(3\omega t) \quad (3.32)$$

No entanto este método apresenta uma complexidade de implementação elevada, requerendo no caso de implementação em microprocessador um esforço computacional acrescido.

Outro método possível é a selecção de sequências de comutação nulas. Através do deslocamento da posição dos impulsos positivos, manipulando a localização e a distribuição dos vectores nulos, são possíveis diversas implementações desta técnica [39, 5, 37]. Com uma selecção cuidada da duração dos vectores nulos aplicados, é possível aumentar a zona de modulação linear, sendo possíveis valores de M de 0.907.

3.4.2 Modulação sinusoidal digital

As primeiras implementações de modulação sinusoidal digital (SPWM) foram realizadas utilizando exclusivamente componentes analógicos, tais como amplificadores operacionais e geradores de onda triangular. Este tipo de implementações implica a utilização de quantidades elevadas de componentes, bem como a consideração de parâmetros como a existência de tolerâncias nos

valores dos componentes e a deriva térmica, com implicações práticas ao nível do espaço físico ocupado e de diminuição da fiabilidade do equipamento. Com a evolução dos meios digitais disponíveis para aplicações de controlo em tempo real, surgiram técnicas de modulação digitais [35] permitindo a utilização de algoritmos avançados associados ao conhecimento adquirido sobre PWM.

O desenvolvimento de microprocessadores/microcontroladores e processadores digitais de sinal (DSP), com grande capacidade de cálculo e baixo custo, substituíram os componentes analógicos, sendo possível uma implementação totalmente integrada no microprocessador, utilizando unidades autónomas de comparação/contagem em substituição do gerador de onda triangular. Com o auxílio da tecnologia apresentada, a modulação amostrada replica no domínio digital o modo de funcionamento analógico anteriormente descrito. Através da amostragem periódica de sinais de controlo (figura 3.17), ou de medidas de grandezas associadas ao processo, transfere-se a informação para o domínio digital, por norma um microprocessador ou microcontrolador. A

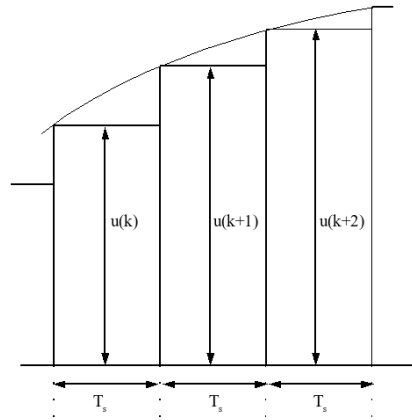


Figura 3.17: Representação de um sinal amostrado.

partir daí, é possível aplicar diversas técnicas de controlo digital já referidas. A modulação será efectuada de modo a que a forma de onda de tensão gerada pelo conversor, seja semelhante àquela que seria produzida caso fosse utilizada modulação por largura de impulsos baseada em portadora. Para um dado valor de tensão de saída, são calculados os *duty-cycles*, a cada período da frequência de modulação. Esses valores são posteriormente colocados em registos de comparação, através dos quais é determinada a comutação dos sinais de PWM.

No caso da figura 3.18 é apresentado um esquema de modulação por largura de impulsos centrado. Este é caracterizado pelo facto de cada um dos impulsos se encontrar centrado face ao período de modulação, causando assim menor distorção harmónica em relação à modulação assimétrica. A geração de uma onda modulada em largura de impulsos simétrica é conseguida através da comparação do valor de um contador/temporizador com um valor de referência.

Tal como é perceptível na figura 3.18, será a cadência de contagem do

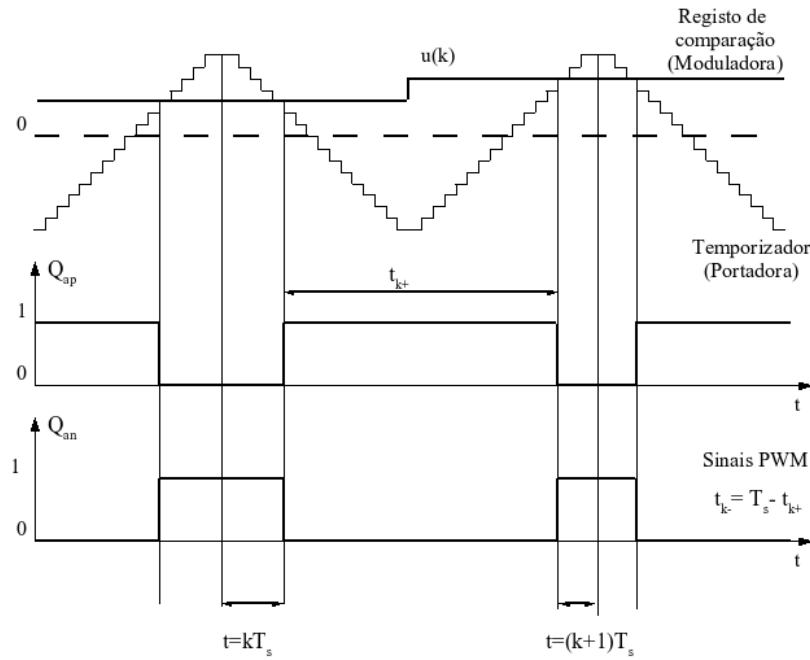


Figura 3.18: Modulação por largura de impulsos digital.

temporizador que realizará a função da portadora, impondo a frequência de comutação. De modo análogo, será o valor de comparação, obtido através do algoritmo de controlo, a impor o índice de modulação. Neste caso, o valor de comparação apenas é actualizado após dois períodos de contagem (crescente e decrescente), sendo assim o período de contagem metade do período de comutação. Consegue-se assim, implementar digitalmente, e de um modo efectivo e funcional, a modulação de largura de impulsos sinusoidal.

3.4.3 Modulação vectorial

Utilizando a selecção de sequências de comutação nulas em conjunto com a teoria dos vectores espaciais, surge a modulação por largura de impulsos vectorial (*Space Vector PWM* (SV-PWM)) [43, 39, 37]. Neste método, as grandezas físicas trifásicas em questão são tratadas no formato vectorial dado pela equação

$$\begin{aligned} \vec{X} &= X_\alpha + jX_\beta = \frac{2}{3}(X_r + \vec{a}X_s + \vec{a}^2X_t) \\ \vec{a} &= e^{j\frac{2\pi}{3}} \end{aligned} \quad (3.33)$$

Para o conversor trifásico de dois níveis, apresentado na figura 3.9, desprezando o tempo morto, com uma função de comutação definida por,

$$Q_{iy} = \begin{cases} 1 & Q_{ip} - \text{ligado}; \quad Q_{in} - \text{desligado} \\ 0 & Q_{ip} - \text{desligado}; \quad Q_{in} - \text{ligado} \end{cases} \quad (3.34)$$

em que ($i = a, b, c$). O valor lógico “1” implica que a tensão simples à saída do conversor tome o valor de $V_{CC}/2$ em relação ao ponto N , e “0” implica

que a tensão simples à saída do conversor tome o valor de $-V_{CC}/2$ em relação ao ponto N , sendo N o ponto neutro do barramento de tensão contínua.

Tal como apresentado na figura 3.19, existem oito vectores de comutação possíveis para o conversor, $\vec{S}_i = (Q_a Q_b Q_c), i = 0, 1, \dots, 7$. A tensão de saída do conversor, será formada por estes oito estados de comutação, definindo assim oito vectores de tensão $\vec{V}_1 = [000] \dots \vec{V}_7 = [111]$, correspondendo aos estados de comutação $\vec{S}_0, \dots, \vec{S}_7$ respectivamente.

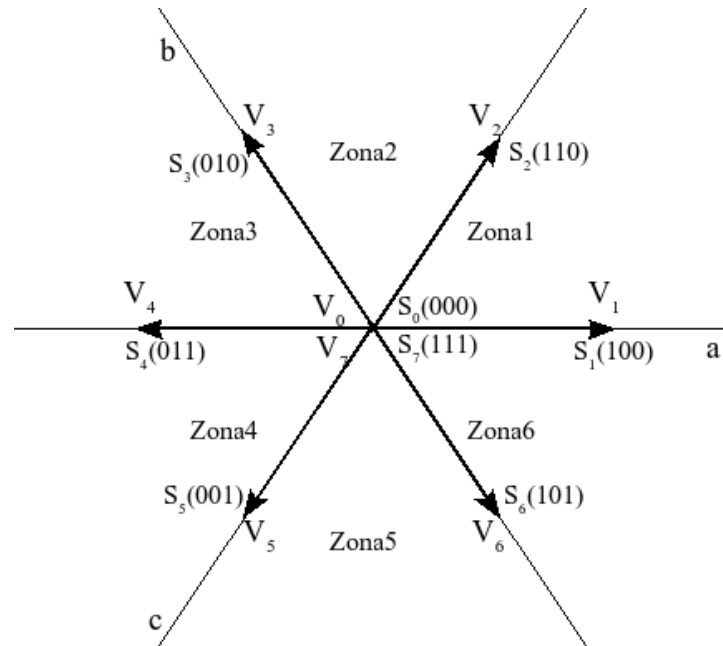


Figura 3.19: Vectores de comutação de um conversor trifásico.

O espaço dos vectores de tensão fica, assim, dividido em seis zonas, sendo que,

$$\begin{aligned} \vec{V}_1 &= -\vec{V}_4 \\ \vec{V}_2 &= -\vec{V}_5 \\ \vec{V}_3 &= -\vec{V}_6 \\ \vec{V}_0 &= -\vec{V}_7 = 0 \\ \vec{V}_1 + \vec{V}_3 + \vec{V}_5 &= 0 \end{aligned} \quad (3.35)$$

Em cada intervalo de amostragem, o valor médio instantâneo do vector da tensão de saída $\vec{V}$ pode ser descrito como,

$$\vec{V}(t) = \frac{t_0}{T_S} \vec{V}_0 + \frac{t_a}{T_S} \vec{V}_a + \frac{t_b}{T_S} \vec{V}_b + \frac{t_7}{T_S} \vec{V}_7 \quad (3.36)$$

em que t_0, t_7, t_a, t_b representam os tempos de aplicação dos respectivos vectores $\vec{V}_0, \vec{V}_7, \vec{V}_a, \vec{V}_b$, tal como é possível verificar na figura 3.20 sendo $t_0, t_7, t_a, t_b \geq 0$, $\sum_{i=0}^7 t_i = T_S$ e T_S o período de amostragem.

A razão entre o período de aplicação de um dado vector $\vec{V}_x$, e o período de amostragem é designada por *duty-cycle* (d_x) desse mesmo vector

$$d_x = \frac{t_x}{T_S} \quad (3.37)$$

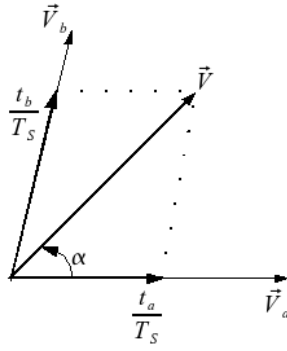


Figura 3.20: Síntese do vector de tensão pretendido.

Apesar de existirem diversos modos de decompor o vector $\vec{V}$, este costuma ser decomposto nos dois vectores de tensão adjacentes mais próximos, e nos dois vectores nulos, possibilitando assim a diminuição do tempo de comutação e um melhor aproveitamento dos vectores activos [37].

Através da decomposição na parte real e imaginária obtém-se a equação

$$Re : \quad |\vec{V}|T_s \cos \alpha = \left(\frac{2}{3}V_{CC}\right)t_a + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}V_{CC}\right)t_b \quad (3.38)$$

$$Im : \quad |\vec{V}|T_s \sin \alpha = 0.t_a + \frac{\sqrt{2}}{3}\left(\frac{2}{3}V_{CC}\right)t_b$$

A partir da equação 3.38, é possível obter as componentes de modulação dos vectores a e b

$$t_a = \frac{3|\vec{V}|}{2V_{CC}}T_s \left(\cos \alpha - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \alpha \right) = \sqrt{3} \frac{|\vec{V}|}{V_{CC}}T_s \sin \left(\frac{\pi}{3} - \alpha \right) \quad (3.39)$$

$$t_b = \sqrt{3} \frac{|\vec{V}|}{V_{CC}}T_s \sin(\alpha)$$

O *duty-cycle* de cada um dos vectores será dado pela equação 3.40, com $\omega t = \alpha$, em que $2n\pi \leq \omega t \leq 2n\pi + \pi/3$.

$$\begin{aligned} d_a &= \frac{t_a}{T_s} = \sqrt{3}m \sin \left(\frac{\pi}{3} - \omega t \right) \\ d_b &= \frac{t_b}{T_s} = \sqrt{3}m \sin(\omega t) \\ t_0 + t_7 &= T_s - t_a - t_b \end{aligned} \quad (3.40)$$

O período de aplicação dos vectores nulos é repartido equitativamente pelos vectores $\vec{V}_0, \vec{V}_7$, tal como descrito na figura 3.21.

Na técnica de modulação de largura de impulsos vectorial, não existem sinais de controlo independentes para cada uma das fases. Pelo contrário, o vector de tensão é processado como um todo.

Os limites entre modulação linear e sobremodulação, considerando a zona 1, são representados pelas equações,

$$\begin{aligned} T_s &= t_1 + t_2 \\ t_0 &= t_7 = 0 \end{aligned} \quad (3.41)$$

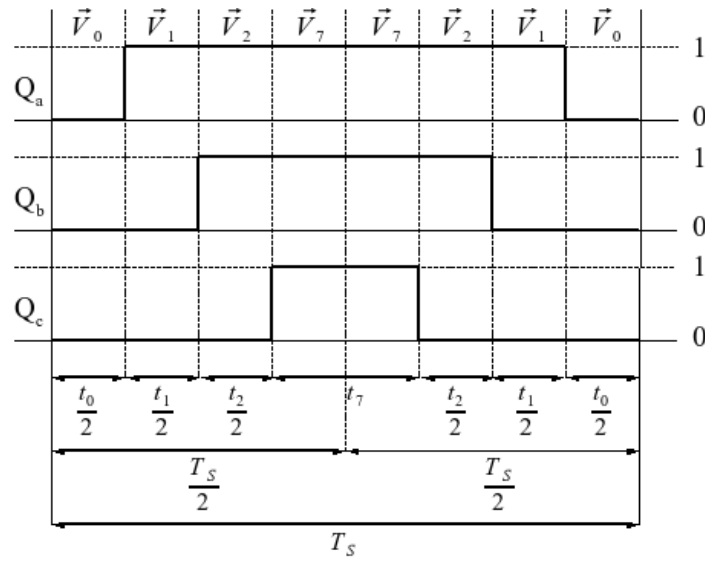


Figura 3.21: Exemplo de aplicação dos vectores de comutação ao longo de um período de modulação utilizando SVPWM.

O limite entre a região linear e a sobremodulação será o hexágono [39, 5], apresentado na figura 3.22. A sobremodulação é atingida quando o vector de tensão da rede ultrapassa o hexágono, resultando daí que $t_1 + t_2$ seria maior que T_s .

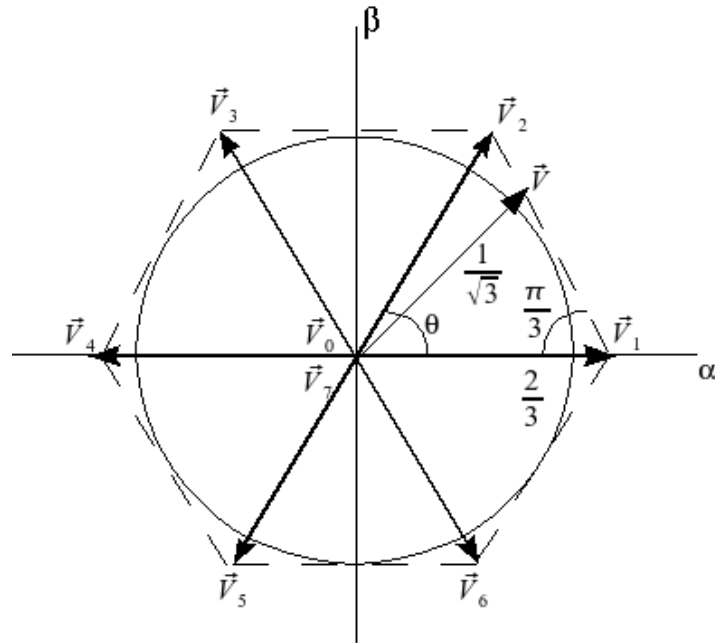


Figura 3.22: Limites de modulação - modulação vectorial.

A máxima amplitude da componente fundamental da tensão de saída do conversor entre fase e neutro $|\vec{V}_{max}|$, será obtida com $d_1 + d_2 = 1$. Recorrendo à equação 3.40 é assim possível calcular V_{i_max} , tal como demonstrado na

equação 3.42, considerando que $\vec{V}(t)$ se encontra na zona 1.

$$1 = \sqrt{3} \frac{|\vec{V}_{max}|}{V_{CC}} \left(\sin \left(\frac{\pi}{3} - \theta \right) + \sin \theta \right) \Leftrightarrow \quad (3.42)$$

$$\Leftrightarrow |\vec{V}_{max}| = \frac{V_{CC}}{\sqrt{3} \cos \left(\frac{\pi}{6} - \theta \right)}$$

Uma vez que $\cos \left(\frac{\pi}{6} - \theta \right)$ possui o seu valor máximo em $\theta = \frac{\pi}{6}$, a máxima amplitude da componente fundamental da tensão de saída do conversor entre fase e neutro será $\frac{1}{\sqrt{3}} V_{CC}$, sendo o valor máximo de M de $\frac{\pi}{2\sqrt{3}} = 0.907$. Sendo $\vec{V}_1 = \frac{2}{3} V_{CC}$, é possível confirmar a dedução anterior através da equação

$$|\vec{V}_{max}| = \frac{2}{3} V_{CC} \cos \frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}} V_{CC} \quad (3.43)$$

A maior gama de modulação em modo linear resulta na utilização implícita de sequências de comutação nulas, sendo o vector nulo a aplicar seleccionado de um modo natural e implícito ao algoritmo.

Entre as principais características da modulação por largura de impulsos vectorial, é de salientar o maior ganho de tensão, a menor ondulação de corrente com o menor número de comutações e a inerente maior estabilidade em regime transitório no caso de controlo de um motor assíncrono trifásico [38].

3.5 Conclusões

Tendo por objectivo caracterizar o conjunto máquina eléctrica de indução/conversor começa-se por estudar em pormenor cada um dos elementos. Assim, este capítulo apresenta e caracteriza as diferentes topologias de conversores utilizados no accionamento de máquinas eléctricas de indução, mais concretamente os rectificadores trifásicos e os inversores.

Os conversores utilizam elementos semicondutores que são comutados numa lógica bem definida e concreta para o objectivo pretendido e que caracteriza a forma de onda gerada por este. As mais amplamente utilizadas são as baseadas em técnicas de modulação de largura de impulsos que por isso se apresentam neste capítulo.

Caracterizado o conversor e as respectivas técnicas de modulação de largura de impulsos importa estudar o elemento seguinte da cadeia - a máquina de indução. A amplitude do problema requer um conhecimento da máquina que está para além do comportamento dos modelos estáticos e dinâmicos e envolve as tecnologias e detalhes construtivos. Esta é tratada no capítulo seguinte.

Capítulo 4

Projecto de Máquinas Eléctricas Trifásicas de Indução

Em verdade, a máquina de indução tornou-se, nos últimos anos, a matéria-prima dos sistemas electromecânicos de conversão de energia em sistemas industriais e de produção de energia eléctrica a velocidade variável. Ela é utilizada mais vezes do que todos os outros tipos de máquinas juntos. Diversos factores fizeram dela a opção certa, nomeadamente, robustez, fiabilidade, baixa manutenção e menor sensibilidade ao meio ambiente. Apresenta também maior densidade de potência, maiores velocidades máximas e menor inércia rotórica.

No que diz respeito à produção de energia eléctrica a máquina de indução é intensivamente utilizada na produção eólica. Neste domínio existem aplicações quer com máquinas de gaiola quer com rotor bobinado. Hoje em dia cerca de 3000 MW estão já implementados por todo o mundo, e uma boa parte usa máquinas de indução.

O método de projecto de motores que mais tem sido utilizado é o método clássico, baseado na análise do circuito magnético. Este método está fortemente dependente de factores empíricos e consequentemente da experiência do projectista. Se acrescentar, que efeitos como a saturação ou o efeito pelicular não são analisados, é mais fácil perceber as limitações do método.

Nos últimos anos o potencial computacional tem aumentado exponencialmente tornando o método dos elementos finitos num método muito prático e popular na computação de campos magnéticos, e em particular, no estudo de máquinas eléctricas. A introdução deste método numérico veio equipar os projectistas com uma ferramenta onde as limitações dos métodos analíticos podem ser tratadas. A distribuição de fluxo pode ser encontrada para uma dada distribuição de correntes sem recurso a factores empíricos e considerando a saturação dos diferentes materiais, o efeito pelicular nas barras rotóricas, a utilização de calços magnéticos, a carga no veio, etc...

Este capítulo, trata do projecto de máquinas eléctricas de indução trifásicas. Numa primeira fase, e para que a questão possa ser mais facilmente exposta, aborda o método analítico de projecto. Seguidamente, apresenta o método dos elementos finitos no estudo de máquinas de indução realçando as mais valias introduzidas por este método.

4.1 Introdução

A máquina de indução é uma máquina AC polifásica que pode ser ligada à rede eléctrica AC pelo estator e pelo rotor. A rede eléctrica AC é em geral trifásica mas pode ser monofásica. Em qualquer dos casos o arranjo dos enrolamentos ligados à rede - primário - (geralmente os do estator), produzem um campo girante no entreferro da máquina. Este campo girante vai induzir tensões nos enrolamentos que não estão ligados à rede - secundário - (geralmente os do rotor). Dado que estes segundos estão em circuito fechado induzem-se correntes AC.

A interacção entre o campo primário e as correntes induzidas do secundário produz binário no rotor, e consequentemente o movimento deste. A velocidade de rotação para a qual as correntes do rotor são nulas é chamada de velocidade de sincronismo, ou simplesmente velocidade síncrona. O enrolamento do rotor pode ser polifásico (rotor bobinado) ou feito de barras curto-circuitadas nas extremidades por um anel (rotor em gaiola). Quando é bobinado pode ser curto-circuitado, ligado a uma impedância externa ou a uma fonte de tensão de amplitude e frequência variáveis. Neste último caso, a máquina de indução tem um comportamento idêntico ao de uma máquina síncrona já que é duplamente alimentada sendo as frequências do estator e do rotor impostas.

Têm vindo a ser construídas máquinas com enrolamentos múltiplos por forma a trabalharem a múltiplas velocidades, contudo a sua utilização é escassa. As aplicações com variadores de velocidade são muito mais versáteis e apresentam melhores desempenhos.

A designação de máquina de indução não identifica um produto único, mas sim toda uma família de produtos, possuidora de um conjunto de características que os distingue dos demais tipos de máquinas eléctricas. Assim, as máquinas de indução são classificadas segundo um conjunto de propriedades físicas e construtivas. Em primeiro lugar classificam-se segundo os diferentes tipos construtivos, máquinas de rotor bobinado ou rotor em curto-circuito, blindadas ou protegidas, com ou sem ventilação exterior ou até mesmo com permutador de ar. Dentro de cada tipo construtivo são classificadas segundo a potência, a altura de eixo e a polaridade.

As principais partes de uma máquina de indução são, figuras 4.1 e 4.2:

- Circuito magnético do estator;
- Circuito eléctrico do estator;
- Circuito magnético do rotor;
- Circuito eléctrico do rotor;
- Veio;
- Carcaça e rolamentos;
- Ventiladores;

- Caixa de ligações.

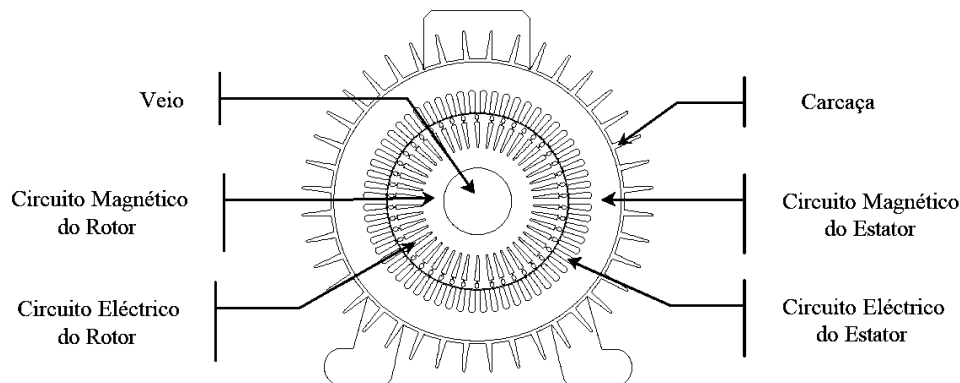


Figura 4.1: Corte transversal de uma máquina de indução.

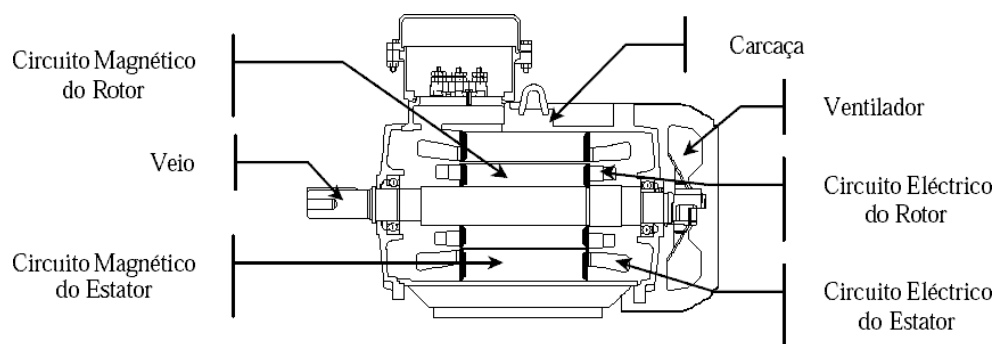


Figura 4.2: Corte longitudinal de uma máquina de indução.

Os circuitos magnéticos do estator e do rotor são formados por uma pilha de finas chapas de aço magnético não orientado, para reduzir as perdas por histerese e por correntes induzidas. As chapas podem ser compactadas numa pilha única ou em varias, criando assim canais radiais de ventilação com 5 a 15 mm de espessura. A evolução dos sistemas de ventilação fez com que a utilização de múltiplas pilhas seja reduzido pois introduz perdas adicionais nos enrolamentos, reduzem o binário máximo da máquina e o factor de potencia [1]. As chapas magnéticas têm uma espessura típica de 0.5 mm, o que resulta em perdas na ordem dos 2 a 4W/Kg a 1T e 50 Hz. Para frequências de funcionamento elevadas é conveniente a utilização de chapas mais finas.

O entreferro, ou espaço entre o estator e o rotor, é atravessado pelo campo magnético produzido pelo estator. A magnetização do ar requer elevadas forças magnetomotrizes ou amperes espira. Quanto menor for o entreferro menores forças magnetomotrizes serão necessárias. O limite inferior do entreferro é imposto por restrições mecânicas e de perdas magnéticas.

Colocar os enrolamentos em ranhuras de um circuito magnético tem como principal vantagem a redução da corrente de magnetização. Por outro lado aumenta a força magnetomotriz por unidade de comprimento do enrolamento

permitindo a construção eficiente de máquinas de maior potência. Não será de desprezar as vantagens de construção e disposição dos enrolamentos na máquina e o aumento da transferência de calor para o exterior.

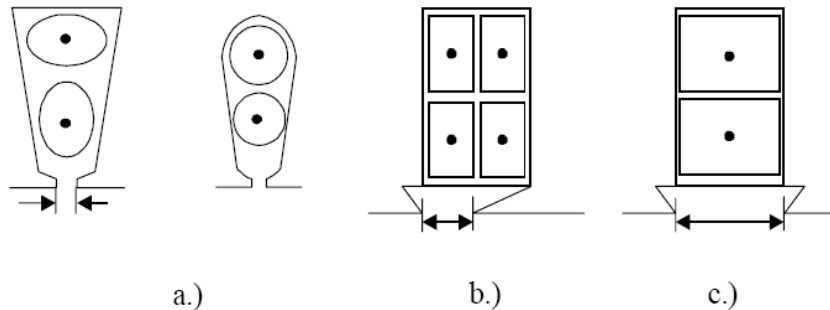


Figura 4.3: Geometria de ranhuras do estator e do rotor quando bobinado.

A geometria das ranhuras depende essencialmente da potência (binário) da máquina, que determinam o tipo de fio a usar nos enrolamentos - fio de secção circular ou fio de secção rectangular. No caso de fio de secção circular, utilizado em máquinas de menor potência, o enrolamento pode ser introduzido na ranhura fio a fio pelo que a ranhura pode ter uma abertura reduzida - semi-fechada, figura 4.3 a). Quando é necessário utilizar enrolamentos com fio de secção rectangular são utilizadas ranhuras abertas ou semi-abertas figura 4.3 b e c). Em geral as ranhuras são rectangulares ou trapezoidais e estas ultimas rectilíneas ou circulares. As ranhuras abertas ou semi-abertas tendem a ser rectangulares enquanto que as semi-fechadas tendem a ser trapezoidais. Este tipo de ranhuras são utilizados no estator e no rotor quando bobinado.

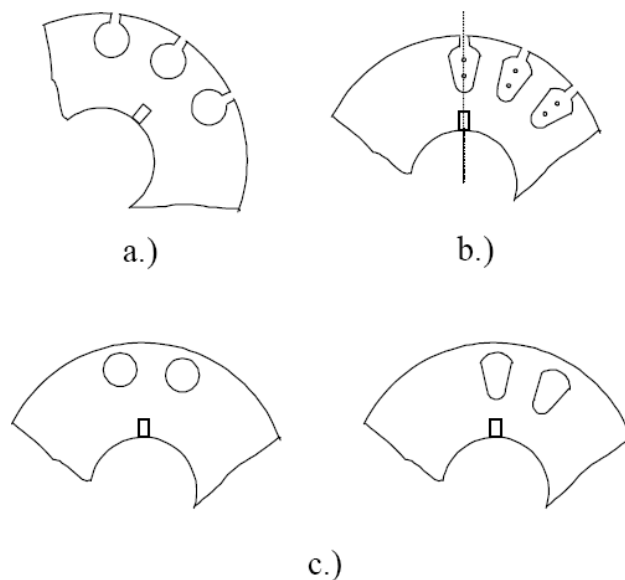


Figura 4.4: Geometria de ranhuras do rotor de gaiola.

As ranhuras para rotor de gaiola têm uma geometria muito mais diversificada e definida por:

- Especificações de corrente de arranque e de carga;
- Por uma operação a tensão/frequência constante ou variável;
- Gama de binário.

Quando o binário de arranque é inferior ao nominal, e em máquinas de baixa potência e levada eficiência são utilizadas ranhuras redondas semi-fechadas, figura 4.4 a). As ranhuras trapezoidal circulares com dentes rectilíneos, figura 4.4 b), são utilizadas em máquinas de baixa potencia com binários de arranque em torno do nominal.

Em máquinas de baixa potência e binário pode utilizar-se ranhuras fechadas, 4.4 c), o que reduz o ruído e alguma pulsação no binário.

Para elevados deslizamentos e binários de arranque são utilizadas ranhuras rectangulares figura 4.5 a). A gaiola dupla é usada para reduzir a corrente de arranque quando é necessário elevado binário de arranque, figura 4.5 b) e c).

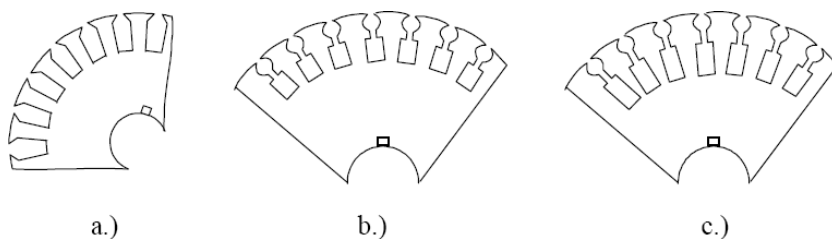


Figura 4.5: Geometria de ranhuras do rotor para baixas correntes de arranque.

Quando o motor é de rotor bobinado o enrolamento do rotor é similar ao do estator. Quando é do tipo gaiola as barras do enrolamento e do anel exterior são feitas de alumínio, nas maquinas de média/baixa potência e de cobre nas de potência elevada.

Todo o conjunto está protegido mecanicamente por uma carcaça construída com uma liga de alumínio. A superfície exterior da carcaça é preenchida com alhetas longitudinais para aumentar o coeficiente de convecção da mesma.

Podem apontar-se alguns factores que influenciam fortemente o dimensionamento de uma máquina eléctrica:

Custo - O custo é sempre um factor preponderante, mas como se determina o custo de uma máquina eléctrica? Será o custo de materiais acrescido ou não do custo de fabrico. E, o custo de fabrico varia com o tamanho da máquina, com a disponibilidade de materiais em stock, com as tecnologias de fabrico e com o custo da mão de obra. Não será de desprezar, contudo, que o custo capitalizado das perdas da máquina ao longo da sua vida ultrapassa largamente o custo inicial da máquina. Isto explica a rápida expansão dos sistemas de variação de velocidade e justifica as crescentes preocupações com a gestão energética. Finalmente temos a considerar

a manutenção, que embora não seja preponderante é importante. Assim, o custo total de uma máquina será:

$$\text{Custo Global} = \text{Custo materiais} + \text{Custo fabrico e venda} + \text{Custo capitalizado das perdas} + \text{Custo de manutenção}.$$

Este custo global pode ajudar na decisão entre a reparação de uma máquina antiga ou aquisição de uma nova com melhor eficiência energética.

Materiais - Os materiais mais utilizados na construção de uma máquina eléctrica são as chapas magnéticas, o cobre e o alumínio para os enrolamentos e os materiais isolantes dos enrolamentos e ranhuras. Os progressos nos materiais magnéticos e isolantes são contínuos influenciando a geometria, a eficiência e o custo da máquina. Não esqueçamos que induções, perdas, rigidez dieléctrica e condutividade térmica são factores chave numa máquina de indução.

Normalização - Os materiais (espessura das chapas magnéticas, diâmetro de condutores), os factores de desempenho (rendimento, factor de potência, binário de arranque, corrente de arranque, binário máximo), as classes de isolamento térmico, tamanho da carcaça, altura do veio ao solo, tipos de ventilação, classes de isolamento eléctrico, etc... são especificados por normas nacionais e internacionais (NEMA, IEEE, IEC, EU, etc.) por forma a facilitar a globalização e uniformização da utilização das máquinas eléctricas nas diferentes aplicações. De certa forma limitam as opções dos projectistas mas fornecem soluções amplamente aceites.

Factores Especiais - Em aplicações especiais com especificações especiais, como por exemplo: em aviões onde se exige peso mínimo e máxima fiabilidade; nos transportes onde se pede baixa manutenção e bons rendimentos; em aplicações domésticas onde se exige baixo ruído; etc, etc...

Conhecidas as condicionantes e focando o projecto em termos técnicos apenas, este pode ser subdividido em 5 áreas: eléctrico, magnético; dieléctrico; térmico e mecânico.

Eléctrico - Determina o tipo de alimentação: tensão, frequência e número de fases. Com estes dados é definido o tipo de ligações (estrela ou triângulo), o tipo de enrolamento, o número de pólos, o número de ranhuras e o factor do enrolamento. Calcula a densidade de corrente a impor.

Magnético - Com base nas especificações da máquina, potência, velocidade, número de pólos, ventilação determina o diâmetro do rotor. Com este, com a densidade de corrente e densidade de fluxo pretendidas determina o comprimento do circuito magnético. Fixando a densidade de fluxo em diferentes partes do circuito magnético

para uma dada densidade de corrente dimensiona as ranhuras, e o diâmetro do estator. Escolhido o diâmetro de entre os normalizados, ajusta o comprimento por forma a que a densidade de corrente seja limitada. O dimensionamento do estator e do rotor pode ser ajustado mediante diferentes critérios.

Dielétrico - Os materiais de isolamento e suas espessuras, sejam eles na ranhura, nos condutores ou nos terminais de ligação dependem da tensão, da classe de isolamento e do ambiente de aplicação. Quando vão ser utilizados conversores PWM devem ser tomados cuidados especiais.

