

João Paulo Tomé Saraiva

Aplicação de Conjuntos
Imprecisos

DEEC
FEUP
1992

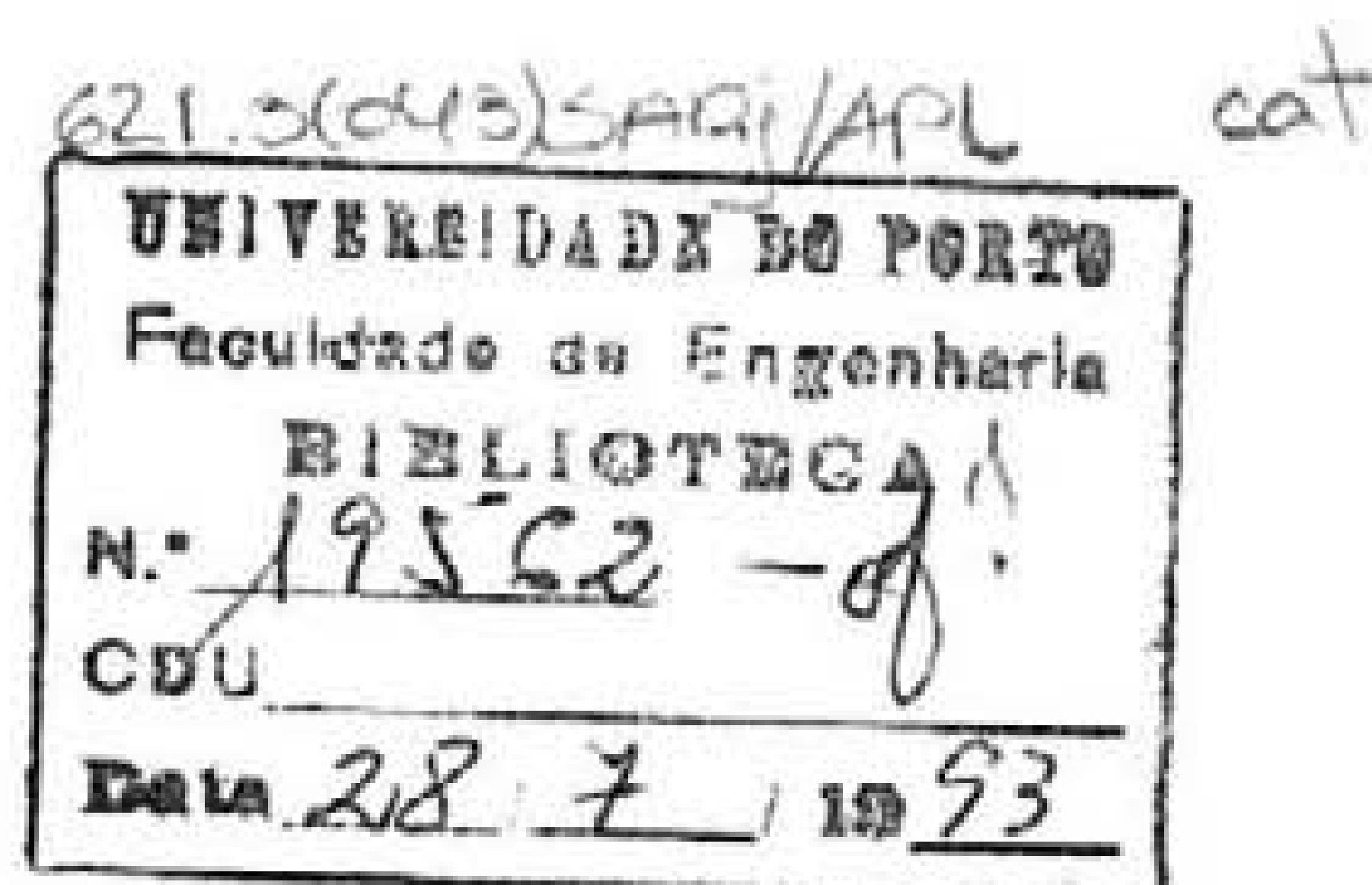


FACULDADE DE ENGENHARIA
DA
UNIVERSIDADE DO PORTO

Aplicação de Conjuntos Imprecisos na Modelização e Planeamento de Sistemas Eléctricos

João Paulo Tomé Saraiva

**Aplicação de Conjuntos Imprecisos
na Modelização e Planeamento
de Sistemas Eléctricos**



DEEG
FEUP

Dissertação de Doutoramento
apresentada à
Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

1992

043 D
S246a
PX. 3

Assim a vida passa vagarosa:

O presente, a aspirar sempre ao futuro:

O futuro, uma sombra mentirosa.

A. de Quental

à Margarida,
Teresinha e João Pedro

Agradecimentos

Não teria sido possível realizar este trabalho sem a colaboração de diversas pessoas a quem, neste momento, quero agradecer. Em primeiro lugar, sinto-me reconhecido ao Professor Doutor Vladimiro Miranda pela sua amizade e orientação, constante exigência e apoio manifestado no decorrer do trabalho de investigação que conduziu à elaboração desta dissertação.

O Professor Doutor Manuel Matos merece-me uma grande consideração e amizade. A ele pretendo manifestar o meu agradecimento pela sua permanente disponibilidade e paciência na discussão proveitosa de alguns pontos deste trabalho.

Não posso, também, esquecer todas as atenções e incentivos que, desde o início da minha carreira académica, recebi do Professor Doutor Almeida do Vale. Pretendo, também, manifestar-lhe o meu reconhecimento.

A Professora Doutora Leontina Pinto realizou diversas sugestões e comentários ao trabalho que originou esta dissertação. Pretendo, deste modo, agradecer-lhe todas as atenções recebidas.

Aos meus colegas de secção e, em particular, ao Professor Doutor Pereira da Silva e aos Engs. Maria Teresa Ponce Leão e José Eduardo Neves dos Santos agradeço o ambiente de amizade e compreensão, sem dúvida propício à actividade de investigação. O Eng. José Carlos Alves merece-me, também, um agradecimento muito especial pela sua constante disponibilidade para solucionar problemas surgidos com os meios computacionais utilizados.

Ao Senhor Nuno Silva agradeço a dedicação com que dactilografou a bibliografia inserta neste trabalho.

Aos meus cunhados Zé Eduardo e Zi encontro-me reconhecido, respectivamente, pela composição da capa deste volume e pelo ingrato trabalho de revisão do original.

E, como os últimos são os primeiros, dirijo uma palavra muito especial à Margarida, meus Pais e Miguel que sempre me apoiaram nas opções assumidas ao longo destes anos e souberam disponibilizar-me o tempo indispensável à realização deste trabalho.

ÍNDICE

Capítulo 1. INTRODUÇÃO	
1.1. Origem da dissertação	2
1.2. Âmbito e objectivos da dissertação	5
1.3. Estrutura da dissertação	6
Capítulo 2. TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO E SUA INTEGRAÇÃO EM ESTUDOS DE PLANEAMENTO DE EXPANSÃO DE SISTEMAS ELÉCTRICOS DE ENERGIA	
2.1. Introdução	10
2.2. Tratamento da imperfeição da informação: questões gerais	11
2.2.1. Sistemas, modelos, informação, complexidade e imprecisão	11
2.2.2. Modelos clássicos da imperfeição da informação	12
2.2.3. A teoria dos conjuntos imprecisos	14
2.2.4. Modelos probabilísticos associados a conjuntos imprecisos	19
2.2.5. Enquadramento genérico das medidas imprecisas e das medidas de imprecisão	20
2.3. A informação no planeamento da expansão de sistemas eléctricos de energia	22
2.3.1. Considerações gerais	22
2.3.2. O ambiente de planeamento - caracterização genérica	24
2.3.3. Modelos de previsão de cargas	25
2.3.4. Modelos de tratamento do problema de fluxo de potências	28
2.3.5. O despacho económico	31
2.3.6. A avaliação de fiabilidade no processo de planeamento	36
2.3.7. Planeamento da expansão do subsistema produtor	38
2.3.8. Planeamento da expansão do subsistema de transporte	41
2.4. Resumo e conclusões	44
Capítulo 3. MODELIZAÇÃO DE POTÊNCIAS PRODUZIDAS E DE CARGA E INTERFACE LINGUÍSTICA	
3.1. Introdução	48
3.2. Modelos de potências produzidas e de carga	48
3.3. Desenvolvimento de uma interface linguística	51
3.3.1. Considerações gerais	51
3.3.2. Comunicação no sentido utilizador -> aplicação	52
3.3.3. Comunicação no sentido aplicação -> utilizador	55
3.4. Resumo e conclusões	58

Capítulo 4. FLUXO DE POTÊNCIAS IMPRECISO

4.1. Introdução	61
4.2. Fluxo de potências impreciso - algumas definições	62
4.3. Modelo DC impreciso	63
4.4. Modelos de natureza incremental	66
4.4.1. Considerações gerais	66
4.4.2. Modelo DC incremental	66
4.4.3. Modelo AC incremental	67
4.4.3.1. Aspectos genéricos	67
4.4.3.2. Expressões linearizadas das grandezas a calcular	69
4.4.3.3. Algoritmo de solução	77
4.4.3.4. Erros inerentes à formulação linearizada	80
4.5. Integração de outras funções de pertença	83
4.6. Um pequeno exemplo de aplicação	84
4.7. Integração de dependências nodais	93
4.7.1. Aspectos genéricos	93
4.7.2. Novas formulações do modelo DC impreciso	94
4.7.3. Um pequeno exemplo de aplicação	103
4.7.4. Modelos AC incrementais integrando dependências nodais	110
4.8. Resumo e conclusões	112

Capítulo 5. FLUXO DE POTÊNCIAS ÓPTIMO IMPRECISO ADOPTANDO UM MODELO DC

5.1. Aspectos genéricos	115
5.2. Um pequeno exemplo esclarecedor	117
5.3. Modelização do problema de fluxo de potências ótimo impreciso	121
5.3.1. Modelo de operação do sistema	121
5.3.2. Variáveis de estado e de controlo	121
5.3.3. Função custo dos geradores	121
5.3.4. Estudo determinístico inicial de fluxo de potências ótimo	124
5.3.5. Integração das imprecisões associadas às potências de carga	127
5.3.6. Identificação de vértices do hiperparalelepípedo	129
5.3.7. Estudos parametrizados de fluxo de potências ótimo associados às combinações identificadas	131
5.3.8. Agregação dos resultados	136
5.4. Cálculo da potência de corte de carga	137
5.4.1. Considerações gerais	137
5.4.2. Geradores de corte de carga no problema inicial de fluxo de potências ótimo	137
5.4.3. Integração das imprecisões associadas às potências de carga	140
5.4.4. Identificação de vértices do hiperparalelepípedo	140
5.4.5. Integração de geradores de corte de carga no decorrer de um estudo parametrizado de fluxo de potências ótimo	141

5.4.6. Agregação dos resultados obtidos para as potências de corte de carga	142
5.5. Limites imprecisos de trânsitos de potência e de potências produzidas .	144
5.5.1. Limites de potências produzidas em geradores de corte de carga .	144
5.5.2. Limites de potências produzidas em geradores do sistema	145
5.5.3. Limites de trânsitos de potência em ramos do sistema	146
5.6. Algoritmo completo de resolução do problema de fluxo de potências óptimo impreciso	147
5.7. Um pequeno exemplo de aplicação	149
5.8. Resumo e conclusões	156
 Capítulo 6. O FLUXO DE POTÊNCIAS ÓPTIMO IMPRECISO INTEGRADO NUMA METODOLOGIA DE PLANEAMENTO FLEXÍVEL	
6.1. Introdução	159
6.2. Aspectos genéricos e definições	159
6.3. Algoritmo de cálculo dos índices de exposição e robustez	163
6.4. Identificação de estratégias de expansão do sistema	165
6.4.1. Considerações gerais	165
6.4.2. Impacto nos índices de exposição e robustez de reforços especificados	166
6.4.3. Reforços para obter um valor especificado para o índice de exposição	166
6.5. Um pequeno exemplo de aplicação	172
6.6. Resumo e conclusões	176
 Capítulo 7. AVALIAÇÃO DA FIABILIDADE DE UM SISTEMA ELÉCTRICO DE ENERGIA	
7.1. Introdução	178
7.2. Considerações gerais	178
7.3. Grandezas a estimar	181
7.4. Análise de convergência em ambiente impreciso	183
7.5. Aceleração do processo de simulação	184
7.6. Características e fluxograma da metodologia implementada	186
7.7. Um pequeno exemplo de aplicação	189
7.8. Resumo e conclusões	193
 Capítulo 8. EXEMPLOS DE APLICAÇÃO	
8.1. Considerações gerais	195
8.2. Aplicação dos algoritmos de fluxo de potências impreciso	195
8.2.1. Fluxo de potências impreciso utilizando o modelo DC impreciso..	196
8.2.2. Fluxo de potências impreciso utilizando o modelo DC incremental	201
8.2.3. Fluxo de potências impreciso utilizando o modelo AC incremental	205

8.2.4. Avaliação do desempenho do modelo AC incremental	212
8.2.5. Análise dos resultados	220
8.3. Aplicação dos algoritmos de fluxo de potências óptimo impreciso, planeamento flexível e avaliação de fiabilidade	226
8.3.1. 1º conjunto de testes	227
8.3.1.1. Fluxo de potências óptimo impreciso para o caso base	227
8.3.1.2. Estudo de alguns estados associados a situações de contingência	231
8.3.1.3. Avaliação da fiabilidade do sistema	239
8.3.2. 2º conjunto de testes	241
8.3.2.1. Fluxo de potências óptimo impreciso para o caso base	241
8.3.2.2. Estudo de alguns estados associados a situações de contingência	245
8.3.2.3. Avaliação da fiabilidade do sistema	249
8.3.3. Análise dos resultados	251
8.4. Resumo e conclusões	255
 Capítulo 9. CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS DE DESENVOLVIMENTO	
9.1. Síntese do trabalho desenvolvido	258
9.2. Conclusões genéricas e aspectos de inovação	259
9.3. Desenvolvimentos futuros	261
 Bibliografia	 264

APÊNDICES

- Apêndice A - Conjuntos imprecisos - conceitos, definições e regras operativas básicas
- Apêndice B - Elementos de programação linear e de análise de pós-otimização
- Apêndice C - Demonstração da validade do algoritmo de solução do problema de programação linear apresentado em 4.7.2.
- Apêndice D - Conceitos genéricos sobre avaliação da fiabilidade de um sistema eléctrico de energia
- Apêndice E - Avaliação do carácter conexo do subsistema de transporte de um sistema eléctrico de energia
- Apêndice F - Dados dos sistemas eléctricos estudados nos Capítulos 4 a 8

Simbologia

- i, j, k, l, m - índices dos barramentos ou ramos de um sistema eléctrico;
 n_b - número de barramentos de um sistema eléctrico;
 n_{pq} - número de barramentos PQ de um sistema eléctrico;
 n_{pv} - número de barramentos PV de um sistema eléctrico;
 n_r - número de ramos de um sistema eléctrico;
 n_{gi} - número de geradores ligados ao barramento i ;
 θ_k - fase da tensão do barramento k ;
 V_k - módulo da tensão do barramento k ;
 P_{gik} - potência activa produzida no gerador k ligado ao barramento i ;
 Q_{gik} - potência reactiva produzida no gerador k ligado ao barramento i ;
 P_{gk} - potência activa produzida no barramento k ;
 Q_{gk} - potência reactiva produzida no barramento k ;
 P_{ck} - potência activa de carga do barramento k ;
 Q_{ck} - potência reactiva de carga do barramento k ;
 P_k - potência activa injectada no barramento k ou trânsito de potência activa no ramo k ;
 Q_k - potência reactiva injectada no barramento k ou trânsito de potência reactiva no ramo k ;
 P_{ik} - trânsito de potência activa no ramo ligando os barramentos i e k ;
 Q_{ik} - trânsito de potência reactiva no ramo ligando os barramentos i e k ;
 $P_{per\ ik}$ - potência activa de perdas no ramo ligando os barramentos i e k ;
 $Q_{per\ ik}$ - potência reactiva de perdas no ramo ligando os barramentos i e k ;
 P_{gc} - potência de corte de carga;
 $|I|_{ik}$ - módulo da intensidade de corrente no ramo ligando os barramentos i e k ;
 $|I|^2_{ik}$ - quadrado do módulo da intensidade de corrente no ramo ligando os barramentos i e k ;
 P_{ik}^{max} - valor máximo do trânsito de potência activa no ramo ligando os barramentos i e k ;
 P_{gik}^{max} - valor máximo da potência activa produzida no gerador k ligado ao barramento i ;
 P_{gik}^{min} - valor mínimo da potência activa produzida no gerador k ligado ao barramento i ;
 V_k^{sp} - valor especificado do módulo da tensão no barramento k ;
 θ_k^{sp} - valor especificado da fase da tensão no barramento k ;
 $c^{P_{ikm}}$ - coeficiente do termo de expoente m da função polinomial representando o custo de produção do gerador k ligado ao barramento i ;
 r_{ik} - resistência do ramo que liga os barramento i e k ;
 x_{ik} - reactância do ramo que liga os barramento i e k ;

- $y_{sh_{ik}}$ - semi-admitância shunt do modelo em π do ramo que liga os barramento i e k ;
 $[B_{dc_a}]$ - matriz do modelo DC (dimensão $nb \times nb$);
 $[B_{dc}]$ - matriz do modelo DC após eliminar uma linha e uma coluna (dimensão $nb-1 \times nb-1$);
 $[S_{dc}]$ - matriz dos coeficientes de sensibilidade do modelo DC;
 $[Y]$ - matriz das admitâncias ;
 $[G]$ - matriz das condutâncias;
 $[B]$ - matriz das susceptâncias;
 y_{ik} - elemento da linha i , coluna k de $[Y]$;
 g_{ik} - elemento da linha i , coluna k de $[G]$;
 b_{ik} - elemento da linha i , coluna k de $[B]$;
 $[J]$ - jacobiano;
 $[Sp_k]$ - vector dos coeficientes de sensibilidade do modelo AC expressando a dependência da potência activa injectada no barramento k em relação às potências injectadas;
 $[Sq_k]$ - vector dos coeficientes de sensibilidade do modelo AC expressando a dependência da potência reactiva injectada no barramento k em relação às potências injectadas;
 $[Sp_{ik}]$ - vector dos coeficientes de sensibilidade do modelo AC expressando a dependência do trânsito de potência activa de i para k em relação às potências injectadas;
 $[Sq_{ik}]$ - vector dos coeficientes de sensibilidade do modelo AC expressando a dependência do trânsito de potência reactiva de i para k em relação às potências injectadas;
 $[Sp_{per_{ik}}]$ - vector dos coeficientes de sensibilidade do modelo AC expressando a dependência da potência activa de perdas no ramo ik em relação às potências injectadas;
 $[Sq_{per_{ik}}]$ - vector dos coeficientes de sensibilidade do modelo AC expressando a dependência da potência reactiva de perdas no ramo ik em relação às potências injectadas;
 $[S|I|_{ik}^2]$ - vector dos coeficientes de sensibilidade do modelo AC expressando a dependência do quadrado do módulo da intensidade de corrente no ramo ik em relação às potências injectadas;
 $[S|I|_{ik}]$ - vector dos coeficientes de sensibilidade do modelo AC expressando a dependência do módulo da intensidade de corrente no ramo ik em relação às potências injectadas;
 \tilde{A} ou \tilde{a} - conjunto impreciso;
 A_α ou a_α - corte de nível α do conjunto impreciso \tilde{A} ou \tilde{a} ;
 $S(\tilde{A})$ - conjunto suporte de \tilde{A} ;
 $\mu_{\tilde{A}}(x)$ - função de pertença de \tilde{A} ;
 \oplus - símbolo designando a operação adição estendida aos conjuntos imprecisos;
 \ominus - símbolo designando a operação subtracção estendida aos conjuntos imprecisos;
 \otimes - símbolo designando a operação produto estendida aos conjuntos imprecisos;
 \oslash - símbolo designando a operação quociente estendido aos conjuntos imprecisos;
 $Rem(\tilde{A})$ - remoção do número impreciso \tilde{A} ;

- A^{ctr} - valor central de um número impreciso \tilde{A} ;
 $Amp(\tilde{A})$ - amplitude do número impreciso \tilde{A} ;
 $\Delta\tilde{A}$ - conjunto impreciso associado ao desvio de \tilde{A} em relação a A^{ctr} ;
 $[X]$ - vector das variáveis de estado do problema de fluxo de potências ou das variáveis de um problema de programação linear;
 $[Z]$ - vector das variáveis de controlo de um problema de fluxo de potências;
 m - número de restrições de um problema de programação linear;
 nv - número de variáveis de decisão de um problema de programação linear;
 nvt - número total de variáveis de um problema de programação linear;
 R^n - espaço euclideano n-dimensional;
 $[A]$ - matriz dos coeficientes tecnológicos de um problema de programação linear;
 $[a_j]$ - vector correspondente à coluna de índice j de $[A]$;
 $[I]$ - matriz identidade;
 $[c]$ - vector custo de um problema de programação linear;
 $[c_b]$ - vector dos custos das variáveis básicas de um problema de programação linear;
 $[c_r]$ - vector dos custos das variáveis não básicas de um problema de programação linear;
 $z = [c]^t \cdot [X]$ - função objectivo de um problema de programação linear;
 $[B_b]$ - matriz dos coeficientes das variáveis básicas de um problema de programação linear;
 $[R_b]$ - matriz dos coeficientes das variáveis não básicas de um problema de programação linear;
 $[X_b]$ - vector das variáveis básicas de um problema de programação linear;
 $[X_r]$ - vector das variáveis não básicas de um problema de programação linear;
 $[\Pi]$ - vector dos custos reduzidos das variáveis não básicas de um problema de programação linear;
 $[b]$ - vector dos termos independentes das restrições de um problema de programação linear;
 $[b'(\gamma)]$ - vector dos coeficientes dos termos independentes das restrições de um problema de programação paramétrica função de um parâmetro γ ;
 $[b'(\Delta)]$ - vector dos coeficientes dos termos independentes das restrições de um problema de programação multiparamétrica função do vector de parâmetros $[\Delta]$;
 vf - variável de folga de uma restrição de um problema de programação linear;
 $p(x)$ - probabilidade de ocorrência do estado x ;
 $p_i(A)$ - probabilidade de saída de serviço por avaria do componente i ;
 $p_i(F)$ - probabilidade de funcionamento do componente i ;
 λ_i - taxa de avarias do componente i ;

CAPÍTULO 1

Introdução

Capítulo 1

Introdução

1.1. Origem da dissertação

A caracterização da sociedade actual é, por vezes, realizada considerando a sua dependência de diversas formas de energia, em geral, e da energia eléctrica, em particular. Em anos mais recentes, a circulação de informação alcançou um estatuto semelhante ao tornar-se uma necessidade vital para a sobrevivência das modernas sociedades. A frequência com que abordagens deste tipo são realizadas e com que a problemática associada às fontes de energia e à circulação de informação é analisada e discutida revela a importância e interesse que estes temas suscitam. Justificam, ainda, uma análise mais aprofundada por forma a caracterizar, de um modo menos superficial, as relações de dependência referidas.

