JOSÉ DUARTE RIBEIRO MARAFONA

ENROLAMENTO FILAMENTAR:

MÉTODOS PARA OBTENÇÃO DA TRAJECTÓRIA DO OLHAL DE DEPOSIÇÃO COM ELIMINAÇÃO DE COLISÃO.

FACULDADE DE ENGENHARIA
UNIVERSIDADE DO PORTO
1994

JOSÉ DUARTE RIBEIRO MARAFONA

- ENROLAMENTO FILAMENTAR -

Métodos para obtenção da trajectória do olhal de deposição, com eliminação de colisão

624(043) MAR/ENR
UNIVERSIDADE DO PORTO
Faculdade de Engenharia
N.º 19815-Of.
CDU
Data 19 6 1995

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto para a obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Estrutural

Faculdade de Engenharia
Universidade do Porto
1994

043 M
M258e

À minha esposa

Agradecimentos

Quero aqui agradecer a todos quantos deram a sua colaboração, ou incentivo.

Gostaria de citar todos, pedindo sinceras desculpas pelo eventual esquecimento de alguns que aqui não figurarem.

Agradeço, em primeiro lugar ao Dr. Gandolfo Di Vita, que tornou possível um estágio no seu local de trabalho (CIRA).

Agradeço ao colega, Pierluigi Perugini, pela colaboração, disponibilidade, conselhos e sugestões no trabalho desenvolvido no CIRA.

Agradeço ao meu amigo e colega de formatura Marcelo Moura a ajuda prestada nas sugestões sobre o tema.

Agradeço ao colega da secção, José Simões, o facto de durante o meu estágio se ter prestado a leccionar em minha substituição.

Agradeço à Elisabete Barros a perfeição e o empenho pessoal posto na elaboração da dactilografia.

Aos professores Paulo Tavares de Castro e António Torres Marques, guardo um lugar especial pelo facto de terem tornado possível o estágio e muito especialmente pelas sugestões, apoio científico, estimulo e sobretudo, amizade.

Finalmente, agradeço à minha esposa, por tudo o que significa para mim nos bons e maus momentos.

ÍNDICE

Resumo 1

Nomenclatura e simbologias utilizadas 2

1-Tecnologia do Enrolamento Filamentar 3
1.1 - Introdução 3
1.2 - Material compósito 4
1.2.1 - Material de reforço 4
1.2.2 - Matriz 6
1.3 - Tipos de enrolamento 10
1.4 - Mandril 12
1.5 - A máquina de enrolamento filamentar 12
1.6 - Uma variante do processo de enrolamento filamentar 15

2 - Simulação do enrolamento 16
2.1 - Introdução 16
2.2 - O problema físico 17
2.3 - As equaçoes para obtenção da solução 20

3 - Resumo bibliográfico 24
3.1 - Introdução 24
3.2 - Desenvolvimento 25

4 - Determinação da trajectória do olhal de deposição 31
4.1 - Introdução 31
4.2 - Breve resumo sobre geometria analítica 32
4.2.1 - Equacões cartesianas de uma recta no espaço 32
4.2.2 - Equação reduzida de uma recta 32
4.2.3 - Condições de alinhamento de três pontos.
Recta passando por dois pontos dados 33
4.2.4 - Parâmetros directores de uma recta 34
4.2.5 - Ângulo entre duas rectas 34
4.2.6 - Significado geométrico dos coeficientes da equação de um plano.
Equação normal de um plano. 35
4.2.7 - Plano e recta perpendicular 35
4.3 - Método numérico de optimização 36
4.4 - Determinação da trajectória do olhal de deposição - Método M1 39
4.5 - Determinação da trajectória do olhal de deposição - Método MF 45

4.6 - Validação numérica dos métodos atrás descritos 47
4.7 - Criação dos métodos em banda 47

5 - Algoritmo de detecção de colisão 49
5.1 - Introdução 49
5.2 - Spline física e matemática 50
5.2.1 - Spline física 50
5.2.2 - Ponto de vista mecânico 51
5.2.3 - Splines matemáticas 52
5.3 - Splines cúbicas 53
5.3.1 - A forma da primeira derivada 53
5.3.2 - A forma da segunda derivada 61
5.4 - Bases do algoritmo 64
5.5 - Métodos de obtenção da trajectória sem risco de colisão 67

6 - Parâmetros cinemáticos 69
6.1 - Introdução 69
6.2 - Diferenças finitas 70
6.2.1 - Equações algébricas 70
6.2.2 - Descrição do método com diferenças finitas 73
6.3 - Método da spline cúbica 73
6.4 - Método dos "máximos" 74
6.5 - Método dos polinómios 74

7 - Resultados 75
7.1 - Introdução 75
7.2 - Obtenção da trajectória 76
7.2.1 - Exemplo 1 76
7.2.1.1 - Colisão 76
7.2.1.2 - Campo de trabalho 92
7.2.2 - Exemplo 2 94
7.2.2.1 - Colisão 94
7.2.2.2 - Campo de trabalho 101
7.3 - Parâmetros cinemáticos 103

8 - Conclusões e perspectivas de desenvolvimentos futuros 106
8.1 - Desenvolvimentos previsíveis neste domínio 107

Referências

Resumo

Este trabalho é apresentado pelo autor como requisito complementar para a obtenção do grau de mestre em Engenharia Estrutural. O tema deste trabalho é o uso do computador para simulação de fabrico de uma peça em enrolamento filamentar.

Após uma breve incursão bibliográfica sobre o tema, que serve simultâneamente como suporte da sua génese, são desenvolvidos vários métodos de deposição da fibra sem que haja perigo de colisão.

Simbologia

Γ - curva representando o filamento

t -vector unitário da semi-tangente positiva de (Γ) em M

T - valor da tensão no filamento

$T_m, \vec{t}_\varphi$ - vector unitário da semi-tangente positiva ao meridiano em M

$T_p, \vec{t}_\theta$ - vector unitário da semi-tangente positiva do paralelo em M orientado segundo $\vec{z}$

ρ - HM

θ - ângulo em radianos medido entre o par de vectores $(\vec{X}, HM)$

ψ - ângulo em radianos medido entre o par de vectores $(\vec{n}_s, n)$

b - $\vec{t} \wedge \vec{n}$

b_S - $\vec{t} \wedge \vec{n}_s$

c - curvatura de (Γ) em M

K - $tg\psi$

$\vec{n}$ - vector unitário da semi-normal principal positiva de (Γ) em M

$\vec{n}_s$ - vector unitário da semi-normal interna a (S) em M

S - significa a superfície do reservatório

α - ângulo em radianos medido entre o par de vectores $\vec{t}_\varphi, t$

L, M, N - componentes de $\vec{n}s$ segundo o referencial fixo

N_X, N_y, N_Z - componentes de segundo o referencial normal solidário do mandril

R_z - primeira derivada de r em ordem a z

R_θ - primeira derivada de r em ordem a θ

R - raio da superfície do mandril

R_{zz} - segunda derivada em ordem a z

$R_{\theta z}$ - segunda derivada em ordem a θ e z

G - linha geodesica

R1 - raio de fecho do reservatório

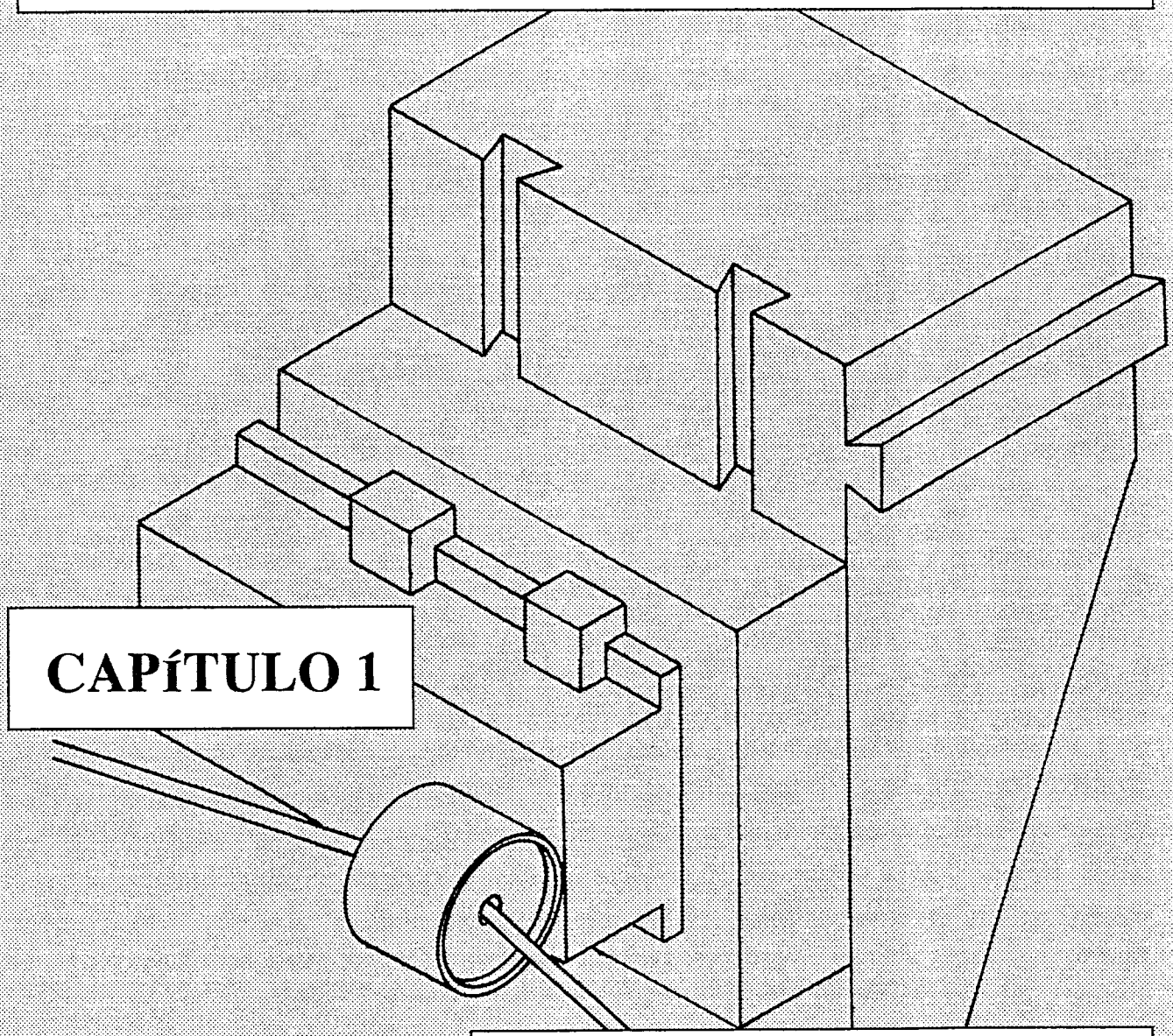
X_e, Z_e, Y_e - coordenadas do olhal de deposição

Tf - tangente à fibra

Gp - projecção da curva geodésica

X_0, Y_0, Z_0 - coordenadas do ponto da trajectória do enrolamento ou seja, mandril

Métodos para obtenção da Trajectória do Olhal de Deposição com Eliminação de Colisão.



CAPÍTULO 1

Tecnologia do Enrolamento Filamentar

Capítulo

1

• TECNOLOGIA DO ENROLAMENTO FILAMENTAR

1.1 - Introdução

A utilização de materiais compósitos na indústria deve-se sobretudo às elevadas performances que se conseguem obter a partir dos seus materiais constituintes, bem como dos preços competitivos na obtenção do produto final, em suma de toda a sua cadeia de produção [1]. Mas, para que o produto final seja competitivo no mercado, é necessário que a sua cadeia de produção esteja rentabilizada, isto é, automatizada e optimizada. A sua automatização e optimização faz-se hoje em dia em algumas áreas através dos tão divulgados, sistemas CAD/CAM. Tais sistemas estão hoje em dia bastante divulgados na tecnologia dos materiais compósitos e sobretudo no processo de fabrico versado nesta tese - o Enrolamento Filamentar.

O enrolamento filamentar é uma técnica de fabrico para formação de plásticos reforçados, com elevados índices resistência/peso e rigidez/peso. Isto é possível pela exploração das propriedades de resistência e rigidez das fibras contínuas envolvidas numa matriz de resina, orgânica ou inorgânica.

A técnica envolve o enrolamento contínuo das fibras, combinadas com a resina, sobre um mandril em rotação, que tem a forma interior da estrutura a fabricar. Depois da cura da matriz, o mandril é retirado ou é usado como parte integrante da estrutura.

O enrolamento filamentar é executado em máquinas automáticas especiais adequadas a este tipo de técnica. O controlo preciso do enrolamento e a direcção das fibras são requisitos necessários para obtenção de boas performances. Tais requisitos só podem ser obtidos quando controlados através de máquinas de comando numérico.

Para que tal possa ser bem sucedido é necessário que a trajectória do olhal de deposição da máquina de comando numérico bem como os parâmetros cinemáticos (velocidade e aceleração), sejam determinados e optimizados (objectivos principais desta tese).

1.2 - Material Compósito

O nascimento dos materiais compósitos deve-se sobretudo à procura de materiais com elevadas relações resistência/peso e rigidez/peso e boas performances para utilização no campo aeroespacial ou tecnologias avançadas [2]. Um material compósito é obtido pela combinação de dois ou mais componentes e apresenta propriedades superiores às dos componentes em separado (sinergia).

Os componentes mais importantes de um material compósito são:

- o material de reforço (fibra)
- matriz (resina)

De salientar que o material de reforço e da matriz são diferentes do ponto de vista químico e insolúveis um no outro.

No enrolamento filamentar são usados vários tipos de materiais de reforço bem como da matriz e, dependendo dos custos económicos e das performances a obter, ou seja, do projecto, assim se utiliza um ou outro material [2].

1.2.1 - Material de reforço

Uma fibra do material de reforço tem uma resistência à tracção por unidade de superfície superior aquela que possui um bloco maciço do mesmo material. Tal resistência aumenta ao diminuir o diâmetro da fibra, pois são muito mais baixas as possibilidades de existência de defeitos no material. Um elevado coeficiente resistência/peso só pode existir se as fibras do mesmo tiverem um eficiente coeficiente resistência/peso na sua forma unifilamentar [2].

Existem vários materiais de reforço da matriz, entre eles encontram-se [2], [3]:

- fibras de vidro
- fibras de boro
- fibras de aramida (Kevlar®)
- fibras de carbono

De entre estas fibras, as mais utilizadas actualmente (em termos comerciais correntes) são as fibras de vidro, uma vez que apresentam preços bastante atractivos tendo em conta as propriedades resistência/peso e rigidez/peso aliadas à facilidade do seu manuseamento. Os anos dourados das fibras de vidro foram a década de 60, devido à sua aplicação e desenvolvimento na indústria aeroespacial. Ainda nesta década surgem as fibras de boro como consequência de um projecto de procura de elementos ou compostos que possuissem as propriedades físicas de um reforço efectivo e que se pudessem obter sobre a forma filamentar. O projecto tinha como critério base de selecção um alto ponto de fusão e baixa densidade para o elemento ou composto. O escolhido foi o boro cujo filamento tem propriedades favoráveis relativamente ao vidro E, nomeadamente a resistência e rigidez que são aproximadamente 5 vezes maiores, sendo as densidades semelhantes [3].

Com a evolução científica aeroespacial houve necessidade de procurar novos reforços e na década de 70 surgem, e impõem-se, as fibras aramídicas que possuem elevados coeficientes de resistência/peso e baixa densidade. No entanto, este material quase só se usa nas tecnologias avançadas porque o seu custo é muito elevado para utilizações comerciais correntes.

Nos anos 80 surgem as fibras de carbono que, para além das suas excelentes propriedades, oferecem uma maior gama de selecção. No entanto, a sua utilização comercial tal como as fibras aramídicas é reduzida devido ao seu elevado custo[3].

A procura de um bom coeficiente rigidez ou resistência/custo das indústrias mais correntes leva-as a recorrer a híbridos que são combinações de 2 ou mais tipos de fibras, em geral fibras de vidro com outro tipo de fibra de melhores propriedades.

Na tabela 1.1, [4] são expostas as características de algumas fibras utilizadas em materiais compósitos.

Tabela 1.1 - Propriedades de alguns tipos de reforços

Tipo de filamento	Densidade	Resistência à tracção [GPa]	Resistência específica [MPa m^3 / kg]	Módulo [GPa]	Módulo específico [MPa m^3 / kg]	Elongação %
Vidro - E	2.547					
monofilamento		3.45	1.35	72.4	28.4	4.8
strand		3.34	1.31			
roving [a]		1.93	0.76			
roving [b]		1.38	0.54			
Vidro - S	2.491					
monofilamento		4.59	1.84	96.9	38.9	5.3
strand		3.79	1.52			
roving [c]		3.45	1.38			
roving [d]		2.76	1.11			
S-1014 MF		4.52	1.81			5.2
Grafite	1.772					
Thornel 300 [e]		2.24	1.26	234.0	132.0	1.0
Celion 3000 [f]		2.48	1.40			1.1
Aramida	1.440					
Kevlar 49 [g]		2.76	1.92	131.0	91.0	2.0

a - G-dia, per Mil-R-60346
b - Outro que não G-dia, Mil-R-60346
c - Mil-R-60346
d - Aplicações gerais, Mil-R-60346
e - Union Carbide
f - Celanese
g - DuPont

1.2.2 - Matriz

O termo matriz ou resina denota o material usado para envolver o reforço. A matriz no compósito de enrolamento filamentar serve para assegurar as mesmas funções que tem noutros tipos de técnicas, mais concretamente [5], [2]:

- manter as fibras nas suas posições iniciais
- ajudar a distribuir a carga (solicitação)
- proteger as fibras de abrasão (durante o enrolamento e no compósito)
- controlar as propriedades eléctricas e químicas
- absorver as tensões tangenciais interlaminares

Existem essencialmente três categorias de matrizes utilizadas nos materiais compósitos:

- polimérica
- metálica
- cerâmica

O tipo de matriz a usar deve ter em conta o ambiente de trabalho a que a peça irá estar

sujeita, essencialmente a temperatura, para além das performances do projecto. Uma escolha imprópria da matriz trará ao compósito, como consequência, propriedades de resistência que não são as mais desejadas. A performance de uma dada matriz pode ser mudada pela composição dos seus ingredientes tais como diluentes e aditivos. Uma resina deve possuir os seguintes requisitos [2]:

- ser quimicamente compatível com a fibra
- garantir as propriedades mecânicas com a variação de temperatura
- permitir um trabalho fácil nas condições de pré-impregnado

Uma das importantes propriedades da resina na cura é a sua baixa contracção, a qual é uma vantagem na redução de tensões interlaminares. Esta propriedade pode ser particularmente importante para muitos sistemas, além de facilitar a remoção do enrolamento do mandril.

Na tecnologia do enrolamento filamentar a matriz utilizada é a polimérica. Dentro desta classe de matriz ainda podemos distinguir duas opções:

- termoendurecíveis
- termoplásticas

De entre estas, as mais utilizadas no enrolamento filamentar são as termoendurecíveis, estando em crescendo a utilização de matrizes poliméricas termoplásticas. As matrizes poliméricas termoendurecivéis são resinas que à temperatura ambiente se apresentam sob a forma de um líquido denso, e que passam irreversivelmente ao estado sólido quando são levadas a uma determinada temperatura, que é a temperatura de polimerização. Na tabela 1.2, [6] mostram-se algumas das propriedades qualitativas deste tipo de resina após polimerização.

As resinas termoplásticas, ao contrário das anteriores, estão no estado sólido à temperatura ambiente. Quando são levadas à temperatura de fusão ou amolecimento, passam a um estado pastoso que lhes confere grande formabilidade. Quando arrefecidas voltam a adquirir consistência e propriedades originais.

Na tabela 1.3, [6] estão compiladas algumas propriedades de resinas termoplásticas.

Tabela 1.2

RESINAS PROPRIEDADE	POLIESTER	EPÓXIDO	FENÓLICA	FURÂNICA	MELAMINA	SILICONE
Pressões de moldação	Muito baixas/média	Muito baixa/média	Baixa/alta	Baixa/alta	Média/muito alta	Baixa/alta
Possibilidades de cores	Muito boa	Boa	Limitada	Muito limitada	Muito boa	Boa
Propriedades mecânicas	Muito boas	Excelentes	Muito boas	Boas	Muito boas	Razoáveis
Propriedades eléctricas	Excelentes	Excelentes	Boas	Boas	Excelentes	Excelentes
Resistência ao calor	Boa	Razoável/boa	Excelente	Excelente	Excelente	Excelente
Resistência à água	Muito boa	Excelente	Muito boa	Muito boa	Razoável	Boa
Flamibilidade	Arde lentamente	Arde lentamente	Auto-extinguível	Muito boa	Auto-extinguível	Nula
Preço	Médio/baixo	Alto	Baixo	Médio/baixo	Médio/alto	Alto
Maiores limitações	Contracção de cura	Custo alto	Limitação de cor; necessita de calor e pressão para cura	Cor muito limitada; cura difícil de controlar; baixa resistência	Custo elevado; altas pressões para cura	Custo muito elevado; propriedades mecânicas razoável/baixas
Maiores vantagens	Pode ser curada sem aplicação de calor ou pressão; excelente resina de uso geral	Baixa contracção de calor e boa resistência à fadiga	Boas propriedades em geral; excelente resistência ao calor	Boa resistência química e boa resistência ao calor	Muito boa resistência ao arco eléctrico	Resistência ao calor; elevada e excelentes propriedades eléctricas

Tabela 1.3

RESINAS TERMOPLÁSTICAS	ASTM	ABS (metro impacto)	TEFLON ®	NYLON ®	POLICARBO-NATO	POLIPROPI-LENO	POLIETILENO		POLIMETACRILATO DE METILO	POLIESTIRENO		P.V.C		POLISULFONA
							Baixa densidade	Alta densidade		Normal	Impacto	Rígido	Plastificado	
Densidade	D792	1.03 - 1.06	2.14 - 2.20	1.12 a 1.14	1.2	0.900 - 0.910	0.91 - 0.925	0.940 - 0.965	1.17 - 1.20	1.04 - 1.05	1.03 - 1.06	1.30 - 1.58	1.16 - 1.35	1.24
Índice de refracção	D542	.....	1.35	.....	1.586	1.490	1.51	1.54	1.49	1.59	1.60	1.52 - 1.55	1.52 - 1.55	1.6333
Resistência à tracção * psi x 10E-3	D638, D651	6 a 7.5	2 a 5	10	9.5	4.5 - 6.0	0.6 - 2.3	3.1 - 5.5	7.11	5.3 - 7.9	3.2 - 4.9	6 - 7.5	1.5 - 3.5	10.2
Alongamento à rotura %	D638	5 a 25	200 - 400	300	110	100 a 600	90 - 800	20 - 130	2.10	1.0 - 2.0	13 - 50	50 - 100	50 - 100	.....
Resistência à compressão * psi x 1E-3	D695	10.5 a 12.5	1.7	.....	12.5	5.5 - 8.0	0.14 - 0.38	0.60 - 1.80	12 - 18	11.5 - 16.0	4.0 - 9.0	8 - 13	0.90 - 1.70	.....
Resistência ao choque * ft lb/in (IZOD)	D256	3 a 6	3.0	3.0	16	0.4 - 1.0	0.5 - 20	0.3 - 0.5	0.3 - 0.5	0.25 - 0.40	0.50 - 11	0.4 - 20	0.4 - 20	1.2
Dureza Rockwell	D785	107 a 115	50 - 55	119	70	80 - 102	40 - 51	60 - 70	85 - 105	65 - 80	20 - 80	65 - 85	40 - 100	120
Temperatura de utilização °C	.....	71 - 93	290	80 - 120	121	120 - 160	80 - 100	120	60 - 88	66 - 67	60 - 79	65 - 80	65 - 80	150 - 175
Condutividade térmica (cal/s x cm x °k) x 1E-3	C177	4.5 - 8.0	6.0	5.8	0.30	2.8	2.8	11 - 12	4 - 6	2.4 - 3.3	1.0 - 3.0	3.5 - 5.0	3.0 - 4.0	2.4 - 3.3
Calor específico cal/g x °k	.....	03 a 0.4	0.25	0.38	4.7	0.46	0.55	0.55	0.35	0.32	0.32 - 0.35	0.20 - 0.28	0.30 - 0.50	0.32
Resistividade volumétrica Ohm x cm	D257	2.7 E 16	> 1 E18	1E12 a 1 E15	2.1 E 16	> 1E16	> 1E16	> 1E16	> 1 E14	> 1E16	> 1E16	> 1 E16	> 1 E11 - 1 E15	5 E 16
Rigidez dieléctrica * KV/in	D149	350 a 500	480	440 - 510	400	500 - 600	450 - 1000	400 - 500	400	500 - 700	300 - 600	425 - 1300	300 - 1000	425
Constante dieléctrica a 1 K HZ	D150	2.4 a 4.5	< 2.1	4.0 a 4.9	3.02	2.2 - 2.6	2.2 - 2.6	2.3 - 2.35	3.0 - 3.6	2.4 - 2.65	2.4 - 4.5	3.0 - 3.3	4.0 - 8.0	3.13
Factor de dissipação a 1 K HZ	D150	0.004 - 0.007	0.004 - 0.007	0.011 a 0.06	0.0021	< 0.0018	< 0.0018	< 0.0005	0.03 - 0.05	1E-4, 3E-4	4E-4, 2E-4	0.009 - 0.011	0.07 - 0.16	0.001

1.3 - Tipos de enrolamento

Os métodos básicos de enrolamento empregues são os ilustrados na fig. 1.1 [7]

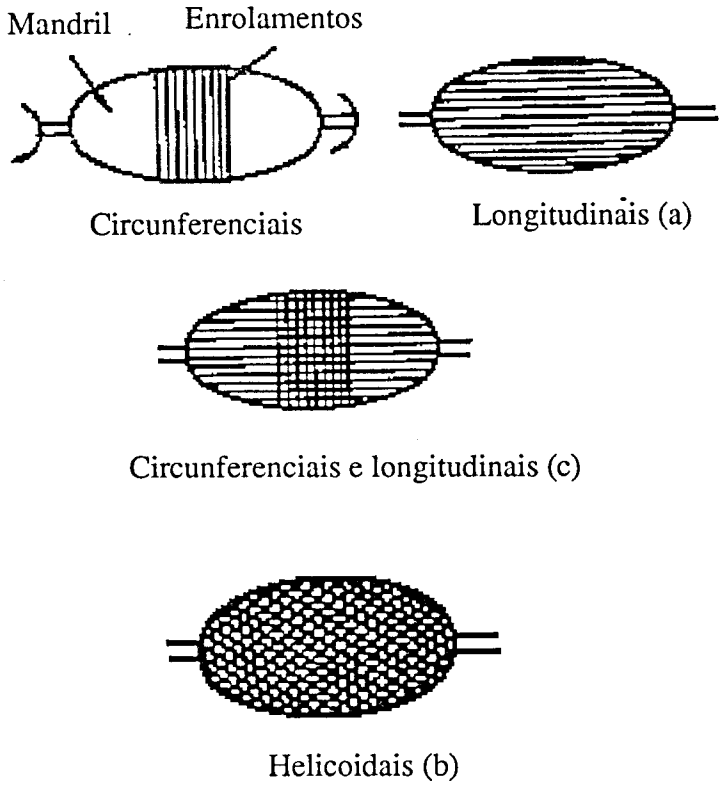


Fig 1.1 - Tipos de enrolamentos mais utilizados

O enrolamento longitudinal, Fig. 1.1 a) ou polar, é obtido por enrolamento entre os polos do mandril. Este método é particularmente usado para realizar o enrolamento de reservatórios fechados. Porém, para obter a tensão circunferêncial requerida nos reservatórios de pressão, o enrolamento polar deve ser conjugado com um número de camadas circunferenciais. (Fig. 1.1 c)

O enrolamento helicoidal Fig. 1.1 b) é formado por uma máquina de enrolamento filamentar com o mesmo tipo de acção da Fig. 1.2, usando um controlo das fases do movimento entre o mandril e a cabeça de enrolamento olhal de deposição, para obter uma correcta distribuição das fibras. O enrolamento helicoidal pode ser usado isoladamente ou com enrolamentos circunferenciais [7].

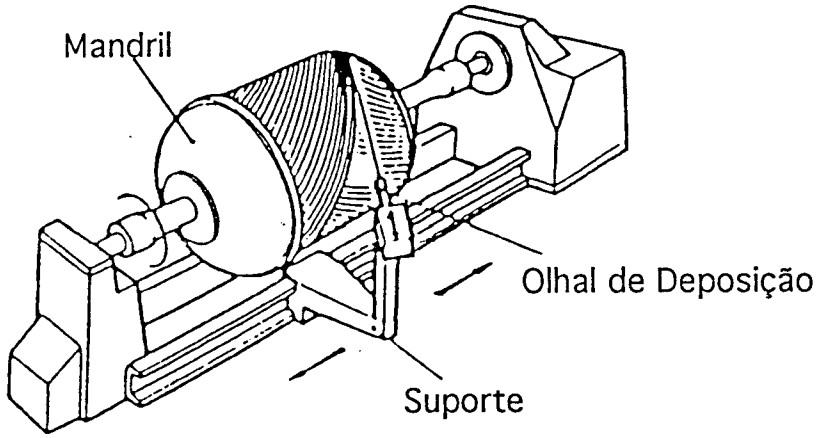


Fig 1.2 - Tipo de máquina que permite a obtenção do enrolamento helicoidal

Cada um dos métodos de enrolamento actualmente empregue, pode ser substancialmente diferenciado em função do tipo de impregnação utilizado, que poderá ser [8], [7]

- enrolamento húmido "wet"
- enrolamento seco "dry"

No enrolamento húmido, as fibras secas passam através de um banho quente de resina. São usados rolos para remover o excesso de resina, e forçar a resina a estender-se ao longo da fibra. É de notar que, neste caso, a resina termoendurecível deverá ter baixa viscosidade e um tempo bastante longo de polimerização à temperatura ambiente. O esquema da fig. 1.3 [7] mostra o enrolamento helicoidal com este tipo de impregnação.

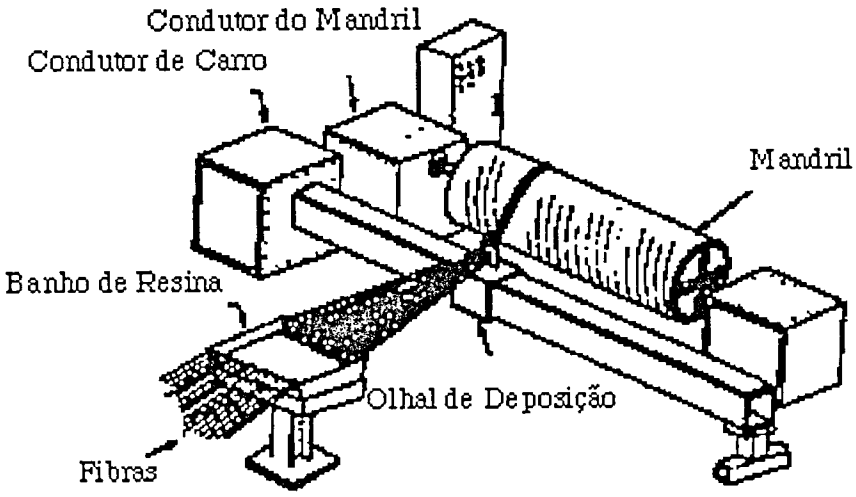


Fig. 1.3 - Esquema de enrolamento húmido

O enrolamento seco ou pré-impregnado é um método mais eficiente que o anterior do ponto de vista de realização tecnológica, uma vez que:

- máquina e enrolamento são muito mais simples;
- possibilita a utilização de velocidades mais elevadas de deposição;

no entanto, é de salientar que neste caso o mandril poderá ser aquecido.

1.4 - Mandril

A ferramenta á volta da qual o enrolamento impregnado vai ser colocado é o mandril. Qualquer mandril deve [2]:

- suster as cargas de trabalho incidentes do enrolamento
- manter razoavelmente integrais as suas dimensões durante o tempo operacional
- suster as temperaturas de cura sem degradação
- ser removível

O mandril pode ser construído em metal, plástico e/ou cerâmico. Deve ser sólido, em peça única, capaz de ser removido. A escolha do material depende largamente da finalidade da estrutura e, consequentemente dos métodos de remoção da mesma. O mandril requer [2]:

- uma superfície lisa;
- adaptação ao tipo de máquina a usar;

1.5 - A máquina de enrolamento filamentar

As características da máquina de enrolamento filamentar variam de acordo com alguns parametros típicos. Entre eles podemos destacar [2], [9], [10]:

- o tipo de produto que se pretende obter
- a variedade de produção prevista
- a qualidade de produto
- o custo da máquina
- as dimensões da máquina

Uma classificação das máquinas disponíveis no mercado pode ser feita de acordo com o tipo de deposição realizada. Existem máquinas do tipo [10]:

- eixo horizontal (Fig. 1.4) adaptadas para realizar preferencialmente enrolamento circunferencial e helicoidal. São muito versáteis e difundidas na indústria. A mais sofisticada poderá ter até seis graus de liberdade (rotação do mandril, 3 movimentos de translação e duas rotações do mecanismo de deposição (olhal de deposição)), são utilizadas para realizar peças de grandes dimensões, possuindo um elevado índice de produtividade. Este tipo de máquina poderá utilizar dois carros de deposição ficando assim com 11 graus de liberdade.

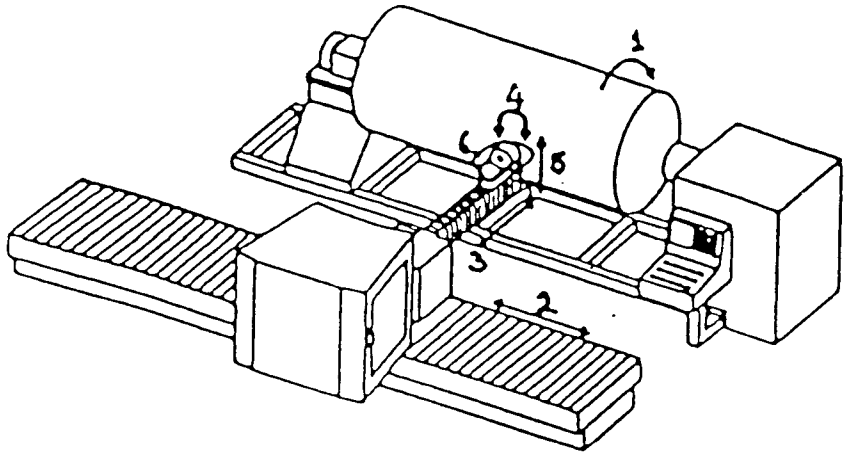


Fig. 1.4 - Máquina de comando numérico, eixo horizontal

- eixo vertical (Fig. 1.5) servem para realizar enrolamento polar e helicoidal. O mandril pode rodar em torno do seu eixo enquanto o braço depositor se move com trajectória circular em torno de um eixo perpendicular ao eixo do mandril.

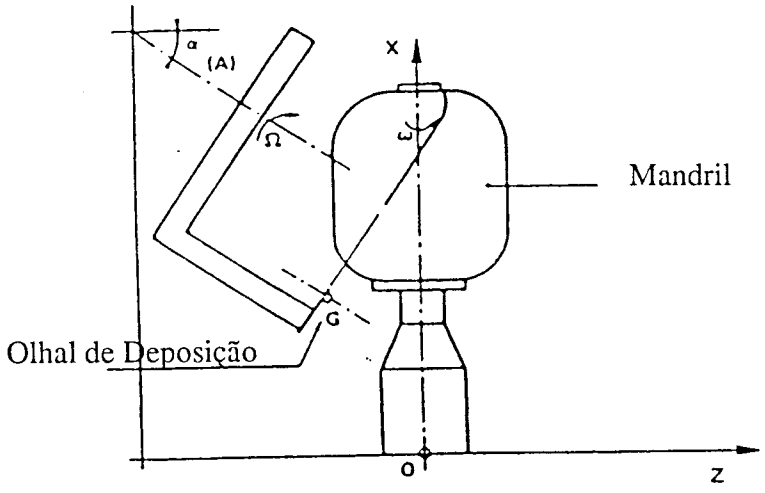


Fig. 1.5 - Esquema de máquina de eixo vertical

- de coroa giratória (Fig. 1.6) na qual as bobinas estão colocadas sobre uma coroa circular giratória que translada coaxialmente ao mandril. Estas máquinas são muito complexas e caras, têm uma grande versatilidade e uma alta velocidade de deposição.



Fig. 1.6 - Máquina de coroa giratória em funcionamento

Pode-se dizer que todas as máquinas recentes têm em comum os seguintes elementos:

- o sistema de enrolamento da fibra de bobina
- o sistema de tensionamento da fibra que pode ser mecânico, hidráulico ou eléctrico
- a máquina é automática, movida a controlo numérico
- um PC para gestão do sistema

1.6 - Uma variante do processo de enrolamento filamentar

O uso de resinas termoplásticas tem permitido um avanço no processo de enrolamento filamentar. Tais resinas, de facto, ao contrário das resinas termoendurecíveis podem ser repetidamente fundidas, moldadas e arrefecidas.

Está-se a experimentar o processo de enrolamento contínuo no qual a fibra pré-impregnada de resina termoplástica é rapidamente aquecida, somente o necessário para fundir a matriz, e depositada sobre um mandril. Na altura da deposição existe a acção de um rolo que comprime o impregnado contra o mandril. Neste método (Fig. 1.7) podem-se também realizar superfícies localmente côncavas (Fig. 1.8)

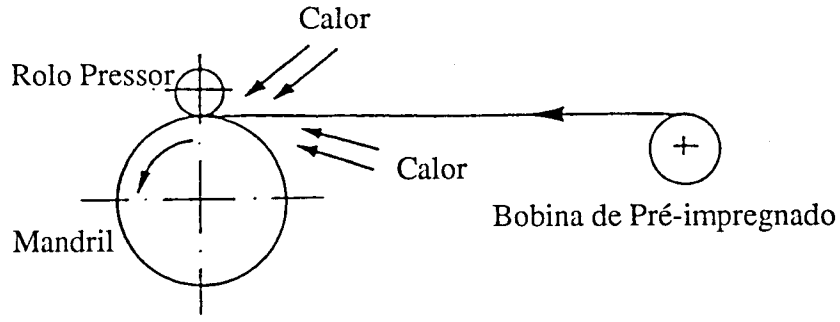


Fig. 1.7 - Esquema de enrolamento com resina termoplástica

O método em fase experimental é baseado no emprego de lâmpada de raios infra-vermelhos, laser, ultrasons, etc. O maior problema está em conseguir um ajustamento da fonte de calor concentrado, de modo a obter um aquecimento local rápido sem comprometer as características mecânicas da matriz e da fibra.