Térmico - Extrair o calor gerado pelas perdas é imperativo para que a temperatura nos enrolamentos, nas chapas e na carcaça seja mantida dentro dos limites de segurança. Dependendo da potência da máquina diferentes tipos de ventilação podem ser utilizados. A ventilação a ar é predominante mas também é utilizada a água. O projecto térmico consiste na determinação das perdas e da distribuição de temperatura na máquina por forma a determinar o sistema de ventilação mais adequado.

Mecânico - O dimensionamento mecânico refere-se a limites de velocidade máxima, ruído, vibração e carga no veio. Escolha de rolamentos entre outros.

4.2 Método clássico

O método clássico de projecto de máquinas eléctricas de indução é um processo iterativo cujo resultado de saída - máquina a construir, depende de uma função objectivo a minimizar e de restrições tais como temperatura, corrente (binário) de arranque e binário máximo. A função objectivo pode ser a relação custo rendimento, o custo total, ou uma combinação de ambos.

Este começou por ser um processo manual que rapidamente aproveitou os desenvolvimentos das tecnologias informáticas. Assim, tão logo foi possível os construtores desenvolveram seus programas proprietários de projecto. Actualmente estão já disponíveis algumas ferramentas comerciais.

4.2.1 Dimensionamento

Quando a máquina a projectar é totalmente nova, a primeira fase do projecto é o dimensionamento do estator. Este dimensionamento tem por base a relação entre o diâmetro interior do estator D_{is} e o comprimento total do circuito magnético L .

Para determinar a relação entre $D_{is}^2 L$, a potência e o rendimento da máquina, começa-se por calcular a potência aparente no entreferro S_g ,

$$S_g = 3E_1 I_{1n} \quad (4.1)$$

onde E_1 é a força electromotriz no entreferro e I_{1n} é a corrente nominal.

A tensão no estator é,

$$\underline{V}_{1n} = \underline{I}_{1n}R_s + jX_{1s}\underline{I}_{1n} - \underline{E}_1 \quad (4.2)$$

considerando a resistência do estator mínima pode definir-se,

$$K_E = \frac{E_1}{V_{1n}} \approx 1 - x_{1s} \cdot \sin \varphi_1 \quad (4.3)$$

com

$$x_{1s} = \frac{X_{1s}I_{1n}}{V_{1n}} \quad (4.4)$$

O valor p.u. da indutância do estator aumenta com o número de pares de pólos p_1 pelo que $\sin \varphi_1$ também (o factor de potência diminui com o aumento do número de pólos).

$$K_E \approx 0.98 - 0.005.p_1 \quad (4.5)$$

A potência aparente no estator S_{1n} é

$$S_{1n} = 3V_{1n}I_{1n} = \frac{P_n}{\eta_n \cos \varphi_{1n}} \quad (4.6)$$

onde P_n é a potência nominal e η_n e $\cos \varphi_{1n}$ são o rendimento e o factor de potência nominais, respectivamente, cujos valores são determinados pela experiência, classe da máquina e norma. Cada fabricante terá a sua base de dados.

O rendimento da máquina aumenta com a potencia e diminui com o número de pólos. Para uma mesma potência, o rendimento de máquinas de rotor bobinado é ligeiramente superior ao de máquinas com rotor de gaiola dado que os enrolamentos são de cobre e as perdas são menores. O valor do rendimento arbitrado será apenas um valor de partida já que o processo é iterativo e repetido até que o melhor desempenho seja obtido.

O factor de potência também aumenta com a potência e diminui com o número de pólos, embora menos sensível a estes parâmetros.

A força electromotriz E_1 pode ser escrita em função do fluxo polar no entreferro ϕ ,

$$E_1 = 4f_1K_fW_1K_{W1}\phi \quad (4.7)$$

onde f_1 é a frequência, $1.11 > K_f > 1.02$ é o factor de forma (dependente da saturação nos dentes) figura 4.6, W_1 é o número de voltas por fase, K_{W1} é o factor do enrolamento e ϕ o fluxo polar.

$$\phi = \alpha_i \tau L B_g \quad (4.8)$$

onde α_i é o coeficiente de saturação magnética dos dentes (figura 4.6) e B_g é a densidade de fluxo no entreferro. O passo polar τ é

$$\tau = \frac{\pi D_{is}}{2p_1}; n_1 = \frac{f_1}{p_1} \quad (4.9)$$

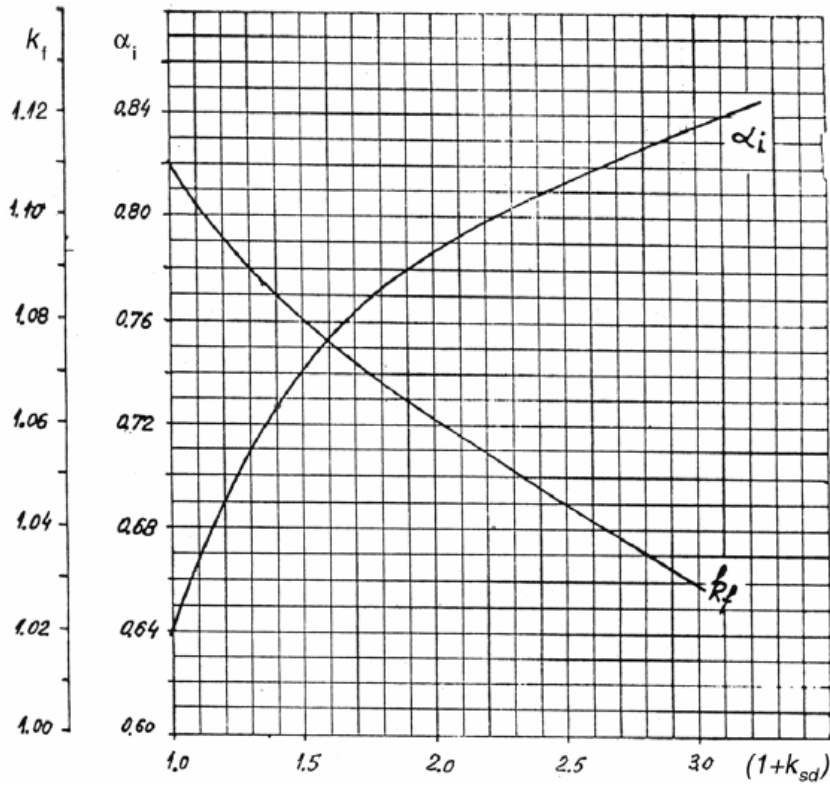


Figura 4.6: K_f e α_i função da saturação nos dentes.

Finalmente, S_g ,

$$S_g = K_f \alpha_i K_{W1} \pi^2 D_{is}^2 L \frac{n_1}{f_1} A_1 B_g \quad (4.10)$$

sendo A_1 a corrente de carga do estator em A/m ,

$$A_1 = \frac{6W_1 I_{1n}}{\pi D_{is}} \quad (4.11)$$

Pode-se extrair um factor de utilização volumétrica C_0 (constante de Esson),

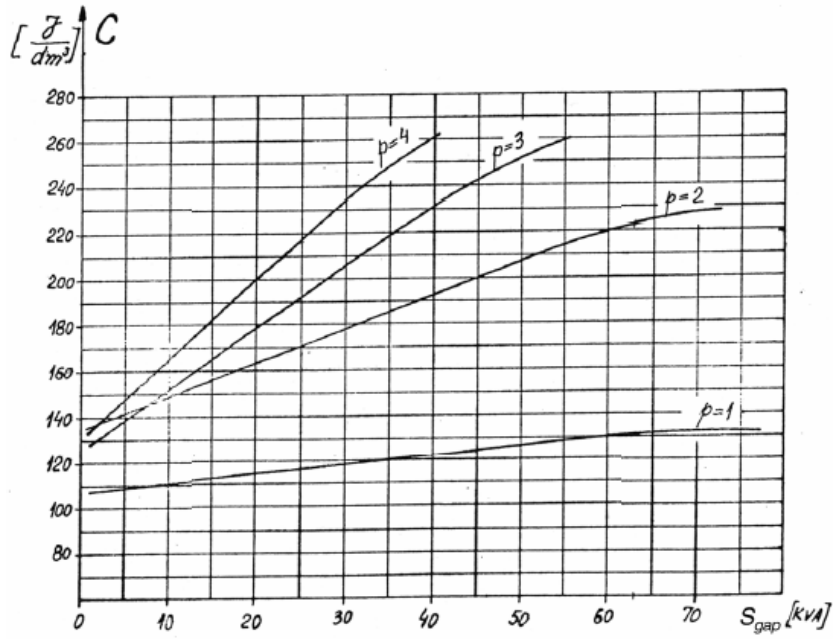
$$C_0 = K_f \alpha_i K_{W1} \pi^2 A_1 B_g = \frac{f_1 S_g}{D_{is}^2 L n_1} \quad (4.12)$$

C_0 não é constante já que tanto A_1 como B_g aumentam com o binário da máquina e com o numero de pólos.

O coeficiente $D_{is}^2.L$ pode ser calculado a partir das equações 4.12, 4.1 e 4.6.

$$D_{is}^2.L = \frac{1}{C_0} \frac{f_1}{n_1} \frac{K_E P_n}{\eta_n \cos \varphi_{1n}} \quad (4.13)$$

A figura 4.7 apresenta valores típicos de C_0 função de S_g para diferentes pares de pólos p_1 , para máquinas de baixa potência.


 Figura 4.7: C_0 função de S_g para diferentes p_1 .

A constante $D_{is}^2.L$ é proporcional ao binário mecânico nominal da máquina. Aparentemente, a produção de binário requer menor volume à medida que o número de pares de pólos p_1 aumenta, C_0 aumenta com p_1 (figura 4.7).

O rácio comprimento do circuito magnético por passo polar, é designado por λ tem valores normalizados dados por,

$$\lambda = \frac{L}{\tau} = \frac{2Lp_1}{\pi D_{is}}; \quad 0.6 < \lambda < 3.0 \quad (4.14)$$

O diâmetro interior do estator pode então ser calculado a partir de 4.13 e 4.14.

$$D_{is} = \sqrt[3]{\frac{2p_1}{\pi \lambda} \frac{1}{C_0} \frac{p_1}{f_1} \frac{K_E P_n}{\eta_n \cos \varphi_{1n}}} \quad (4.15)$$

Esta é uma forma normalizada. Contudo ela não diz muito acerca do volume da máquina, até porque, em muitos casos, as dimensões das carcaças são normalizadas. Assim, pode ser determinado um outro coeficiente similar $D_{is}^2.L$ que melhor o caracterize. Para isso, é necessário que inicialmente seja definida uma densidade de corrente $J_{con}(A/m^2)$, que se considere o factor de enchimento das ranhuras, $K_{fill} = 0.4$ a 0.6 e que se definam as densidades de fluxo nos dentes B_{ts} e na coroa do estator B_{cs} .

Com a densidade de fluxo no entreferro e nos dentes pode determinar-se a altura das ranhuras do estator h_s ,

$$h_s = \frac{6W_1 I_n}{\frac{B_g}{B_{ts}} J_{con} K_{fill} \pi D_{is}} \frac{1}{\pi D_{is}} = \frac{A_1}{\frac{B_g}{B_{ts}} J_{con} K_{fill}} \quad (4.16)$$

O comprimento da coroa h_{cs} é,

$$h_{cs} = \frac{\phi}{2LB_{cs}} = \frac{\alpha_i}{2} \left(\frac{\pi D_{is}}{2p_i} \right) \frac{B_g}{B_{cs}} \quad (4.17)$$

E o diâmetro exterior D_{out} ,

$$D_{out} = D_{is} + 2(h_s + h_{cs}) \quad (4.18)$$

A partir da equação anterior e das equações 4.16 e 4.17 pode escrever-se D_{is} como,

$$D_{is}^2 \cdot L = D_{out}^2 \cdot L \cdot f_0(D_{is}) \quad (4.19)$$

$$f_0(D_{is}) = \frac{1}{\left[1 + \frac{2(h_s + h_{cs})}{D_{is}}\right]^2} \quad (4.20)$$

E finalmente,

$$f_0(D_{is}) = \frac{1}{\left[1 + \frac{2A_1 B_{ts}}{j_{con} K_{fill} B_g D_{is}} + \frac{\alpha_i}{2} \frac{\pi}{p_1} \frac{B_g}{B_{cs}}\right]^2} \quad (4.21)$$

De 4.19,

$$D_{out}^2 \cdot L = \frac{D_{is}^2 \cdot L}{f_0(D_{is})} = \frac{1}{C_0 f_0(D_{is})} \frac{p_1}{f_1} \frac{K_E P_n}{\eta_n \cos \varphi_{1n}} \quad (4.22)$$

como

$$L = \lambda \frac{\pi D_{is}}{2p_1} \quad (4.23)$$

tem-se

$$D_{out} = \sqrt{\frac{2p_1^2}{\pi \lambda C_0 f_1} \frac{K_E P_n}{\eta_n \cos \varphi_{1n}} \frac{1}{D_{is} f_0(D_{is})}} \quad (4.24)$$

Se este valor não for normalizado e caso a normalização seja necessária o rácio λ é alterado, repetindo-se o processo até que o D_{out} obtido seja normalizado.

Por forma a limitar a indutância de fugas das ranhuras a altura da ranhura pode ser determinada em função do seu rácio altura/largura, $K_{aspect} = (3-6)$,

$$\begin{aligned} h_s &= K_{aspect} b_s = K_{aspect} \frac{\pi D_{is}}{N_s} \left(1 - \frac{b_t}{\tau_{slot}}\right) = \\ &= K_{aspect} \frac{\pi D_{is}}{N_s} \left(1 - \frac{B_g}{B_{ts}}\right) \end{aligned} \quad (4.25)$$

Para máquinas de potências elevadas K_{aspect} pode assumir valores maiores.

Assim,

$$\begin{aligned} D_{out}^2 \cdot L &= \frac{1}{C_0} \frac{p_1}{f_1} \frac{K_E P_n}{\eta_n \cos \varphi_{1n}} \left[1 + \frac{2K_{aspect}\pi}{N_s} \left(1 - \frac{B_g}{B_{ts}}\right) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\alpha_i}{2} \frac{\pi}{p_1} \frac{B_g}{B_{cs}}\right]^2 \end{aligned} \quad (4.26)$$

E,

$$\frac{D_{out}}{D_{is}} \approx 1 + \frac{2K_{aspect}\pi}{N_s} \left(1 - \frac{B_g}{B_{ts}}\right) + \frac{\alpha_i}{2} \frac{\pi}{p_1} \frac{B_g}{B_{cs}} \quad (4.27)$$

Tabela 4.1: Rácios diâmetro exterior por diâmetro interior, do estator

$2p_1$	2	4	6	8	≥ 10
$\frac{D_{out}}{D_{is}}$	1.65 – 1.69	1.46 – 1.49	1.37 – 1.40	1.27 – 1.30	1.24 – 1.26

Para começar, pode-se calcular D_{is}/D_{out} função apenas do número de pares de pólos p_1 , se $B_g/B_{ts} = const$ e $B_g/B_{cs} = const$ e se K_{aspect} e N_s forem conhecidos, tabela 4.1

Em geral, circuitos magnéticos longos permitem diâmetros interiores do estator inferiores (para um mesmo binário), testas de enrolamentos menores, menores perdas nos enrolamentos e menores inercias, mas requerem atenção especial com o aquecimento.

O binário electromagnético T_{en} é aproximadamente

$$T_{en} \approx \frac{p_1 P_n \left(1 + \frac{p_{mec}}{P_n}\right)}{2\pi f_1 (1 - s_n)} \quad (4.28)$$

P_n é a potência nominal e s_n o deslizamento nominal.

A densidade de fluxo em vazio no entreferro, B_{g0} , pode ser determinada por

$$B_{g0} = \frac{\mu_0 3\sqrt{2} W_1 K_{W1} I_0}{\pi p_1 K_c g (1 + K_s)} \quad (4.29)$$

onde a corrente em vazio I_0 e o número de voltas/fase são incógnitas. O entreferro g , o coeficiente de Carter K_c e o factor de saturação K_s são valores tipificados.

$$g \approx \left(0.1 + 0.02\sqrt[3]{P_n}\right) \cdot 10^{-3} [m]; \quad \text{para } p_1 = 1 \quad (4.30)$$

$$g \approx \left(0.1 + 0.012\sqrt[3]{P_n}\right) \cdot 10^{-3} [m]; \quad \text{para } p_1 \geq 2$$

Alguns valores típicos: para o entreferro 0.35, 0.4, 0.45, 0.5, 0.55 ... mm; $K_c \approx (1.15 - 1.35)$ em ranhuras semi-fechadas e $K_c = (1.5 - 1.7)$ em ranhuras abertas; para o factor de saturação $K_s = (0.3 - 0.5)$ se $p_1 \geq 2$ e maior se $2p_1 = 2$.

A densidade de fluxo no entreferro, B_g , é

$$\begin{aligned} B_g &= (0.5 - 0.7)T \quad \text{para } 2p_1 = 2 \\ B_g &= (0.65 - 0.75)T \quad \text{para } 2p_1 = 4 \\ B_g &= (0.7 - 0.8)T \quad \text{para } 2p_1 = 6 \\ B_g &= (0.75 - 0.85)T \quad \text{para } 2p_1 = 8 \end{aligned} \quad (4.31)$$

Os valores superiores correspondem a máquinas maiores.

O produto, $W_1 I_0$, é obtido da equação 4.29. E o número de voltas W_1 pode ser calculado a partir da força electromotriz E_1 (equações 4.7 e 4.8).

$$W_1 = \frac{E_1}{4f_1 K_f K_{W1} \phi} = \frac{E_1 2p_1}{4f_1 K_f K_{W1} \alpha_i \pi D_{is} L B_g} \quad (4.32)$$

conhecido $W_1 I_0$ e W_1 , a corrente em vazio (de magnetização) I_0 pode ser obtida.

A potência activa no entreferro P_g é

$$P_g = T_{en} \frac{2\pi f_1}{p_1} = 3K_E V_1 I_T \quad (4.33)$$

onde I_T é a corrente de binário no estator. Determinando I_T a partir da equação 4.33, pode-se calcular a corrente nominal no estator I_{1n} .

$$I_{1n} \approx \sqrt{I_0^2 + I_T^2} \quad (4.34)$$

A corrente nas barras rotóricas (quando de gaiola) I_b é

$$I_b \approx \frac{2mW_1 K_{W1} I_T}{N_r} \quad (4.35)$$

N_r é o número de ranhuras do rotor e m o número de fases do estator.

O produto $\eta_n \cos \varphi_{1n}$ pode ser verificado

$$\eta_n \cos \varphi_{1n} = \frac{P_n}{3V_1 I_{1n}} < 1 \quad (4.36)$$

e a corrente A_1 ,

$$A_1 = \frac{2mW_1 I_{1n}}{\pi D_{is}} \quad (4.37)$$

Com todos estes dados disponíveis, é possível o dimensionamento das ranhuras do estator, das ranhuras do rotor e dos enrolamentos. Depois as reactâncias, resistências e todas as características da máquina em regime permanente são calculadas. Conhecida a geometria e as perdas o dimensionamento térmico pode ser efectuado. Finalmente se o aquecimento ou um qualquer outro parâmetro não for satisfatório o dimensionamento é repetido e ajustado.

4.2.2 Enrolamentos

Conceber um enrolamento AC, traduz-se em distribuir as bobinas pelas ranhuras e pelas fases, estabelecendo o sentido de circulação da corrente em cada lado da bobina e nas ligações por fase, e entre fases. Finalmente, calcular o número de voltas e dimensões dos condutores das diferentes bobinas.

Conceitos fundamentais

O enrolamento primário é formado por condutores colocados nas ranhuras do circuito magnético do estator que tem a forma cilíndrica. O propósito do enrolamento é produzir um campo magnetomotriz girante a partir de um sistema de correntes AC simétrico. Campo esse que será responsável pela produção de binário constante, em regime permanente:

$$F_{s1}(x, t) = F_{s1m} \cos \left(\frac{\pi}{\tau} x - \omega_1 t - \theta_0 \right) \quad (4.38)$$

onde x é a coordenada ao longo da superfície interna do estator, τ representa meio período da onda de campo girante ideal, ω_1 é a frequência angular das corrente de alimentação e θ_0 é a posição angular em $t = 0$.

A equação 4.38 pode ser decomposta em dois termos

$$F_{s1}(x, t) = F_{s1m} \left[\cos \left(\frac{\pi}{\tau} x - \theta_0 \right) \cos \omega_1 t + \sin \left(\frac{\pi}{\tau} x - \theta_0 \right) \sin \omega_1 t \right] \quad (4.39)$$

A equação 4.39 tem um significado físico especial. Em essência, temos agora dois campos com distribuição espacial sinusoidal e corrente sinusoidal. O desfasamento espacial e temporal entre eles é de $\pi/2$. Isto sugere que um campo girante pode ser produzido a partir de dois enrolamentos simétricos desfasados no tempo de $\pi/2$.

Pode igualmente ser decomposta (equação 4.38) em três termos

$$\begin{aligned} F_{s1}(x, t) = \frac{2}{3} F_{s1m} & \left[\cos \left(\frac{\pi}{\tau} x - \theta_0 \right) \cos \omega_1 t + \right. \\ & + \cos \left(\frac{\pi}{\tau} x - \theta_0 - \frac{2\pi}{3} \right) \cos \left(\omega_1 t - \frac{2\pi}{3} \right) + \\ & \left. + \cos \left(\frac{\pi}{\tau} x - \theta_0 + \frac{2\pi}{3} \right) \cos \left(\omega_1 t + \frac{2\pi}{3} \right) \right] \end{aligned} \quad (4.40)$$

Consequentemente poderá ser criado um campo girante, formando por três campos com distribuição espacial (x) sinusoidal desfasados no espaço por $2\pi/m$ radianos, a partir de correntes sinusoidais simétricas - mesma amplitude, desfasamento $2\pi/3$. Genericamente, m fases desfasadas, no tempo e no espaço, $2\pi/3$ radianos podem produzir um campo girante. Ao número de períodos eléctricos do campo girante numa volta da geometria chama-se número de pares de pólos p_1

$$p_1 = \frac{\pi D}{2\tau}; \quad 2p_1 = 2, 4, 6, 8, \dots \quad (4.41)$$

onde D é o diâmetro interior do estator.

Realça-se que para $p_1 > 1$, e de acordo com 4.41, o ângulo eléctrico α_e é p_1 vezes maior que o ângulo mecânico α_g

$$\alpha_e = p_1 \alpha_g \quad (4.42)$$

Uma distribuição sinusoidal do campo só seria possível se não existissem ranhuras e os enrolamentos estivessem no entreferro. Isto é impraticável em máquinas de indução porque a magnetização de um tal entreferro implicaria enormes forças magnetomotrizes e, consequentemente, baixos factores de potência e rendimento. Traria também graves problemas mecânicos já que os condutores dos enrolamentos estariam sujeitos a grandes esforços mecânicos. Assim, os enrolamentos das máquinas de indução estão sempre localizados em ranhuras.

O número total de ranhuras do estator N_s deve ser múltiplo do número de fases da máquina, m ,

$$N_s/m = \text{inteiro} \quad (4.43)$$

Um parâmetro de grande importância é o número de ranhuras por pólo e por fase q ,

$$q = \frac{N_s}{2p_1m} \quad (4.44)$$

O número q pode ser inteiro ($q = 1, 2, \dots, 12$) ou fraccionário. Na maioria das máquinas de indução q é um inteiro garantindo a simetria (pólo a pólo) do enrolamento.

Os enrolamentos são feitos de bobinas e no caso das máquinas de indução podem ser de dois tipos: imbricados ou ondulados (figura 4.8), de uma ou de duas camadas (figura 4.9).

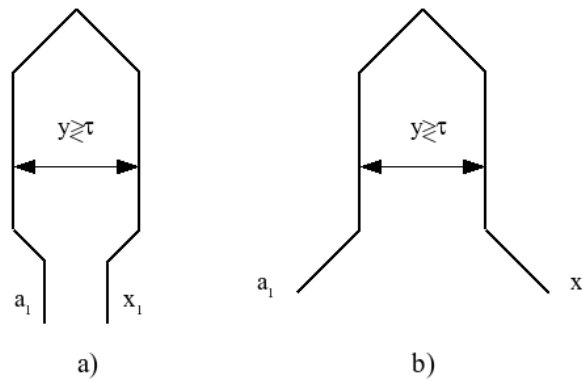


Figura 4.8: Tipos de Enrolamentos: a) imbricados; b) ondulados.

Nos enrolamentos de uma camada o passo das bobinas é, por inerência, igual ao do pólo ($y = \tau$). Os de duas camadas podem ter passos fraccionários ($y < \tau$) reduzindo o comprimento das testas e portanto reduzindo as perdas no cobre.

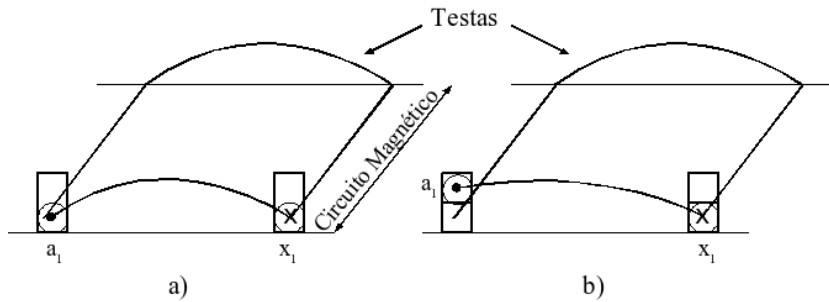


Figura 4.9: Enrolamento de uma camada a) e de duas camadas b).

Regras práticas de implementação

As bobinas podem ser ligadas em série formando um caminho para a corrente ou em paralelo formando dois caminhos. O número de caminhos a é obtido ligando parte das bobinas em série e depois as séries em paralelo,

garantindo que todos os caminhos são paralelos. As ligações em paralelo servem essencialmente para reduzir a secção dos fios.

Em máquinas de potência mais elevada em vez de fios as bobinas podem ser construídas em barra contínua, em ranhuras abertas, ou segmentos soldados em ranhuras semi-fechadas. Por forma a reduzir o efeito pelicular as barras podem não ser maciças mas formadas por condutores em paralelo.

Alguns regras práticas:

- Em máquinas de baixa potência utilizam-se enrolamentos com bobinas de fio, do tipo ondulado, de uma camada;
- As bobinas de enrolamentos de uma camada têm sempre um passo igual ao passo polar;
- A principal preocupação deve ser a igual resistência e indutância por fase, e deste ponto de vista as bobinas concentradas redondas são as melhores.
- Em enrolamento de duas camadas as bobinas são feitas com fios em ranhuras com forma trapezoidal;
- Em máquinas de maior potência utiliza-se enrolamentos pré-enformados, com fios rectangulares ou de barra simples.

Em enrolamentos de uma camada, como cada bobina ocupa duas ranhuras, $N_s/2m = \text{inteiro}$ (m - número de fases). O número de troços de bobinas com corrente a entrar e a sair é evidentemente igual.

Em enrolamentos de duas camadas a alocação de ranhuras por fase é determinada para uma camada. A segunda camada é ocupada respeitando o passo da bobina cujo primeiro lado estará na primeira camada e o segundo na segunda camada. Neste caso é suficiente ter $N_s/m = \text{inteiro}$.

A densidade de fluxo ideal, no entreferro, de acordo com a lei de Biot-Savart,

$$B_{g10}(x, t) = \frac{\mu_0 F_{1m}}{g} \cos\left(\frac{\pi}{\tau} x - \omega_1 t\right) \quad (4.45)$$

Esta densidade de fluxo induzirá uma força electromotriz, auto-induzida, nos enrolamentos do estator. A força electromotriz induzida nos lados de bobinas vizinhas estará desfasada de α_{es} ,

$$\alpha_{es} = \frac{2\pi p_1}{N_s} \quad (4.46)$$

O número de ranhuras com forças electromotrizes em fase, t é

$$t = \text{máximo divisor comum}(N_s, p_1) = m.d.c.(N_s, p_1) \leq p_1 \quad (4.47)$$

Assim, o número de ranhuras com forças electromotrizes de fases distintas é N_s/t . Finalmente, o desfasamento entre forças electromotrizes de ranhuras vizinhas α_{et} é

$$\alpha_{et} = \frac{2\pi t}{N_s} \quad (4.48)$$

Se $\alpha_{es} = \alpha_{et}$, $t = p_1$ e a contagem de ranhuras pertencentes ao mesmo fasor da força electromotriz no diagrama fasorial tem correspondência real na máquina.

Para que seja obtido um enrolamento simétrico a distribuição das ranhuras por fase, deve respeitar as seguinte regras:

Enrolamentos de uma camada

- Construir o diagrama fasorial das forças electromotrices com base em α_{et} , α_{es} e N_s/t , sendo que cada fasor está separado de α_{es} .
- Escolher aleatoriamente $N_s/2m$ fasores sucessivos para formarem as ranhuras da corrente de entrada da fase A (figura 4.10).
- Os fasores da corrente de saída da fase A estão desfasados π radianos da corrente de entrada.
- Saltando $N_s/2m$ ranhuras relativamente à fase A, obtêm-se as ranhuras da fase B.
- Saltando $N_s/2m$ ranhuras relativamente à fase B, obtêm-se as ranhuras da fase C.

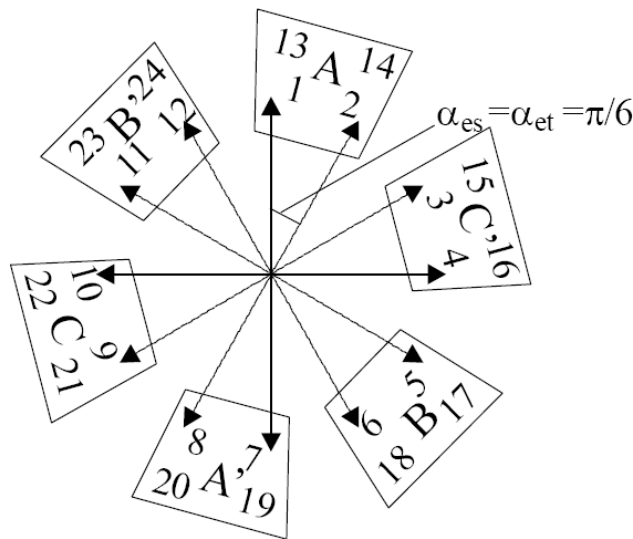


Figura 4.10: Diagrama fasorial das forças electromotrices de um enrolamento de uma camada.

Enrolamentos de duas camadas

- Construir o diagrama fasorial das forças electromotrices tal como para os enrolamentos de uma camada.
- Escolher N_s/m fasores para cada fase e dividi-los em dois grupos (um para as correntes de entrada e outro para as correntes de saída) de forma a que estejam o mais opostos possível.

- Repetir o ponto anterior para as restantes fases garantindo um desfaseamento de $2\pi/3$ radianos entre fases.

As regras anteriores são igualmente válidas para enrolamentos fraccionais. Os enrolamentos fraccionais são construídos sempre com duas camadas e q reduzido.

Colocação das bobinas nas ranhuras

Em enrolamentos de uma camada, com passo igual ao passo polar, os lados de entrada e de saída ocupam por inteiro a ranhura alocada, sendo colocados por fase, da esquerda para a direita. Existirão $N_s/2m$ bobinas por fase.

Os enrolamentos encurtados de duas camadas, com passos y ($2\tau/3 \leq y < \tau$ e q inteiro) são colocados por fase, da esquerda para a direita, com um lado na primeira camada e o outro na segunda. Eles são ligados respeitando as direcções de entrada (A, B, C) e de saída (A', B', C') da corrente.

Ligação das bobinas por fase

As $N_s/2m$ bobinas por fase dos enrolamentos de uma camada e as N_s/m bobinas por fase dos enrolamentos de duas camadas são ligadas em série (ou série/paralelo) garantindo a concordância da direcção de entrada/saída na primeira camada. Com todas as bobinas por fase em série obtém-se um único caminho de corrente ($a = 1$). Podem-se obter “a” caminhos de corrente se as bobinas de $2p_1/a$ pólos forem ligadas em série e depois as “a” séries em paralelo.

Os enrolamentos trifásicos fraccionais não são comuns em máquinas de indução devido à sua assimetria polar. Contudo, nos casos em que q é pequeno ($q \leq 3$), este tipo de enrolamento pode ser melhor do que o de uma camada, reduzindo o conteúdo harmónico da indução no entreferro.

Os factores de encurtamento K_{y1} e de distribuição K_{q1} , para a fundamental, são dados pela equação 4.49 e 4.50, respectivamente.

$$K_{y1} = \sin \left[\frac{\pi p_1}{N_s} \text{inteiro} \left(\frac{N_s}{2p_1} \right) \right] \quad (4.49)$$

$$K_{q1} = \frac{1 + 2 \cos \left(\frac{\pi t}{N_s} \right)}{3} \quad (4.50)$$

Estas equações são válidas tanto para q fraccionário como inteiro.

Enrolamentos rotóricos

Tal como já foi referido, o rotor de uma máquina de indução pode ter um enrolamento trifásico ligado em estrela ou ter um enrolamento do tipo gaiola de esquilo.

Os enrolamentos rotóricos trifásicos são construídos com passo igual ao passo polar e podem ter uma ou duas camadas, com ranhuras semi-fechadas

ou semi-abertas. As máquinas com este tipo de enrolamento são tipicamente máquinas com potências da ordem das centenas a milhares de kilowatt. Mais recentemente têm vindo a ser construídas com potências até algumas centenas de megawatt para geradores eólicos e para centrais hidroeléctricas por bombagem. A tensão nos enrolamentos do rotor é da mesma ordem de grandeza da tensão nos enrolamentos do estator. As forças magnetomotrizas são também similares às dos enrolamentos do estator.

Os enrolamentos do tipo gaiola de esquilo podem ser de gaiola simples ou de gaiola dupla. As forças magnetomotrizas de um enrolamento simétrico de gaiola simples sem enviesamento (*skewing*) pode ser determinado por analogia a um enrolamento de bobinas. Assim, a gaiola será substituída (para a analogia) por um enrolamento com $m = N_r/p_1$ fases com um condutor por ranhura, $q = 1$ de passo igual ao passo polar, vindo,

$$F_2(\theta, t) = \frac{N_r}{\pi p_1} I_b \sqrt{2} \sum \frac{K_\mu}{\mu} \sin \frac{vp_1}{N_r} [K_{fv} \cos(\omega_1 t - \mu\theta) + K_{bv} \cos(\omega_1 t + \mu\theta)] \quad (4.51)$$

onde I_b é a corrente eficaz nas barras,

$$K_{fv,bv} = \frac{p_1}{N_s} \left[1 + \left(\frac{N_r}{p_1} - 1 \right) \cos(\mu \pm p_1) \frac{2\pi}{N_r} \right] \quad (4.52)$$

e μ é um harmónico espacial, $\mu = p_1$ para a fundamental, θ é o ângulo geométrico tal que $\theta_e = p_1\theta$.

Existem harmónicos em avanço (f) e em atraso (b). Os de ordem $\mu = KN_r + p_1$ têm $K_{fv} = 1$ e os de ordem $\mu = KN_r - p_1$ têm $K_{bv} = 1$, todos os outros têm $K_{fv,bv}$ nulo. Os mais importantes são os primeiros, obtidos para $K = 1$: $\mu_{fmin} = N_r - p_1$ e $\mu_{bmin} = N_r + p_1$.

Com excepção das máquinas com potências muito elevadas (megawatt), a grande maioria das máquinas de indução utiliza ranhuras enviesadas com enviesamentos de pelo menos um passo estatórico, por forma a eliminar harmónicos ($v = N_s - p_1$). v é também um harmónico espacial ($v_1 = p_1$ para a fundamental). Neste caso, e considerando apenas a fundamental,

$$F_2(\theta, t)_{v=p_1} \approx \frac{N_r}{\pi p_1} I_b \sqrt{2} \cos \left[\omega_1 t - \left(\theta_e - \frac{\pi y}{\tau} \right) - (\pi - \gamma_{1,2}) \right] \quad (4.53)$$

$$\theta_e = \frac{\pi x}{\tau}$$

para $y \in [0.0, \pm c/2]$

Como se usou ω_1 , frequência do estator, a equação 4.53 está referenciada ao estator,

$$\omega_1 = \omega_2 + \omega_r; \quad \omega_r = \Omega_r p_1 \quad (4.54)$$

sendo ω_r a velocidade de rotação eléctrica e ω_2 a frequência das correntes rotóricas. O ângulo $\gamma_{1,2}$ é um ângulo de referência (no instante zero) entre as forças magnetomotrizas $F_1(\theta, t)$ do estator e $F_2(\theta, t)$ do rotor.