Os países mais fortemente industrializados realizaram a primeira revolução industrial através da utilização intensa de carvão e a segunda revolução industrial, após a segunda guerra mundial, pode ser caracterizada pela generalização do consumo do petróleo. Até à década de 70 pode considerar-se que o aumento do produto interno bruto (PIB) era, com efeito, sinónimo de crescimento do consumo de energia. Após a crise petrolífera do início da década referida verificou-se, no entanto, que a influência do consumo energético no produto interno bruto começou a diminuir. Na tabela 1.1 são apresentados os valores da "Intensidade energética por unidade de PIB", isto é, do consumo de energia por unidade de PIB, em diversos países e áreas económicas e as suas variações nos períodos 1960-73 e 1973-80.

	1960	1970	1973	1978	1980	60-73 (%)	73-80 (%)
USA	1.125	1.164	1.134	1.042	0.980	0.8	-13.5
Japão	0.645	0.722	0.704	0.597	0.554	9.1	-21.3
RFA	0.615	0.643	0.638	0.593	0.554	3.7	-13.2
França	0.544	0.556	0.567	0.509	0.492	4.2	-13.2
Reino Unido	1.043	1.099	1.008	0.852	0.818	-3.4	-18.8
Itália	0.491	0.698	0.721	0.668	0.627	46.8	-13.0
OCDE	0.907	0.913	0.898	0.823	0.787	-1.0	-12.4

Tab.1.1 - Intensidade energética do PIB (tep/\$1000 USD a preços de 1975).

Fonte - Plano Energético Nacional - Uma Visão Crítica (EPSD 1984).

Este fenómeno de diminuição da intensidade energética do PIB é comum aos países da OCDE possuindo índices de industrialização mais elevados e reflecte, não apenas modificações estruturais na actividade económica e crises sectoriais mas, também, a adopção de medidas de utilização mais racional da energia.

Em Portugal, de acordo com os dados apresentados na tabela 1.2, o consumo de energia eléctrica tem aumentado de forma bastante intensa (taxa média de 6.98%, no período 1975-85).

ano	Consumo de energia eléctrica (GWh)
1975	10090.2
1976	10882.4
1977	12342.2
1978	13475.5
1979	14836.8
1980	15818.6
1981	15606.6
1982	17035.7
1983	17939.5
1984	18746.1
1985	19687.8

Tab. 1.2 - Energia eléctrica consumida em Portugal no período 1975-85.

Fonte - Relatório Técnico 85 (EDP-EP).

A taxa referida é superior à taxa de crescimento do produto interno bruto neste período, originando, portanto, um aumento da intensidade energética do PIB avaliada, apenas, em relação ao consumo de energia eléctrica. Por outro lado, a intensidade energética do PIB avaliada em relação à totalidade da energia consumida no país revela um comportamento contrário ao detectado na tabela 1.1 tendo aumentado 12.57%, no período 1973-80 (fonte - Plano Energético Nacional - Uma Visão Crítica). Estes factos, revelam o aumento da importância do sector energético e do subsector eléctrico, em particular, no país, originando uma preocupação e consciencialização acrescidas do seu significado em relação ao desenvolvimento económico e bem estar social das populações. Por outro lado, confirmam a ideia de que em países com um baixo nível de industrialização, tais como Portugal no período em análise, a intensificação do desenvolvimento económico exige o aumento do consumo de

energia. Neste sentido, pode considerar-se que Portugal estava, neste período, a percorrer etapas já ultrapassadas por outros países com níveis de industrialização mais elevados. Em anos mais recentes, é possível detectar uma maior preocupação na utilização, de forma mais racional e completa, dos recursos energéticos estimulando, por exemplo, o aproveitamento de subprodutos em ambiente industrial, reconvertendo unidades industriais por forma a substituir, por exemplo, o consumo de fuel óleo por carvão, adoptando novas tecnologias menos exigentes em termos energéticos, ou, ainda, aproveitando pequenos e múltiplos recursos hídricos. Desta forma, será de esperar que Portugal venha a seguir, também, a tendência detectada na tabela 1.1.

O comportamento da intensidade energética do PIB constatado na tabela 1.1 não deverá, no entanto, ser interpretado como uma diminuição da importância do sector energético, em geral, e eléctrico, em particular, na economia e bem estar social das populações dos diversos países. Com efeito, a modernização da actividade económica, a generalização de equipamentos, por exemplo, computacionais sofisticados ou associados a processos de transmissão de informação e a facilidade e comodidade de utilização da energia eléctrica tornaram mais premente o funcionamento dos sistemas eléctricos de energia em condições de elevada qualidade de serviço. Estas condições colocam novos desafios no planeamento da expansão dos sistemas eléctricos de energia de modo que a obtenção de elevados padrões de qualidade de serviço constitui, hoje em dia, uma preocupação cimeira. Desta forma, muitas decisões são já justificadas, não tanto pela necessidade de alimentação de novas cargas, mas pela procura de pontos de equilíbrio entre os custos de investimento e os ganhos obtidos devido à melhoria da qualidade de serviço. As acções de planeamento assumem, por outro lado, uma dificuldade e carácter multidisciplinar acrescidos não apenas devido à maior dimensão e complexidade do sistema eléctrico existente e suas interligações e ao emergir de preocupações de natureza ecológica, mas também, devido às exigências acrescidas colocadas por muitos consumidores e ao carácter mais volátil do ambiente económico, financeiro e geo-político que as influencia de forma determinante. Por exemplo, acontecimentos imprevisíveis e originados por factores possuindo uma componente subjectiva importante são, hoje, encarados como habituais no processo de planeamento. Assim, a obtenção de elevados padrões de qualidade de serviço exigirá, de uma forma crescente, a integração de informação possuindo um carácter vago ou subjectivo de forma que a análise e selecção de alternativas possa ser realizada de um modo mais ajustado. A teoria dos conjuntos imprecisos abriu novas perspectivas nesta área, pelo que, o desenvolvimento de novas e mais adequadas metodologias de tratamento de imprecisões no âmbito do planeamento da expansão de sistemas eléctricos de energia se revela, hoje em dia, uma tarefa necessária e promissora.

1.2. Âmbito e objectivos da dissertação

O trabalho que deu origem a esta dissertação integra-se numa vasta área de investigação associada ao estudo de problemas relacionados com o planeamento da expansão de sistemas eléctricos de energia e apresenta um objectivo global e diversos objectivos específicos que se referem em seguida.

Num ambiente de planeamento de expansão de um sistema eléctrico de energia, verifica-se que diversos dados podem possuir natureza não determinística e não probabilística, estando a imprecisão associada ao seu carácter vago ou relacionada com ausência de informação que caracterize, de forma completa, o seu comportamento. Com efeito, os conceitos probabilísticos são aplicáveis quando as leis que regem os acontecimentos se mantêm inalteradas pelo que se lhes associa um carácter frequencista. No entanto, o ambiente de planeamento tem sofrido alterações significativas pelo que, em estudos a longo prazo, como os de planeamento da expansão, a integração de imprecisão de natureza não probabilística se poderá revelar ajustada. A título de exemplo, refira-se que diversos estudos de planeamento realizados após a crise petrolífera do início da década de 70 previam evoluções catastróficas para o preço do barril de petróleo que, em todo o caso, não ocorreram. Desta forma, a integração de conhecimentos possuindo natureza não probabilística em diversos modelos de planeamento de sistemas eléctricos de energia pode ser encarada como um objectivo a não descurar. Esses conhecimentos podem:

- a) reflectir a experiência acumulada pelo planeador expressa, por exemplo, através de proposições da linguagem natural;
- b) estar associados a fenómenos possuindo uma frequência de ocorrência muito pequena de modo que podem não ser conhecidas ocorrências, em número suficiente, por forma a viabilizar a utilização de técnicas estatísticas;
- c) corresponder a uma necessidade de flexibilidade considerada necessária, por exemplo, em estudos de planeamento de expansão de sistemas eléctricos de energia por forma a garantir uma maior estabilidade das conclusões das análises a efectuar.

Deste modo, torna-se importante utilizar conceitos que captem de forma mais adequada a natureza imprecisa não probabilística inerente a muitas actividades humanas. A teoria dos conjuntos imprecisos, desenvolvida a partir da contribuição fundamental de Lotfi Zadeh, fornece uma adequada base teórica para modelizar este tipo de imprecisão sendo utilizada, de forma crescente, em diversas áreas do conhecimento. De um modo genérico, a integração de conjuntos imprecisos na modelização de diversos problemas associados ao

planeamento da expansão de sistemas eléctricos de energia pode ser considerada como a motivação e, em simultâneo, o objectivo principal desta dissertação. Essa integração, permitirá caracterizar o comportamento de algumas variáveis ou parâmetros reflectindo, de forma mais adequada, a dúvida existente acerca do seu comportamento futuro.

Em todo o caso, os conjuntos imprecisos não foram, e não deverão ser, encarados como a ferramenta milagrosa que permitirá ultrapassar todos as dificuldades que modelizações anteriores, em diversas áreas, apresentavam. Neste trabalho, os conjuntos imprecisos foram considerados, ao contrário, como um instrumento complementar e possuindo uma área de aplicação distinta em relação a outros conceitos já existentes e bem estabelecidos como, por exemplo, os probabilísticos. Neste sentido, elementos da teoria dos conjuntos imprecisos e conceitos probabilísticos serão utilizados nas situações em que, de um ponto de vista conceptual, a sua aplicação se revelar mais ajustada.

O objectivo genérico referido foi decomposto em diversos objectivos mais específicos que são indicados em seguida:

- a) a modelização de potências produzidas e de carga utilizando conjuntos imprecisos por forma a viabilizar qualquer desenvolvimento posterior;
- b) o desenvolvimento de ferramentas básicas de análise de sistemas eléctricos de energia de que se destaca os problemas de fluxo de potências e de fluxo de potências óptimo;
- c) a identificação de estratégias de reforço dos componentes do sistema por forma a definir planos e soluções robustas face às incertezas da evolução futura;
- d) o desenvolvimento de metodologias de avaliação de fiabilidade promovendo a integração de imprecisão de natureza probabilística associada às saídas de serviço por avaria dos componentes do sistema, por um lado e, por outro, a correspondente às potências especificadas representadas por conjuntos imprecisos.

Reforça-se, assim, a convicção de que cada conceito possui o seu campo de aplicação sendo utilizados, em cada situação, os mais ajustados.

1.3. Estrutura da dissertação

A estrutura da dissertação reflecte e corporiza os diversos objectivos específicos apresentados considerando-se, por outro lado, que o objectivo genérico referido está subjacente a todo o trabalho de investigação que a originou. Desta forma, no Capítulo 2 é realizada uma síntese do tratamento da informação e sua integração na modelização e planeamento de sistemas eléctricos de energia. Esta síntese engloba uma análise breve de

diversas modelizações da imperfeição da informação culminando com a referência aos conjuntos imprecisos. Neste Capítulo é realizada, ainda, uma análise bibliográfica de diversos temas que se consideram importantes num processo de planeamento da expansão de sistemas eléctricos de energia. Esta análise incide sobre temas como a previsão de cargas, estudos de fluxo de potências, despacho económico, análise de fiabilidade e modelos de planeamento de expansão de subsistemas produtores e de transporte de energia.

No Capítulo 3 são apresentados e discutidos diversos modelos de potências produzidas e de carga e caracterizada, em termos genéricos, uma interface linguística que promova e facilite a comunicação entre o utilizador e a aplicação computacional.

Nos Capítulos 4 e 5 é abordado o problema de integração de informação representada por conjuntos imprecisos em diversas ferramentas básicas de análise de sistemas eléctricos de energia. Desta forma, o Capítulo quatro é reservado à apresentação de diversos modelos de fluxo de potências impreciso de que se destacam metodologias de natureza incremental de tipo DC e AC. É, ainda, analisada a integração de dependências nodais e limites de potências produzidas em geradores do sistema sendo apresentados diversos modelos lineares e algoritmos permitindo a resolução eficiente dos problemas associados. No quinto Capítulo é apresentado um modelo de fluxo de potências óptimo impreciso adoptando uma formulação DC permitindo condicionar os resultados do fluxo de potências impreciso através de considerações de carácter económico. A integração de limites imprecisos de trânsitos de potência em ramos e de potências produzidas em geradores do sistema é, também, modelizada.

No Capítulo 6 são introduzidos conceitos e metodologias no âmbito do planeamento flexível. Em primeiro lugar, é realizada uma generalização de diversos conceitos da análise de risco aos conjuntos imprecisos sendo definidos os índices de exposição e robustez do sistema. Na sequência desta generalização são apresentados diversos algoritmos:

- de cálculo dos índices de exposição e robustez do sistema;
- para identificar estratégias de reforço de componentes promovendo a diminuição do risco das decisões de planeamento;
- para avaliar a influência que reforços especificados poderão originar no valor dos índices de exposição e robustez referidos.

O Capítulo 7 é dedicado à apresentação de uma metodologia de avaliação de fiabilidade de um sistema eléctrico de energia, baseada num processo de simulação de Monte Carlo, em que a imprecisão associada ao carácter não ideal dos componentes é modelizada através de conceitos probabilísticos e a inerente às potências de carga é representada por conjuntos imprecisos. Neste âmbito, são definidas as grandezas que um processo de simulação

desse género permite obter (tais como, valor esperado dos índices de exposição e robustez e da função de pertença da potência de corte de carga e o valor da probabilidade de corte de carga) e discutidas técnicas de aceleração da sua convergência.

Os Capítulos 4 a 7 incluem pequenos exemplos de índole académica mas que se revelam importantes no prosseguimento de objectivos de carácter didáctico. Pretende-se, assim, clarificar conceitos, esclarecer a aplicação de algoritmos e interpretar resultados que nem sempre é possível realizar, de forma adequada, em sistemas de dimensão mais realista.

O Capítulo 8 pretende demonstrar a viabilidade de aplicação dos algoritmos desenvolvidos a sistemas de dimensão realista e avaliar a qualidade e interesse dos resultados obtidos. Neste sentido, é apresentado um conjunto de resultados obtidos através da aplicação das metodologias e algoritmos desenvolvidos a um sistema teste do "IEEE". Ao longo deste Capítulo, são referidos e utilizados métodos tradicionais que permitem realizar uma avaliação crítica dos resultados obtidos através dos algoritmos desenvolvidos.

O Capítulo 9, finalmente, apresenta uma síntese do trabalho realizado e as conclusões mais significativas que se considera ser possível extrair. São sugeridos, ainda, desenvolvimentos possíveis ou desejáveis nesta área de investigação.

Um conjunto de Apêndices contendo informações complementares sobre diversos temas relacionados com este trabalho completa esta dissertação.

CAPÍTULO 2

Tratamento da informação e sua integração em estudos de planeamento de expansão de sistemas eléctricos de energia

Capítulo 2

Tratamento da informação e sua integração em estudos de planeamento de expansão de sistemas eléctricos de energia

2.1. Introdução

A sociedade actual é designada, com frequência, como sociedade da informação e da comunicação. Este facto é, por um lado, reflexo do desenvolvimento científico e tecnológico que permitiu a massificação, pelo menos em algumas áreas do planeta, de conhecimentos e técnicas. Por outro lado, reflecte-se na importância crescente das "indústrias da informação e da comunicação", de que os meios de comunicação social são um exemplo, permitindo a transmissão de informação de uma forma fácil e rápida. Em paralelo, as sociedades modernas estão dependentes de diversas formas de energia, em geral, e da energia eléctrica, em particular. Esta situação pode ser compreendida atendendo, por exemplo, à comodidade de que a sua utilização se reveste pelo que a sua generalização não pode deixar de ser encarada como um salto qualitativo que a humanidade deu no sentido do desenvolvimento.

As questões relacionadas com a informação e sua representação adquiriram um relevo acrescido em diversos ramos da ciência existindo diferentes conceptualizações e modelos para representar situações e conhecimentos que, de alguma modo, não sejam conhecidos de forma completa ou integrem incerteza. No ponto 2 deste capítulo será realizada uma síntese do estado do conhecimento nesta área incidindo, em particular, na teoria dos conjuntos imprecisos. A finalizar, será realizada uma referência às medidas imprecisas e medidas de imprecisão clarificando-se e distinguindo-se estes conceitos do de conjunto impreciso.

No ponto 3 será realizada uma análise, necessariamente não exaustiva, da representação da imprecisão em diversos estudos realizados no âmbito do planeamento da expansão de sistemas eléctricos de energia. Esta análise incidirá sobre metodologias de previsão de cargas, modelos de fluxo de potências, de despacho económico, de avaliação da fiabilidade e de planeamento da expansão de sistemas produtores e de transporte de energia. Os modelos que serão referidos e, em alguns casos descritos de forma breve, serão agrupados

considerando o tipo de informação e imprecisão que estão aptos a integrar definindo-se, em seguida, categorias associadas a aspectos mais específicos como, por exemplo, o seu carácter linear ou não linear ou o horizonte temporal em que, num ambiente de planeamento, a sua aplicação se revela adequada.

2.2. Tratamento da imperfeição da informação: questões gerais

No âmbito de um processo de comunicação humana o conceito de informação envolve, em geral, três aspectos:

- sintáctico - analisando as relações entre os signos utilizados na comunicação;
- semântico - relacionando os signos e as entidades por eles designadas;
- pragmático - associando os signos com as suas utilidades;

A incerteza pode surgir associada a estes três níveis do processo de comunicação humana. Ao nível sintáctico a incerteza está presente quando se recebe, por exemplo, uma mensagem numa língua não dominada pelo receptor. Nesta situação existe, por um lado, um desconhecimento das relações entre os signos e, portanto, das regras de construção frásica. Por outro lado, ocorre ainda incerteza total a nível semântico e pragmático visto que o receptor desconhece a entidade designada por cada signo e a utilidade que lhe está associada.

O exemplo anterior representa um caso extremo de incerteza originando a impossibilidade de comunicar e transmitir informação. Noutras situações, o processo de comunicação desenvolve-se num ambiente sintáctico bem definido mas, a nível semântico, os utilizadores estabelecem diferentes relações entre os signos e os seus significados reflectindo as suas experiências anteriores. A este nível, a incerteza semântica assume um carácter subjectivo evidente permitindo fazer de cada utilizador de uma língua um sujeito diferente.