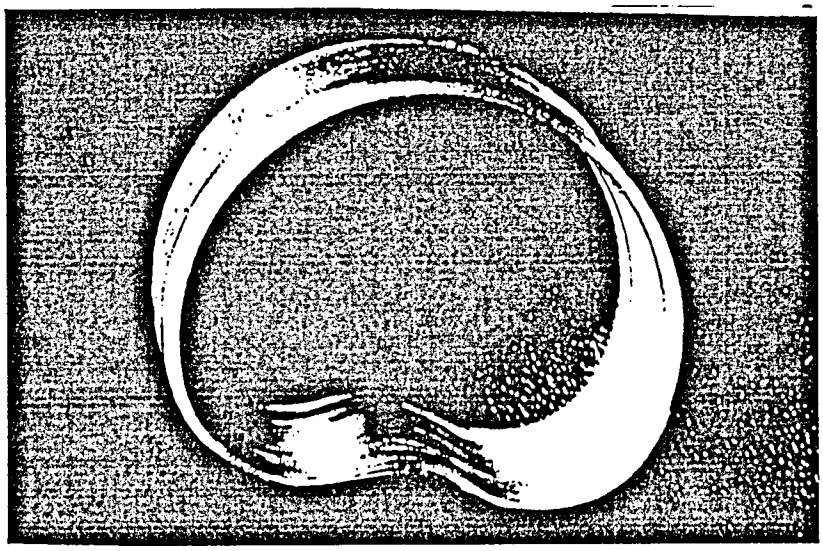
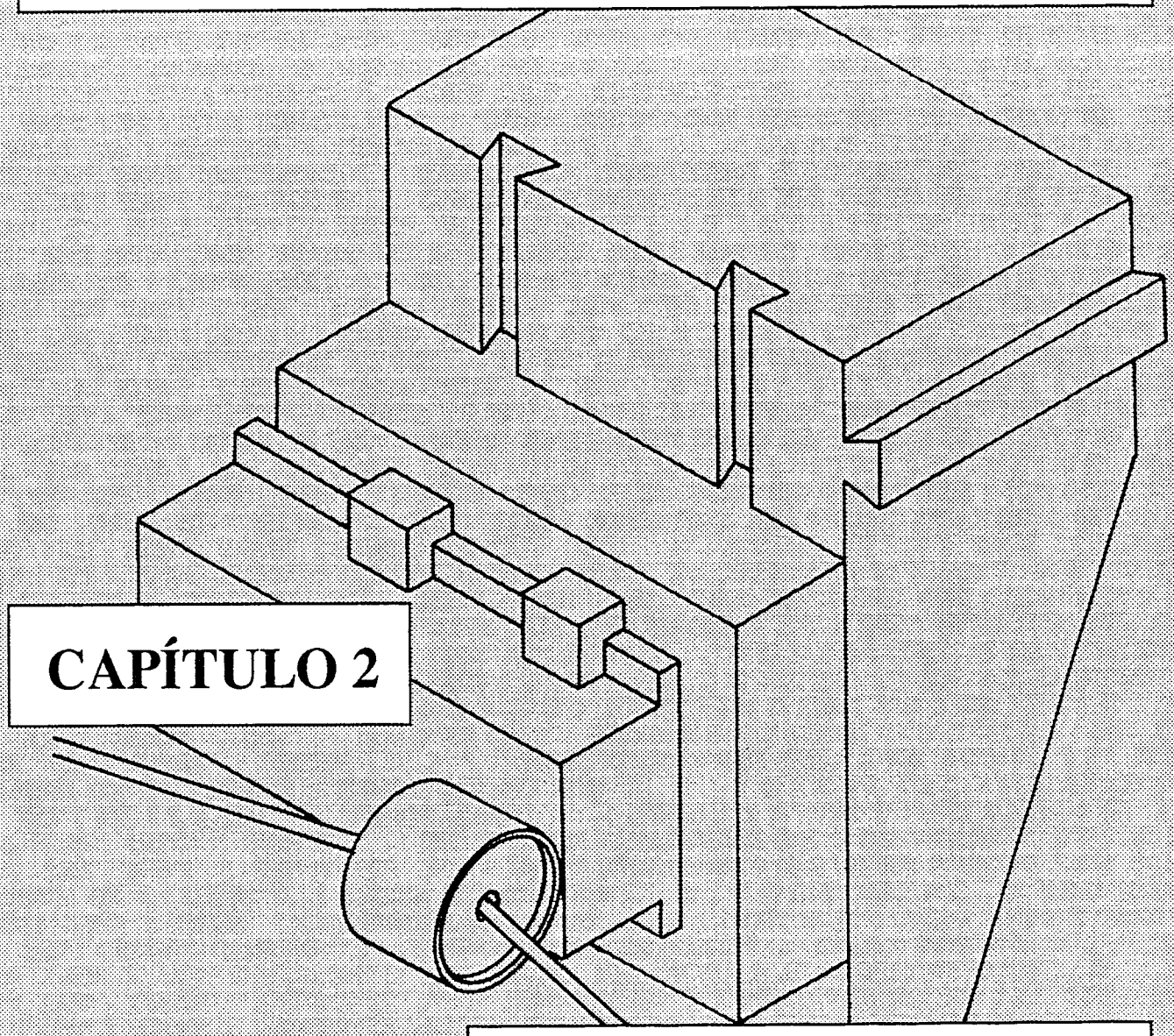


Fig. 1.8 - Peça obtida por enrolamento com resinas termoplásticas

Métodos para Obtenção da Trajectória do Olhal de Deposição com Eliminação de Colisão.



CAPÍTULO 2

Simulação do Enrolamento

Capítulo

2

• SIMULAÇÃO DO ENROLAMENTO

2.1 - Introdução

A completa automatização do processo de enrolamento filamentar deve basear-se, como ponto de partida, sobre uma correcta simulação da trajectória do enrolamento.

De facto, ao verificar-se que a trajectória do enrolamento é estável, a simulação é necessária também para determinar os pontos da trajectória do olhal de deposição, ou seja a programação da máquina de comando numérico. Um método usado para verificar a estabilidade do enrolamento sobre o mandril, foi a verificação experimental. A trajectória do enrolamento era determinada pelo movimento da máquina de enrolamento através de *joy-stick*. Os parâmetros necessários para a programação da máquina, no caso de se encontrar uma trajectória estável vêm assim registados e serão usados na produção efectiva da máquina. Esta forma de proceder é muito morosa, trabalhosa, dispendiosa e sobretudo ineficaz [2]. Neste campo foi realizado um trabalho por um elemento deste departamento que consistia na simulação de trajectória de enrolamento sobre superfícies axissimétricas [11].

2.2 - O Problema físico

A trajectória do filamento depositado sobre o mandril deve ser calculada de tal modo que o filamento, depois de colocado sobre o mandril, não deslize, ou seja deve ser tal que a resultante das forças actuantes sobre a fibra seja menor que a força de atrito existente sobre o mandril [10].

O coeficiente entre a força lateral e a força normal actuantes sobre um elemento unitário de fibra, é definido como "tendência ao deslizamento" K. Se K é menor que o coeficiente de atrito, a trajectória é estável. Se K é nulo, a linha é uma geodésica(1) [12] e a trajectória é intrínsecamente estável mesmo na ausência de atrito. Demonstra-se que [12] a tendência ao deslizamento é igual, no caso de fibra ideal, à tangente do ângulo ψ compreendido entre a normal principal à curva e a normal à superfície.

Se considerarmos um extracto de superfície S com a trajectória do filamento Γ (fig. 2.1)

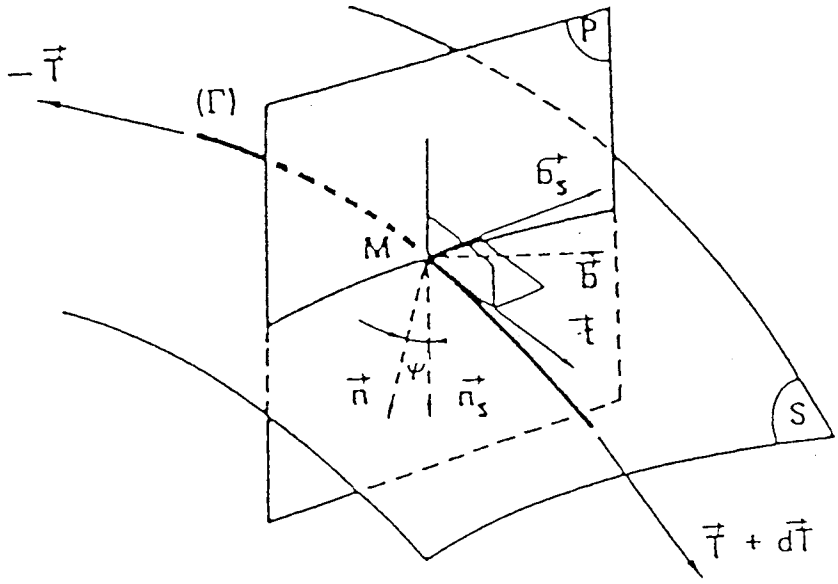


Fig. 2.1 - Esquema de uma fase do enrolamento

Durante a fase de enrolamento, o fio é colocado com uma força por unidade de comprimento que é necessária para mantê-lo rectilíneo, permitindo alinhá-lo e enrolá-lo de forma oportuna sobre o mandril. A resultante por unidade de comprimento desta força, pode-se avaliar pondo em equilíbrio o elemento infinitesimal dS da fibra (fig. 2.2), tendo em consideração que vamos realizar a análise no plano definido pelo vector $\vec{n}\times\vec{t}$.

(1) geodésica - A distância mais curta entre dois pontos de uma superfície

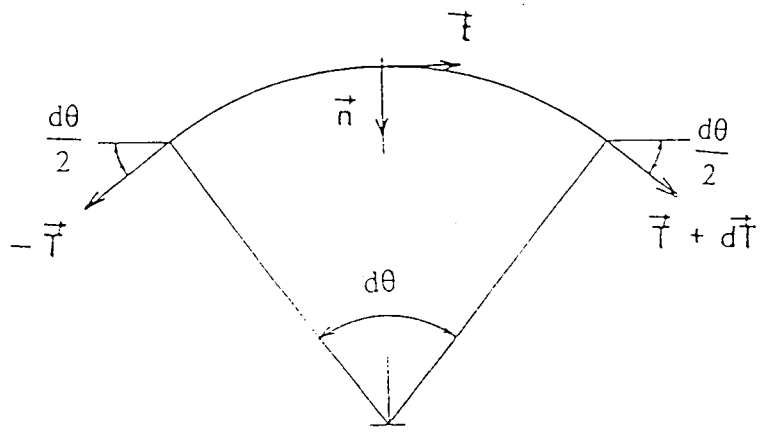


Fig. 2.2 - Esquema de definição de forças no plano $\vec{t} \wedge \vec{n}$

a) Resultante T_t na direcção da tangente a Γ:

$$-T.\cos\left(\frac{d\theta}{2}\right)+(T+dT)\cos\left(\frac{d\theta}{2}\right)=T_t.ds$$

considerando $\cos\left(\frac{d\theta}{2}\right) \cong 1$ obtemos:

$$T_t = \frac{dT}{ds} \tag{2.1}$$

b) Resultante T_n na direcção da normal principal a Γ:

$$T.\,\text{sen}\left(\frac{d\theta}{2}\right)+(T+dT)\,\text{sen}\left(\frac{d\theta}{2}\right)=T_n\,ds$$

considerando $\text{sen}\left(\frac{d\theta}{2}\right)\cong\frac{d\theta}{2}$ e desprezando os infinitésimos de ordem superior:

$$2\,T\left(\frac{d\theta}{2}\right) = T_n\ ds$$

fazendo $R = ds / d\theta$ o raio de curvatura local de Γ e $C = R^{-1}$ a curvatura local, obtemos

$$T_n = T.C \tag{2.2}$$

c) Resultante na direcção da binormal b_s e da normal n_s à superfície:

Têm-se um elemento unitário de fibra sobre a qual actua uma força lateral

$$-T.C.\ \text{sen}\,\psi.b_s \tag{2.3}$$

e uma força normal

$$T.C\cos\psi.n_s \tag{2.4}$$

O filamento tende a deslizar na direcção de b_s, mas vem momentâneamente esmagado contra o mandril. Para que o deslizamento não aconteça, a força lateral deve ser balanceada com a força de atrito cujo valor máximo depende da força normal e do coeficiente de atrito entre o filamento impregnado e a superfície do mandril.

Deve sempre verificar-se a desigualdade

$$|TC\ \text{sen}\,\psi| \leq |TC\cos\psi|.\mu \tag{2.5}$$

A tendência ao deslizamento, definida anteriormente, resulta:

$$K = \frac{T.C.\text{sen}\,\psi}{T.C.\cos\psi} = \text{tg}\,\psi \tag{2.6}$$

Vê-se teoricamente que esta só depende do ângulo ψ entre a normal e a normal principal.

Concluindo, para se realizar um enrolamento estável, deve ter-se:

$$|K| = |\text{tg}\,\psi| \leq \mu \tag{2.7}$$

2.3 - As equações para obtenção da solução

Em primeiro lugar convém individualizar quais são os parâmetros que intervêm na descrição geométrica da superfície do mandril (S) e da trajectória Γ (fig. 2.3) [10].

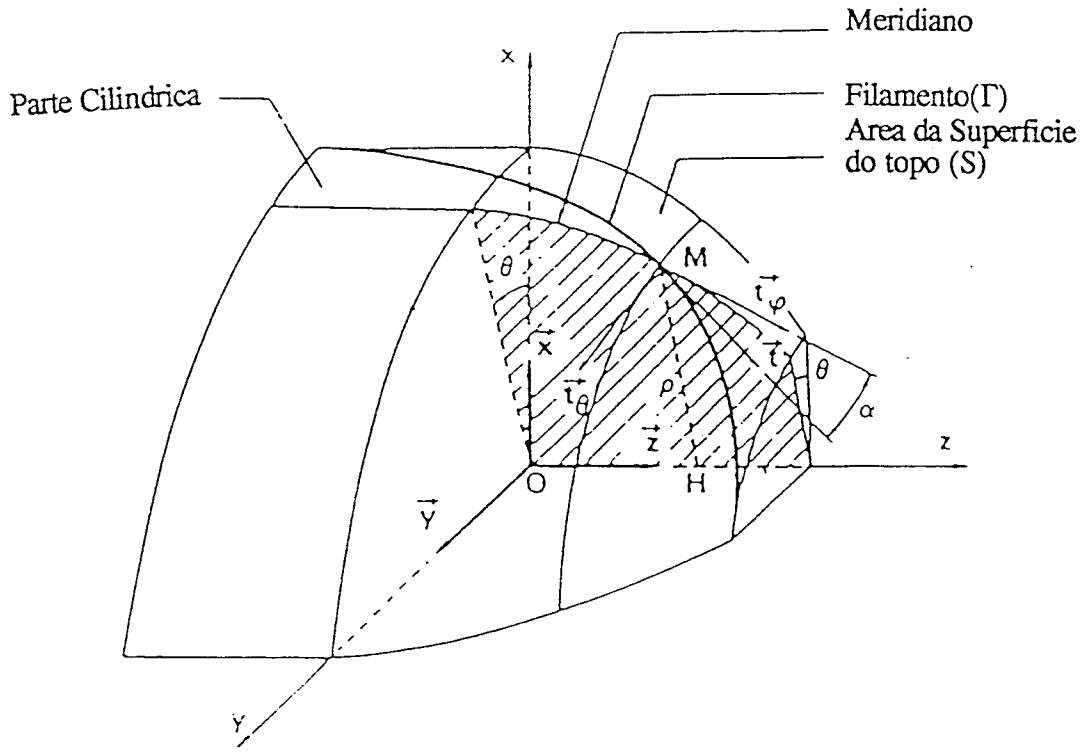


Fig. 2.3 - Esquema de uma fase de enrolamento

A geometria do mandril é expressa, na forma paramétrica [13], como:

$$x = r(z,\theta)\cos\theta$$
$$y = r(z,\theta)\operatorname{sen}\theta$$
$$z = z$$

Neste caso como parâmetros independentes u,v são eleitos z e θ.

Se se traça sobre (S) uma curva regular Γ, a essa corresponde biunivocamente, sobre o plano de parâmetros independentes (z,θ) uma curva:

$$z = z(t)$$
$$\theta = \theta(t)$$

elegendo t=z, existente agora sobre (S) a curva Γ individualizada:

$$x=x(z,\theta(z))$$

$$y=y(z,\theta(z))$$

$$z=z$$

Para individualizar a trajectória Γ usa-se também um outro parâmetro, típico do processo de enrolamento filamentar, o ângulo α definindo-se este como o ângulo entre a tangente a Γ e a tangente ao meridiano no mesmo ponto. Este vem normalmente definido como ângulo de enrolamento.

O problema consiste agora em exprimir o ângulo θ entre a normal $\vec{n}_s$ a S e a normal $\vec{n}$ a Γ em função dos parâmetros atrás expostos.

Através de considerações geométricas obtêm-se uma equação diferencial que nos dá θ em função de α e das características diferenciais da superfície S.

$$\frac{d\theta}{dz}=\frac{\sqrt{1+r_z^2}}{\sqrt{r^2+r_\theta^2}}\tan\alpha \qquad (2.8)$$

Neste momento é possível exprimir o coseno do ângulo θ como o produto escalar entre o versor $\vec{n}$ e o versor $\vec{n}_s$.

As componentes de $\vec{n}_s$ obtêm-se do menor jacobiano da superfície S:

$$N_x=\begin{vmatrix} r_z\,\mathrm{sen}\theta & 1 \\ r_\theta\,\mathrm{sen}\theta+r\cos\theta & 0 \end{vmatrix}=-r_\theta\,\mathrm{sen}\theta-r\cos\theta$$

$$N_y=\begin{vmatrix} r_z\cos\theta & 1 \\ r_\theta\cos\theta-r\,\mathrm{sen}\theta & 0 \end{vmatrix}=r_\theta\cos\theta-r\,\mathrm{sen}\theta$$

$$N_z=\begin{vmatrix} r_z\cos\theta & r_z\,\mathrm{sen}\theta \\ r_\theta\cos\theta-r\,\mathrm{sen}\theta & r_\theta\,\mathrm{sen}\theta+r\cos\theta \end{vmatrix}=rr_z \qquad (2.9)$$

As componentes de $\vec{n}$, obtêm-se derivando em relação ao parâmetro independente z, o versor da tangente a Γ:

$\vec{n}=d(t)/dz$

As componentes de t são [14]:

$$t_x = a \Big/ \left(a^2+b^2+c^2\right)^{1/2}$$
$$t_y = b \Big/ \left(a^2+b^2+c^2\right)^{1/2} \qquad (2.10)$$
$$t_z = c \Big/ \left(a^2+b^2+c^2\right)^{1/2}$$

em que [14]:

$$a = x_z[z,\theta(z)]z_z + x_\theta[z,\theta(z)]\theta_z(z)$$
$$b = y_z[z,\theta(z)]z_z + y_\theta[z,\theta(z)]\theta_z(z)$$
$$c = z_z[z,\theta(z)]z_z + z_\theta[z,\theta(z)]\theta_z(z) \qquad (2.11)$$

a partir de:

$$\cos\psi = \left[\left(n_s\right)_x(n)_x + \left(n_s\right)_y(n)_y + \left(n_s\right)_z(n)_z\right] \Big/ |n_s|.|n| \qquad (2.12)$$

usando:

$$K = \tan\psi = \left(\left(1-\cos^2\psi\right)/\cos^2\psi\right)^{1/2} \qquad (2.13)$$

depois de longos cálculos algébricos, encontra-se a forma geral da equação que nos dá α em função de K e das propriedades diferenciais de S:

$$(d\alpha/dz) = \alpha' = \left[\left(Q_1 \operatorname{sen}^2\alpha + Q_2 \operatorname{sen}\alpha\cos\alpha + Q_3\cos^2\alpha\right)\left(Q_1 + Q_4 \operatorname{sen}\alpha\cos\alpha\right)^{1/2}.K\right]$$
$$-\left[P_2 \operatorname{sen}^3\alpha + P_3 \operatorname{sen}^2\alpha\cos\alpha + P_4 \operatorname{sen}\alpha\cos^2\alpha + P_5\cos^3\alpha\right]/P_1\cos\alpha \qquad (2.14)$$

Os coeficientes P_1, P_5, Q_1, ..., Q_4 são compostos unicamente pelas características diferenciais da geometria do mandril.

Em suma o problema é resolúvel por um sistema de duas equações diferenciais de primeira ordem do tipo:

$$\alpha'(z) = f_\alpha\left(\alpha, r, r_z, r_{zz}, r_\theta, r_{\theta z}, k\right)$$
$$\theta'(z) = f_\theta\left(\alpha, r, r_z, r_\theta\right)$$

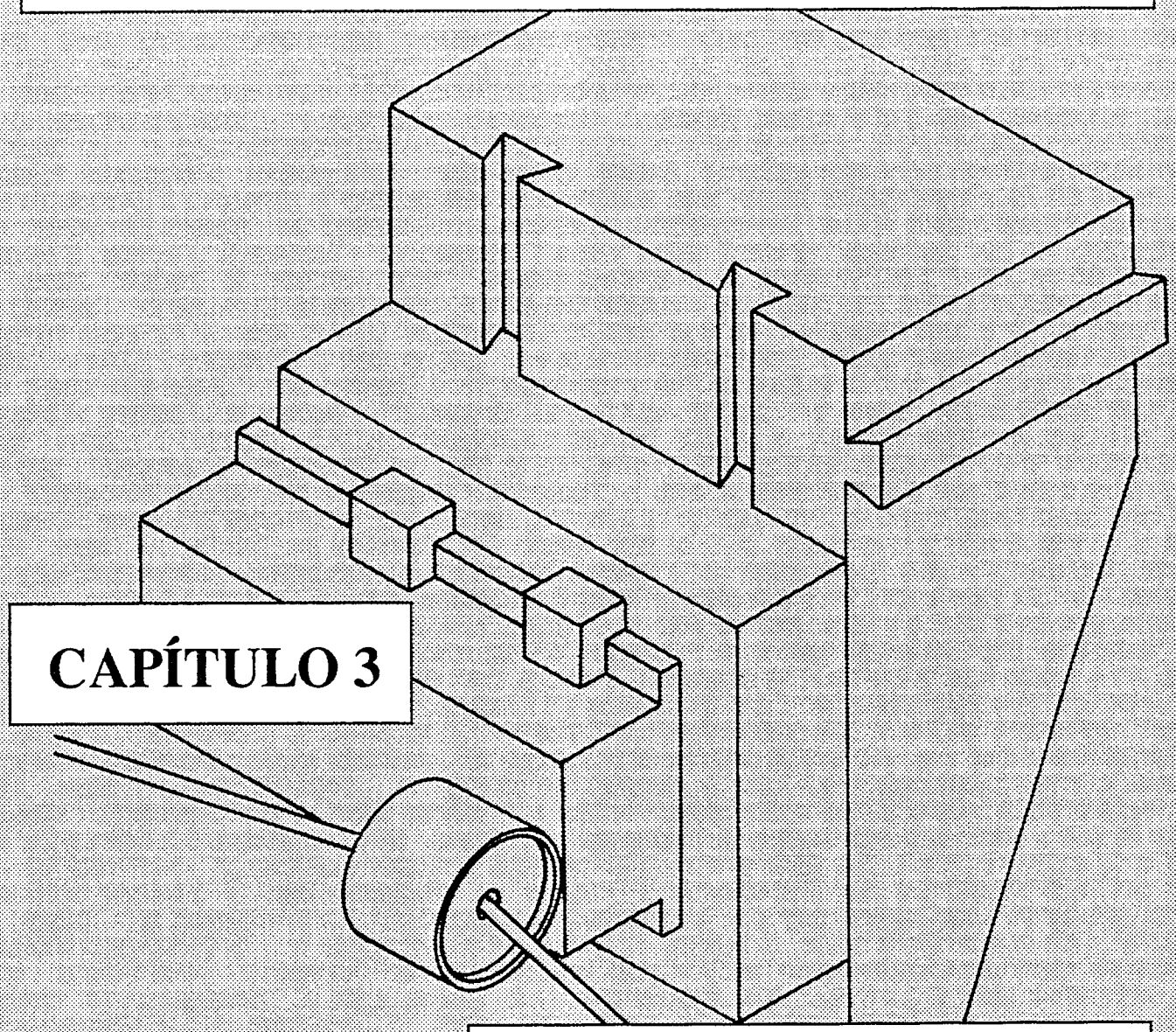
Dadas as condições iniciais α_0 e θ_0 para $z=z_0$, integrar este sistema é o mesmo que dizer encontrar a trajectória Γ sobre (S). Como se compreende este sistema deve ser integrado

numericamente. Neste ponto devemos possuir todas as propriedades diferenciais de S, para o qual é necessário ter uma subrotina de interpolação superficial. Tal trabalho foi desenvolvido em [15].

Como se pode verificar neste ponto, o projecto estrutural no enrolamento filamentar pode ser dividido em quatro partes:

- determinação, com base nas exigências, da especificidade do projecto,
- simulação numérica do enrolamento para realizar a trajectória "óptima",
- exigente análise estrutural do objecto a obter,
- determinação dos comandos da máquina para produção efectiva.

Métodos para Obtenção da Trajectória do Olhal de Deposição com Eliminação de Colisão.



CAPÍTULO 3

Resumo Bibliográfico

Capítulo

3

RESUMO BIBLIOGRÁFICO

3.1 - Introdução

Depois de recolhida informação genérica sobre o assunto "enrolamento filamentar", escolheu-se o tema específico sobre o qual seria feita a dissertação e então procedeu-se a uma recolha sobre este assunto. A recolha foi realizada na biblioteca do DEMEGI, bem como recorrendo a alguns colegas que se deslocavam ao estrangeiro e ainda no local do estágio de 3 meses em Itália, CIRA (Centro Italiano Ricerche Aerospaziali), saliente-se que artigos sobre simulação da trajectória do olhal de deposição eram escassos e bastante antigos, com exclusão de uma tese italiana, realizada no CIRA. O objectivo desta recolha era observar a situação actual sobre o assunto específico e tentar contribuir com alguma informação para novo trabalho.

3.2 - Desenvolvimento

A referência [16] trata do controlo do movimento do olhal de deposição relativamente à rotação do mandril. A proposta deste artigo é a optimização dos deslocamentos entre as sucessivas posições do olhal de deposição, tendo em conta as restrições tecnológicas tais como as dimensões globais da estrutura a ser trabalhada e a trajectória a realizar pelo olhal de deposição.

Este artigo apresenta na elaboração do tema algumas restrições importantes, que são:

- o tipo de superfícies tratadas são, sobretudo axisimétricas, no caso vertente reservatórios submetidos a pressão interna com fundos de forma elíptica generalizada,
- o tipo de enrolamento é geodésico. Toda a manipulação matemática é baseada neste pressuposto, ou seja, não consideram enrolamentos que se afastem da situação ideal.

As ferramentas de trabalho utilizadas para determinação da trajectória do olhal de deposição foram a geometria diferencial e a análise vectorial. Com estas ferramentas e baseados na figura (3.1) foi possível deduzir as equações que traduzem o movimento do olhal de deposição.

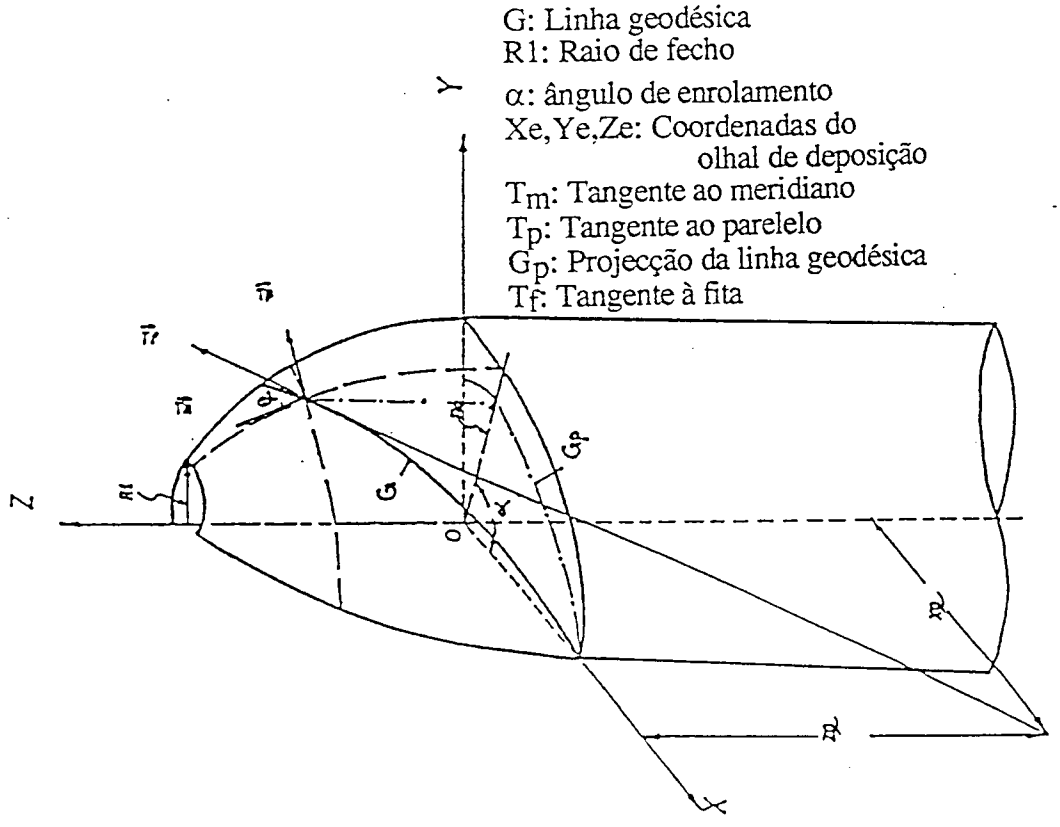


Fig. 3.1 - Esquema de deposição da fibra

$$tg(\theta) = \frac{fl.sen\psi}{Rc - \frac{fl.\cos\psi.R_0'}{\sqrt{1+R_0'^2}}}$$

$$X_0 = Rc\cos\theta - \frac{fl.\cos\psi.\cos\theta}{Rc - \frac{fl.\cos\psi.R_0'}{\sqrt{(1+R_0'^2)}}} + fl\,sen\,\psi\,sen\,\theta$$

$$Z_0 = \frac{fl.\cos\psi}{\sqrt{1+R_0'^2}} + Z$$

Nestas equações é utilizado o parâmetro, fl, que corresponde à distância entre o ponto da trajectória do olhal de deposição e o correspondente ao do enrolamento. Os autores do artigo não são explícitos se usam fl constante. No entanto em determinado ponto do artigo fazem referência a um método de controlo pontual da colisão entre o mandril e o olhal de deposição o que poderá indicar que variam a distância fl.

Como se pode detectar através do que atrás foi escrito, o *software* foi desenvolvido para máquinas de três eixos, por ter a vantagem de simplicidade de enrolamento e baixo custo quando comparada com máquinas de seis eixos, por exemplo. No entanto tem o inconveniente do controlo da colocação da fibra (enrolamento) ser mais difícil de obter.

As referências [17], [18] e [19], tratam todas elas da determinação da trajectória do olhal de deposição de superfícies axissimétricas, com enrolamento geodésico, por este tipo de conjunção levar a um caminho padrão capaz de ser repetido através de um incremento na rotação do mandril.

Um outro ponto comum em todos estes artigos é que a distância entre o olhal de deposição e o ponto correspondente do enrolamento é constante, e cada vez que se verifica a colisão entre o madril e o olhal de deposição é necessário voltar a redesenhar (recalcular) todas as posições com uma distância superior.

A figura (3.2) mostra a trajectória do olhal de deposição que fica definida pelas extremidades dos segmentos de recta.

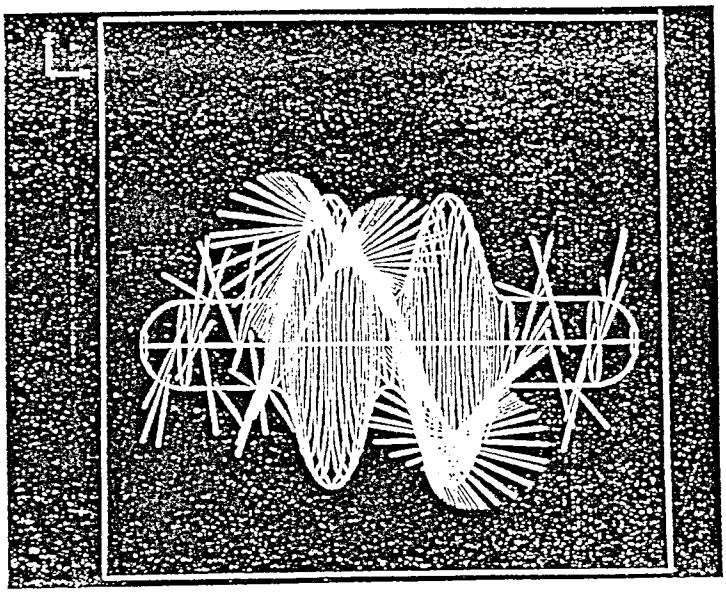


Fig. 3.2 - Segmentos de recta que definem a trajectória do olhal

Tal como o artigo anterior todo o *software* é realizado a pensar em máquinas de três eixos.

Todos os artigos anteriores tinham como trabalho futuro o desenvolvimento de trajectórias não-geodésicas em superfícies assimétricas, bem como a determinação da trajectória do olhal de deposição que, por efeito do tipo de trajectória e superfície, passa a não ser repetitiva.

Neste campo de trabalho somente as refs. [20], [21] usam um método universal, ou seja, enrolamentos geodésicos bem como não geodésicos e em "qualquer" tipo de superfície, quer assimétrica ou axissimétrica. Tal método baseia-se como mostra a figura [3.3] na colocação do ponto de enrolamento sobre o plano X=0, ou seja com as coordenadas P (0, Y_0, Z_0) com uma rotação do mandril e depois uma ulterior rotação para obtermos a intersecção da recta tangente (como mostra a figura [3.4]) com o plano y=k.

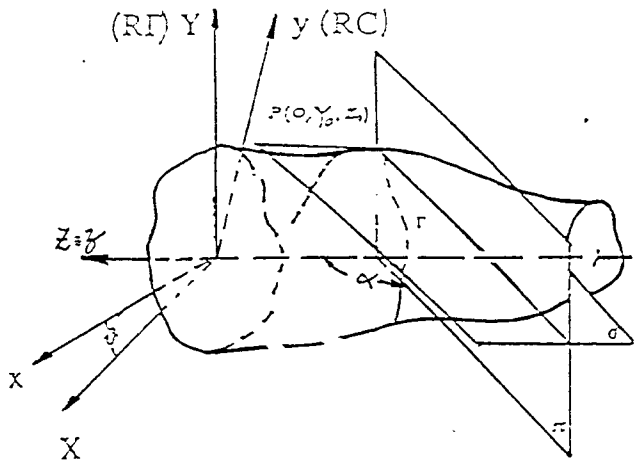


Fig. 3.3 - Figura que mostra a definição do segmento de recta a partir do ponto P (0, Y_0, Z_0)

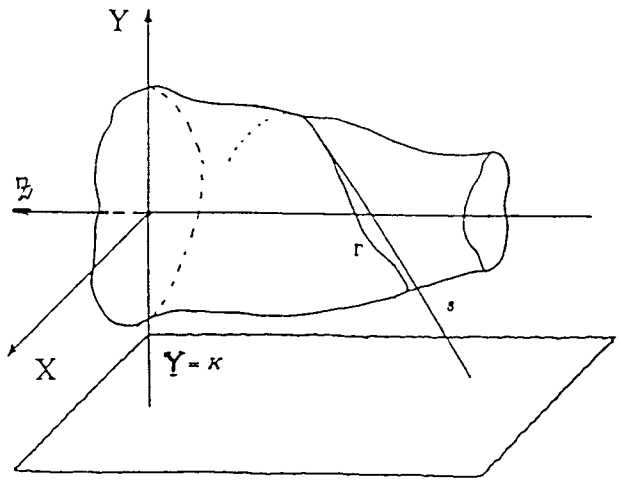


Fig. 3.4 - Cálculo da rotação para levar a recta a intersectar o plano Y=k

Este método possui inconvenientes práticos, que são:

1) por vezes a rotação nos dois sentidos para enrolar um trajecto entre pontos;
2) os limites máximos da máquina podem ser facilmente ultrapassados.

Tais inconvenientes devem-se ao ponto específico de colocação do enrolamento.

A referência [22] faz uma abordagem às superfícies assimétricas e calcula a trajectória do olhal de deposição recorrendo às *Bsplines* ou seja, selecciona um caminho padrão e a partir daí obtém a trajectória aplicando a *Bspline*.

No campo do cálculo dos parâmetros cinemáticos, podemos observar que:
- a referência [16] tem como objectivo a optimização dos deslocamentos tendo em atenção a obtenção dos parâmetros cinemáticos.
- a referência [22] utiliza para calcular os parâmetros cinemáticos a Bspline utilizando como referência a especificação de uma velocidade de um dos eixos, fazendo de seguida o controlo dos restantes eixos de modo a não serem violadas as velocidades e acelerações de cada um dos eixos.

A figura [3.5] apresenta a análise dos parâmetros cinemáticos de um dos eixos.

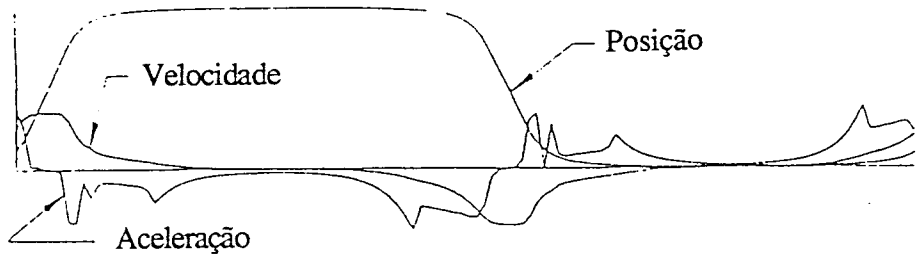


Fig. 3.5 - Análise do movimento da carruagem

Em resumo, da pesquisa bibliográfica pode-se concluir o seguinte:

a) Os métodos utilizados para determinar a trajectória do olhal de deposição, para os casos mencionados nos artigos, são o da distância constante entre o ponto do enrolamento e o olhal de deposição e a colocação do olhal de deposição no plano x=k.

b) Não existe um método rápido e eficaz capaz de detectar a colisão entre o olhal de deposição e o mandril, e consequentemente permitir alterar a distância entre o ponto do enrolamento e o olhal de deposição localmente. Tal levaria a uma economia no tempo do cálculo, não só relativamente ao método utilizado na maioria dos artigos que consiste em voltar a simular o enrolamento depois de detectada a colisão.

c) Existe a procura de um tempo mínimo a percorrer pelo olhal de deposição para a realização do enrolamento no mandril. Tal minimização corresponde a uma minimização dos deslocamentos mínimos entre as sucessivas posições do olhal de deposição.