O conceito de enviesamento

Utilizando a simplificação de considerar apenas a componente fundamental e com $\theta_e = \pi x / \tau$,

$$F_1(\theta_e, t) = F_{1m} \cos(\omega_1 t - \theta_e) \quad (4.55)$$

com F_{1m} dado pela equação,

$$F_{1m} = \frac{3W_1 I \sqrt{2} K_{q1} K_{y1}}{\pi p_1} \quad (4.56)$$

$$K_{q1} = \frac{\sin(\pi/6)}{q \sin(\pi/6q)} \leq 1$$

$$K_{y1} = \frac{\sin(\pi/2)y}{\tau} \leq 1$$

A força magnetomotriz total é a soma das forças magnetomotrizes do estator $F_1(\theta_e, t)$ e do rotor $F_2(\theta_e, t)$,

$$F_{r1}(\theta_e, t) = F_{1m} \cos(\omega_1 t - \theta_e) + F_{2m} \cos\left(\omega_1 t - \theta_e - \frac{\pi y}{\tau} - (\pi - \gamma_{1,2})\right) \quad (4.57)$$

com

$$F_{1m} = \frac{3W_1 I \sqrt{2} K_{W1}}{\pi p_1} \quad (4.58)$$

$$F_{2m} = \frac{N_r}{\pi p_1} I_b \sqrt{2}$$

Com o rotor parado, as componentes fundamentais F_{1m} e F_{2m} são praticamente iguais. Em geral,

$$\frac{F_{2m}}{F_{1m}} \approx \sqrt{1 - \left(\frac{I_0}{I}\right)^2} \quad (4.59)$$

À carga nominal e com $I_0 = (0.7 - 0.3)I_n$, F_{2m}/F_{1m} anda na ordem dos 0.7 a 0.95. No arranque $I_s = (4.5 - 7)I_n$, pelo que

$$\left(\frac{F_{2m}}{F_{1m}}\right)_{s=1} \approx 1.0 \quad (4.60)$$

O ângulo entre as duas forças magnetomotrizes $\gamma_{1,2}$ varia desde alguns graus, velocidade zero ($s=1$), até aos 45° , velocidade de binário máximo (s_k), e é nulo para a velocidade de sincronismo ($s=0$). Assume valores positivos em motores e negativos em geradores.

A força electromotriz resultante $F_r(\theta_e, t)$ deriva da soma das equações 4.53 e 4.55.

$$F_{r1}(\theta_e, t) = [F_{1m} \cos(\omega_1 t - \theta_e) - F_{2m} \cos(\omega_1 t - \theta_e + \gamma_{1,2}) \cos \frac{\pi y}{\tau}] + F_{2m} \sin(\omega_1 t - \theta_e + \gamma_{1,2}) \sin \frac{\pi y}{\tau} \quad (4.61)$$

$$y \in (-c/2, +c/2)$$

O termo, da equação 4.61, fora do parêntesis recto, é nulo se não existir enviesamento. Consequentemente o termo dentro do parêntesis recto traduz a força magnetomotriz compensada, que tende a diminuir com o $\cos(\pi y/\tau) \cong 1$ e por isso o enviesamento $c = (0.5 - 2.0\tau/mq)$ é pequeno e o ângulo $\gamma_{1,2} \in (\pi/4, -\pi/4)$.

Obtém-se, portanto,

$$F_{2skew} = F_{2m} \sin(\omega_1 t - \theta_e + \gamma_{1,2}) \sin \frac{\pi y}{\tau} \quad (4.62)$$

$$y \in (-c/2, +c/2)$$

força magnetomotriz do rotor não compensada. Responsável por grandes variações na indução do entreferro, quando as correntes do rotor são elevadas, e que influenciam fortemente as indutâncias do estator e rotor.

4.3 Método dos elementos finitos

O método dos elementos finitos (MEF) é um método numérico de resolução de equações diferenciais com aplicação na Física e na Engenharia. Foi desenvolvido no início dos anos 50 no seio da indústria aeroespacial americana tendo-se tornado de domínio público, em 1956, através de um artigo publicado por Turner, Clough, Martin e Topp na revista de ciências aeronáuticas “Journal of Aeronautical Science”.

Desde logo despertou o interesse de inúmeros investigadores que o aplicaram ao estudo de estruturas e à mecânica dos sólidos. Quando aplicado ao estudo de estruturas o método produz como resultado um conjunto de equações de equilíbrio que minimizam a energia potencial do sistema. Tais resultados permitiram que os investigadores estabelecessem uma relação entre o método dos elementos finitos e um algoritmo de minimização de funções. Assim, e dado que os problemas governados pelas leis de Laplace ou de Poisson estão fortemente relacionados com a minimização de funções, o método dos elementos finitos foi introduzido na mecânica dos fluidos [44].

O MEF passou de um método numérico de resolução de problemas de estruturas para um método numérico geral de resolução de equações diferenciais, quando em 1969, Szabo e Lee, e em 1971 Zienkiewicz, mostraram que as equações dos elementos também poderiam ser derivadas usando uma das variantes do método dos resíduos pesados (*weighted residual*), como o método de Galerkin; ou o método dos mínimos quadrados (*least-squares*). O crescente desenvolvimento do potencial computacional deu a contribuição final para o desenvolvimento e proliferação do método nas mais diversas áreas da engenharia.

O projecto de máquinas eléctricas pelo MEF baseia-se na análise dos campos magnéticos. Todo o comportamento da máquina é determinado directamente a partir da distribuição do campo magnético e da densidade de corrente. Por esta razão, e em verdade, não é um verdadeiro método de projecto mas antes de optimização do projecto. Ou seja, não permite desenvolver uma máquina de raiz. Será sempre necessário recorrer ao método

clássico para a primeira iteração do projecto, seguidamente, com essa base de partida, a máquina pode ser reformulada por forma a se obterem os objectivos de especificação da máquina. A máquina final poderá ser uma máquina substancialmente diferente da resultante do método clássico, mas para o dimensionamento, este método continua a ser indispensável.

4.3.1 Conceitos fundamentais

O conceito base do método dos elementos finitos diz que: qualquer função contínua, tal como campo magnético, temperatura ou pressão, pode ser aproximada por um modelo discreto contínuo de funções elementares, definidas num número finito de subdomínios da função contínua. As funções elementares serão definidas a partir de um conjunto finito de pontos da função contínua.

A formulação de um problema pelo MEF tem, portanto, duas componentes: a primeira, derivada do conceito base do método, consiste na divisão do meio contínuo em partes (elementos) e na descrição do comportamento do meio contínuo como resultado da “soma” do comportamento dos elementos; a segunda componente, é relativa à formulação do comportamento de cada elemento como parte do meio contínuo em que se integra.

De uma forma mais sistemática definiram-se cinco etapas para a obtenção do modelo discreto de funções elementares:

1. Identificação de um conjunto finito de pontos do domínio: nós;
2. Demarcação do valor da função em cada um dos nós como uma variável a ser determinada: variável nodal;
3. Divisão do domínio num número finito de subdomínios: elementos. Os elementos são ligados por nós comuns e no conjunto aproximam a função contínua em todo o seu domínio;
4. Definição de uma função elementar, representativa da função contínua, para cada elemento, garantindo sempre a continuidade da função em todo o seu domínio;
5. Ajuste dos valores das variáveis nodais de forma a que produzam a melhor aproximação possível à função contínua.

O método dos elementos finitos também pode ser aplicado a domínios de duas e três dimensões. Nos domínios de duas dimensões os elementos são funções com duas variáveis independentes x e y , em geral descrevendo triângulos ou rectângulos, onde cada vértice constitui um nó. A introdução de nós adicionais entre dois vértices permite criar elementos com fronteiras curvilíneas, designados por elementos de segunda ordem (figura 4.11).

Quando o domínio é tridimensional os elementos são polígonos definidos em x , y e z , em geral tetraedros e paralelepípedos.

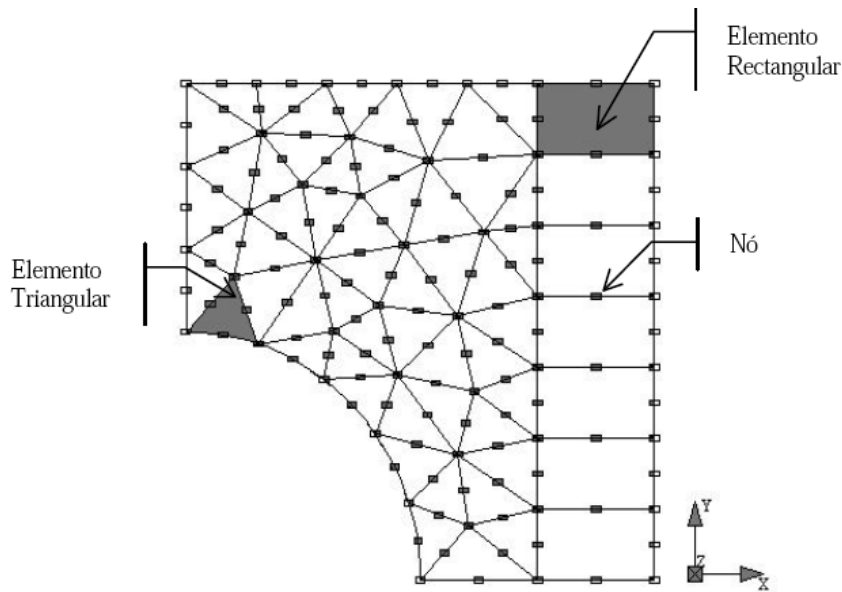


Figura 4.11: Exemplo de divisão de um domínio bidimensional.

Discretização do domínio

A discretização (*discretization*) do domínio em elementos é sem dúvida uma etapa crucial na resolução de problemas pelo MEF e que normalmente trás alguns problemas aos principiantes. As dificuldades surgem do facto de não existir uma base teórica de suporte aos procedimentos utilizados, é quase como uma arte onde a experiência e a sensibilidade do “artista” marcam a diferença. Uma discretização incorrecta ou com pouca qualidade produzirá indubitavelmente resultados imprecisos.

O processo de discretização envolve decisões relativamente ao número, tamanho e forma dos elementos usados para modelizar o corpo real. Procura uma relação de compromisso entre o número de elementos e o tempo de resolução do problema. E requer alguma sensibilidade relativamente aos valores esperados para que se possa: reduzir o tamanho dos elementos nas regiões onde a grandeza varie mais rapidamente (elevados gradientes); aumentar ao tamanho dos elementos nas regiões onde a grandeza é relativamente constante.

O processo de discretização passa por duas fases distintas: divisão do domínio em elementos; designação dos elementos e respectivos nós.

A divisão de um domínio bidimensional em elementos deve ser faseada começando com uma primeira divisão em regiões triangulares ou quadrangulares. Esta divisão segue, obrigatoriamente, critérios de mudança de geometria, tipo de material ou carga aplicada. As regiões serão, numa segunda fase, subdivididas em elementos triangulares.

O método mais simples e eficaz de dividir uma região triangular em elementos consiste em especificar um número constante de nós em cada uma das fronteiras da região e seguidamente unir os nós apropriados com segmentos de recta. Os pontos de intersecção serão novos nós. O número de nós atribuído a

cada fronteira da região e o respectivo espaçamento depende apenas da densidade pretendida. Se a região tiver uma ou mais fronteiras curvas pode-se recorrer a elementos de segunda ordem. O número de elementos resultantes da subdivisão da região triangular é $(n - 1)^2$, onde n é o número de nós em cada uma das fronteiras da região.

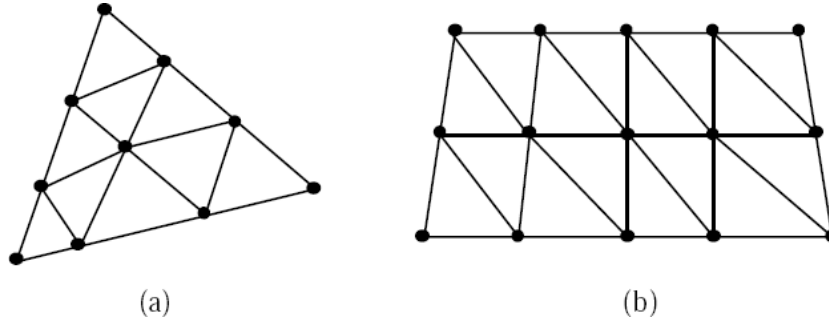


Figura 4.12: Divisão de regiões triangulares e quadrilaterais em elementos triangulares.

A subdivisão de regiões quadrangulares é feita definindo um número constante de nós em cada uma das fronteiras da região, e seguidamente, unindo os nós de fronteiras opostas com segmentos de recta. Os pontos de intersecção serão novos nós. Os quadriláteros assim gerados, são por si só elementos, mas poderão ser subdivididos em elementos triangulares por inserção de uma diagonal em cada um. Nestes casos deve-se inserir a menor das diagonais pois os elementos triangulares equiláteros produzem melhores resultados. Tal como nas regiões triangulares o número de nós atribuído a cada fronteira da região e o respectivo espaçamento depende apenas da densidade pretendida. Se a região quadrangular for subdividida em elementos triangulares o número de elementos resultantes da subdivisão é $2(n - 1)(m - 1)$, onde n e m são o número de nós de duas fronteiras adjacentes.

Na fronteira entre duas regiões o número de nós tem que ser igual, e devem ocupar as mesmas posições relativas, isto é, devem ser coincidentes. Esta condição é necessária para garantir a continuidade do domínio na fronteira.

A identificação dos nós consiste na atribuição de um número a cada nó. Esta operação seria trivial se o número de cada nó não influenciasse a eficiência da computação do resultado. Acontece que o sistema de equações resultante da formulação do problema tem um elevado número de coeficientes nulos. A inspecção da matriz do sistema revela uma concentração dos termos não nulos numa banda circunscrita por duas linhas paralelas à diagonal principal da matriz. A distância entre a diagonal principal e uma das linhas é chamada de largura de banda, (figura 4.13). Como todos os elementos que estão para além da largura de banda são nulos não são armazenados nem processados, o que se traduz numa redução de memória e tempo de computação necessários.

A largura de banda B é calculada usando a expressão

$$B = (R + 1)NDOF \quad (4.63)$$

onde R é o majorante das diferenças entre números de nós num elemento (todos os elementos são considerados) e $NDOF$ é o número de graus de

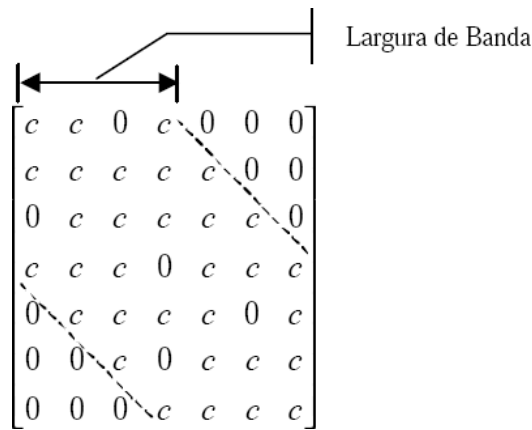


Figura 4.13: Largura de banda de um sistema de equações (c são valores não nulos).

liberdade em cada nó. Conclui-se portanto, que a minimização de B depende da minimização de R , que pode ser obtida numerando os nós ao longo da menor das dimensões do domínio.

Na figura 4.14 apresentam-se dois exemplos alternativos de numeração de nós para um mesmo domínio. Os valores de R para (a) e (b) são 6 e 14, respectivamente, ao que correspondem larguras de banda 7 e 15, considerando $NDOF = 1$. Pode verificar-se que a numeração de nós ao longo da menor das dimensões do domínio se traduz, neste caso, numa redução superior a 50% na largura de banda do sistema.

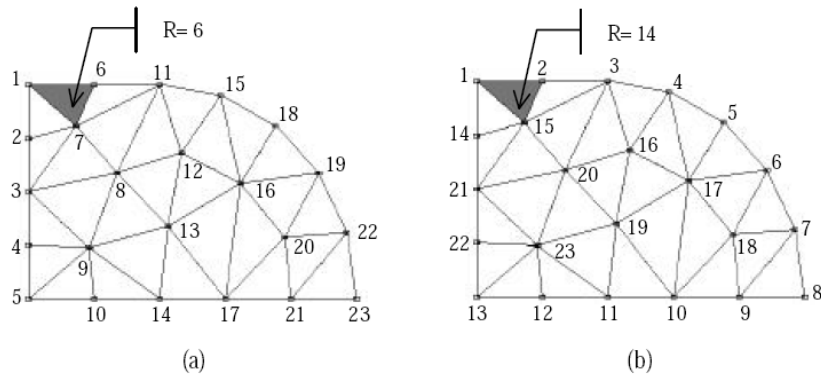


Figura 4.14: Dois exemplos de numeração de nós para um domínio bidimensional.

Definição das funções elementares

O método dos elementos finitos baseia-se no conceito de aproximação de uma função contínua (campo magnético, temperatura, pressão, etc.) por um modelo discreto de funções elementares contínuas definidas num número finito de subdomínios da função. Na definição das funções elementares dos elementos recorre-se frequentemente a funções polinomiais. Assim, cada elemento do domínio será caracterizado por uma função polinomial representativa do comportamento da função contínua nesse subdomínio. A ordem

da função polinomial será definida por forma a que se obtenha, em cada elemento, a melhor aproximação possível à função contínua. Segundo [44], os elementos podem ser classificados de simples, complexos ou múltiplos, segundo a ordem da função polinomial que os caracteriza. Nos elementos simples a função polinomial é formada por um termo constante e um termo linear, sendo o número de coeficientes igual ao número de dimensões em que a função contínua está definida, mais um. Por exemplo, a função polinomial

$$\phi = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \quad (4.64)$$

linear em x e y , representa um elemento bidimensional triangular simples. Os elementos simples também podem ser chamados de elementos de 1ª Ordem.

Os elementos complexos são caracterizados por terem funções polinomiais com termos de segunda ordem, ou superior. Estes elementos podem ter a mesma forma que os elementos simples, mas terão nós adicionais entre vértices permitindo a formação de fronteiras curvilíneas. A função polinomial

$$\phi = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 x^2 + \alpha_5 xy + \alpha_6 y^2 \quad (4.65)$$

representa um elemento bidimensional triangular complexo, também chamado de elemento triangular de 2ª Ordem.

Os elementos múltiplos, tal como os complexos, são caracterizados por terem funções polinomiais com termos de segunda ordem, ou superior, que se distinguem destes últimos por terem fronteiras paralelas ao sistema de coordenadas. Um bom exemplo de elementos múltiplos são os elementos retangulares.

Repare-se que a função polinomial 4.64 representa um elemento triangular simples com três nós, (figura 4.14), e tem três coeficientes, $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$. E que, a função polinomial 4.65 representa um elemento triangular complexo com seis nós, (figura 4.11), e tem seis coeficientes, $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6$. Estes dois exemplos, entre outros, levou à seguinte conclusão : o número de coeficientes da função polinomial traduz o número de nós do elemento.

O elemento uni-dimensional simples é um segmento de recta com dois nós, um em cada extremo, com comprimento L (figura 4.15).

Se, se designar os nós por i e j , o valor da função em cada nó será designado por Φ_i e Φ_j . A função polinomial do elemento é:

$$\phi = \alpha_1 + \alpha_2 x \quad (4.66)$$

Os coeficientes α_1 e α_2 podem ser determinados a partir dos valores nodais, Φ_i e Φ_j , pois $\phi = \Phi_i$ para $x = X_i$ e $\phi = \Phi_j$ para $x = X_j$, resultando:

$$\begin{cases} \Phi_i = \alpha_1 + \alpha_2 X_i \\ \Phi_j = \alpha_1 + \alpha_2 X_j \end{cases} \quad (4.67)$$

depois de resolvido o sistema para α_1 e α_2 , obtém-se

$$\alpha_1 = \frac{\Phi_i X_j - \Phi_j X_i}{L} \quad (4.68)$$

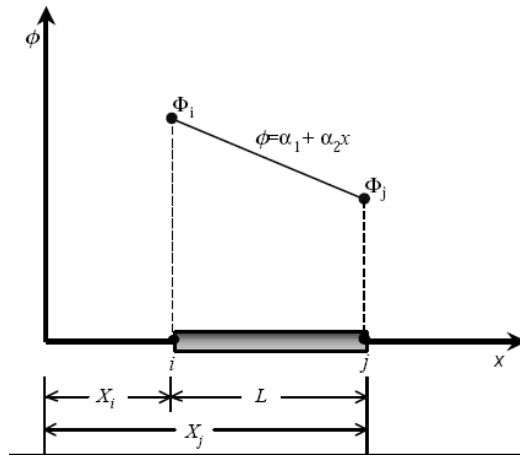


Figura 4.15: O elemento uni-dimensional simples.

e

$$\alpha_2 = \frac{\Phi_j - \Phi_i}{L} \quad (4.69)$$

Substituindo os valores de α_1 e α_2 na equação 4.66 resulta

$$\phi = \left(\frac{X_j - x}{L} \right) \Phi_i + \left(\frac{x - X_i}{L} \right) \Phi_j \quad (4.70)$$

Na equação 4.70 pode observar-se dois termos lineares em x , um por nó, chamados de funções de forma ou funções de interpolação

$$N_i = \frac{X_j - x}{L} \text{ e } N_j = \frac{x - X_i}{L} \quad (4.71)$$

Assim a equação 4.70, pode ser reescrita usando notação matricial

$$\phi = N_i \Phi_i + N_j \Phi_j = [N] \{\Phi\} \quad (4.72)$$

onde $[N] = [N_i N_j]$ é uma matriz linha e $\Phi = \begin{Bmatrix} \Phi_i \\ \Phi_j \end{Bmatrix}$ é um vector coluna.

Observando a equação 4.70 verifica-se que N_i vale 1 para o nó i e 0 para o nó j . Por sua vez N_j vale 0 para o nó i e 1 para o nó j . Estes valores são característicos de funções de forma. Isto é, uma função de forma vale 1 no seu nó e 0 em todos os outros.

O elemento bidimensional simples é o triângulo mostrado na figura 4.16. Este elemento é caracterizado por ter três nós, um em cada vértice, unidos por fronteiras rectilíneas. Os nós são designados por i , j e k , rodando no sentido inverso. O valor da função em cada nó será designado por Φ_i , Φ_j e Φ_k .

A função polinomial do elemento é:

$$\phi = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \quad (4.73)$$

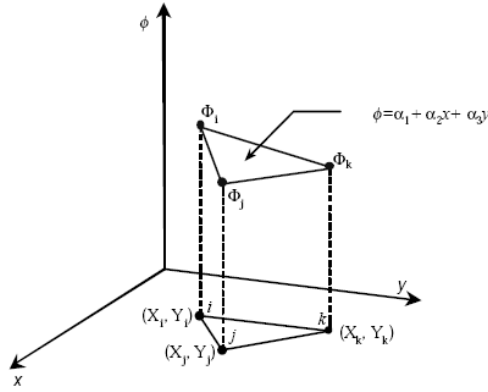


Figura 4.16: O elemento bidimensional simples.

com condições nodais: $\phi = \Phi_i$ para $x = X_i$, $y = Y_i$; $\phi = \Phi_j$ para $x = X_j$, $y = Y_j$ e $\phi = \Phi_k$ para $x = X_k$, $y = Y_k$. Aplicando as condições nodais na equação do elemento (equação 4.73), resulta:

$$\begin{cases} \Phi_i = \alpha_1 + \alpha_2 X_i + \alpha_3 Y_i \\ \Phi_j = \alpha_1 + \alpha_2 X_j + \alpha_3 Y_j \\ \Phi_k = \alpha_1 + \alpha_2 X_k + \alpha_3 Y_k \end{cases} \quad (4.74)$$

Resolvendo o sistema para α_1 , α_2 e α_3 pela regra de Kramer obtém-se

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{1}{2\Delta} [(X_j Y_k - X_k Y_j)\Phi_i + (X_k Y_i - X_i Y_k)\Phi_j + (X_i Y_j - X_j Y_i)\Phi_k] \\ \alpha_2 &= \frac{1}{2\Delta} [(Y_j - Y_k)\Phi_i + (Y_k - Y_i)\Phi_j + (Y_i - Y_j)\Phi_k] \\ \alpha_3 &= \frac{1}{2\Delta} [(X_k - X_j)\Phi_i + (X_i - X_k)\Phi_j + (X_j - X_i)\Phi_k] \end{aligned} \quad (4.75)$$

onde

$$2\Delta = \begin{vmatrix} 1 & X_i & Y_i \\ 1 & X_j & Y_j \\ 1 & X_k & Y_k \end{vmatrix} \quad (4.76)$$

e Δ é a área do triângulo.

Substituindo os valores de α_1 , α_2 e α_3 na equação 4.73, resulta

$$\phi = N_i \Phi_i + N_j \Phi_j + N_k \Phi_k \quad (4.77)$$

onde

$$\begin{aligned} N_i &= \frac{1}{2\Delta} [a_i + b_i x + c_i y] \text{ e } \begin{cases} a_i = X_j Y_k - X_k Y_j \\ b_i = Y_j - Y_k \\ c_i = X_i - X_j \end{cases} \\ N_j &= \frac{1}{2\Delta} [a_j + b_j x + c_j y] \text{ e } \begin{cases} a_j = X_k Y_i - X_i Y_k \\ b_j = Y_k - Y_i \\ c_j = X_i - X_k \end{cases} \\ N_k &= \frac{1}{2\Delta} [a_k + b_k x + c_k y] \text{ e } \begin{cases} a_k = X_i Y_j - X_j Y_i \\ b_k = Y_i - Y_j \\ c_k = X_j - X_i \end{cases} \end{aligned} \quad (4.78)$$

A função polinomial ϕ é uma soma de funções de forma lineares em x e y . Sendo linear os seus gradientes em ordem a x e y são constantes. O gradiente de ϕ na direcção x é

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial N_i}{\partial x} \Phi_i + \frac{\partial N_j}{\partial x} \Phi_j + \frac{\partial N_k}{\partial x} \Phi_k \quad (4.79)$$

mas

$$\frac{\partial N_\beta}{\partial x} = \frac{b_\beta}{2\Delta} \quad \beta = i, j, k \quad (4.80)$$

portanto,

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{1}{2\Delta} (b_i \phi_i + b_j \phi_j + b_k \phi_k) \quad (4.81)$$

Dado que b_i , b_j e b_k são constantes (desde que estabelecidas as coordenadas dos nós), e que, ϕ_i , ϕ_j e ϕ_k são independentes do sistema de coordenadas, a derivada é constante. Consequentemente, uma variação rápida de ϕ tem que ser aproximada por um conjunto elevado de elementos com gradiente constante.

Até aqui abordou-se a definição de funções elementares numa perspectiva de representação de grandezas escalares. Contudo, podemos ter grandezas vectoriais, tais como campo magnético ou deslocamento, que se caracterizam por uma amplitude e direcção.

Nestes casos, define-se um sistema de coordenadas, coerente com o domínio da grandeza, e representa-se a mesma em função de cada uma das suas componentes vectoriais. Cada componente é então tratada como uma nova variável nodal. Por conseguinte, cada nó terá uma, duas ou três variáveis nodais dependendo de o domínio ser uni-dimensional, bidimensional ou tridimensional, respectivamente.

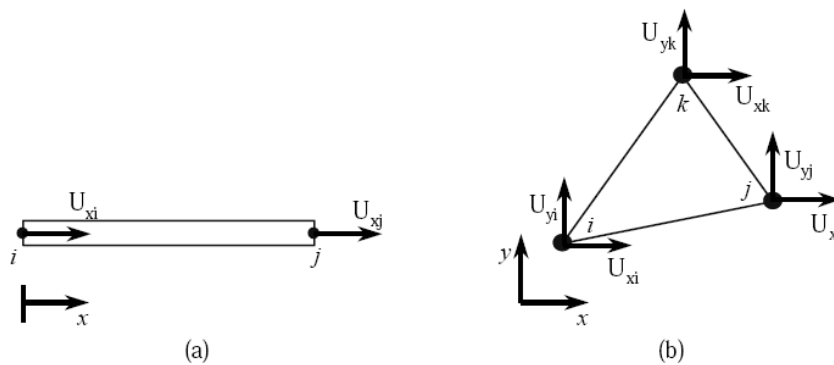


Figura 4.17: Variáveis nodais vectoriais em elementos simples.

A representação de funções elementares de grandezas vectoriais em domínios uni-dimensionais é idêntica à escalar. Dado que só existe uma variável nodal por nó

$$u = N_i U_{xi} + N_j U_{xj} = [N_i N_j] \begin{Bmatrix} U_{xi} \\ U_{xj} \end{Bmatrix} \quad (4.82)$$

onde u representa o deslocamento paralelo ao elemento. As funções de forma são similares às apresentadas na equação 4.70.

A representação de funções elementares de grandezas vectoriais em domínios bidimensionais, com elementos triangulares de 1ª ordem, implica uma sobreposição de resultados. O deslocamento horizontal u é aproximado usando

$$u = N_i U_{xi} + N_j U_{xj} + N_k U_{xk} \quad (4.83)$$

similarmente, o deslocamento vertical, v , é representado por

$$v = N_i U_{yi} + N_j U_{yj} + N_k U_{yk} \quad (4.84)$$

Estas duas equações podem ser reescritas com todas as componentes nodais em notação matricial

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_i & 0 & N_j & 0 & N_k & 0 \\ 0 & N_i & 0 & N_j & 0 & N_k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_{xi} \\ U_{yi} \\ U_{xj} \\ U_{yj} \\ U_{xk} \\ U_{yk} \end{Bmatrix} \quad (4.85)$$

As funções de forma da equação 4.85 são análogas às apresentadas na equação 4.77.

As funções polinomiais, 4.66 e 4.73 são usadas para aproximar funções contínuas (escalares ou vectoriais) por possuírem propriedades únicas para o efeito, nomeadamente, a convergência e a continuidade.

Convergência - A solução de um problema converge para um valor tanto mais próximo da solução óptima quanto menor for o tamanho dos elementos utilizados, sob condição de as funções polinomiais dos elementos (funções elementares) resultarem num valor constante sempre que as variáveis nodais sejam numericamente iguais. Este critério introduz uma restrição às funções de forma. Assuma-se que os variáveis nodais de um elemento com r nós têm valores $\Phi_i = \Phi_j = \Phi_k = \dots = \Phi_r = C$, com C constante. A equação geral de Φ é

$$\phi = (N_i + N_j + N_k + \dots + N_r)\Phi_i \quad (4.86)$$

Dado que, $\phi = C = \phi_i$,

$$\sum_{\beta=1}^r N_{\beta} = 1 \quad (4.87)$$

A soma das funções de forma constituintes de uma função elementar deve ser um em qualquer ponto do elemento, sob pena de não se obter a convergência do resultado.

Continuidade - A função aproximação da função contínua é constituída por um modelo discreto de funções elementares contínuas definidas num número finito de elementos da função. A existência de continuidade entre elementos uni-dimensionais é sempre assegurada pois quaisquer dois elementos adjacentes têm um nó em comum, mas no caso do elemento triangular não é assim tão linear. A necessidade futura de integração da função aproximação introduz requisitos adicionais na formulação das funções elementares, nomeadamente na garantia de continuidade entre elementos. O integral de uma função aproximação contínua $f(x)$ só tem significado enquanto $f(x)$ for limitada [44]. Para que o integral

$$\int \frac{d^n \phi}{dx^n} dx \quad (4.88)$$

tenha significado, a derivada de ordem $n - 1$ da função tem que ser contínua garantindo deste modo que na derivada de ordem n os saltos são contínuos. Por exemplo, se uma dada função contínua possuir segunda derivada a primeira derivada da função aproximação tem que ser obrigatoriamente contínua para que a segunda derivada possua saltos contínuos e a integração seja possível.

4.3.2 O MEF e o estudo das máquinas eléctricas

No estudo de campos os dois métodos mais populares de derivação das equações dos elementos são as aproximações por variações (*variational*) e de Galerkin, que é um caso especial do método dos resíduos pesados. O método por variações foi o primeiro a ser aplicado ao estudo de campos magnéticos, contudo, existem algumas situações práticas do estudo de máquinas eléctricas onde a expressão das variações não existe ou não é conhecida e onde a aproximação de Galerkin produz bons resultados [45]. A universalidade da aproximação de Galerkin tornou-a muito popular. A aproximação de Galerkin será apresentada em seguida por ser a mais popular mas sobretudo por ser a implementada pelo *software* de suporte à componente experimental desta tese.

Método dos elementos finitos de Galerkin

Começa-se com uma equação tentativa

$$L(x) = 0 \quad (4.89)$$

definida na região Ω delimitada pela fronteira C . Considerando uma solução aproximada $\hat{x}$, e dado que $x \neq \hat{x}$ obtém-se um *resíduo*

$$L(\hat{x}) = R \quad (4.90)$$

O método dos resíduos pesados especifica que o integral da projecção dos resíduos na função de pesos definida deve ser zero em todo o domínio. Como a aproximação é de Galerkin a função de pesos definida será igual às funções

de forma apresentadas no ponto anterior. Utilizando este tipo de função de pesos vão obter-se resultados iguais aos que seriam obtidos pela aproximação das variações.

Considere-se, por exemplo, a equação bidimensional da corrente induzida

$$\frac{1}{\mu} \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{1}{\mu} \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} = -J_0 + jw\sigma A \quad (4.91)$$

onde A é a componente do vector potencial magnético segundo o eixo z , μ a permeabilidade magnética, σ a condutividade eléctrica, w a velocidade angular e J_0 a densidade de corrente aplicada. Substituindo A por uma solução aproximada $\hat{A}$ obtém-se o resíduo

$$R = \frac{1}{\mu} \frac{\partial^2 \hat{A}}{\partial x^2} + \frac{1}{\mu} \frac{\partial^2 \hat{A}}{\partial y^2} - jw\sigma \hat{A} + J_0 \quad (4.92)$$

multiplicando pela função de pesos e igualando o integral da função a zero resulta

$$\iint_{\Omega} RW dx dy = 0 \quad (4.93)$$

e substituindo R

$$\begin{aligned} & - \iint_{\Omega} W \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial^2 \hat{A}}{\partial x^2} + \frac{1}{\mu} \frac{\partial^2 \hat{A}}{\partial y^2} \right) dx dy + jw\sigma \iint_{\Omega} W \hat{A} dx dy = \\ & = \iint_{\Omega} W J_0 dx dy \end{aligned} \quad (4.94)$$

Integrando o primeiro termo por partes, tem-se

$$\begin{aligned} & - \iint_{\Omega} W \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial^2 \hat{A}}{\partial x^2} + \frac{1}{\mu} \frac{\partial^2 \hat{A}}{\partial y^2} \right) dx dy = \\ & = \iint_{\Omega} \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial W}{\partial x} \frac{\partial \hat{A}}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial y} \frac{\partial \hat{A}}{\partial y} \right) dx dy - \oint_C \frac{1}{\mu} W \frac{\partial \hat{A}}{\partial \hat{n}} dc \end{aligned} \quad (4.95)$$

onde o integral curvilíneo está definido na fronteira C e $\hat{n}$ é um vector unitário direccionado para o exterior da fronteira.

Substituindo o resultado anterior na equação 4.94, dividindo o domínio em elementos e substituindo o integral em todo o domínio pela soma dos integrais em cada elemento obtém-se,

$$\begin{aligned} & \sum_M \left\{ \frac{1}{\mu^e} \iint_{\Omega^e} \frac{\partial W^e}{\partial x} \frac{\partial A^e}{\partial x} + \frac{\partial W^e}{\partial y} \frac{\partial A^e}{\partial y} \right\} dx dy + \\ & + jw\sigma^e \iint_{\Omega^e} W^e A^e dx dy - \frac{1}{\mu^e} \frac{\partial A}{\partial \hat{n}} \int_C W^e dc = \\ & = J_0 \iint_{\Omega^e} W^e dx dy \end{aligned} \quad (4.96)$$

onde M é o número de elementos triangulares.

O integral curvilíneo da equação 4.96 é definido apenas nos elementos que tenham um lado em comum com a fronteira do domínio. Comummente considera-se o integral nulo o que corresponde a dizer-se que

$$\frac{\partial A}{\partial \hat{n}} = 0 \quad (4.97)$$

que é a chamada **condição de fronteira natural**. Contudo existem algumas aplicações onde este integral não é desprezado [45].