Quando a falta de informação, a ignorância ou a incerteza em relação a um tema ou problema é reduzida através de um acto de comunicação (observação, leitura, recepção de uma mensagem,...) pode considerar-se que se adquiriu ou acedeu a uma quantidade de informação. Deste modo, a redução da incerteza pode ser conseguida através da eliminação de hipóteses que, a nível sintáctico, semântico ou pragmático, eram consideradas admissíveis.

2.2.1. Sistemas, modelos, informação, complexidade e imprecisão

Os seres humanos possuem uma elevada capacidade de abstracção que lhes permite observar a realidade que os rodeia, seleccionar elementos e construir e formular modelos.

Estes modelos integram informação e relações, variáveis ou parâmetros que são considerados significativos no âmbito da realidade ou fenómeno observado. Tradicionalmente os modelos possuíam um carácter determinístico não apenas ao nível da informação e resultados que permitiam obter mas também ao nível das relações que integravam. Desde cedo, no entanto, se verificou que os modelos determinísticos não esgotavam as necessidades de representação dos fenómenos observados não apenas devido ao facto de estes fenómenos possuírem, por vezes, uma imprecisão intrínseca mas também porque, noutras situações, a sua complexidade (em termos das relações e número de variáveis exigidas para a sua representação) impedia ou dificultava a sua formalização. A integração de imprecisão nos modelos constituiu a via encontrada para ultrapassar estas dificuldades permitindo simplificar essas relações e realizar a sua representação e formalização em modelos. Desta forma, as questões associadas à conceptualização da imprecisão ganharam um relevo acrescido.

A complexidade crescente que os sistemas, em geral, têm assumido pode, como já foi referido, ser considerada como uma das situações que originaram o tratamento mais aprofundado da imprecisão. Esta complexidade pode ocorrer, com frequência, ao nível do número de relações e variáveis que seriam necessárias para caracterizar de forma completa o seu comportamento. A título de exemplo, ao realizar o lançamento de um dado os estados de residência associados a esta experiência estão definidos de forma completa mas a determinação, à priori, do seu resultado revela-se complexa senão, mesmo, impossível. A modelização deste tipo de experiências é realizada integrando imprecisão no modelo através de conceitos probabilísticos. Noutras situações, a imprecisão possui uma natureza não probabilística no sentido em que poderá não ser possível caracterizar de forma completa e objectiva os estados em que o sistema poderá residir. Zadeh (1973) sistematizou a relação existente entre o grau de complexidade dos fenómenos e a imprecisão da informação através do Princípio da Incompatibilidade.

Princípio da Incompatibilidade - À medida que o grau de complexidade de um sistema aumenta, a capacidade para formular juízos significativos e precisos diminui. Sendo atingido um determinado nível de complexidade estas características tornam-se mutuamente exclusivas.

2.2.2. Modelos clássicos da imperfeição da informação

De um ponto de vista clássico, a imperfeição da informação é modelizada através da teoria das probabilidades, teoria de erros e análise intervalar.

A teoria das probabilidades permite modelizar fenómenos possuindo um carácter aleatório e repetitivo mas em que os acontecimentos que constituem a sua materialização são conhecidos de um modo objectivo e se encontram caracterizados de forma completa. Nestas situações a incerteza está associada ao desconhecimento do evento que ocorrerá no futuro. Neste sentido, a teoria das probabilidades possui um carácter objectivo podendo muitos fenómenos, nesta área, ser avaliados pela experimentação.

De um ponto de vista clássico, a escola denominada de frequêncista define probabilidade de um acontecimento como o limite da frequência de ocorrência desse acontecimento quando o número de casos testados tende para infinito. Esta definição apresenta-se pouco operacional considerando que é impossível testar um número infinito de casos e que, por outro lado, pode não ser fácil assegurar, em situações reais, a reprodutibilidade da experiência. Nestas situações, a probabilidade de um acontecimento pode ser definida considerando os axiomas apresentados por A. Kolmogorov ou por via estatística. Neste último caso, se após a realização de um número elevado de experiências se verificar que a frequência de ocorrência de um acontecimento viu o seu valor estabilizado próximo de um valor p pode considerar-se que a probabilidade, estabelecida por via estatística, desse acontecimento é p .

Uma outra escola, denominada subjectivista, tenta ultrapassar as dificuldades encontradas pela escola frequêncista considerando que a probabilidade de um acontecimento poderá ser entendida como expressando uma avaliação subjectiva (por ex. Dillon, 1971). O seu valor seria interpretado como proporcional à quantia que um indivíduo aceitaria pagar se uma proposição que ele afirma ser verdadeira fosse, afinal, falsa. Savage demonstrou que, desde que fossem respeitadas algumas condições destinadas a assegurar a coerência do comportamento dos indivíduos, os valores assim obtidos respeitavam os axiomas de A. Kolmogorov. Esta conceptualização tem sido muito contestada (por ex. Watson et al 1979, Freeling, 1980) colocando-se em dúvida a verificação das condições de comportamento referidas. A sua não verificação origina que os valores obtidos sejam, eles próprios, não precisos.

A teoria de erros é utilizada com grande frequência em certas disciplinas científicas e pretende avaliar e quantificar o erro e sua propagação no decorrer de um processo, por exemplo, experimental. Neste sentido, tenta obter o contradomínio de uma aplicação cujo conjunto de partida são intervalos de variação de determinados parâmetros associados, por exemplo, a aparelhos de medida. No âmbito de algumas disciplinas científicas de carácter experimental, a construção deste contradomínio pode ser realizada considerando que a imprecisão inerente aos erros de medida está, pelo menos em parte, associada a um

fenómeno aleatório. A realização de um elevado número de experiências permitiria, então, avaliar a imprecisão dos resultados.

A análise intervalar abrange um conjunto de técnicas que permitem avaliar, de forma rigorosa, o erro dos resultados de um processo de cálculo. Os trabalhos iniciais foram apresentados por Ramon Moore, em 1966, e encontram-se publicados em Moore (1969 a e b) e (1979). Nestas publicações, Moore apresenta um conjunto de expressões e definições que permitem estender ao domínio dos intervalos de valores reais as operações aritméticas usuais e o cálculo integral e diferencial. Hansen (1969 a) apresenta um método de resolução de sistemas de equações lineares envolvendo coeficientes e termos independentes representados por intervalos de valores reais. Nickel (1969) descreve a linguagem de programação Triplex Algol que se distingue do Algol devido à existência do tipo Triplex. Um número deste tipo é definido pelos valores extremos do intervalo contendo um valor denominado de principal. Estas metodologias estão relacionadas de forma íntima com a análise de erros podendo ser encaradas como técnicas eficientes e adequadas à aplicação computacional permitindo a avaliação da propagação de erros em certos tipos de sistemas.

Os estudos de sensibilidade realizados no âmbito de diversas ferramentas matemáticas permitem, também, avaliar o impacto que variações em alguns parâmetros de um problema poderão originar na solução identificada para um caso base. A título de exemplo, este tipo de estudos são utilizados com grande frequência no âmbito de processos de decisão envolvendo o recurso a algoritmos de programação linear.

2.2.3. A teoria dos conjuntos imprecisos

A teoria dos conjuntos imprecisos cujas definições e conceitos básicos se devem a Zadeh (1965) pode ser encarada como uma generalização da teoria dos conjuntos rígidos (associada à lógica de Boole) de tal forma que os seus princípios e teoremas se reduzem aos da teoria dos conjuntos rígidos quando a sua aplicação é particularizada a esse nível. As definições, propriedades e regras operativas básicas associadas aos conjuntos imprecisos são apresentadas no Apêndice A.

A característica fundamental dos conjuntos imprecisos está associada ao facto de admitir a existência de um intervalo contínuo de graus de pertença de um elemento a um conjunto variando entre as situações extremas de pertença e não pertença totais. Esta generalização permite que o âmbito de aplicação dos conjuntos imprecisos seja mais vasto que o da teoria clássica na modelização de sistemas possuindo elevados níveis de complexidade ou

em áreas em que existe uma avaliação subjectiva das características e propriedades de sistemas ou uma informação incompleta acerca do comportamento de certas variáveis.

O aparecimento desta teoria provocou reacções, por um lado, entusiásticas e, por outro lado, de um profundo cepticismo. Jain (1980) analisa as razões associadas a este dualismo e, numa posição intermédia, considera-a adequada à representação de alguns tipos de imprecisão e útil na análise de sistemas complexos em que algumas variáveis ou as suas interrelações estejam definidas de forma incompleta.

Os conjuntos imprecisos revelam-se adequados para representar a imprecisão associada ao carácter vago ou fluido de um conhecimento. O conjunto impreciso apresentado na figura 2.1 possui um carácter vago ou fluido devido à existência de uma transição gradual e contínua entre os valores 0.0 e 1.0 da sua função de pertença. Deste modo, é assegurado que o conjunto de valores que se considera poder representar o conceito em análise não possui fronteiras bem definidas e determinísticas. Referindo-se aos conjuntos imprecisos, Zadeh (1965) refere que "such a framework provides a natural way of dealing with problems in which the source of imprecision is the absence of sharply defined criteria of class membership rather than the presence of random variables".

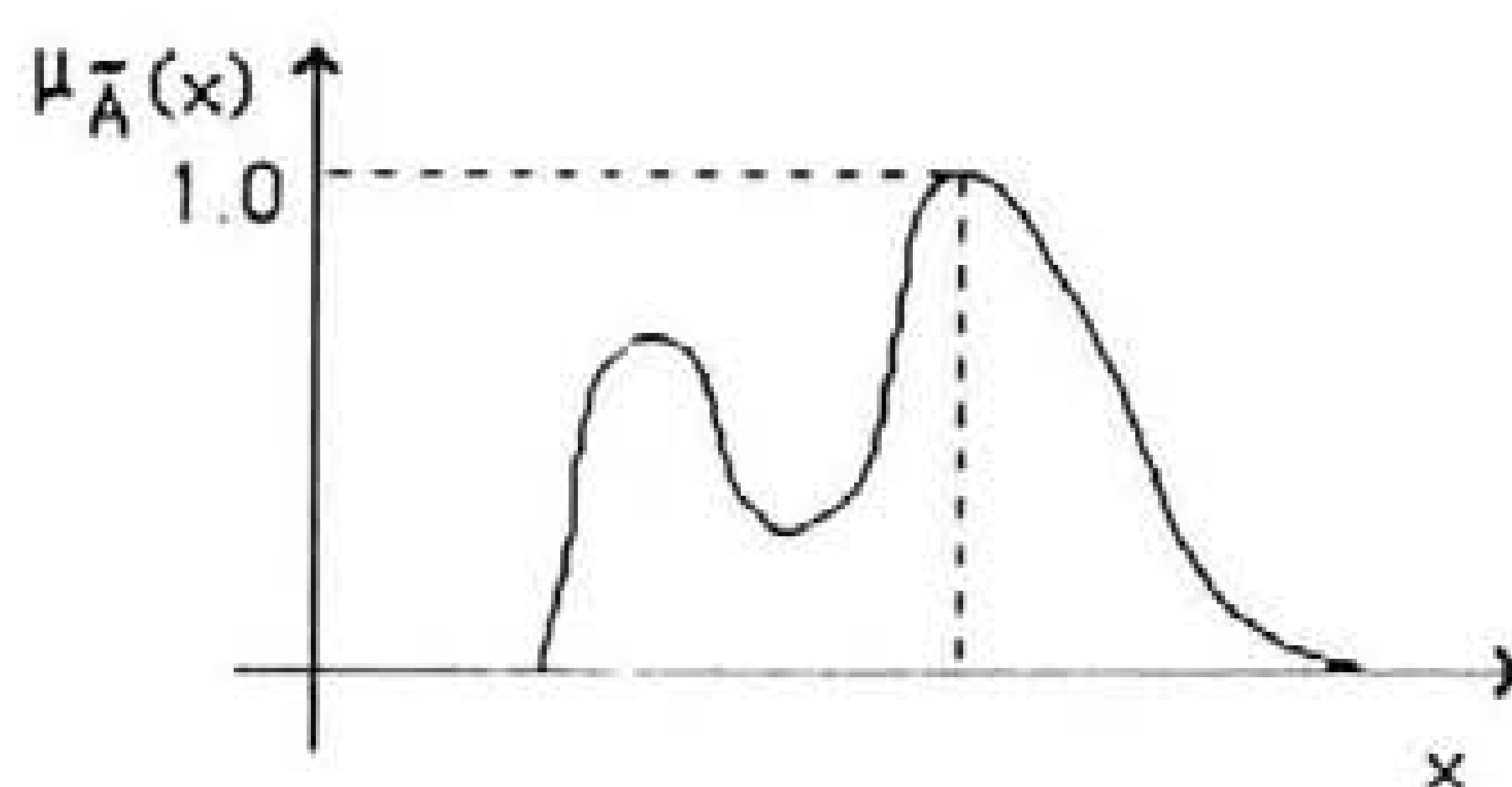


Fig. 2.1 - Função de pertença do conjunto impreciso \tilde{A} .

As regras operacionais associadas aos conjuntos imprecisos podem ser consideradas como uma generalização dos conceitos associados à análise intervalar. Com efeito, um conjunto impreciso pode ser encarado como um conjunto de intervalos encadeados ou encaixados possuindo, cada um deles, um valor de pertença. Por um lado, o valor de pertença pode ser considerado como uma medida da maior ou menor imprecisão no conhecimento do valor exacto de uma grandeza. Por outro, cada um desses intervalos corresponderia, no âmbito da teoria dos conjuntos imprecisos a um corte de nível α . A este respeito, a expressão A.1.3 (apresentada no ponto 1 do Apêndice A) revela-se significativa ao permitir reconstruir um conjunto impreciso através dos seus cortes de nível α .

A outro nível, os conjuntos imprecisos podem, também, considerar-se relacionados com os estudos de sensibilidade realizados com grande frequência em diversos tipos de análises. Com efeito, a integração em diversos estudos de dados representados por conjuntos imprecisos pode ser interpretada como permitindo realizar uma análise de sensibilidade de forma ordenada e sistemática.

Aspectos cognitivos dos seres humanos

O mundo que nos rodeia e a sociedade cada vez mais mediática em que vivemos colocam ao ser humano um número crescente de desafios ao nível da aquisição, representação e descrição de conhecimentos e estímulos. Freksa (1982) modeliza o processo de aquisição, representação e descrição de conhecimentos pelos seres humanos através da cadeia de transformações cognitivas reproduzida na figura 2.2.

De acordo com este modelo, ocorrem transformações entre as diversas fases desta cadeia podendo, ou não, surgir distorções nos modelos e conteúdos utilizados para representar os conhecimentos. Estas distorções poderão ocorrer, por exemplo, ao perceber o objecto, ao realizar a sua representação mental ou descrição verbal. A consciência deste facto levou Freksa (1982) a observar, por outro lado, que quanto menor for a distância cognitiva, isto é, quanto menor for a transformação realizada, menor será a distorção da informação armazenada ou veiculada.



Fig. 2.2 - Cadeia de transformações cognitivas.

A forma como os seres humanos interactuam com sistemas complexos (devido às interrelações entre os seus diversos subsistemas e à presença de muitos detalhes necessitando de um estudo aprofundado para a sua compreensão) permite esclarecer outras

características do raciocínio humano. O princípio da incompatibilidade referido em 2.2.1. parece reger, de forma implícita, o raciocínio e actividades dos seres humanos neste âmbito. Este princípio ao evidenciar a existência de um carácter contraditório entre a realização de observações significativas e precisas acerca do comportamento de um sistema, parece traduzir para o domínio dos problemas cognitivos dos seres humanos o princípio da incerteza formulado por Heisenberg no âmbito da teoria da mecânica quântica. Os seres humanos ultrapassam estas dificuldades através de processos integradores de informação e conceitos e da utilização das mesmas etiquetas linguísticas para designar conceitos que possuem características diferentes, sem proceder à sua análise com profundo detalhe. Neste sentido, um sistema complexo poderá ser descrito utilizando alguns descritores linguísticos reflectindo as características apreendidas. Miller (1968) designa este processo de apreensão de conhecimentos, sua integração e verbalização como "recoding".

Esses descritores linguísticos (tais como muito, pouco, algum, cerca de, aproximadamente,...) são utilizados para formular juízos e verbalizações em vez de transformar os elementos armazenados em memória em descrições demasiado complexas e elaboradas, exigindo transformações de um nível mais elevado. Este facto pode ser encarado como um processo que os seres humanos utilizam, por vezes de forma inconsciente, para limitar as distorções referidas de início. Por outro lado, estes descritores possuem um carácter subjectivo intrínseco pelo que se adaptam a um processo de comunicação com estas características.

Miller (1968) relaciona estes aspectos do raciocínio humano com a existência de uma capacidade limitada de memória a que se pode aceder de forma imediata. Este facto, conjugado com a maior elaboração inerente aos juízos precisos, permite compreender que a enorme capacidade que a mente humana possui para processar informação resulta do facto de operar, com grande frequência, com conceitos vagos ou fluidos. A não realização de discretizações demasiado elevadas de certos fenómenos aparece, portanto, como uma estratégia dos seres humanos por forma a ultrapassar as suas limitações. A prova máxima da inteligência humana reside no reconhecimento, muitas vezes não explícito, destas limitações e na capacidade de adaptação e alteração dos seus processos de análise e processamento por forma a ultrapassar essas deficiências.

Em resumo, pode afirmar-se que os seres humanos renunciam, com grande frequência, a formular juízos muito elaborados e complexos acerca do comportamento de certos fenómenos utilizando, ao contrário, descrições linguísticas possuindo um carácter vago para os representar. As etiquetas linguísticas utilizadas têm, por outro lado, a propriedade de se manterem inalteradas durante períodos de tempo mais alargados apesar de

alguns elementos que integrariam uma descrição mais pormenorizada poderem, entretanto, sofrer alterações. Por outras palavras, os utilizadores mantêm uma confiança elevada nesses conteúdos durante longos períodos de tempo. Se, ao contrário, fossem utilizados dados e modelos determinísticos a capacidade de memorização e de processamento de informação seria menor e a necessidade de actualização de conhecimentos seria mais frequente.

Antecedentes históricos

Pode considerar-se que as raízes da teoria dos conjuntos imprecisos remontam ao século passado podendo encontrar-se em Höhle e Stout (1991) uma análise histórica deste tema. A título de exemplo, estes autores consideram que o paradoxo de Poincaré constitui um precursor do conceito de conjunto impreciso. De acordo com Poincaré, um elemento B de um universo contínuo poderia não ser distinguível de dois outros, A e C, que podem ser distintos entre si pelo que, de acordo com este cientista, um universo contínuo X poderia ser caracterizado através de (2.1).

$$A=B ; B=C ; A \neq C \quad A,B,C \in X \quad (2.1)$$

Pode considerar-se que a esta definição está subjacente uma relação de ordem não transitiva. Quando o grau de complexidade de um sistema ou o nível de detalhe que se pretende utilizar na sua análise é elevado podem ocorrer situações deste género devido à dificuldade em identificar elementos individuais e mutuamente exclusivos. Este facto pode originar que, na descrição de sistemas, ocorra imprecisão possuindo um carácter não probabilístico.

Por outro lado, Bertrand Russel reconheceu, no princípio deste século, que a lógica bivalente se revelava insuficiente quando aplicada a situações da vida real dada a incerteza que, com frequência, a caracterizava. Neste sentido, este filósofo e matemático, citado por Zimmermann (1985), escreveu:

"All traditional logic habitually assumes that precise symbols are being employed. It is, therefore, not applicable to this terrestrial life but only to an imagined celestial existence,... logic takes us nearer to heaven than other sciences".

Finalmente, os estudos sobre a psicologia humana, nomeadamente no âmbito da percepção/representação/verbalização de conhecimentos humanos e no âmbito da teoria da decisão forneceram contribuições significativas para o reconhecimento da necessidade de um novo enquadramento da incerteza.

2.2.4. Modelos probabilísticos associados a conjuntos imprecisos

O conceito de probabilidade de um evento impreciso combina, por um lado, a incerteza modelizando a situação em que existe uma natureza aleatória determinando a selecção de um acontecimento e, por outro, reconhece que os eventos podem não estar definidos de forma precisa por forma a reflectir a subjectividade do observador.