A partir destas conclusões vai-se prosseguir o trabalho com os seguintes objectivos:

a) Construir um modelo de obtenção de trajectórias do olhal de deposição geral tanto para superfícies assimétricas como axissimétricas e para todos os tipos de enrolamento (geodésico e não geodésico).
b) Um dos modelos seguindo conceitos dos artigos expostos distância constante entre o ponto do olhal de deposição e o ponto homólogo de enrolamento.

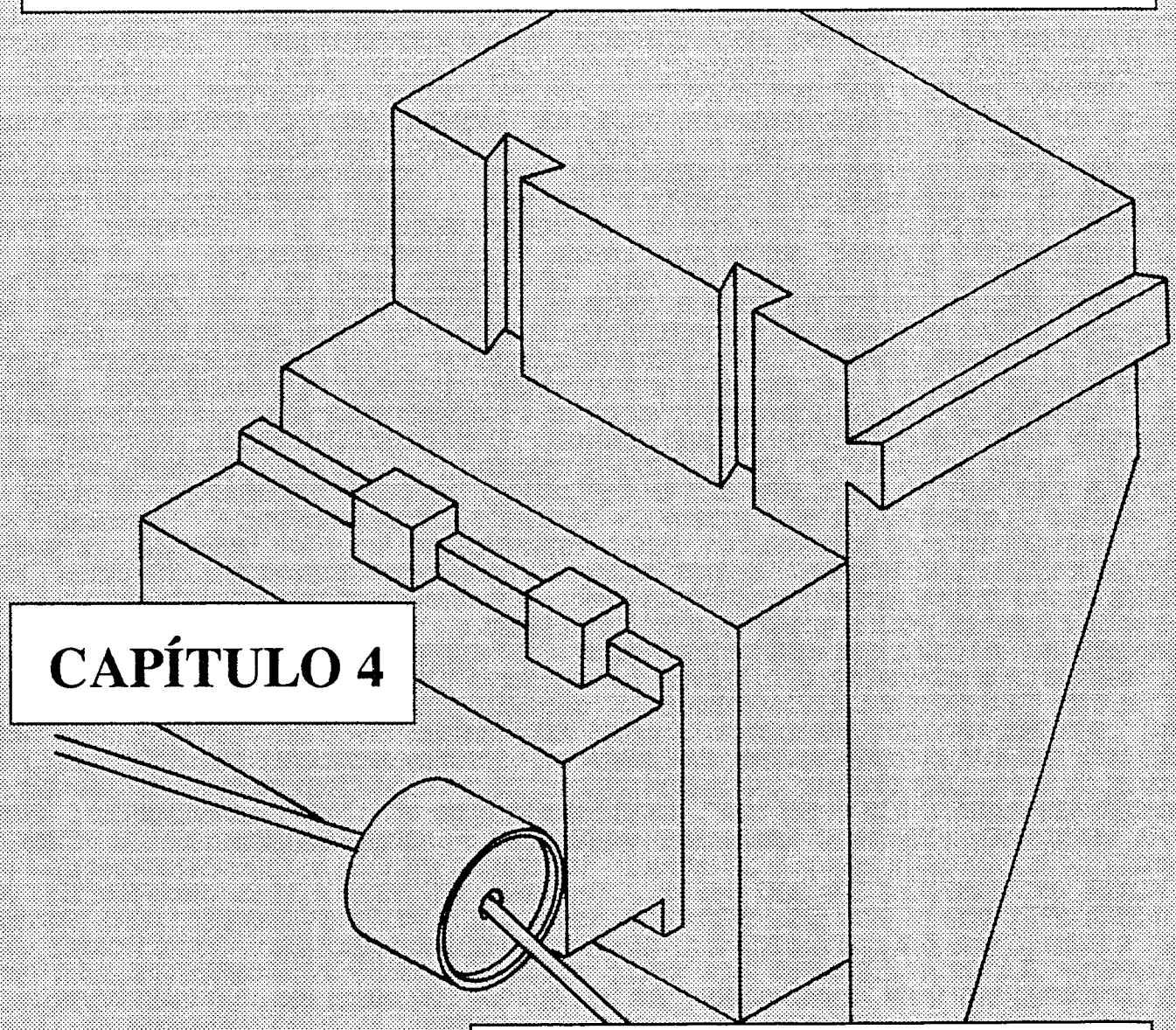
c) Um dos modelos também abordado, mas não especificado nos artigos que é minimizar a distância a percorrer entre duas posições sucessivas de modo também a optimizar o tempo de execução.

c 1 - Um modelo geométrico em que, a partir de um primeiro ponto, o seguinte é obtido pela intersecção entre o plano perpendicular à recta tangente do próximo ponto de enrolamento e essa mesma recta passando o plano perpendicular pelo ponto anterior do olhal de deposição.

c 2 - Um modelo numérico que calcula a menor distância possível entre dois segmentos de recta conhecendo o ponto anterior e sabendo que esse ponto se encontra numa banda.

d) Construção de uma subrotina que controle a colisão entre o olhal de deposição e o mandril pontualmente, resultando daqui a construção de um modelo que tem distâncias variáveis entre o olhal de deposição e o ponto homólogo de enrolamento. Tal permitirá a redução do campo das dimensões a utilizar na máquina de comando numérico.

Métodos para Obtenção da Trajectória do Olhal de Deposição com Eliminação de Colisão.



CAPÍTULO 4

Determinação da Trajectória do Olhal de Deposição

Capítulo

4

• DETERMINAÇÃO DA TRAJECTÓRIA DO OLHAL DE DEPOSIÇÃO

4.1 - Introdução

Hoje em dia utilizam-se como ferramentas de produção os sistemas de CAD/CAM. No enrolamento filamentar tais sistemas são bastante usados, quer para determinação da simulação do enrolamento no mandril quer para obtenção da trajectória do olhal de deposição.

A obtenção e optimização da trajectória do olhal de deposição requer conhecimentos de geometria analítica pois estão em causa a obtenção de entidades como planos, rectas e pontos. A optimização no enrolamento filamentar tem sido realizada através dos conceitos de geometria, no entanto, nesta tese também foi utilizado o conceito de optimização numérica. Serão apresentados vários métodos que possibilitam a obtenção da trajectória do olhal de deposição fazendo uso dos dois métodos de optimização (analítica e numérica).

Cada um dos métodos tem uma justificação plausível para o seu estudo. De seguida serão apresentadas algumas noções de geometria analítica e esclarecimento sobre o método numérico de optimização utilizado.

4.2 - Breve resumo sobre Geometria Analítica [23]

4.2.1 - Equação cartesiana de uma recta no espaço

São dados dois planos π, π' de equações respectivamente:

$$ax + by + cz + d = 0 \tag{4.1}$$

$$a'x + b'y + c'z + d' = 0 \tag{4.2}$$

Se π, π' forem não coicidentes e não paralelos, então têm em comum uma recta r, e as coordenadas x, y, z dos pontos de tal recta, são a solução comum das equações (4.1) e (4.2); que é dizer do sistema

$$\begin{cases} ax+by+cz+d=0 \\ a'x+b'y+c'z+d'=0 \end{cases} \tag{4.3}$$

Diremos por isso que no espaço, uma recta é representada por um sistema de duas equações lineares, se qualquer uma delas representa um plano passante por aquela recta.

Se por uma recta r passam uma infinidade de planos distintos, formando um conjunto infinito, é evidente que a recta r vem representada como a intersecção de dois quaisquer planos possuindo essa recta. Assim, o sistema (4.3) pode ser substituído por um outro sistema de equações representando respectivamente outros dois planos possuindo r, ou seja as equações (4.1) e (4.2) são substituídas por combinações lineares que são origem de planos distintos.

4.2.2 - Equação reduzida de uma recta

Servindo-nos de uma observação ao subcapítulo anterior pode ver-se que a representação da recta r como um sistema de equações é particularmente simples.

Se acontece:

$$\begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix} = ab'-a'b \neq 0 \tag{4.4}$$

fazendo a combinação linear da equação (4.1) e (4.2) multiplicando respectivamente a equação (4.1) por b' e a (4.2) por -b obtem-se a equação

$$(ab'-a'b)x+(cb'-c'b)z+(db'-d'b)=0 \tag{4.5}$$

na qual não aparece a incógnita y.

Análogamente, fazendo a combinação linear de (4.1) e (4.2) depois de se ter multiplicado respectivamente por a' e -a obtêm-se a equação

$$(ba'-b'a)y+(ca'-c'a)z+(da'-d'a)=0 \qquad (4.6)$$

na qual não existe a incógnita x. As equações (4.5) e (4.6) representam dois planos que passam pela recta r.

Dividindo (4.5) e (4.6) por ab'-a'b ($\neq 0$) obtém-se a recta r que pode ser representada por um sistema do tipo

$$\begin{cases} x = lz+p \\ y = mz+q \end{cases} \qquad (4.7)$$

As equações anteriores (4.7) denominam-se equações reduzidas da recta, que não é paralela ao plano xy.

4.2.3 - Condição de alinhamento de três pontos. Recta passando por dois pontos dados

Como é sabido dois pontos definem uma recta. A questão que se põe é calcular a equação da recta que passa por dois pontos dados. Os dados são $P_1(x_1, y_1, z_1)$ e $P_2(x_2, y_2, z_2)$ dois pontos do espaço. A condição necessária e suficiente para que um terceiro ponto P (x, y, z) esteja alinhado com P_1 e P_2 é que os dois vectores P_1P e P_1P_2 sejam paralelos, logo que as suas coordenadas homónimas sejam proporcionais, que é o mesmo que

$$\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \end{vmatrix} = 0 \qquad (4.8)$$

Sendo assim temos que a condição necessária e suficiente para que três pontos P(x, y, z), $P_1(x_1, y_1, z_1)$, $P_2(x_2, y_2, z_2)$ estejam alinhados é que se verifique (4.8)

De (4.8) pode-se escrever

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{z-z_1}{z_2-z_1} \qquad (4.9)$$

A recta r que possui os pontos $P_1(x_1, y_1, z_1)$ e $P_2(x_2, y_2, z_2)$ é representada analiticamente com o sistema de equações (4.9).

4.2.4 - Parametros directores de uma recta

Colocando nas equações (4.9)

$$l = x_2 - x_1 \qquad m = y_2 - y_1 \qquad n = z_2 - z_1 \tag{4.10}$$

obtém-se

$$\frac{x-x_1}{l} = \frac{y-y_1}{m} = \frac{z-z_1}{n} \tag{4.11}$$

Multiplicando l, m, n por um factor $\rho \neq 0$, o sistema de equações (4.11) mantém-se equivalente e ainda representa a mesma recta. Esta operação equivale a substituir o vector $\overrightarrow{P_1 P_2}$ pelo vector $\rho \overrightarrow{P_1 P_2}$ paralelo áquele. Os três números l, m, n, ou os seus múltiplos segundo um factor de proporcionalidade não nulo, chamam-se pârametros directores da recta r.

4.2.5 - Ângulo entre duas rectas

Dado no espaço duas rectas orientadas r, r', não é possível, em geral, definir no momento o ângulo orientado (a diferença do quanto é dito na geometria plana) uma vez que r, r' não são complanares. Para poder definir o ângulo orientado r r' primeiro é preciso conhecer a orientação do plano das duas rectas, isto é ficar com a face positiva e sobre essa o lado positivo da rotação, o que equivale a orientar o plano com uma normal. Observe-se todavia que se nos limitarmos a calcular o coseno do ângulo de duas rectas orientadas r, r' resulta neste caso a determinação unívoca de tal ângulo. Se com r, r' indicarmos o versor respectivamente das rectas r, r', seja portanto

$$\cos rr' = \cos \hat{r}r' = r.r' \tag{4.12}$$

ou seja, recordando que o produto de dois vectores é igual à soma do produto das componentes homónimas dos vectores e que as componentes de r, r' são respectivamente os cosenos directores das rectas orientadas r, r', da equação (4.12) tira-se:

$$\cos rr' = \cos \hat{r}r' = \cos \hat{x}r \cos xr' + \cos \hat{y}r \cos \hat{y}r' + \cos \hat{z}r \cos \hat{z}r' \tag{4.13}$$

Se as duas rectas r, r' não são orientadas e logo as suas direcções são dadas pelos parametros directores (l, m, n) (l', m', n'), o ângulo $\hat{r}r$ não é individualizado podendo assumir dois valores, um e o seu suplementar e vem neste caso $\cos rr' = \cos \hat{r}r'$ a qual representa uma ambiguidade de seno;

$$\cos rr' = \cos \hat{r}r' = \frac{ll' + mm' + nn'}{\pm\sqrt{\left(l^2 + m^2 + n^2\right)\left(l'^2 + m'^2 + n'^2\right)}} \tag{4.14}$$

Se as rectas r, r' são ao contrário orientadas, resulta portanto a determinação do seno na equação (4.14).

4.2.6 - Significado geométrico dos coeficientes da equação de um plano. Equação normal de um plano

Seja π um plano de equação ax+by+cz+d=0 e, seja P_0 um só ponto de coordenadas x_0, y_0, z_0. Para que o ponto pertença à equação do plano acima, dever-se-ia escrever $d=-ax_0-by_0-cz_0$, e a equação do plano que contém tal ponto deverá escrever-se

$$a(x-x_0) + b(y-y_0) + c(z-z_0) = 0 \qquad (4.15)$$

Indicando como numa perpendicular ao plano π e como n_π o seu versor (com orientação) se existe um ponto P (x, y, z) pertencente ao plano π tem-se:

$$\vec{P}_0 P.n=0 \qquad (4.16)$$

da qual explicitando, e indicando como $\cos \hat{x}n, \cos \hat{y}n, \cos \hat{z}n$ os componentes do versor **n**, obtem-se:

$$(x-x_0)\cos \hat{x}n + (y-y_0)\cos \hat{y}n + (z-z_0)\cos \hat{z}n = 0 \qquad (4.17)$$

e confrontando esta com (4.15) conclui-se:

os coeficientes a, b, c da equação cartesiana ax + by + cz + d = 0 de um plano são proporcionais aos cosenos directores da normal ao plano que resultam dados por:

$$\cos \hat{x}n = \frac{a}{\pm\sqrt{a^2+b^2+c^2}}\ ;\ \cos \hat{y}n = \frac{b}{\pm\sqrt{a^2 b^2+c^2}}\quad \cos \hat{z}n = \frac{c}{\pm\sqrt{a^2+b^2+c^2}} \qquad (4.18)$$

4.2.7 - Plano e recta perpendicular

Da equação (4.18) chega-se á conclusão que:

A condição necessária e suficiente para que um plano de equação ax + by + cz + d = 0 e uma recta de parâmetros directores l, m, n sejam perpendiculares resume-se a:

$$\frac{a}{l} = \frac{b}{m} = \frac{c}{n} \qquad (4.19)$$

com a excepção de que, se o denominador é zero, deve anular-se o respectivo numerador.

Desta última condição se conclui que a recta que contém o ponto P_0 (x_0, y_0, z_0) perpendicular ao plano

$$ax + by + cz + d = 0$$

tem por equação

$$\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$$

e ainda o plano que contém P_0 (x_0, y_0, z_0) e é perpendicular a uma recta de parametros directores l, m, n tem por equação:

$$l\,(x - x_0) + m\,(y - y_0) + n\,(z - z_0) = 0$$

4.3. Método numérico de optimização [24]

Optimização unidireccional

Consideremos aqui o problema de determinar o mínimo de uma função de uma só variável - f(x). O método que passaremos a descrever é um método de pesquisa: não requer o conhecimento do valor de derivadas da função f(x) (em inglês, tais métodos designam-se por 'search methods')

Pesquisa pela "secção de ouro" ('Golden section').

Admitiremos que, à partida, se conhece um intervalo finito [a, b] no qual se situa o mínimo que se pretende determinar. Admitiremos ainda que a função f(x) é unimodal no intervalo [a, b]. Uma vez satisfeitas estas condições, então, para dois pontos x' e x" tais que

$$a < x' < x'' < b$$

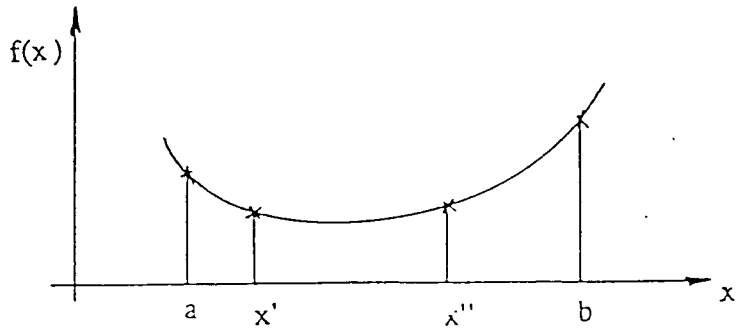


Fig. 4.1 - Função unimodal no intervalo [a, b]

verifica-se que:

(i) se f(x') < f(x"): então o mínimo situa-se no intervalo [a, x"]

(ii) se f(x') > f(x"): então o mínimo situa-se no intervalo [x', b]

Todos os métodos de intervalo se fundamentam na aplicação repetida deste resultado, diferindo apenas na forma como são escolhidos x' e x".

No método de pesquisa pela "secção de ouro" o intervalo é reduzido, de iteracção para iteracção, numa proporção constante (seja η). Neste método a ideia é reutilizar, numa iteração qualquer, um dos pontos x' ou x" utilizados na iteração anterior. Tal consegue-se se for

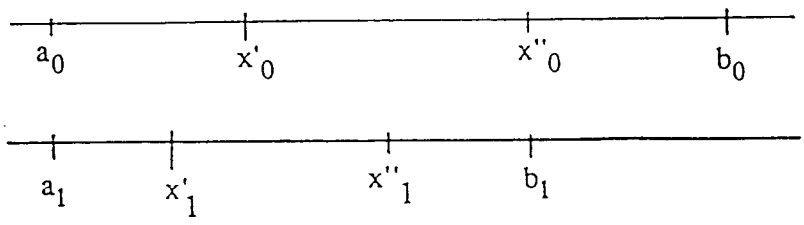


Fig. 4.2 - Andamento dos intervalos de convergência

$$\eta = \frac{x''_0 - a_0}{b_0 - a_0} = \frac{x''_1 - a_1}{b_1 - a_1} = \frac{x'_0 - a_0}{x''_0 - a_0} \tag{4.20}$$

mas

$$x'_0 - a_0 = b_0 - x''_0 = (b_0 - a_0) - (x''_0 - a_0) \tag{4.21}$$

Substituindo em (4.20) vem

$$\eta = \frac{x'_0 - a_0}{x''_0 - a_0} = \frac{b_0 - a_0}{x''_0 - a_0} - \frac{x''_0 - a_0}{x''_0 - a_0} = \frac{1}{\eta} - 1 \tag{4.22}$$

donde

$$\eta^2 + \eta - 1 = 0$$

$$\eta = \frac{1}{2}(\sqrt{5} - 1) = 0.618 \tag{4.23}$$

A pesquisa começa pela avaliação da função nos pontos
$x'' = a + \eta\ (b-a)$

x' = simétrico a x'' em relação a $\frac{1}{2}(a+b)$

A aplicação repetida da técnica conduz a uma redução do intervalo inicial por um factor

$$\eta = (0.618)^{n-1}$$

em que $n \geq 2$ avaliações da função

4.4. Determinação da trajectória do olhal de deposição - Método M1

O método M consiste na colocação do ponto da trajectória do olhal de deposição sobre um plano que faz um ângulo constante com o plano horizontal e em que a distância do ponto da simulação do enrolamento ao ponto da trajectória do olhal de deposição é constante. Tal significa que consoante a variação do raio do mandril, assim os pontos da trajectória do olhal de deposição são colocados em planos paralelos com a mesma inclinação relativamente ao plano horizontal.

A formulação matemática para a obtenção da trajectória olhal de deposição é a seguinte:

(a) - Determinação da recta tangente ao ponto $P(r_0, \theta_0, Z_0)$ da simulação do enrolamento

(b) - Imposição da distância constante

(c) - Obtenção da rotação para que o plano tangente ao ponto da simulação do enrolamento se situe na posição final, caracterizada por um ângulo constante entre este e o plano horizontal.

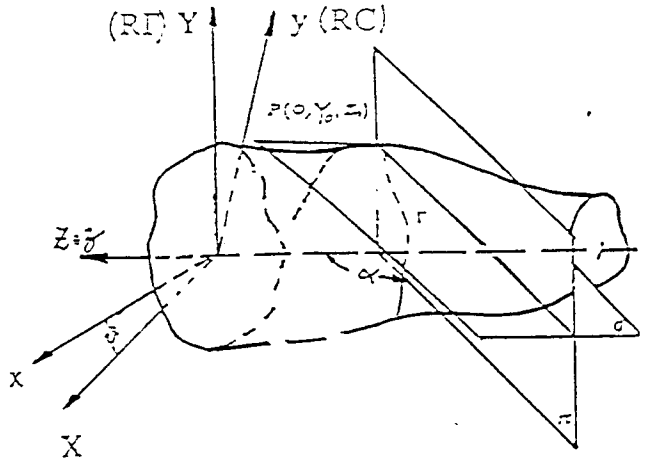


Fig. 4.3 - Definição dos sistemas de referência RΓ e RC

Seguidamente vamos analisar estes pontos até obtermos as equações finais:

(a) - Num referencial RC (x, y, z) solidário com o mandril, este representa-se pelas equações:

$$x = r(z,\theta_0)\cos\theta_0$$
$$y = r(z,\theta_0)\operatorname{sen}\theta_0$$
$$z = z$$

A trajectória Γ vem representada em função da única variável independente z:

$$x = x\left(z,\theta_0(z)\right)$$
$$y = y\left(z,\theta_0(z)\right)$$
$$z = z$$

Um ponto genérico de Γ em RC virá escrito $\underline{P}\left(x_0,y_0,z_0\right)$ em coordenadas cilíndricas $\underline{P}\left(r_0,\theta_0,z_0\right)$.

A equação da recta tangente (s) virá escrita em referencial RΓ (X, Y, Z) no qual, o eixo dos Z coincide com o eixo dos z de RC e que resultará em ser solidário com a máquina de enrolamento. Com esta condição a tangente (s) a Γ em $\underline{P}$ vem definida com a intersecção do plano tangente ao mandril no ponto $\underline{P}$ (plano β) com o plano que em $\underline{P}$ contém a tangente à trajectória da fibra (plano Π). Este por sua vez forma com o plano xz um ângulo α coincidente com o ângulo que Γ forma com o eixo dos z e que é o próprio ângulo $\alpha\,(z_0)$ de deposição em $\underline{P}$ da fibra. O plano Π determina-se através dos cosenos directores do seu versor normal n e estes são relacionados com o ângulo $\alpha\,(z_0)$:

$$\begin{aligned} &ale = \cos\alpha \\ &ame = \cos\pi/2 = 0 \\ &ane = -\operatorname{sen}\alpha \end{aligned} \qquad (4.24)$$

Fazendo a equação genérica do plano de normal n_π passar por $\underline{P}$ obtemos:

$$ale\left(x-x_0\right)+ame\left(y-y_0\right)+ane\left(z-z_0\right)=0$$

No caso particular em análise obtêm-se para equações do plano Π

$$ale\left(x-x_0\right)+ane\left(z-z_0\right)=0 \qquad (4.25)$$

Para determinar o plano β tangente ao mandril, convém primeiro determinar os parâmetros directores da normal em $\underline{P}$ no referencial RC, exprimir em RΓ e escrever a equação de β em RΓ.

Os parâmetros directores da normal N à superfície em $\underline{P}\,(r_0,\theta_0,z_0)$ em RC obtêm-se como visto em (2.9), resolvendo as equações temos

$$\begin{aligned} N_x &= -\left(r_\theta \operatorname{sen}\theta_0 + r_0 \cos\theta_0\right) \\ N_y &= \left(r_\theta \cos\theta_0 - r_0 \operatorname{sen}\theta_0\right) \\ N_z &= r_z\, r_0 \end{aligned} \qquad (4.26)$$

Para exprimir as componentes de N (N_X, N_Y, N_Z) em RΓ basta realizar uma mudança de referencial e tem-se

$$\begin{aligned} L &= N_x \cos\theta_e - N_y \operatorname{sen}\theta_e \\ M &= N_x \operatorname{sen}\theta_e + N_y \cos\theta_e \\ N &= N_z \end{aligned} \qquad (4.27)$$

em definitivo o plano β tangente em $\underline{P}\,(X_0, Y_0, Z_0)$ no sistema RΓ é:

$$L\left(X-X_0\right)+M\left(Y-Y_0\right)+N\left(Z-Z_0\right)=0 \qquad (4.28)$$

Chegados a este ponto já podemos escrever a equação da recta (s) em RΓ como a intersecção de β e Π:

$$\begin{cases} L\left(X_e-X_0\right)+M\left(Y_e-Y_0\right)+N\left(Z_e-Z_0\right)=0 \\ \text{ale}\left(X_e-X_0\right)+\text{ane}\left(Z_e-Z_0\right)=0 \end{cases} \qquad (4.29)$$

A determinação da recta (s) obtida deste modo, necessita dos seguintes valores:- um ponto de Γ e suas coordenadas, - ângulo de enrolamento α(z) e características geométricas diferenciais de primeira ordem do mandril. O ângulo α(z) é um valor dado pelo projecto; as características geométrico-diferenciais da primeira ordem devem-se determinar através de um programa de modelização superficial.

Até aqui, obtivemos a recta tangente e sobre esta o ponto $\underline{P}\,(x_0, y_0, z_0)$. Para obtermos o ponto da trajectória do olhal de deposição, que se encontra sobre a recta tangente, basta impormos uma distância entre o ponto $\underline{P}\,(x_0, y_0, z_0)$ e o ponto que "desejamos" obter. Temos então:

(b) - Imposição de distância constante

$$\text{delta}^2 = \left(X_e-X_0\right)^2+\left(Y_e-Y_0\right)^2+\left(Z_e-Z_0\right)^2 \qquad (4.30)$$

Esta equação dá-nos a distância entre o ponto $\underline{P}\,(X_0, Y_0, Z_0)$ e o novo ponto da trajectória do olhal de deposição. Temos finalmente um sistema resolúvel de 3 equações e 3 incógnitas.

No entanto, da última equação podemos extrair 6 soluções, três estão no domínio real e destas só uma nos interessa. Vejamos aquela que maiores garantia oferece

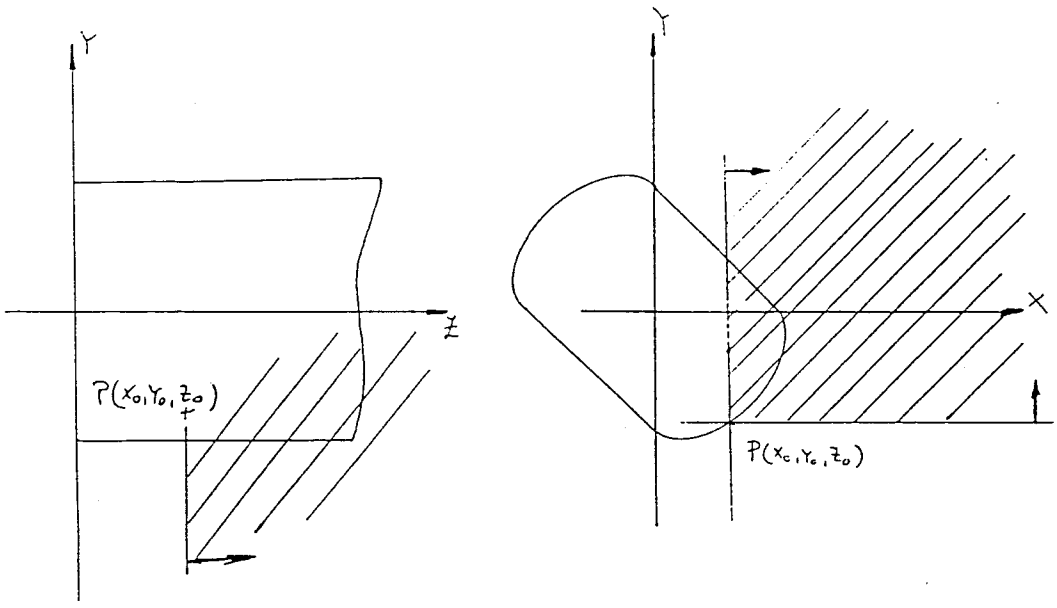


Fig. 4.4 - Zonas onde se deve situar o ponto (X_e, Y_e, Z_e)

como se vê interessa-nos a parte em que

$X_e = X_0 + SQRT(\quad)$

Assim o critério utilizado para determinação dos pontos da trajectória do olhal de deposição, é o seguinte:

$$X_e = delta/SQRT\left(1.+\left((N\times ale - L\times ane)/M\times ane\right)\right)$$

$$**2.+(ale/ane)**2).+x_0$$

$$Y_e = \left((N\times ale - L\times ane)/(M\times ane)\right)*\left(x_e - x_0\right)+Y_0$$

$$Z_e = -\frac{ale}{ane}\left(x_e - x_0\right)+z_0 \qquad (4.31)$$

No caso de deposição de um único *roving* de fibra, os graus de liberdade essenciais para garantir um enrolamento, são uma rotação do mandril e 3 translações do olhal de deposição no espaço.

Há no entanto que considerar que se o enrolamento for feito com banda de fibra, também são importantes os graus rotacionais do olhal deposição

Tais rotações podem ser obtidas da seguinte forma:

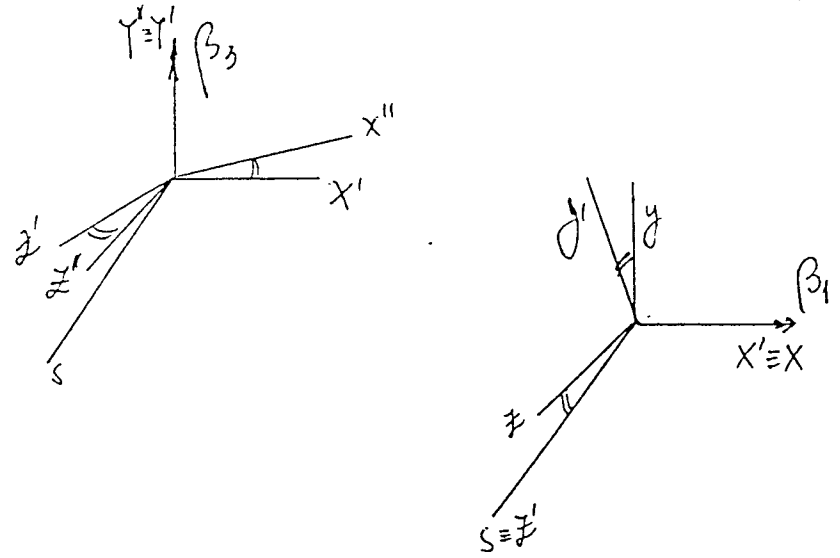


Fig. 4.5 - Figura elucidativa das rotações do olhal.

Vamos utilizar as rotações β_1 e β_3 do olhal de deposição necessárias para colocar o olhal com a direcção da recta (s). Estes ângulos obtêm-se com as seguintes considerações geométricas (Fig.4.5) fazendo uso dos parâmetros directores da recta (s) rodada

$$\text{als} = M \times \text{ane}$$
$$\text{ams} = -L \times \text{ane} + \text{ale} \times N$$
$$\text{ans} = -\text{ale} \times M$$

obtêm-se

$$\beta_1 = \delta$$
$$\beta_3 = \xi$$

em que

$$\underline{\text{sen}\,\xi} = \frac{|\text{ans}|}{\sqrt{\text{als}^2 + \text{ans}^2}}$$

$$\underline{\text{sen}\,\delta} = \frac{|\text{ans}|}{\sqrt{\text{ams}^2 + \text{ans}^2}} \qquad (4.32)$$

c - A obtenção da rotação do mandril para colocar o plano tangente "sobre" o plano desejado pode ser obtida da seguinte forma:

c1 - Ângulo entre a recta(h) de intersecção do plano horizontal com o plano perpendicular ao eixo de rotação do mandril no ponto $\underline{P}$ (x_0, y_0, z_0) e, a recta (P) de intersecção do plano tangente com o mesmo plano perpendicular ao eixo de rotação do mandril.

A formulação matemática é a seguinte:

$$(h) \quad \begin{cases} Y = \text{const.} \\ Z = Z_0 \end{cases} \tag{4.33}$$

$$(p) \quad \begin{cases} L(X - X_0) + M(Y - Y_0) + N(Z - Z_0) = 0 \\ Z = Z_0 \end{cases} \tag{4.34}$$

Depois de calculados os versores de cada uma das rectas, obtemos o coseno do ângulo "desejado" como mostra a expressão seguinte

$$\cos\beta = \frac{|M|}{\sqrt{L^2 + M^2}} \tag{4.35}$$

Como sabemos, os parametros directores do plano tangente são função de (N_x, N_y, N_z), que depois da rotação tomam os seguintes valores

$$\begin{aligned} L &= N_x \cos\theta_e - N_y \operatorname{sen}\theta_e \\ M &= N_x \operatorname{sen}\theta_e + N_y \cos\theta_e \\ N &= N_z \end{aligned} \tag{4.36}$$

que substituídos na expressão (4.35) e trabalhados permitem obter como equação final

$$\begin{aligned} &N_x \operatorname{sen}\theta_e + N_y \cos\theta_e - \text{SQRT}(N_x **2 + N_y **2) \times \\ &\times \cos\beta = F(\theta_e) \end{aligned} \tag{4.37}$$

Para obtenção da solução da equação e para cada ponto do enrolamento recorreu-se ao método de Newton-Raphson.

4.5 - Determinação da trajectória do olhal de deposição - Método MF

Como um dos objectivos desta tese era a obtenção da trajectória do olhal de deposição com optimização dos parâmetros cinemáticos, ocorreu a ideia de que à partida se pudesse obter um método de determinação de trajectória do olhal de deposição e que nos conduzisse a velocidades mais elevadas para os mesmos tempos de partida. Para que tal possa ser possível o deslocamento entre duas posições do olhal de deposição deverá ser o menor possível, sendo este o ponto de partida para a obtenção do método.

O ponto inicial da trajectória é um ponto obtido pelo método anterior. Agora, para que a distância possa ser menor conhecida a recta tangente, o próximo ponto da trajectória deverá ficar na intersecção do plano normal à recta tangente que passa por $P_{ep}(X_{ep}, Y_{ep}, Z_{ep})$ e aquela recta em que P_{ep} é o ponto precedente da trajectória do olhal de deposição.

A formulação matemática para obtenção da trajectória do olhal de deposição é a seguinte:

(a) - Determinação da recta tangente

(b) - Intersecção entre o plano normal à tangente e esta.

(c) - Obtenção da rotação do mandril

(a) - A obtenção da recta tangente é em tudo semelhante à do método anterior, como tal chegamos às equações:

$$ale\left(x-x_0\right)+ane\left(z-z_0\right)=0$$

para o plano Π, plano que possui a inclinação igual a $\alpha(z)$ com o eixo dos z, e

$$L\left(X-X_0\right)+M\left(Y-Y_0\right)+N\left(Z-Z_0\right)=0$$

para o plano β, plano tangente em $\underline{P}\ (X_0, Y_0, Z_0)$ no sistema $R\Gamma$

Chegados a este ponto podemos obter o plano normal à recta tangente, mas para tal necessitamos de obter os cosenos directores desta, o que se pode fazer da seguinte maneira:

$$(h)\begin{cases} Y=\text{const.} \\ Z=Z_0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{ale}(x-x_0)+\text{ane}(z-z_0)=0 \\ L(x-x_0)+M(Y-Y_0)+N(z-z_0)=0 \end{cases}$$

$$\begin{vmatrix} L & M & N \\ \text{ale} & 0 & \text{ane} \end{vmatrix}$$

$$\text{als}=M\times\text{ane}$$
$$\text{ams}=-L\times\text{ane}+\text{ale}\times N$$
$$\text{ans}=-\text{ale}\times M$$

$$\text{als}(X_e-X_0)+\text{ams}\,(Y_e-Y_0)+\text{ans}(Z_e-Z_0)=0$$

(b) - Sendo estes os cosenos directores da recta tangente, também o são do versor normal do plano normal à recta tangente. Como tal, a obtenção do plano normal que passa pelo ponto $\underline{P}\,(X_{ep}, Y_{ep}, Z_{ep})$ vem assim definido:

$$\text{als}\left(X_e-X_{ep}\right)+\text{ams}\left(Y_e-Y_{ep}\right)+\text{ans}\left(Z_e-Z_{ep}\right)=0 \qquad (4.38)$$

Com a obtenção desta equação ficamos com o problema resolvido, uma vez que para o primeiro ponto utilizamos as equações (4.29). A partir daí utilizamos as equações derivadas das anteriormente descritas, que são:

$$Y_e=\left(Y_{ep}+\frac{\text{als}}{\text{ams}}\left(X_{ep}-X_0+(\text{ane}\times\text{amt})\right)/(\text{ant}\times\text{ale}-\text{alt}\times\text{ane})\times Y_0\right)$$
$$+\frac{\text{ans}}{\text{ams}}\left(Z_{ep}-Z_0-\frac{\text{ale}\times\text{amt}}{(\text{ant}\times\text{ale}-\text{alt}\times\text{ane})}Y_0\right)\Bigg/\left(1+\frac{(\text{ale}\times\text{ane}-\text{ans}\times\text{ale})\times\text{amt}}{\text{ams}(\text{ant}\times\text{ale}-\text{alt}\times\text{ane})}\right)$$
$$X_e=X_0+\frac{\text{ane}\times\text{amt}}{(\text{ant}\times\text{ale}-\text{alt}\times\text{ane})}(Y_e-Y_0)$$
$$Z_{e=}Z_0+\frac{\text{ale}\times\text{amt}}{(\text{ant}\times\text{ale}-\text{alt}\times\text{ane})}(Y_o-Y_e)$$

(4.39)

c - As rotações do mandril foram realizadas pelos processos atrás descritos.