Admitindo que o domínio é dividido em elementos bidimensionais simples, onde cada nó é uma variável nodal representativa do vector potencial magnético nesse ponto, pode expressar-se o vector potencial magnético como sendo

$$\hat{A} = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \quad (4.98)$$

que é uma função polinomial equivalente à equação 4.73. Se as condições nodais forem: $\hat{A} = A_i$ para $x = X_i$, $y = Y_i$; $\hat{A} = A_j$ para $x = X_j$, $y = Y_j$ e $\hat{A} = A_k$ para $x = X_k$, $y = Y_k$; chega-se facilmente ao resultado

$$\hat{A} = N_i A_i + N_j A_j + N_k A_k \quad (4.99)$$

ou na forma matricial,

$$\hat{A} = (N_i, N_j, N_k) \begin{pmatrix} A_i \\ A_j \\ A_k \end{pmatrix} \quad (4.100)$$

onde os valores de N_i , N_j e N_k são os definidos na equação 4.78.

Na aproximação de Galerkin a função de pesos é igual às funções de forma dos elementos, pelo que,

$$W = \begin{pmatrix} N_i \\ N_j \\ N_k \end{pmatrix} \quad (4.101)$$

Derivando em ordem a x e y ,

$$\frac{\partial \hat{A}}{\partial x} = \frac{1}{2\Delta} (b_i, b_j, b_k) \begin{pmatrix} \hat{A}_i \\ \hat{A}_j \\ \hat{A}_k \end{pmatrix} \quad (4.102)$$

$$\frac{\partial \hat{A}}{\partial y} = \frac{1}{2\Delta} (c_i, c_j, c_k) \begin{pmatrix} \hat{A}_i \\ \hat{A}_j \\ \hat{A}_k \end{pmatrix}$$

e

$$\frac{\partial W}{\partial x} = \frac{1}{2\Delta} \begin{pmatrix} b_i \\ b_j \\ b_k \end{pmatrix} \quad (4.103)$$

$$\frac{\partial W}{\partial y} = \frac{1}{2\Delta} \begin{pmatrix} c_i \\ c_j \\ c_k \end{pmatrix}$$

Usando estes resultados o primeiro termo da equação 4.96 pode ser reescrito

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\mu} \iint_{\Omega} \left(\frac{\partial W}{\partial x} \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial y} \frac{\partial A}{\partial y} \right) dxdy = \\ & = \frac{1}{4\mu\Delta} \begin{pmatrix} b_i^2 + c_i^2 & b_i b_j + c_i c_j & b_i b_k + c_i c_k \\ b_i b_j + c_i c_j & b_j^2 + c_j^2 & b_j b_k + c_j c_k \\ b_i b_k + c_i c_k & b_j b_k + c_j c_k & b_k^2 + c_k^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{A}_i \\ \hat{A}_j \\ \hat{A}_k \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.104)$$

Porque o método dos elementos finitos teve a sua origem na mecânica, a matriz de coeficientes da equação 4.104 é conhecida por **matriz de rigidez**, S .

De igual modo, o segundo integral da equação 4.96 pode ser resolvido

$$\begin{aligned} & jw\sigma \iint_{\Omega} W A dxdy = \\ & = jw\sigma \iint_{\Omega} \begin{pmatrix} N_i \\ N_j \\ N_k \end{pmatrix} (N_i \ N_j \ N_k) \begin{pmatrix} \hat{A}_i \\ \hat{A}_j \\ \hat{A}_k \end{pmatrix} dxdy = \\ & = \frac{jw\sigma\Delta}{12} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{A}_i \\ \hat{A}_j \\ \hat{A}_k \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.105)$$

a matriz de coeficientes desta equação é designada por **matriz de massa**, T .

Por fim, o integral

$$J_0 \iint_{\Omega} W dxdy \quad (4.106)$$

pode ser resolvido calculando o seu valor no nó i do elemento,

$$J_0 \iint_{\Omega} \frac{(a_i + b_i x + c_i y)}{2\Delta} dxdy = J_0 \frac{(a_i + b_i \bar{x} + c_i \bar{y})}{2} \quad (4.107)$$

onde $\bar{x}$ e $\bar{y}$ são as coordenadas do centróide do elemento,

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{1}{3}(x_i + x_j + x_k) \\ \bar{y} &= \frac{1}{3}(y_i + y_j + y_k) \end{aligned} \quad (4.108)$$

Considerando os valores de a_i , b_i e c_i da equação 4.78

$$\frac{(a_i + b_i \bar{x} + c_i \bar{y})}{2} = \frac{\Delta}{3} \quad (4.109)$$

assumindo que J_0 é constante em todo o elemento, resulta

$$J_0 \iint_{\Omega} W dxdy = \frac{J_0 \Delta}{3} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (4.110)$$

Uma vez resolvida a equação 4.94 para cada elemento, o que se traduz essencialmente pela determinação das matrizes de rigidez e massa, tem que se criar a matriz global do sistema por um processo chamado de **Assemblagem**.

Cada matriz do elemento tem linhas e colunas correspondentes aos nós do elemento. A assemblagem consiste na soma de todas as matrizes de todos os elementos numa única matriz global. Num problema com m nós a matriz global terá dimensões $m \times m$. O processo de assemblagem começa com a definição da matriz global com todos os elementos nulos. De seguida, soma-se os termos ij da matriz de rigidez e da matriz de massa com os correspondentes termos ij da matriz global. A matriz global resultante é uma matriz esparsa, simétrica e singular.

Condições de fronteira

Na análise de máquinas eléctricas colocam-se diversas questões para as quais são necessárias diferentes condições de fronteira. Existem contudo duas condições essenciais para que qualquer problema possa ser formulado:

1. A função ou a sua derivada em ordem à normal da fronteira devem ser conhecidas em toda a fronteira, para que a solução seja única;
2. O valor da função deve ser conhecido em pelo menos um ponto do domínio para que a matriz global não seja singular.

Quando se especifica o valor da função num ponto do domínio tem-se a chamada condição de fronteira de Dirichlet. Se o valor especificado for zero então designa-se por condição de fronteira de Dirichlet homogénea.

Por outro lado, se for especificada a derivada, designa-se por condição de fronteira de Neumann. Se a derivada for nula então a condição de fronteira é designada de Neumann homogénea, ou simplesmente condição de fronteira natural. Esta última é a que se obtém por defeito quando se considera o integral curvilíneo da equação 4.96 nulo.

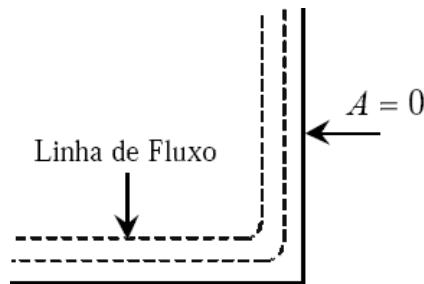


Figura 4.18: Condição de fronteira de Dirichlet homogénea.

Na figura 4.18 ilustra-se a aplicação da condição de fronteira de Dirichlet homogénea num problema bidimensional de campo magnético. Nestes problemas bidimensionais de campo magnético a definição de um contorno com potencial constante corresponde à definição de uma linha de fluxo dado que

$$\nabla \times A = B \quad (4.111)$$

Admita-se dois pontos A_1 e A_2 com potenciais diferentes (figura 4.19). A diferença de potencial cria um fluxo magnético de circulação entre eles, que pode ser calculado aplicando o teorema de Stokes à equação 4.111,

$$\oint \vec{A} \cdot d\vec{l} = \psi_m \quad (4.112)$$

onde ψ_m é o fluxo magnético de circulação ao longo da curva fechada de integração. Todo o fluxo segue a direcção da curva fechada que une os dois pontos, pelo que esta representa uma linha de fluxo.

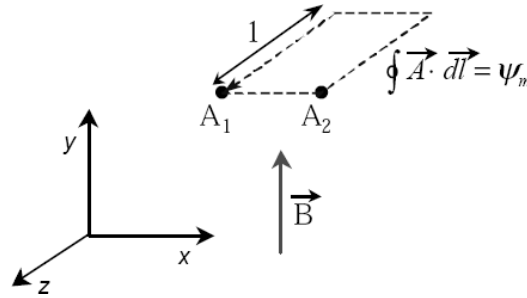


Figura 4.19: Fluxo (por unidade de comprimento) entre dois pontos.

Problemas não lineares

Na análise de máquinas eléctricas os problemas são quase sempre não lineares devido às propriedades ferromagnéticas dos materiais. A permeabilidade magnética, $\mu = B/H$, é fortemente não linear e depende do valor do campo em cada ponto, que no início do problema é desconhecido. Observando a matriz de rigidez dos elementos, equação 4.104, pode-se verificar a sua dependência relativamente ao valor de μ . Por conseguinte o problema tem que ser resolvido por intermédio de um processo iterativo em função da permeabilidade magnética até que se obtenha um resultado consistente.

Todo o material ferromagnético pode ser caracterizado por uma família de ciclos de histerese. Se as pontas de cada um dos ciclos forem unidas obtém-se a curva de magnetização normalizada que é a curva comumente utilizada para representar as propriedades magnéticas dos materiais ferromagnéticos em problemas de elementos finitos, figura 4.20.

Se as chapas magnéticas forem “macias” os ciclos de histerese são mais apertados e a aproximação à curva de magnetização normalizada é uma boa solução. Aliás, os fabricantes de chapas magnéticas apenas fornecem as curvas de magnetização normalizadas.

Em métodos iterativos, como o de Newton-Raphson, a relutância magnética $v = 1/\mu$, é representada como função de $|B|^2$ e deve ser contínua e derivável. Um método muito popular de aproximação de curvas de magnetização normalizadas é o método dos segmentos cúbicos (*cubic splines*) por garantir a continuidade da função e da sua derivada, preenchendo assim os requisitos dos métodos iterativos. Entenda-se segmento por curva de aproximação a uma função. O método dos segmentos cúbicos tem-se tornado muito

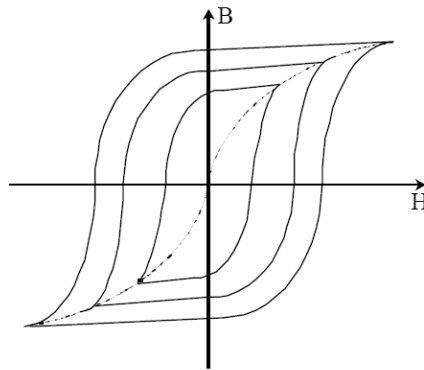


Figura 4.20: Família de Curvas de histerese e curva de magnetização normalizada.

popular nos últimos anos, tendo vindo a substituir outros métodos polinomiais e exponenciais de aproximação de funções [45]. A popularidade deste método deve-se à sua simplicidade com elevada precisão, garantindo sempre a continuidade da função bem como da sua primeira e segunda derivadas. Neste método cada segmento da curva é representado por um polinómio de terceira ordem onde os coeficientes são determinados pela especificação de valores, ou de restrições, nas extremidades de cada segmento.

O método de Newton-Raphson baseia-se no método de Newton de determinação de raízes de polinómios. Pode ser demonstrado que se a função em análise for monótona, a solução converge quadráticamente, e se a função em estudo não for monótona a derivada vai mudar de sinal o que pode levar à divergência do processo. Lamentavelmente, a permeabilidade magnética vs. indução é uma função não monótona. A permeabilidade é baixa para valores de indução muito baixos, aumenta rapidamente à medida que a indução sobe, para depois abrandar na zona de saturação. Para que a convergência seja garantida é comum considerar-se a permeabilidade constante na região das induções muito baixas, o que é aceitável pois as máquinas eléctricas não estão projectadas para trabalhar nesta região. Em outros estudos onde esta região seja usada recomenda-se um cuidado especial. O método pode ser simplificado eliminando a actualização do declive em cada iteração. A simplificação aumenta o número de iterações necessárias mas ganha em tempo de computação das derivadas. A primeira aplicação do método de Newton-Raphson em problemas não lineares de campo magnético continua a ser aplicada ainda hoje apenas com umas alterações mínimas.

Análise de correntes induzidas

No estudo de máquinas eléctricas é essencial uma correcta análise de correntes induzidas. São determinantes na análise das perdas, da resistência e reactância, e nas máquinas de indução são as responsáveis pela criação do próprio binário motor.

O processo de indução de correntes em regime permanente pode ser caracterizado em função do vector potencial magnético, para domínios bidi-

mensionais, pela equação

$$\frac{1}{\mu} \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{1}{\mu} \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} = -J_0 + jw\sigma A \quad (4.113)$$

Para os regimes transitórios ou para fontes não sinusoidais, tem de se analisar a versão no domínio do tempo da equação 4.113.

Segundo a lei de Faraday um campo magnético variável no tempo é responsável pelo aparecimento de uma força electromotriz. Se o circuito for fechado esta força electromotriz será responsável pelo aparecimento de uma corrente de circulação que se oporá à variação do fluxo que a criou. As correntes induzidas, por sua vez, criam um campo magnético que as afectará a elas próprias, assim, o calculo de correntes induzidas não pode ser dissociado do estudo de campos magnéticos devendo mesmo ser efectuados em simultâneo.

Considere-se a placa semi-infinita da figura 4.21, que ocupa toda a região $x \geq 0$. Admitindo que a placa está sujeita a um campo sinusoidal, H_o , na direcção y com frequência w . E que as propriedades magnéticas (μ) e eléctricas (σ) da placa são constantes. Numa análise uni-dimensional onde se considera apenas a componente segundo a direcção y do campo magnético induzido B e da excitação H ; e a componente segundo a direcção z do campo eléctrico E , e da corrente J , a lei de Ampere traduz-se pela equação

$$\frac{\partial H}{\partial x} = J \quad (4.114)$$

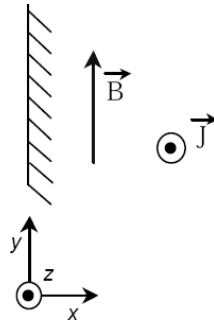


Figura 4.21: Placa semi-infinita.

Pela lei de Faraday,

$$\frac{1}{\sigma} \frac{\partial J}{\partial x} = jwB \quad (4.115)$$

isolando B obtém-se

$$B = \frac{1}{jw\sigma} \frac{\partial J}{\partial x} \quad (4.116)$$

Usando a equação 4.114 e sabendo que $B = \mu H$ resulta

$$\frac{\partial^2 B}{\partial x^2} - jw\mu\sigma B = 0 \quad (4.117)$$

que é uma equação diferencial homogénea de segunda ordem com coeficientes constantes. Fazendo

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{w\mu\sigma}} \quad (4.118)$$

obtém-se como solução

$$B = C_1 \exp\left((1-j)\frac{x}{\delta}\right) + C_2 \exp\left(-(1+j)\frac{x}{\delta}\right) \quad (4.119)$$

Em termos físicos C_1 tem que ser zero, caso contrário o primeiro termo tende para infinito à medida que x se aproxima de infinito. Se o campo magnético induzido na superfície, $B(0)$, for designado por B_0 a equação 4.119 transforma-se em

$$B = B_0 \exp\left(-\frac{x}{\delta}\right) \exp\left(\frac{jx}{\delta}\right) \quad (4.120)$$

Da análise da equação 4.120, pode concluir-se, por inspecção do primeiro termo, que a amplitude do campo magnético induzido decresce exponencialmente com o aumento de x , i.e., à medida que se penetra mais fundo no interior do material. O segundo termo da equação 4.120 tem amplitude unitária e descreve a variação de fase.

O parâmetro δ é chamado de grau de penetração e depende apenas das propriedades magnéticas (μ) e eléctricas (σ) do material e da frequência, sendo independente do campo magnético induzido e da corrente. A densidade de corrente J pode ser calculada a partir da campo magnético induzido B , pela equação 4.114

$$J = \frac{1}{\mu} \frac{\partial B}{\partial x} \quad (4.121)$$

calculando a derivada da equação 4.120

$$J = -\frac{B_0}{\mu} \frac{(1+j)}{\delta} \exp\left(-(1+j)\frac{x}{\delta}\right) \quad (4.122)$$

designando a densidade de corrente na superfície por J_0

$$J = J_0 \exp\left(-(1+j)\frac{x}{\delta}\right) \quad (4.123)$$

A descrição do campo magnético induzido em máquinas eléctricas é diferente da descrição utilizada para transformadores, onde o campo tem sempre a mesma direcção e passa por zero duas vezes por ciclo. Nas máquinas de corrente alternada o fluxo tem duas componentes, uma segundo x e outra segundo y , ambas variáveis no tempo. Assumindo que as duas componentes são sinusoidais, (o que não acontece na realidade) e que estão desfasadas de ϕ radianos, podem ser descritas por

$$\begin{aligned} B_x &= B_{xp} \sin(\omega t) \\ B_y &= B_{yp} \sin(\omega t + \phi) \end{aligned} \quad (4.124)$$

Representando graficamente a variação de B em função do tempo obtém-se uma elipse. Para calcular os eixos maior e menor dessa elipse considera-se a expressão para B^2 e obtém-se

$$B^2 = \frac{B_{xp}^2 + B_{yp}^2}{2} \frac{1}{2} [B_{xp}^2 \cos(2\omega t) + B_{yp}^2 \cos(2\omega t + 2\phi)] \quad (4.125)$$

O primeiro termo não depende do tempo e representa o valor médio de B^2 . Para encontrar o valor máximo e mínimo de B^2 calcula-se a derivada em ordem a ϕ e iguala-se a zero.

Comparando o grau de penetração, δ , de materiais não lineares com o definido para os materiais lineares podem ser encontradas algumas diferenças relevantes. No caso linear o grau de penetração depende apenas da frequência e das propriedades magnéticas e eléctricas do material; nos materiais não lineares o grau de penetração traduz a profundidade máxima à qual se dá a transição entre a indução máxima e mínima. Contrariamente aos materiais lineares o grau de penetração depende do fluxo total e do valor de indução de saturação, B_s . Podem indicar-se algumas características de materiais ferromagnéticos:

- O grau de penetração é proporcional ao fluxo total por unidade de comprimento. Nos materiais lineares depende apenas da frequência e das propriedades magnéticas e eléctricas do material;
- O grau de penetração é proporcional à raiz quadrada do valor máximo da força magnetomotriz aplicada, contrariamente aos materiais lineares;
- As perdas são proporcionais, $1.5 \times I$. Em materiais lineares as perdas são dependentes de $2 \times I$. Alguns testes em aço demonstraram que as perdas nestes materiais são proporcionais a $n \times I$ com n a variar entre 1.6 e 1.8.

Para uma correcta análise de correntes induzidas em materiais ferromagnéticos, pelo método dos elementos finitos, é necessário que a permeabilidade seja representada de forma consistente com o valor do campo em cada ponto. No domínio dos tempos pode usar-se a curva de magnetização normalizada. Mas, no domínio das frequências, procura-se uma aproximação que caracterize o comportamento não linear do grau de penetração do material. Isto porque ao contrário dos materiais lineares, nos materiais não lineares, mesmo que a excitação seja sinusoidal, e porque a relação $B-H$ não é linear, o campo magnético induzido não é sinusoidal.

A permeabilidade, $\mu(B)$, é uma função de B e portanto do tempo. Consequentemente numa análise fasorial pode usar-se apenas um valor de μ que represente em cada ponto a permeabilidade ao longo de um ciclo completo. Portanto a questão é, qual o melhor valor a utilizar? A resposta a esta pergunta depende do objectivo da análise.

Tratando-se de materiais ferromagnéticos, o objectivo principal é, na grande generalidade dos casos a determinação das perdas, e possivelmente, de alguns parâmetros para a construção de um circuito equivalente. Para este

tipo de problemas sugere-se a utilização de um valor de permeabilidade que resultará no mesmo valor médio de energia que a curva real. O cálculo deste valor efectivo de permeabilidade pode ser facilmente calculado por

$$\mu_{eff} = \frac{\int_0^T H \cdot B dt}{\int_0^T H^2 dt} \quad (4.126)$$

Determinado o valor da permeabilidade efectiva para cada valor de pico da excitação H , pode construir-se uma curva similar à curva de magnetização normalizada que será depois utilizada num método iterativo de determinação do vector potencial magnético, tal como nos materiais lineares.

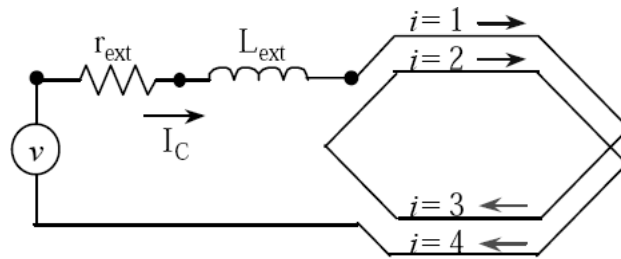


Figura 4.22: Região de elementos finitos alimentada em tensão.

A equação para o modelo de elementos finitos de análise de correntes induzidas sinusoidais, foi determinada anteriormente sem circuito exterior, tendo por base um vector de correntes forçadas no problema. Contudo na grande maioria dos casos as correntes são desconhecidas sendo necessário considerar a interligação dos elementos finitos com o circuito externo (figura 4.22).

Nestes casos a equação global de análise das corrente induzidas é:

$$\begin{pmatrix} [S] + jw\sigma_{xy}[T] & -jw\sigma_z[C] & [0] \\ -jw\sigma_z[C]^T & jw\sigma_z[\Omega_b] & -jw[D] \\ [0] & -jw[D]^T & -jw[Z_{ext}] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ \{E_s\} \\ \{I_C\} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\{vs\} \end{pmatrix} \quad (4.127)$$

onde $\{I_C\}$ é o vector da corrente no circuito (*número de circuitos* $\times 1$), $\{E_s\}$ é o vector tensão em cada condutor (*número de condutores* $\times 1$), $[D]$ é a matriz de ligações dos condutores (*número de condutores* $\times$ *número de circuitos*), $[S]$ e $[T]$ são as matrizes de rigidez e massa, respectivamente. Ω_b é a secção transversal dos condutores (*número de condutores* $\times$ *número de condutores*), $[C]$ é a matriz dos pesos de integração usada no calculo da área (*número de nós* $\times$ *número de condutores*), $[Z_{ext}]$ é a matriz da impedância exterior (*número de circuitos* $\times$ *número de circuitos*) e finalmente $\{vs\}$ é o vector da tensão no circuito (*número de circuitos* $\times 1$).

Calculo de perdas, resistência e indutância

A solução de um problema de campo magnético resolvido pelo método dos elementos finitos, fornece o valor do potencial magnético nos diferentes nós do domínio. Esta informação por si só não tem grande relevância no estudo das máquinas eléctricas, mas é uma boa fonte para a determinação de outras grandezas mais relevantes, como por exemplo, fluxo e indução. O processo de derivação de resultados a partir da solução dos elementos finitos designa-se por pós-processamento.

No dimensionamento de circuitos magnéticos uma questão quase sempre presente é a redução das perdas criadas pelas correntes induzidas. Na selecção dos materiais põe-se inevitavelmente a questão: Qual o valor adequado de resistividade do material? A resposta a esta pergunta nem sempre é óbvia, mas o método dos elementos finitos pode nestes casos revelar-se uma ferramenta preciosa.

No caso dos materiais com resistividade muito elevada (isolantes) as perdas são baixas porque praticamente não existe corrente induzida. No outro extremo, no limite da supercondutividade, tem-se igualmente baixas perdas pois o produto $R \times I^2$ é baixo. No primeiro caso (elevada resistência) as perdas caracterizam-se pela equação $P = V^2/R$, ou seja, as perdas diminuem com o aumento da resistência. Isto deve-se ao facto de o fluxo produzido pela corrente induzida no material ter um efeito desprezável face ao fluxo total. Estas perdas podem ser calculadas em problemas magneto-estáticos, ou em problemas magneto-dinâmicos atribuindo condutividade zero às regiões onde são induzidas correntes.

Reduzindo o problema a um elemento, a solução de um problema de campos magnético resolvido pelo método dos elementos finitos fornece o valor do potencial magnético em cada um dos três nós do elemento. A densidade de corrente induzida é

$$J = jw\sigma A \quad (4.128)$$

O valor instantâneo das perdas pode ser expresso em função da densidade de corrente induzida como

$$P = \iint_{\Omega} \frac{1}{\sigma} J^2 dx dy \quad (4.129)$$

Se A representar o valor de pico do vector potencial magnético então a potência de perdas num elemento triangular de primeira ordem, é

$$P = \Re \left\{ \frac{1}{2\sigma} \iint_{\Delta} J J^* dx dy \right\} \quad (4.130)$$

como A é linear em todo o elemento, então J também é (equação 4.128). Portanto

$$J = \frac{1}{2\Delta} \{ (a_i + b_i x + c_i y) J_i + (a_j + b_j x + c_j y) J_j + (a_k + b_k x + c_k y) J_k \} \quad (4.131)$$

substituindo na equação 4.129 e integrando

$$P = \frac{\Delta}{12\sigma} \left(|J_i|^2 + |J_j|^2 + |J_k|^2 + \Re \{ (J_i J_j^* + J_i J_k^* + J_k J_j^*) \} \right) \quad (4.132)$$

Nos enrolamentos das máquinas eléctricas o cálculo da resistência em DC, pode ser efectuado sem se recorrer ao método dos elementos finitos. Como a geometria dos condutores nos enrolamentos é regular, a resistência pode ser calculada pela equação

$$R = \frac{\rho \times \text{comprimento}}{\text{área}} \quad (4.133)$$

Para condutores com geometria arbitrária, então sim, recorre-se ao método dos elementos finitos para determinar o potencial. Retirando-se a resistência do cociente entre a diferença de potencial e a corrente.

Para a computação da resistência em AC é necessário utilizar o método dos elementos finitos. Os enrolamentos com condutores multifilares podem modelizar-se como uma região não condutora. Determina-se as perdas resultantes das correntes induzidas e aplica-se um factor de correcção da resistência DC. Este método é mais facilmente compreendido se for considerado o exemplo de um condutor numa ranhura de uma máquina eléctrica. A resistência DC pode ser calculada pela equação 4.133, da solução dos elementos finitos obtêm-se os valores de pico locais de B_x e B_y . As perdas resultantes das correntes induzidas em cada condutor (Watts por unidade de comprimento) são [45], (figura 4.23)

$$w_x = \frac{B_x^2 w^2 h^3 l}{3\rho} \quad (4.134)$$

$$w_y = \frac{B_y^2 w^2 h^3 l}{3\rho}$$

Estas perdas são então integradas ao longo do enrolamento e somadas às perdas DC ($R_{DC} \times I^2$). Dividindo as perdas totais pelo quadrado da corrente obtêm-se o valor efectivo da resistência AC.

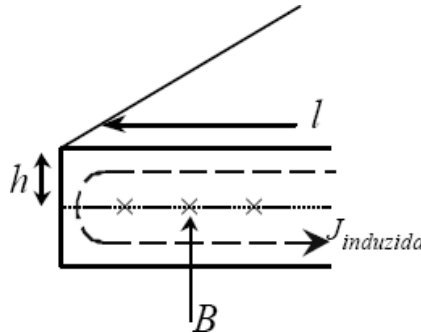


Figura 4.23: Perdas por correntes induzidas em condutores rectangulares.

Se a frequência da fonte for suficientemente elevada para que a densidade de corrente não seja uniforme em toda a espira, deve ser utilizada uma aná-

lise do tipo magnetodinâmica. Isto pode ser particularmente importante em máquinas onde existam harmónicos de corrente. Nestes casos

$$I = \int_{\text{área da espira}} J dS \quad (4.135)$$

Em condutores sólidos, como por exemplo as barras de um motor de indução com rotor em gaiola de esquilo, a resistência efectiva pode ser calculada a partir das perdas nas barras.

Os efeitos destas perdas não são incluídos nos problemas de elementos finitos mas podem ser aproximados na fase de pós-processamento. Em alguns problemas estas perdas podem ser contabilizadas usando uma permeabilidade magnética complexa [46].

Actualmente já é possível criar modelos de variação temporal para modelizar a histerese, mas os dados necessários para construir os modelos ainda não estão disponíveis para as chapas magnéticas [45]. A variação elíptica do campo magnético induzido dificulta ainda mais o modelo. Assim, a solução de recurso que mais tem sido utilizada baseia-se numa análise de Fourier do campo magnético induzido em cada elemento durante um ciclo. Através de uma formula empírica somam-se as perdas relativas a cada harmónico [45]. Com este método garante-se que são incluídas as perdas por correntes induzidas por histerese.

A solução de problemas de elementos finitos pode ser utilizada directamente no cálculo de indutâncias. A experiência mostra que os resultados obtidos da solução dos elementos finitos são muito próximos dos resultados experimentais e que a solução converge rapidamente com a diminuição do tamanho dos elementos. Deve ter-se em atenção a definição de indutância para que não se faça uma interpretação incorrecta dos resultados. Em problemas lineares todas as definições produzem os mesmos resultados, mas na saturação isso já não acontece pois a tensão e corrente deixam de ser sinusoidais. De igual modo, o conceito de reactância de fugas nem sempre é bem interpretado, e apesar de não ser uma grandeza mensurável está muito ligada à análise de máquinas eléctricas.

A figura 4.24 ilustra um circuito bidimensional fechado onde a corrente (discreta) percorre um condutor em dois sentidos opostos. Da solução de elementos finitos resulta o valor da componente segundo o eixo z do vector potencial magnético nas duas extremidades do condutor. O vector potencial magnético pode ser relacionado com o fluxo pela equação

$$\oint A \cdot dl = \psi_m \quad (4.136)$$

Se a curva de integração for a representada pela linha a picotado na figura 4.24, obtém-se: $A_1 \cdot l$ para o troço 1; 0 para o troço 2, resultante do produto escalar; $-A_2 \cdot l$ no troço 3 e 0 no troço 4. O fluxo total por unidade de comprimento será portanto

$$\psi_m = A_1 - A_2 \quad (4.137)$$

A permeância é dada por

$$P_1 = \frac{\psi_m}{I} \quad (4.138)$$

onde I é a corrente (amperes espira) total no condutor

$$I = \iint_S J dS \quad (4.139)$$

Na solução do campo não existe diferenciação entre corrente (amperes) e amperes espira, mas no cálculo da indutância o número de espiras deve ser considerado.

$$L_1 = N_1^2 P_1 \quad (4.140)$$

Se o valor de corrente utilizado num problema de elementos finitos for I , então o valor da corrente nos terminais vale I/N_1 . Atenção que este é o valor de corrente a utilizar na equação 4.138.

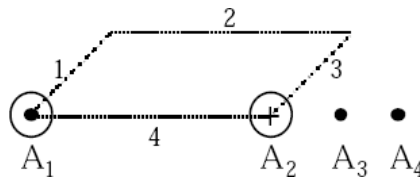


Figura 4.24: Circuito ilustrativo do calculo de indutância.

O processo de determinação da indutância mutua é idêntico ao de determinação da indutância. Usando ainda o circuito da figura 4.24 como exemplo, pode determinar-se o fluxo, por unidade de comprimento, no circuito 2 como sendo a diferença de potencial entre os ponto A_3 e A_4 . Dividindo este fluxo pela corrente no circuito 1 obtém-se a permeância mutua

$$P_{12} = \frac{A_3 - A_4}{I} \quad (4.141)$$

Este valor tem agora de ser corrigido por forma a conter a informação relativa ao enrolamento. Assim a indutância mutua é

$$M_{12} = N_1 N_2 P_{12} \quad (4.142)$$

Quando existirem outros circuitos no problema e se for pretendido determinar o valor da indutância mutua entre eles e o circuito 1, o processo anterior pode ser repetido para cada um deles, desde que em cada iteração estejam apenas dois circuitos ligados.

Se a corrente no circuito estiver uniformemente distribuída por toda a área da ranhura considera-se o valor médio do potencial na ranhura,

$$A_{AV} = \frac{1}{S} \iint_S A dS \quad (4.143)$$

Em problemas onde a corrente não esteja distribuída uniformemente deve-se utilizar métodos alternativos, como por exemplo, os métodos de computação da energia do campo magnético.

A permeância também pode ser calculada a partir da energia do campo magnético. Em problemas lineares a energia pode ser calculada por

$$W = \frac{1}{2} \int_v B \cdot H dv \quad (4.144)$$

Nos problemas bidimensionais a integração é feita ao longo de toda a superfície. A permeância é então obtida pela equação

$$P = \frac{2W}{I^2} \quad (4.145)$$

Usando a definição de vector potencial magnético e recordando que $\nabla \times H = J$ pode chegar-se a

$$W = \frac{1}{2} \int_v J \cdot A dv + \frac{1}{2} \oint_S A \times H dS \quad (4.146)$$

Admitindo que a superfície de integração do segundo termo da equação 4.146 é infinita, como $A \propto 1/r$, $H \propto 1/r^2$ e $S \propto r^2$ o integral de superfície vale zero e

$$W = \frac{1}{2} \int_v J \cdot A dv \quad (4.147)$$

esta equação tal como a equação 4.144 é válida apenas para problemas lineares.

Em problemas não lineares a energia armazenada no campo magnético, também pode ser calculada. Nestes casos calcula-se a densidade de energia

$$W = \int_0^B H dB \quad (4.148)$$

A energia total armazenada é

$$W = \iiint_v w dv \quad (4.149)$$

O valor de energia obtido na equação 4.149 permite apenas determinar a quantidade de energia que o sistema pode armazenar e mais tarde libertar, conceito de indutância incompleto.

Para se obter a indutância do circuito é necessário determinar o valor de tensão induzida quando a corrente varia de ΔI no intervalo Δt , ou então, determinar qual seria a variação de fluxo, $\Delta \psi$, quando a corrente varia ΔI^4 . Este processo requer a realização de duas soluções e a comparação de resultados.

Computação de Força e Binário

O objectivo de um motor é produzir força, mais especificamente binário. Em teoria, as forças podem ser calculadas directamente a partir da solução de elementos finitos para o vector campo magnético. Existem diversos métodos de calculo de força mas nenhum deles se demonstrou mais fiável que os outros. A experiência já demonstrou que nem sempre uma boa solução do vector potencial magnético produzirá bons resultados de força. Verifica-se também com alguma frequência, disparidade dos resultados obtidos com os diferentes métodos. Esta é, sem dúvida, a mais sensível das grandezas determinadas em pós-processamento.

A Lei da força de Ampere é um método simples de determinação da distribuição de forças em materiais condutores não magnéticos. Dada a distribuição local do campo magnético induzido B e a densidade de corrente J pode obter-se o vector força pela equação

$$d\vec{F} = \vec{J} \times \vec{B} \quad (4.150)$$

Esta equação é útil para a determinação de forças em condutores e tem um especial interesse na determinação das forças nas testas dos enrolamento.

Para se determinar a força em materiais magnéticos, pode fazer-se a substituição do material magnético por uma distribuição de cargas magnéticas equivalente, q_m , e recorrer à lei de Coulomb

$$\vec{F} = q_m \vec{H} \quad (4.151)$$

para calcular a força.

Um outro método alternativo é o método das tensões de Maxell. Começa-se por substituir o volume v de material ferromagnético por uma distribuição de correntes de superfície, J_s , e de volume J_v , definidas por

$$J_s = \frac{M_t}{\mu_0} \hat{a}_t \quad (4.152)$$

$$J_v = \frac{\nabla \times M}{\mu_0} \hat{a}_t$$

onde $\hat{a}_t$ é um vector unitário tangente à superfície e o subscrito t se refere à componente tangencial do vector. O vector de magnetização pode ser descrito por

$$M = B - \mu_0 H \quad (4.153)$$

Aplicando estas formulas pode substituir-se o material magnético por um modelo equivalente de correntes de volume e de superfície no espaço livre. Estabelecido o modelo pode determinar-se a densidade de força pela equação

$$p_x = \nabla \cdot T_x = \frac{\partial T_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial T_{xz}}{\partial z} \quad (4.154)$$

onde as componentes x , y e z são definidas por

$$T_{xx} = \frac{1}{\mu_0} \left(B_x^2 - \frac{1}{2} |B|^2 \right)$$

$$T_{xy} = \frac{1}{\mu_0} B_x B_y \quad (4.155)$$

$$T_{xz} = \frac{1}{\mu_0} B_x B_z$$

Pode obter-se equações equivalentes para as componentes tangencial e normal,

$$p_t = \frac{B_n B_t}{\mu_0} \quad (4.156)$$

$$p_n = \frac{B_n^2 - B_t^2}{\mu_0}$$

que são as equações das tensões de Maxwell.