Zadeh (1968) apresentou a primeira definição de probabilidade de um acontecimento impreciso generalizando, aos conjuntos imprecisos, o caso discreto em que a probabilidade de um evento constituído pela reunião de vários eventos independentes corresponde à soma das suas probabilidades. Se se considerar o conceito "alto" associado à altura de um ser humano, por exemplo, pode pretender-se avaliar a probabilidade da altura h pertencer ao intervalo $[h;h+dh]$. Associando um grau de pertença aos elementos do conjunto em análise (neste caso particular, o conjunto das alturas de seres humanos), Zadeh (1968) define a probabilidade de um evento impreciso através de (2.2). Nesta expressão, que também corresponde à definição do valor esperado de \tilde{A} , $p(x)$ representa a função de densidade de probabilidade de x .

$$p(\tilde{A}) = \int_{\mathbb{R}} \mu_{\tilde{A}}(x) \cdot dp(x) = E(\mu_{\tilde{A}}) \quad (2.2)$$

Outros autores consideram, por outro lado, que a probabilidade de um acontecimento impreciso deverá ser representada por um conjunto impreciso. Zimmermann (1985) reproduz a definição de probabilidade de \tilde{A} devida a Yager.

Definição - Seja A_{α} o corte de nível α de \tilde{A} . A probabilidade do acontecimento impreciso \tilde{A} pode ser definida através de (2.3). $p(\tilde{A})$ deverá ser interpretada como a probabilidade de existir, pelo menos, um grau de satisfação α da função de pertença de \tilde{A} .

$$p(\tilde{A}) = \{(p(A_{\alpha}), \alpha) : \alpha \in [0.0;1.0]\} \quad (2.3)$$

Zadeh (1968) estende também as noções de probabilidade condicionada, valor médio, variância e entropia ao domínio dos eventos imprecisos. Kandel e Byatt (1980) e Kandel (1986) apresentam generalizações da definição de Zadeh considerando processos dependentes do tempo. Smets (1982 a), seguindo a definição de Zadeh, demonstra que os axiomas de Kolmogorov ainda se aplicam no âmbito dos eventos imprecisos.

Kwakernaak (1978) introduz a noção de variável imprecisa com carácter aleatório estendendo, assim, a noção de variável imprecisa apresentada por Jain (1976) e desenvolvida por Nahmias (1978). Kwakernaak considera que uma variável deste tipo assume valores, seleccionados de forma aleatória, num universo de conjuntos imprecisos. Stein e Talati (1981), seguindo a definição de Zadeh, analisam a convergência de sequências de variáveis deste tipo demonstrando um caso especial da Lei dos Grandes Números. Kruse (1982) e Inoue (1991), por exemplo, apresentam novas contribuições nesta área.

2.2.5. Enquadramento genérico das medidas imprecisas e das medidas de imprecisão

As medidas imprecisas e os conjuntos imprecisos representam conceptualizações de diversos tipos de imprecisão. Os conjuntos imprecisos estão associados ao carácter vago e fluido que rege muitas actividades humanas sendo inerente a muitos termos e proposições da linguagem natural expressando a subjectividade humana ou integrando modelos por forma a simplificar relações que assumem um grau de complexidade elevada. As medidas imprecisas, ao contrário, estão associadas à existência de subconjuntos rígidos (isto é, no âmbito da teoria de conjuntos clássica) de um universo X . Desta forma, os conceitos são precisos mas, com frequência, os métodos disponíveis para avaliar o grau de pertença podem não fornecer resultados exactos em termos da confiança que neles é depositada. A título de exemplo, a imprecisão associada ao termo "homem alto" e ao comprimento de, por exemplo, uma mesa possuem naturezas distintas. No primeiro caso a imprecisão está associada ao carácter vago de um conceito cuja interpretação é, além disso, influenciado pela experiência do sujeito. No segundo caso, o comprimento do objecto está definido de forma determinística podendo a imprecisão resultar das técnicas de medida adoptadas. Neste sentido, Klir e Folger (1988) referem que as medidas imprecisas se revelam adequadas para representar conhecimentos possuindo um carácter ambíguo.

Consideremos uma σ -álgebra B definida num universo X . Uma função g definida de X no intervalo $[0.0;1.0]$ verificando os três axiomas seguintes é uma medida imprecisa.

$$a1) g(\emptyset) = 0 \text{ e } g(X) = 1 \quad (2.4)$$

$$a2) \forall A_1, A_2 \in B \quad A_1 \supseteq A_2 \Rightarrow g(A_1) \geq g(A_2) \quad (2.5)$$

$$a3) \forall A_1, A_2, \dots, A_n \in B \quad (A_1 \supseteq A_2 \supseteq \dots \supseteq A_n) \vee (A_n \supseteq \dots \supseteq A_2 \supseteq A_1) \Rightarrow \\ \Rightarrow \lim_{i \rightarrow \infty} g(A_i) = g(\lim_{i \rightarrow \infty} A_i) \quad (2.6)$$

Banon (1981) mostra que as medidas de probabilidade, de plausibilidade, de crença e de possibilidade podem ser consideradas medidas imprecisas.

Assim, por exemplo, uma medida de crença, cr , é uma medida imprecisa que, para além, de satisfazer os axiomas a1 a a3 verifica ainda, para qualquer sequência A_1, A_2, \dots, A_n , o axioma a4. Aplicando este axioma a um conjunto A e ao seu complementar, CA , definido de acordo com a teoria de conjuntos clássica é possível obter (2.8)

$$a4) \quad cr(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) \geq (-1)^{n+1} \cdot cr(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) + \dots +$$

$$- \sum_{i=1, i < j}^n cr(A_i \cap A_j) + \sum_{i=1}^n cr(A_i) \quad (2.7)$$

$$cr(A) + cr(CA) \leq 1.0 \quad (2.8)$$

Uma medida de probabilidade pode ser definida como uma medida de crença em que o axioma a4 é substituído por uma versão mais forte obtida a partir de a4 por substituição do sinal de \geq pelo sinal de igualdade. Sendo p uma medida de probabilidade, a expressão (2.8) reduz-se a (2.9).

$$p(A) + p(CA) = 1.0 \quad (2.9)$$

Por outro lado, as medidas de possibilidade e de necessidade são medidas imprecisas respeitando (2.10) e (2.11), respectivamente.

$$g(A_1 \cup A_2) = \max (g(A_1), g(A_2)) \quad (2.10)$$

$$g(A_1 \cap A_2) = \min (g(A_1), g(A_2)) \quad (2.11)$$

Na figura 2.3 está representado o enquadramento e relações entre as diversas medidas imprecisas referidas. As medidas de plausibilidade e de crença podem ser consideradas duais e o axioma a4 e o seu dual em termos das medidas de plausibilidade constituem a base da teoria matemática da evidência. A conjunção destes dois axiomas origina um axioma mais forte expresso em termos de aditividade que corresponde à propriedade fundamental das medidas de probabilidade. De uma forma análoga, as medidas de necessidade e de possibilidade são, também, duais e podem reduzir-se a medidas determinísticas se os seus valores se restringirem a 0 e 1.

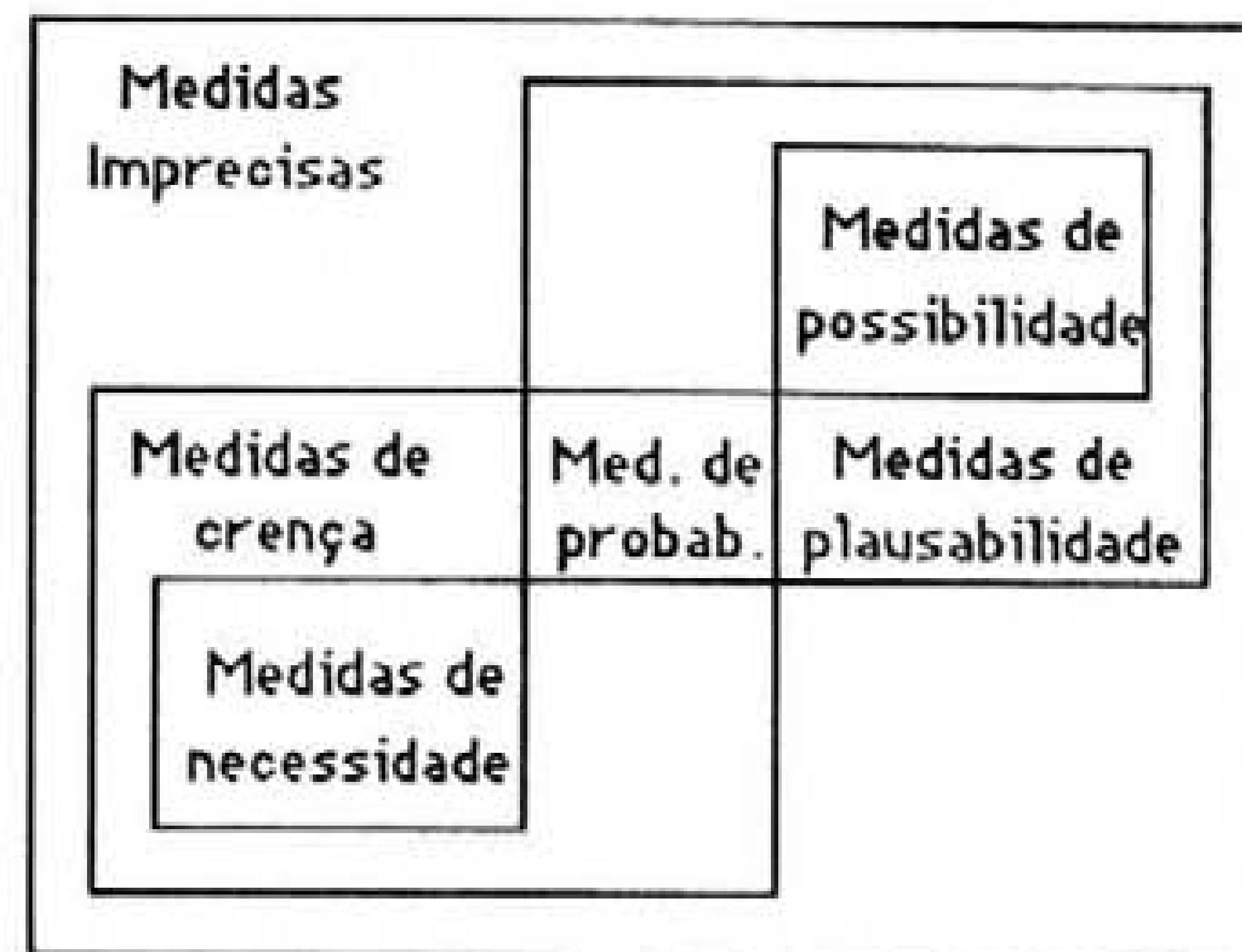


Fig. 2.3 - Enquadramento e relações das medidas imprecisas

Por outro lado, as medidas de imprecisão destinam-se a avaliar o carácter mais ou menos impreciso de um conhecimento. Klir e Folger (1988) apresentam uma descrição detalhada das medidas associadas à avaliação do carácter mais ou menos vago ou fluido de uma informação representada por um conjunto impreciso e de medidas associadas à avaliação do grau de ambiguidade de um conhecimento. Neste âmbito, Klir e Folger (1988) distinguem medidas de não especificidade, de dissonância e de confusão.

2.3. A informação no planeamento da expansão de sistemas eléctricos de energia

2.3.1. Considerações gerais

A dependência das sociedades modernas em relação à energia eléctrica exige que o planeamento da expansão e da exploração dos sistemas seja realizada por forma a alimentar a carga em condições de elevada qualidade de serviço. A construção de redes de transporte de energia e a interligação de diferentes sistemas produtores nacionais, a par da melhoria da qualidade de materiais e componentes e do reforço das metodologias de cálculo em áreas como a previsão de cargas, avaliação de fiabilidade e simulação de operação, têm contribuído para atingir estes objectivos.

Os estudos de planeamento de expansão e de exploração de sistemas eléctricos de energia pretendem atingir objectivos e resultados muito diferentes para além de estarem associados a horizontes temporais diversos. Por um lado, o planeamento da expansão dos sistemas envolve estudos que se destinam a identificar, de entre um conjunto de alternativas, a estratégia mais adequada para a realização dos reforços de componentes do sistema ou da instalação de novos elementos. Pretende-se, assim, calendarizar um conjunto de acções ao

longo de um horizonte de planeamento em geral muito longo (10 a 20 anos) por forma a que, minimizando o custo de investimento e de exploração, se alimente a carga com um nível adequado de qualidade de serviço. Por outro lado, o planeamento de exploração está associado à identificação de estratégias de alimentação da carga que, considerando conhecidos os componentes do sistema, minimizem o custo de produção, sejam viáveis do ponto de vista técnico e operacional e assegurem um nível adequado de qualidade de serviço.

O problema associado ao planeamento de exploração possui uma complexidade elevada que pode ser avaliada a diversos níveis: composição do sistema produtor, extensão do horizonte temporal associado, dados requeridos, metodologias de cálculo utilizadas. A existência de uma componente hídrica significativa num sistema produtor aumenta a complexidade da sua modelização e análise devido, entre outras razões, à existência de aproveitamentos com diversas capacidades de regularização, aproveitamentos com bombagem, aproveitamentos possuindo regimes de funcionamento dependentes devido à sua instalação em cascata e aproveitamentos associados a fins múltiplos. Por outro lado, a água deverá ser considerada como um recurso limitado pelo que lhe deverá ser atribuído um custo. No entanto, a dificuldade em realizar esta quantificação associada ao carácter aleatório das suas disponibilidades reforçam a complexidade do problema. As acções de planeamento de exploração de um sistema produtor são realizadas considerando a sua classificação num conjunto de horizontes temporais que, iniciando-se no planeamento a longo prazo (horizonte de 2 a 5 anos), termina com o controlo automático da produção permitindo obter a regulação dos grupos produtores e realizar, de forma adequada, o controlo de tensão e frequência do sistema.

No que se refere ao planeamento da expansão, constata-se que as condições que o envolvem e determinam se alteraram de forma drástica nas últimas décadas. De uma forma resumida, pode afirmar-se que terminou a era em que o custo dos factores energéticos era baixo havendo hoje necessidade de avaliar diversas alternativas, integrar nos modelos a imprecisão associada ao comportamento de diversos elementos e procurar identificar estratégias que permitam atingir de forma equilibrada várias metas.

O problema de planeamento da expansão de sistemas eléctricos de energia apresenta-se, por estas razões, muito mais complexo que há alguns anos atrás pelo que o desenvolvimento de novas metodologias constituindo sistemas de apoio à decisão nesta área ganhou uma importância acrescida.

Nos pontos seguintes o ambiente de planeamento da expansão será caracterizado de forma genérica e será realizada uma síntese do estado do conhecimento de diversas áreas e

ferramentas utilizadas com frequência no processo de planeamento da expansão de sistemas eléctricos de energia. Esta síntese engloba temas como a previsão de cargas, os estudos de fluxo de potências, os estudos de despacho económico e a avaliação da fiabilidade de um sistema. A finalizar serão apresentados modelos de expansão de subsistemas produtores e de transporte de energia em que se realiza uma síntese de conceitos e modelos referidos anteriormente. No decorrer desta análise será colocada uma ênfase especial em modelos e técnicas que permitem integrar, nos diversos estudos, a imprecisão que caracteriza o ambiente de planeamento.

2.3.2. O ambiente de planeamento - caracterização genérica

O ambiente de planeamento de expansão dos sistemas eléctricos de energia, em geral, e dos subsistemas produtores, em particular, alterou-se de forma evidente nos últimos vinte anos. Merrill et al (1982), Asperjis et al (1982) e Gerathay et al (1984), por exemplo, abordam diversos temas e metodologias relacionados com esta temática. De entre as características genéricas que, hoje em dia, enquadram os processos de decisão nesta área podem ser referidas as seguintes:

- as crises petrolíferas que ocorreram nas décadas de setenta e oitenta ou situações de guerra mais recentes originaram o aumento do preço do petróleo e, em certos períodos, oscilações do seu valor contribuindo para alterar de forma definitiva as condições de planeamento dos sistemas eléctricos. Com efeito, terminaram os períodos de desenvolvimento económico sustentados pelo baixo preço dos combustíveis fósseis havendo necessidade de comparar, de forma criteriosa, diversas alternativas englobando vários tipos de fontes de energia;

- por outro lado, as crises referidas anteriormente e a elevada dependência dos países industrializados em relação a um grupo definido de países produtores de petróleo permitiram a tomada de consciência do que este aspecto significava em termos, por exemplo, de independência nacional. Por esta razão, a diversificação das fontes de energia utilizadas e dos próprios locais de abastecimento à par do desenvolvimento de capacidades endógenas foram elevadas a metas, se não prioritárias, pelo menos a não descurar;

- a elevação do preço dos combustíveis fósseis originou a valorização do papel que outras fontes de energia, antes não competitivas, poderiam desempenhar. Neste âmbito assistiu-se a uma investigação e desenvolvimento continuados em áreas como a utilização da energia solar, da energia eólica, do aproveitamento mais intenso de subprodutos em ambiente industrial e do crescente interesse em relação aos pequenos aproveitamentos hídricos;

- por outro lado, o planeamento realiza-se num ambiente dominado por incertezas integrando o conhecimento de muitos factores e variáveis e apresentando, por vezes, um carácter difícil ou impossível de prever. Neste âmbito, a tendência crescente para

a liberalização do sector eléctrico começa a originar o aparecimento de novas fontes de imprecisão. Desde logo, a construção de pequenos aproveitamentos de origem hídrica interligados, em geral, ao subsistema de distribuição de energia e a possibilidade de criação de um mercado concorrencial de energia eléctrica em que o subsistema de transporte funcionaria como via de escoamento de um bem coloca novos desafios ao processo de planeamento. Considerações deste género sublinham a importância da utilização de metodologias de planeamento flexíveis no sentido em que se torna relevante a identificação de estratégias que possam permanecer estáveis mesmo se alguns dos seus pressupostos sofrerem alterações;

- a incerteza referida anteriormente possui, com frequência, um carácter subjectivo, estando associada a proposições da linguagem natural que peritos em certas áreas possam formular fruto dos seus conhecimentos e experiência acumulada. Os modelos tradicionais de planeamento não permitem integrar conhecimentos possuindo um carácter não formal mas, nem por isso, menos importantes para a identificação de estratégias ou a caracterização de comportamentos. Por esta razão torna-se necessário desenvolver metodologias que representem e integrem, de forma adequada, este tipo de conhecimentos;

- o processo de planeamento deverá, finalmente, identificar não a solução que optimize um único atributo mas, pelo contrário, será uma actividade em que a procura de pontos de equilíbrio entre diversas metas, em geral, conflituosas é uma constante. O problema torna-se, se possível, ainda mais complexo dado que algumas dessas metas se podem revelar de difícil quantificação.

As metodologias de planeamento englobando conceitos e reconhecendo os problemas referidos são usualmente designadas por planeamento estratégico. Em geral, caracterizam-se por possuir um horizonte temporal elevado (10 a 20 anos) e um nível de interdisciplinaridade acentuado.

2.3.3. Modelos de previsão de cargas

A realização de estudos de previsão de cargas em termos da energia a consumir ou da potência de pico a alimentar revela-se fundamental no planeamento da expansão e da exploração de sistemas eléctricos de energia. Esta relevância está associada ao facto de os sistemas eléctricos de energia não possuírem dispositivos, para além dos aproveitamentos hidroeléctricos de albufeira, onde se realize o armazenamento de energia por forma a ser utilizada quando a carga o justificar. Esta condicionante de ordem física e o elevado tempo de construção de muitos equipamentos, entre os quais se encontram diversos tipos de centrais de produção de energia eléctrica, impõem uma filosofia de planeamento da expansão do sistema caracterizada pelo elevado horizonte temporal. Por estas razões, a capacidade de prevêr a

energia a consumir e a potência activa de pico a alimentar revelam-se factores importantes e que condicionam o sucesso das acções de planeamento.

Por outro lado, a capacidade de previsão da potência activa de pico ou da energia a consumir assume, também, um papel importante no planeamento da exploração a longo, médio e curto prazos. Com efeito, a identificação da estratégia de exploração mais adequada em termos dos custos de produção e dos recursos energéticos disponíveis exige a realização de estudos de previsão de cargas. A título de exemplo, pode referir-se que a existência de centrais térmicas com caldeira a vapor exige o conhecimento atempado e com algum rigor do instante em que esses grupos deverão começar a produzir energia por forma a iniciar as acções necessárias para a entrada em operação desses grupos com a antecedência adequada. De uma forma geral, pode afirmar-se que, à medida que o horizonte de planeamento diminui, se torna necessário e possível dispôr de previsões de cargas mais correctas e menos afectadas por imprecisões.