A validação numérica faz-se relativamente à trajectória estática do olhal de deposição e com vários valores da distância constante entre o ponto do enrolamento e o ponto da

trajectória do olhal de deposição. Os resultados da análise sobre os métodos anteriores foram os seguintes:

4.6 - Validação numérica dos métodos atrás descritos

Método M1

Apresenta resultados satisfatórios uma vez que não viola os valores de P (X_0, Y_0, Z_0) do ponto do enrolamento. Apresenta-se, na primeira figura do final do capítulo, a trajectória estática do olhal de deposição para uma distânica de 500 mm. Este método também teve experimentação prática a qual resultou em pleno notando-se um pequeno deslizamento a grandes velocidades.

Método MF

Não é o método que se esperava já que no mesmo exemplo e utilizando inicialmente diferentes distâncias, este método viola os valores de P (X_0, Y_0, Z_0), ou seja, não é possível a utilização deste método na prática. A trajectória estática pode ser visualizada na segunda figura do final do capítulo para uma distância de 500 mm.

4.7 - Criação do método em banda M2

A determinação estática da trajectória do olhal de deposição, vista nos pontos anteriores, traz como novidade a criação de um método que não sendo o método MF se baseia neste e tem como auxiliar importante o método M1. Tal método vai passar a ser designado por M2. O objectivo da utilização deste método em termos cinemáticos continua a ser a obtenção de um método que seja mais rápido.

Uma vez que estaticamente será impossível a utilização do método MF na determinação da trajectória do olhal de deposição cria-se o método M2 que se baseia no seguinte:

(a) 1 - primeiro ponto dado pelo método M1

2 - utilização do Método MF para os restantes pontos, até que, seja violada a condição de

$$\text{delta} < \text{delta} \pm \text{banda}$$

no ponto i.

3 - se a condição anterior for violada o ponto i passa então a ser obtido pelo método M1

4 - o processo é cíclico até a obtenção da trajectória final.

A visualização da trajectória pode ser vista na terceira figura do final do capítulo.

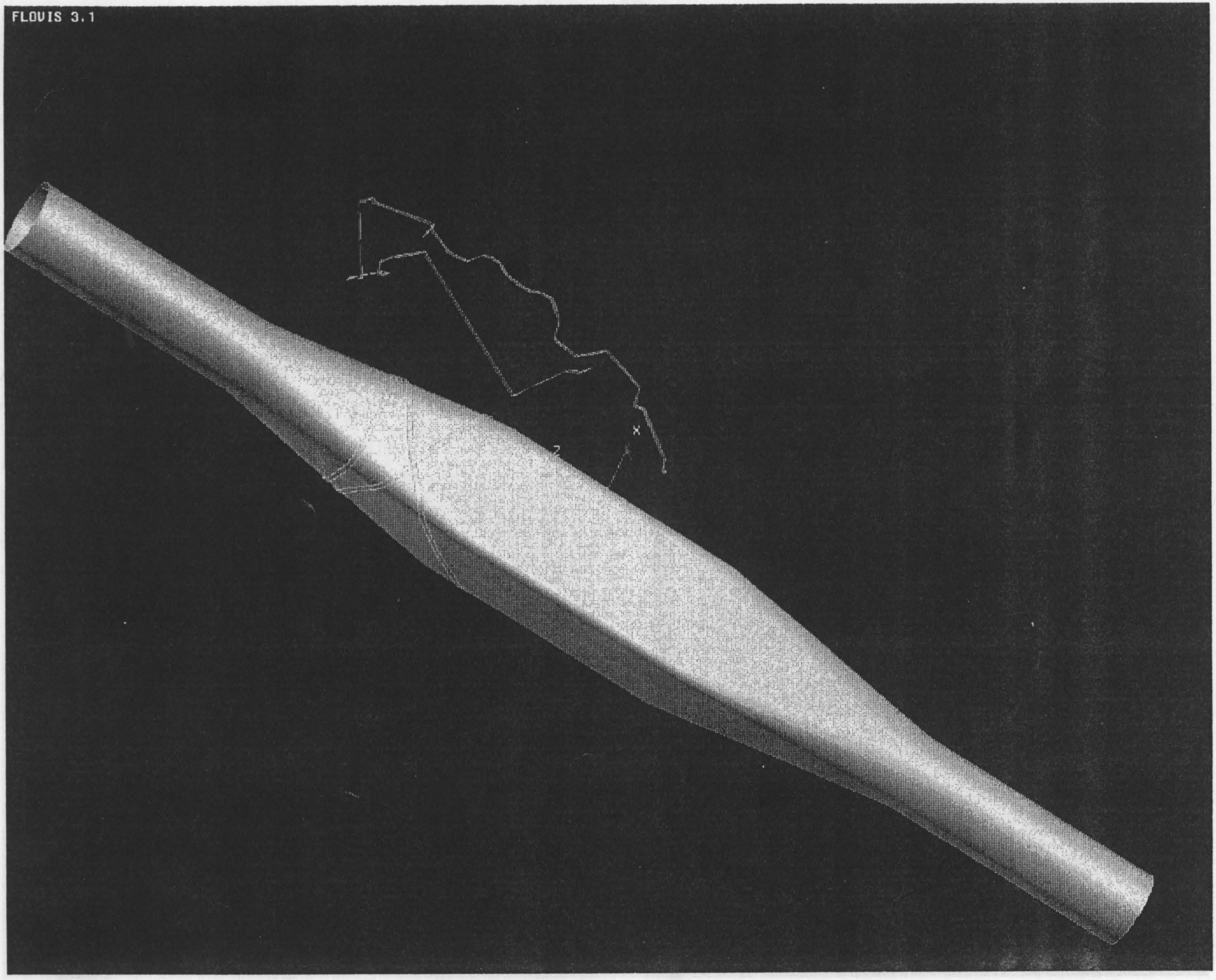
(b) - utilização do método numérico de optimização para obtenção dos restantes pontos a partir de (a) 1, tendo em conta que o que se pretende minimizar é a distância entre dois pontos consecutivos da trajectória do olhal de deposição (método M3). Assim a função a minimizar é

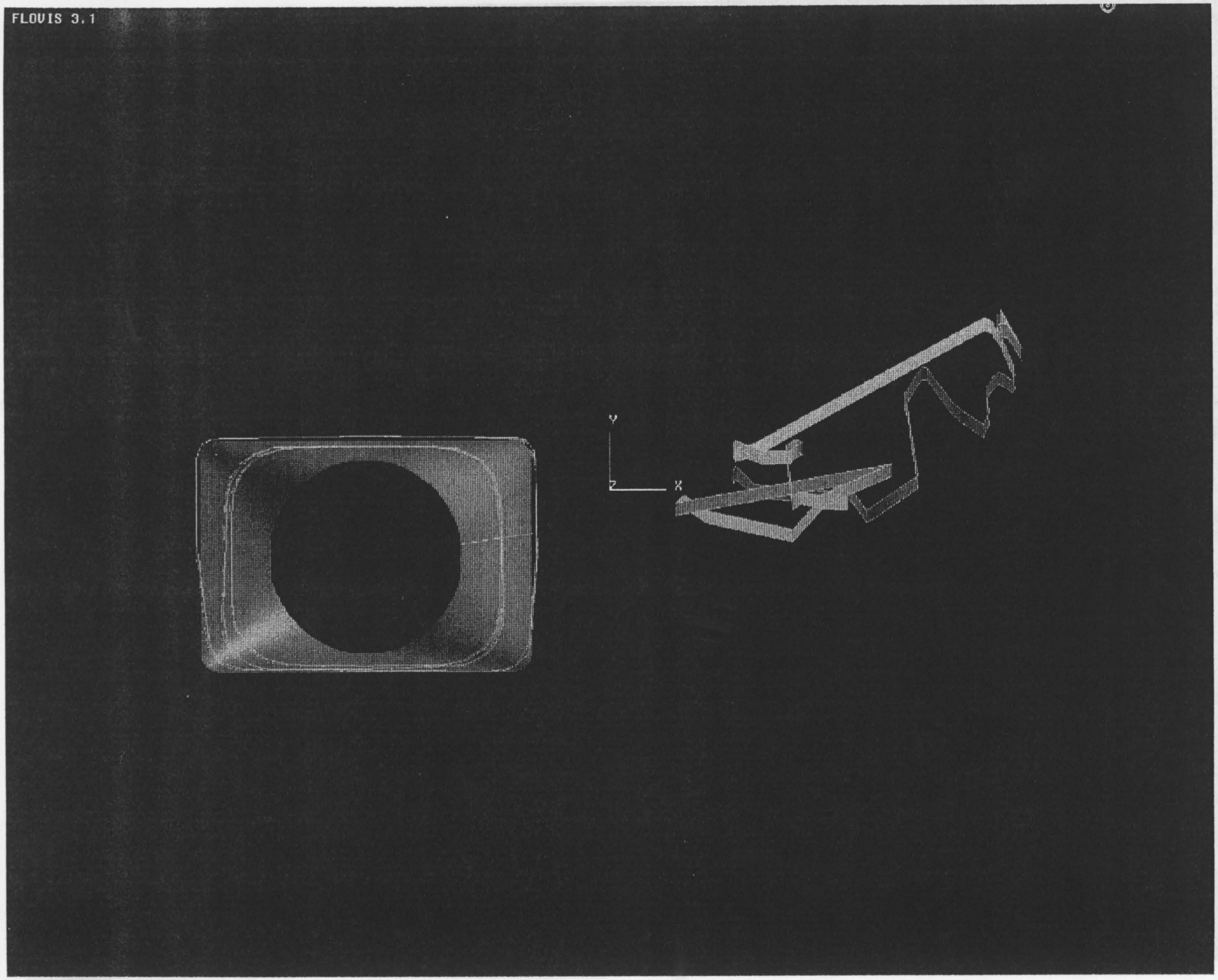
$$f = SQRT\ (X_e\ (i) - X_e\ (i\text{-}1)\ )\ **\ 2 + (Y_e\ (i) - Y_e\ (i\text{-}1)\ )\ **\ 2 +$$

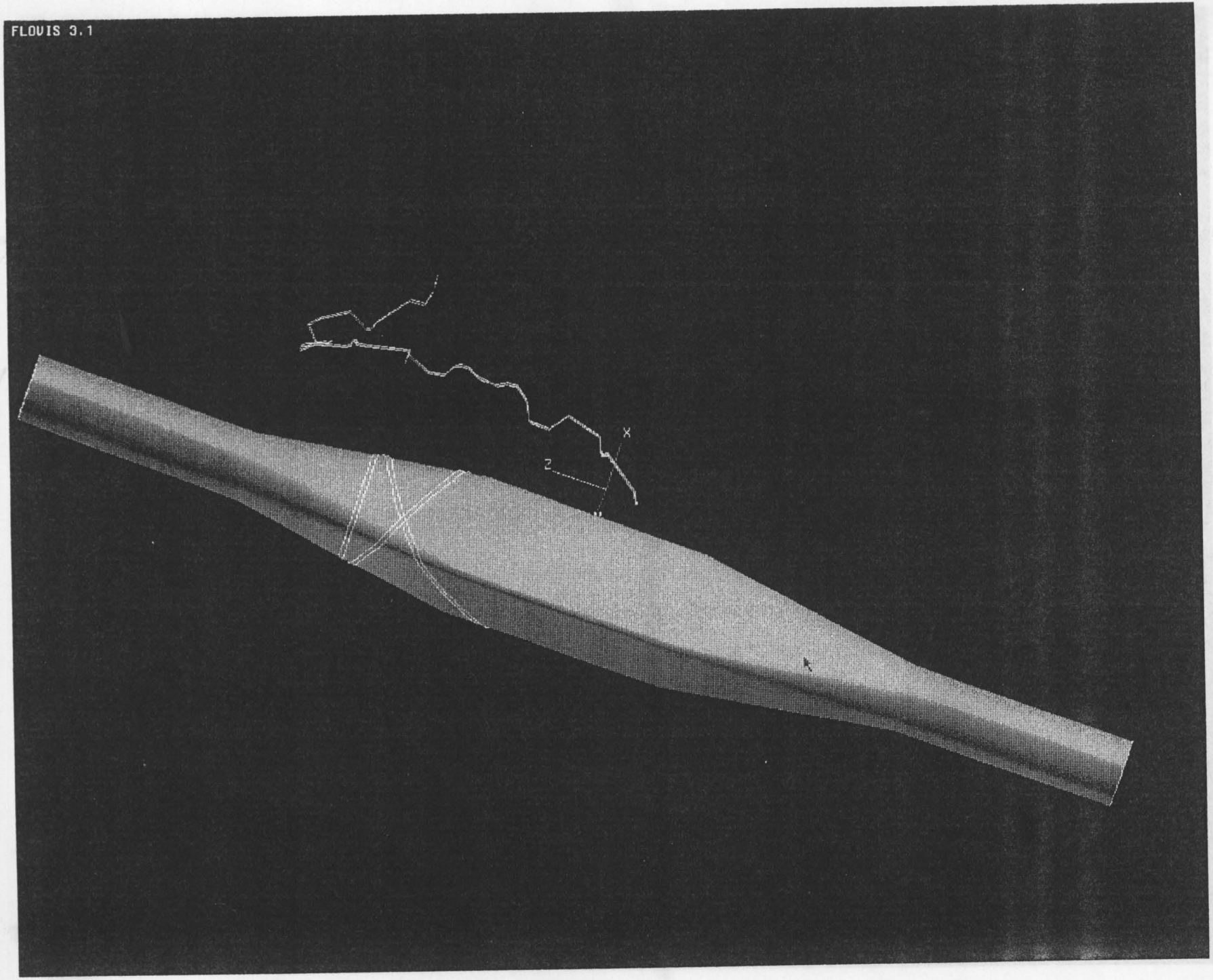
$$+ (Z_e\ (i) - Z_e\ (i\text{-}1)\ )\ **\ 2) \qquad (4.40)$$

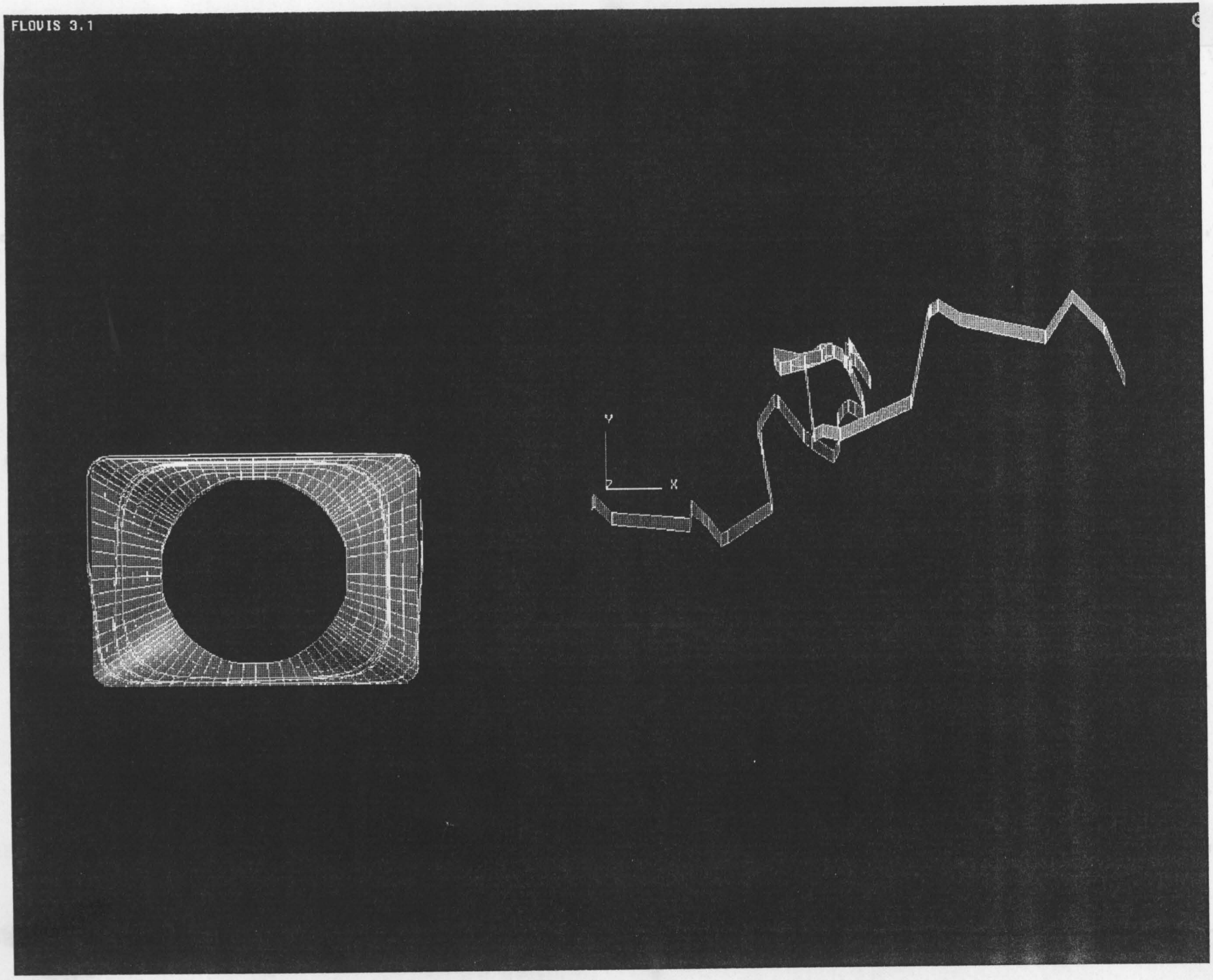
Temos então 3 equações que são função de um único parametro, d, a distância do ponto de enrolamento ao ponto da trajectória do olhal de deposição.

Se a equação a minimizar só depende de um parâmetro, então utiliza-se a pesquisa unidireccional e, neste caso, o método exposto em 4.3 (pesquisa da "secção de ouro").

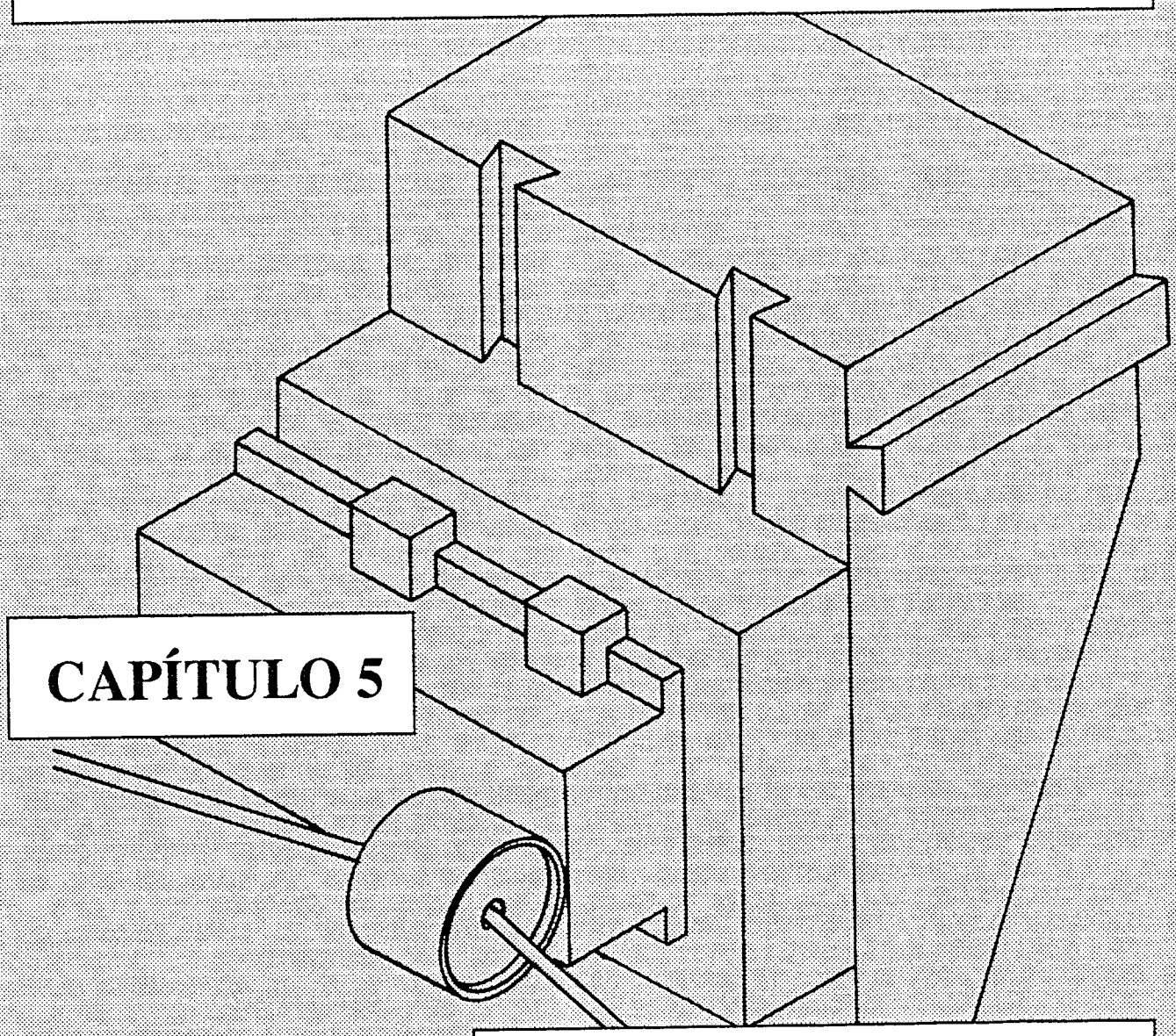

FLOVIS 3.1
Z
X


FLOVIS 3.1
Y
Z
X


FLOVIS 3.1
X
Z


FLOVIS 3.1
Y
Z
X

Métodos para Obtenção da Trajectória do Olhal de Deposição com Eliminação de Colisão.



CAPÍTULO 5

Algorítmo

Capítulo

5

• ALGORITMO DE DETECÇÃO DE COLISÃO

5.1 - Introdução

Tendo em atenção que uma das situações mais indesejáveis no enrolamento filamentar é a colisão entre o olhal de deposição e o mandril, é realizado neste capítulo um trabalho que visa a eliminação deste problema para todos os tipos de superfícies (axissimétricas e assimétricas) e permita que este controlo possa ser feito pontualmente.

As referências [17], [18] e [19] apresentam, como método de detecção, a interferência entre as rectas que preconiza a distância entre o olhal de deposição e o ponto similar do enrolamento e o mandril, ou seja, é necessário conhecer o sólido (mandril) e a recta, o que só é possível nos grandes sistemas de visualização CAD/CAM. Este método de detectar a colisão entre o mandril e o olhal de deposição baseia-se na variação da distância entre o olhal de deposição e o ponto correspondente do enrolamento, até que em todos os pontos da trajectória não exista colisão. No entanto, a distância final será a maior visto que o método é iterativo e se vai realizando nova iteração até nova detecção voltando ao início do ciclo com nova e maior distância que a anterior. Tal método de detecção da colisão é moroso e tende para uma distância máxima que em muitos pontos do mandril é desnecessária, o que implica um aumento das dimensões do campo de trabalho.

O método por mim proposto permite uma correcção pontual da distância entre o mandril e o olhal de deposição de modo que, por necessidade de evitar a colisão em determinado ponto da trajectória, a distância seja a máxima e no ponto seguinte da mesma trajectória essa mesma distância seja mínima.

As ferramentas utilizadas na realização de tal trabalho são:

Geometria Analítica

Curvas de interpolação (*Cubic Spline* [25] [26] [27]).

A Geometria Analítica, tal como nos outros métodos, serve para calcular a recta que une o ponto do enrolamento e o correspondente à trajectória do olhal de deposição. A *Cubic Spline* (forma de primeira derivada) serve para interpolar o raio do mandril para determinado Ze.

5.2 - *Spline* Físicas e Matemáticas

5.2.1 - *Splines* Físicas

A *spline* é uma ferramenta de desenho longamente testada e utilizada em indústrias tais como a naval e aeroespacial. É um fino arame de metal, plástico ou madeira que é facilmente flexível e passa através de um conjunto de pontos do projecto. O desenhador utiliza a *spline* na posição requerida com a ajuda de pesos chamados "ducks" (fig. 5.1) para desenhar a curva aproximada.

A *spline* física foi substituída pela spline matemática no sistemas CAD/CAM.

A *spline* física comporta-se em termos estruturais, exactamente como uma fina viga elástica, de "ducks" que podem ser olhados como as cargas solicitando a viga.

Podemos facilmente construir um modelo matemático para uma *spline* física, usando a teoria das vigas.

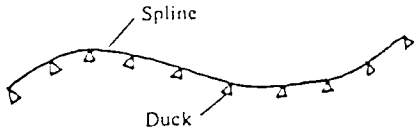


Fig. 5.1 - *Spline*: uma ferramenta de desenho

5.2.2 - Ponto de vista mecânico

Vamos rever a teoria das vigas elásticas. Vamos examinar o tramo de uma viga elástica entre dois pontos carregados, na qual os momentos de flexão M(x) são uma função linear (fig. 5.2)

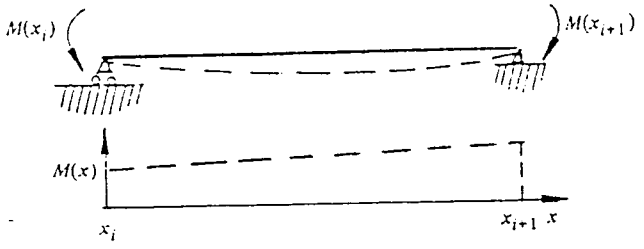


Fig. 5.2 - A deformada de uma viga elástica

A fórmula de Euler para os momentos flectores pode ser expressa como

$$\frac{1}{\rho(x)} = \frac{M(x)}{EI} \tag{5.1}$$

onde

M(x) é o momento de flexão
ρ(x) é o raio de curvatura da viga
EI é a constante de flexão

Assim no plano da curva a curvatura é

$$\frac{1}{\rho(x)} = \frac{y''(x)}{\left[1+y'^2(x)\right]^{3/2}} \tag{5.2}$$

de (5.1) e (5.2) obtemos

$$\frac{y''(x)}{\left[1+y'^2(x)\right]^{3/2}} = \frac{M(x)}{EI} \tag{5.3}$$

Visto que y'(x) <<1, no caso da deformada da viga elástica, a equação acima pode vir simplificada para

$$y''(x) = \frac{M(x)}{EI} \tag{5.4}$$

Esta mostra que a função f (x) é uma polinominal cúbica, pois o momento flector M(x) no tramo da viga é uma função linear. A coordenada y é a deformada do tramo da viga; a primeira derivada é a inclinação do tramo e a segunda derivada é a curvatura do tramo da viga. A curva de deflexão da viga pode ser descrita por uma função polinominal cúbica contínua, visto que o momento de flexão M(x) é uma função linear contínua. Podemos usar curvas contínuas como um modelo matemático das *splines* físicas.

5.2.3 - *Splines* matemáticas

Iremos considerar agora a definição da função *spline* cúbica y(x) a qual possui os pontos dados (x_i, y_i) (i = 0, 1, ..., n).

Se a função y(x) possuir as condições seguintes:

- $y(x_i) = y_i$ (i = 0, 1, ...n)
- y'(x) e y''(x) são contínuas nos nós x_i (i = 1, 2, ..., n-1)
- y(x) é um polinómio do terceiro grau em cada subintervalo $[x_{i-1}, x_i]$ (i = 1, 2, ..., n)

então y(x) é chamada a função *spline* cúbica, e estas curvas são chamadas curvas *spline* cúbica (fig. 5.3).

Quando condições de continuidade de maior grau são necessárias, recorre-se à *spline* de grau superior. Qualquer forma de *spline* possui em comum as seguintes propriedades segmentadas e contínua. Em engenharia, a *spline* polinomial cúbica é a mais utilizada. Concentraremos a nossa atenção na *spline* polinomial cúbica

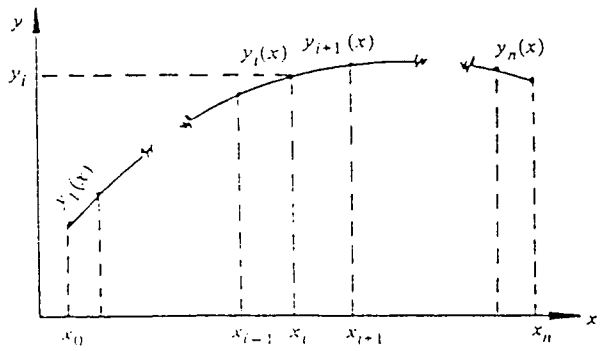


Fig. 5.3 -*Spline* matemática

5.3 - *Splines* cúbicas

5.3.1 - A forma da primeira derivada

Primeiro desenvolveremos a forma da primeira derivada da equação da curva cúbica no intervalo $0 \leq u \leq 1$. Este é matemáticamente o caminho mais conveniente de limitar os valores paramétricos, porque

$$u = \frac{(x - x_{i-1})}{(x_i - x_{i-1})}$$

Quando se muda desde x_{i-1} até x_i, u varia respectivamente desde zero até um.

Para a interpolação de Hermite, as quatro condições que definem o segmento de curva cúbico são funções dos valores y_0 e y_1, e da primeira derivada dos valores y'_0 e y'_1 com correspondência a u nos pontos finais (fig. 5.4)

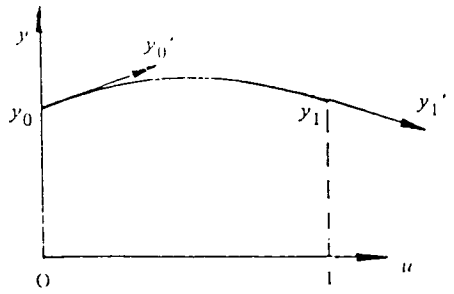


Fig. 5.4 - Interpolação Hermite para um segmento de curva cúbica

Assumimos que a equação para o segmento curvo cúbico é

$$y(u) = a_0 + a_1 u + a_2 u^2 + a_3 u^3 \qquad (5.5)$$

Diferenciando a equação acima obtemos

$$y'(u) = a_1 + 2a_2 u + 3a_3 u^2 \qquad (5.6)$$

Depois, substituindo as quatro condições dadas nas duas equações acima, obtemos

$$a_0 = y_0$$
$$a_1 = y'_0$$
$$a_2 = \left(3y_1 - 3y_0 - 2y'_0 - y'_1\right)$$
$$a_3 = \left(2y_0 - 2y_1 + y'_0 + y'_1\right)$$

assim

$$y(u) = y_0 + y'_0\,u + \left(3y_1 - 3y_0 - 2y'_0 - y'_1\right)u^2 +$$
$$+ \left(2y_0 - 2y_1 + y'_0 + y'_1\right)u^3$$

a qual pode ser reescrita como

$$y(u) = y_0\left(2u^3 - 3u^2 + 1\right) + y_1\left(-2u^3 + 3u^2\right) +$$
$$y'_0\left(u^3 - 2u^2 + u\right) + y'_1\left(u^3 - u^2\right)$$

Fazendo

$$F_0(u) = 2u^3 - 3u^2 + 1$$
$$F_1(u) = -2u^3 + 3u^2$$
$$G_0(u) = u\,(u-1)^2$$
$$G_1(u) = u^2\,(u-1) \qquad (5.7)$$

a equação do segmento cúbico pode ser expressa por

$$y(u) = y_0 F_0(u) + y_1 F_1(u) + y'_0 G_0(u) + y'_1 G_1(u) \qquad (5.8)$$

na qual $F_0(u), F_1(u), G_0(u)$ e $G_1(u)$ são chamadas as funções básicas de Hermite ou funções de combinação cúbica. Note que

$$F_0(u) + F_1(u) \equiv 1 \qquad (5.9)$$

A fig. 5.5 mostra as quatro funções de combinação, as quais são idênticas para todas as curvas paramétricas e são iguais para cada uma das três coordenadas espaciais, visto que elas são unicamente dependentes do parâmetro u.

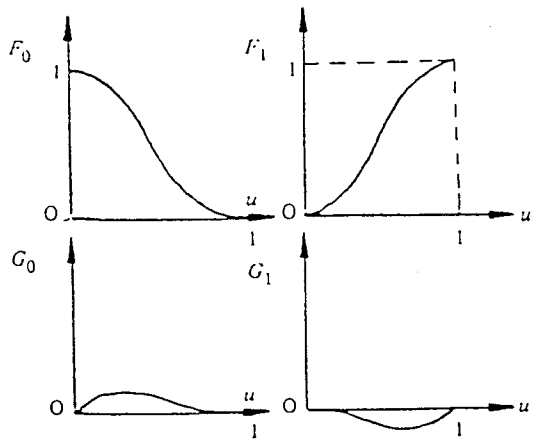


Fig. 5.5 - Funções de combinação para as curvas paramétricas cubicas.

Encontramos que para u=0 só $F_0(u)$ determina o valor de y(u), visto que $F_0(0) = 1$ e $F_1(0) = G_0(0) = G_1(0) = 0$, e que a influência de $F_0(u)$ gradualmente diminui para zero, à medida que o valor de u aumenta gradualmente para 1. Para u = 1 só $F_1(u)$ determina o valor de y (u) visto que $F_1(1) = 1$ e $F_0(1) = G_0(1) = G_1(1) = 0$, e a influência de $F_1(u)$ aumenta gradualmente para um tal como acontece com o valor de u.

Diferenciando (5.7) obtemos

$$\begin{aligned} F'_0(u) &= 6u(u-1) \\ F'_1(u) &= 6u(1-u) \\ G'_0(u) &= 3u^2-4u+1 \\ G'_1(u) &= 3u^2-2u \end{aligned} \qquad (5.10)$$

A fig. 5.6 mostra as correspondentes funções de primeira derivada das funções de combinação.

Vemos que para u=0, só $G'_0(u)$ determina o valore de y'(u).

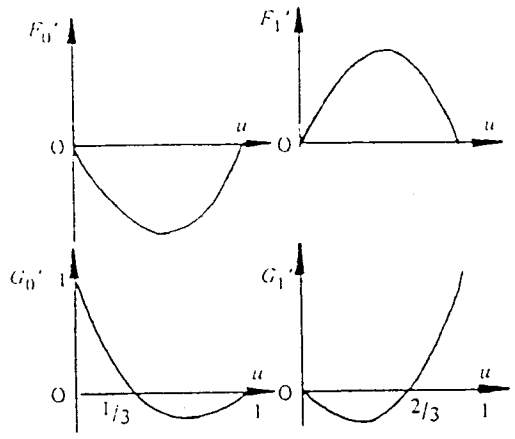


Fig. 5.6 - Função de primeira derivada das funções de combinação

$F'_0(0) = F'_1(0) = G'_1(0) = 0$ e $G'_0(0) = 1$, e que para u=1, só $G'_1(u)$ determina o valor de y'(u), visto que $F'_0(1) = F'_1(1) = G'_0(1) = 0$ e $G'_1(1) = 1$.

É evidente que, as funções da segunda derivada das funções de combinação são um conjunto de funções lineares.

Usando as quatro funções de combinação e correspondentes derivadas, podemos calcular as coordenadas, primeira e segunda derivadas de quaisquer pontos numa curva paramétrica cúbica. Usando-as, podemos modificar as condições fronteira de maneira a alterar a forma interior da curva. O conjunto das funções de combinação é frequentemente usado nas aplicações de CAD/CAM. Agora, podemos construir um segmento de curva cúbico no intervalo $[x_{i-1}, x_i]$. As condições fronteiras dadas são os valores da função y_{i-1}, y_i e a primeira derivada respectivamente a x, y'_{i-i}, y'_i. Note-se que existe uma relação entre y'(u) e y'(x) como se segue:

$$y'(u) = \frac{dy}{du} = \frac{dy}{dx}\frac{dx}{du} = y'(x)\frac{dx}{du}$$

visto que

$$u = (x - x_{i-1})/(x_i - x_{i-1}) = (x - x_{i-1})/hi \quad .$$

e diferenciando ambos os termos

$$\frac{du}{dx} = 1/hi$$

Considerando m a primeira derivada y' em ordem a x; a relação acima descrita pode então ser representada por

$$y'(u) = y'(x)h_i = m_i h_i \tag{5.11}$$

de acordo com (5.8), o segmento de curva de ordem inésima pode ser descrito como

$$y_i(x) = y_{i-1} F_0(u) + y_i F_1(u) + h_i \left[m_{i-1} G_0(u) + m_i G_1(u)\right]$$

$$(i = 1,2,...,n) \tag{5.12}$$

Esta pode ser reescrita sob a forma matricial como se segue:

$$y_i(x) = \left[F_0(u) \;\; F_1(u) \; G_0(u) \;\; G_1(u)\right] \begin{bmatrix} y_{i-1} \\ y_i \\ n_i m_{i-1} \\ n_i m_i \end{bmatrix} =$$

$$= \left[1 \; u \; u^2 \; u^3\right] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & 3 & -2 & -1 \\ 2 & -2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{i-1} \\ y_i \\ n_i m_{i-1} \\ n_i m_i \end{bmatrix} \tag{5.13}$$

$(i = 1,2,...,n)$

Isto expressa o segmento de curva crítica no intervalo $\left[x_{i-1}, x_i\right]$ em função de dois valores conhecidos y_{i-1} e y_i, e duas incógnitas m_{i-1} e m_i.

Diferenciando (5.12) duas vezes em ordem a x obtemos,

$$y''_i(x) = y_{i-1} F''_0(u)/h_i^2 + y_i F''_1(u)/h_i^2 +$$
$$+ m_{i-1} G''_0(u)/h_i + m_i G''_1(u)/h_i \tag{5.14}$$

onde

$$F''_0(u) = 12u - 6$$

$$F''_1(u) = -12u + 6$$

$$G''_0(u) = 6u - 4$$

$$G''_1(u) = 6u - 2$$

A segunda derivada no ponto u=1, que é x=xi para o segmento enésimo pode ser calculada de (5.14)

$$y''_i(x_i) = 6y_{i-1}/h_i^2 - 6y_i/h_i^2 + 2m_{i-1}/h_i + 4m_i/h_i \qquad (5.15)$$

igualmente para u=0 para o segmento de ordem i+1:

$$y''_{i+1}(x_i) = -6y_i/h_{i+1}^2 + 6y_{i+1}/h_{i+1}^2 - 4m_i/h_{i+1} - 2m_i/h_{i+1} \qquad (5.16)$$

Para assegurar continuidade C^2 no ponto (x_i, y_i) a condição seguinte deve existir:

$$y''_i(x_i) = y''_{i+1}(x_i)$$

Por outras palavras, o lado direito da equação (5.15) e (5.16) devem ser iguais; obtemos depois de algumas simplificações

$$\lambda_i m_{i-1} + 2m_i + \mu_i m_{i+1} = C_i \qquad (i = 1,2,\ldots,n-1) \qquad (5.17)$$

na qual

$$\lambda_i = h_{i+1}/(h_i + h_{i+1})$$

$$\lambda_1 = 1 - \lambda_i$$

$$C_i = 3\left[\lambda_i(y_i - y_{i-1})/h_i + \mu_i(y_{i+1} - y_i)/h_{i+1}\right]$$

A relação entre as equações (5.17) da primeira derivada garante continuidade C^2 no ponto (x_i, y_i) (i = 1,2,..., n-1) (ver fig. 5.7).