O terceiro método que pode ser utilizado na computação de força e binário é o método do trabalho virtual. Segundo este método, a força num objecto pode ser determinada pela derivada da energia magnética relativamente à posição se o fluxo for constante, ou então, pela derivada da co-energia magnética relativamente à posição se a corrente for constante. Regra geral, o segundo método (co-energia) é mais facilmente integrável no código dos elementos finitos, sendo por isso, o mais utilizado. Este método aplica-se da seguinte forma:

1. Para um dado conjunto de fontes de correntes e materiais, resolve-se o problema de elementos finitos e calcula-se a co-energia magnética, W'_1 .
2. Desloca-se o corpo sobre o qual se pretende determinar a força de um pequeno deslocamento, Δs , na direcção da componente da força que pretendemos determinar. Resolve-se novamente o problema e determina-se o valor da co-energia para este caso, W'_2 .
3. Determina-se a força na direcção s ,

$$F_s = \frac{W'_1 - W'_2}{\Delta s} \quad (4.157)$$

A função energia pode ser diferenciada directamente se for utilizado um deslocamento virtual, passando a ser necessária apenas uma solução. Para aplicar o método do trabalho virtual começa-se pela expressão da energia magnética armazenada. Num problema bidimensional a energia num elemento por unidade de profundidade é

$$W_{mag} = \iint \frac{B^2}{2\mu} dx dy = \frac{1}{2\mu} B^2 \Delta = \frac{1}{2\mu} A^T S A \quad (4.158)$$

A contribuição do elemento para a força pode ser determinada derivando a equação 4.158 em ordem à direcção da força. Assim resulta

$$F_{x_e} = -\frac{v_e}{2} [A]^T \left[\frac{\partial S_e}{\partial x} \right] [A] \quad (4.159)$$

a força total será calculada somando a contribuição de todos os elementos do problema. Para se calcular a equação 4.159 é necessário determinar primeiramente as derivadas da matriz de rigidez S .

Máquina de indução em regime permanente

O método dos elementos finito tem sido muito utilizado no estudo de máquinas de indução. Com a simulação magnetodinâmica é possível estudar a máquina de indução no domínio das frequências, determinando valores médios de binário, perdas e induções. Pode ainda determinar-se os parâmetros necessários à construção do circuito equivalente. Se o circuito exterior for incorporado no problema de elementos finitos, é possível determinar a

resposta em frequência em regime permanente. A solução em regime permanente é muito utilizada na determinação das condições iniciais de problemas no domínio temporal.

A determinação dos parâmetros da máquina em regime permanente pode ser realizada por análise da equação das correntes induzidas (equação 4.113) numa reprodução das condições tradicionalmente utilizadas nos ensaios laboratoriais.

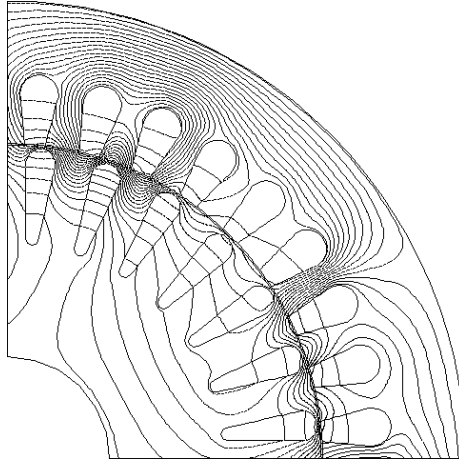


Figura 4.25: Simulação com rotor travado.

A simulação das condições de rotor travado é a mais simples de todas. Especifica-se a corrente nominal, ou a densidade de corrente correspondente, nos enrolamentos do estator, não esquecendo a fase. Aplica-se ao diâmetro exterior do estator e interior do rotor a condição de fronteira $A = 0 + j0$ e resolve-se o problema.

Na figura 4.25, pode observar-se as linhas equipotenciais num dado instante de tempo, resultantes de uma simulação com rotor travado. No pós-processamento é possível observar a distribuição de fluxo em diferentes instantes de tempo o que permite uma análise ao progresso do campo girante. Repare-se que com o rotor travado o fluxo penetra pouco no rotor devido ao efeito pelicular nas barras do rotor. A frequência das correntes do estator e do rotor são iguais entre si e iguais à frequência da rede. Existindo rotação, as frequências do rotor e estator deixam de ser iguais relacionando-se pelo deslizamento.

Dado que a computação se baseia numa análise fasorial todas as grandezas (vector potencial, corrente, corrente induzida e campo magnético induzido) devem estar referenciadas à mesma frequência. No desenvolvimento do circuito equivalente do motor de indução as grandezas do rotor são referenciadas ao estator multiplicando-as por uma relação de transformação e dividindo-as pelo deslizamento ($f_{rotor} = s \times f_{estator}$). Na análise por elementos finitos a relação de transformação está implícita na definição das equação do estator, ou na definição da corrente em amperes espira, dependendo do método utilizado.

O deslizamento é incluído recorrendo a um pequeno truque. Repare-se

que na equação 4.113 a grandeza w vem sempre multiplicada por σ , e que o produto $w\sigma$ é utilizado na formulação da matriz de massa, T . Assim, se a condutividade dos materiais, σ , for multiplicada pelo deslizamento pode simular-se qualquer ponto de funcionamento do motor.

No modelo de elementos finitos a frequência das correntes no rotor permanece igual à frequência de alimentação. Este facto não interfere na representação do efeito pelicular mas altera a computação da potência entregue ao rotor, que nestas condições traduz apenas as perdas de Joule no rotor. Para se determinar a potência mecânica é necessário multiplicar o valor assim obtido por

$$\frac{1-s}{s} \quad (4.160)$$

A figura 4.26 mostra o motor da figura 4.25 à velocidade nominal. Nesta simulação a condutividade dos materiais do rotor foi multiplicada pelo deslizamento nominal. Observando a figura pode notar-se uma maior penetração do fluxo no rotor.

O calculo do binário pode ser efectuado por um dos métodos anteriormente apresentados, ou então, recorrendo a uma relação tradicional do estudo de máquinas eléctricas.

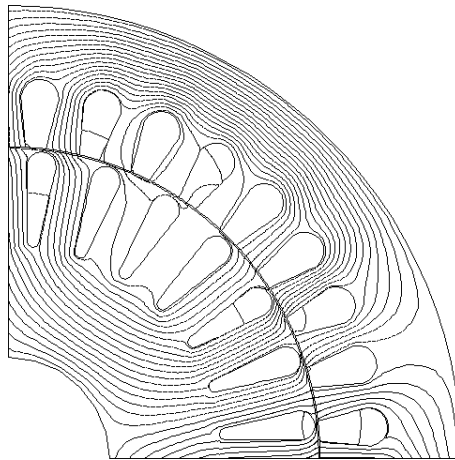


Figura 4.26: Simulação à velocidade nominal.

As resistências e reactâncias do circuito equivalente podem ser calculadas por um dos métodos anteriormente apresentados. A reactância de magnetização pode ser determinada por uma simulação das condições em vazio. Com esta simulação determina-se a energia magnética total armazenada, e pela relação

$$W_{mag} = \frac{3}{2} L_m I_a^2 \quad (4.161)$$

calcula-se a indutância.

Usando a formulação com interligação dos elementos finitos com o circuito externo, obtém-se a equação

$$\begin{bmatrix} [S] + jw\sigma_{xy}[T] & -jw\sigma_z[C] & -jw\frac{df_u N}{\Omega} & [0] \\ -jw\sigma_z[C]^T & jw\sigma_z[\Omega_b] & [0] & -jw[C] \\ [0] & -jw[C_e]^T & [0] & jw[Z_{er}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{A\} \\ \{E_r\} \\ \frac{jw}{\{I_C\}} \\ \frac{jw}{\{I_{re}\}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{0\} \\ \{0\} \\ -\{V_C\} \\ \{0\} \end{bmatrix} \quad (4.162)$$

onde w é a frequência angular da fonte, σ_{xy} é a condutividade das barras do rotor, A é a componente segundo eixo z do vector potencial magnético, σ_z é a condutividade dos enrolamentos do estator, C é a matriz dos pesos de integração, E_{rb} são as tensões nas barras do rotor, d é a polaridade dos condutores (± 1), f_u é o factor de enchimento, Ω é a área das regiões condutoras, Q é a matriz das áreas dos elementos divididas por três, I_C são as correntes do estator, Z_{er} é a impedância das testas dos enrolamentos e I_{er} são as correntes das testas dos enrolamentos.

Para se obter a resposta em frequência da máquina realiza-se uma simulação do tipo magnetodinâmica para cada valor de frequência com interesse. Neste caso a alimentação exterior é feita apenas entre duas fases. A impedância para cada valor de frequência é calculada por

$$Z(jw) = \frac{V}{I} \quad (4.163)$$

e a indutância por

$$L_s(jw) = \frac{Z(jw) - t_{ab}}{2jw} \quad (4.164)$$

Modelização temporal de máquinas de indução

A modelização temporal tem por objectivo estudar o comportamento em regime transitório do sistema electromecânico (motor mais carga). Nas metodologias anteriormente apresentadas o valor da corrente ou da densidade de corrente na máquina eram conhecidas à partida. Na modelização temporal a corrente (tensão) pode variar no tempo, sendo definida por um circuito externo ao modelo de elementos finitos. Todas as componentes a montante e a jusante da máquina devem ser modelizadas e interligadas com o modelo de elementos finitos. A montante definem-se as equações em regime transitório do circuito de alimentação; a jusante define-se a equação dinâmica da carga.

Em domínios bidimensionais o campo magnético induzido pode ser representado pela equação

$$\nabla \times v \nabla \times A = J \quad (4.165)$$

onde J e A são independentes e representam as correspondentes componentes segundo o eixo z da densidade de corrente e do vector potencial magnético, respectivamente. Considerando-se apenas uma das componentes de cada vector esta pode ser vista como um escalar.

A densidade de corrente total, J , resulta da soma de três correntes : a corrente gerada pela fonte; a corrente gerada pelo campo eléctrico induzido pela variação temporal do fluxo e a corrente induzida pelo movimento da máquina, portanto,

$$J = \sigma \frac{V_b}{l} - \sigma \frac{\partial A}{\partial t} + \sigma v \times B \quad (4.166)$$

onde σ é a condutividade eléctrica, l é comprimento na máquina da direcção z , V_b é a tensão aplicada à região de elementos finitos e v é a velocidade dos condutores relativamente ao campo magnético induzido B . Ressalva-se que a separação traduzida pela equação 4.166 é puramente matemática, em termos físicos não é possível medir estas componentes da corrente.

A equação 4.166 pode ser reescrita como

$$\nabla \times v \nabla \times A = \sigma \frac{V_b}{l} - \sigma \frac{\partial A}{\partial t} + \sigma v \times \nabla \times A \quad (4.167)$$

Se a referência estiver fixa com o vector potencial magnético a velocidade relativa v é nula, conseqüentemente

$$\nabla \times v \nabla \times A = \sigma \frac{V_b}{l} - \sigma \frac{\partial A}{\partial t} \quad (4.168)$$

Para se realizar a interligação do circuito exterior com a região de elementos finitos é necessário calcular a corrente total em cada conduto do problema. A corrente total é calculada integrando a equação da densidade de corrente, assim

$$I = \iint_{condutor} \left(\sigma \frac{V_b}{l} - \sigma \frac{\partial A}{\partial t} \right) dx dy \quad (4.169)$$

O componente mais básico de um circuito numa região de elementos finitos é a barra condutora. Uma barra condutora é definida como uma região de material condutor com comprimento l na direcção do eixo z . As barras condutoras podem ser ligadas em série para formar espiras (bobines), as bobines por sua vez podem ser ligadas em paralelo para formarem enrolamentos.

Um conjunto de barras condutoras ($b_1, b_2, \dots, b_n$) podem ser ligadas em série, formando uma bobine. Todas as barras numa bobine são percorridas pela mesma corrente total, mas barras adjacentes são percorridas por correntes com direcções opostas. As extremidades da bobine são trazidas até ao exterior da região de elementos finitos e são ligadas a uma fonte de tensão ou de corrente, tal como mostra a figura 4.27.

V_C é a tensão aplicada aos terminais da bobine, V_t é a tensão aos terminais da região de elementos finitos. V_t é a soma das tensões parciais aos terminais de cada barra que constitui a bobine c ,

$$V_{t,c} = \sum_{b \in c} d_b V_d \quad (4.170)$$

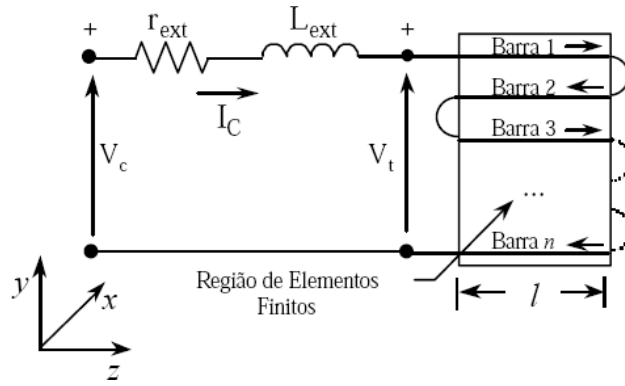


Figura 4.27: Ligação em série de barras condutoras.

onde d_b vale ± 1 e representa a polaridade da barra. Assim,

$$V_C = \{d_b\}_c^T \{V_b\}_c + L_{ext} \frac{dI_c}{dt} + R_{ext} I_c \quad (4.171)$$

A equação 4.171 é muito importante pois faz a ponte entre a região de elementos finitos, representada por V_t e o circuito externo representado por R_{ext} , L_{ext} e V_c .

Por vezes as bobinas são ligadas em paralelo formando um único circuito aos terminais da fonte. Na figura 4.28 está representado o caso genérico de p bobinas ligadas em paralelo a uma fonte V_s com resistência interna R_s e indutância L_s .

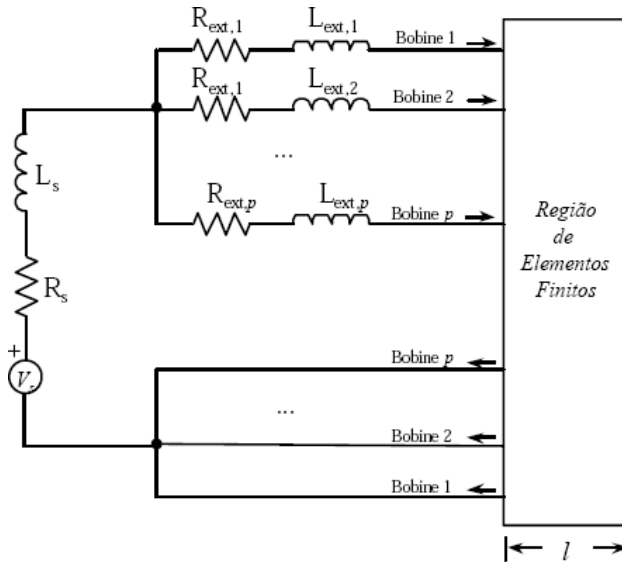


Figura 4.28: Ligação em paralelo de bobinas.

A equação representativa do comportamento deste circuito em regime transitório é

$$V_s = R_s \sum_{Bobinas} I_c + L_s \sum_{Bobinas} \frac{dI_c}{dt} + V_c \quad (4.172)$$

ou na forma matricial,

$$V_s = R_s \{1\}^T \{I_c\} + L_s \{1\}^T \left\{ \frac{dI}{dt} \right\}_c + V_c \quad (4.173)$$

onde $\{1\}$ é um vector coluna de dimensões p com todos os elementos iguais a um.

As equações básicas do movimento são,

$$\begin{aligned} m \frac{dv}{dt} + \lambda v &= F_{em} - F_{ext} \\ v &= \frac{dx}{dt} \end{aligned} \quad (4.174)$$

onde m é a massa, v é a velocidade, x é a posição, λ é o factor de amortecimento, F_{em} é a força electromagnética e F_{ext} é força mecânica.

A força electromagnética, F_{em} , pode ser expressa em função do vector potencial magnético, A . A força magnética é proporcional ao quadrado do fluxo,

$$F_{em} \propto B^2 \quad (4.175)$$

ou seja

$$F_{em} \propto (\nabla \times A)^2 \quad (4.176)$$

de onde se conclui que a força derivada do vector potencial magnético é uma função não linear (quadrática).

A formulação de Galerkin continua a ser utilizada para aproximar as equações do campo e da corrente na região de elementos finitos.

A equação do campo foi deduzida anteriormente tendo-se chegado a

$$\nabla \times v \nabla \times A = \sigma \frac{V_b}{l} - \sigma \frac{\partial A}{\partial t} \quad (4.177)$$

Em domínios bidimensionais assume-se que a densidade de corrente, J , e o vector potencial magnético A são invariantes na direcção do eixo z , portanto a equação 4.177 pode ser reescrita na forma

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v \frac{\partial A}{\partial y} \right) + \sigma \frac{V_b}{l} - \sigma \frac{\partial A}{\partial t} = 0 \quad (4.178)$$

A equação 4.178 pode ser resolvida em ordem a A . Aplicando o método dos resíduos pesados com uma solução aproximada $\hat{A}$ e uma função de resíduos W , obtém-se

$$\begin{aligned} \iint v \left[\frac{\partial W}{\partial x} \frac{\partial \hat{A}}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial y} \frac{\partial \hat{A}}{\partial y} \right] dx dy + \iint \sigma W \frac{\partial \hat{A}}{\partial t} dx dy - \\ - \iint \sigma W \frac{V_b}{l} dx dy = 0 \end{aligned} \quad (4.179)$$

considerando elementos triangulares de primeira ordem,

$$\hat{A} = \sum_{i=1}^3 N_i A_i(t) \quad (4.180)$$

onde N_i são as funções de forma e A_i são aproximações do vector potencial magnético para cada nó do elemento. O método de Galerkin usa as função de forma como funções de pesos, $W_i = N_i$, ($i = 1, 2, 3$). Substituindo na equação 4.179, a forma matricial resulta em

$$\sum_e \left[v[S]_e \{A(t)\}_e + \sigma[T]_e \left\{ \frac{\partial A(t)}{\partial t} \right\}_e - \sigma[Q]_e \frac{V_b}{l} \right] = \{0\} \quad (4.181)$$

onde $\sum_e$ indica um somatório de todos os elementos finitos e o subscrito e se refere à matriz de um elemento em particular. Tipicamente estas matrizes valem

$$\begin{aligned} S_{e,ij} &= \iint \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) dxdy = \frac{b_i b_j + c_i c_j}{4\Delta_e} \\ T_{e,ij} &= \iint N_i N_j dxdy = \begin{cases} \frac{\Delta_e}{6} & i = j \\ \frac{\Delta_e}{12} & i \neq j \end{cases} \\ Q_{e,ij} &= \iint N_i dxdy = \frac{\Delta_e}{e} \end{aligned} \quad (4.182)$$

Se os elementos finitos se deformarem no tempo, as matrizes, $[S]$, $[T]$ e $[Q]$ são dependentes do tempo. Contudo no estudo de máquinas eléctricas os únicos elementos onde existe deformação são os elementos pertencentes ao entreferro, mas nestes a condutividade eléctrica, σ , é nula eliminando a contribuição das matrizes $[T]$ e $[Q]$ na equação 4.181. Assim sendo, a única matriz com dependência temporal é a matriz $[S]$.

A corrente total num elemento, e , é dada por

$$I_e = \iint_e \sigma \frac{V_b}{l} dxdy - \iint_e \sigma \frac{A}{l} dxdy \quad (4.183)$$

o integral do primeiro termo é uma constante, portanto

$$\iint_e \sigma \frac{V_b}{l} dxdy = \sigma \frac{V_b}{l} \Delta_e \quad (4.184)$$

O segundo termo pode ser integrado como

$$\iint_e \sigma \frac{\partial A}{\partial t} dxdy = \sigma \{Q\}_e^T \left\{ \frac{\partial A}{\partial t} \right\}_e \quad (4.185)$$

resultando,

$$I_e = \sigma \frac{V_b}{l} \Delta_e - \sigma \{Q\}_e^T \left\{ \frac{\partial A}{\partial t} \right\}_e \quad (4.186)$$

Considerando agora uma barra condutora de comprimento l . A corrente total na barra, b , será a soma da corrente nos elementos pertencentes à secção recta da barra

$$I_b = \sigma_b \frac{V_b}{l} \Delta_b - \sigma_b \{Q\}_e^T \left\{ \frac{\partial A}{\partial t} \right\}_e \quad (4.187)$$

Ligando n barras em série para formarem uma bobine, a corrente na bobine será traduzida pela equação

$$[D]\{I_b\} = \left[\frac{\sigma}{l}\Delta_b\right]\{V_b\}_C - [\sigma_b Q]_C^T \left\{\frac{\partial A}{\partial t}\right\}_C \quad (4.188)$$

O método de discretização temporal baseia-se na equação

$$\beta \left\{\frac{\partial A}{\partial t}\right\}^{t+\Delta t} + (1-\beta) \left\{\frac{\partial A}{\partial t}\right\}^t = \frac{\{A\}^{t+\Delta t} - \{A\}^t}{\Delta t} \quad (4.189)$$

O valor de β pertence ao intervalo $[0; 1]$ e define o tipo de algoritmo. O objectivo é resolver as equações em ordem a $\{A\}^{t+\Delta t}$.

Aplicando a discretização temporal à equação do campo, obtém-se,

$$\begin{aligned} \left[v[S] + \frac{\sigma[T]}{\beta\Delta t}\right]\{A\}^{t+\Delta t} - \frac{\sigma}{l}\{Q\}V_b^{t+\Delta t} = \\ = \left[\frac{\sigma[T]}{\beta\Delta t} - \frac{1-\beta}{\beta}v[S]\right]\{A\}^t + \frac{\sigma}{l}\{Q\}\frac{1-\beta}{\beta}V_b^t \end{aligned} \quad (4.190)$$

A discretização temporal da equação da corrente é feita de maneira análoga à do campo magnético. Aplicando a discretização temporal à equação da corrente numa bobine, com n barras em série obtém-se,

$$\begin{aligned} -[\sigma Q]_C^T\{A\}^{t+\Delta t} + \beta\Delta t \left[\frac{\sigma}{l}\Delta_b\right]\{V_b\}_C^{t+\Delta t} - \beta\Delta t[D]\{I_b\}_C^{t+\Delta t} = \\ = -[\sigma Q]_C^T\{A\}^t - (1-\beta)\Delta t \left[\frac{\sigma}{l}\Delta_b\right]\{V_b\}_C^t + (1-\beta)\Delta t[D]\{I_b\}_C^t \end{aligned} \quad (4.191)$$

As equações do circuito, tal como as do campo e da corrente, são discretizadas segundo a equação 4.189 com os devidos ajustes de variáveis.

A equação para a associação série de barras condutoras 4.171, pode ser escrita como

$$\begin{aligned} -\beta\Delta t\{D\}_C^T\{V_b\}_C^{t+\Delta t} - (L_{ext} + \beta\Delta tR_{ext})I_C^{t+\Delta t} + \beta\Delta tV_C^{t+\Delta t} = \\ = (1-\beta)\Delta t\{D\}_C^T\{V_b\}_C^t - [(L_{ext} - (1-\beta)\Delta tR_{ext})]I_C^t - (1-\beta)\Delta tV_C^t \end{aligned} \quad (4.192)$$

A associação em paralelo de bobines é regida pela equação 4.173, aplicando a discretização temporal, obtém-se

$$\begin{aligned} -\{1\}^T(L_s + \beta\Delta tR_s)\{I\}_C^{t+\Delta t} - \beta\Delta tV_C^{t+\Delta t} = \\ = -\beta\Delta tV_s^{t+\Delta t} - (1-\beta)\Delta tV_s^t + \\ + \{1\}^T[(L_s - (1-\beta)\Delta tR_s)]\{I\}_C^t + (1-\beta)\Delta tV_C^t \end{aligned} \quad (4.193)$$

As equações mecânicas (4.174) discretizadas no tempo serão

$$\begin{aligned} \left(\beta\lambda + \frac{m}{\Delta t}\right)v^{t+\Delta t} - \beta F_{em}^{t+\Delta t} = \\ = -\beta F_{ext}^{t+\Delta t} + \left[\frac{m}{\Delta t} - (1-\beta)\lambda\right]v^t + (1-\beta)F_{em}^t - (1-\beta)F_{ext}^t \end{aligned} \quad (4.194)$$

$$\beta v^{t+\Delta t} - \frac{1}{\Delta t} x^{t+\Delta t} = -(1 - \beta) v^t - \frac{1}{\Delta t} x^t \quad (4.195)$$

As equações do campo e da aceleração são equações não lineares. Estas equações têm que ser linearizadas para poderem ser integradas no sistema global de equações. Para linearizar esta equação aplica-se o método de Newton-Raphson às equações discretizadas no tempo.

Com as equações do campo e da aceleração discretizadas e linearizadas resta apenas assemblar todas as equações matriciais do sistema (campo, corrente e movimento) numa matriz global representativa do problema.

Dos pontos anteriores pode concluir-se que existem cinco variáveis vectoriais:

$\{\Delta A\}_{k+1}^{t+\Delta t}$: Variação do vector potencial magnético em cada nó;

$\{\Delta V_b\}_{k+1}^{t+\Delta t}$: Variação da tensão em cada barra;

$\{\Delta I\}_{k+1}^{t+\Delta t}$: Variação da correntes em cada enrolamento;

$\{\Delta V_C\}_{k+1}^{t+\Delta t}$: Variação da tensão em cada enrolamento;

$\{\Delta x\}_{k+1}^{t+\Delta t}$: Variação da posição em cada componente móvel.

Por conseguinte, a matriz global do sistema pode ser escrita como

$$\begin{pmatrix} M_{1,1} & M_{1,2} & & & M_{1,5} \\ M_{1,2}^T & M_{2,2} & M_{2,3} & & \\ & M_{2,3}^T & M_{3,3} & M_{3,4} & \\ & & M_{3,4}^T & M_{4,4} & \\ M_{1,5}^T & & & & M_{5,5} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \{\Delta A\} \\ \{\Delta V_b\} \\ \{\Delta I\} \\ \{\Delta V_C\} \\ \{\Delta x\} \end{Bmatrix}_{k+1}^{t+\Delta t} = \begin{Bmatrix} \{N_1\} \\ \{N_2\} \\ \{N_3\} \\ \{N_4\} \\ \{N_5\} \end{Bmatrix} \quad (4.196)$$

onde

$$\begin{aligned} M_{1,1} &= l \left[G + \frac{\sigma[T]}{\beta \Delta t} \right] \\ M_{1,2} &= -\sigma\{Q\} \\ M_{1,5} &= l\{C\}^T \\ M_{2,2} &= \beta \Delta t \left[\frac{\sigma}{l} \Delta_b \right] \\ M_{2,3} &= -\beta \Delta t [D] \\ M_{3,3} &= -(L_{ext} + \beta \Delta t R_{ext}) \\ M_{3,4} &= \beta \Delta t \end{aligned} \quad (4.197)$$

$$\begin{aligned}
 M_{4,4} &= \frac{(\beta\Delta t)^2}{L_s + \beta\Delta t R_s} \\
 M_{5,5} &= \frac{\lambda}{\beta\Delta t} + \frac{m}{(\beta\Delta t)^2} + U
 \end{aligned} \tag{4.198}$$

e

$$\begin{aligned}
 \{N_1\} &= -l \left[v_k^{t+\Delta t} [S]_k^{t+\Delta t} + \frac{\sigma[T]}{\beta\Delta t} \right] \{A\}_k^{t+\Delta t} + \\
 &+ l \left[\frac{\sigma[T]}{\beta\Delta t} - \frac{1-\beta}{\beta} v^t [S]^t \right] \{A\}^t + \sigma\{Q\} \frac{1-\beta}{\beta} V_b^t
 \end{aligned} \tag{4.199}$$

$$\begin{aligned}
 \{N_2\} &= [\sigma Q]_C^T \{A\}_k^{t+\Delta t} - \beta\Delta t \left[\frac{\sigma}{l} \Delta_b \right] \{V_b\}_{C,k}^{t+\Delta t} + \beta\Delta t [D] \{I_b\}_{C,k}^{t+\Delta t} - \\
 &- [\sigma Q]_C^T \{A\}^t - (1-\beta)\Delta t \left[\frac{\sigma}{l} \Delta_b \right] \{V_b\}_C^t + (1-\beta)\Delta t [D] \{I_b\}_C^t
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \{N_3\} &= \beta\Delta t \{D\}_C^T \{V_b\}_{C,k}^{t+\Delta t} + (L_{ext} + \beta\Delta t R_{ext}) I_{C,k}^{t+\Delta t} - \beta\Delta t V_{C,k}^{t+\Delta t} + \\
 &+ (1-\beta)\Delta t \{D\}_C^T \{V_b\}_C^t - [L_{ext} - (1-\beta)\Delta t R_{ext}] I_C^t - (1-\beta)\Delta t V_C^t
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \{N_4\} &= -\{1\}^T \beta\Delta t \{I\}_{C,k}^{t+\Delta t} - \frac{(\beta\Delta t)^2}{L_s + \beta\Delta t R_s} V_{C,k}^{t+\Delta t} + \\
 &+ \frac{(\beta\Delta t)^2}{L_s + \beta\Delta t R_s} V_s^{t+\Delta t} + \frac{\beta\Delta t}{L_s + \beta\Delta t R_s} (1-\beta)\Delta t V_s^t + \\
 &+ \{1\}^T \frac{\beta\Delta t}{L_s + \beta\Delta t R_s} \times [L_s - (1-\beta)\Delta t R_s] \{I\}_C^t - \\
 &- \frac{\beta\Delta t}{L_s + \beta\Delta t R_s} (1-\beta)\Delta t V_C^t
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \{N_5\} &= -\frac{1}{2\beta} l \{C\}^T \{A\}_k^{t+\Delta t} + \left(-\frac{\beta\lambda}{\Delta t} - \frac{m}{(\beta\Delta t)^2} \right) x_k^{t+\Delta t} + \frac{m}{\beta^2 \Delta t} v^t + \\
 &+ \left(\frac{\lambda}{\beta\Delta t} + \frac{m}{(\beta\Delta t)^2} \right) x^t + \frac{1-\beta}{\beta} F_{em}^t - \frac{1-\beta}{\beta} F_{ext}^t - F_{ext}^t + \Delta t
 \end{aligned}$$

4.4 Conclusões

A máquina eléctrica é o elemento central do accionamento, em grande medida o sucesso do conjunto depende das características desta. Visando uma futura optimização e pretendendo uma precisa caracterização é fundamental uma análise cuidada.

As ferramentas de elementos finitos são uma ajuda preciosa e fundamental à abordagem pretendida. Com um detalhe de análise ao nível construtivo tornam-se necessários conhecimentos de projecto de máquinas eléctricas. Não

sendo elas próprias uma ferramenta de projecto é necessário um projecto de base.

Este capítulo desenvolve-se em resposta a estas necessidades. Abordando o projecto clássico de máquinas eléctricas que sustenta a construção de máquinas standard que servirá de base a uma optimização por recurso à análise de elementos finitos.

A confiança nos resultados obtidos e na ferramenta utilizada é fortemente dependente do conhecimento que se tem do modelo e da metodologia de análise utilizada. Deste modo, este capítulo apresenta o método dos elementos finitos desde os seus conceitos básicos até aos específicos de uma análise de campos magnéticos e em concreto das máquinas eléctricas.

Definidos e analisados os elementos constituintes passa-se à análise de todo o conjunto segundo a metodologia proposta e que se apresenta no capítulo seguinte.

Capítulo 5

Projecto Integrado

O recurso a conversores estáticos de potência por vezes leva ao limite as máquinas standard desenhadas para operação com tensão sinusoidal. É desta forma pertinente um estudo integrado da máquina e do conversor estático de potência.

O accionamento a velocidade variável pode utilizar um controlo escalar ou vectorial, em tensão ou em corrente, aos quais estão associadas diferentes topologias de conversores, em geral, controlados por técnicas de modulação de largura de impulsos. Estas técnicas geram tensões e correntes não sinusoidais pelo que apresentam distorções cujos efeitos na máquina não são dominados e que podem a curto ou médio prazo ser prejudiciais à máquina. A caracterização da forma de onda gerada pelos conversores de accionamento assume assim grande relevância.

A evolução das técnicas de modulação de largura de impulso permitiu um aumento considerável do rendimento das máquinas por melhoria da forma de onda modulada da tensão de saída dos conversores, mas criou um problema adicional relativo ao isolamento das máquinas - os elevados gradientes. Este problema agrava-se quando os cabos de ligação entre o conversor e a máquina são longos.

A máquina quando é inserida nestes sistemas sofre um aumento das perdas motivado pelos harmónicos de tensão e corrente de alimentação que apesar de não contribuírem para um aumento do binário motor aumentam as perdas no ferro e no cobre.

Neste capítulo estuda-se o accionamento da máquina de indução na perspectiva da interligação da máquina com o conversor de potência. São desenvolvidos e estudados modelos para os diferentes elementos constituintes do sistema. Depois de validados individualmente é analisada a sua integração, as suas interdependencias e os principais problemas que surgem.

5.1 Introdução

Todo o estudo realizado permite que se afirme que os sistemas electro-mecânicos de velocidade variável com máquinas de indução, são uma realidade em expansão. É também facilmente aceite que se trata de sistemas de elevada complexidade onde se aplicam valências de diferentes áreas da Engenharia Electrotécnica, desde os Sistemas Eléctricos de Energia, passando pela Electrónica de Potência, o Controlo e terminando nas Máquinas Eléctricas. O entendimento entre os especialistas das diferentes áreas nem sempre é o desejado sendo menor ainda quando se passa para a indústria. Por tradição os fabricantes de electrónica de potência não percebem do projecto de máquinas eléctricas e os fabricantes de máquinas eléctricas não percebem de electrónica de potência. Contudo a interligação cada vez maior destes dois sistemas têm levado ao crescente interesse de parte a parte. É também cada vez mais frequente a comercialização integrada da máquina e do conversor.

Pode-se igualmente perceber neste momento que o desempenho da máquina de indução é diferente quando esta é alimentada por um conversor estático de potência e quando é alimentada directamente pela tensão da rede. Não estando em causa limitações tecnológicas mas sim limitações impostas por uma construção estandardizada, para utilização genérica a tensão e frequências constantes. E que uma concepção específica da máquina de indução para aplicações de velocidade variável pode atenuar as restrições construtivas associadas às aplicações de velocidade constante.

Os sistemas de variação de velocidade de máquinas de indução podem utilizar um controlo escalar ou vectorial, em tensão ou em corrente, aos quais estão associadas diferentes topologias de conversores. No controlo em tensão a variável de controlo é a tensão de alimentação, sendo a corrente função das características da máquina e da tensão aplicada. No controlo em corrente a variável de controlo é a corrente, sendo a tensão função das características da máquina e da corrente absorvida. Em ambos os casos a forma de onda da tensão e da corrente não é sinusoidal pelo que apresentam distorções cujos efeitos na máquina não são dominados e que podem a curto ou médio prazo ser prejudiciais à máquina. A caracterização da forma de onda gerada pelos conversores de accionamento assume assim grande relevância.

Quando uma máquina é alimentada por um conversor estático de potência tipo fonte de tensão, o que corresponde à grande maioria dos casos, a forma de onda da tensão de alimentação é de onda quadrada com elevados gradientes de tensão (dV/dt). O aumento do gradiente de tensão relativamente a uma alimentação sinusoidal tem efeitos sobre a máquina que devem ser considerados no projecto desta. A questão dos gradientes de tensão é mais facilmente entendida se se considerar a equação seguinte:

$$I = C \frac{dV}{dt} \quad (5.1)$$

Esta equação mostra a relação linear entre a corrente de acoplamento capacitivo e o gradiente de tensão. Apesar de predominantemente indutivos, os cabos de alimentação da máquina e os enrolamentos da máquina apresentam

uma capacidade à terra e entre fases que apesar de normalmente ser desprezável devido aos elevados gradientes, poderá introduzir uma componente capacitiva na corrente, não desprezável. A impedância dos cabos de alimentação reduz o gradiente de tensão aos terminais da máquina mas cria aí um efeito de onda amortecida onde as sobre-tensões podem ser várias vezes superiores à tensão nominal. Os gradientes de tensão afectam, deste modo, o isolamento dos enrolamentos da máquina que devem ser escolhidos por forma a resistir a estas condições especiais de funcionamento. Ou quando isso não for possível, impõem a utilização de filtros [47].