A variação da carga ao longo do tempo t a sobrevir, $P_c(t)$, é descrita, com frequência, (por exemplo, Sterling 1978) pela expressão genérica (2.12). Nesta expressão, as parcelas $A(t)$, $B(t)$, $C(t)$ e $D(t)$ representam, respectivamente, a componente associada a variações ou tendências a longo prazo, e as componentes de origem sazonal, semanal e diária. Finalmente, a componente $E(t)$ reflecte a existência de factores ou acontecimentos que, ao longo de um dia, podem originar variações da carga em torno dos valores previstos.

$$P_c(t) = A(t) + B(t) + C(t) + D(t) + E(t) \quad (2.12)$$

A componente a longo prazo é determinada por aspectos macroeconómicos associados ao desenvolvimento que se espera que o país ou a região em análise venham a atingir no futuro. As componentes sazonal, semanal e diária reflectem a existência de ciclos conhecidos que caracterizam o comportamento das cargas e que são determinados por factores atmosféricos, sociais ou associados a regras que regem a actividade económica. A componente $E(t)$ pode ser encarada como um ruído que afecta o comportamento global da carga.

Os modelos que têm sido utilizados para realizar estudos de previsão de cargas são muito diversificados reflectindo os diversos horizontes temporais envolvidos e a natureza dos factores que se pretende considerar. De entre eles e sem qualquer preocupação de exaustão podem referir-se os seguintes:

- modelos de natureza econométrica ou macroscópicos. Estas metodologias consideram que existe uma correlação elevada entre o consumo de energia eléctrica e o nível

de actividade económica de um país ou região. Deste modo, a evolução do consumo desta forma de energia pode ser avaliado através do conhecimento de previsões relativas a certas variáveis macroeconómicas como, por exemplo, o produto interno bruto, o rendimento per capita ou o nível de desemprego;

- modelos de natureza microscópica ou estatística (designados por "end-use" models em literatura de língua inglesa). Estas metodologias partem do conhecimento do comportamento passado dos consumidores e da caracterização dos equipamentos consumidores de electricidade por forma a avaliar o consumo de energia em actividades consideradas típicas como, por exemplo, os sectores industrial, comercial ou doméstico. O objectivo destes estudos consiste em agregar todos estes elementos e informações por forma a avaliar o comportamento global da carga. Manichaikul e Shweppe (1979), Chong e Malhami (1984), Nassar e Gruber (1986) e Irwin et al (1986), por exemplo, apresentam modelos deste tipo;

- modelos de regressão e extrapolação. Considerando séries de valores associados ao comportamento passado da carga ou a variáveis associadas a elementos de origem atmosférica, estes modelos procuram obter os coeficientes de expressões polinomiais ou de curvas possuindo um andamento em "S" que representem, de forma mais adequada, a informação disponível. A título de exemplo, Davey et al (1973), Willis et al (1982 e 1984) e Vlahovic e Vujosevic (1987) apresentam formulações nesta área;

- modelos envolvendo séries temporais. Estas metodologias permitem identificar movimentos repetidos em séries de valores de cargas disponíveis incluindo tendências a longo prazo e variações sazonais ou diárias. Em geral, estes modelos requerem uma quantidade de informação muito elevada que nem sempre se encontra disponível. Existem inúmeras publicações relacionadas com este tema de entre as quais se podem referir, a título de exemplo, os trabalhos de Heydt et al (1981), Goh e Ong (1985), Hagan e Behr (1987) e Shuaib e Elamin (1987). Uma referência mais detalhada poderá ser encontrada em Box e Jenkins (1976);

- metodologias envolvendo a utilização de técnicas determinísticas de classificação e reconhecimento de padrões considerando a natureza repetitiva do diagrama de carga diário. Estas metodologias procuram classificar os valores disponíveis de carga verificada no passado de tal modo que um padrão de nível de cargas $P_{c1}, P_{c2}, \dots, P_{cn}$ ocorrido nos instantes t_1, t_2, \dots, t_n permita obter o valor $P_{c_{n+1}}$ para a carga a ocorrer no instante t_{n+1} . Dehdashti et al (1982), Willis et al (1983) e Colucci et al (1985) apresentam trabalhos nesta área;

- a análise espectral é uma metodologia que permite decompor a carga em componentes de longo prazo, de carácter semanal e numa componente residual que se considera possuir natureza aleatória. Os métodos deste tipo permitem obter, após identificar e remover as componentes de longo prazo e de carácter semanal, uma expressão aproximadora para a componente residual de tal modo que o erro médio quadrático seja

minimizado. A previsão da carga total será realizada adicionando a esta expressão as componentes removidas;

- recentemente, Park et al (1991) apresentaram um modelo de previsão de cargas fornecendo valores com periodicidade horária e diária utilizando redes neuronais.

Uma referência mais detalhada a diversas metodologias de previsão de cargas referidas poderá ser encontrada em Sullivan (1977) e Sterling (1978). Comerford e Gellings (1982), por outro lado, apresentam uma panorâmica geral sobre diversas metodologias de previsão de cargas.

No âmbito de um processo de planeamento torna-se, também, importante dispor de metodologias que permitam integrar conhecimentos ou conceitos possuindo uma natureza não determinística e não probabilística reflectindo, com frequência, a existência de imprecisão de natureza intrínseca ou expressando a experiência do planeador. Neste sentido, Economakos (1979) e Miranda e Matos (1987) apresentam metodologias utilizando conjuntos imprecisos. A segunda destas metodologias destina-se a classificar um conjunto de diagramas de carga utilizando algoritmos de classificação imprecisa por forma a obter diagramas designados de protótipos e que descreveriam cargas típicas tais como cargas de tipo industrial, comercial e doméstica. O conhecimento de previsões da evolução do consumo de energia associado a cada uma destas actividades permitiria a agregação dos resultados parcelares obtendo-se o diagrama impreciso da carga a alimentar num instante futuro.

A metodologia anterior, apesar de não serem conhecidos resultados práticos da sua aplicação, permite chamar a atenção para a necessidade de representar e integrar, de forma adequada, em diversos estudos a natureza vaga ou incompleta que caracteriza, com frequência, conceitos e informações associadas a diversas actividades humanas.

2.3.4. Modelos de tratamento do problema de fluxo de potências

Os modelos associados ao problema do fluxo de potências pretendem, de uma forma genérica, obter as condições de funcionamento em regime estacionário de um sistema eléctrico de energia. Existem aplicações computacionais de modelos do problema de fluxo de potências desde a década de cinquenta mas foi a utilização do método de Newton-Raphson e o desenvolvimento de técnicas associadas ao manuseamento de matrizes esparsas que permitiram diminuir o tempo de cálculo e a memória computacional necessárias. A existência de algoritmos fiáveis e eficientes originou que os programas de resolução do problema de fluxo de potências sejam utilizados de forma muito intensa ao nível do planeamento da expansão e da exploração dos modernos sistemas de energia.

Em seguida serão referidos, de forma sucinta, diversos modelos determinísticos e probabilísticos do problema de fluxo de potências.

Modelos determinísticos

O modelo determinístico do problema de fluxo de potências designado de corrente contínua (DC) permite estabelecer, através de algumas hipóteses simplificativas, relações lineares entre as potências activas injectadas nos barramentos do sistema, por um lado, e a fase da tensão nos barramentos e os trânsitos de potência activa nos ramos do sistema, por outro. Uma dessas hipóteses consiste em considerar que a resistência dos ramos da rede de transmissão é desprezável face à reactância respectiva. Esta aproximação é, em geral, tanto mais adequada quanto mais elevada for a tensão de funcionamento do sistema pelo que este modelo simplificado se revela particularmente adequado à caracterização do ponto de funcionamento do sistema nestas situações.

Em relação a modelos de fluxo de potências tipo corrente alternada (AC), Stott (1974) apresenta uma descrição genérica de diversos algoritmos de resolução deste problema. O algoritmo baseado no método de Newton-Raphson constitui uma referência obrigatória nesta área. O desenvolvimento por Stott (1972) de uma versão desacoplada do método de Newton-Raphson e, em especial, a apresentação por Stott e Alsac (1974) do método do desacoplamento rápido, permitiram diminuir o tempo de cálculo e a necessidade de memória computacional. Estas questões não se colocam, hoje em dia, com a mesma acuidade que há vinte anos atrás o que apenas reflecte o desenvolvimento vertiginoso dos meios de cálculo computacional em termos de velocidade de processamento e de memória disponível.

A par da contínua publicação de novas formulações ou especializações de diversos algoritmos do problema de fluxo de potências AC têm surgido, nos anos mais recentes, aplicações utilizando metodologias, conceitos ou meios computacionais ainda pouco divulgados e que merecem, por esta razão, uma referência especial. Encontram-se, nesta situação, a adaptação de diversos algoritmos para implementação em ambiente de processamento paralelo e vectorial (Happ 1982, Rafian et al 1985, Oyama et al 1990 e Gomez e Betancourt 1990) e a utilização de programação orientada por objectos (Neyer et al 1990) e de algoritmos genéticos (Yin e Germay 1991).

Por outro lado, a alteração da solução e as características de convergência dos algoritmos de solução do problema de fluxo de potências em face da alteração de parâmetros associados ao modelo adoptado para representar as potências activas e reactivas especificadas

tem sido analisada por diversos autores. A título de exemplo, El-Hawary e Dias (1987 a e b e 1990) integram no problema de fluxo de potências modelos de índole exponencial para representar a dependência das potências activa e reactiva especificadas em relação ao módulo da tensão. Relacionado com este tema Barcelo e Lemmon (1988) apresentam uma formulação genérica para a obtenção de coeficientes de sensibilidade reflectindo diversas dependências em sistemas eléctricos de energia.

Modelos probabilísticos

O problema de fluxo de potências formulado de acordo com o modelo DC ou AC utiliza valores determinísticos para as potências de carga e as potências produzidas especificadas. Com frequência, no entanto, estes dados não são conhecidos de forma determinística e esta situação torna-se mais evidente à medida que se pretende simular condições de funcionamento do sistema que se verificarão no futuro. Deste modo, a etapa seguinte do desenvolvimento da formulação do fluxo de potências consistiu na representação e integração dessa imprecisão nos modelos.

Desde a década de 70 que têm sido relatadas diversas modelizações e algoritmos que, assumindo a existência de uma topologia fixa, pretendem resolver o problema de fluxo de potências integrando imprecisão de natureza probabilística nas potências especificadas. A forma tradicional de realizar esta integração consistia na realização de um número elevado de estudos determinísticos e posterior combinação dos seus resultados de forma probabilística. As potências especificadas a utilizar em cada um desses estudos eram obtidas através de um sorteio considerando a distribuição de probabilidade respectiva. Este tipo de metodologias, baseada num processo de simulação de Monte Carlo, apresenta um tempo de cálculo computacional elevado pelo que diversos investigadores desenvolveram algoritmos de base analítica para resolver este problema. Serão referidos em seguida um conjunto de publicações associadas a passos significativos dados na formalização e resolução do problema de fluxo de potências probabilístico por via analítica.

Borkowska (1974) e Allan et al (1974 e 1976) apresentam modelizações e algoritmos de solução do problema de fluxo de potências considerando o modelo DC. Estes modelos permitem integrar distribuições de probabilidade discretas e contínuas para as potências especificadas sendo as distribuições dos trânsitos de potência obtidas através de um processo de convolução.

Dopazzo et al (1975) apresentam uma metodologia que permite calcular o valor médio, variância e intervalo de confiança de diversas grandezas considerando uma formulação

AC. Esta metodologia utiliza desenvolvimentos em série de Taylor para obter expressões linearizadas de diversas grandezas em função das potências especificadas. Utilizando resultados conhecidos da estatística são obtidas expressões para o valor médio, variância e intervalo de confiança de diversas grandezas habitualmente calculadas ao resolver um problema de fluxo de potências.

Allan e Al-Shakarchi (1976 e 1977) desenvolvem modelos AC em que são obtidas expressões linearizadas para diversas grandezas entre as quais se incluem as potências activa e reactiva produzidas. Estas expressões são utilizadas para construir, através de um processo de convolução, as distribuições de probabilidade das grandezas respectivas.

Allan et al (1981) apresentam uma metodologia utilizando a transformada de Fourier no intuito de diminuir o elevado tempo de cálculo computacional inerente a estas metodologias devido à realização de processos de convolução. Neste modelo, as equações determinísticas da versão AC do problema de fluxo de potências são linearizadas em torno do ponto de funcionamento associado ao valor médio das distribuições das potências especificadas. Estas expressões são em seguida utilizadas para construir as distribuições de probabilidade de diversas grandezas realizando a convolução, no domínio das frequências, das distribuições de probabilidade das potências especificadas. Posteriormente, Allan e Leite da Siva (1981), Leite da Silva et al (1984 e 1985) e Leite da Silva e Arienti (1990) apresentam novos desenvolvimentos deste modelo por forma a melhorar a qualidade dos resultados e a integrar saídas de serviço de ramos do sistema ou dependências estatísticas entre as distribuições de probabilidade das potências especificadas para alguns barramentos.

2.3.5. O despacho económico

O despacho económico pode ser definido como um processo de decisão em que são obtidos os níveis de produção a atingir pelos diversos grupos do sistema produtor de tal modo que a carga do sistema seja alimentada da forma mais económica possível. Este tipo de estudos é utilizado não apenas no planeamento da exploração de sistemas eléctricos de energia mas também na análise de diversas estratégias de expansão ao permitir avaliar e simular as condições de funcionamento do sistema. A utilização deste tipo de estudos num ambiente de planeamento da expansão não impõe as mesmas exigências em termos de tempo de cálculo computacional que caracterizam, por vezes, as aplicações utilizadas no planeamento da exploração.

Tradicionalmente, o problema do despacho económico é formulado como um problema de optimização em que se pretende minimizar o custo de produção da potência activa

satisfazendo a equação de equilíbrio respectiva e um conjunto de restrições associadas aos limites mínimo e máximo de produção dos geradores. Estes modelos integram, em geral, uma aproximação quadrática das perdas no sistema de transporte de energia e não consideram restrições de segurança associadas, por exemplo, a limites de trânsitos de potência nos ramos do sistema. Existem numerosas publicações sobre este tema o que, de algum modo, reflecte o interesse e grau de aplicação que, ainda hoje, este tipo de metodologias possui. A título de exemplo, Aoki e Satoh (1984) formulam o problema de despacho económico como um problema de programação quadrática. Por outro lado, Ramanathan (1985), Lin e Chou (1991) e Palanichamy e Srikrishana (1991) utilizam formulações lagrangeanas por forma a obter condições de optimalidade.

A partir do início da década de sessenta começaram a ser integradas nos modelos de despacho económico restrições de operação expressas através das equações dos modelos de fluxo de potências e restrições de segurança destinadas a garantir a não violação de limites técnicos de diversos componentes do sistema. Surgia, assim, uma nova classe de metodologias de despacho económico denominada de Fluxo de Potências Óptimo. A sua formulação genérica corresponde ao problema de optimização (2.13) a (2.15). Neste modelo, Z e X representam, respectivamente, vectores de variáveis de controlo e de estado do sistema. As variáveis de estado correspondem ao módulo e fase das tensões e as de controlo estão associadas, em geral, às potências produzidas, às tomadas de transformadores com tomadas e aos esfazamentos de transformadores esfazadores.

$$\min z = f(Z,X) \quad (2.13)$$

$$\text{su}j \quad g(Z,X) = 0 \quad (2.14)$$

$$h(Z,X) \geq 0 \quad (2.15)$$

As restrições de igualdade correspondem a condições de funcionamento do sistema expressas através das equações do fluxo de potências. As restrições de desigualdade estão associadas a limites de variação das variáveis de estado (por exemplo, limites do módulo ou fase das tensões) ou de controlo (por exemplo, limites de variação das potências produzidas). Podem, ainda, estar associadas a limites de funções das variáveis de estado ou de controlo como, por exemplo, trânsitos de potência. Por outro lado, as modelizações deste problema podem ser agrupadas em compactas e não compactas. De acordo com Carpentier (1979), uma formulação deste problema é considerada compacta se utiliza um modelo do sistema expresso, apenas, em função das variáveis de controlo.

As publicações sobre este tema são muito numerosas e relatam diversas contribuições que se podem diferenciar de acordo com o modelo de fluxo de potências que lhes

está subjacente (formulações DC ou AC), através das técnicas de optimização utilizadas ou do atributo a optimizar. Considerando esta diversidade de metodologias e técnicas de resolução torna-se importante referir os artigos de Carpentier (1979), Stott et al (1980 e 1987), Carpentier e Merlin (1982) e Chowdhury e Rahman (1990) pela síntese bibliográfica ou fixação de conceitos que realizam. Serão referidos em seguida algumas publicações que se consideram significativas nesta área.

O problema de fluxo de potências óptimo associado ao modelo AC de fluxo de potências permite obter a tensão nos barramentos da rede e os valores de potência activa e reactiva a produzir pelos geradores do sistema que, minimizando o custo de produção, permitem verificar restrições de operação do sistema e de natureza técnica dos seus componentes. Este problema tem sido formulado considerando as equações do modelo AC de fluxo potências acopladas e as que resultam considerando o princípio do desacoplamento.

A resolução de problemas utilizando as equações do modelo AC de fluxo potências acopladas tem sido realizada recorrendo a diversas metodologias que, sem preocupação de exaustão, se enumeram em seguida. Alsaç e Stott (1974) e Yu et al (1986) utilizam, respectivamente, os algoritmos de Dommel-Tinney e de gradiente reduzido. Por outro lado, Lipowski e Charalambous (1981) utilizam programação quadrática e Giras e Talukdar (1981), Burchett et al (1984) e Aoki e Kanezashi (1985) adoptam métodos de convergência quadrática.

Em relação a metodologias utilizando equações do fluxo de potências desacopladas podem referir-se, por exemplo, modelizações que utilizam o método do gradiente (Shoults e Sun 1982 e Guoyo et al 1985), o método das direcções conjugadas (Burchett et al 1982), o método do gradiente projectado (Lee et al 1985), programação quadrática (Contaxis et al 1986, Isoda e Sato 1985 e Lo e Zhu 1991) ou a resolução iterada de problemas linearizados (Chamorel et Germond 1982, Contaxis et al 1986 e Alsaç et al 1990).

Por outro lado, o grande desenvolvimento da programação linear e a rapidez de execução dos seus algoritmos em comparação com os métodos de optimização não linear tem originado a realização de um grande esforço de investigação por forma a desenvolver modelos de fluxo de potências óptimo que possam utilizar estas técnicas de optimização. Estes modelos podem corresponder à resolução iterada de problemas lineares, como foi referido anteriormente, ou a versões completamente linearizadas de formulações não lineares tal como a apresentada por Lo e Ali (1990). No entanto, o carácter separável e convexo da função custo de produção de geradores (tendo resolvido, se necessário, um problema de escala de serviço) e a utilização do modelo DC de fluxo de potências tem originado o desenvolvimento de

muitos modelos utilizando programação linear. Os métodos de resolução podem ser agrupados em algoritmos utilizando técnicas de otimização linear primais ou, por outro lado, duais baseando-se estas na relaxação de restrições e sua integração faseada no problema.

No primeiro grupo integram-se os trabalhos de Ejebe e Nwodo (1981) e de Pereira e Pinto (1982) utilizando, este, o princípio de decomposição de Dantzig-Wolfe.

A utilização de métodos duais revela-se mais frequente visto que a resolução de um problema base inicial e, se necessário, a integração de restrições associadas a violações permite trabalhar com modelos de menor dimensão. Neste grupo integram-se os trabalhos de Stott e Hobson (1978 a e b), Stott e Marinho (1979) e Irving e Sterling (1983). Por outro lado, a inclusão de condições destinadas a garantir o comportamento seguro do sistema numa situação de pós-contingência é analisada por Pereira et al (1987) utilizando decomposição de Benders e por Berry e Dunnet (1989).

Diversos autores têm formulado o problema do fluxo de potências óptimo considerando a otimização de outros atributos para além do custo de produção. Stott et al (1980) apresentam uma descrição detalhada dos atributos que têm sido utilizados nesta área. Aoki e Nishikori (1984) e Aoki et al (1987) apresentam formulações em que se pretende minimizar os desvios de certas variáveis em relação a valores especificados ou aos seus limites. Fox e McCracken (1982) e Palaniswamy e Sharma (1985), por exemplo, formulam o problema associado à minimização da potência de corte de carga. Elangovan (1983), El-Hawary e Ravindranath (1990) e Deeb e Shahidehpour (1991) apresentam diversas formulações em que se pretende minimizar as perdas de potência activa no sistema de transmissão de energia. Fernandes et al (1980), Deeb e Shahidehpour (1988) e Ajjarapu et al (1989), por exemplo, apresentam diversas modelizações do problema de despacho da potência reactiva e do controlo de tensão. Neste âmbito, Tomsovic (1992) apresenta uma metodologia de controlo da potência reactiva e módulo das tensões utilizando conjuntos imprecisos.