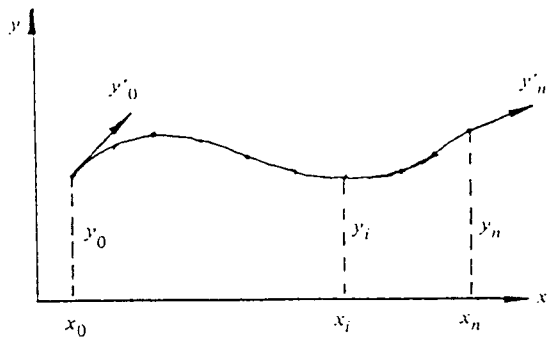


Fig. 5.7 - Descritização da *spline* plana garantindo contituidade

Podemos ver que (5.17) é linear nas três incognitas m_{i-1}, m_i e m_{i+1}. A partir de (5.17) só conseguimos obter (n-1) equações para os nós internos x_i (i = 1,2, ..., n-1), mas existem (n+1) incógnitas m_i (i = 0,1, ..., n). Necessitamos então, de duas equações adicionais para resolverem o sistema de equações linear. As duas equações adicionais são chamadas de condições fronteira e devem ser escolhidas pelo projectista para qualquer aplicação específica. As condições fronteira usadas são as primeiras derivadas m_0 e m_n nos dois pontos 0 e n. Então só (n-1) incógnitas se mantêm em (5.17). A primeira equação pode ser introduzida por

$$2m_1+\mu_1 m_2=C_1-\lambda_1 m_0$$

a equação de ordem (n-1) pode ser introduzida por

$$\lambda_{n-1} m_{n-2}+2m_{n-1}=C_{n-1}-\mu_{n-1} m_n$$

Isto possibilita-nos a resolução do sistema concreto.

Por especificação da segunda derivada y''_0 e y''_n nos dois pontos extremos e fazendo i = 0 em (5.16) obtemos

$$2m_0+m_1=C_0$$

onde

$$C_0=\left[3\left(y_1-y_0/h_1\right)\right]-\left[h_1 y''_0/2\right]$$

e para i = n em (5.15), obtemos

$$m_{n-1}+2m_n=C_n$$

onde

$$C_n = \left[3\left(y_n - y_{n-1}/h_n\right)\right] + \left[h_n\, y''_n/2\right]$$

Se $y''_0 = y''_n = 0$, isto significa que temos curvatura zero da *spline* nos dois pontos extremos. Tal constitui as condições fronteira nos dois pontos extremos da *spline*.

Se não houver especificação das condições fronteira nos dois pontos extremos, podemos construir um segmento de curva cónico usando os três primeiros pontos.

$$y(x) = y_0 \frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)} + y_1 \frac{(x-x_0)(x-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)} +$$

$$+ y_2 \frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)}$$

Por diferenciação da equação acima e para $x = x_0$ o declive é

$$m_0 = \frac{y_0(2x_0-x_1-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)} + \frac{y_1(x_0-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)} + \frac{y_2(x_0-x_1)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)}$$

Similarmente para o declive do último ponto pela utilização dos últimos três pontos

$$m_n = \frac{y_{n-2}(x_n-x_{n-1})}{(x_{n-2}-x_{n-1})(x_{n-2}-x_n)} + \frac{y_{n-1}(x_n-x_{n-2})}{(x_{n-1}-x_{n-2})(x_{n-1}-x_n)} + \frac{y_n(2x_n-x_{n-1}-x_{n-2})}{(x_n-x_{n-2})(x_n-x_{n-1})}$$

m_0, m_n podem ser olhados como uma aproximação das condições dos pontos limites.

Depois de calcular os m_i, a discretização da curva cúbica y(x) pode ser determinada por (5.12) ou (5.13), e a continuidade C^2 da *spline* pode ser definida

$$y(x) = y_i(x)\ (i=1,2,...,n)$$

É de tornar a focar que a *spline* é contínua ainda que obtida por discretização. Este é provavelmente o conceito mais importante para qualquer forma de *spline*.

5.3.2 - A forma da segunda derivada

O segmento da curva cúbico descrito por (5.8) pode também ser definido por dois valores da função y_0 e y_1 e os dois valores das segundas derivadas y''_0 e y''_1 relativamente a u nos dois pontos extremos

Diferenciando (5.6) temos

$$y''(u) = 2a_2 + 6a_3u \tag{5.18}$$

Substituindo as quatro condições acima referidas em (5.5) e (5.18) e resolvendo as quatro equações obtemos os quatro coeficientes

$$a_0 = y_0$$

$$a_1 = \left(y_1 - y_0 - \frac{1}{6}y''_1 - \frac{1}{3}y''_0\right)$$

$$a_2 = y''_0/2$$

$$a_3 = \left(y''_1 - y''_0\right)/6$$

Substituindo os quatro coeficientes na equação (5.5) e depois de algumas reformulações obtemos

$$y(u) = y_0\overline{F}_0(u) + y_1\overline{F}_1(u) + y''_0\overline{G}_0(u) + y''_1\overline{G}_1(u)\left(0 \le \frac{u}{1}\right) \tag{5.19}$$

onde

$$\overline{F}_0(u) = 1 - u$$

$$\overline{F}_1(u) = u$$

$$\overline{G}_0(u) = -u(u-1)(u-2)/6$$

$$\overline{G}_1(u) = u(u-1)(u+1)/6 \tag{5.20}$$

Este conjunto de formas é outro conjunto de funções combinações para a curva crítica. Note que:

$$\overline{F}_0(u) + \overline{F}_1(u) \equiv 1$$

constituindo agora um segmento de curva cúbica no intervalo $\left[x_{i-1}, x_i\right]$ com quatro condições dos pontos extremos indicando dois valores da função y_{i-1}, y_i e duas segundas derivadas em ordem a x as quais se denominam por M_{i-1} e M_i.

Existe uma relação similar a (5.11)

$$y''_u = y''_x \frac{d^2x}{du^2} = y''_x h_i^2 = Mh_i^2 \tag{5.21}$$

de acordo com (5.19) o segmento enésimo de curva cúbico pode ser expresso

$$y_i(x) = y_{i-1}\overline{F}0(u) + y_i\overline{F}1(u) + h_i^2\left[M_{i-1}\overline{G}0(u) + M_i\overline{G}1(u)\right] \tag{5.22}$$

A expressão anterior pode ser reescrita sob a forma matricial (i = 1,2, ..., n)

$$y_i(x) = \left[\overline{F}0(u)\ \ \overline{F}1(u)\ \overline{G}0(u)\ \overline{G}1(u)\right]\begin{bmatrix} y_{i-1} \\ y_i \\ h_i^2 M_{i-1} \\ h_i^2 M_i \end{bmatrix} \tag{5.23}$$

Isto mostra o segmento de curva cúbica no intervalo $\left[x_{i-1}, x_i\right]$ em função de dois valores conhecidos y_{i-i}, y_i e dois valores de incógnitas M_{i-1}, M_i.

Diferenciando (5.23) relativamente a x temos

$$\begin{aligned} y'_i(x) = {} & y_{i-1}\,\overline{F}'_0(u)/h_i + y_i\,\overline{F}'_1(u)/h_i + M_{i-1}\,\overline{G}'_0(u)h_i + \\ & + M_i\,\overline{G}'_1(u)h_i \\ & (i=1,2,\ldots,n) \end{aligned} \tag{5.24}$$

na qual

$$\overline{F}'_0(u) = -1$$

$$\overline{F}'_1(u) = 1$$

$$\overline{G}'_0(u) = -\left(3u^2 - 6u + 2\right)/6$$

$$\overline{G}'_1(u) = \left(3u^2 - 1\right)/6$$

A primeira derivada para u=1, que é $x = x_i$, para o segmento ith pode ser calculada por (5.24):

$$y'_i\left(x_i\right) = \left(y_i - y_{i-1}\right)/h_i + h_i\left(M_{i-1} + 2M_i\right)/6 \tag{5.25}$$

similarmente, para u = 0, que é $x = x_i$, para o segmento (i+1)

$$y'_{i+1}\left(x_i\right) = \left(y_{i+1} - y_i\right)/h_{i+1} - h_{i+1}\left(2M_i + M_{i+1}\right)/6 \tag{5.26}$$

para garantir a continuidade C^1 no ponto (x_i, y_i) a condição seguinte deve existir

$$y'_i(x_i) = y'_{i+1}(x_i)$$

por outras palavras, o lado direito da (5.25) e (5.26) devem ser iguais, e obtemos

$$\mu_i M_{i-1} + 2M_i + \lambda_i M_{i+1} = d_i \quad (i = 1,2,...,n-1) \tag{5.27}$$

na qual

$$\lambda_i = h_{i+1}/(h_i + h_{i+1})$$

$$\mu_i = 1 - \lambda_i$$

$$d_i = 6\left[\lambda_i(y_{i+1} - y_i)/h_{i+1}^2 - \mu_i(y_i - y_{i-1})/h_i^2\right]$$

As equações (5.27) relacionadas com a segunda derivada, asseguram continuidade C^1 no ponto (x_i, y_i) (i = 1,2, ..., n-1). É evidente que (5.27) é linear nas três incógnitas M_{i-i}, M_i e M_{i+i}. O número de equações do tipo (5.27) são só (n-1) para os nós internos x_i (i = 1,2, ..., n-1), mas existem (n+1) incógnitas m_i (i = 0,1, ...,n). Como tal precisamos de duas equações adicionais. Especificando a segunda derivada m_0 e m_n nos dois pontos extremos eliminamos duas incógnitas.

Assim o sistema (5.27) pode ser resolúvel sem ambiguidades.

Para calcular a primeira derivada m_0 e m_n nos dois pontos extremos, podemos obter das primeiras e últimas equações de (5.24)

$$2M_0 + M_1 = d_0 \tag{5.28}$$

na qual

$$d_0 = 6\left[(y_1 - y_0)/h_1 - m_0\right]/h_1$$

e

$$M_{n-1} + 2M_n = d_n \tag{5.29}$$

na qual

$$d_n = 6\left[m_n - (y_n - y_{n-1})/h_n\right]/h_n$$

(5.28), (5.27) e (5.29) inclui (n+1) equações lineares; nas quais podemos obter as incógnitas M_i (i = 0,1, ..., n). Em seguida, podemos determinar as curvas cúbicas descritizadas $y_i(x)$, por (5.22) ou (5.23), as quais garantem continuidade $C,^0$ C^1 e C^2.

Note que as equações (5.17) de relação com a primeira derivada e as equações (5.27) de relação com a segunda derivada, são sistemas de equações lineares tridiagonal e podem ser calculados pelo algoritmo normal.

5.4 - Bases do algoritmo

Numa análise ao problema da colisão do mandril com o olhal de deposição ficaria tentado em afirmar que a sua solução estaria na comparação dos raios do mandril e olhal de deposição num plano paralelo a XY com Z igual a Z_e. No entanto, esta suposta afirmação carece de clarificação, uma vez que o ponto do olhal de deposição é bem definido no espaço P_1 (X_e, Y_e, Z_e), enquanto que para o mandril fica uma indefinição de qual o ponto em questão da secção do mesmo. Senão vejamos:

- em ambos os casos "eliminado" Z, como tal ficamos confinados ao plano XY.
- no plano XY o valor de raio no caso genérico é função de uma rotação da superfície se esta for assimétrica. Se a superfície for axissimétrica o raio é constante em toda a secção.

Verifica-se que, em termos genéricos para além dos raios é necessário conhecer o valor da rotação no mandril, ou seja, definir o ponto da secção do mandril, ver fig. 5.8.

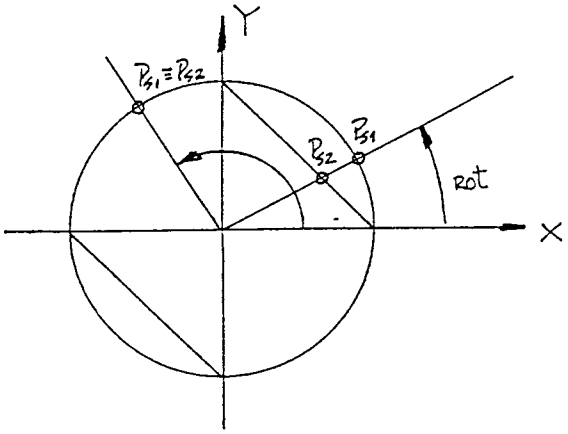


Fig. 5.8 - Localização do olhal de deposição relativamente ao mandril

Como se pode constatar na figura 5.8 os pontos P_{s1} e P_{s2} são pontos de secções de superfícies respectivamente axissimétrica e assimétrica. No caso axissimétrico o raio não depende do ângulo rodado na secção do mandril, enquanto no outro caso é notório a sua dependência do ângulo rodado.

As conclusões a extrair de tudo o que se disse anteriormente são que se deve utilizar um sistema de coordenadas cilíndricas para avaliar da existência de colisão entre o mandril e o olhal de deposição. Isto deve-se ao facto que, depois de "eliminado" Z, ficamos no plano (rot, r) e averiguamos para determinado rot qual o valor do raio do mandril e do olhal de deposição (considerando este como um ponto), e verificamos qual o ponto que possui menor raio, ou seja, se realmente existe colisão.

É de salientar que para podermos comparar os raios verificando se existe colisão, é necessário que estes estejam alinhados segundo a mesma direcção. Neste caso, como o ponto causador da colisão é o ponto da trajectória do olhal de deposição, isto significa que a linha que une este à origem das rotações deverá conter o ponto da secção do mandril que como se pode visualizar nas figuras 5.9 a) e b) fornece a avaliação da colisão.

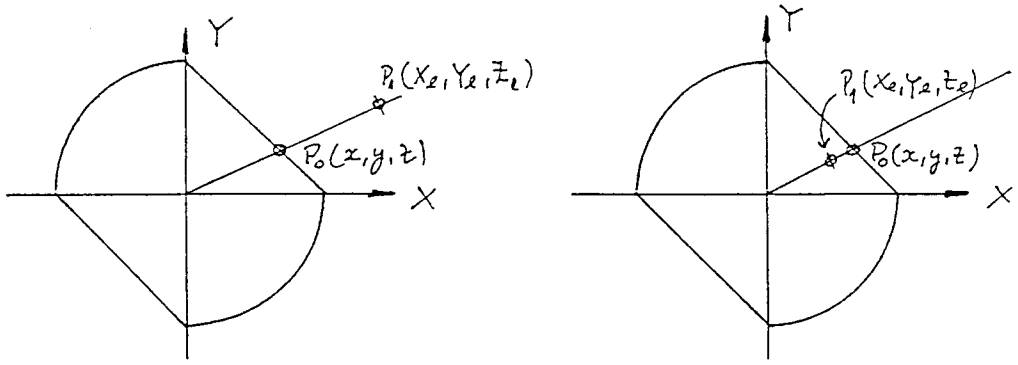


Fig. 5.9 - Avaliação de colisão

Tendo o ponto P_1 coordenadas (X_e, Y_e, Z_e) ou (r_e, rot, Z_e) precisamos conhecer o valor do ângulo θ_c em relação à origem das rotações do mandril. Temos que para P_1 os parâmetros r_e e rot tomam os seguintes valores

$$r_e = \sqrt{X_e^2 + Y_e^2} \quad \text{(a)}$$
$$\text{rot} = \text{arc tg} \frac{Y_e}{X_e} \quad \text{(b)} \qquad (5.30)$$

como se pode concluir da figura 5.9. Para obtermos o ângulo θ_c temos que

$$\theta_c = \theta_e - \text{rot}$$

uma vez que rot é medido num referencial fixo enquanto θ_c é a rotação do mandril tendo como base de contagem (zero) o eixo dos X do referencial fixo relativamente ao eixo dos x do referencial móvel ligado ao mandril como se pode visualizar na figura 5.10.

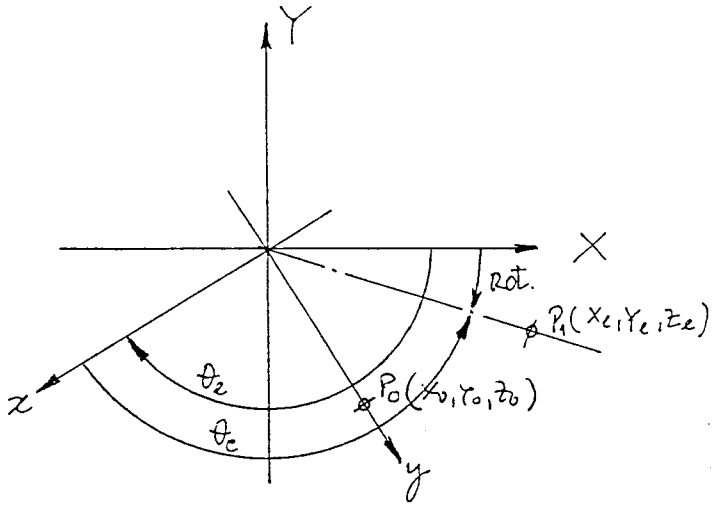


Fig. 5.10 - Obtenção de θ_c

Para a elaboração deste algoritimo recorri à reprodução do perfil exterior do mandril ou seja, a sua geratriz caso se trate de uma superfície de revolução (axissimétrica). No entanto sendo a superfície assimétrica tal perfil terá que ser substituido pela linha de contorno exterior relativamente a uma orientação rotacional em torno do eixo de rotação (relativo a trabalho Z).

Depois de obtido o valor de θ_c, ficamos reduzidos a duas variáveis r e Z_e. O que se faz no algoritmo é usar a *spline* para realizar a interpolação do valor de r para Z igual a Z_e. O algoritmo é o seguinte:

- calcular θ_c e reduzi-lo ao menor ângulo equivalente
- calcular todos os pontos com o mesmo θ_c desfazendo 2Π, obtendo os valores de r_0 e x_0 para estes pontos
- com o auxilio da *spline* cubica realizamos a interpolação do valor de r com o valor de Z igual a Z_e, ou seja, com a *spline* cúbica obtemos o perfil exterior do mandril para θ_c ou a geratriz para superficies axissimétricas
- obtido o raio do mandril r_0 para Z igual a Z_e e θ_0 igual a θ_c podemos comparar com o raio do olhal de deposição r_e e ficamos posicionados na figura 5.9.

Um dos maiores problemas que ocorrem em computação são os problemas numéricos o que também poderá ocorrer neste caso. Para precaver tal problema lançou-se mão de um

artifício que foi recorrer a uma secção fixa, no ponto em questão. A forma do mandril de dimensões relativamente ao raio superior em cerca de 50 mm, deste modo é garantido que o mandril e o olhal de deposição não colidem, ou seja, o ponto do olhal que está por fora da linha da secção fictícia para Z igual a Z_e.

É notório que tudo o que foi dito serve para superficies assimétricas (gerais). No caso axissimétrico como o raio da secção é constante o controlo depende únicamente de Z e r para Z_e e r_e.

É de salientar que para realizar todos estes cálculos recorre-se ao mesmo ficheiro de dados (simulação) do enrolamento do mandril, também se salienta o facto de tal algoritimo ser novo para o caso de superficies assimétricas e talvez axissimétricas.

5.5 - Método de obtenção da trajectória sem risco de colisão

Depois da obtenção dos resultados do algoritmo anterior surgiu a ideia de construir um modelo de obtenção da trajectória que só por si evitasse a colisão do olhal de deposição e o mandril.

A análise feita trouxe os seguintes auxiliares:
- o raio r_e é variável e paralelo à superficie do mandril
- a distância entre o ponto da simulação do enrolamento e o olhal de deposição é variável.

É claro aqui que tanto r_e como a distância são variáveis, aquilo que não existia no método tradicional em que:
- a distância entre o ponto da simulação do enrolamento e o olhal de deposição é constante
- o raio r_e é variável e aleatório

O que aqui cabe experimentar é o seguinte:
- o raio r_e constante, ou seja, a descrição do círculo em torno do mandril
- a distância entre o ponto da simulação do enrolamento e o olhal de deposição variável

A etapa seguinte foi colocar em prática aqueles dois parâmetros conjuntamente e então surgiu a hipótese de utilização da geometria analítica, voltando ao capítulo quatro, para resolver o problema.

Senão vejamos as equações (4.30) e (4.29), aqui recordadas

$$\begin{aligned} &L\left(X_e - X_0\right) + M\left(Y_e - Y_0\right) + N\left(Z_e - Z_0\right) = 0 \\ &ale\left(X_e - X_0\right) + ane\left(Z_e - Z_0\right) = 0 \\ &\Delta^2 = \left(X_e - X_0\right)^2 + \left(Y_e - Y_0\right)^2 + \left(Z_e - Z_0\right)^2 \end{aligned} \qquad (5.31)$$

analisando estas, concluimos que são três equações e quatro incógnitas. Podendo acrescentar a estas equações mais uma que relacione estas variáveis, para obter um sistema resolúvel.

A equação necessária para obtenção do sistema resolúvel, depois de muita procura, foi a equação (5.30 - a)

$$r_e = \sqrt{X_e^2 + Y_e^2}$$

em que r_e é um valor a escolher de modo a que o raio r_e seja sempre maior que r_0 máximo e X_e e Y_e incógnitas já contempladas nas outras equações.

Das equações (4.29), (4.30) e (5.30 - a) obtemos a equação de segundo grau

$$\Delta^2 \left(\frac{1}{A^2} + \frac{als^2}{ams^2\ A^2} \right) + \Delta \left(\frac{2X_0}{A} + 2Y_0\ \frac{als}{ams\ A} \right) +$$
$$+ \left(X_0^2 + Y_0^2 - r_e^2 \right) = 0$$

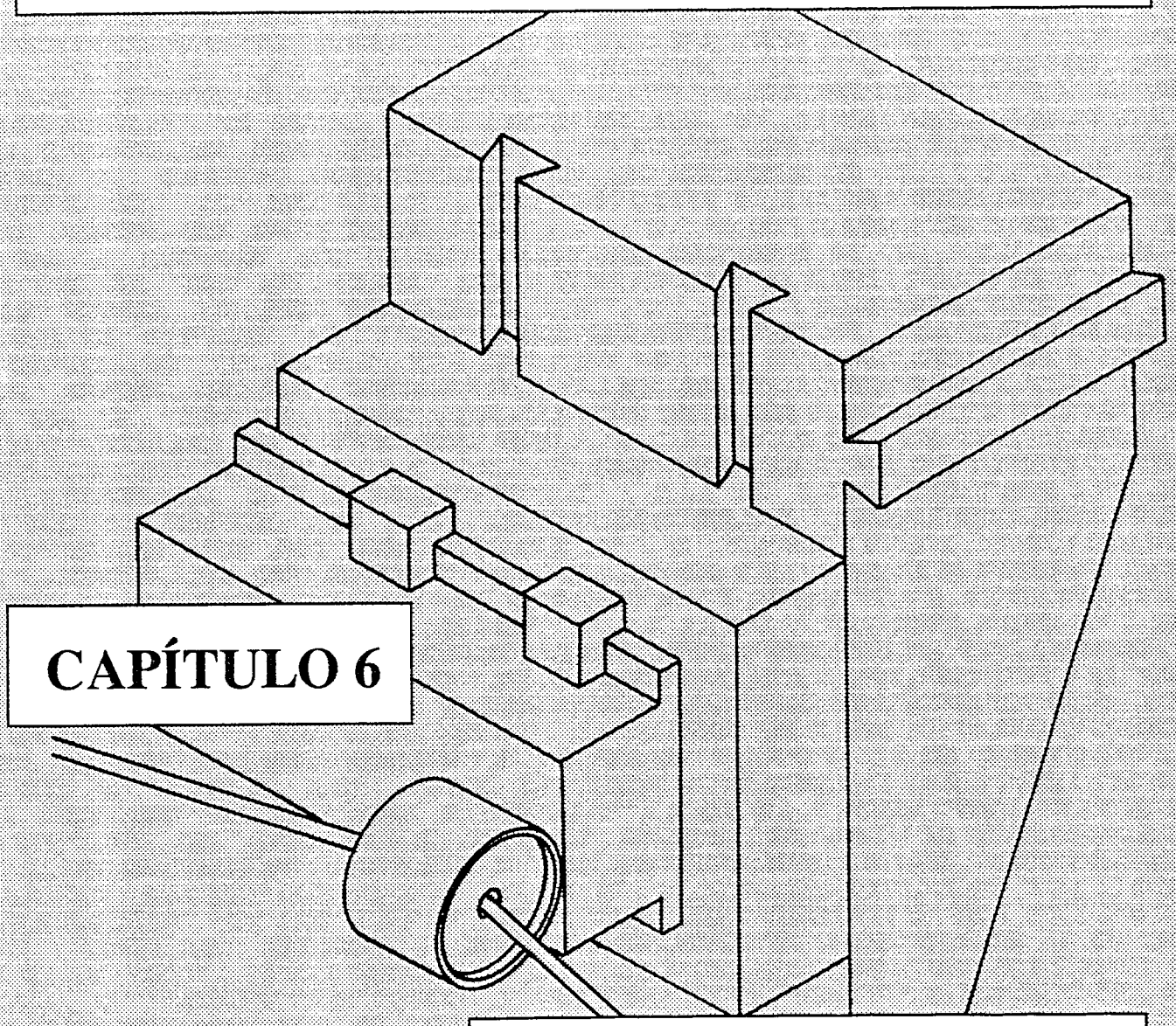
ou esquematicamente

$$\Delta^2 a + \Delta b + c = 0$$

em que

$$A = \sqrt{1. + \left(\frac{als}{ams} \right)^2 + \left(\frac{als}{ans} \right)^2}$$

Métodos para Obtenção da Trajectória do Olhal de Deposição com Eliminação de Colisão.



CAPÍTULO 6

Parâmetros Cinemáticos

Capítulo

6

• PARÂMETROS CINEMÁTICOS

6.1 - Introdução

Depois de calculados os pontos da trajectória do olhal de deposição e a respectiva rotação do mandril é necessário obter os parâmetros cinemáticos essenciais à programação da máquina de comando numérico, quando se pretende um tempo de execução mínimo.

A trajectória do olhal de deposição bem como os parâmetros cinemáticos são condições essenciais para a boa colocação da fibra sobre o mandril. Para obtenção dos parâmetros cinemáticos (velocidade e aceleração) é necessário conhecer a lei dos espaços e consequentemente as suas derivadas. O desconhecimento da lei dos espaços, uma vez que o que possuimos é a posição dos pontos da trajectória no espaço, leva-nos a utilizar vários tipos de métodos para obtenção dos parâmetros cinemáticos e verificar aquele que menor tempo demora na execução do enrolamento e simultâneamente aquele que mais se adequa à realidade da máquina.

A alusão à dificuldade de não se conhecer a lei dos espaços, é devida ao facto de não conhecermos o tempo entre cada duas posições do olhal de deposição. Na referência [28], obtida a partir de determinada lei dos espaços (equação crítica com o tempo), a trajectória do olhal de deposição para máquinas de dois eixos. Aqui tentamos obter a lei dos espaços mais perto possível da realidade e, para tal, recorreu-se à já exposta teoria da *spline* cúbica em

que, como o nome da curva diz, entre cada duas posições do espaço impõe uma curva cúbica, ou seja velocidade quadrática e aceleração linear. A obtenção desta lei dos espaços faz-se com tempos de partida proporcionais à rotação do mandril. Aqui surgiram algumas dificuldades relacionadas com a convergência para a curva ideal, as quais mais tarde serão esclarecidas.

Um outro método utilizado para obtenção dos parâmetros cinemáticos, lei das velocidades e acelerações, foi o das diferenças finitas que, de raiz, serve para calcular os valores da função, conhecidas as derivadas (velocidade e aceleração neste caso). Nesta aplicação particular a situação foi invertida, ou seja, conhecidas as posições do olhal de deposição (valores da função) e impondo a condição de não exceder os máximos de 1ª e 2ª derivada, obtiveram-se os parâmetros pretendidos.

6.2 - Diferenças finitas [29]

O método das diferenças finitas é uma técnica numérica para obter soluções aproximadas de equações diferenciais. No método a equação diferencial é substituida por um conjunto de equações algébricas equivalentes, as quais usualmente tornam fácil a obtenção da solução daquela equação diferencial. A base da técnica das diferenças finitas consiste na derivada de uma função num ponto poder ser aproximada por uma expressão algébrica dos valores da função no ponto e nos pontos vizinhos. Em virtude deste facto, é possível substituir as derivadas da equação diferencial por expressões algébricas e assim transformar uma equação diferencial numa equação algébrica. No nosso caso estamos interessados na utilização destas equações algébricas que nos permitem obter as derivadas (parâmetros cinemáticos) a partir dos valores da função.

6.2.1 - Equações algébricas

A derivada da função, num ponto, pode ser expressa, aproximadamente, em termos do valor da função naquele ponto e o valor da mesma em um ou mais pontos vizinhos. Esta expressão é conhecida como equação algébrica.

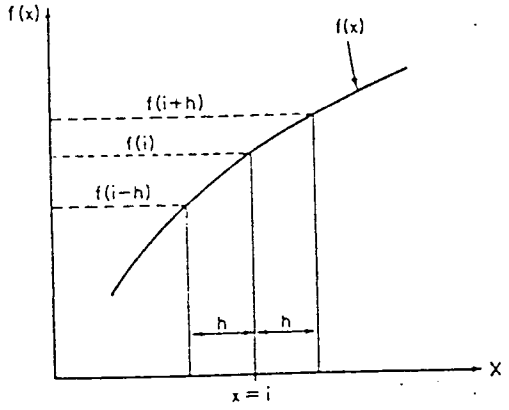


Fig. 6.1 - Pontos igualmente espaçados relativamente ao ponto central

Considere a função, f(x), desenhada na figura 6.1, para a qual o valor da função é conhecida no ponto x=i e nos pontos igualmente espaçados à direita e esquerda de x=i. A primeira derivada de f(x) no ponto pode ser aproximadamente dada por:

$$\frac{df}{dx} \cong \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$$

Para x=i esta expressão pode ser reescrita na seguinte forma

$$\left(\frac{df}{dx}\right)_{x=i} \cong \Delta f(i) = \frac{f(i+h)-f(i)}{h} \qquad (6.1)$$

na qual f(i) e f(i+h) são os valores da função f(x) no ponto x=i, e no ponto x=i+h, h é a distância entre estes dois pontos, e $\Delta f(i)$ é a aproximação da derivada $\frac{df}{dx}$ dada pela equação (6.1), que utiliza a função f no ponto x=i e o ponto à direita de x=i. Aquela equação é conhecida por diferença finita á frente.

Uma expressão idêntica envolvendo a função f no ponto x=i e no ponto x=i-h é

$$\Delta f(i) = \frac{f(i)-f(i-h)}{h} \qquad (6.2)$$

Esta forma de aproximação é conhecida como diferença finita atrás. Uma terceira expressão é possível envolvendo os pontos de ambos os lados de x=i, que é

$$\Delta fi = \frac{f(i+h)-f(i-h)}{2h} \qquad (6.3)$$

Esta expressão é conhecida como diferença finita central. Das três expressões para a primeira derivada aquela que mostra uma melhor aproximação para um dado h é a diferença central.

A segunda derivada da função devido à conclusão anterior vai ser calculada para diferenças finitas centrais.

Sabendo que a segunda derivada da função é a derivada da primeira derivada temos

$$\Delta^2 f(i) = \Delta(\Delta f(i)) = \frac{\Delta(f(i+h/2)-f(i+h/2))}{h} = \frac{\Delta f(i+h/2) - \Delta f(i-h/2)}{h} =$$

$$= \frac{\frac{f(i+h)-f(i)}{h} - \frac{f(i)-f(i-h)}{h}}{h} = \frac{f(i+h)-2f(i)+f(i-h)}{h^2} \qquad (6.4)$$

Coloca-se nesta fase um problema, que é o facto de h (tempo) no caso da procura dos parametros cinemáticos não ser igualmente espaçado a partir do nó em questão x=i, e então recorreu-se a diferenças finitas centrais desigualmente espaçadas em torno do ponto *pivot* (nó) x=i, como mostra a figura 6.2.

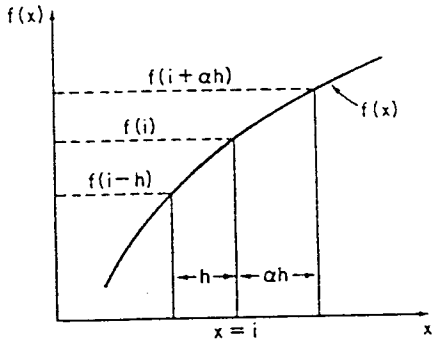


Fig. 6.2 - Pontos diferentemente espaçados relativamente ao ponto central

Para a função f(x), dada pela curva da figura 6.2, a primeira diferença central, no ponto x=i, é

$$\Delta fi = \frac{f(i+\alpha h) - f(i-h)}{h(\alpha+1)} = \frac{f(i+\alpha h) - f(i-h)}{\alpha h + h}$$

na qual $f(i+\alpha h)$ e $f(i-h)$ são os valores de f(x) no ponto $x=i+\alpha h$ e $x=i-h$ respectivamente. A segunda diferença central, obtem-se tomando a diferença da primeira diferença, que é

$$\Delta^2 fi = \Delta(\Delta fi) = \Delta\left(\frac{f(i+\alpha h/2) - f(i-h/2)}{\frac{1}{2}h(\alpha+1)}\right) = \frac{\Delta f(i+\alpha\, h/2) - \Delta f(i-h/2)}{\frac{1}{2}h(\alpha+1)} =$$

$$= \frac{\left(\frac{f(i+\alpha h)-f(i)}{\alpha h}\right) - \left(\frac{f(i)-f(i-h)}{h}\right)}{\frac{1}{2}h(\alpha+1)} = \frac{2\left[f(i+\alpha h) - f\left(i(1+\alpha)\right) + \alpha f(i-h)\right]}{h^2\alpha(\alpha+1)} \qquad (6.5)$$

6.2.2 - Descrição do método com diferenças finitas

A utilização das diferenças finitas para obtenção dos parâmetros cinemáticos é a seguinte:

a - ler os valores da função Z_e, espaço segundo o eixo dos Z da trajectória do olhal de deposição

b - cálculo dos tempos iniciais a iterar pela relação

$$W = \frac{\Delta\theta_e}{\Delta t}$$

c - calcular as primeiras e segunda diferenças, velocidade e aceleração respectivamente

d - verificar se para cada ponto pivot ou nó, a velocidade e aceleração não ultrapassam os máximos respectivos

e - se ultrapassar, aumentar o tempo no intervalo anterior correspondente ao ponto pivot em causa

f - se não ultrapassar em nenhum dos pontos, os valores máximos, então passar a verificar X_e (por exemplo) com os tempos obtidos para Z_e.

g - volta ao passo 1 e assim para todas as variáveis em causa.

Digamos que se testou também uma variante que foi quando o máximo era ultrapassado para o ponto pivot i incrementou-se os intervalos posterior e anterior ao pivot i.

6.3 - Métodos da *spline* cúbica

A utilização da *spline* cúbica deve-se ao facto de ser uma curva consagrada em engenharia e muito utilizada nos sistemas CAD/CAM.

A filosofia de utilização foi impor a velocidade inicial e final igual a zero como condições fronteira e calcular toda a curva para os tempos iniciais.

6.4 - Método dos "Máximos"

Este método consiste na utilização de velocidade constante em todos os tramos possíveis, ou seja, o método da velocidade bem como aceleração mantém-se constante.

A velocidade mantém-se constante na maior parte dos tramos, como tal a aceleração vem igual a zero. Nos tramos, em que existe mudança de direcção então a aceleração mantém-se e igual ao máximo para a velocidade passar de um extremo ao outro (simétrico). A subrotina para cálculo dos parâmetros cinemáticos, têm o esquema:

A aceleração a utilizar na inversão de movimento é a máxima possível de utilizar devido à inércia das partes em movimento da máquina enquanto a velocidade poderá variar.

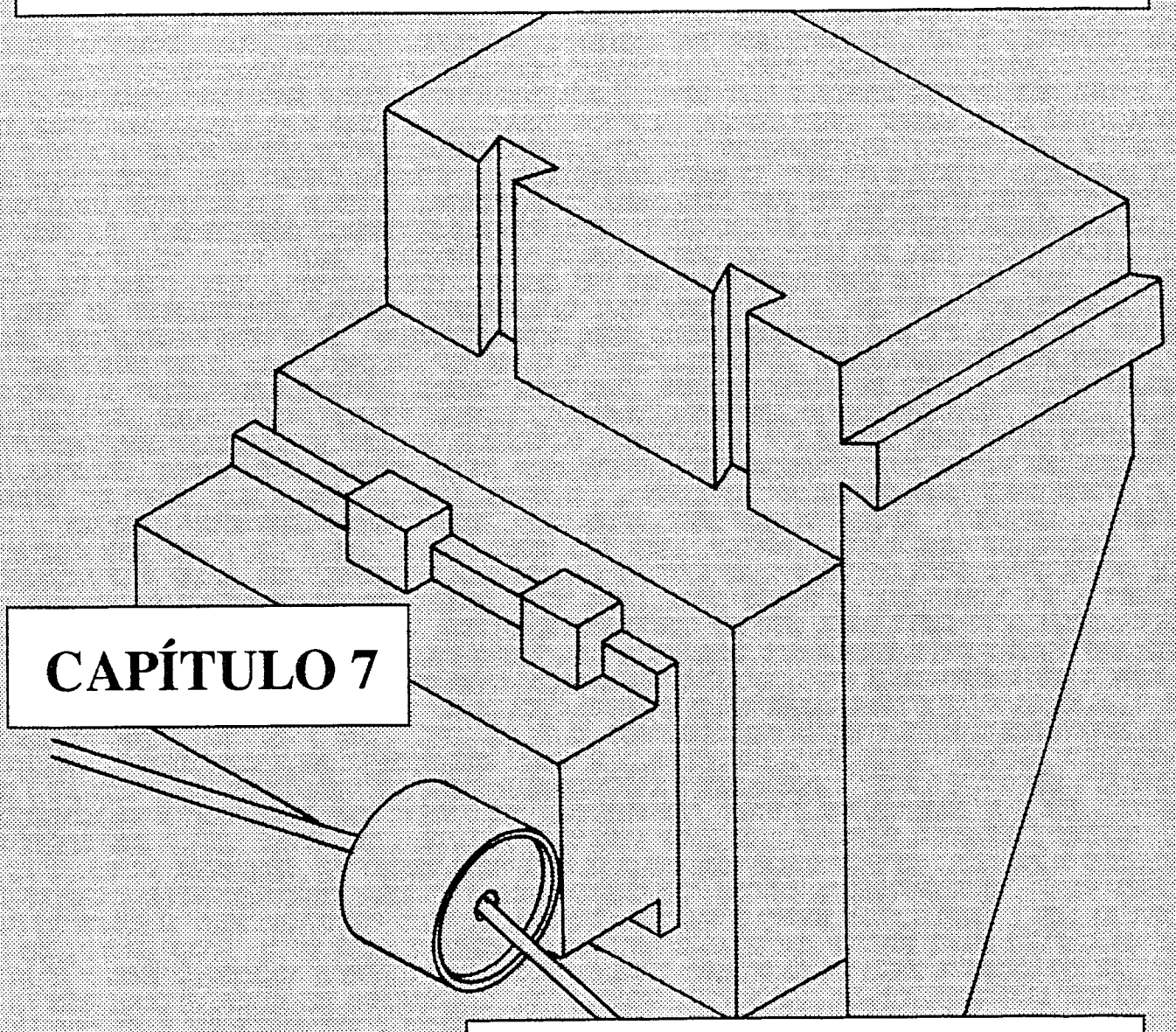
Como se poderá constatar no capítulo de resultados nem sempre a velocidade máxima corresponde ao mínimo de tempo.