Quando a máquina está inserida num sistema de variação de velocidade a sua temperatura de funcionamento sobe trazendo problemas adicionais ao nível do isolamento dos circuitos eléctricos. A subida na temperatura de funcionamento deve-se ao aumento das perdas da máquina e a uma diminuição da taxa de transferência de calor. Como resultado muitas máquinas com projecto standard podem exceder os seus limites de temperatura quando operadas a velocidade variável. Em muitos casos este aumento da temperatura pode não provocar danos imediatos à máquina mas provocará, com certeza, uma diminuição no tempo de vida da máquina. Para a maioria dos actuais isolantes um aumento da temperatura de 10°C resultará numa redução em 50% no tempo de vida esperado da mesma [48]. O aumento das perdas da máquina deve-se aos harmónicos de tensão e corrente de alimentação da máquina que apesar de não contribuírem para um aumento do binário motor aumentam as perdas no ferro e no cobre, respectivamente. A diminuição da taxa de transferência de calor deve-se à perda de eficiência do ventilador quando operado a velocidades máximas e mínimas.

Os requisitos impostos a uma máquina de indução para aplicações de velocidade variável são tão diversos quantas as aplicações e estão muito para além dos pressupostos de um projecto standard. Esta questão despertou muitos interesses estando a ser feitos diferentes estudos ao nível da standardização [49] e do projecto integrado máquina/conversor.

Até à década de 90 os estudos relacionados com variação de velocidade de máquinas de indução dão maior atenção ao desenvolvimento dos conversores de energia e aos métodos de controlo associados [50, 51]. Comparativamente com estes, e apesar de ser peça fundamental do sistema, a tecnologia das máquinas não sofreu grandes evoluções. Assim, os sistemas de variação de velocidade, particularmente, os de maior velocidade e/ou potência continuam a apresentar problemas de baixo factor de potência, baixa eficiência e ineficiente utilização das potencialidades dos conversores [52]. Na década de 90 começaram a surgir estudos visando a máquina de indução e em particular a sua integração nos sistemas de velocidade variável, dos quais se destacam os apresentados seguidamente.

A metodologia de projecto integrado apresentada em [52] tira partido de o arranque da máquina ser controlado pelo conversor para ultrapassar as restrições de limitação de corrente e maximização do binário de arranque impostas a uma máquina com alimentação directa da rede. Sem estas restrições o número, a forma e o tamanho das ranhuras do estator e do rotor pode ser optimizado exclusivamente para minimizar a indutância de fugas e

a resistência. A redução da indutância de fugas e resistência do rotor permitem aumentar o binário máximo e melhorar o factor de potência. Garantindo um controlo adequado é possível uma redução do tamanho da máquina sem sacrificar a potência, ou de outra forma, maior potência para o mesmo tamanho.

Existem também diversos estudos centrados na análise de cada um dos novos requisitos, impostos por uma alimentação com conversor, como é o caso: de [53, 54, 55, 56, 57] onde são caracterizadas as perdas harmónicas; de [58] onde é apresentado um circuito equivalente modificado para o estudo da máquina com alimentação não sinusoidal; de [59] onde é estudado o ruído electromagnético; de [60, 61, 62] onde é estudado o comportamento do isolante dos enrolamentos.

No campo da caracterização da máquina de indução, [63] apresenta um método baseado na combinação de uma modelização de elementos finitos com discretização temporal, que analisa a máquina, com um modelo de espaço de estados, que interliga a análise da máquina ao conversor. Deste modo consegue tratar as não-linearidades magnéticas e os harmónicos, assim como otimizar o cálculo do binário electromagnético. Em [64, 65] é feita a caracterização de uma máquina de indução com enrolamentos concentrados especialmente desenhada para operação com conversor.

Para além das publicações de fabricantes dedicadas ao projecto integrado já anteriormente referenciadas neste documento, destacam-se [66, 67, 68].

Conhecidas as condições de funcionamento do conjunto pretende-se neste capítulo analisar o projecto integrado de máquinas eléctricas de indução/conversores estáticos de potência. Assim propõe-se numa primeira fase apresentar um modelo de conversor, que deverá gerar uma forma de onda com características em tudo iguais à tensão real produzida por este tipo de conversor, e estudar os resultados relevantes para uma análise integrada com a máquina de indução, nomeadamente, o conteúdo harmónico da tensão gerada.

Será considerado e analisado, também, o comportamento dos cabos eléctricos que, nestas condições de tensão, têm características que em função do tempo de subida da tensão gerada pelo conversor e do comprimento do cabo de ligação, originam sobre-tensões aos terminais da máquina por fenómenos de reflexão da onda de tensão. Pretende-se caracterizar este comportamento e apontar algumas soluções.

Como modelos de máquinas de indução em análise vai-se utilizar os dados de duas máquinas (uma de pequena e outra de média potência), que serão dimensionadas e projectadas de acordo com o método clássico para alimentação standard. Depois de projectadas, estas máquinas serão analisadas seguindo a metodologia integrada. Assim, serão modelizadas numa ferramenta de elementos finitos e analisadas em condições de alimentação sinusoidal e PWM gerado pelo modelo de conversor a desenvolver.

Será feita a caracterização das máquinas nestas condições e registadas as grandezas mais sensíveis às novas condições de alimentação e que em maior medida influenciam o desempenho das máquina. Pretende-se caracterizar e quantificar as perdas na máquina para uma alimentação não sinusoidal, no sentido de confirmam a necessidade do estabelecimento de uma metodologia

integrada de projecto dos conversores de potência e das máquinas eléctricas. Através da qual se estabeleçam condições de optimização futura da máquina de indução.

5.2 Metodologia

Por tudo quanto foi anteriormente apresentado neste documento e por forma a melhor compreender estes novos fenómenos característicos da ligação máquina conversor, propõe-se uma metodologia integrada do projecto da máquina eléctrica e do conversor estático de potência.

Assim, começa-se por implementar um inversor de tensão em ambiente de simulação, onde diferentes técnicas de modulação de largura de impulso podem ser implementadas e testadas. Utiliza-se o *SaberDesigner*, pois permite a simulação conjunta de sistemas analógicos e digitais, do *hardware* e do *software* de controlo, sendo possível a verificação do funcionamento de todo o conjunto que compõe o inversor de tensão. Ao nível do *hardware* possui modelos para os semicondutores que consideram características importantes para este estudo, nomeadamente, resistências de condução e corte e tempos de ligação e corte. Em termos de controlo, possibilita a incorporação de rotinas externas, em *C* ou *Fortran*, feitas pelo utilizador, que simulam o microcontrolador de controlo e aproximam assim o controlo da simulação ao controlo final de implementação prática.

As diferentes tensões geradas pelo conversor são exportadas para um ficheiro externo que servirá de entrada a uma aplicação de simulação de elementos finitos.

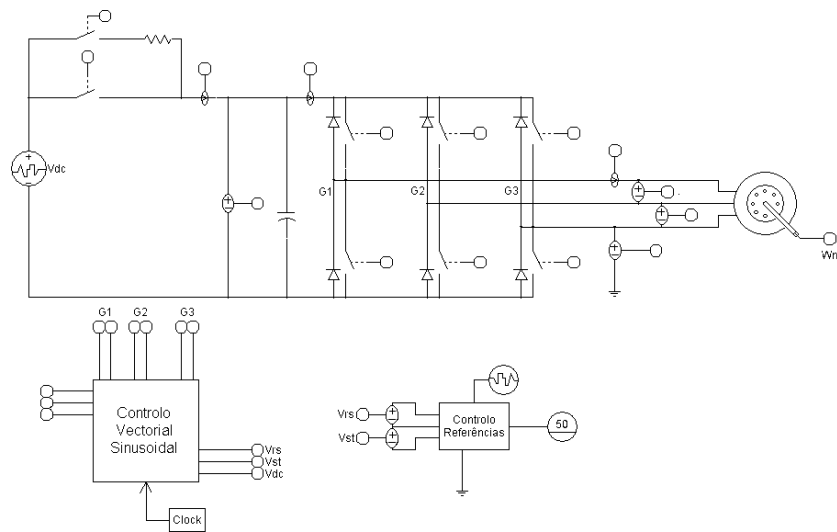
A ferramenta de elementos finitos permite o estudo electromagnético, eléctrico e térmico da máquina de indução. A ferramenta utilizada foi o *FLUX2D*, que apresenta muitas potencialidades específicas do estudo de máquinas eléctricas. Mais do que todas as potencialidades, o mais relevante para a escolha foi conhecer-se toda a fundamentação teórica e implementação usada pela ferramenta [45, 46]. Esta ferramenta implementa o método de Galerkin, anteriormente apresentado. Foi também relevante o anterior conhecimento que o autor tinha da mesma [69].

5.2.1 Conversor estático de potência

Tal como foi dito anteriormente implementou-se um inversor de tensão. O modelo de simulação implementado é apresentado na figura 5.1, nele são visíveis o conversor, o microcontrolador e um motor.

O modelo dos semicondutores de potência apesar de simbolicamente ter o aspecto de um interruptor é efectivamente um modelo genérico para semicondutores com controlo de entrada e saída de condução por controlo da porta (BJT, IGBT, MOSFET...). Este modelo permite parametrizar os tempos de ligação e de corte, e as resistências em condução e em corte.

A fonte de tensão V_{dc} simula o rectificador e possível transformador de entrada fornecendo uma tensão constante, mas pode ser programada para


 Figura 5.1: Modelo do conversor implementado no ambiente de simulação *SaberDesigner*.

fornecer uma tensão com a forma desejada, nomeadamente com *ripple*. Os interruptores e a resistência em série com esta permitem controlar a carga do condensador.

O controlo do conversor é implementado sob a forma de uma biblioteca exterior. Esta metodologia tem três vantagens: a primeira, é que deste modo o código desenvolvido pode, facilmente, ser compilado para um microcontrolador ou processador digital de sinal e ser testado numa banca de ensaio; a segunda, porque aproxima as condições de funcionamento da realidade de implementação; a terceira é a de facilitar a utilização de diferentes técnicas de modulação de largura de impulso na mesma estrutura de conversor, bastando para o efeito utilizar uma biblioteca diferente.

Assim, o controlador (bloco *Controlo Vectorial Sinusoidal*) é num primeiro nível implementado em linguagem *MAST* (linguagem de modelação do *software SaberDesigner*), de forma a permitir a interligação entre o *software* de simulação e programas escritos em linguagens de programação convencionais como Fortran ou *C*. Apresenta-se de seguida um trecho desse programa:

```

template ctl_spwm Vrs Vst Vdc Carga _K_out _K_in clk _g1 _g2 _g3 _g4 _g5 _g6 = tec

input nu Vrs #Tensão entre as fases r e s
input nu Vst #Tensão entre as fases s e t
input nu Vdc

state logic_4 clk #Frequencia de funcionamento
state logic_4 _g1, _g2, _g3, _g4, _g5, _g6, Carga, _K_out, _K_in

number tec #Frequencia de comutação

{

foreign codigo_spwm #Declaração da função em C

state nu th1,tl1,th2,tl2,th3,tl3,K_in,K_out,Start; #Estado do inversor

when(time_init|dc_init){

(th1,tl1,th2,tl2,th3,tl3,K_in,K_out,Start) = codigo_spwm(0,Vrs,Vst,tec,Vdc)
schedule_event(time,_K_out,14_0)
schedule_event(time,_K_in,14_0)
    
```

```

schedule_event(time,Carga,14_0)
}

when(event_on(clk)){

(th1,t11,th2,t12,th3,t13,K_in,K_out,Start) = codigo_spwm(1,Vrs,Vst,tec,Vdc)

schedule_event(time,Carga,14_1)

if(K_out==0){
schedule_event(time,_K_out,14_0)
}
if(K_out==1){
schedule_event(time,_K_out,14_1)
}
...

```

Todo o controlo é então implementado numa biblioteca de controlo externa (ficheiro *dll*) que se optou por escrever na linguagem de programação *C*. Linguagem já dominada e que mais facilmente pode ser portada para um microcontrolador.

Foram implementadas e testadas três técnicas de modulação de largura de impulsos: Histerese, Sinusoidal Digital e Vectorial (SV-PWM) [37, 39]. A primeira por ser a mais simples para uma primeira abordagem ao assunto, a segunda como forma de abordagem às modulações digitais e a terceira era o objectivo final. A modulação Vectorial foi a mais amplamente utilizada neste trabalho e todos os resultados a seguir apresentados dizem respeito a simulações feitas com essa modulação de largura de impulsos.

Antes de simular o sistema com uma máquina, tal como apresentado na figura 5.1, fez-se algumas simulações com carga resistiva e carga indutiva, com uma frequência de comutação de 1250Hz.

A figura 5.2 apresenta os sinais de comando dos semicondutores de potência (os sinais dos semicondutores de um mesmo ramo são complementares), a tensão e a corrente numa fase para uma carga resistiva $R = 10\Omega$.

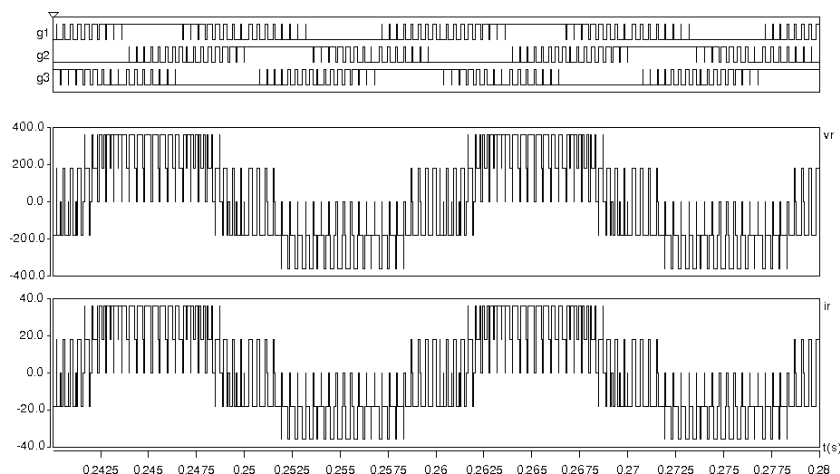


Figura 5.2: SV-PWM com carga resistiva. Impulsos de comando, tensão e corrente numa fase.

Na figura 5.3 é apresentada a forma de onda da tensão composta e o respectivo espectro de frequências.

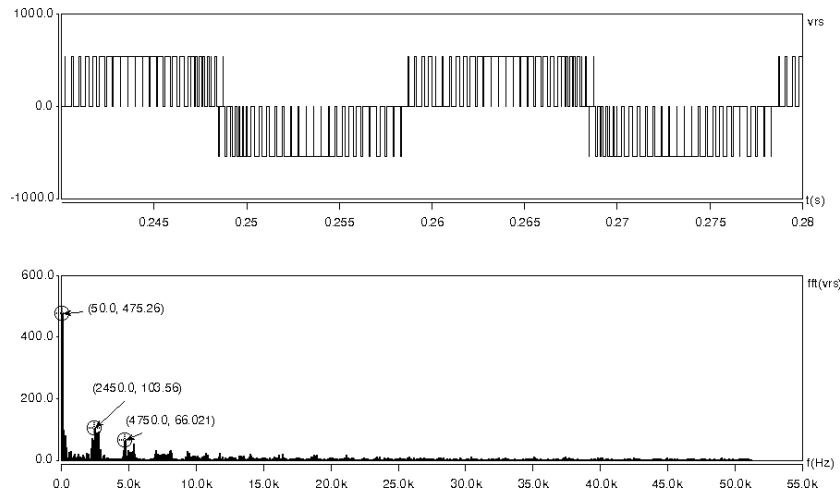


Figura 5.3: SV-PWM. Tensão composta e respectivo espectro de frequências.

Apesar de incomparavelmente melhor do que a onda quadrada ou quase-quadrada, esta modulação apresenta um elevado conteúdo harmónico, com componentes até cerca dos 50kHz . Apesar de poderem ser desprezados na análise do comportamento electrodinâmico da máquina os harmónicos serão certamente responsáveis por um aumento muito significativo das perdas da máquina eléctrica. Caracterização que será feita com a ferramenta de elementos finitos.

Na figura 5.4 apresenta-se os sinais de tensão e corrente numa fase para uma simulação com uma carga indutiva $L = 10\text{mH}$ e $R = 10\Omega$. É perfeitamente visível o efeito da indutância sobre a forma de onda da corrente.

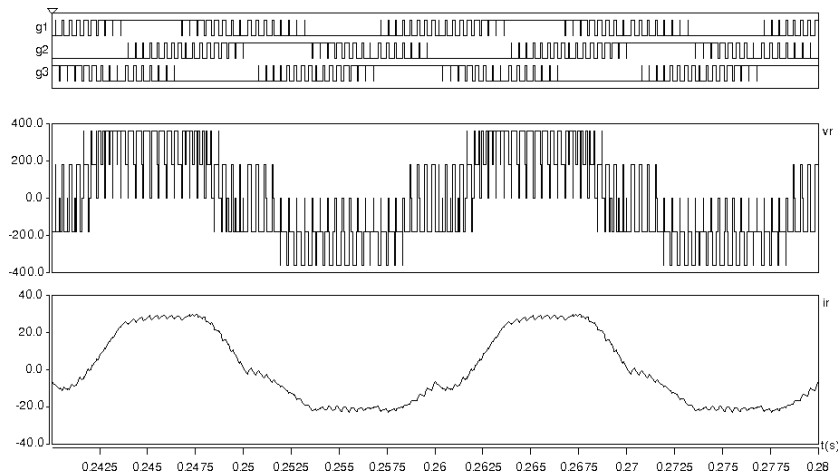


Figura 5.4: SV-PWM com carga indutiva. Impulsos de comando, tensão e corrente numa fase.

Como o objectivo deste trabalho é o estudo integrado do conversor e da máquina de indução, e tendo já os primeiros resultados do conversor com cargas resistiva e indutiva, passou-se ao estudo de um accionamento de velocidade variável. Deste modo, começou-se por simular uma máquina de indu-

ção, cujo modelo tem por base o circuito por fase da máquina. Alimentou-se a máquina com alimentação sinusoidal e registou-se o seu comportamento para posteriormente se poder comparar os resultados com o accionamento com o conversor.

Na figura 5.5 apresenta-se as curvas de velocidade e corrente da simulação com accionamento sinusoidal.

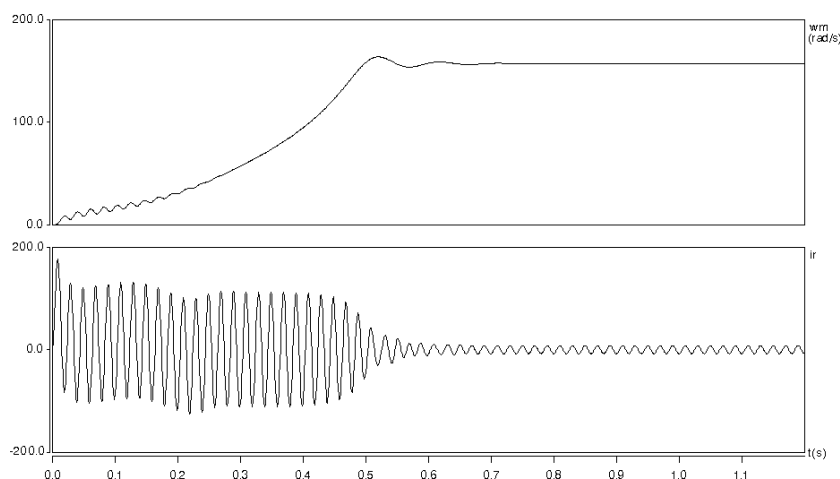


Figura 5.5: Curva de velocidade e corrente de uma máquina de indução com alimentação sinusoidal.

De seguida, ligou-se a máquina de indução ao conversor (figura 5.1) e simulou-se todo o sistema para o mesmo intervalo de tempo da simulação com alimentação sinusoidal. A figura 5.6 mostra os resultados desta simulação.

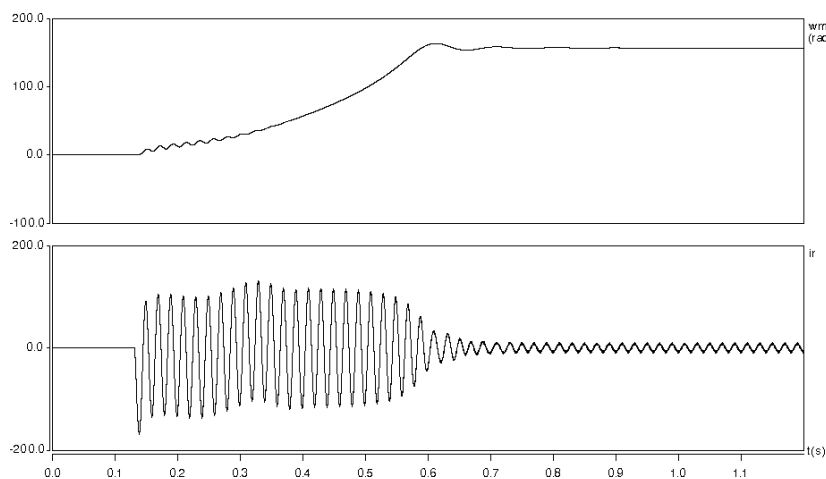


Figura 5.6: Curva de velocidade e corrente de uma máquina de indução com alimentação SV-PWM.

Pode-se verificar que o comportamento da máquina é em tudo similar ao comportamento com alimentação sinusoidal. Nos instantes iniciais a velocidade e corrente são nulas pois o conversor só é ligado quando o condensador do barramento DC está completamente carregado. Uma observação mais cuidada permite desde já registar-se a distorção na forma de onda da corrente provocada pelos harmónicos da tensão.

No sentido de melhor se ver a distorção da forma de onda da corrente representa-se na figura 5.7 a tensão composta e a corrente numa fase da máquina em regime permanente, no período correspondente a dois ciclos da componente fundamental da tensão ($50Hz$).

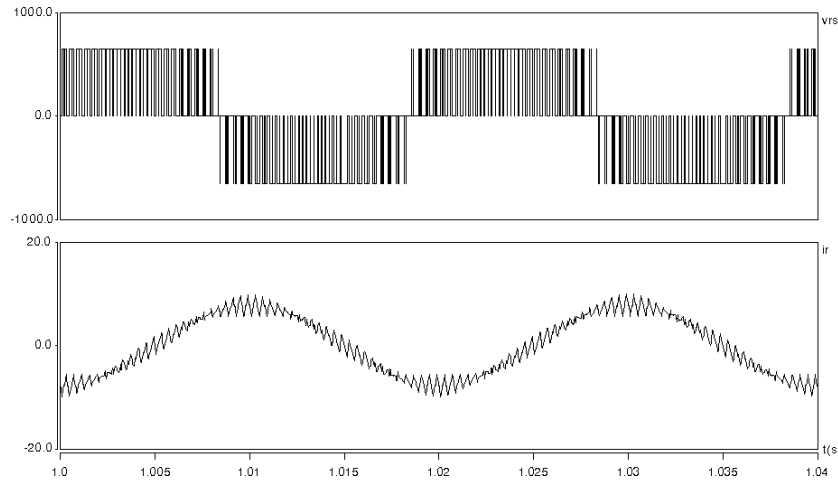


Figura 5.7: Tensão e corrente em regime permanente de uma máquina de indução com alimentação SV-PWM.

Na figura 5.8 apresenta-se o espectro de frequências da tensão e corrente numa fase em regime permanente da máquina, nestas condições de funcionamento. Muitas componentes harmónicas de alta frequência tornam-se insignificantes mas até aos $10kHz$ a $15kHz$ é visível a relação com os harmónicos da tensão.

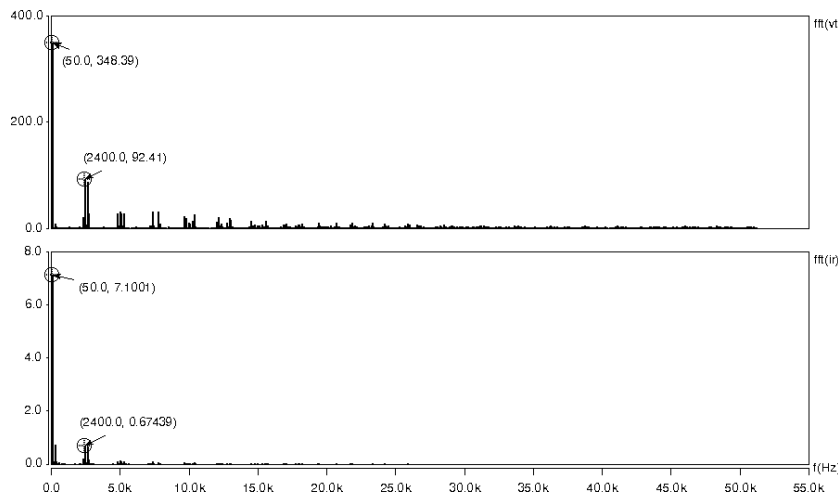


Figura 5.8: Espectro de frequências da tensão e corrente numa fase em regime permanente de uma máquina de indução com alimentação SV-PWM.

Sentindo que com estas simulações (e outras que não se incluíram neste trabalho por não se considerarem relevantes para o leitor) o modelo do conversor e as tensões por ele geradas estavam validadas. Deste modo, pode-se exportar as formas de onda da tensão composta para na ferramenta de elementos

finitos se estudar o comportamento interno da máquina quando sujeito às mesmas.

Antes disso porém, analisou-se a influência dos cabos de alimentação na forma de onda da tensão que chega aos terminais da máquina.

5.2.2 Cabos

Os cabos de ligação entre a máquina e o conversor podem e devem ser considerados nesta análise já que em muitas aplicações industriais o conversor e a máquina têm de estar separados, por vezes algumas dezenas de metros.

Devido à natureza distribuída da sua impedância os cabos suficientemente longos podem apresentar, em função do tempo de subida do pulso de tensão, da frequência de comutação e do comprimento do cabo, um comportamento igual ao de uma linha de transmissão onde surgem ondas de tensão incidente e reflectia [70]. É importante salientar que com os cada vez menores tempos de subida dos conversores modernos, um comprimento de cabo relativamente pequeno pode já apresentar este comportamento.

Os pulsos de tensões deslocam-se a uma velocidade aproximadamente igual a metade da velocidade da luz ($150 - 200m/\mu s$). Se um pulso de tensão demorar mais do que um terço do tempo de subida a percorrer o cabo, desde o inversor à máquina, ocorrerá uma reflexão total aos terminais desta e a amplitude da tensão irá aproximadamente duplicar [70].

Como se verificou pelo estudo do conversor a tensão gerada por este tem elevados gradientes de tensão dV/dt .

Analicamente este fenómeno pode ser tratado recorrendo a alguma teoria sobre o processo de reflexão. Assim os coeficientes de reflexão da carga (Γ_L) e da fonte (Γ_S) podem ser expressos por:

$$\begin{aligned}\Gamma_L &= \frac{R_L - Z_0}{R_L + Z_0} \\ \Gamma_S &= \frac{R_S - Z_0}{R_S + Z_0}\end{aligned}\tag{5.2}$$

onde R_L é a resistência da carga, R_S é a resistência da fonte, e Z_0 é a impedância característica do cabo

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L_c}{C_c}}\tag{5.3}$$

e L_c e C_c são respectivamente, a indutância e a capacidade por metro, características do cabo.

O tempo que o pulso leva a percorrer o cabo desde o inversor até ao motor pode ser calculado por

$$t_t = \frac{l_c}{v}\tag{5.4}$$

onde l_c é o comprimento do cabo e v é a velocidade do pulso dada por

$$v = \frac{1}{\sqrt{L_c \cdot C_c}}\tag{5.5}$$

Após o tempo t_t , a tensão de saída do inversor será reflectida nos terminais da máquina. E, após três ciclos de reflexão a tensão total de pico aos terminais da máquina será

$$V_{total} = \frac{3l_c V_{dc} \Gamma_L}{vt_r} + V_{dc} \quad \text{para } t_t < t_r/3 \quad (5.6)$$

$$V_{total} = V_{dc} \Gamma_L + V_{dc} \quad \text{para } t_t \geq t_r/3$$

O tempo de subida crítico pode ser obtido pela equação

$$t_r = \frac{3l_c \Gamma_L}{0,2v} \quad (5.7)$$

Pretendendo tratar o assunto em ambiente de simulação, estudaram-se modelos de cabos eléctricos que pudessem ser integrados no ambiente que estava a ser utilizado. O modelo de cabo mais amplamente utilizado por diferentes autores [70, 71, 72] utiliza o modelo em π , figura 5.9. Modelo este facilmente implementável.

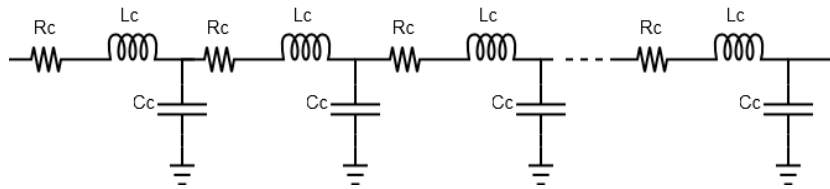


Figura 5.9: Modelo em π de um cabo eléctrico.

Recorrendo a este modelo efectuou-se a simulação de um cabo com 30m de comprimento e uma impedância característica por metro: $R_c = 20m\Omega/m$, $L_c = 1.18\mu H/m$ e $C_c = 32.8pF/m$, alimentado por um pulso de tensão com amplitude de 600V e um tempo de subida $t_r = 0.1\mu s$. Na figura 5.10 são apresentadas as tensões de entrada e de saída do cabo para essa simulação.

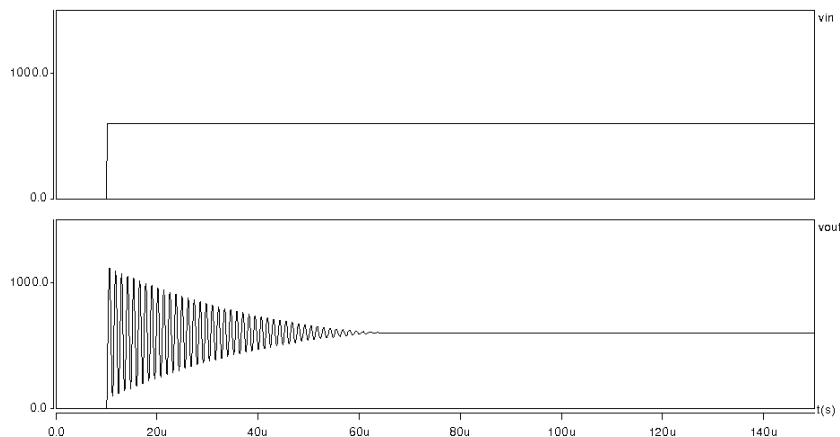


Figura 5.10: Tensão de entrada e saída de um cabo eléctrico alimentado com um pulso de tensão.

Confirma-se o pressuposto inicial de que a amplitude da tensão iria aproximadamente duplicar.

Este mesmo modelo de cabo foi incluído na simulação global do sistema de accionamento (figura 5.1) para se verificar o efeito dos cabos eléctricos na tensão modulada do conversor. Obteve-se o resultado apresentado na figura 5.11. Chama-se a atenção para o facto da tensão de saída estar representada numa escala que é o dobro da escala da tensão de entrada.

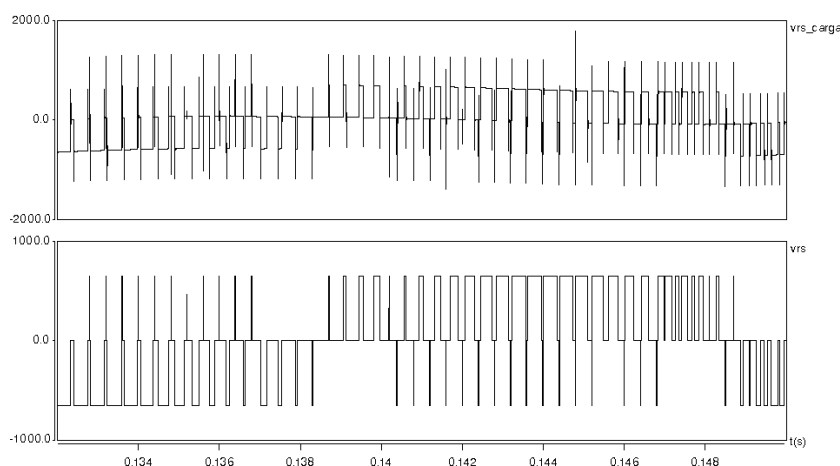


Figura 5.11: Tensão à saída e à entrada de um cabo eléctrico alimentado por uma tensão PWM.

A figura 5.12 permite a observação de que em cada transição da tensão o fenómeno se reproduz, independentemente de o gradiente ser positivo ou negativo.

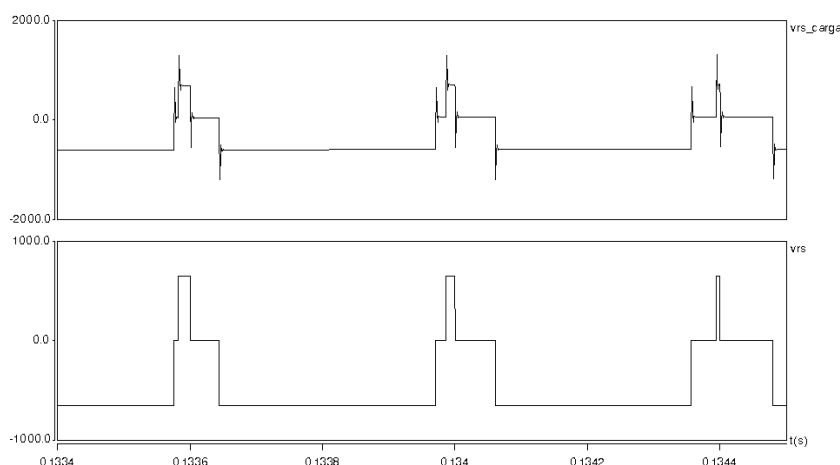


Figura 5.12: Tensão à saída e à entrada de um cabo eléctrico alimentado por uma tensão PWM.

Por forma a minimizar as sobre-tensões originadas pela reflexão podem ser implementados diferentes tipos de soluções, umas mais simples que outras.

A mais simples consiste na introdução de uma indutância em série com o conversor e o motor. Esta indutância limita a corrente, filtra a tensão PWM e reduz o ruído eléctrico. Contudo, dada a elevada indutância necessária, afecta o desempenho dinâmico do conjunto, é volumosa e cara comparativamente com outras soluções.

Uma segunda solução é o reforço do isolamento dos enrolamentos da máquina. Esta é uma solução com muitas fragilidades e dependente ainda de alguns desenvolvimentos na área dos isolantes.

De todas, a mais eficaz consiste na implementação de filtragem [72]. A filtragem pode utilizar diversas topologias e ser implementada do lado do inversor ou da máquina.

Caso se pretenda uma filtragem do lado da máquina, um filtro RC de primeira ordem é suficiente, figura 5.13.

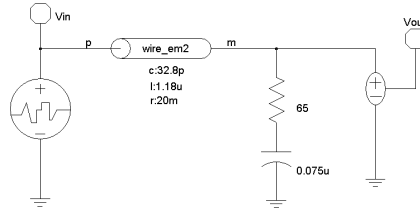


Figura 5.13: Filtro RC para redução de sobre-tensões.

Este filtro será responsável por eliminar as tensões reflectidas. Assim, para que o primeiro pulso reflectido seja filtrado é condição necessária e suficiente que $R_f = Z_0$. O condensador C_f , será calculado por forma a limitar a sobre-tensão máxima.

$$C_f = -\frac{l\sqrt{L_c C_c}}{Z_0 \ln(1-a)} \quad (5.8)$$

onde a é a percentagem máxima de sobre-tensão pretendida.

Dimensionou-se um filtro deste tipo para o cabo que vem sendo utilizado, admitiu-se uma sobretensão máxima de 20% e obteve-se: $R_f = 65\Omega$ e $C_f = 0,075\mu F$. Na simulação obteve-se o resultado apresentado na figura 5.14. É perfeitamente visível o efeito de atenuação do filtro introduzido, sobre-tensão menor ou igual a 20%.