No intuito de diminuir o tempo de cálculo têm sido desenvolvidas novas metodologias de resolução do problema da optimização da operação de sistemas. Neste sentido, Chang et al (1990) descrevem a aplicação de técnicas de reconhecimento de padrões ao problema de despacho económico e Wang et al (1989) analisam a utilização de processamento paralelo nesta área.

As metodologias de despacho económico referidas anteriormente podem ser consideradas como associadas a problemas de optimização estática. Esta denominação é devida a duas ordens de razões:

- por um lado, não são analisadas as consequências, em termos de custo de produção, devidas à modificação súbita dos valores das potências produzidas pelos geradores. Os valores máximos das taxas de acréscimo e decréscimo de tomada de carga de geradores associados a grupos térmicos com turbina a vapor, por exemplo, permitem integrar aspectos por natureza dinâmicos no problema de despacho económico. Ross e Kim (1980), Wood (1982) e Bosch (1985) apresentam metodologias para integrar a natureza dinâmica referida nos estudos de despacho económico e Chowdhury e Rahmam (1990) apresentam um conjunto de referências bibliográficas sobre este tema. Recentemente, Niimura e Yokoyama (1991) apresentam um modelo que, utilizando conjuntos imprecisos, realiza o despacho dinâmico de sistemas produtores constituídos, apenas, por unidades térmicas;

- por outro lado, o problema da estabilidade não tem sido tratado de forma completa. A integração nos modelos de despacho económico de limites de trânsitos de potência ou associados a valores extremos de diferenças da fase da tensão entre alguns barramentos permite tratar de forma conveniente o problema da estabilidade estática. No entanto, algumas das soluções obtidas através da resolução de problemas de despacho económico poderiam ser inviabilizadas devido a considerações de estabilidade transitória. A integração nos modelos de despacho económico de restrições destinadas a eliminar esses elementos do conjunto de soluções admissíveis não tem sido realizada devido ao facto de não se dispor de metodologias fiáveis e eficientes do ponto de vista de tempo de cálculo. Desta forma, o problema de estabilidade transitória tem sido tratado a juzante do problema de despacho económico.

Finalmente, refira-se que o problema associado à variação da solução do problema de despacho económico face à alteração do valor de diversos parâmetros e coeficientes e a integração de imprecisão de natureza probabilística tem sido alvo de um número significativo de publicações. Neste sentido diversos autores referem que, em várias aplicações, o conhecimento da variação da solução em face de alterações em parâmetros e coeficientes se poderá revelar mais importante que o conhecimento do ponto de funcionamento óptimo para um conjunto de condições especificadas. Neste sentido, Gribik et al (1990) apresentam uma metodologia de pós-optimização por forma a realizar uma análise de sensibilidade da solução do problema de fluxo de potências óptimo a variações da potência de carga ou de limites técnicos de diversos equipamentos instalados no sistema. Por outro lado, diversos autores (por exemplo, El-Hawary e Mbamalu 1988, 1989 e 1991 e Ekwue e Adams 1989) apresentam metodologias que permitem integrar em várias formulações do problema de despacho económico imprecisão de natureza probabilística associada à potência de carga e à disponibilidade/indisponibilidade dos equipamentos.

2.3.6. A avaliação de fiabilidade no processo de planeamento

A função básica de um sistema eléctrico de energia consiste em fornecer energia eléctrica aos consumidores de uma forma económica e mantendo um nível adequado de qualidade de serviço. As acções de planeamento devem considerar, portanto, aspectos económicos mas também restrições de ordem operacional e de qualidade de serviço associadas, por exemplo, aos limites dos valores do módulo da tensão nos barramentos. Outras restrições, específicas da área da fiabilidade, estão relacionadas com o carácter não ideal dos equipamentos e a influência deste aspecto na capacidade do sistema desempenhar, de forma adequada, a função para que foi concebido.

O planeamento deverá integrar, portanto, um conjunto de preocupações genericamente associadas a fiabilidade. O conceito de fiabilidade (de acordo com Allan e Billinton 1988 e Task Force on Bulk Power System Reliability 1988) apresenta hoje um carácter menos restrito que há alguns anos atrás podendo ser consideradas duas vertentes:

- adequação do sistema - está associada à existência de equipamentos em número suficiente para satisfazer a carga ou as restrições de operação. Este aspecto está relacionado com condições estáticas de funcionamento;

- segurança do sistema - está relacionada com a capacidade do sistema responder de forma adequada a perturbações ou incidentes e pretende avaliar o comportamento em regime transitório.

A fiabilidade de um sistema tem sido avaliada apenas em termos da sua adequação. A não consideração do segundo aspecto resulta, de forma análoga ao referido no problema do despacho económico, de não se dispor de metodologias eficientes para avaliar a estabilidade em regime transitório.

As metodologias de avaliação da fiabilidade em termos da adequação do sistema apresentam natureza probabilística integrando imprecisão associada ao comportamento da carga e ao carácter estocástico associado às avarias dos componentes. Neste sentido pretende-se avaliar um conjunto de índices que caracterizem a operação do sistema em regime estacionário. Estes índices podem ser subdivididos em duas categorias. A primeira engloba os índices locais medindo a adequação do sistema em alimentar a carga ligada a um barramento. A segunda corresponde a índices caracterizando o comportamento global do sistema. Billinton e Kumar (1990) enumeram, de forma detalhada, os índices de fiabilidade que caracterizam a adequação do sistema.

A avaliação da fiabilidade em termos da adequação de um sistema tem sido realizada através de metodologias muito diversas que podem ser agrupadas em três categorias:

- métodos de natureza analítica;
- metodologias de simulação;
- métodos mistos;

Tradicionalmente, os métodos de natureza analítica têm sido utilizados na avaliação da fiabilidade de sistemas produtores enquanto que em relação a sistemas de transporte se tem recorrido a metodologias de simulação baseadas na análise do comportamento do sistema face a um número, em geral, elevado de contingências. Estas duas abordagens têm, em anos mais recentes, convergido dando origem, por um lado, a métodos mistos integrando componentes de simulação e analítica significativas e, por outro lado, tornando menos evidente a distinção entre os domínios de aplicação respectivos.

Integram-se no primeiro grupo de abordagens um número elevado de metodologias que serão apenas enumeradas dado que extravasam o âmbito deste trabalho. Sem qualquer preocupação de exaustão podem referir-se os métodos de frequência e duração, método dos cortes mínimos e as metodologias que recorrem à realização da convolução de distribuições de probabilidade, à utilização da transformada de Fourier ou a cadeias de Markov.

No segundo conjunto de abordagens inserem-se metodologias baseadas na enumeração de contingências, por um lado, e metodologias de tipo Monte Carlo, por outro. A este respeito, Pereira e Balu (1992) apresentam uma revisão bastante completa de conceitos, modelos e algoritmos de simulação associados à avaliação da fiabilidade de sistemas integrando subsistemas de produção e de transporte de energia. Em relação metodologias baseadas na enumeração de contingências é reconhecido, em geral, que muitas contingências não afectam a fiabilidade do sistema visto que a capacidade para alimentar a carga especificada não resulta diminuída. Desta forma, estas metodologias integram processos de selecção e ordenação das contingências a simular. Estes processos têm sido utilizados na avaliação da fiabilidade de sistemas de transporte de energia e baseiam-se na avaliação de um índice que permite caracterizar o comportamento do sistema face a essa contingência. Estas metodologias são designadas, em literatura de língua inglesa, por "performance index methods" e incluem métodos directos e indirectos. Os primeiros estão associados à obtenção, de forma rápida, de uma solução aproximada do problema de fluxo de potências estimando o valor de certas grandezas associadas ao estado de contingência. Estes valores aproximados são utilizados para avaliar o grau de severidade da contingência. Os trabalhos de Irisarri et al (1979), Ferreira e Pütgen (1987), Billinton et al (1989) e Schäfer et al (1991), por exemplo, situam-se nesta área. Por outro lado, os métodos indirectos possuem uma natureza analítica mais

acentuada pretendendo avaliar índices que permitam ordenar as contingências de acordo com o seu grau de severidade sem obter aproximações do valor de grandezas características do problema de fluxo de potências (a título de exemplo, o trabalho de Stott et al 1985 integra-se nesta área de investigação).

Os métodos de simulação de tipo Monte Carlo analisam, apenas, os estados pertencentes a uma amostra do conjunto de todos os estados em que o sistema poderá residir. Esta amostra é obtida utilizando diversas técnicas de sorteio e considerando as taxas de avaria e de reparação dos componentes e as distribuições de probabilidade que lhes estão subjacentes. O Apêndice D contém uma análise mais detalhada sobre alguns aspectos destes métodos de simulação. Este tipo de metodologias apresenta a vantagem de permitir analisar sistemas complexos de que os sistemas eléctricos de energia integrando subsistemas de produção e transporte são um exemplo. A modelização da operação sob tempo adverso, de avarias com causa comum ou manutenção programada pode ser, também, realizada de forma simples e eficiente. As desvantagens associadas à sua utilização decorrem do tempo de cálculo computacional respectivo ser elevado devido à necessidade de analisar um número significativo de estados do sistema. Por esta razão, têm sido desenvolvidas metodologias mistas que, mantendo as vantagens deste processo de simulação, integram uma componente analítica. As técnicas utilizadas para acelerar a convergência destes processos de simulação referidas, de forma mais detalhada, no Apêndice D integram-se neste âmbito.

A finalizar, diversos autores têm desenvolvido modelos destinados a integrar imprecisão no conhecimento das taxas de avaria e de reparação dos equipamentos no âmbito de metodologias de avaliação de fiabilidade de sistemas eléctricos de energia. Nesta área, Hamoud e Billinton (1982 e 1983) apresentam modelos que integram imprecisão de natureza probabilística e Miranda (1990 e 1991) apresenta metodologias para avaliar a fiabilidade de redes de distribuição de energia utilizando índices de fiabilidade representados por números imprecisos.

2.3.7. Planeamento da expansão do subsistema produtor

De uma forma tradicional, o planeamento da expansão dos sistemas eléctricos de energia, em geral, e do subsistema produtor, em particular, era realizado através da utilização de metodologias que permitiam avaliar o comportamento do sistema em face de diversas estratégias de expansão alternativas. Estas estratégias eram identificadas com base em dados associados à evolução prevista para as cargas, aos tempos de construção de novas centrais e à existência de locais disponíveis para a sua instalação. A função do planeador consistia em identificar a estratégia que, possuindo o menor custo, satisfazia diversas

restrições de carácter, nomeadamente, operacional e de fiabilidade. O planeador, integrando os seus conhecimentos e experiência e realizando estudos de fluxo de potências, de despacho económico e de avaliação da fiabilidade desempenhava nesta área um papel destacado ao fazer a síntese dos diversos resultados parcelares.

No entanto, a complexidade do problema do planeamento da expansão do subsistema produtor aumentou e o ambiente que envolve estas acções alterou-se de forma substancial pelo que se tornou necessário desenvolver novas metodologias de ajuda à decisão nesta área.

As formulações do problema de planeamento da expansão do subsistema produtor correspondem, actualmente e de forma genérica, a problemas de optimização em que se pretende identificar a estratégia mais económica de expansão que verifica um conjunto de restrições. Em geral, o atributo a otimizar é constituído pelos custos de investimento associados à instalação de novos equipamentos e pelos custos de exploração que se diluem ao longo do horizonte de planeamento. As restrições do problema podem estar associadas a valores máximos do investimento a realizar, a limites máximos do fluxo de potência nos ramos da rede de transporte associada e a restrições de fiabilidade destinadas a assegurar um nível adequado de qualidade de serviço. Estes modelos, considerando o horizonte de planeamento associado, podem integrar imprecisão no valor das cargas, na disponibilidade/indisponibilidade dos equipamentos e, também, relacionada com as afluências aos aproveitamentos hidroeléctricos nos subsistemas produtores em que esta componente é significativa. A imposição de um limite máximo para o valor da probabilidade de corte de carga constitui a restrição de fiabilidade mais frequente permitindo, também, fixar a reserva que deverá existir no sistema ao longo do período de planeamento.

Muitos modelos de planeamento da expansão do subsistema produtor representam o investimento a realizar e os custos de exploração através de valores determinísticos ou considerando, apenas, valores esperados para estas variáveis. A potência de carga prevista é, em geral, representada através de curvas de carga esperada ao longo do horizonte de planeamento. As restrições de carácter operacional podem resultar da imposição de limites máximos para a probabilidade de trânsitos de potências (considerando, em geral o modelo DC) excederem o valor máximo respectivo. Estas formulações integrando restrições de carácter probabilístico podem ser substituídas por modelos determinísticos equivalentes e ser resolvidos através de técnicas de programação linear ou não linear. Os trabalhos de Anders (1981), Sanghvi et al (1982) e Park et al (1985) integram-se neste âmbito.

Outros modelos decompõem o problema de optimização em subproblemas associados aos custos de investimento, por um lado, e aos custos de operação ao longo do

horizonte de planeamento, por outro. Neste sentido, Laughton (1982) e Pereira et al (1985) utilizam a decomposição de Benders por forma a otimizar o custo global de investimento e de exploração.

O ambiente que, em anos mais recentes, tem caracterizado a evolução do preço dos combustíveis fósseis e determinados indicadores macroeconómicos como as taxas de juro e de inflação tem influenciado, de forma significativa, os modelos de planeamento do subsistema produtor. Por outro lado, neste ambiente as previsões de carga realizadas com horizontes temporais elevados revelam-se mais difíceis de realizar pelo que a sua caracterização apenas em termos de valores esperados poderá revelar-se menos ajustada. Por estas razões, a adopção de modelos determinísticos ou considerando, apenas, valores esperados poderá produzir soluções demasiado rígidas ou menos adequadas. Neste sentido, têm sido desenvolvidas metodologias de planeamento que avaliam, de forma probabilística, o custo de produção. Estas formulações, denominadas em literatura de língua inglesa de "Probabilistic Production Costing", consideram custos, por exemplo de combustíveis fósseis, representados por distribuições de probabilidade. A resolução de problemas deste género pode ser realizada através de métodos analíticos de que os trabalhos de Booth (1972 a e b) constituem um marco significativo. Em geral este problema é tratado em conjunto com a avaliação da fiabilidade do sistema visto que as características de disponibilidade/indisponibilidade dos componentes a instalar ou já instalados influenciam, de forma directa, o custo das alternativas a avaliar. Existe um significativo número de publicações nesta área podendo referir-se, a título de exemplo, os trabalhos de Nordlund et al (1987), Conejo et al (1990) e Preston e Grady (1991). Por outro lado, Su et al (1986) avalia o custo de produção e a fiabilidade do sistema baseado no método de simulação de Monte Carlo. A aplicação prática de modelos de expansão do subsistema produtor integrando metodologias deste género encontra-se, hoje, bastante divulgada podendo referir-se, a título de exemplo, a sua utilização pela Electricité de France (Feintuch, 1983).

Por outro lado, durante a década de oitenta começaram a ser utilizados conceitos e a ser desenvolvidas metodologias no âmbito do planeamento estratégico. De acordo com os objectivos ou metas a atingir, estas metodologias pretendem identificar as estratégias e recursos associados por forma a que a sua materialização seja possível. O ambiente volátil que caracterizou as décadas de setenta e oitenta e o aparecimento e reforço de preocupações de carácter ambiental e de outra ordem conflituosas, com frequência, com objectivos de carácter puramente económico originaram uma modificação da filosofia e das metodologias de planeamento.

Nesta área são hoje tradicionais os modelos de planeamento apresentados por Merrill et al (1982) e Asperjis et al (1982) em que são analisados cenários caracterizados pelos valores de diversas variáveis e sua evolução. Nestes modelos, são integradas informações acerca de aspectos ambientais, custo de novas construções, tempo de construção de novas instalações, taxas de juro e de inflação, As diversas estratégias são avaliadas tendo em conta diversos atributos associados, por exemplo, ao custo de produção de energia, ao impacto ambiental ou financeiro, fiabilidade em termos da probabilidade de perda de carga e da energia não fornecida. Estas metodologias permitem avaliar o comportamento de diversos atributos construindo famílias de curvas de compensação ("trade off" em literatura de língua inglesa) em que se reflecte a influência que a alteração de alguns parâmetros podem originar no modelo. Nesta área, Climaco e Antunes (1990) apresentam um estudo da política de expansão de um subsistema produtor considerando metodologias da análise multiobjectivo. Neste estudo, estes autores consideram os critérios seguintes: custo de produção e impacto ambiental (a ser minimizados) e fiabilidade do sistema (a ser maximizado).

No final da década de oitenta o conceito de risco aparece associado ao processo de planeamento. Schweppe e Merril (1987) definem o risco de uma estratégia de expansão de um sistema produtor como a variação que poderá ocorrer nos atributos, isto é, nas medidas e funções que avaliam a qualidade das estratégias, devido ao conhecimento não exacto do valor de certos parâmetros ou, ainda, à dificuldade em quantificar e caracterizar algumas relações. Merril e Wood (1990) apresentam os conceitos de robustez e de exposição para caracterizar as estratégias em termos do seu grau de dependência em relação às imprecisões. Estes autores classificam uma estratégia como totalmente robusta se for adoptada qualquer que seja a concretização das variáveis e parâmetros afectados por imprecisão. Por outro lado, se uma estratégia não for completamente robusta a sua dependência das imprecisões poderá ser medida através da sua exposição. Esta quantificação do risco de uma estratégia pode ser encarada como uma medida da diferença existente entre a estratégia em causa e a que teria sido seleccionada se fosse possível prever o futuro de forma exacta.

2.3.8. Planeamento da expansão do subsistema de transporte

O planeamento da expansão de um subsistema de transporte de energia está associado à identificação de estratégias de reforço ou instalação de novos equipamentos incluindo a sua localização e realizando a calendarização dessas acções ao longo de um horizonte, em geral, longo. O seu objectivo consiste em seleccionar o plano de expansão que, apresentando uma fiabilidade adequada e satisfazendo restrições, por exemplo, de ordem operacional ou legal, esteja associado a um custo de investimento ou operação mínimo.

A realização de um estudo deste género revela-se complexa não apenas devido à dificuldade inerente à quantificação de algumas restrições como também devido à presença de imprecisão ao nível do comportamento das cargas, da disponibilidade/indisponibilidade dos equipamentos e de parâmetros macroeconómicos que permitem enquadrar o investimento a efectuar. Estas considerações justificam, mais uma vez, a adopção de estratégias de expansão flexíveis no sentido em que possam acomodar alterações ocorridas nos pressupostos dos estudos realizados. Esta complexidade justifica, de forma análoga ao referido para os subsistemas produtores, a necessidade de desenvolver metodologias integradas que possam constituir ferramentas de apoio à decisão nesta área.

Por outro lado, o problema de planeamento da expansão de um subsistema de transmissão não pode ser encarado de forma independente do planeamento do subsistema produtor já que a instalação de novos equipamentos de transporte é justificada, com frequência, pela construção de novos equipamentos produtores por forma a responder ao aumento da carga ou a aumentar a qualidade de serviço. Esta natureza integrada pode ser avaliada nos modelos apresentados por Feintuch (1983) e Pereira et al (1985).