Assim, para melhor elucidação poder-se-á concluir que a velocidade máxima (método dos máximos) corresponde ao máximo permitido para obtenção de tempo mínimo.

6.5 - Método dos polinómios

Inspirados no método utilizado na referência [28] também se recorreu à aproximação polinomial para o espaço a percorrer segundo o eixo Z_e, e daí obter a respectiva velocidade e aceleração. O polinómio utilizado com um elevado grau de correlação (0.98 no mínimo), foi o de grau 9.

Métodos para Obtenção da Trajectória do Olhal de Deposição com Eliminação de Colisão.



CAPÍTULO 7

Resultados

Capítulo

7

- **RESULTADOS**

7.1 - Introdução

Os resultados apresentados neste capítulo dizem respeito ao software desenvolvido e aplicado nos capítulos precedentes (4, 5 e 6). São apresentados dois exemplos:

1- Construção de um perfil rectangular boleado (assimétrico)

2- Uma pá de helicóptero (assimétrico)

Em todos os casos são utilizados os cinco métodos de deposição desenvolvidos matematicamente, sendo a comparação de resultados efectuada com o método mais tradicional (distância constante) já testado na prática (BAER - Alemanha).

Os resultados vão ser analisados em termos de:

- Obtenção da trajectória

    1- Eventual colisão para cada um dos métodos

    2- Dimensões do campo de trabalho

- Cálculo dos parâmetros cinemáticos

De toda esta análise tentar-se-à extrair a melhor metodologia a utilizar na determinação da trajectória do olhal de deposição, aliada aos parâmetros cinemáticos.

7.2 - Obtenção da trajectória

7.2.1 - Exemplo 1

Tal como foi referido anteriormente iremos analisar os seguintes parâmetros:

7.2.1.1 - Colisão

- Método distância constante (M1)

As figuras 7.1 a 7.4 relativas ao método da distância constante de valor igual a 250 milímetros, mostram que tal distância não é suficiente para evitar a colisão como se vê na figura 7.1. Uma circunferência com centro no eixo de rotação do mandril e raio igual ao maior raio do mesmo contem no seu interior uma série de pontos da trajectória do olhal, o que significa que este está dentro da trajectória do mandril.

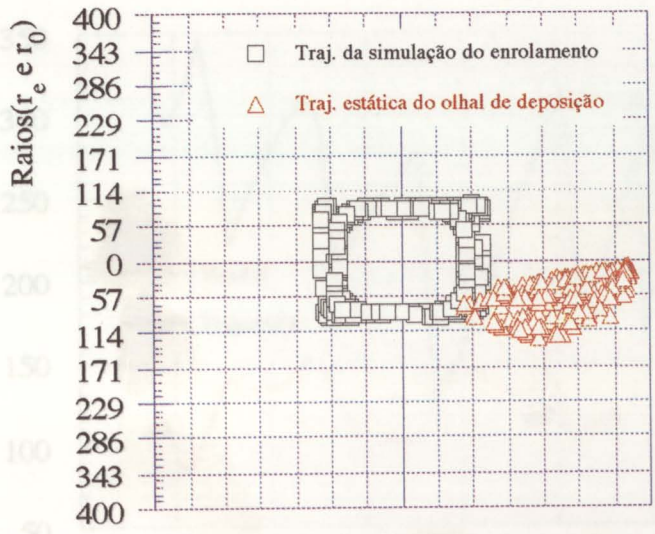


Fig. 7.1 - Vista de topo na execução do enrolamento

A figura 7.2 mostra exactamente a mesma situação relativamente ao eixo Z.

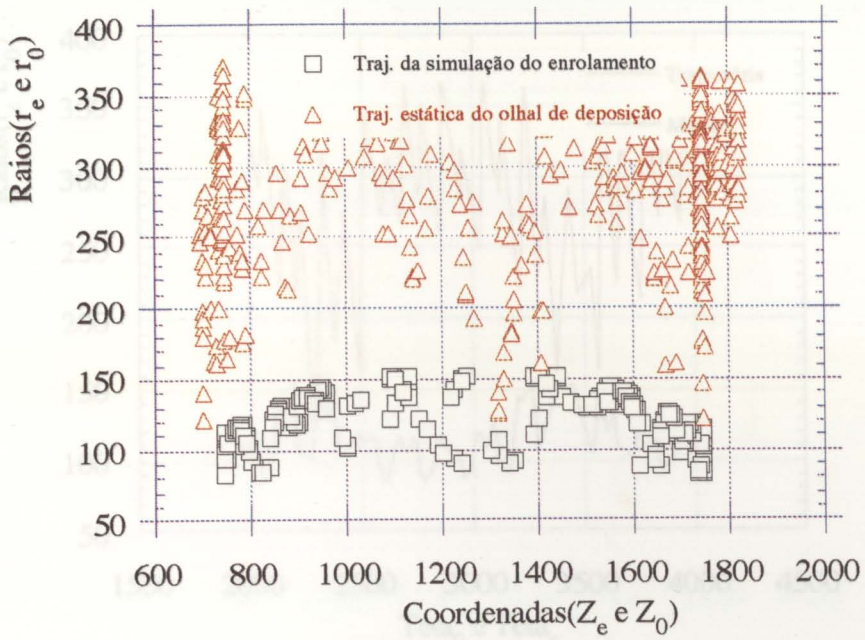


Fig. 7.2 - Perfis obtidos ao longo de Z no enrolamento

Um gráfico mais esclarecedor do que a figura 7.2 será aquele que representa a linha relativa a uma viagem entre extremos do mandril, figura 7.3, e onde é bem visivel a colisão.

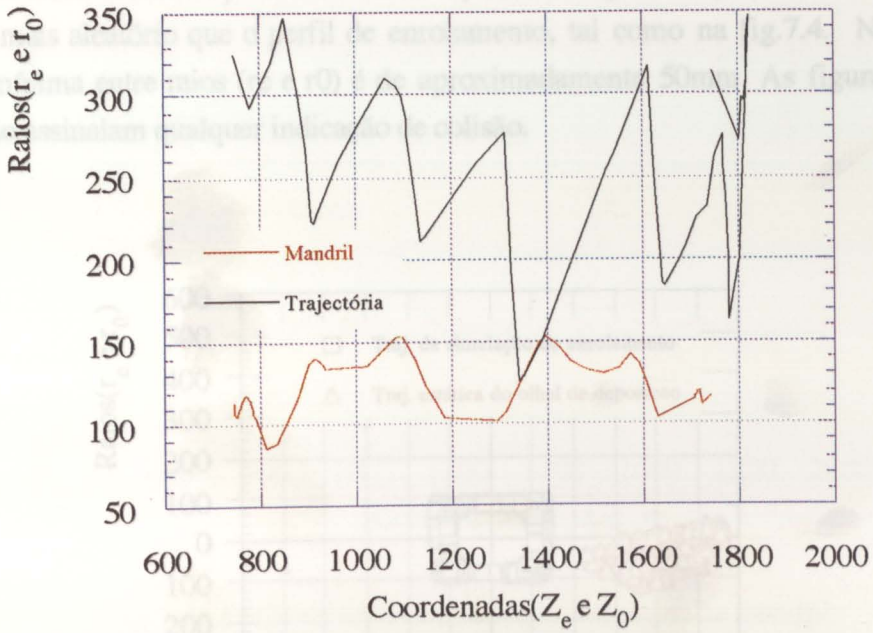


Fig. 7.3 - Perfis de uma viagem entre extremos do mandril

Tal como na figura 7.3 também na 7.4 é visível a colisão. E este gráfico dá-nos o raio função de tetac e teta0, que são respectivamente o ângulo rodado no perfil por um ponto do olhal e o ângulo rodado no perfil para um ponto do enrolamento.

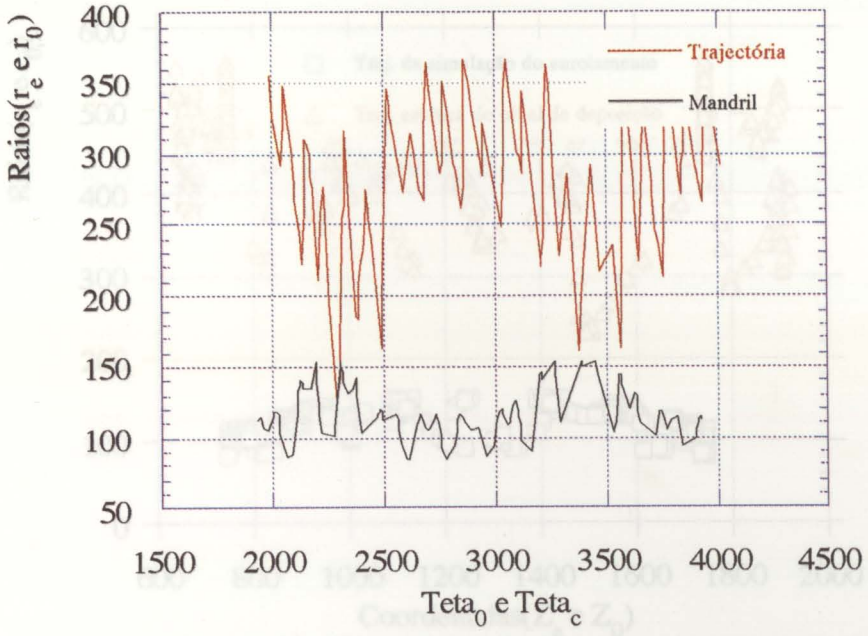


Fig. 7.4 - Andamento do raio com tetac e teta0

Pode-se dizer que a figura 7.4 assinala uma fase de 7.1 num gráfico cartesiano.

Na utilização do mesmo método, mas com distância igual a 500 milímetros os resultados não vêm afectados de colisão, o que pode ser verificado nas figuras 7.5 a 7.8. Em 7.5 a circunferência está isenta de pontos do olhal enquanto na figura 7.8 podemos ver que o perfil do olhal é mais aleatório que o perfil de enrolamento, tal como na fig.7.4. No entanto a diferença mínima entre raios (re e r0) é de aproximadamente 50mm. As figuras 7.6 e 7.7 também não assinalam qualquer indicação de colisão.

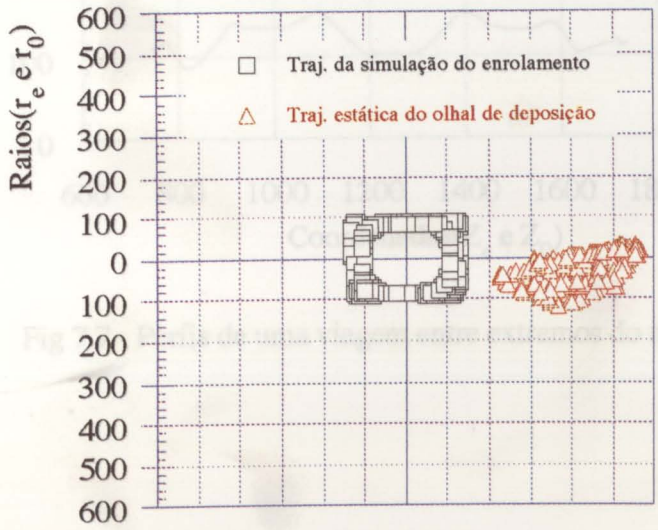


Fig. 7.5 - Vista de topo na execução do enrolamento

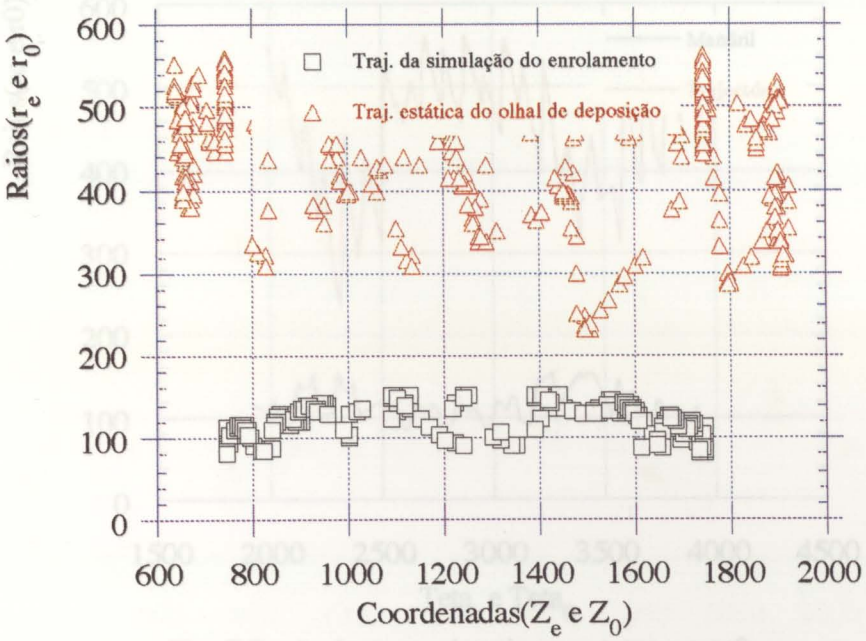


Fig. 7.6 - Perfis obtidos ao longo de Z no enrolamento

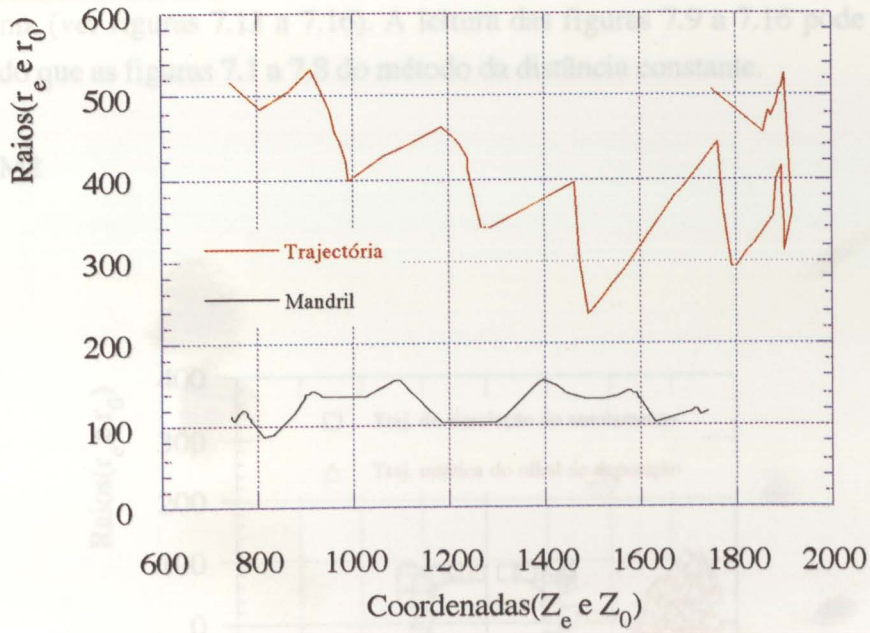


Fig 7.7 - Perfis de uma viagem entre extremos do mandril

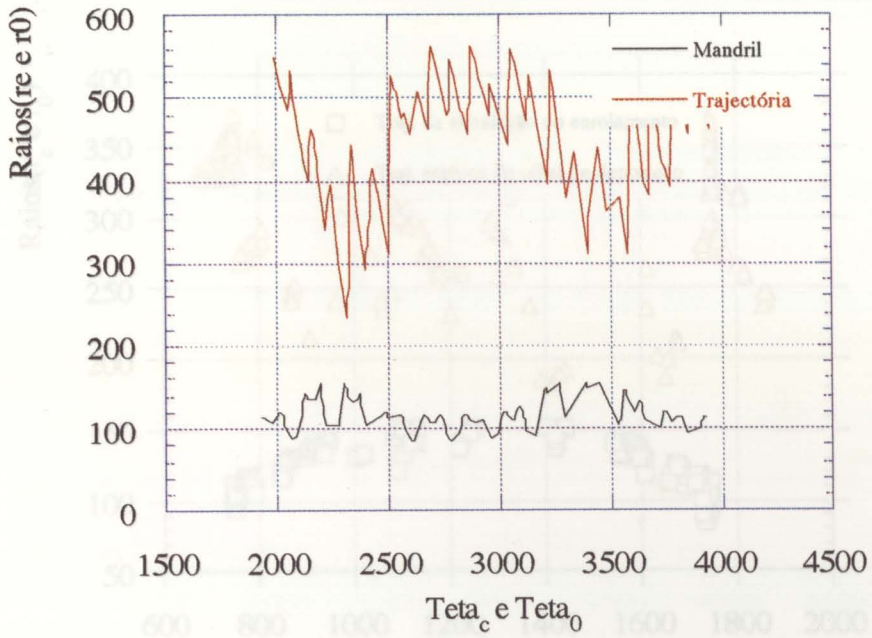


Fig. 7.8 - Andamento do raio com tetac e teta0

Os métodos em banda M2 e M3 têm comportamentos diferentes. Assim, enquanto o método M2 não tem problemas de colisão (ver figuras 7.9 a 7.12), o método M3 apresenta este problema (ver figuras 7.13 a 7.16). A leitura das figuras 7.9 a 7.16 pode ser feita do mesmo modo que as figuras 7.1 a 7.8 do método da distância constante.

Método M2

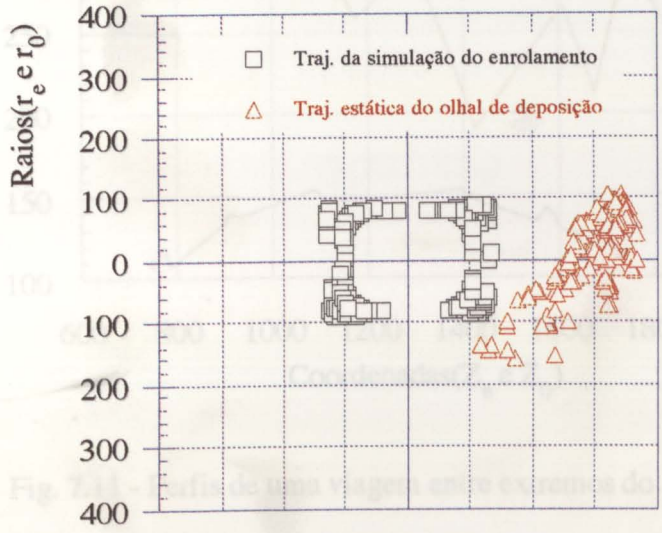


Fig. 7.9 - Vista de topo na execução do enrolamento

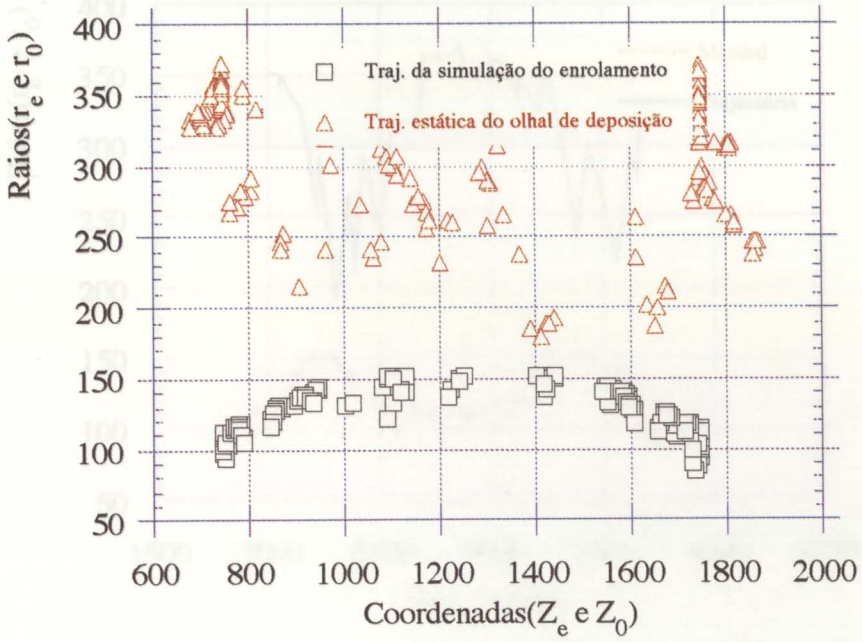


Fig. 7.10 - Perfis obtidos ao longo de Z no enrolamento

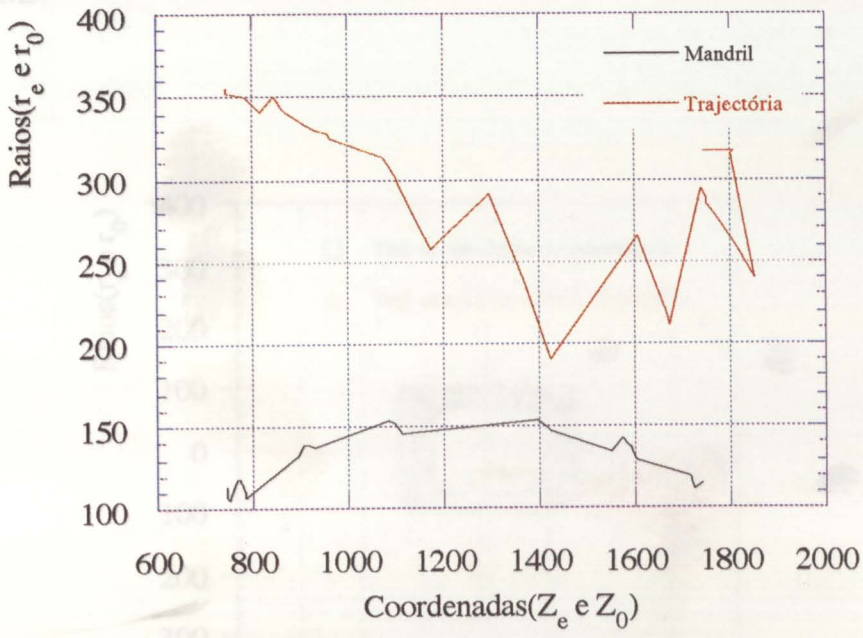


Fig. 7.11 - Perfis de uma viagem entre extremos do mandril

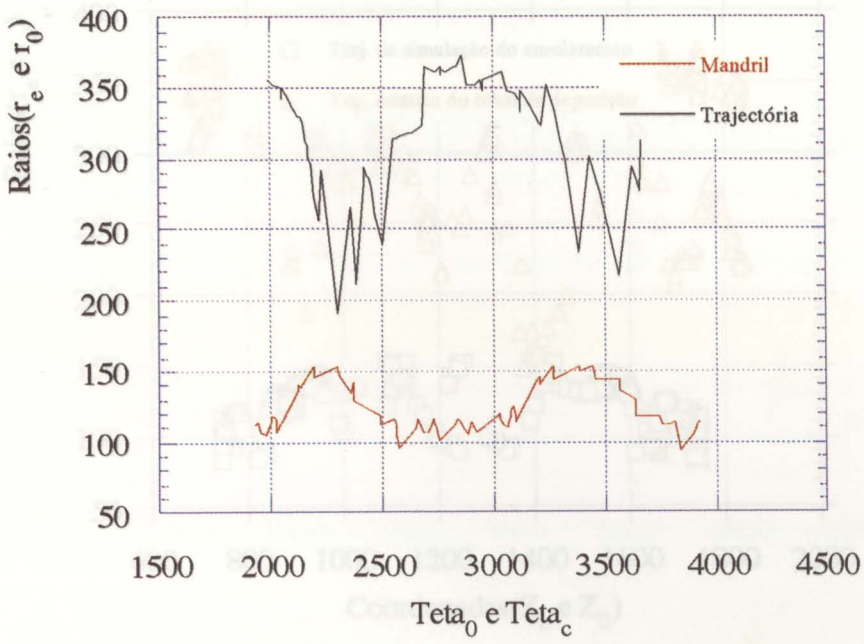


Fig. 7.12 - Andamento do raio com tetac e teta0

Método M3

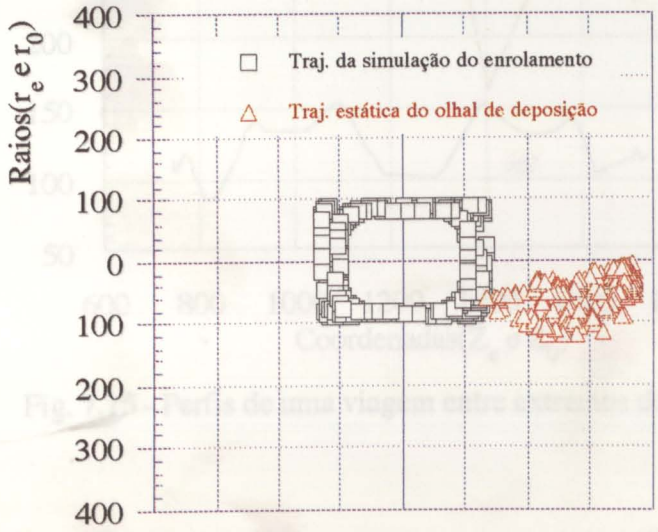


Fig. 7.13 - Vista de topo na execução do enrolamento

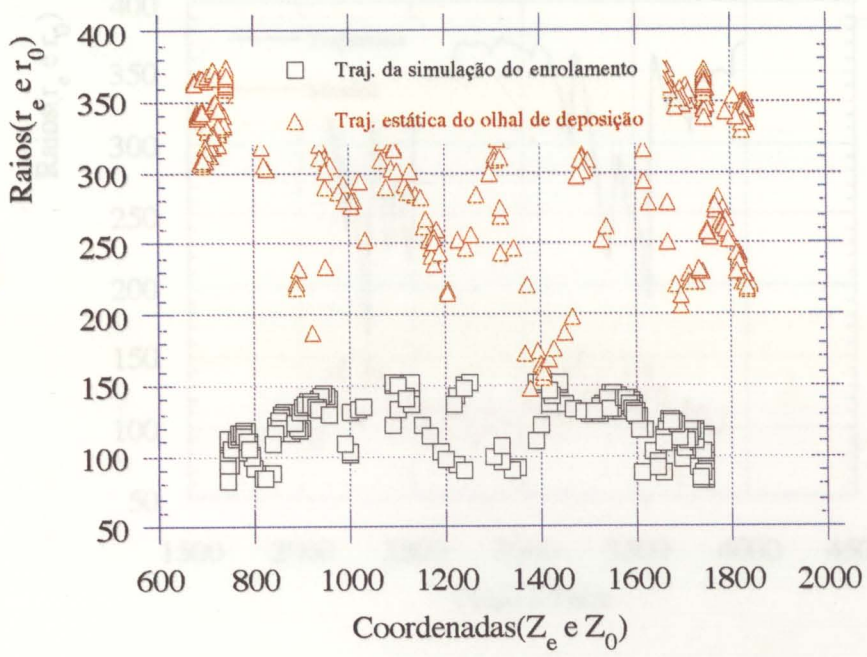


Fig. 7.14 - Perfis obtidos ao longo de Z no enrolamento

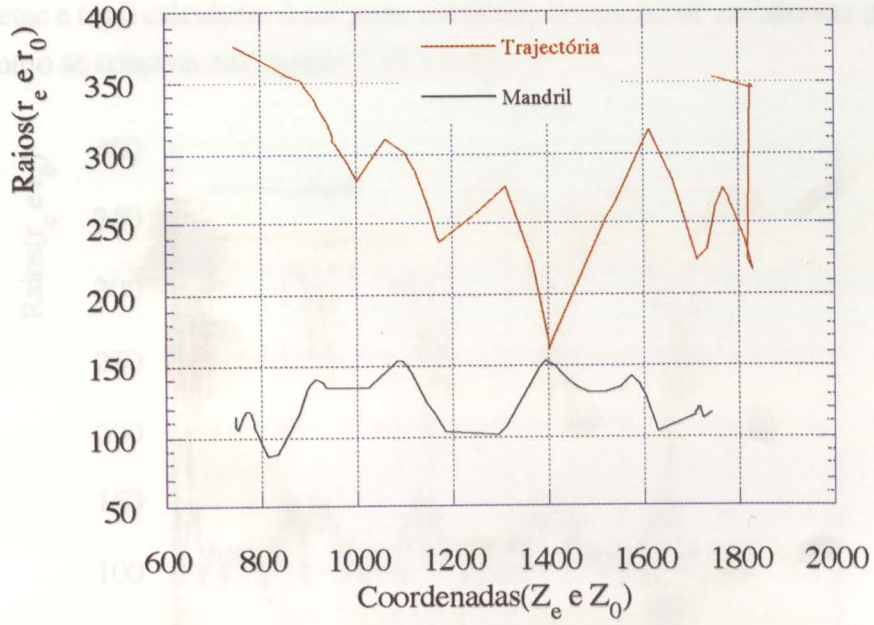


Fig. 7.15 - Perfis de uma viagem entre extremos do mandril

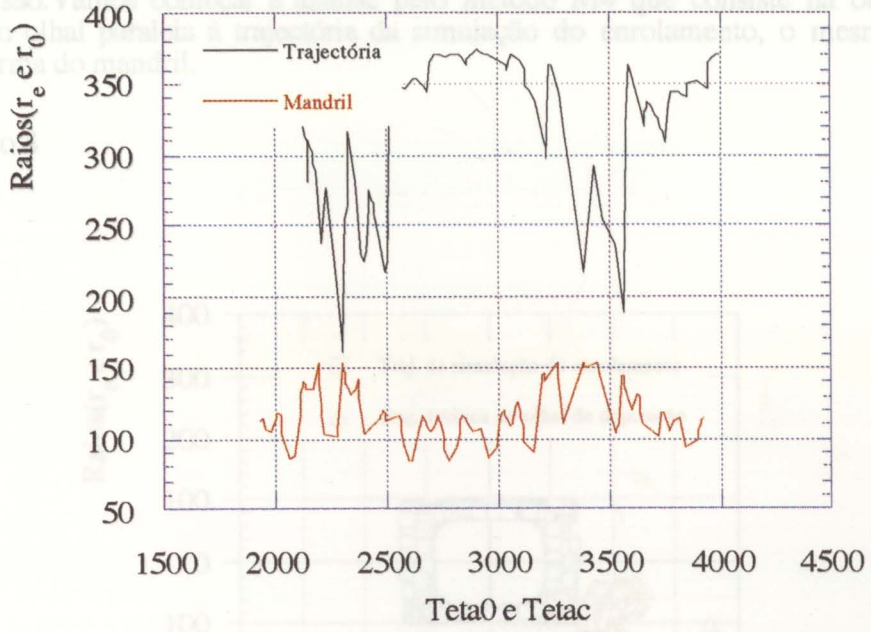


Fig. 7.16 - Andamento do raio com tetac e teta0

As figuras 7.15 e 7.16 não são esclarecedoras quanto á colisão com o mandril.No entanto, a figura 7.17 mostra a simulação da trajectória da figura 7.16 desde o zero(0) até ao máximo de tetac e teta0 calculado. Aqui pode visualizar-se que existe colisão em pelo menos um ponto, como se constata nas figuras 7.13 e 7.14.

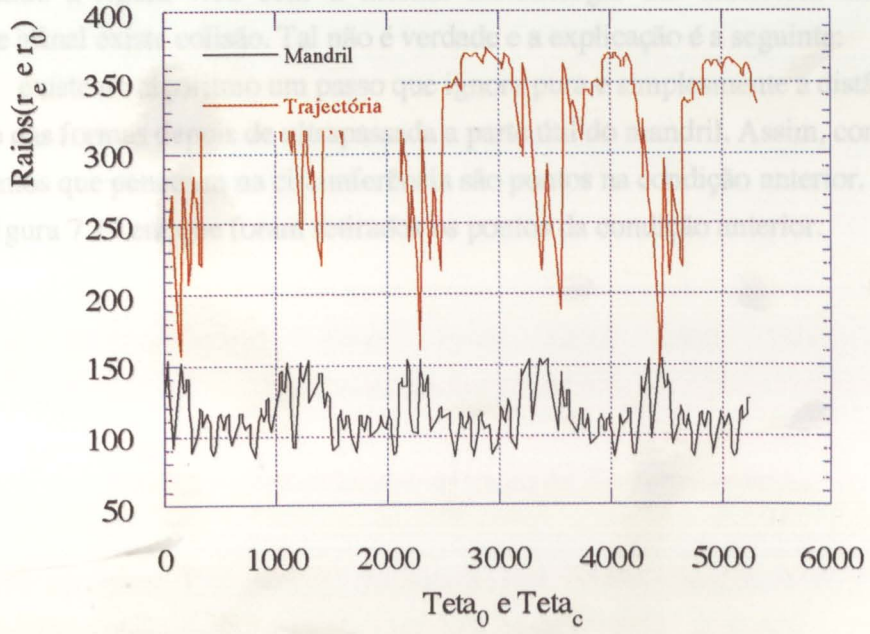


Fig. 7.17 - Andamento do raio com tetac e teta0

Em seguida vamos analisar os métodos (M4 e M5) que foram pensados para, à partida, evitar a colisão.Vamos começar a análise pelo método M4 que consiste na obtenção da trajectória do olhal paralela à trajectória da simulação do enrolamento, o mesmo é dizer paralela à forma do mandril.

Método 4

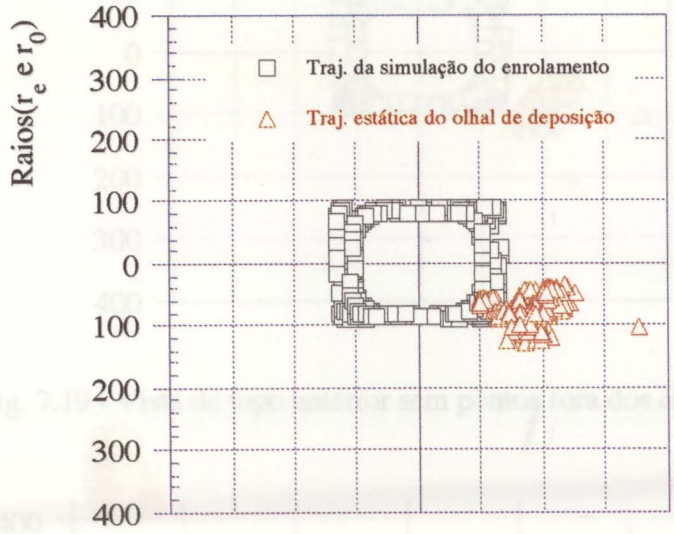


Fig. 7.18 - Vista de topo na execução do enrolamento

Analisando a figura 7.18 com a mesma metodologia das anteriores chegamos à conclusão que afinal existe colisão. Tal não é verdade e a explicação é a seguinte:

existe no algoritmo um passo que ignora pura e simplesmente a distância entre o paralelismo das formas depois de ultrapassada a parte útil do mandril. Assim, como será de esperar os pontos que penetram na circunferência são pontos na condição anterior. Tal pode ser visto da figura 7.19 em que foram retirados os pontos da condição anterior.