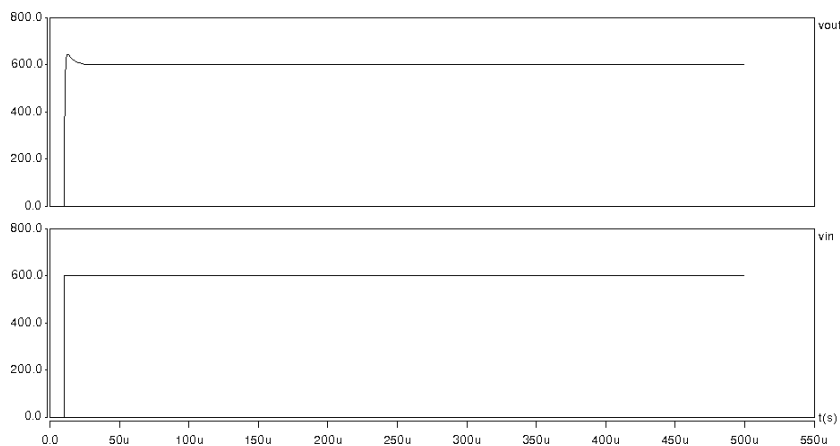


Figura 5.14: Tensão de saída e entrada de um cabo eléctrico alimentado com um pulso de tensão e filtro RC na saída.

Para executar a filtragem do lado do inversor é necessário um filtro passa-baixo do tipo RLC. A indutância L_f é ligada em série com o inversor e o cabo, a malha $R_c C_c$ é ligada à massa, figura 5.15.

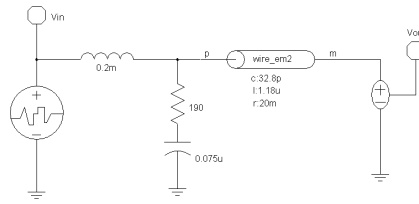


Figura 5.15: Filtro RLC para redução de sobre-tensões.

Para o dimensionamento dos elementos do filtro deve atender-se às seguintes equações:

$$C_f \geq l_c \times 3V_{pulso} - 10 \quad (5.9)$$

$$\sqrt{L_f C_f} \geq t_r \quad (5.10)$$

$$R_f \geq \sqrt{\frac{4L_f}{C_f}} \quad (5.11)$$

Dimensionou-se também um filtro deste tipo para o mesmo cabo, admitiu-se a mesma sobretensão máxima de 20% e obteve-se: $L_f = 0,2mH$, $R_f = 190\Omega$ e $C_f = 0,075\mu F$. A figura 5.16 mostra o resultado da simulação, após a introdução do filtro RLC na entrada do cabo. Também aqui é visível o efeito de atenuação do filtro introduzido.

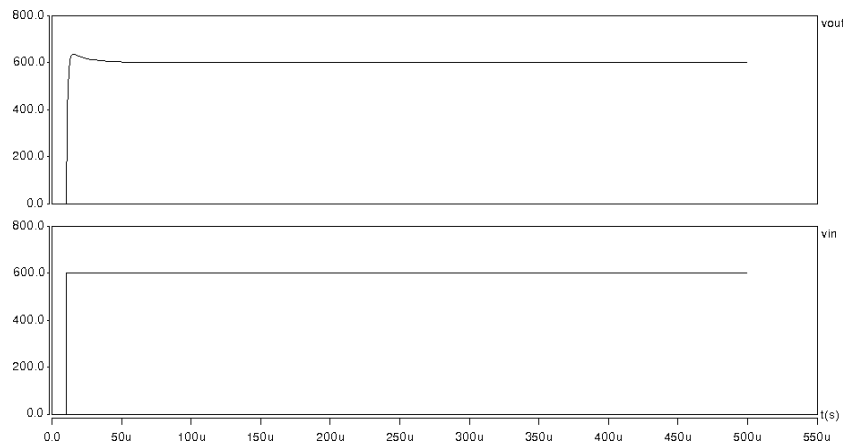


Figura 5.16: Tensão de entrada e saída de um cabo eléctrico alimentado com um pulso de tensão e filtro RLC na entrada.

5.2.3 Máquina de indução

Tal como já se teve oportunidade de referir as ferramentas de elementos finitos não são ferramentas de “verdadeiro” projecto de máquinas eléctricas, mas antes ferramentas de optimização. Isto porque são ferramentas de simulação de funcionamento. Então, será necessário numa primeira fase dimensionar-se a máquina recorrendo ao método analítico e depois de dimensionada deverá ser optimizada na ferramenta de elementos finitos.

A colaboração entre o autor, a faculdade de engenharia e a WEGeuro vem de projectos anteriores de longa data. Esta colaboração permitiu o acesso a

muitos dados normalmente inacessíveis, e que fazem parte do *know-how* da empresa. Isto permitiu que várias das máquinas simuladas neste trabalho fossem máquinas já construídas e ensaiadas pela empresa.

No que diz respeito ao dimensionamento da máquina de indução começa-se, então, por utilizar o *software* de projecto proprietária deste construtor de máquinas eléctricas.¹ Após este processo e na posse de todos os dados relativos a dimensões e propriedades dos materiais utilizados passa-se ao estudo e optimização da máquina através da ferramenta de elementos finitos.

Em termos de geometria utiliza-se apenas a representação de um pólo eléctrico da máquina por existir simetria polar. Esta redução do domínio a um pólo permite reduzir o esforço computacional em 75%, sem prejuízo dos resultados finais.

Pretendendo-se caracterizar o comportamento da máquina de indução com diferentes tipos de tensão de alimentação e em especial com alimentação por conversores estáticos de potência, fez-se um conjunto de simulações em diferentes máquinas, alimentadas por diferentes tensões, nomeadamente, sinusoidal, de onda quadrada e SV-PWM de $1kHz$.

O estudo começou com uma máquina de baixa potência, cuja geometria se apresenta na figura 5.17,

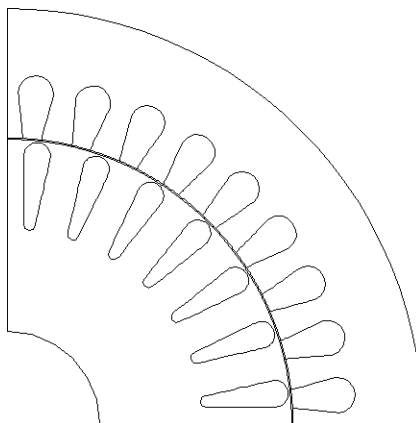


Figura 5.17: Representação de um pólo de uma máquina de indução de 4kW.

com as seguintes características:

Eléctricas

Pólos: 4
Potência Nominal: $4kW$
Fases: 3
Tensão: $380V$
Frequência: $50Hz$
Velocidade Nominal: $1459rpm$
Deslismo Nominal: 2.73%

¹O autor estudou profundamente esta ferramenta no âmbito do seu Mestrado. Nesta fase acabou por contribuir com mais alguns melhoramentos ao nível da interface gráfica, mas cujos pormenores não se aprofundam por se achar ter pouca relevância para este estudo.

Mecânicas

Ranhuras do estator: 36

Ranhuras do rotor: 28

Comprimento do circuito magnético: 145mm

Enrolamento do estator

Material: Cobre

Camadas: 1

Voltas: 44

Ligação: em estrela

Enrolamento do rotor

Gaiola de Esquilo

Material: Alumínio

Como não é possível arrancar uma máquina, sem controlo, com uma onda quadrada de 50Hz, devido à forte amplitude harmónica, nomeadamente do terceiro e quinto harmónicos, teve-se que baixar a frequência de alimentação das simulações para 1,5Hz. Para a máquina se manter devidamente magnetizada a tensão foi reduzida na proporção de $V/f = const$. A velocidade de rotação será portanto de $\approx 45rpm$.

Na figura 5.18 apresenta-se a curva de velocidade e binário com alimentação sinusoidal. O andamento destas curvas é o esperado, e segue um comportamento conhecido. O binário final é reduzido porque a máquina é simulada em condições de vazio.

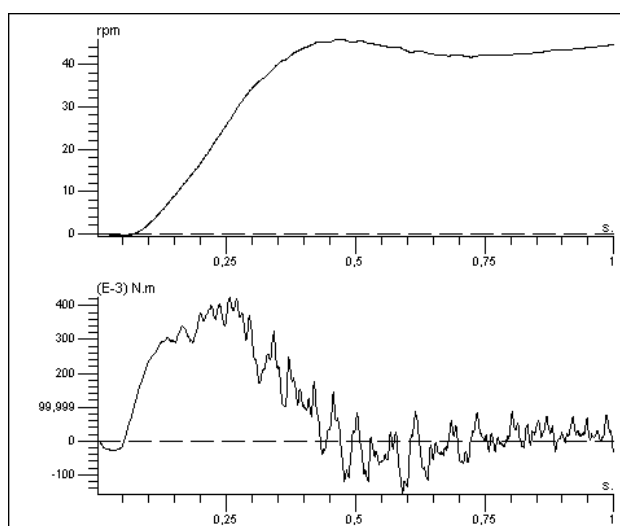


Figura 5.18: Velocidade e binário com alimentação sinusoidal.

Como se trabalha com uma geometria correspondente a 1/4 da geometria da máquina, neste gráfico e em futuros, o binário representado corresponde a 1/4 do binário total da máquina. Assim as leituras dos valores do gráfico

devem ser multiplicadas por 4. Chama-se a atenção que no caso da velocidade esta regra não se aplica já que a redução da geometria não afecta a determinação desta grandeza.

A figura 5.19 representa as formas de onda da tensão e corrente no estator durante o arranque. A amplitude da tensão reflecte a proporcionalidade da relação $V/f = \text{const}$ e a redução da geometria a $1/4$.

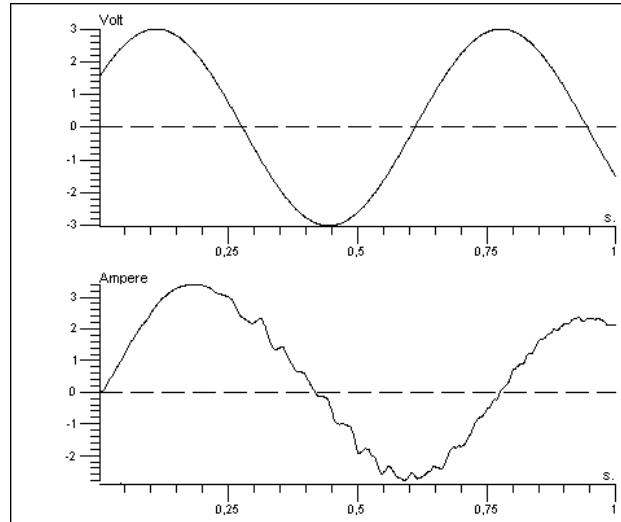


Figura 5.19: Tensão e corrente no estator de arranque com alimentação sinusoidal.

Em regime permanente (figura 5.20) a corrente do estator tem uma forma sinusoidal, apresenta contudo alguma distorção devida às não linearidades da máquina. Como se comprova pela análise espectral as componentes harmónicas não são relevantes.

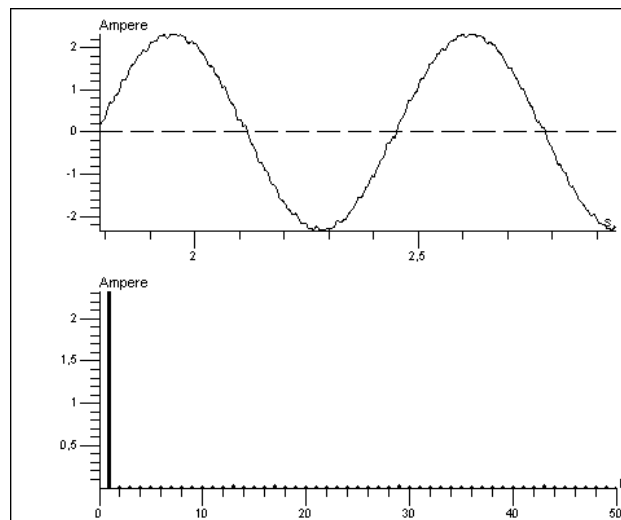


Figura 5.20: Corrente no estator com alimentação sinusoidal em regime permanente.

Como a máquina é alimentada a baixa frequência e tensão a corrente de arranque sobe pouco (duas vezes) relativamente ao regime permanente.

Corrente de arranque máxima de 3,4A e corrente em regime permanente (vazio) de 1,6A. A leitura da corrente é directa pois a tensão de alimentação e a resistência dos circuitos estão ajustadas à redução da geometria.

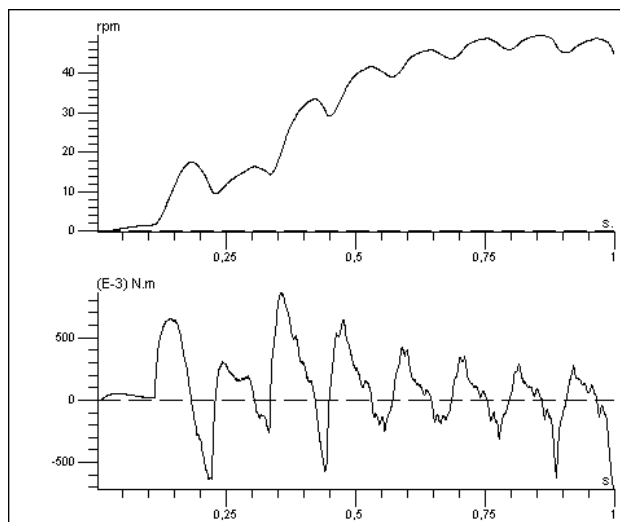


Figura 5.21: Velocidade e binário com alimentação em onda quadrada.

A tensão de alimentação em onda quadrada, corresponde à tensão de saída “básica” de um inversor de tensão, apresentando uma distorção harmónica bastante elevada. Muitas vezes a qualidade de diferentes técnicas de modelação de largura de impulso é medida por comparação com esta forma de onda, podendo dizer-se que representa o limite máximo de distorção harmónica introduzido por conversores. Está-se portanto a simular uma situação limite.

A figura 5.21 mostra as curvas de velocidade e binário para uma alimentação de onda quadrada cuja fundamental tem amplitude e frequência iguais à tensão sinusoidal anteriormente simulada.

Podem observar-se oscilações relevantes na velocidade e binário, introduzidas pelas componentes harmónicas da tensão. Estas componentes harmónicas da tensão têm influência directa sobre a velocidade da máquina, e sobre o binário pelos harmónicos de corrente gerados.

As figuras 5.22 e 5.23 representam a tensão e a corrente do estator durante o arranque e em regime permanente, respectivamente.

Observando a forma de onda da corrente no arranque verifica-se que esta tem um valor máximo de 5,8A que é três vezes superior ao regime permanente 1,8A.

Por observação das formas de onda percebe-se a existência de uma forte componente harmónica, tanto no arranque como em regime permanente. Pela análise espectral estas podem ser quantificadas, nomeadamente, o quinto e sétimo harmónicos da corrente valem aproximadamente um quinto da componente fundamental. Os harmónicos múltiplos de três são nulos, o que seria de esperar já que na tensão de onda quadrada eles não existem. Registe-se que quando a alimentação passa de sinusoidal a onda quadrada a corrente

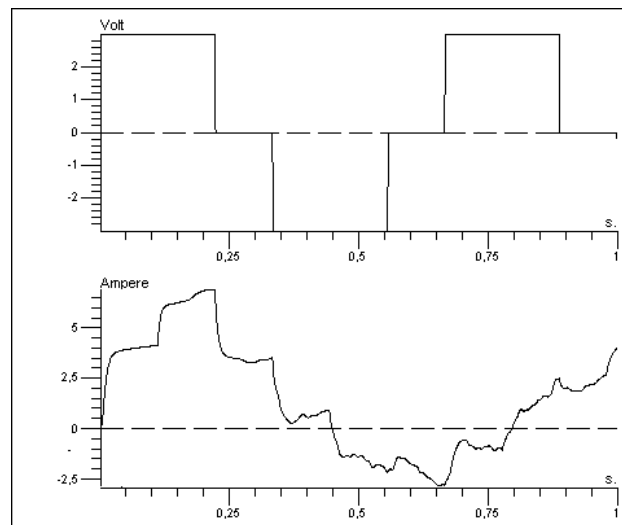


Figura 5.22: Tensão e corrente do estator no arranque com alimentação em onda quadrada.

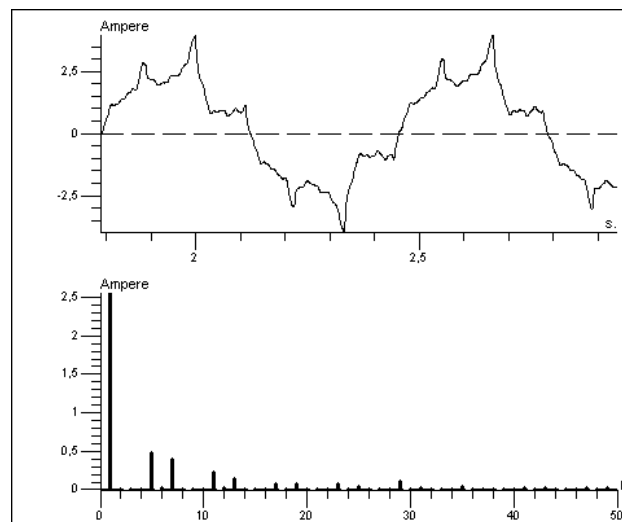


Figura 5.23: Corrente no estator em regime permanente com alimentação em onda quadrada.

em regime permanente sobe 8,7% enquanto que o valor máximo no arranque sobe 71%.

As componentes harmónicas da tensão e corrente além de criarem oscilações indesejáveis são responsáveis pelo aumento, significativo, da potência de perdas no cobre (estator e rotor) e no ferro.

Esta é uma questão de suma importância para as máquinas eléctricas já que o aumento das perdas traduz-se em perda de rendimento, diminuição do tempo de vida da máquina e em muitos casos levam à destruição da mesma. Não sendo um domínio de fácil caracterização analítica e estando ligado ao accionamento por conversores é ainda um assunto mal dominado, e pelos fabricantes de máquinas também, que tendencialmente resolvem o problema com o sobre-dimensionamento (*Overrating*) da máquina. Por diversos factores, nomeadamente os económicos, esta não é uma solução que agrada a

ninguém.

O conhecimento dos fenômenos eléctricos e magnéticos participantes no funcionamento da máquina de indução, permite que se identifiquem as seguintes perdas:

- Perdas por efeito de Joule nos enrolamentos do estator e do rotor;
- Perdas por correntes induzidas nas chapas magnéticas;
- Perdas magnéticas por histerese;
- Perdas mecânicas por atrito e ventilação.

As perdas por efeito de Joule são normalmente designadas por perdas no cobre e as perdas nas chapas mais as magnéticas são chamadas de perdas no ferro. Todas as perdas, com excepção das perdas por ventilação, são responsáveis pela produção de calor, o que provoca um aquecimento global da máquina.

A potência de perdas no cobre em enrolamentos de fio pode ser determinada, desprezando o efeito pelicular, aplicando a lei de Joule a cada uma das componentes harmónicas da corrente:

$$P_J = \sum_{i=1}^n R I_n^2 \quad (5.12)$$

Nos casos em que se utilizem barras o *software* de elementos finitos determina a distribuição da densidade de corrente nas mesmas, incluindo o efeito pelicular. A potência de perdas poderá então ser determinada, no pós-processamento [46], por resolução da equação

$$P_J = l \iint_S \rho J^2 dS \quad (5.13)$$

onde l é o comprimento da barra e J é a densidade de corrente.

As perdas no ferro são normalmente de mais difícil determinação pois requerem o conhecimento com rigor da distribuição da indução magnética da máquina. Numa simulação de elementos finitos essa indução é calculada para cada nó da mecha de elementos. Assim, as perdas no ferro são calculadas, em pós-processamento [46, 57, 73, 74], pela equação

$$\begin{aligned} \frac{1}{T} \int_0^T dP_F dt = & k_h B_m^2 f k_f + \\ & + \frac{1}{T} \int_0^T \left(\sigma \frac{d^2}{12} \left(\frac{dB(t)}{dt} \right)^2 + k_e \left(\frac{dB(t)}{dt} \right)^{3/2} \right) k_f dt \end{aligned} \quad (5.14)$$

onde B_m é a indução máxima no nó em questão, f é a frequência, σ é a condutividade, d é a espessura das chapas magnéticas, k_h é o coeficiente de perdas por histerese e k_e é o coeficiente de perdas por saturação (*excess*).

As figuras 5.24 e 5.25 mostram a potência de perdas no ferro do estator e do rotor, respectivamente, para as tensões de alimentação sinusoidal e de onda quadrada. Pelos motivos já anteriormente apresentados a leitura destas

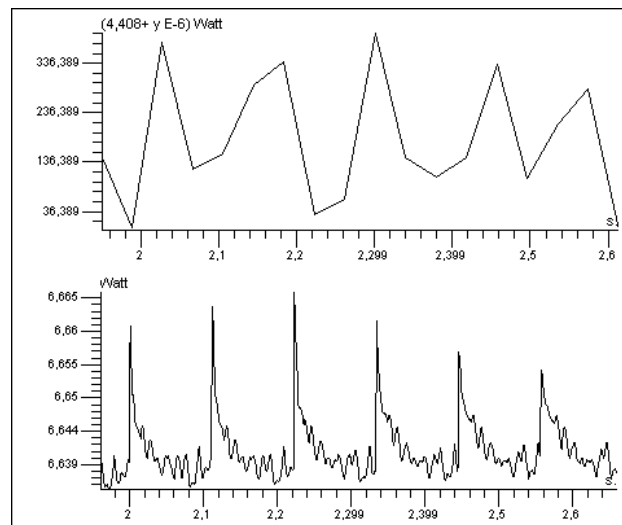


Figura 5.24: Potência de perdas no ferro do estator num ciclo da tensão de alimentação: sinusoidal e onda quadrada.

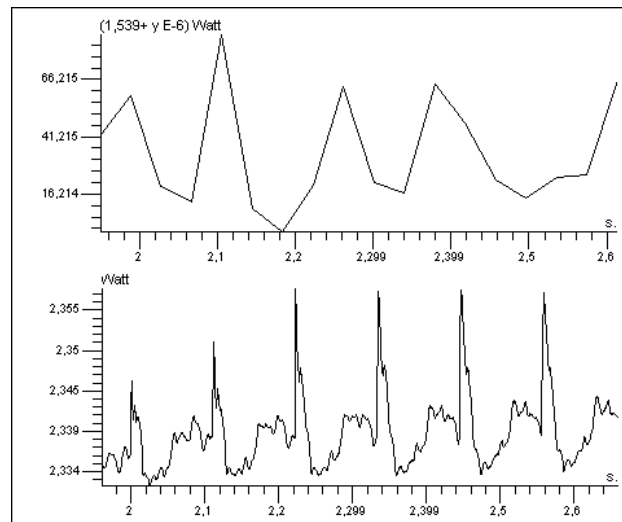


Figura 5.25: Potência de perdas no ferro do rotor num ciclo da tensão de alimentação: sinusoidal e onda quadrada.

grandezas deve ser multiplicada por 4. Estes resultados confirmam o aumento de perdas esperado.

A potência de perdas no ferro média (um ciclo da tensão de alimentação) no estator, em regime permanente sinusoidal, é de 17,6W. Com tensão de alimentação de onda quadrada é de 25,6W. No rotor em regime sinusoidal é de 6,2W e com onda quadrada de 9,4W. Em termos percentuais a potência de perdas no ferro do estator aumenta 46% e no ferro do rotor aumenta 52%. Comprova-se que o aumento da densidade de fluxo se traduz por maiores perdas no ferro.

Relacionando estes resultados com os da análise de fluxo, figuras 5.26 e 5.27, verifica-se que com a tensão de onda quadrada o rotor tem maior crescimento da densidade de fluxo do que o estator e é precisamente no rotor que o aumento da potência de perdas no ferro é maior.

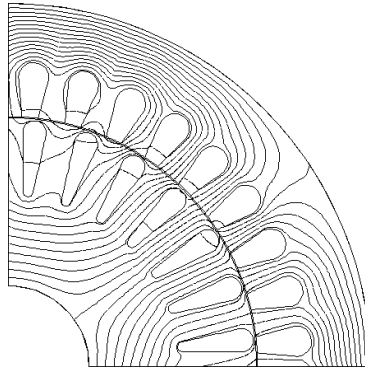


Figura 5.26: Linhas de fluxo para alimentação sinusoidal.

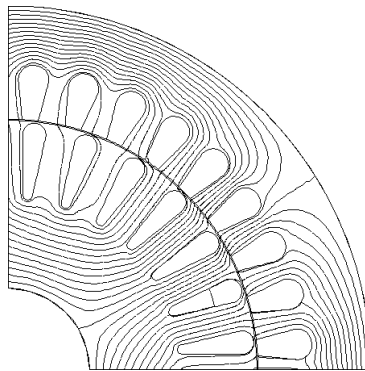


Figura 5.27: Linhas de fluxo para alimentação do inversor PWM.

Pretendendo estudar e otimizar o conjunto conversor/máquina de indução simulou-se um accionamento em regime de velocidade variável. Ou seja, simulou-se a máquina anterior a rodar a metade da velocidade nominal, com binário de carga nominal. E analisou-se o comportamento desta com alimentação sinusoidal e com uma tensão PWM de $1kHz$.

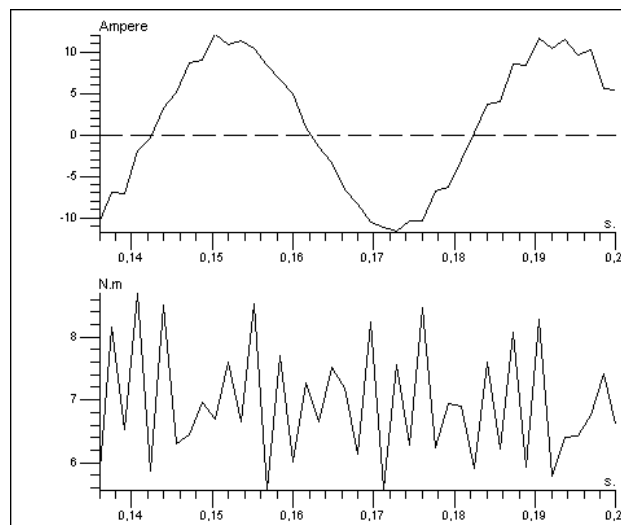


Figura 5.28: Corrente no estator e binário em regime permanente ($W_r = 709rpm$ e $T = T_n$), alimentação sinusoidal.

A figura 5.28, apresenta a corrente no estator e binário motor em regime permanente para alimentação sinusoidal.

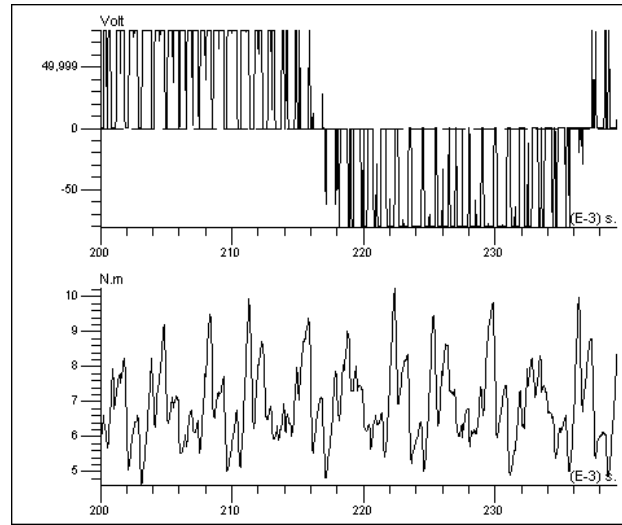


Figura 5.29: Tensão PWM e binário em regime permanente ($W_r = 709rpm$ e $T = T_n$).

Comparando a corrente, em regime permanente, com alimentação sinusoidal (figura 5.28), com a de onda quadrada (figura 5.23) e com a de PWM (figura 5.30), pode observar-se uma melhoria da qualidade da onda muito significativa quando se passa de onda quadrada para PWM. Os picos de corrente têm ainda alguma expressão mas comparativamente com a onda quadrada são substancialmente menores. A redução do conteúdo harmónico faz-se sentir no binário, que apresenta menor oscilação (*ripple*), ver figura 5.29. A melhoria do conteúdo harmónico influencia directamente a potência de perdas no ferro para melhor.

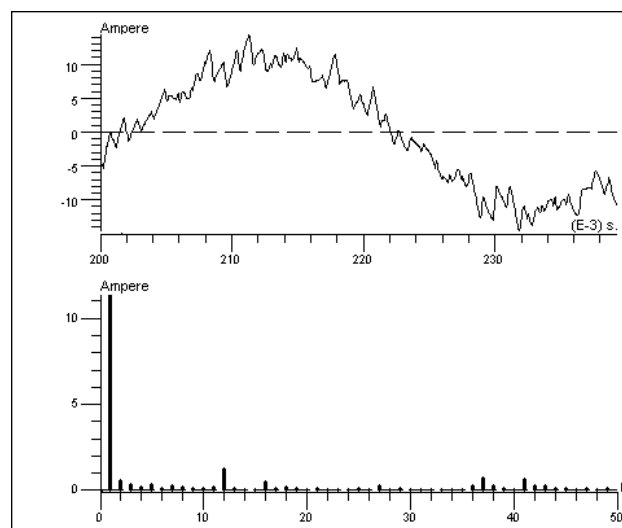


Figura 5.30: Corrente do estator em regime permanente ($W_r = 709rpm$ e $T = T_n$), alimentação PWM.

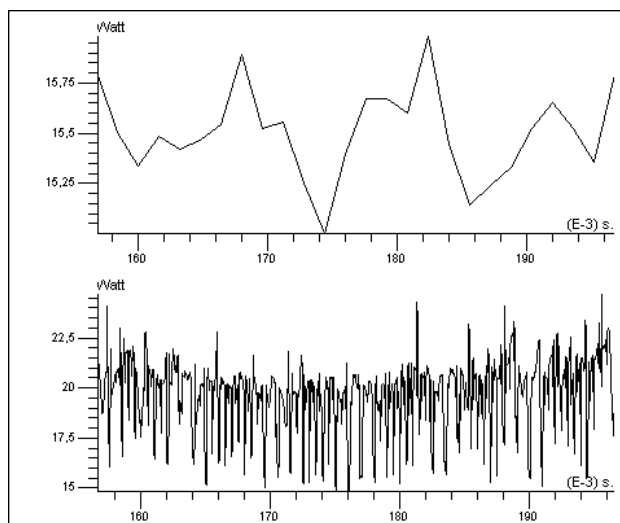


Figura 5.31: Potência de perdas no ferro do estator num ciclo da tensão de alimentação: sinusoidal e PWM $1kHz$ (máquina $4kW$).

Neste caso a potência de perdas no ferro média no estator (figura 5.31), em regime de carga nominal e alimentação sinusoidal, é de $62W$ e com tensão de alimentação PWM é de $79,3W$. No rotor (figura 5.32) em regime sinusoidal é de $20,8W$ e com PWM de $49,6W$. Comparando igualmente em termos percentuais, a potência de perdas no ferro do estator aumenta 28% e no ferro do rotor aumenta 139% .

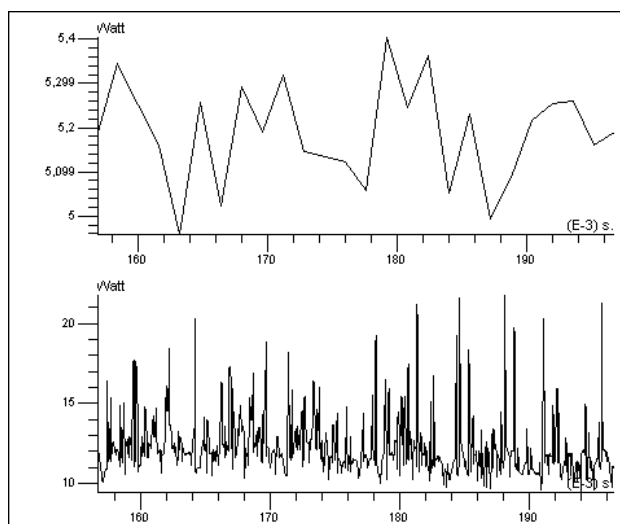


Figura 5.32: Potência de perdas no ferro do rotor num ciclo da tensão de alimentação: sinusoidal e PWM $1kHz$ (máquina $4kW$).

Para este ponto de funcionamento a máquina é alimentada com tensão e frequência superiores aos casos anteriores, assim sendo, era esperado que a potência de perdas no ferro fosse superior. Em termos absolutos, a simulação permite verificar e quantificar o crescimento esperado.

Observando as percentagens de crescimento da potência de perdas no ferro, para as simulações realizadas verifica-se que as perdas no estator cres-

cem menos enquanto que as perdas no rotor crescem mais. O menor crescimento da potência de perdas no estator deve-se ao facto de a onda de tensão PWM ter um conteúdo harmónico melhor que a onda quadrada. O maior crescimento da potência de perdas do rotor deve-se ao facto de a máquina estar a produzir binário pelo que a indução no rotor é muito superior e consequentemente as perdas específicas do ferro também. Reflectem-se assim duas características, conhecidas, das perdas magnéticas. Em primeiro lugar as perdas magnéticas não são constante, aumentando com a indução. Segundo, a correlação é exponencial.

Para completar este estudo apresenta-se os resultados das simulações realizadas com uma máquina de $145kW$, de rotor bobinado, cuja geometria se apresenta na figura 5.33,

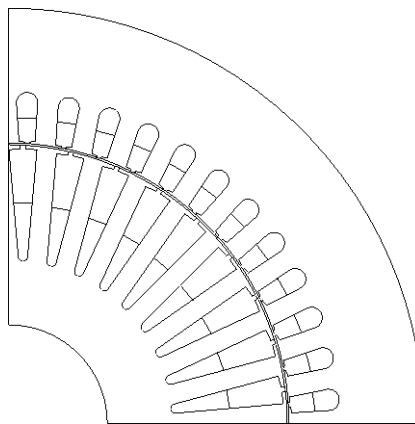


Figura 5.33: Representação de um pólo de uma máquina de indução de $145kW$.

com as seguintes características:

Eléctricas

Pólos: 4
Potência Nominal: $145kW$
Fases: 3
Tensão: $400V$
Frequência: $50Hz$
Velocidade Nominal: $1488rpm$
Deslismo Nominal: $0,8\%$

Mecânicas

Ranuras do estator: 48
Ranuras do rotor: 36
Comprimento do circuito magnético: $405mm$

Enrolamento do estator

Material: Cobre
Camadas: 2

Voltas: 8
Ligação: em estrela

Enrolamento do rotor

Material: Cobre
Camadas: 2
Voltas: 10
Ligação: em curto-circuito

Começou-se por alimentar a máquina com tensão sinusoidal e simular o arranque em vazio.

Na figura 5.34 apresentam-se as curvas de velocidade, binário, corrente no estator e corrente no rotor durante o arranque.

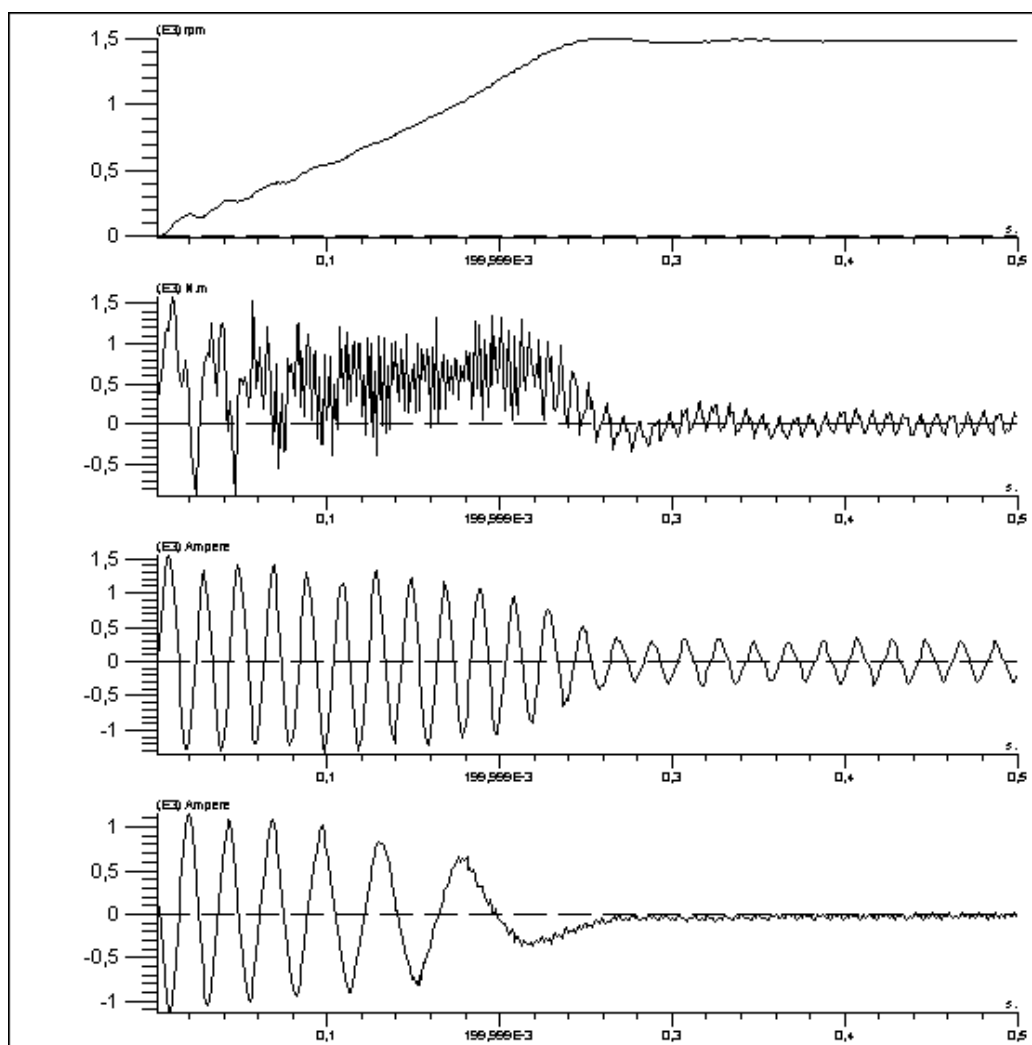


Figura 5.34: Velocidade, binário, corrente no estator e corrente no rotor durante o arranque com alimentação sinusoidal.