No entanto, devido à complexidade e dimensão que o problema global assume, muitas metodologias consideram que a localização e características das unidades do subsistema produtor são já conhecidas. Neste âmbito as formulações do problema de planeamento da expansão do subsistema de transmissão podem ser classificadas em estáticas e dinâmicas. No primeiro caso integram-se metodologias que procuram identificar os equipamentos a instalar por forma a alimentar a carga que se prevê ocorrer num determinado instante futuro com um grau de fiabilidade adequado. Os modelos deste tipo são variados e, de entre eles, podem referir-se:

- metodologias que utilizam análise de sensibilidade por forma a avaliar o comportamento do sistema após a instalação de novos equipamentos. Este género de metodologias permitem, por exemplo, ordenar as estratégias de expansão avaliando a sua capacidade para diminuir ou eliminar sobrecargas nos ramos do sistema. Os trabalhos de Monticelli et al (1982), Ekwue e Cory (1984) e Karaki et al (1985) apresentam formulações deste género;

- metodologias que pretendem ordenar as estratégias de reforço considerando, de forma explícita, determinados índices que permitem avaliar a fiabilidade do sistema em termos da sua adequação. A ordenação dessas estratégias é efectuada através da realização de uma análise de sensibilidade avaliando o comportamento dos índices referidos (como, por exemplo, o valor da potência de corte de carga) em face desses reforços. Os trabalhos de Dechamps e Jamouille (1980), Sharaf e Berg (1982) e Pereira e Pinto (1985) integram-se neste âmbito;

- outras metodologias realizam a ordenação de estratégias de expansão integrando, também, elementos relacionados com o custo de investimento ou de operação. Serna et al (1978), Bennon et al (1982) e Morozowski et al (1990) apresentam formulações que integram índices deste tipo;

- Dodu e Merlin (1979) descrevem, de forma detalhada, o modelo Mexico utilizado pela Electricité de France no âmbito da realização de estudos de planeamento de subsistemas de transporte em ambiente probabilístico. Esta metodologia modeliza as potências de carga e a disponibilidade/indisponibilidade dos equipamentos utilizando conceitos probabilísticos. Através da realização de um processo de simulação de Monte Carlo é analisado um número elevado de estados do sistema caracterizados pelos equipamentos disponíveis e nível de carga. A realização, para cada estado identificado, de um estudo de despacho económico, formulado através de um modelo linear e integrando o modelo DC de fluxo de potências, permite avaliar o comportamento global do sistema obtendo estimativas do valor esperado da potência não fornecida, da probabilidade de corte de carga e da diminuição esperada que o reforço de 1.0 MW na capacidade de transmissão de linhas e transformadores origina no valor desses índices de fiabilidade. Este modelo, ao avaliar a influência que, em termos de fiabilidade, o reforço da capacidade de transmissão dos equipamentos apresenta no comportamento global do sistema constitui uma importante ferramenta de ajuda à decisão neste domínio;

- A EDP - EP (Electricidade de Portugal - Empresa Pública) dispõe do modelo Zanzibar (Bárcia e Baptista, 1982) para a realização de estudos de avaliação de fiabilidade de um sistema eléctrico de energia incluindo subsistemas produtor e de transporte. Tal como o modelo Mexico de que se pode considerar, aliás, um sucessor, este modelo adopta uma metodologia de simulação através da realização de um sorteio de tipo Monte Carlo efectuado sobre o conjunto de estados em que o sistema poderá residir. No âmbito da realização de estudos de planeamento de expansão não apenas do subsistema de transporte mas, também, produtor a implementação computacional respectiva pretende avaliar o valor esperado da potência de corte de carga e da potência de perdas na rede de transporte. Esta implementação utiliza uma amostragem por estratificação no intuito de diminuir a variância da amostra de valores da variável aleatória a estimar e, deste modo, diminuir o peso computacional associado. Para cada estado a analisar e identificado no âmbito do processo de simulação de Monte Carlo referido é resolvido um problema de fluxo de potências óptimo envolvendo um modelo linear;

- o problema estático associado ao planeamento da expansão de um sistema de transporte tem sido, também, formulado como um problema de programação inteira mista. Neste caso pretende-se minimizar o custo de investimento ou de operação sujeito a um conjunto de restrições de operação e de fiabilidade e integrando variáveis binárias associadas

à instalação ou não de certos equipamentos. Os trabalhos de Lee et al (1977), Sawey e Zinn (1977) e Seifu et al (1989) apresentam formulações deste tipo.

Diversas metodologias consideram, de forma explícita, na sua formulação um horizonte de planeamento discretizado, em geral, em subperíodos de um ano apresentando Meliopoulos et al (1982) e Berg e Sharaf (1985), por exemplo, formulações deste tipo. A utilização de modelos integrando a natureza dinâmica dos problemas pode permitir obter soluções de maior qualidade mas o esforço computacional mais elevado tem impedido a generalização de metodologias deste tipo.

A finalizar refira-se que, associadas a estas metodologias de planeamento da expansão de subsistemas de transporte, são realizados, com grande frequência, estudos de fluxo de potências e de despacho económico considerando, em geral, o modelo DC. Estas formulações podem estar incluídas, de forma explícita, nos modelos de planeamento (como ocorre com os modelos Mexico e Zanzibar referidos anteriormente) ou constituir ferramentas utilizadas, com frequência, pelo planeador em ambiente interactivo. Neste âmbito, o desenvolvimento de metodologias de fluxo de potências e de despacho económico integrando imprecisão, de que as formulações probabilísticas são apenas um exemplo, revela-se fundamental.

2.4. Resumo e conclusões

Neste capítulo foi apresentado um conjunto de conceitos associados a representações formais da imperfeição da informação e realizada uma descrição do estado do conhecimento no que respeita à integração de informação no planeamento da expansão de sistemas eléctricos de energia. Esta descrição versou temas que se revelam importantes no decorrer dessas acções de planeamento tais como a previsão de cargas, o fluxo de potências e o despacho económico, a avaliação de fiabilidade e modelos de expansão dos subsistemas produtor e de transporte de um sistema eléctrico de energia.

De uma forma genérica pode afirmar-se que os modelos apresentados integram informação de natureza determinística e probabilística que caracteriza, em diversas fases, os problemas de planeamento da expansão de sistemas eléctricos de energia. No entanto, reconhece-se, com facilidade, que diversas informações podem não se incluir em qualquer destas classes. Neste âmbito, podem ser considerados conhecimentos que possuem uma natureza vaga, fluida ou incompleta ou afirmações da linguagem natural que se torna importante formalizar e integrar nos modelos. A título de exemplo as afirmações seguintes:

- "A carga no barramento 10 será, aproximadamente, de 12 MW.";
- "O trânsito de potência activa na linha 5 será cerca de 10 MW.";
- "O diagrama da carga ligada ao barramento 6 é de tipo industrial";

são claramente não determinísticas. Não são, também, classificadas como probabilísticas dado que os conhecimentos que integram podem não estar associados a uma natureza aleatória e repetitiva. Afirmações como estas podem estar associadas à natureza vaga de algumas proposições ou termos da linguagem natural (tais como aproximadamente, cerca de ou tipo) reflectindo os conhecimentos e experiência de peritos em diversas áreas. Noutras situações, a caracterização imprecisa pode resultar de não ser possível construir distribuições de probabilidade visto que a frequência de ocorrência associada a certos fenómenos pode ser muito baixa pelo que não se dispõe de uma amostra possuindo cardinalidade suficiente. A finalizar, a caracterização do ambiente de planeamento realizada em 2.3.2 permite verificar que se trata de uma actividade possuindo um grau de complexidade elevado e que pode sofrer a influência de muitos factores e acontecimentos podendo alguns deles ser caracterizados pela sua natureza possível mas improvável. Este facto aconselha a adopção de alguma flexibilidade a este nível por forma a garantir uma maior estabilidade das conclusões dos estudos. Por estas razões, torna-se importante integrar estes conhecimentos nos estudos de planeamento utilizando conceitos que captem e formalizem, de forma adequada, a natureza vaga e fluida inerente a muitas actividades humanas.

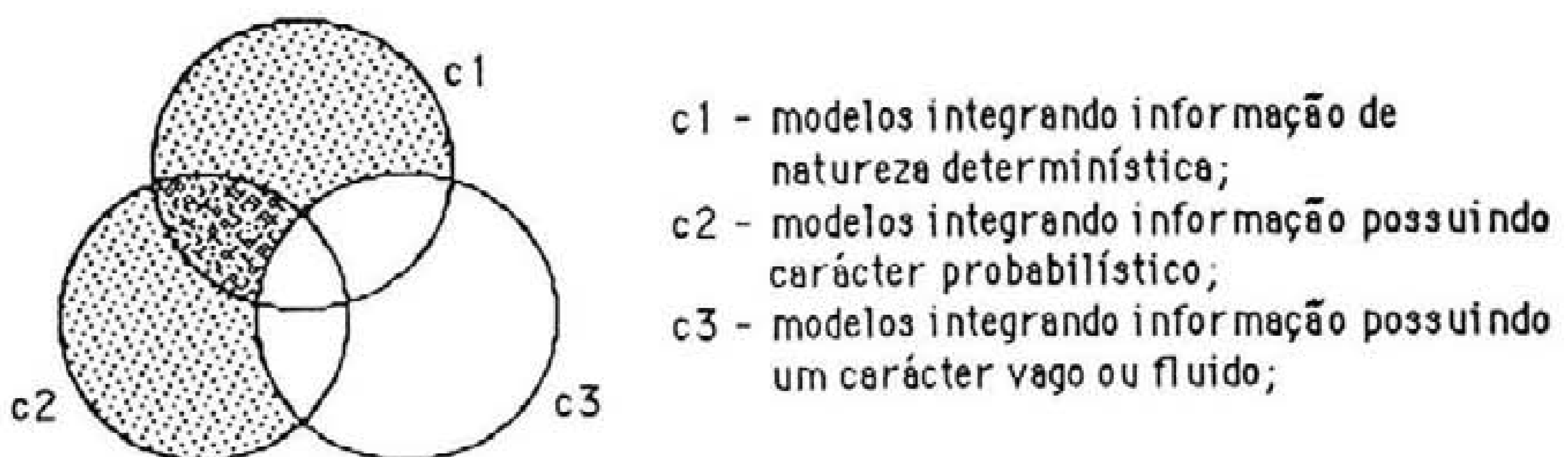


Fig. 2.4 - Representação genérica de modelos de planeamento da expansão de sistemas eléctricos de energia considerando o tipo de informação que integram.

A análise bibliográfica realizada permite concluir que, em diversas áreas do planeamento da expansão de sistemas eléctricos de energia, não se dispõe, actualmente, de metodologias e algoritmos que permitam integrar informação possuindo um carácter vago ou incompleto. Foi identificado, deste modo, um importante tema de investigação no âmbito do qual se procurará desenvolver metodologias integrando informação possuindo as

características referidas e, quando tal se revelar adequado, considerando, também, informação de natureza determinística ou probabilística. Procurar-se-á, desta forma, cobrir a área associada ao círculo designado por c_3 e, portanto, as suas intersecções com os círculos c_1 e c_2 representados no figura 2.4. A teoria dos conjuntos imprecisos fornece uma base teórica adequada à formalização destes conhecimentos sendo utilizada, de forma intensa, no decorrer deste trabalho.

CAPÍTULO 3

**Modelização de potências produzidas e de carga
e interface linguística**

Capítulo 3

Modelização de potências produzidas e de carga e interface linguística

3.1. Introdução

A imprecisão associada à natureza vaga ou fluida de certos conceitos ou proposições da linguagem natural ou devida ao conhecimento incompleto de certos fenómenos pode ser integrada em estudos de planeamento de sistemas eléctricos de energia utilizando conjuntos imprecisos. Este é um objectivo genérico que exige, desde logo, a conceptualização de modelos de potências produzidas e de carga utilizando este tipo de conjuntos.

Por outro lado, o processo de comunicação entre o utilizador e a aplicação computacional será favorecido e facilitado se se dispuser de uma interface linguística que permita diminuir a distância cognitiva existente, com frequência, entre as declarações linguísticas do utilizador e os modelos utilizados pela aplicação computacional. Neste sentido, torna-se importante desenvolver interfaces que, facilitando esse processo de comunicação, não forcem o utilizador a adaptar-se às exigências da aplicação computacional.

Neste capítulo serão apresentados diversos modelos de potências produzidas e de carga utilizando conjuntos imprecisos e será descrita uma interface linguística que poderá facilitar a comunicação entre o utilizador e a aplicação computacional. Deve referir-se, no entanto, que o desenvolvimento e implementação de uma interface linguística deste tipo não constitui o tema central do trabalho de investigação que deu origem a esta dissertação. Não se desconhecendo a existência de ramos da ciência que se dedicam, em particular, à abordagem destas questões, considerou-se, todavia, que a descrição de uma interface linguística utilizando conjuntos imprecisos se justificava por forma a realçar o papel que uma ferramenta deste género poderá desempenhar no âmbito de sistemas de apoio à decisão, por uma lado, e a conferir um carácter mais completo a este trabalho, por outro.

3.2. Modelos de potências produzidas e de carga

A modelização de potências produzidas e de carga pode ser encarada como uma etapa inicial necessária à integração de conhecimentos não formais em diversos tipos de

estudos de que os associados à resolução do problema de fluxo de potências e de despacho económico são exemplos.

Na figura 3.1 é apresentado um modelo genérico de uma potência produzida ou de carga utilizando conjuntos imprecisos. De acordo com esta figura, existe um núcleo central de pontos do plano PQ que possuem um grau de pertença elevado, isto é, o seu grau de conformidade ou compatibilidade com o conceito que pretendem traduzir é significativo. À medida que são considerados pontos do plano referido mais afastados deste núcleo central esse grau de compatibilidade ou conformidade diminui até serem atingidos pontos que se considera não constituírem representações do conceito a traduzir por este modelo. Neste sentido, as curvas representadas nessa figura podem corresponder, no plano PQ, a cortes de nível α de um conjunto impreciso.