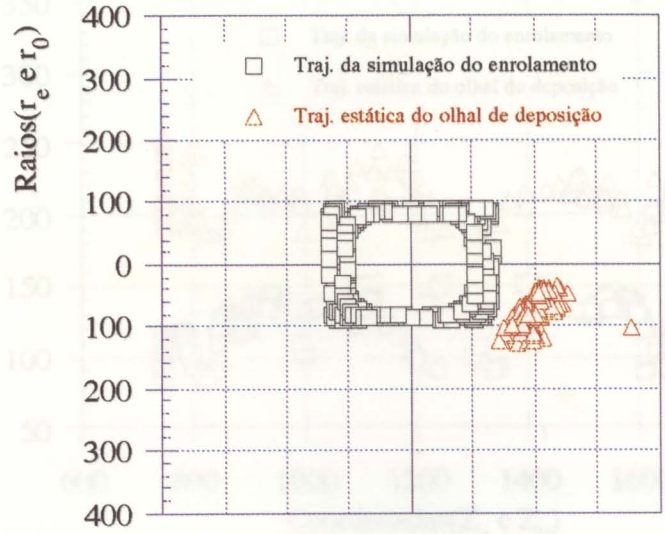


Fig. 7.19 - Vista de topo anterior sem pontos fora dos extremos(Z)

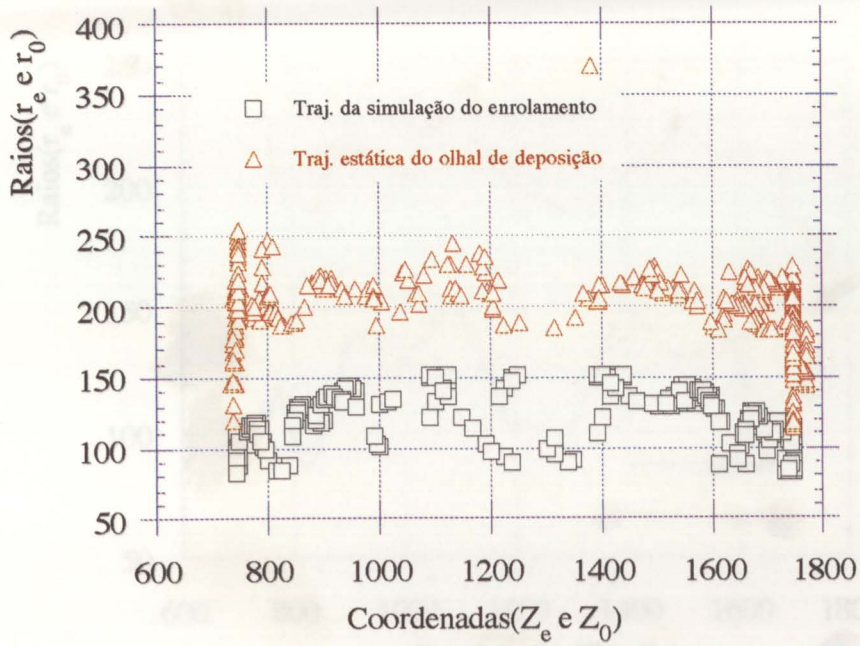


Fig. 7.20 - Perfis obtidos ao longo de Z no enrolamento

Tal como na figura 7.19 também na figura 7.21 foram eliminados os pontos que possuiam a coordenada Z superior e inferior aos limites da parte útil do mandril

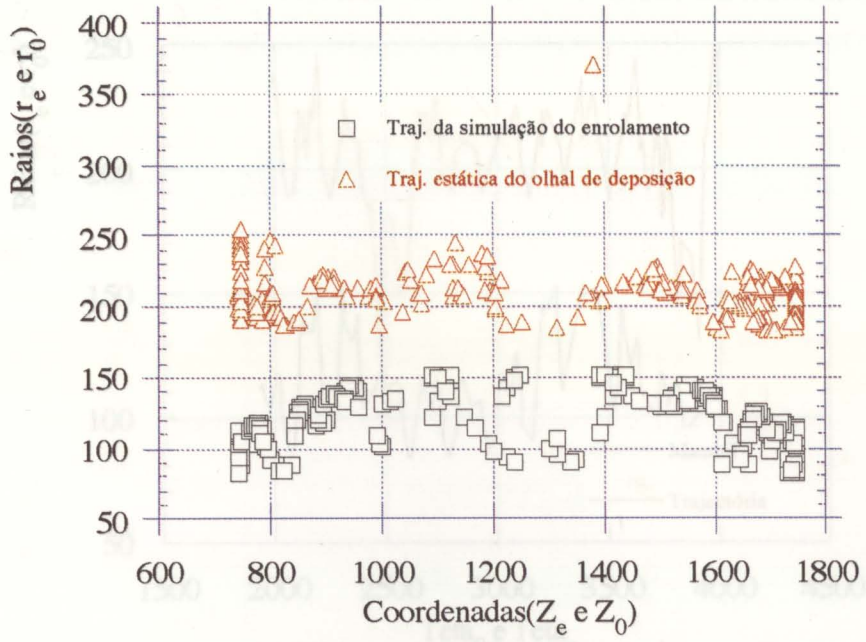


Fig. 7.21 - Perfis ao longo de Z no enrolamento sem pontos na condição anterior

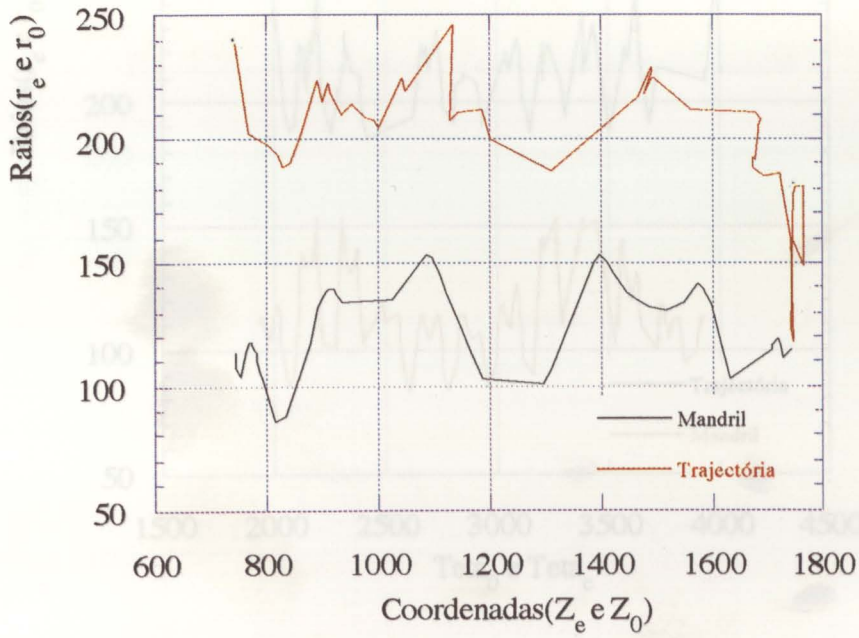


Fig. 7.22 - Perfis de uma viagem entre extremos do mandril

A figura 7.22 mostra um certo paralelismo entre os dois perfis sendo a distância entre eles de 100 milímetros, aproximadamente.

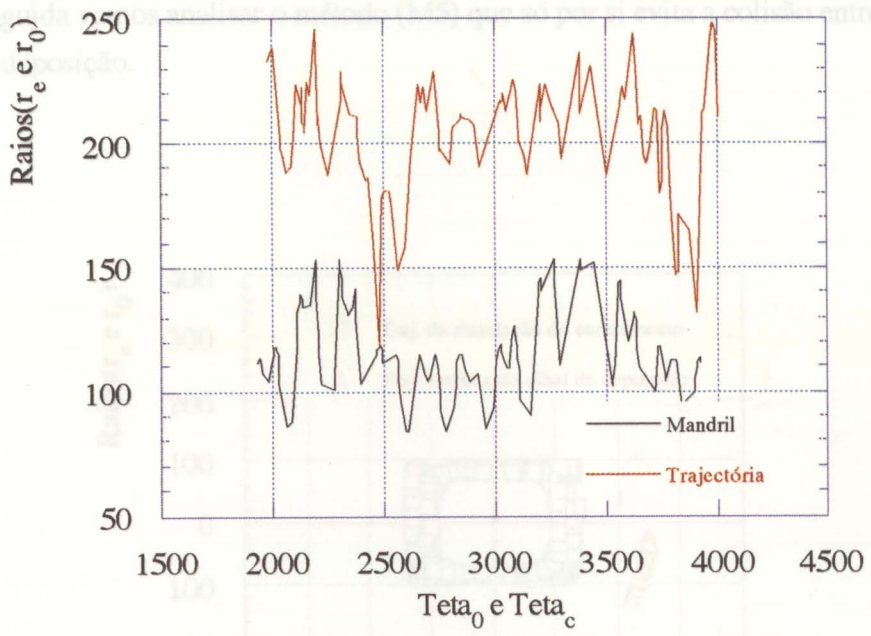


Fig. 7.23 - Andamento do raio com tetac e teta0

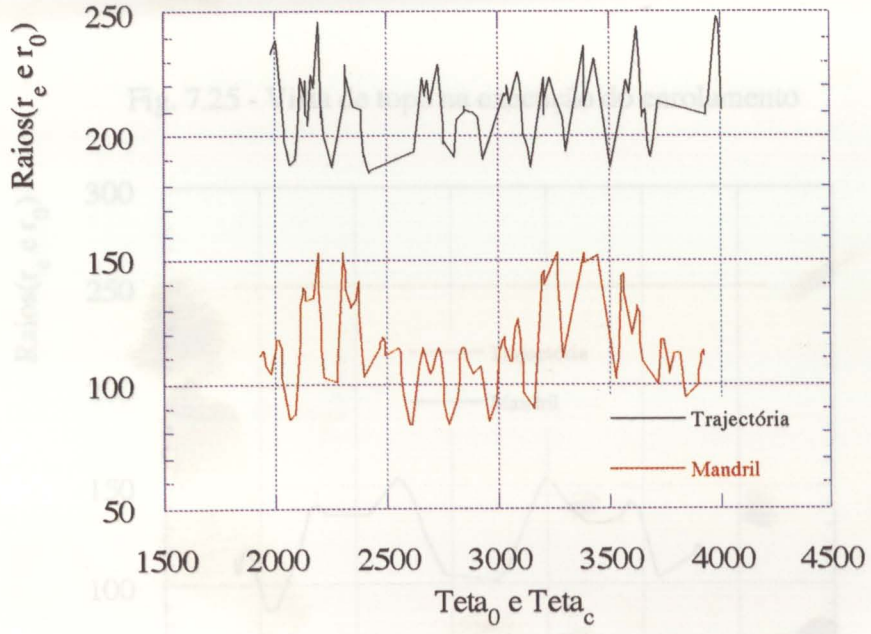


Fig. 7.24 - Andamento do raio com tetac e teta0 nas condições de 7.22

Como se pode inferir de toda a análise do método 4, este evita a colisão, podendo à primeira vista, supor-se que tal não é possivel. No entanto constata-se que depois de retirados os pontos que se situam para além dos extremos da parte útil do mandril se verifica a não existência de colisão.

Em seguida vamos analisar o método (M5) que só por si evita a colisão entre o mandril e o olhal de deposição.

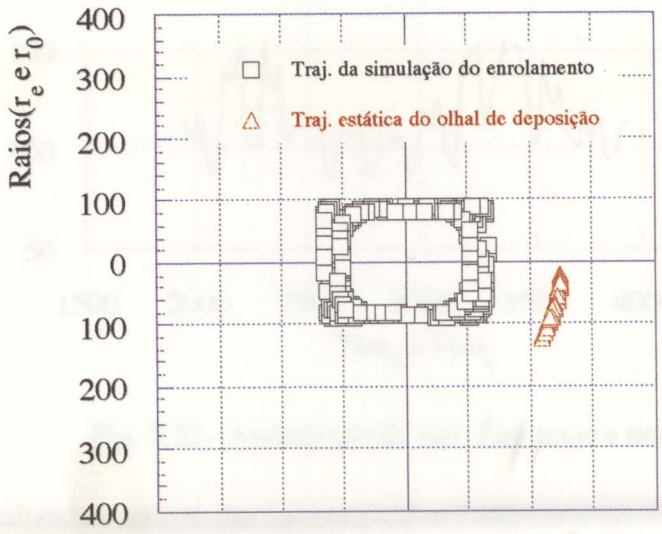


Fig. 7.25 - Vista de topo na execução do enrolamento

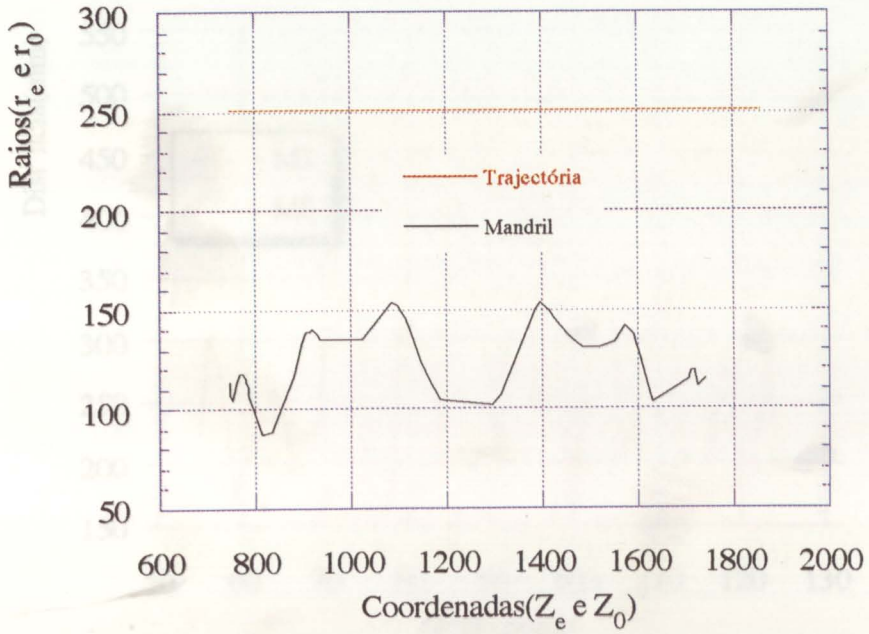


Fig. 7.26 - Perfis de uma viagem entre extremos do mandril

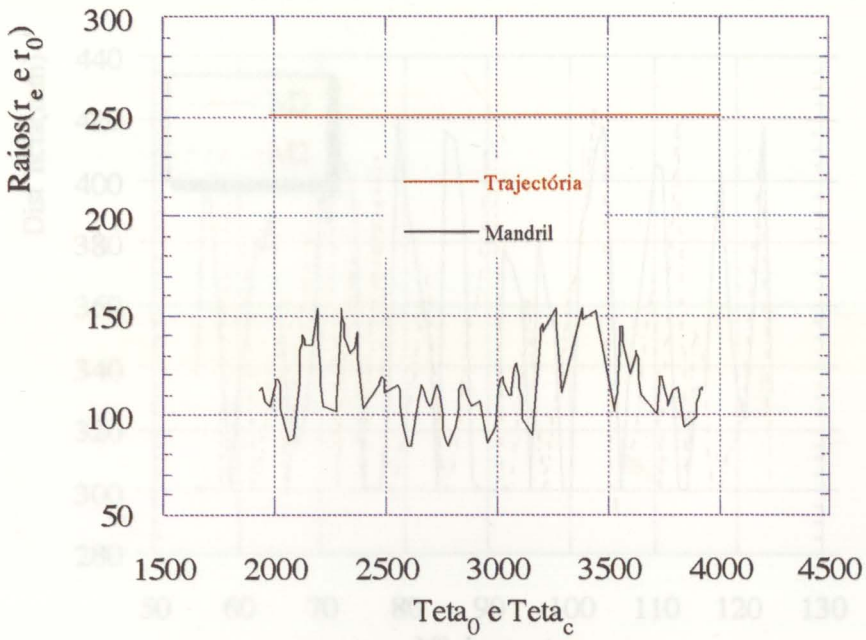


Fig. 7.27 - Andamento do raio com tetac e teta0

Depois de realizada a análise das figuras (7.25 a 7.28) relativas ao método M5 ficamos esclarecidos quanto à não existência de colisão por parte deste método.

Como curiosidade, podemos analisar ainda o andamento da distância do ponto da simulação do enrolamento ao olhal de deposição, entre os métodos utilizados anteriormente.

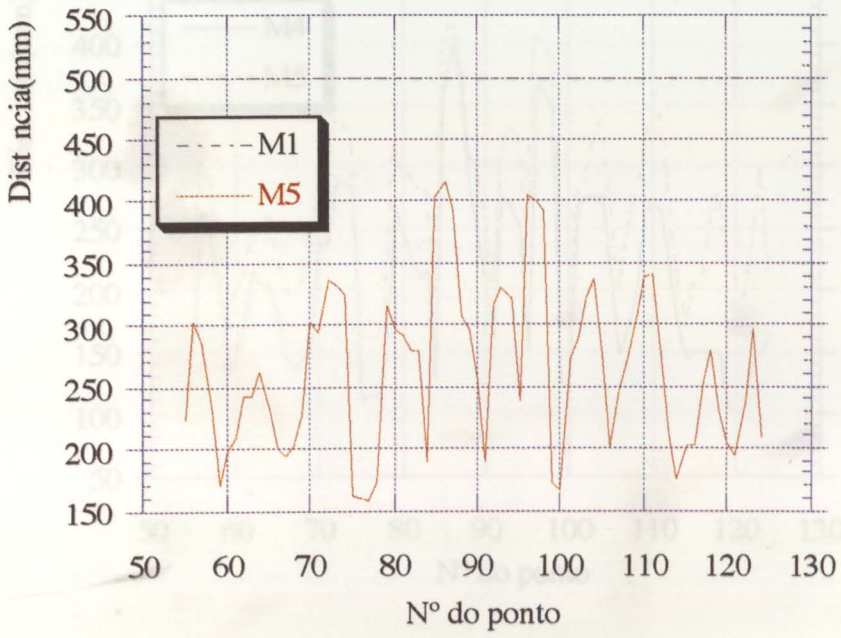


Fig. 7.28 - Andamento da distância com determinado n° de pontos

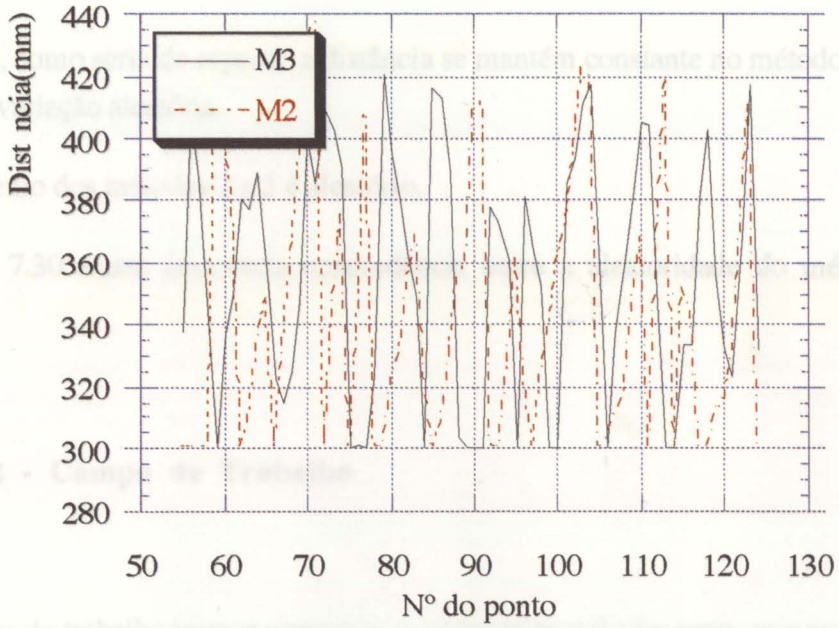


Fig. 7.29 - Andamento da distância com determinado nº de pontos

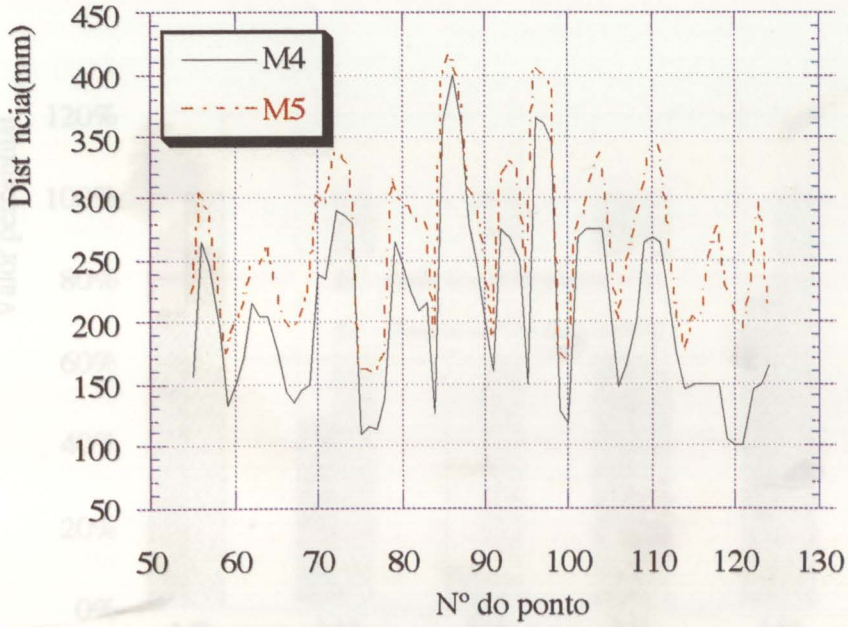


Fig. 7.30 - Andamento da distância com determinado nº de pontos

Da comparação entre o andamento das distâncias dos vários métodos podemos concluir o seguinte:

Enquanto, como seria de esperar, a distância se mantém constante no método 1, o método 5 exibe uma variação aleatória.

O andamento dos métodos 2 e 3 é aleatório.

Na figira 7.30 existe uma certa concordância entre a aleatoridade do método 5 e do método 4.

7.2.1.2 - Campo de Trabalho

Nesta parte do trabalho iremos comparar os campos de trabalho entre os cinco métodos de deposição, tendo como método de comparação aquele que é usado habitualmente, método 1(no máximo 4 graus de liberdade), e já testado, com 6 graus de liberdade na BAER®. Também aqui foi lançada a ideia de um método que pudesse permitir a variação da distância entre o mandril e o olhal de deposição.

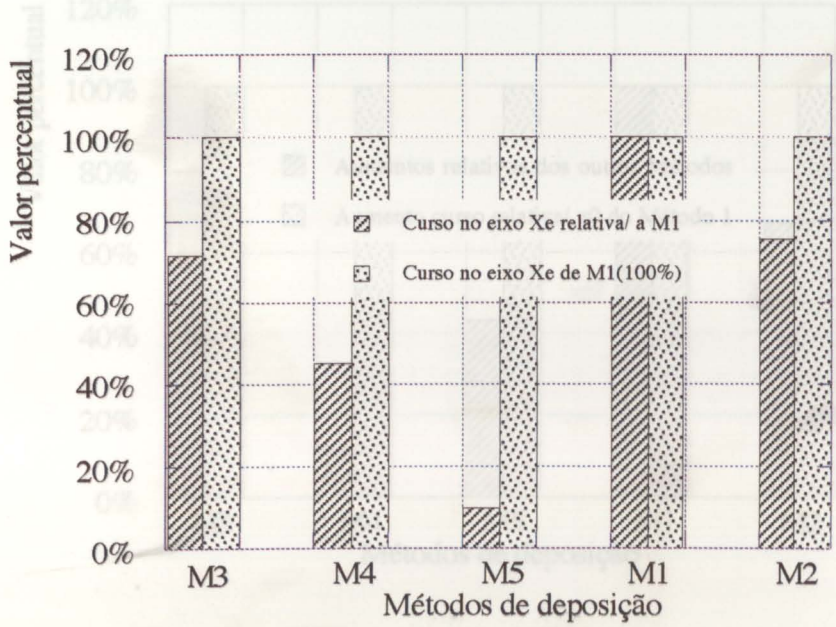


Fig. 7.31 - Atravancamento do campo de trabalho segundo X

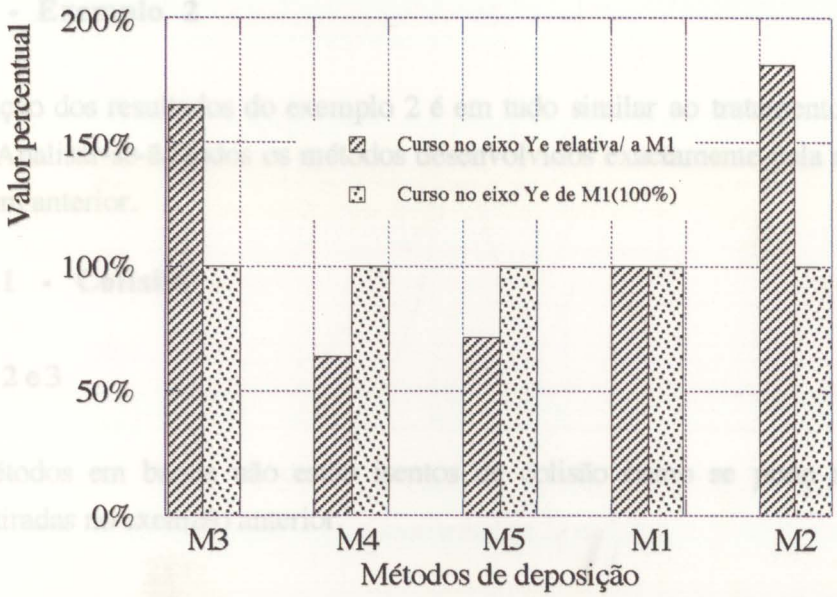


Fig. 7.32 - Atravancamento do campo de trabalho segundo Y

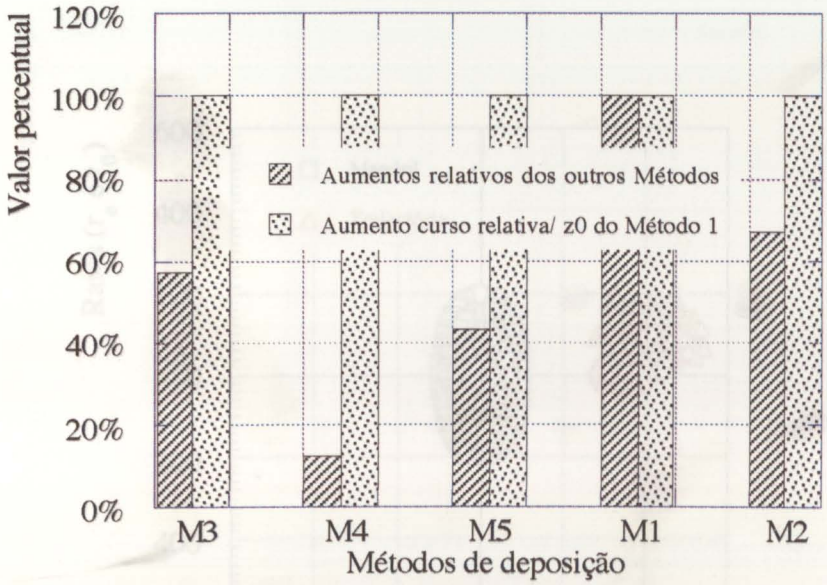


Fig.7.33 - Acréscimo de atravancamento segundo Z

A leitura dos gráficos (7.30 a 7.33) diz-nos que, enquanto os métodos 2 e 3 penalizam em demasia as direcções de atravancamento, os métodos 4 e 5 convergem para atravancamentos generosos. Sendo de salientar neste caso o método 4 e em especial a sua direcção Z.

7.2.2 - Exemplo 2

A exposição dos resultados do exemplo 2 é em tudo similar ao tratamento dado para o exemplo 1. Analisar-se-ão todos os métodos desenvolvidos exactamente pela mesma ordem de abordagem anterior.

7.2.2.1 - Colisão

Métodos 2 e 3

Estes métodos em banda não estão isentos de colisão como se pode averiguar das conclusões tiradas no exemplo anterior.

- Método da distância constante (M1)

A procura de uma distância em que não existisse a possibilidade de colisão fez-se com os métodos (M4 e M5) e concluiu-se que essa distância seria no mínimo 500 milímetros. As figuras 7.34 a 7.36 mostram a não interferência entre o mandril e o olhal.

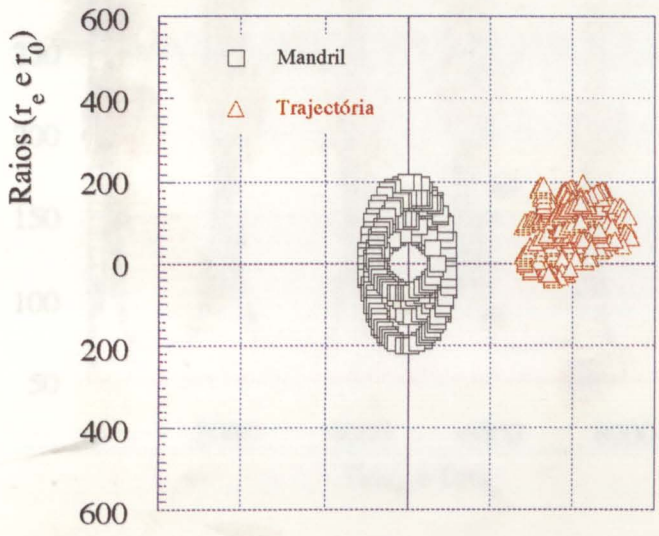


Fig. 7.34 - Vista de topo na execução do enrolamento

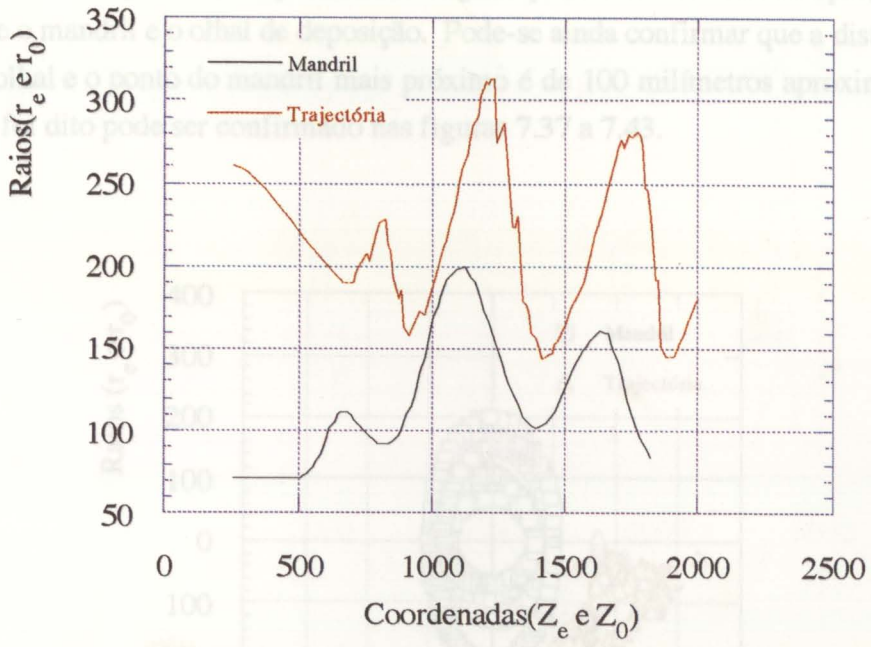


Fig.7.35 - Perfis de uma viagem entre extremos do mandril

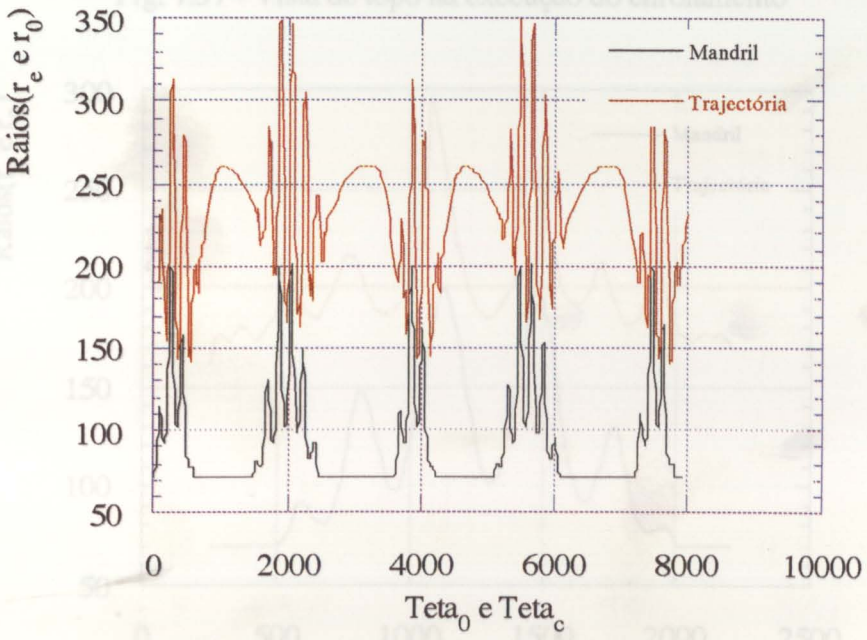


Fig. 7.36 - Andamento do raio com tetac e teta0

Método 4

Tal como no exemplo anterior podemos averiguar que, também neste exemplo, não existe colisão entre o mandril e o olhal de deposição. Pode-se ainda confirmar que a distância entre o ponto do olhal e o ponto do mandril mais próximo é de 100 milímetros aproximadamente. O que atrás foi dito pode ser confirmado nas figuras 7.37 a 7.43.

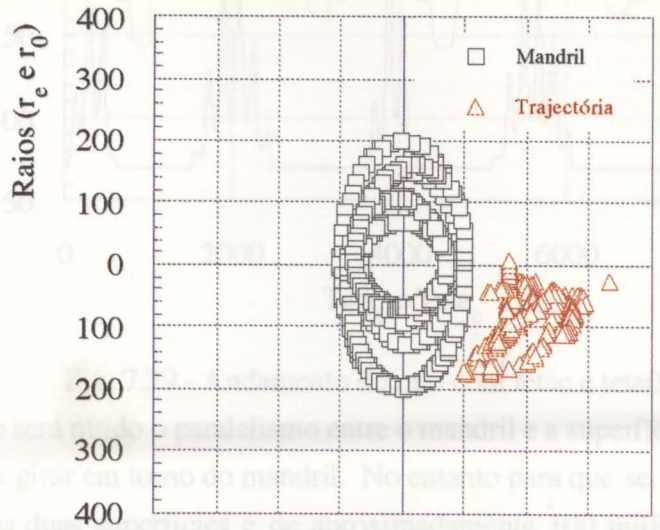


Fig. 7.37 - Vista de topo na execução do enrolamento

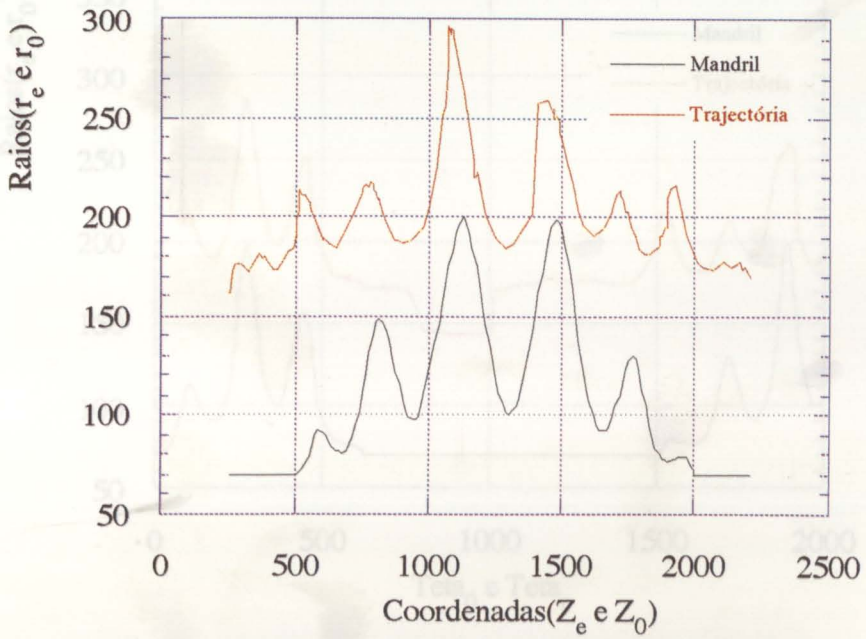


Fig. 7.38 - Perfis de uma viagem entre extremos do mandril

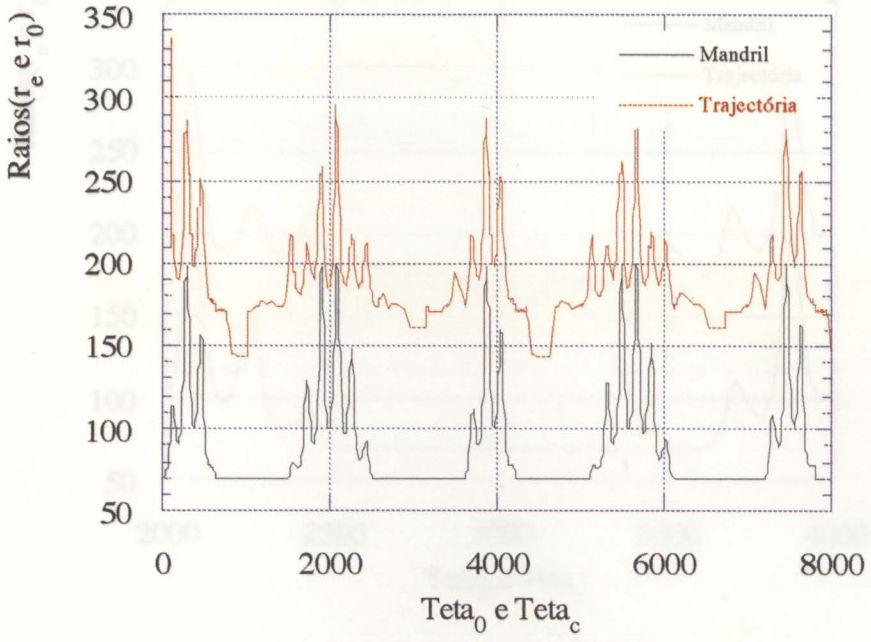


Fig. 7.39 - Andamento do raio com tetac e teta0

Nesta figura não será nítido o paralelismo entre o mandril e a superfície gerada pelo olhal, considerando este a girar em torno do mandril. No entanto para que se possa verificar que a distância entre estas duas superficies é de aproximadamente 100 milímetros, realizou-se a divisão da figura anterior em quatro outras, o que permite uma ampliação.