Optou-se por as representar em simultâneo pois desta forma facilita a visualização do conjunto das grandezas. Verifica-se que a máquina tem o comportamento esperado.

Da simulação em regime permanente nominal e alimentação sinusoidal apresenta-se na figura 5.35 a corrente no estator e o binário.

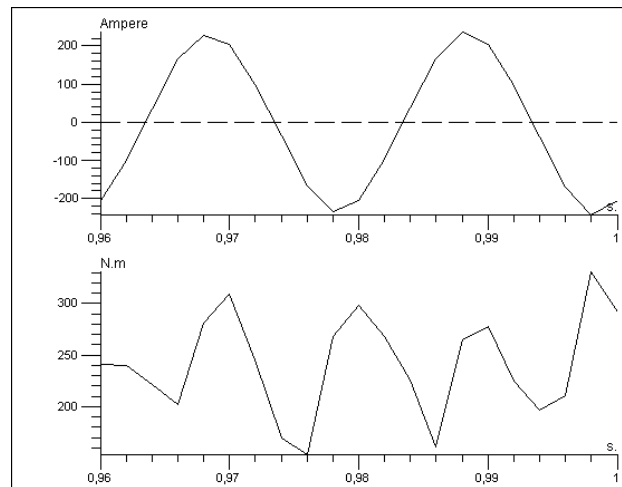


Figura 5.35: Corrente do estator e binário em regime permanente ($Wr = 1488rpm$ e $T = T_n$), alimentação sinusoidal.

Na figura 5.36 apresenta-se as curvas de tensão PWM e o correspondente binário em regime permanente.

Tal como na máquina de baixa potência pode-se verificar uma maior oscilação no binário motor introduzido por este tipo de tensão.

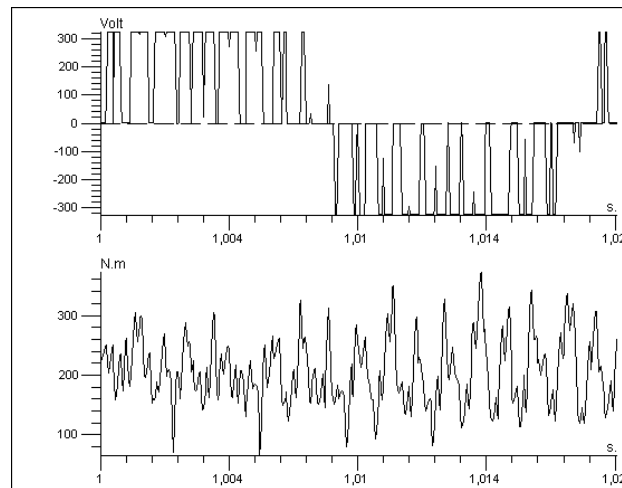


Figura 5.36: Tensão PWM e binário em regime permanente ($Wr = 1488rpm$ e $T = T_n$).

A figura 5.37 mostra a corrente no estator e o respectivo espectro de frequências. Quer por observação da forma de onda quer por observação do gráfico espectral os harmónicos da corrente são visíveis.

Sendo uma grandeza de especial relevância as perdas no ferro foram igualmente objecto de estudo nesta máquina.

A potência de perdas no ferro média no estator, em regime de carga nominal e alimentação sinusoidal, é de $1572W$ e com tensão de alimentação PWM é de $3636W$. No rotor em regime sinusoidal é de $1384W$ e com PWM de

3488W. Comparando também em termos percentuais, a potência de perdas no ferro do estator aumenta 131% e no ferro do rotor aumenta 152%.

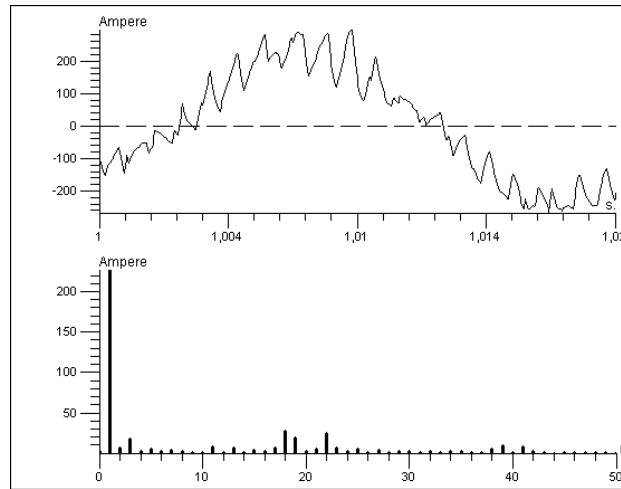


Figura 5.37: Corrente no estator em regime permanente ($Wr = 1488rpm$ e $T = T_n$), alimentação PWM.

Nas figuras 5.38 e 5.39 apresenta-se a potência de perdas no ferro do estator e do rotor, respectivamente, para as tensões de alimentação sinusoidal e PWM da máquina de 145kW

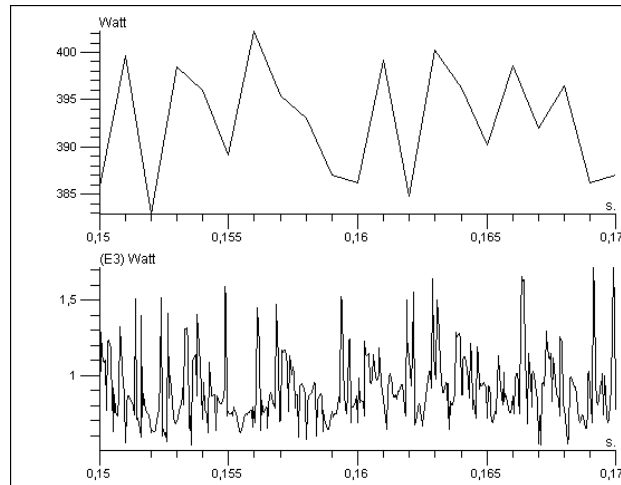


Figura 5.38: Potência de perdas no ferro do estator num ciclo da tensão de alimentação: sinusoidal e PWM 1kHz (máquina 145kW).

Verifica-se uma aproximação entre a potência de perdas do estator e do rotor, justificável pela geometria da máquina que neste caso apresenta volumes mais aproximados para o rotor e para o estator. Em termos de taxas de crescimento as perdas no estator cresceram bastante mais do que na máquina de 4kW. Esta diferença deve-se ao facto de a máquina de maior potência ter, proporcionalmente, maior indução no estator. O crescimento da potência de perdas no rotor está em concordância com a de baixa potência, embora e pelos mesmos motivos que no estator seja ligeiramente superior.

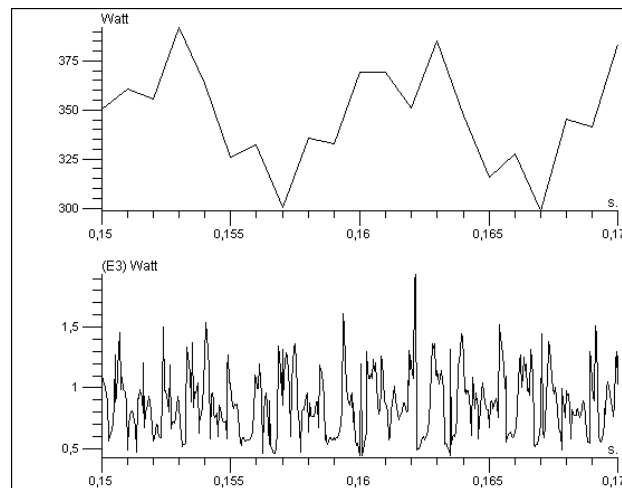


Figura 5.39: Potência de perdas no ferro do rotor num ciclo da tensão de alimentação: sinusoidal e PWM $1kHz$ (máquina $145kW$).

5.3 Conclusões

Este capítulo apresenta uma metodologia de projecto integrado de máquinas eléctricas de indução/conversores estáticos de potência. Os resultados da aplicação dessa metodologia ao estudo de duas máquina em gamas de potência bem distantes são apresentados como elementos de análise.

Começa por apresentar os fundamentos motivadores desta metodologia focando os pontos mais sensíveis do conjunto e desta forma indicando os pontos a analisar. Faz também uma referência a trabalhos/estudos que se realizaram nesta área.

Baseado no modelo de conversor utilizado é feito um estudo das tensões geradas por este, apresentando os resultados que à partida e em termos teóricos se tinham como relevantes para uma análise integrada com a máquina de indução. Neste ponto foi importante gerar uma forma de onda com características em tudo iguais à tensão real produzida por este tipo de conversor. Com essa garantia foi possível registar-se a sua forma de onda e principalmente o conteúdo harmónico desta e por consequência da corrente. Revelou-se assim, que a utilização dos conversores estáticos de potência introduz novas condições ao dimensionamento da máquina de indução.

O modelo de conversor proposto toma em consideração os semicondutores de potência, nomeadamente os seus tempos de comutação e as resistências em condução e em corte. Deste modo, permite uma análise de diferentes condições de funcionamento, mais próximas da realidade.

Na ligação dos conversores à máquina eléctrica são utilizados cabos eléctricos e a sua influência no sistema é comumente negligenciada. A caracterização deste elemento revelou que a sua influência em determinadas condições de aplicação não pode ser negligenciada, condições estas muito comuns em sistemas de produção de energia renovável, nomeadamente a eólica. Verificou-se que os cabos eléctricos apresentam uma impedância distribuída que lhes confere características de uma linha de transmissão, neste domínio de apli-

cação. Estas características, em função do tempo de subida da tensão gerada pelo conversor e do comprimento do cabo de ligação, originam sobre-tensões aos terminais da máquina por fenómenos de reflexão da onda de tensão.

Apresentam-se e validam-se algumas técnicas que permitem minimizar a influência do cabo nestas condições de operação.

Partindo de duas máquinas conhecidas que foram construídas com base num projecto standard procedeu-se à sua análise por aplicação da metodologia integrada. Para o efeito as máquinas foram modelizadas numa ferramenta de elementos finitos e analisadas em condições de alimentação sinusoidal e PWM gerado pelo modelo de conversor desenvolvido.

Caracterizam-se as máquinas nestas condições e registam-se as grandezas mais sensíveis às novas condições de alimentação e que em maior medida influenciam o desempenho da máquina. Em particular, conclui-se que quando a alimentação é gerada pelo inversor de tensão há um aumento da densidade de fluxo, especialmente no rotor. Observaram-se igualmente oscilações na curva de velocidade e de binário, e a corrente no estator apresenta elevado conteúdo harmónico. As perdas no cobre e no ferro são superiores.

Com esta metodologia consegue-se caracterizar e quantificar as perdas na máquina para uma alimentação não sinusoidal, grandezas de difícil caracterização e potenciadoras da destruição da máquina a curto prazo ou, a longo prazo, da diminuição do tempo de vida desta.

Todos estes resultados confirmam a necessidade do estabelecimento de uma metodologia de projecto do conversor de potência e da máquina eléctrica que os projecte de forma integrada. Os métodos desenvolvidos permitem analisar o desempenho da máquina num quadro operacional que corresponde às necessidades actuais dos sistemas de velocidade variável baseados em semicondutores de potência, nomeadamente, nos sistemas de produção de energia eléctrica de fontes renováveis onde estes são por necessidade tecnológica sempre utilizados.

Os indicadores de desempenho obtidos permitem que se estabeleçam condições de optimização futura da máquina de indução. Em especial, a caracterização precisa das perdas na máquina é conseguida sem recurso a factores empíricos e considerando a distribuição da indução magnética nas chapas da máquina, permitindo conhecer com precisão o rendimento do conjunto e projectar uma utilização optimizada destes materiais.

A melhor caracterização da potência de perdas reflecte-se num mais eficiente dimensionamento térmico da máquina, que pode ser feito também com recurso a esta ferramenta. Por outro lado, o projecto eléctrico da máquina pode ser ajustado na exacta medida necessária reduzindo o sobre-dimensionamento (*overrating*) da máquina, com todas as vantagens daí resultantes.

Capítulo 6

Conclusões

Os sistemas de accionamento de velocidade variável com máquinas de indução têm registado uma aplicação crescente, sendo a sua utilização prática comum na indústria. Têm ganho cota significativa de mercado em aplicações domésticas e na produção de energia eléctrica. O actual estado da arte permite oferecer soluções de baixo custo com elevados rendimentos e reduzida manutenção, factores chave para a boa aceitação por parte do mercado.

A melhoria no desempenho deve-se essencialmente aos avanços da electrónica de potência, nomeadamente ao desenvolvimento de semicondutores de potência cada vez mais rápidos. Estes desenvolvimentos abriram as portas à implementação de novas técnicas de controlo, ou de antigas até então não implementáveis. Comparativamente com estes, e apesar de ser peça fundamental do sistema, a tecnologia das máquinas eléctricas de indução não sofreu grandes evoluções. Registe-se o recurso a novos materiais, nomeadamente, magnéticos e isolantes.

O ponto de desenvolvimento em que se encontram as máquinas de indução está bem amadurecido e perfeitamente standardizado. Contudo, o accionamento por conversor estático de potência trás novos requisitos para a máquina. O desempenho desta é diferente quando a tensão de alimentação é gerada por um conversor ou quando é proveniente da rede eléctrica. Não estão em causa limitações tecnológicas e sim limitações imposta por uma construção standardizada, para uso genérico a tensão e frequência constantes. Assim, só uma concepção da máquina não standardizada a pensar numa utilização a velocidade variável com accionamento por conversor estático de potência pode dar a resposta. Este, é o passo seguinte no desenvolvimento da máquina de indução.

Livre das restrições impostas por um accionamento genérico a tensão e frequência constantes o projecto da máquina pode evoluir e ultrapassar as restrições de limitação de corrente e maximização do binário de arranque impostas a uma máquina com alimentação directa da rede. Sem estas restrições o número, a forma e o tamanho das ranhuras do estator e do rotor pode ser optimizada exclusivamente para minimizar a indutância de fugas e a resistência. A redução da indutância de fugas e resistência do rotor permitem aumentar o binário máximo e melhorar o factor de potência. Garantindo um controlo adequado é possível uma redução do tamanho da máquina sem

sacrificar a potência, ou de outra forma, maior potência para o mesmo tamanho.

Porém a utilização de conversores estáticos de potência não trás só vantagens, introduz também alguns novos problemas, como é o caso, de maiores perdas harmónicas, maior ruído electromagnético e elevados gradientes de tensão, diminuição da taxa de transferência de calor, entre outros. A solução para estes novos problemas não pode, nem deve, ser dada apenas pelos construtores de máquinas eléctricas porque isso torna a tarefa muito mais difícil e menos eficiente.

A análise centrada em cada um dos elementos separadamente dificulta o desenvolvimento de cada uma das partes e impede a optimização do sistema global. O sucesso está na compreensão colectiva dos diferentes elementos no que diz respeito ao dimensionamento, aplicação e integração no sistema.

A metodologia proposta nesta dissertação combina o projecto do conversor de potência a operar com condições de funcionamento reais, com o projecto de elementos finitos da máquina, de forma a optimizar a máquina e o funcionamento global do sistema. A simulação do conversor de potência utiliza modelos de semicondutores controlados por técnicas de modulação de largura de impulso (PWM), sinusoidais e vectoriais. As tensões geradas pelo conversor são usadas para alimentar a máquina na simulação por elementos finitos.

O modelo do conversor proposto leva em consideração os semicondutores de potência permitindo parametrizar os tempos de comutação de ligação e de corte, e as resistências em condução e em corte. Permite a análise de diferentes condições de funcionamento, mais aproximadas da realidade, implementando o controlo sob a forma de uma biblioteca exterior. Esta solução tem duas vantagens, a primeira, é que deste modo o código desenvolvido pode, facilmente, ser compilado para um micro-controlador ou processador digital de sinal e ser testado numa banca de ensaio. A segunda, é que facilita a utilização de diferentes técnicas de modulação de largura de impulso na mesma estrutura de conversor, bastando para o efeito utilizar uma biblioteca diferente.

As tensões PWM deslocam-se por cabos de ligação entre a máquina e o conversor. Estes apresentam uma impedância distribuída que lhes confere características de uma linha de transmissão. Estas características criam sobre-tensões aos terminais da máquina devido a um fenómeno de reflexão da onda de tensão. O fenómeno de reflexão depende do tempo de subida da tensão gerada pelo conversor e do comprimento do cabo de ligação.

Algumas técnicas permitem minimizar as sobre-tensões originadas pelo cabo. A mais simples consiste na introdução de uma indutância em série com o conversor e a máquina. Esta indutância limita a corrente, filtra a tensão PWM e reduz o ruído eléctrico. Contudo, afecta o desempenho dinâmico do conjunto, é volumosa e cara, comparativamente com outras soluções. O reforço do isolamento dos enrolamentos da máquina é outra das técnicas utilizadas, no entanto, apresenta alguma fragilidade dependendo ainda de desenvolvimentos na área dos isolantes. De todas, a que melhores resultados apresenta é a filtragem. A filtragem pode ser realizada do lado do inversor

ou da máquina e tem por objectivo eliminar as tensões reflectidas. Caso seja implementada do lado da máquina, um filtro RC de primeira ordem é suficiente. Se for implementada do lado do inversor é necessário um filtro passa-baixo do tipo RLC. A indutância é ligada em série com o inversor e o cabo e a malha RC é ligada à massa. A validade destas técnicas pôde ser testada em ambiente de simulação, tendo correspondido ao estudo teórico.

O método de projecto de máquinas de indução que tradicionalmente tem sido utilizado é baseado na análise do circuito magnético. Este método fornece todas as características electromagnéticas da máquina mas está fortemente dependente de factores empíricos onde a experiência adquirida é muito importante. Com novas exigências este método perde potencialidades. Não será, de todo, de descartar já que permite um dimensionamento muito eficiente mas deve ser complementado por novas ferramentas que complementem a concepção da máquina.

As ferramentas que têm por base métodos de elementos finitos são hoje em dia aceites pela indústria e pelo meio académico, tendo dado provas de qualidade. Têm uma fundamentação teórica conhecida, bem documentada e suficientemente testada para poder ser utilizada a este nível de estudo e projecto, com confiança. Com o método dos elementos finitos a distribuição de fluxo pode ser calculada directamente a partir da corrente sem factores empíricos e incluindo as propriedades dos materiais, a saturação, o efeito pelicular, a carga no veio, etc. . . .

Neste sentido a metodologia proposta foi aplicada ao estudo de algumas máquinas de indução. Cada uma das máquinas foi simulada para dois tipos de alimentação: directamente da rede eléctrica e a partir do conversor PWM. Quando a alimentação é gerada pelo inversor de tensão é evidente um aumento da densidade de fluxo, especialmente no rotor. Observam-se oscilações (*ripple*) na curva de velocidade e de binário. E a corrente no estator apresenta elevado conteúdo harmónico. As perdas no cobre e no ferro são superiores.

Sabendo-se que a corrente e indução no rotor são elevadas, que as perdas no cobre dependem do quadrado da corrente e que as perdas no ferro se correlacionam exponencialmente com a indução, percebe-se que esta é a região da máquina onde se verificam maiores variações nas perdas. Perceber estas relações é simples porém a sua quantificação não o é. O projecto integrado apresenta uma mais valia na quantificação e também comprova o comportamento não linear das perdas específicas do ferro.

O aumento das perdas leva ao aquecimento da máquina, podendo mesmo ser responsável pela destruição desta a curto prazo. E, garantidamente, a longo prazo pela diminuição do tempo de vida do isolamento dos enrolamentos. Os fabricantes de máquinas eléctricas conscientes deste facto, mas nem sempre capazes de o caracterizar convenientemente, recorrem ao sobre dimensionamento das máquinas, aumentando o seu custo e perdendo competitividade. Com a metodologia proposta é possível uma eficiente caracterização das perdas da máquina permitindo um dimensionamento optimizado, dentro dos limites de temperatura aconselháveis.

Analizando e conhecendo melhor os transitórios de corrente máxima, quando se acciona a máquina a velocidade variável pode optimizar-se o con-

versor, nomeadamente as protecções. Também aqui se verifica a mais valia do projecto integrado.

Todos estes resultados confirmam a necessidade do estabelecimento de uma metodologia de projecto do conversor de potência e da máquina eléctrica que os projecte de forma integrada. Os métodos desenvolvidos permitem analisar o desempenho da máquina num quadro operacional que corresponde às necessidades actuais dos sistemas de velocidade variável baseados em semicondutores de potência.

Os indicadores de desempenho obtidos, particularmente importantes em aplicações de velocidade variável e de produção de energia eléctrica, permitem que se estabeleçam condições de optimização da máquina de indução.

Em especial, a caracterização precisa das perdas na máquina, é conseguida sem recurso a factores empíricos e considerando a distribuição da indução magnética nas chapas da máquina, permitindo conhecer com precisão o rendimento do conjunto e projectar uma utilização optimizada destes materiais.

6.1 Desenvolvimentos Futuros

A análise do trabalho feito e das dificuldades sentidas permite apontar nesta fase algumas possibilidades de desenvolvimentos futuros.

Esta dissertação é baseada no comportamento das máquinas de indução projectadas e construídas de forma standardizada. A validação da metodologia defendida permite introduzir uma nova abordagem ao projecto de modo a projectar e construir novas máquinas de indução apropriadas e optimizadas para serem alimentadas a velocidade variável pelo recurso a semicondutores de potência, como ferramenta de projecto.

No actual contexto de desenvolvimento dos sistemas de accionamento de velocidade variável e em particular nos sistemas de produção de energia eléctrica de fontes renováveis, nomeadamente, de energia eólica, é pertinente utilizar a metodologia proposta na optimização destes sistemas.

Ao nível da máquina, podem ser testadas novas geometrias de ranhuras, dimensões de entreferro, novas chapas magnéticas e novas geometrias.

Pode centrar-se o estudo nos fenómenos sobre os enrolamento do estator, descrevendo no modelo os fios das bobinas, um por um, por forma a melhor caracterizar a distribuição de corrente e tensão, optimizando a sua distribuição na ranhura e reduzindo o risco de ruptura do isolamento.

Garantindo um controlo adequado é possível uma redução do tamanho da máquina sem sacrificar a potência, ou de outra forma, maior potência para o mesmo tamanho.

Bibliografia

- [1] Ion Boldea and Syed A. Nasar. *The Induction Machine Handbook*. CRC Press LLC, Boca Raton, Florida, USA, 2002.
- [2] E.L. Owen. History [origin of the inverter]. *IEEE Industry Applications Magazine*, 2(1):64–66, Jan.-Feb. 1996.
- [3] E.L. Owen. Inverter developments-role of textile industries. *IEEE Industry Applications Magazine*, pages 12–19, September/October 1997.
- [4] E.L. Owen. Harry ward leonard: Volts vs. ohms. *IEEE Industry Applications Magazine*, pages 61–62, March/April 1995.
- [5] Ahmet M. Hava. *Carrier Based PWM-VSI Drives in the Overmodulation Region*. PhD thesis, University of Wisconsin, Madison, USA, 1998.
- [6] Timothy L. Skaverenina. *The Power Electronics Handbook*. CRC Press LLC, Boca Raton, Florida, USA, 2002.
- [7] Gil Marques. *Controlo de Motores Eléctricos*, 1999. (não publicado).
- [8] Bimal K. Bose. *Power Electronics and Variable Frequency Drives*. IEEE Press, Piscataway, NJ, USA, 1997.
- [9] N. Mohan, T. Undeland, and W. Robbins. *Power Electronics: Converters, Applications, and Design*. John Wiley & Sons, New York, USA, 1995.
- [10] M.H. Rashid. *Power Electronics, Circuits, Devices, and Applications*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, USA, 1993.
- [11] Cyril W. Lander. *Power Electronics*. McGraw-Hill, Berkshire, England, 1993.
- [12] Subrata K. Mondal, Bimal K. Bose, Valentin Oleschuk, and J. O. P. Pinto. Space vector pulse width modulation of three-level inverter extending operation into overmodulation region. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 18(2):604–611, March 2003.
- [13] R. Sommer, A. Mertens ans C. Brunotte, and G. Trauth. Medium voltage drive system with npc three-level inverter using igbts. In *IEE Seminar - PWM Medium Voltage Drives*, May 2000.

- [14] L. M. Tolbert and F. Z. Peng. Multilevel converters for large electric drives. *IEEE Transactions on Industry Applications*, pages 35–36, 1999.
- [15] Nikolaus P. Schibli, Tung Nguyen, and Alfred C. Rufer. A three-phase multilevel converter for high-power induction motors. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 13(5):978–986, September 1998.
- [16] A. Nabae, I. Takahashi, and H. Akagi. A new neutral-point-clamped pwm inverter. *IEEE Transactions on Industry Applications*, pages 518–523, September/October 1981.
- [17] Jurgen K. Steinke and Peter K. Steimer. Medium voltage drive converter for industrial applications in the power range from 0.5mw to 5mw based on a three-level converter equipped with igcts. In *IEE Seminar - PWM Medium Voltage Drives*, May 2000.
- [18] P. K. Steimer, H. E. Gruning, J. Werninger, E. Carroll, S. Klaka, and S. Linder. Igct - a new emerging technology for high power, low cost inverters. *IEEE Industry Applications Magazine*, 5(4):12–18, 1999.
- [19] Nuno Silva. Controlo das potências activa e reactiva fornecidas à rede eléctrica por conversores cc/ac fontes de tensão. Master’s thesis, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Agosto 2004.
- [20] B. Kwon and B. Min. A fully software-controlled pwm rectifier with current link. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 40(3):355–363, June 1993.
- [21] Y. Sato and T. Kataoka. A current-type pwm rectifier with active damping function. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 32(3):533–541, May-June 1996.
- [22] S. Song, S. Kang, and N. Hahm. Implementation and control of grid connected ac-dc-ac power converter for variable speed wind energy conversion system. In *Proceedings of the 18th Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition, APEC '03*, volume 1, pages 154–158, 2003.
- [23] Z. Chen and E. Spooner. Wind turbine power converters: A comparative study. In *Power Electronics and Variable Speed drives*, number 456, pages 471–476, September 1998.
- [24] Dejan Schreiber. Applied designs of variable speed wind turbines and new approaches. Semikron International, www.semikron.com. (consultado em Outubro de 2003).
- [25] R. Wu, S.B. Dewan, and G.R. Slemon. A pwm ac-to-dc converter with fixed switching frequency. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 26(5):880–885, Sept.-Oct. 1990.

-
- [26] C.T. Pan and T.C. Chen. Modelling and analysis of a three phase pwm ac-dc convertor without current sensor. In *IEE Proceedings-Electric Power Applications*, volume 140, pages 201–208, May 1993.
- [27] Jong-Woo Choi and Seung-Ki Sul. Fast current controller in three-phase ac/dc boost converter using d-q axis crosscoupling. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 13(1):179–185, Jan. 1998.
- [28] P. Verdelho and G.D. Marques. Dc voltage control and stability analysis of pwm-voltage-type reversible rectifiers. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 45(2):263–273, April 1998.
- [29] M. Malinowski, M.P. Kazmierkowski, and A.M. Trzynadlowski. A comparative study of control techniques for pwm rectifiers in ac adjustable speed drives. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 18(6):1390–1396, Nov. 2003.
- [30] J. Holtz. Pulsewidth modulation - a survey. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 39(5):410–420, 1992.
- [31] Keliang Zhou and Danwei Wang. Relationship between space-vector modulation and three-phase carrier-based pwm: a comprehensive analysis [three-phase inverters]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 49(1):186–196, Feb. 2002.
- [32] J. Holtz, W. Lotzkat, and A.M. Khambadkone. On continuous control of pwm inverters in the overmodulation range including the six-step mode. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 8(4):546–553, Oct. 1993.
- [33] A.M. Hava, R.J. Kerkman, and T.A. Lipo. Carrier-based pwm-vsi overmodulation strategies: analysis, comparison, and design. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 13(4):674–689, July 1998.
- [34] F. Blaabjerg, J.K. Pedersen, and P. Thøgersen. Improved modulation techniques for pwm-vsi drives. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 44(1):87–95, Feb. 1997.
- [35] S.R. Bowes and Yen-Shin Lai. The relationship between space-vector modulation and regular-sampled pwm. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 44(5):670–679, Oct. 1997.
- [36] M.M. Bech, F. Blaabjerg, and J.K. Pedersen. Random modulation techniques with fixed switching frequency for three-phase power converters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 15(4):753–761, 2000.
- [37] D. Neacsu. Space vector modulation - an introduction. In *Proceedings of The 27th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, IECON '01*, volume 1, pages 1583–1592, 2001.

- [38] H.W. van der Broeck, H.C. Skudelny, and G.V. Stanke. Analysis and realization of a pulsewidth modulator based on voltage space vectors. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 24(1):142–150, Jan.-Feb. 1988.
- [39] J. Holtz. Pulsewidth modulation for electronic power conversion. In *Proceedings of the IEEE*, volume 82, pages 1194–1214, Aug. 1994.
- [40] Dae-Woong Chung, Joohn-Sheok Kim, and Seung-Ki Sul. Unified voltage modulation technique for real-time three-phase power conversion. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 34(2):374–380, March-April 1998.
- [41] Chern-Lin Chen, Che-Ming Lee, Rong-Jie Tu, and Guo-Kiang Horng. A novel simplified space-vector-modulated control scheme for three-phase switch-mode rectifier. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 46(3):512–516, June 1999.
- [42] Jang-Hyoun Youm and Bong-Hwan Kwon. An effective software implementation of the space-vector modulation. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 46(4):866–868, Aug. 1999.
- [43] M. Depenbrock. Direct self-control (dsc) of inverter-fed induction machine. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 3(4):420–429, 1988.
- [44] L.J. Segerlind. *Applied Finite Element analysis*. John Wiley and Sons, 1978.
- [45] Sheppard J. Salon. *Finite Element Analysis of Electrical Machines*. Kluwer Academic Publisher, Norwell, Massachusetts, USA, 1998.
- [46] Cedrat. *Flux2D users Guide*, 1998. (não publicado).
- [47] Chaiwat Choochuan. A survey of output filter topologies to minimize the impact of pwm inverter waveforms on three-phase ac induction motors. In *The 7th International Power Engineering Conference, IPEC 2005.*, page 544, 2005.
- [48] Considerations for the use of ac induction motors on variable frequency controllers in high performance applications. http://www.reliance.com/docs_onl/online_motor.htm. (consultado em Maio 2003).
- [49] Roger H. Daugherty and Carl H. Wennerstrom. Need for industry standards for ac induction motors intended for use with adjustable-frequency controllers. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 1991.
- [50] Joachim Holtz. Methods for speed sensorless control of ac drives. *IEEE Press Book*, 1996.
- [51] Bimal K. Bose. High performance control of induction motor drives. *IEEE Industrial Electronics Society Newsletter*, 45(3):7–11, Sept. 1998.

-
- [52] Z. M. Zhao, S. Meng, C. C. Chan, and E. W. C. Lo. A novel induction machine design suitable for inverter-driven variable speed systems. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 2000.
 - [53] C. Cester and A. Kedous-Lebouc. Iron loss under practical working conditions of a pwm powered induction motor. *IEEE Transactions on Magnetics*, 33(5):3766–3768, September 1997.
 - [54] E. Nicol Hildebrand and Hagen Roehrdanz. Losses in three-phase induction machines fed by pwm converter. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 2001.
 - [55] Carlos A. Hernandez-Aramburo, Tim C. Green, and Alexander C. Smith. Estimating rotational iron losses in an induction machine. *IEEE Transactions on Magnetics*, 39(6), November 2003.
 - [56] Jeong-Jong Lee, Hyuk Nam, Kyung-Ho Ha, Jung-Pyo Hong, and Don-Ha Hwang. Loss distribution of three-phase induction motor fed by pulsewidth-modulated inverter. *IEEE Transactions on Magnetics*, 40(2), March 2004.
 - [57] Oriano Bottauscio, Mario Chiampi, Alessandra Manzin, and Mauro Zucca. Additional losses in induction machines under synchronous no-load conditions. *IEEE Transactions on Magnetics*, 40(5), September 2004.
 - [58] A. Vamvakari, A. Kandianis, A. Kladas, and J. Tegopoulos. Analysis of supply voltage distortion effects on induction motor operation. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 2001.
 - [59] Yoshihiko Okuyama and Shoji Moriyasu. Electromagnetic noise of induction motors driven by pwm inverters. *Electrical Engineering in Japan*, 2000.
 - [60] Mike Melfi, A. M. Jason Sung, Sidney Bell, and Gary L. Skibinski. Effect of surge voltage risetime on the insulation of low-voltage machines fed by pwm converters. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 34(4):766–775, July/August 1998.
 - [61] Effect of surge voltage risetime on the insulation of low voltage machines fed by pwm converters. http://www.reliance.com/docs_onl/online_motor.htm. (consultado em Maio 2003).
 - [62] The ultimate defense against insulation failures on inverter-fed motors. www.lincolnelectric.com/motors. (consultado em Abril de 2003).
 - [63] Nebeel A.O. Demerdash and Jonh F. Bangura. Characterization of induction motors in adjustable-speed drives using a time-stepping coupled finite-element state-space method including experimental validation. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 1999.

- [64] Hamid A. Toliyat, Thomas A. Lipo, and J. Coleman White. Analysis of a concentrated winding induction machine for adjustable speed drive applications - part 1 (motor analysis). *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 1991.
- [65] Hamid A. Toliyat, Thomas A. Lipo, and J. Coleman White. Analysis of a concentrated winding induction machine for adjustable speed drive applications - part 2 (motor design and performance). *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 1991.
- [66] Definite purpose, high-performance ac motor design for adjustable-frequency power, variable speed duty. http://www.reliance.com/docs_onl/online_motor.htm. (consultado em Maio 2003).
- [67] Fundamentals of inverter-fed motors. www.baldor.com. (consultado em Maio 2003).
- [68] Ac induction motors as part of variable speed drive systems. http://www.reliance.com/docs_onl/online_motor.htm. (consultado em Maio 2003).
- [69] Henrique N. B. Gonçalves. Optimização do projecto de motores assíncronos trifásico: Caracterização do aquecimento. Master's thesis, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Janeiro 2000.
- [70] A. von Jouanne, P. Enjeti, and W. Gray. Application issues for pwm adjustable speed ac motor drives. *IEEE Industry Application Magazine*, September/October 1996.
- [71] E. P. Dick, B. K. Gupta, P. Pillai, and A. Narang. Equivalent circuits for simulating switching surges at motor terminals. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 3(3):696–704, September 1988.
- [72] Paul T. Finlayson. Output filters for pwm drives with induction motors. *IEEE Industry Applications Magazine*, pages 46–52, January/February 1998.
- [73] Aldo Boglietti, Mario Chiampi, Maurizio Repetto, Oriano Bottauscio, and Daniela Chiarabaglio. Loss separation analysis in ferromagnetic sheet under pwm inverter supply. *IEEE Transactions on Magnetics*, 34:1240–1242, 1998.
- [74] Fausto Fiorillo and Alexander Novikov. An improved approach to power losses in magnetic laminations under nonsinusoidal induction waveform. *IEEE Transactions on Magnetics*, 26:2904–2910, 1990.