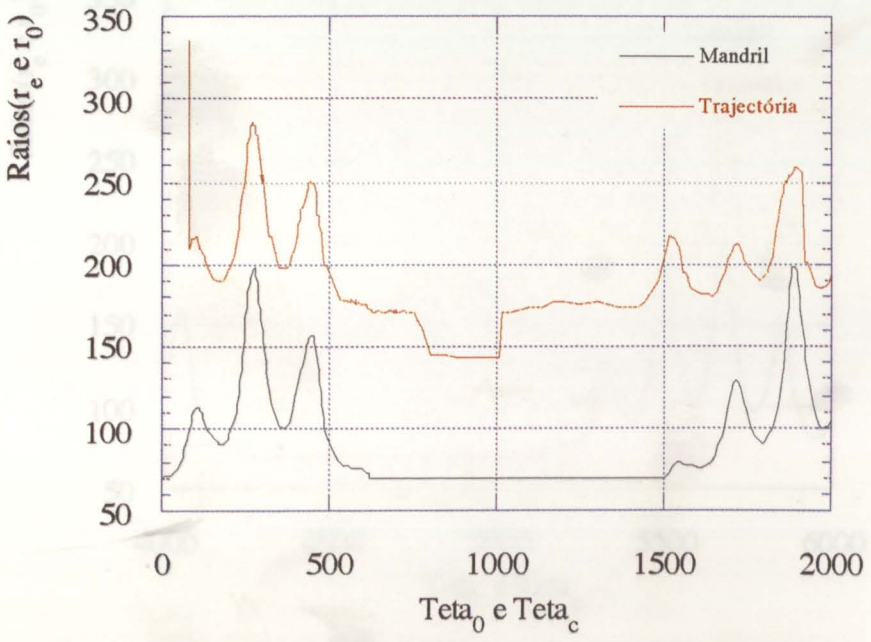


Fig. 7.40 - Andamento do raio com tetac e teta0 (Parte 1)

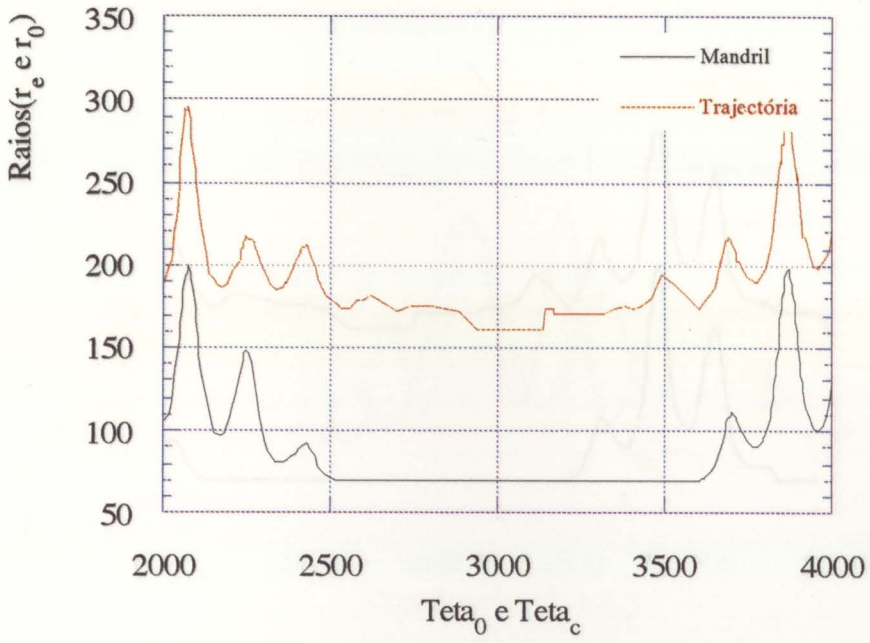


Fig. 7.41 - Andamento do raio com tetac e teta0 (Parte 2)

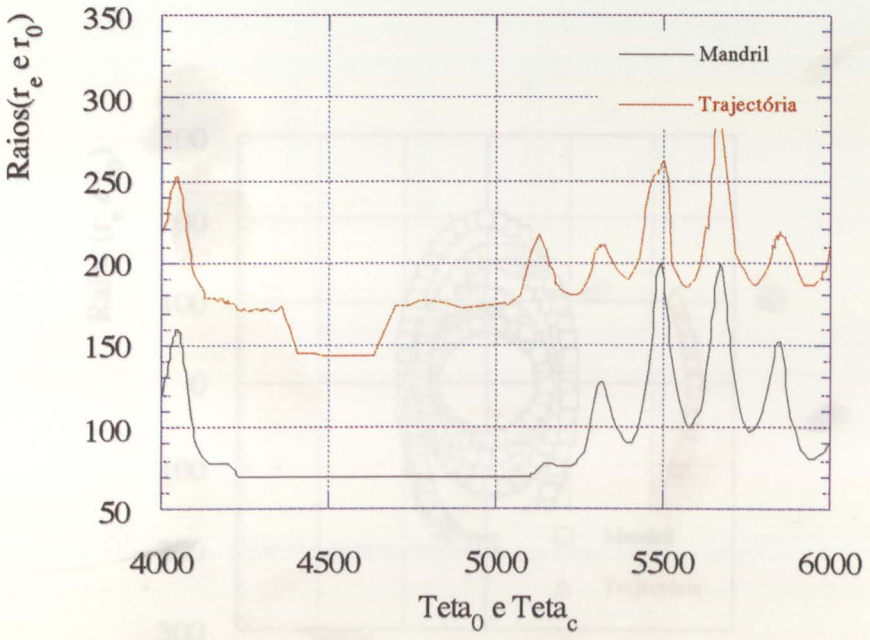


Fig. 7.42 - Andamento do raio com tetac e teta0 (Parte 3)

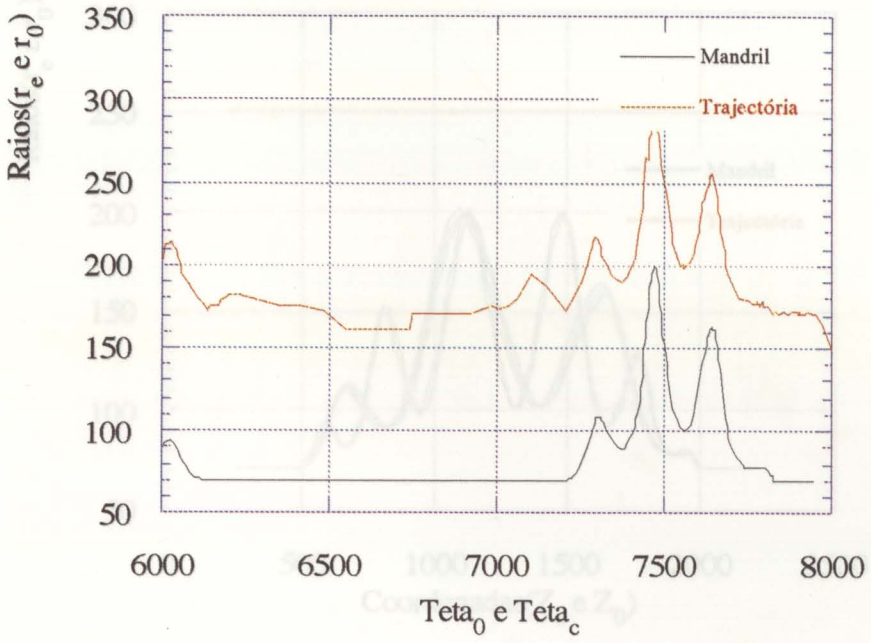


Fig. 7.43 - Andamento do raio com tetac e teta0 (Parte 4)

Método 5

Também neste caso os gráficos seguintes mostram a evidência do método (Figuras 7.44 a 7.46).

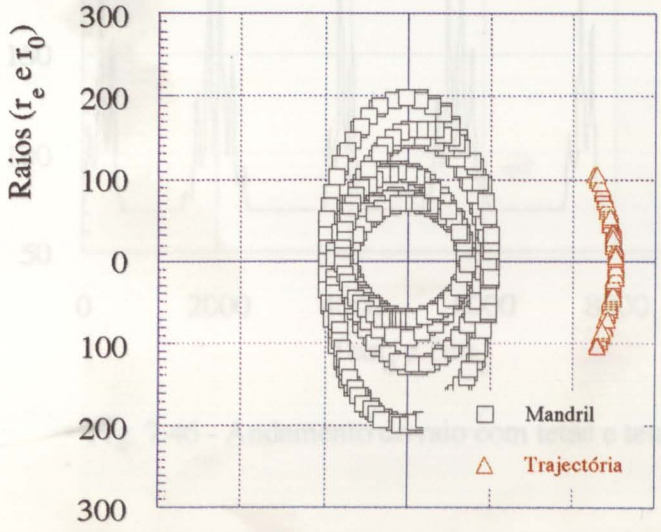


Fig. 7.44 - Vista de topo na execução do enrolamento

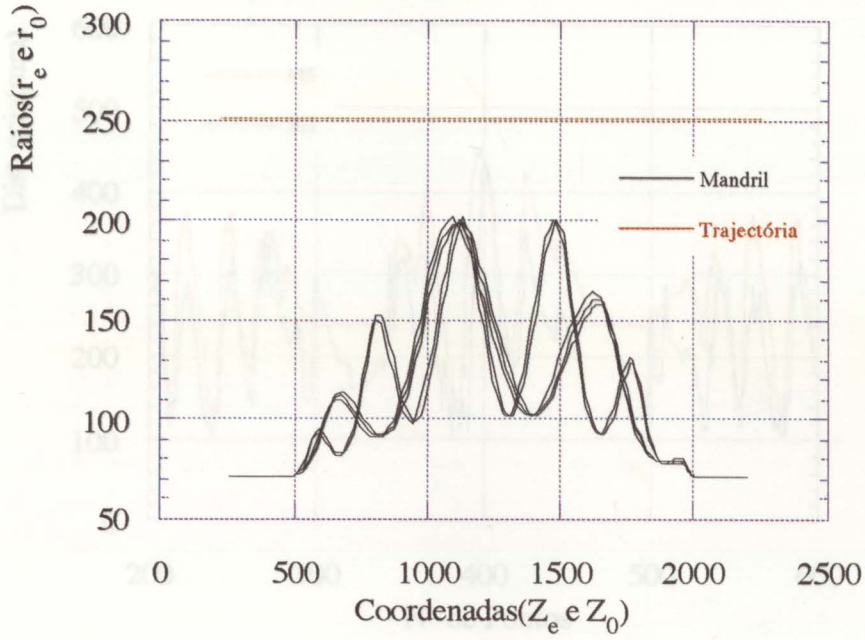


Fig. 7.45 - Perfis obtidos ao longo de Z no enrolamento

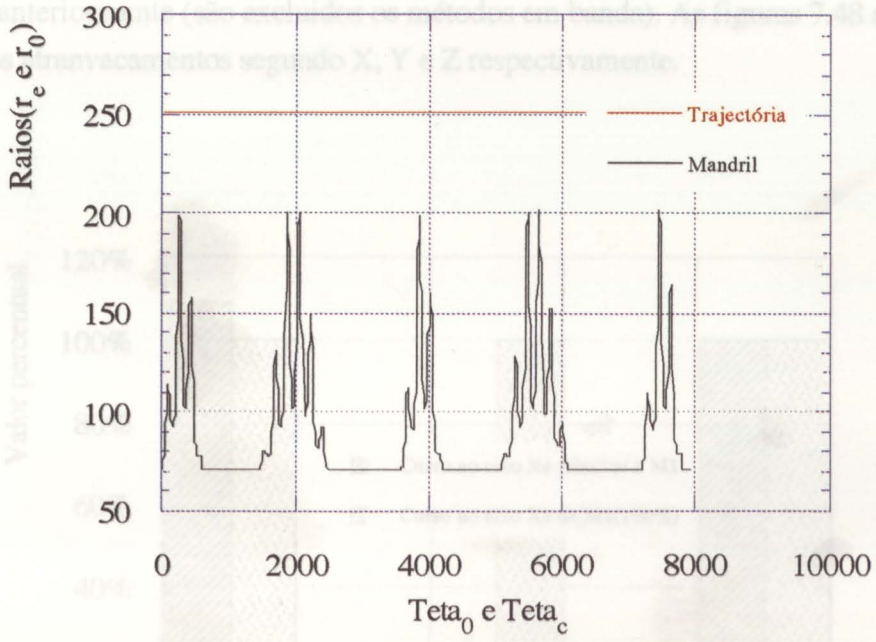


Fig. 7.46 - Andamento do raio com tetac e teta0

Ainda dentro do espírito do exemplo anterior podemos comparar o andamento da distância do mandril ao olhal para os vários pontos do enrolamento.

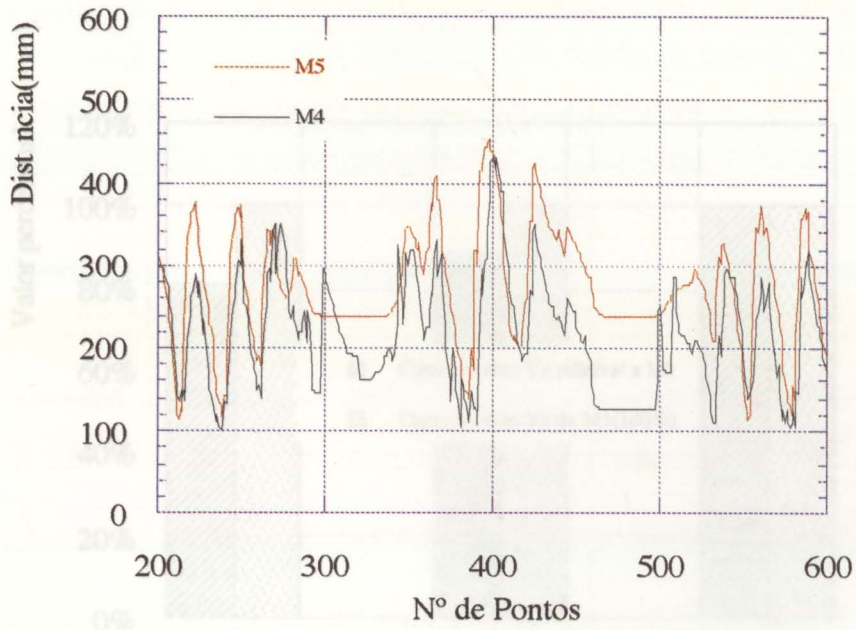


Fig.7.47 - Andamento da distância com determinado n° de pontos

7.2.2.2 - Campo de Trabalho

Neste subcapítulo do exemplo 2, iremos comparar unicamente três dos cinco métodos estudados anteriormente (são excluidos os métodos em banda). As figuras 7.48 a 7.50 dizem respeito aos atranvacamentos segundo X, Y e Z respectivamente.

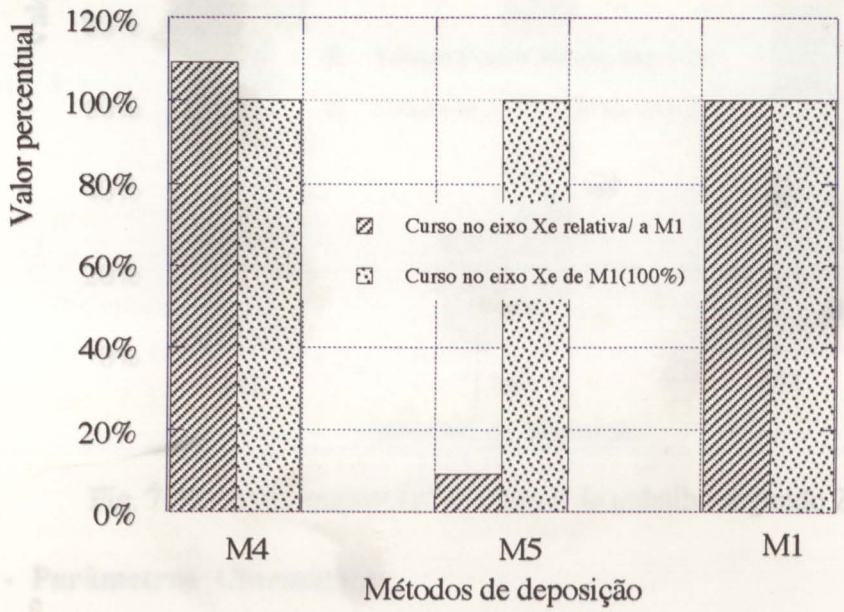


Fig. 7.48 - Atravancamento do campo de trabalho segundo X

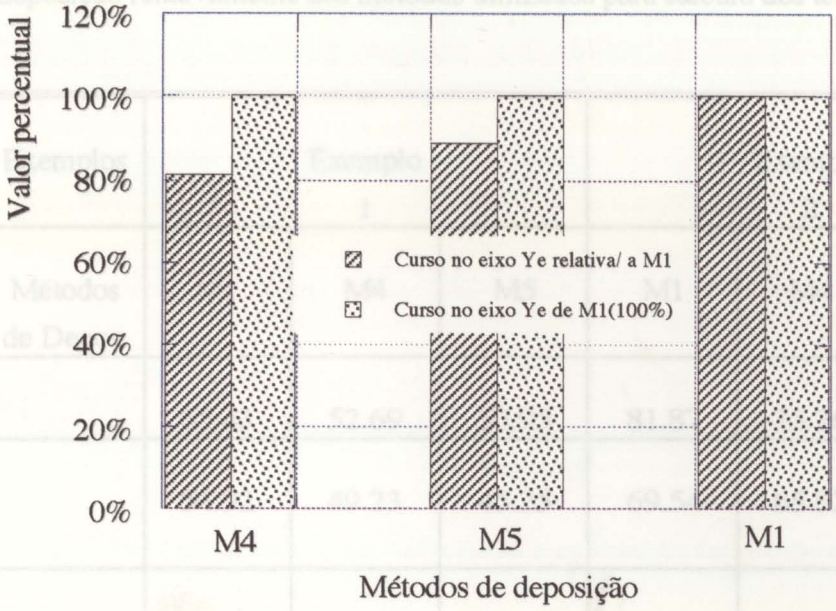


Fig. 7.49 - Atravancamento do campo de trabalho segundo Y

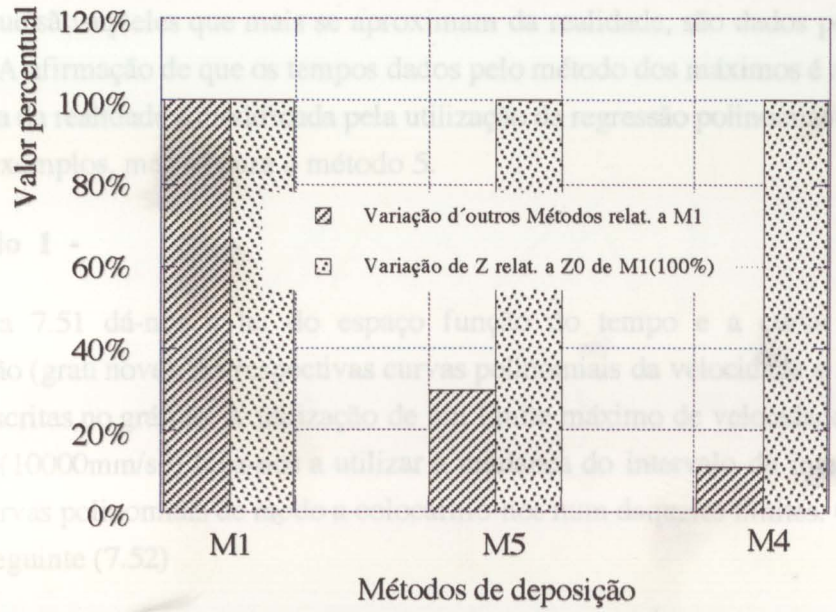


Fig. 7.50 - Atravancamento do campo de trabalho segundo Z

7.3 - Parâmetros Cinemáticos

No apuramento dos resultados deste subcapítulo, só se vai fazer referência aos tempos obtidos para cada método de cálculo. Estes serão posteriormente comparados com o tempo obtido por aproximação polinomial. A tabela seguinte mostra os tempos obtidos para cada método de deposição relativamente aos métodos utilizados para calculo dos tempos.

Exemplos		Exemplo 1			Exemplo 2		
Métodos	Métodos de Depos.	M1	M4	M5	M1	M4	M5
Spline		65.43	52.69	50.95	81.87	75.26	71.90
Dif. Finitas		54.92	49.23	45.25	69.54	65.82	58.21
Máximos		34.41	31.41	26.68	48.07	50.17	44.38

Tabela 1 - Tempos e Métodos

Como se pode concluir da tabela o método mais rápido é o método 5. Os tempos menores, que são aqueles que mais se aproximam da realidade, são dados pelo método dos máximos. A afirmação de que os tempos dados pelo método dos máximos é aquele que mais se aproxima da realidade é modificada pela utilização da regressão polinomial que é feita para ambos os exemplos, mas só para o método 5.

Exemplo 1 -

A figura 7.51 dá-nos a lei do espaço função do tempo e a curva polinomial de aproximação (grau nove). As respectivas curvas polinomiais da velocidade e aceleração vêm também inscritas no gráfico. A utilização de um limite máximo de velocidade (1000mm/s) e aceleração (10000mm/s^2) leva-nos a utilizar a mudança do intervalo de integração de cada uma das curvas polinomiais de modo a colocarmo-nos num daqueles limites. O resultado é o da figura seguinte (7.52)

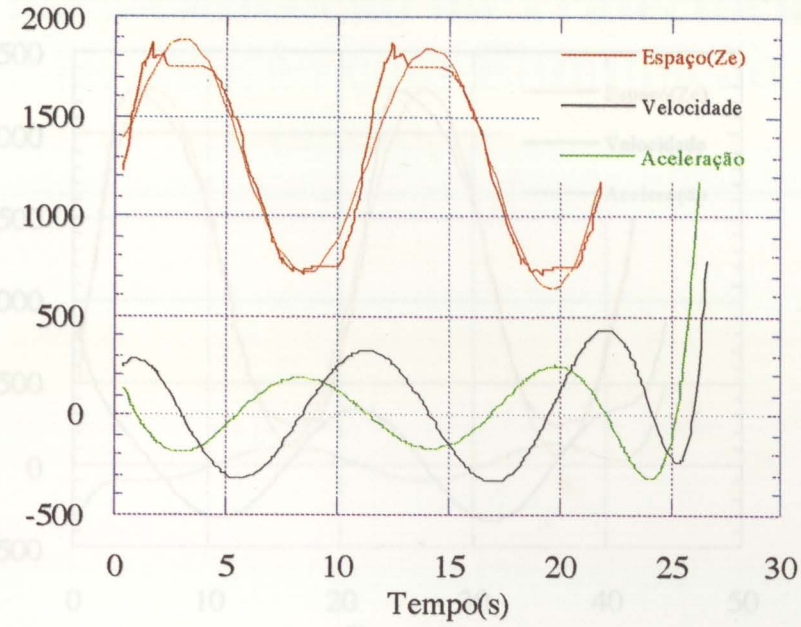


Fig. 7.51 - Leis dos espaços, velocidade e aceleração função do tempo

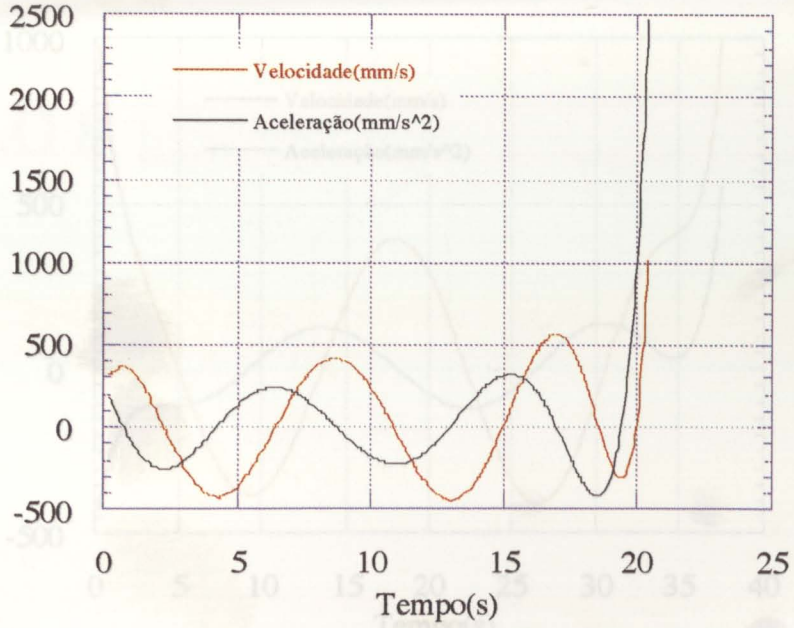


Fig. 7.52 - Leis das velocidades e acelerações

Exemplo 2 -

Também aqui no exemplo 2 foram realizadas as mesmas operações que no exemplo 1.

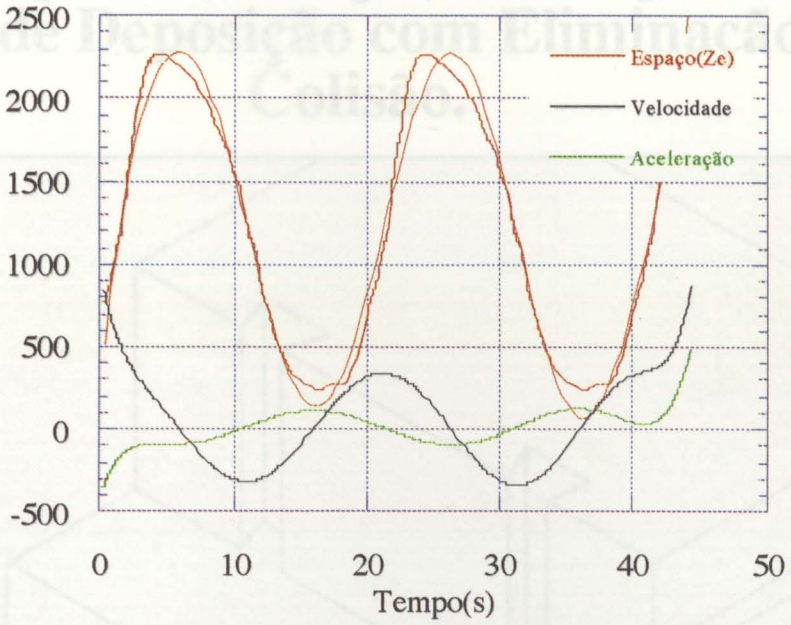


Fig. 7.53 - Leis dos espaços, velocidades e acelerações função do tempo

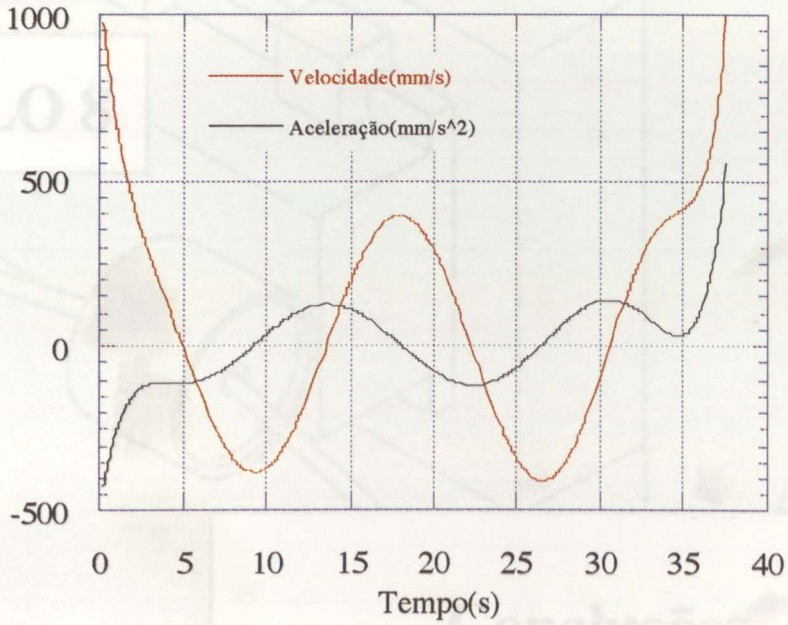
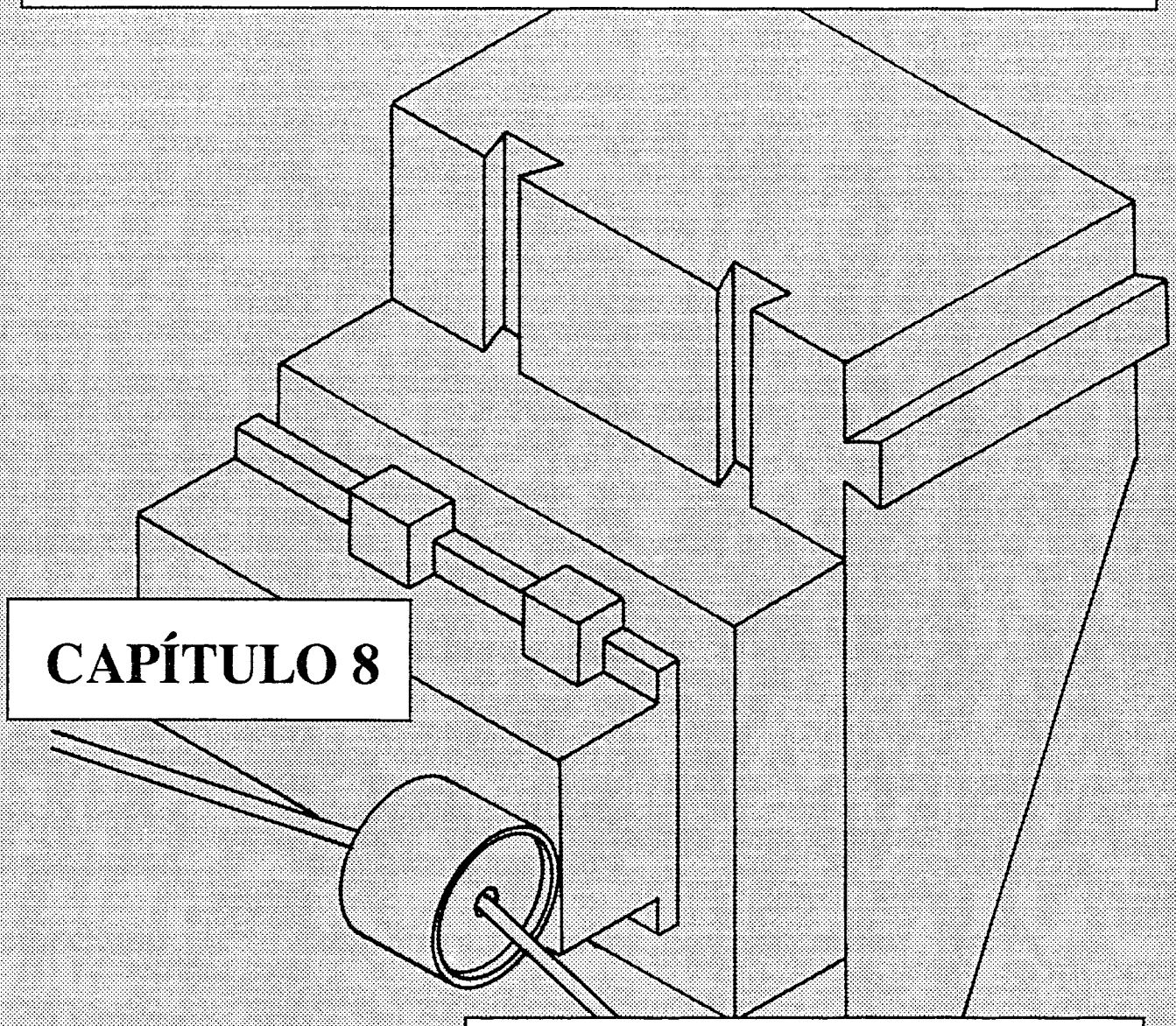


Fig. 7.54 - Leis da velocidade e aceleração

Métodos para Obtenção da Trajectória do Olhal de Deposição com Eliminação de Colisão.



CAPÍTULO 8

Conclusões

Capítulo

8

• CONCLUSÕES

As conclusões a tirar de todo este trabalho são:

- O método tradicional (distância constante) utilizado aqui com seis graus de liberdade permite uma deposição da fibra mais correcta para enrolamentos em superfícies assimétricas. Tal método tem uma modelização que é algo de inovador relativamente ao modo de utilização tradicional.

- Os restantes métodos de deposição seguem de perto a modelização do anterior.

- A colisão entre o olhal de deposição e o mandril é um problema grave no enrolamento filamentar no entanto ele aqui foi tratado com obtenção de resultados muito bons, já que o algoritmo implantado no método tradicional nos dá um método que traça uma trajectória do olhal paralela à do mandril, isto se fosse o olhal a percorrer a trajectória e o mandril em situação estática.
  Já com a ambição de eliminação total de colisão foi idealizado o método de raio constante em que este raio é superior em "X" milímetros ao maior raio do mandril e assim se garante a não colisão do mandril com o olhal de deposição.

- Os métodos em banda são métodos que ocupam um campo de trabalho extremamente grande em comparação com os métodos que evitam a colisão que para além de evitarem

aquela permitem campos de trabalho reduzidos relativamente ao método tradicional (distancia constante). Para além de permitirem campos de trabalho mais reduzidos, os métodos M4 e M5 são distintos já que enquanto M4 tem a sua banda deslocada num só sentido, limite máximo superior, no método M5 existe uma simetria e os limites superiores são menores.

- Quanto ao problema dos parâmetros cinemáticos aqueles podem ser obtidos por aproximação da lei dos espaços a um polinómio o que nos atira para o menor tempo possível ou seja a optimização, não sendo isto possível, o método dos máximos dá-nos uma aproximação bastante boa.

- De tudo quanto foi dito relativamente ao trabalho até aqui desenvolvido é de tirar a conclusão final:

O método a utilizar quando o campo de trabalho está reduzido segundo o eixo de rotação do mandril é o método com algoritmo (M4). E isto será tanto mais pertinente quanto menor for o ângulo de enrolamento.

Se a preocupação relativamente às dimensões for os eixos X e Y então utiliza-se o método de raio constante. De salientar que o facto de M4 registar um reduzido aumento no campo de trabalho segundo o eixo de rotação também pode ser conseguindo para o método M5 implementando uma pequena questão na programação. E então nesta situação o método a utilizar será M5.

Estas conclusões devem-se ao facto de os tempos para executar o enrolamento serem favoráveis, ainda que muito ligeiramente, ao método M5.

8.1 - Desenvolvimentos previsíveis neste domínio

Como trabalho futuro proponho a construção de uma *package* sobre enrolamento filamentar para "todo" o tipo de superfícies, em que sejam desenvolvidos os seguintes módulos:

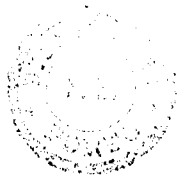
- A simulação do enrolamento deve obdecer a uma equação polinomial segundo a direcção mais crítica, em termos de limites cinemáticos, que é aquela que coincide com o eixo de rotação do mandril.

- Obtenção da simulação do enrolamento com encosto da fibra entre as várias passagens.

- Simulação da trajectória do olhal de deposição em que, segundo a direcção do eixo de rotação do mandril, se obtenha uma equação polinomial idêntica à da simulação do enrolamento (mesmo grau) só que desfasada de um ΔZ.

- Obtenção dos parâmetros cinemáticos através da equação polinomial obtida em três e verificação dos limites cinemáticos em todos os intervalos para os eixos dos X e Y.

- Transformação dos resultados obtidos em linguagem CNC.



REFERÊNCIAS

1 - Mc. Carvill, W. T., *Filament-Winding Resins*, Composites, Vol. 1 Engineered Materials Handbook, ASM International, 1987

2 - Rosato, D. V., Groove, C. S., Jr. *Filament winding: its developments, manufacture, applications, and design*, Interscience Publishers, John Wiley & sons, Inc. 1964

3 - Brian, A. Wilson, *Filament Winding - Past, Present and Future*, 34th International SAMPE Symposium, May 8-11,1989

4 - Lubin, G., *Handbook of Composites*, Van Nostrand, 1982

5 - Peters, S. T., Humphrey, W. D., *Filament Winding*, Composites, Vol. 1 Engineered Materials Handbook, ASM International, 1987

6 - Gomes de Castro, Ed., *Ciência e Tecnologia dos Materiais*, Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, 1988

7 - Brian, C. Hoskin and Alan A. Baker, *Composite Materials for Aircraft Structures*, A.I.A.A., Education Series, 1983

8 - Lehmamn, Stan, *Recent Resin Developments for Filament Winding*, 28th National Sampe Symposium, April, 12-14 1983

9 - Wood, A. S., *Filament Winding Goes Computer*, Sheds Design Limitations, Modern Plastics International, May 1981

10 - Denost, J. P., *Design of Filament-Wound Rocket Cases*, in AGARD-LS nº 150, pp. 5.1-5.21, Nevilly sur Secine, France, 1988

11 - Simões O. José António, *Enrolamento Filamentar - Simulação Visual de Trajectórias Geodésicas e não-geodésicas*, Tese de mestrado, FEUP - 1992

12 - Lyusternik, L. A., *Shortest Paths, Variational Problems*, The Macmillan Company, New York, 1964.

13 - Lipshutz, M. M., *Differential Geometry*, Schaum's Outline Series in Mathematics, McGraw-Hill Book Company, 1969.

14 - Di Vita G., Marchetti M., Perugini P., *Non-Geodesic Winding Path Equations on a Non axisymmetric Surface*, ICCM-VII, Guangzhou, China pp. 135, 1989

15 - P. Perugini, Antropometrico, *Application and extention of the filament winding process to general shape structures*, M. Sc. Thesis in Aeronautical Engineering(in italian), Universitá "La Sapienza", Roma, 1990.

16 - Abdelhady F., Kandil N., Aivazzadeh S., Verchery G., Lidou P., *Computer Aided Design in Filament Winding of Pressure Vessels*, pp.173,186 in Computer Aided Design in Composite Material Tecnhology - New York 1988.

17 - Eckold G. C., LLoyd-Thomas D. G., Wells G. M., *Computer Aided Filament Winding*, C 387/014, pp. 127-136, United Kingdom Energy Anthony, Harwell, Oxfordshire, UK.

18 - Leon J. C., Wells G., *Computer Aided Filament Winding*, First European Conference on Composite Materials, Bordeaux, 24-27 Sept., 1985

19 - Eckold G. C., Wells G. M., *Computer Aided Design and Manufacture of Advanced Composites*, Materials Engineering Conference London, 5-7 Nov. 1985

20 - Di Vita G., Grimaldi M., Marchetti M., Moroni P., *The Filament Winding Manufacturing Technique: Studies on the Determination of the Friction Coefficient and on the Optimization of the Feed-Eye Motion*, pp. 972-979, Proceeding of the 22nd International Sampe Technical Conference, Boston, USA, 1990.

21 - P. Moroni, *Thesis on Aeronautical Engineering*, University La Sapienza of Rome, 1990.

22 - Jack C. Vogt, Danny L. Taylor, *A workstation for off-line Filament Winding Pattern Generation*, Book 2, pp. 1538-1543, Proceedings of the 34th International Sampe Symposium and Exhibition, Reno, Nevada, U.S., 1989.

23 - Vaccaro Giuseppe, *Lezione di Geometria*, Vol.1, Ed. Veschi, 1980.

24 - Vanderplaats Garret N., *Numerical Optimization Techniques for Engineering Design*, McGraw-Hill Publishing Company, 1979

25 - Chapra Steven C., Canale Raymond P., *Numerical Methods for Engineers*, Mcgraw-Hill International Editions, 1987

26 - Press William H., Flannery Brian P., Teukolsky Saul A. Vetterling William T., *Numerical Recipes*, Cambdrige University Press, 1990

27 - Qiulin Ding, Davies B. J., *Surface Engineering Geometry for Computer-Aided Design and Manufacture*, Ellis Horwood series in Mechanical Engineering, 1985.

28 - S. K. Mazumdar and S. V. Hoa, *Determination of Fiber Winding Angle Distribution During Filament Winding Process for Known Winding Motions*, pp. 944-951, Proceedings of the second International Syposium on Composite Materials and Structures, Beijing 1992.

29 - Chajes Alexander, *Principles of structural stability theory*, Prentice-Hall, inc, Englewood, New Jersey, 1974.