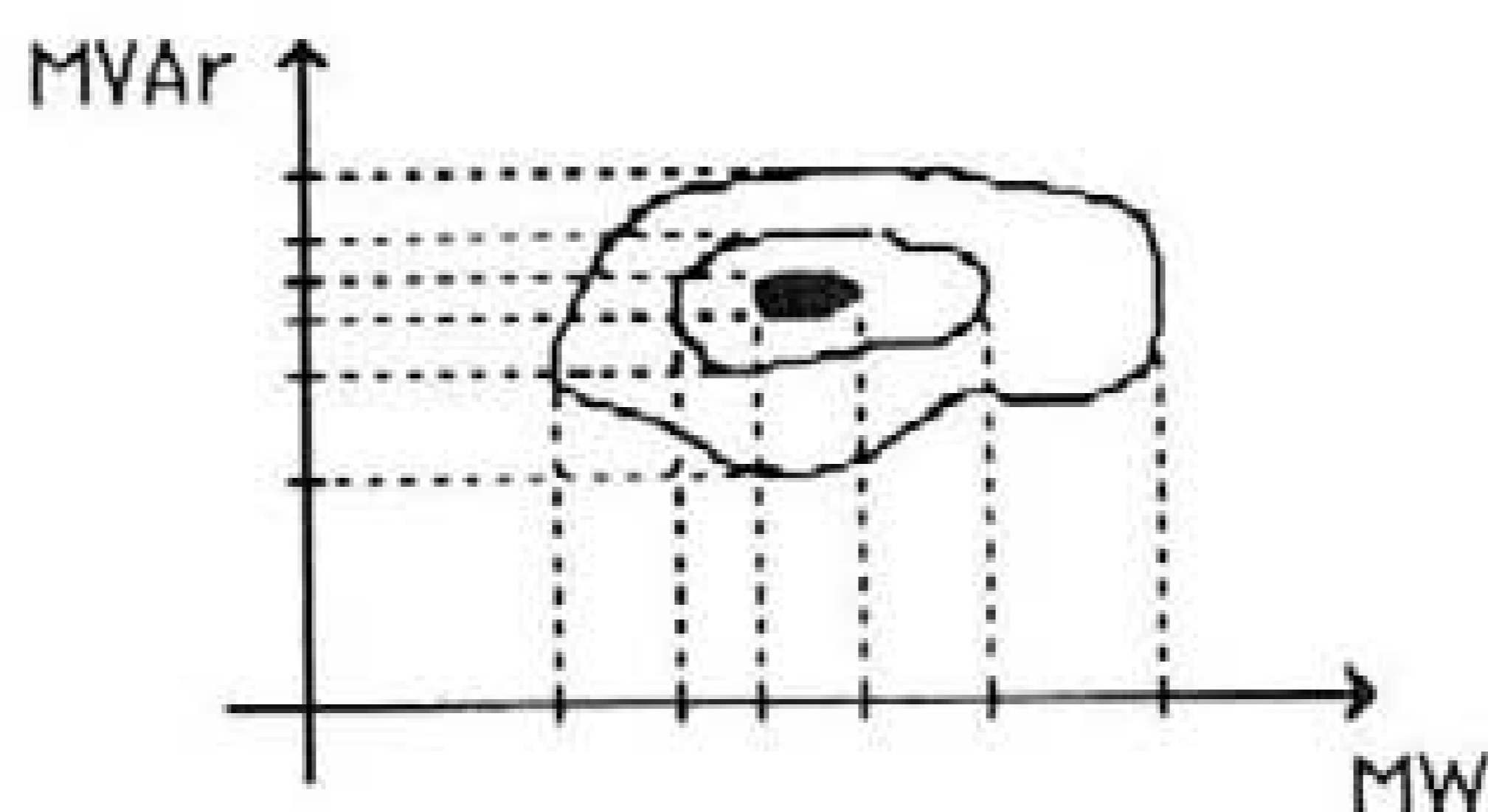
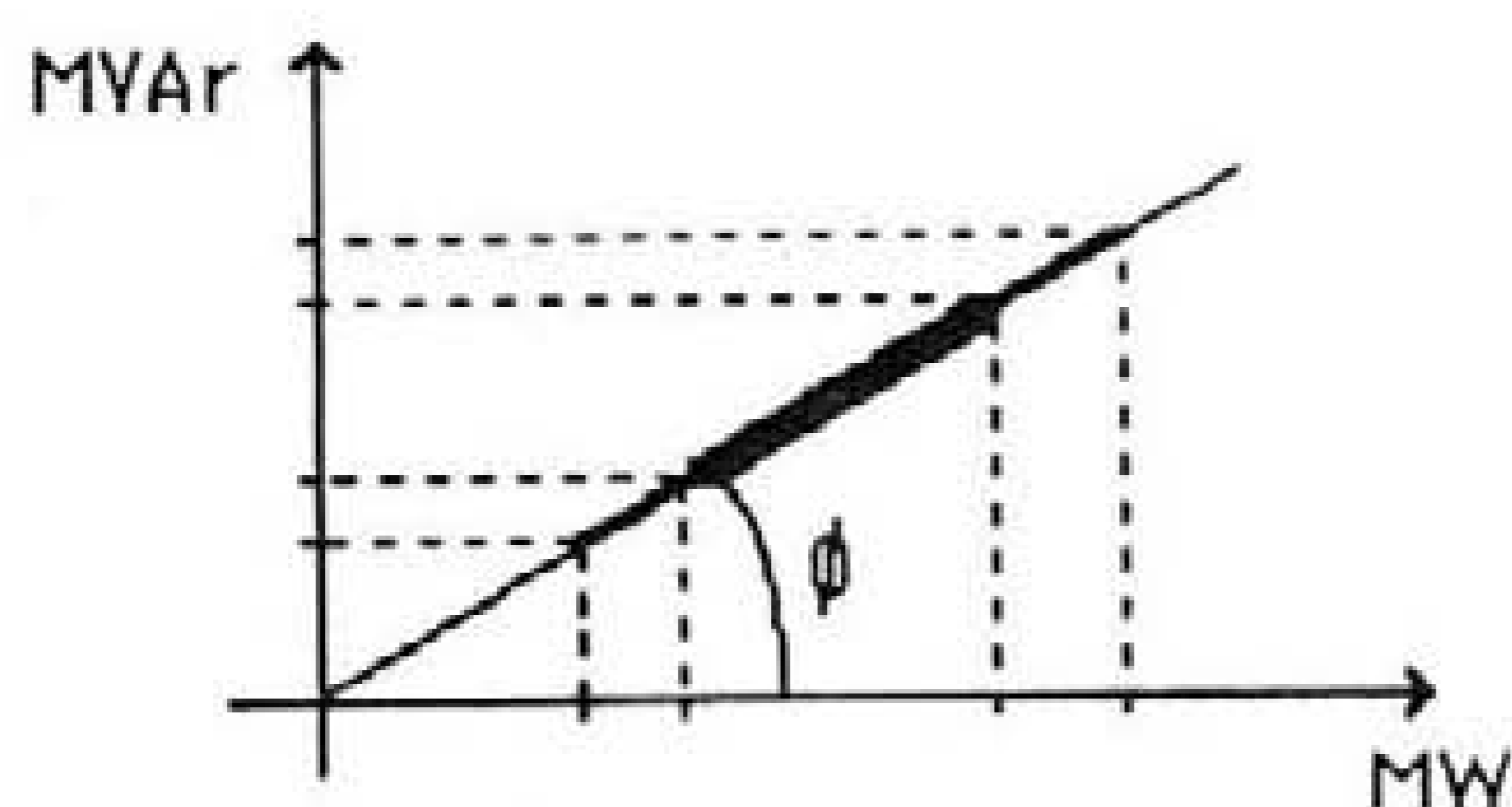
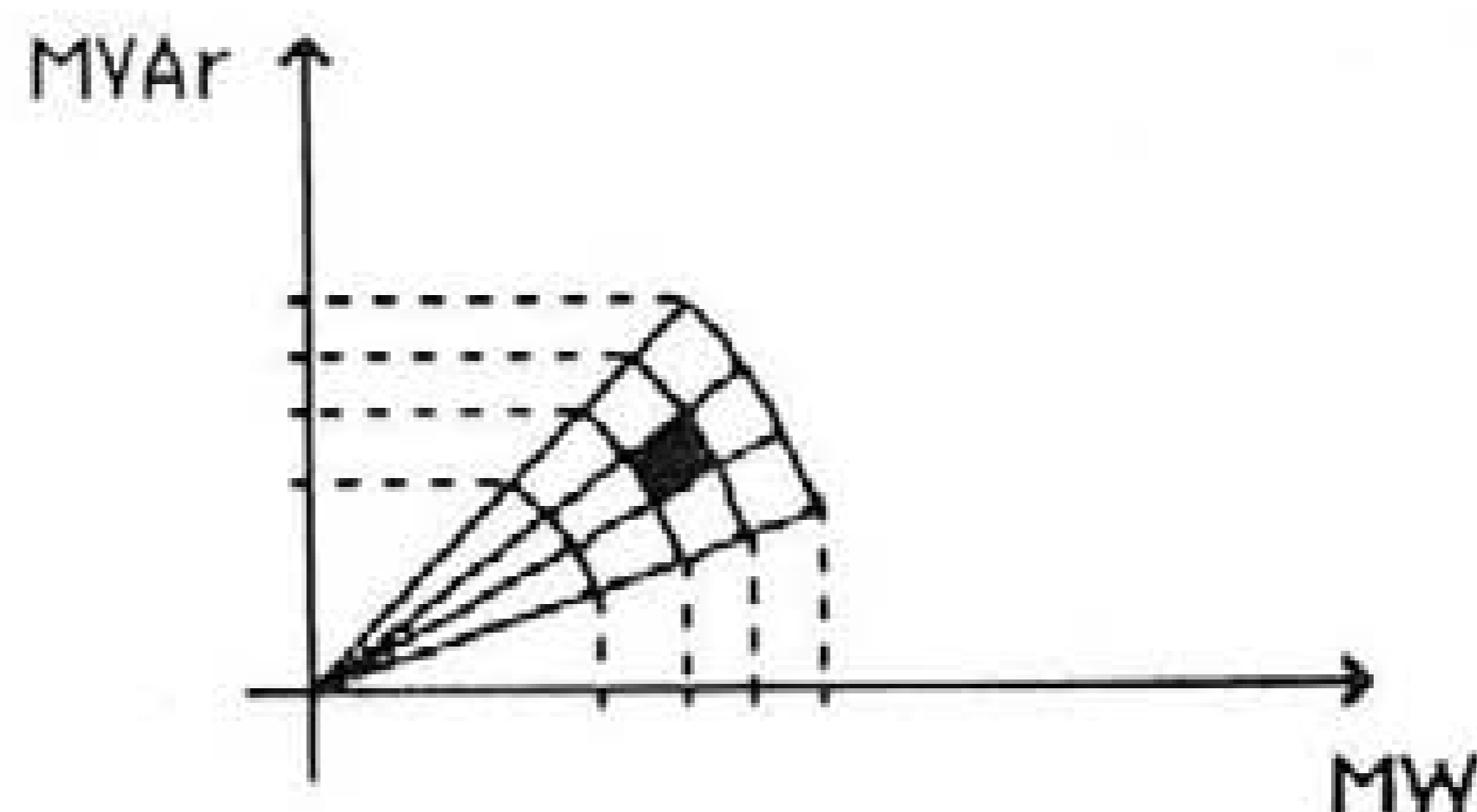
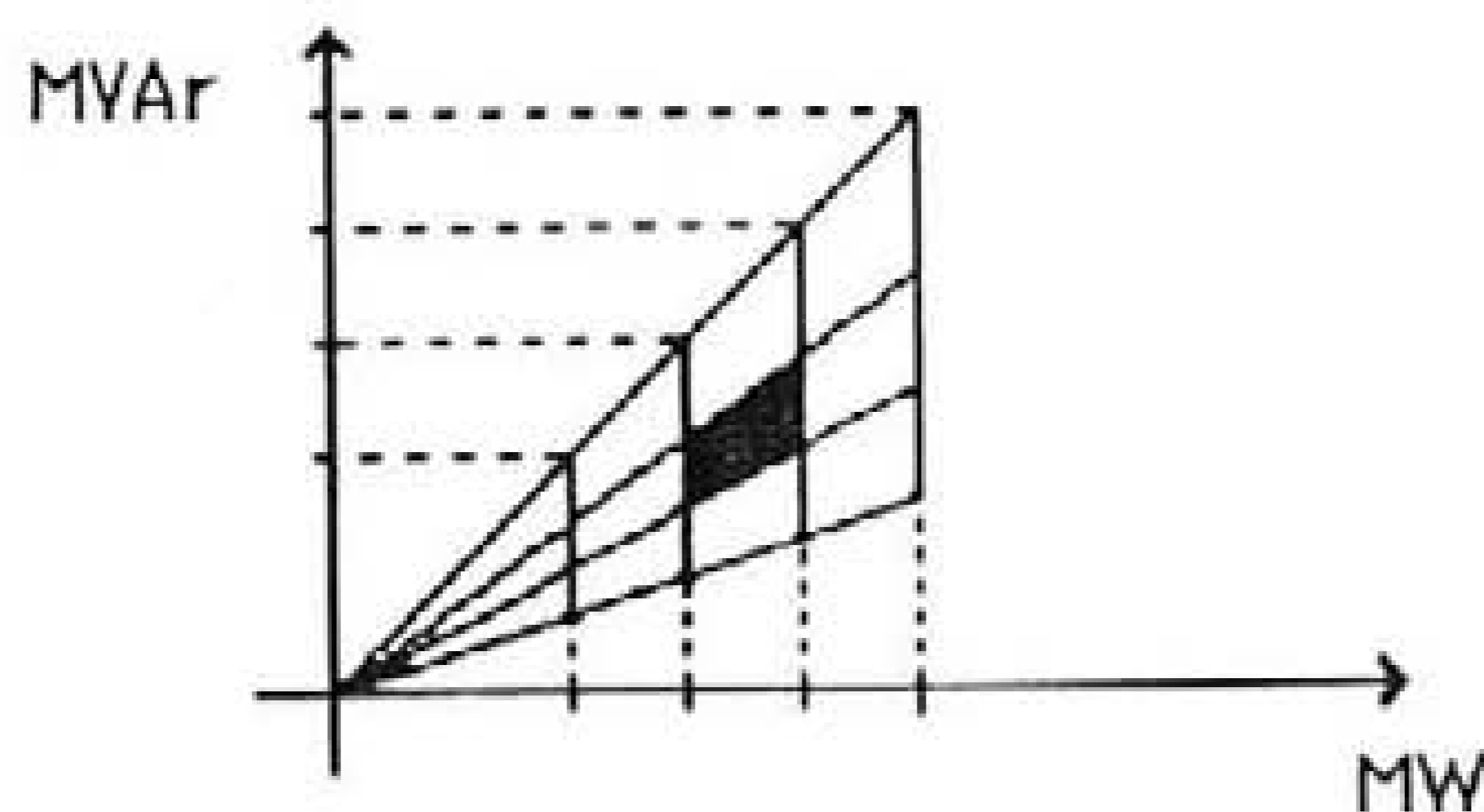
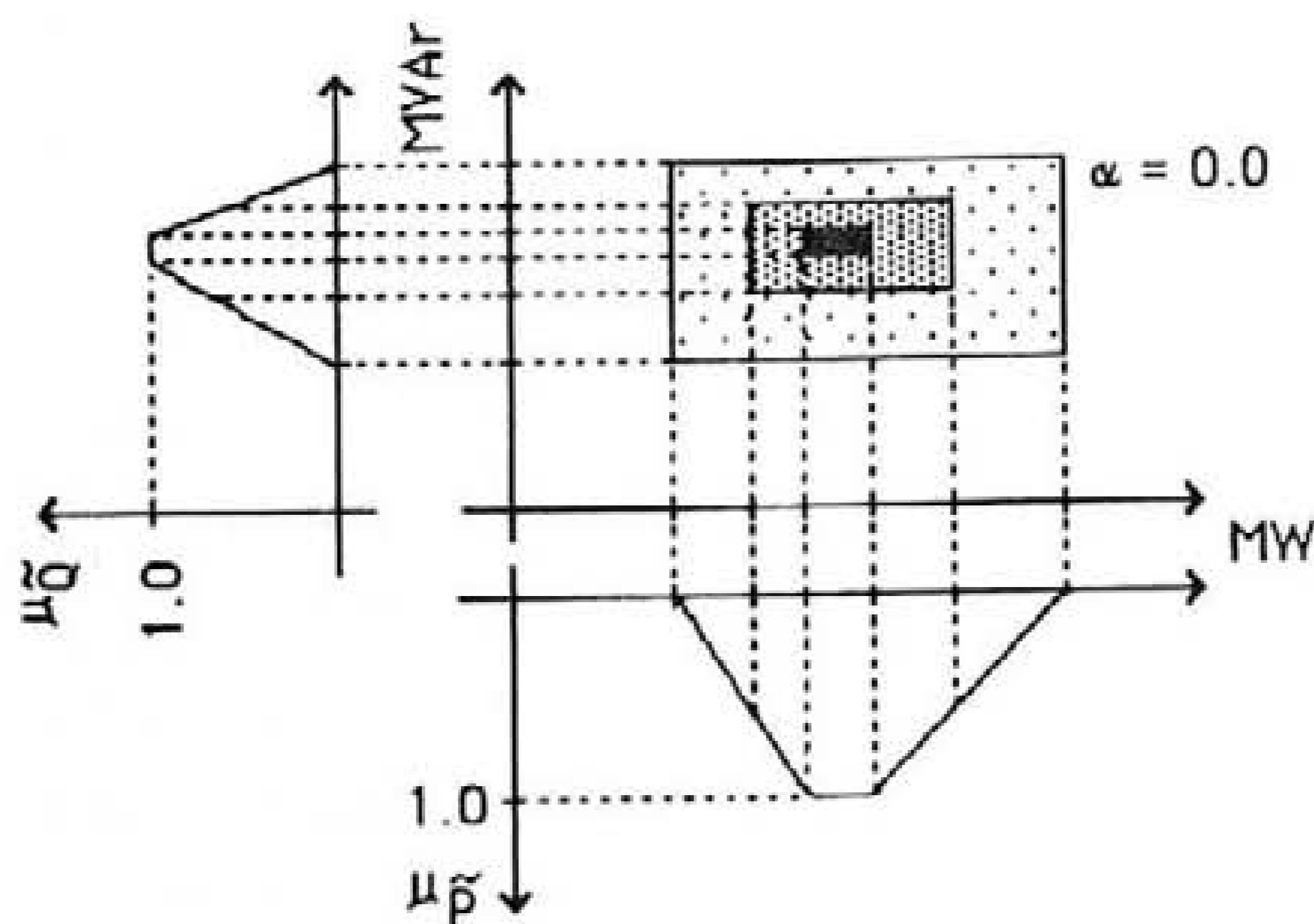


Fig. 3.1. - Modelo genérico de uma potência produzida ou de carga.

Este modelo genérico não se revela adequado para representar, em termos computacionais, uma potência produzida ou de carga. Esta situação deriva, por um lado, do facto de as linhas de nível representadas nessa figura serem dificilmente reproduzidas num ambiente de cálculo computacional. Por outro, as variáveis \tilde{P} e \tilde{Q} são, neste caso, interactivas no sentido em que a função de pertença conjunta não pode ser reconstruída realizando o produto cartesiano das funções de pertença marginais ou projecções de \tilde{P} e \tilde{Q} . A integração desta interacção ou acoplamento revela-se difícil de realizar atendendo ao maior número de relações que seria necessário incluir nos modelos matemáticos para a descrever de forma adequada.

Nas figuras 3.2 a 3.4 estão representados outros modelos de potências produzidas e de carga utilizando conjuntos imprecisos. Os modelos correspondentes às figuras 3.2 e 3.3 são do tipo potência aparente/fase considerando-se no primeiro deles que a fase é representada por um número determinístico e, no segundo, que está associada a um conjunto impreciso. O modelo apresentado na figura 3.4 utiliza conjuntos imprecisos para descrever a potência activa e o cosseno do ângulo associado a essa potência. Estes três modelos,

considerando as distribuições marginais das potências activa e reactiva, são interactivos. Por outro lado, o modelo $\tilde{S}e^{j\phi}$ ao assumir um valor determinístico para a fase revela-se um caso particular do modelo correspondente à figura 3.3. O modelo $\tilde{P}, \tilde{\cos\phi}$ é, em geral, o que mais se aproxima das declarações produzidas por um engenheiro mas a sua adopção exigiria o recurso frequente ao Princípio da Extensão (referido no ponto 6 do Apêndice A) por forma a calcular funções sinusoidais e suas inversas possuindo conjuntos imprecisos como argumento. O peso computacional que a adopção deste modelo originaria em diversos estudos seria, por esta razão, acrescido.

Fig. 3.2 - Modelo $\tilde{S}e^{j\phi}$.Fig. 3.3 - Modelo $\tilde{S}e^{j\phi}$.Fig. 3.4 - Modelo $\tilde{P}, \tilde{\cos\phi}$.Fig. 3.5 - Modelo $\tilde{P}+j\tilde{Q}$.

A finalizar, na figura 3.5 é apresentado um modelo não interactivo em que o conhecimento impreciso do valor das potências activa e reactiva é representado através de números imprecisos trapezoidais. De forma análoga ao referido em relação ao modelo da figura 3.1, existe um núcleo central constituído por pontos associados a um grau de pertença elevado. O valor desse grau de pertença diminui até se atingir o valor correspondente ao corte de nível 0.0 assinalado na figura. O carácter não interactivo desta representação permite construir, se necessário, a função de pertença conjunta sendo conhecidas as funções de pertença marginais ou projecções de \tilde{P} e \tilde{Q} . Estes aspectos, associados ao facto de se dispôr de expressões que permitem, de forma rápida, realizar operações aritméticas associadas a números imprecisos trapezoidais (apresentadas no ponto 9 do Apêndice A) tornam esta representação atractiva. Por estas razões, este modelo será adoptado, no decorrer deste trabalho, para representar o carácter vago ou fluido associado ao conhecimento do valor de potências produzidas ou de carga.

3.3. Desenvolvimento de uma interface linguística

3.3.1. Considerações gerais

O desenvolvimento e implementação de uma interface linguística tendo por objectivo facilitar e tornar mais eficiente o processo de comunicação entre o utilizador e as aplicações computacionais revela-se importante. Este objectivo é particularmente relevante em estudos de planeamento da expansão de um sistema eléctrico de energia se se pretender incorporar conhecimentos expressos de forma qualitativa através de proposições da linguagem natural. A interface a desenvolver deverá promover a aproximação entre o utilizador e a aplicação computacional devendo esta adoptar conceitos e formalizações adequadas. Desta forma, procura-se evitar que o utilizador tenha de se adaptar às exigências da aplicação computacional tentando diminuir, deste modo, as distorsões (referidas em 2.2.3) originadas por sucessivas transformações cognitivas.

A necessidade de desenvolvimento de interfaces possuindo estas características genéricas coloca-se não apenas na fase de especificação de dados (por exemplo, potências produzidas e de carga) mas também na apresentação de resultados. Com efeito, a apreensão de resultados e dos comportamentos mais significativos que podem caracterizar um sistema ou uma alternativa num processo de planeamento podem ser dificultados se a aplicação computacional se limitar a debitar grandes quantidades de resultados sem os sujeitar a qualquer espécie de tratamento. A adopção de conjuntos imprecisos permite dar um passo significativo por forma a diminuir estes inconvenientes considerando a integração e sistematização de informação que é realizada. Deste modo, uma interface linguística adequada

deveria possuir capacidade para traduzir não só proposições da linguagem natural em conjuntos imprecisos mas também realizar, de alguma forma, a operação contrária.

A forma mais simples de especificar o valor de potências produzidas ou de carga consiste em construir números imprecisos, de forma directa, a partir de proposições da linguagem natural. Consideremos, sem perda de generalidade, a especificação de uma potência de carga. O planeador deverá declarar um intervalo $[Pc_2, Pc_3]$ em que considera que a potência de carga poderá ocorrer com elevada possibilidade e valores Pc_1 e Pc_4 abaixo e acima dos quais estima que essa potência não ocorrerá. Os valores pertencentes ao intervalo $]Pc_1, Pc_2[\cup]Pc_3, Pc_4[$ são considerados concretizações possíveis dessa potência possuindo, todavia, grau de pertença inferior ao dos valores do intervalo $[Pc_2, Pc_3]$. Estas condições podem ser traduzidas pelo número impreciso trapezoidal representado na figura 3.6.

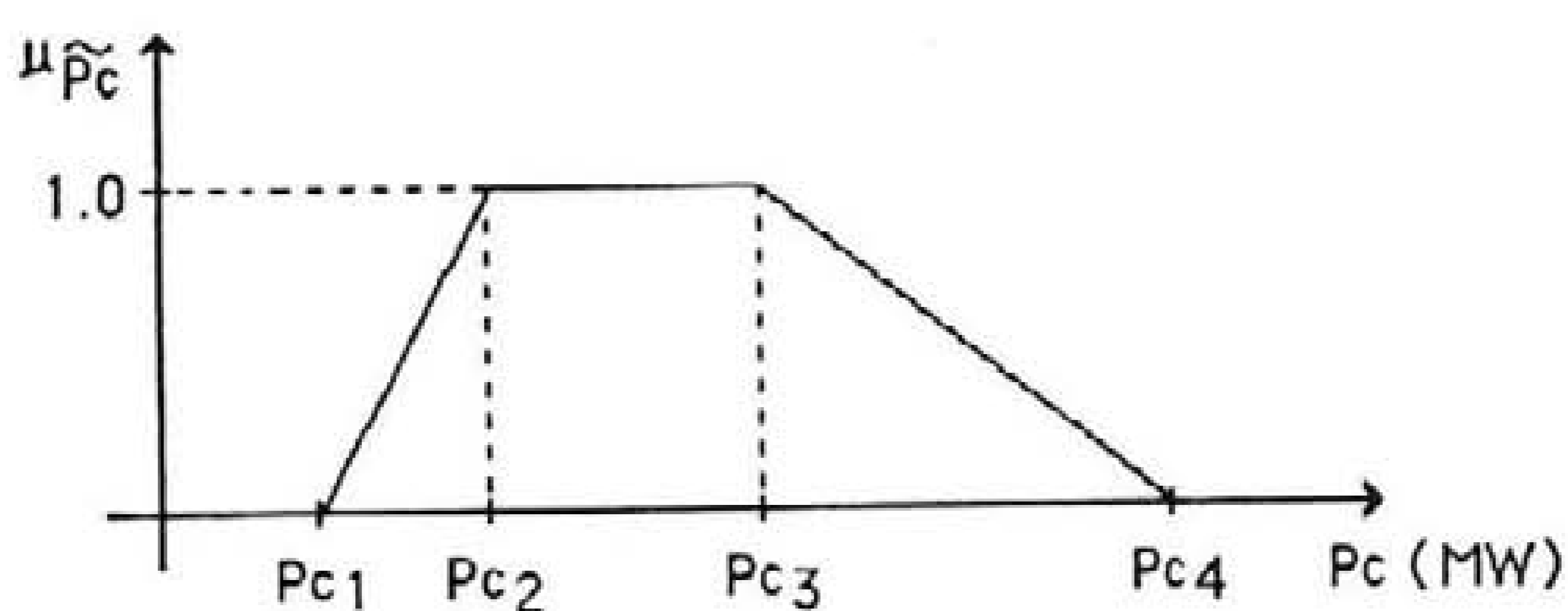


Fig. 3.6 - Potência de carga representada por um número impreciso trapezoidal.

Esta representação pode ser considerada como a tradução de uma proposição da linguagem natural do tipo:

"A potência de carga poderá ocorrer entre Pc_1 e Pc_4 mas a possibilidade de ocorrência entre Pc_2 e Pc_3 é mais elevada:

A especificação de valores de potências produzidas e de carga poderá ser, também, realizada através da especificação de uma imprecisão base e da selecção de um modificador linguístico. Será apresentada, em seguida, uma interface linguística que, utilizando conjuntos imprecisos e estes conceitos, constitui uma abordagem possível a este problema.

3.3.2. Comunicação no sentido utilizador -> aplicação

Descreve-se, em seguida, uma interface linguística que permite tornar mais eficiente a comunicação homem-máquina traduzindo informações expressas sob a forma de

proposições da linguagem natural para números imprecisos trapezoidais. A imprecisão de uma potência, por exemplo activa, produzida ou de carga pode ser caracterizada por:

- um valor que se admite possuir grau de pertença 1.0 (P_b);
- margens de variação à direita e à esquerda que poderão ser diferentes entre si.

O utilizador deverá especificar estes elementos podendo ser considerados, no entanto, valores de defeito para as margens de variação referidas (por exemplo de 10%) se estas não forem especificadas.

Estes elementos permitem construir o número impreciso triangular representado na figura 3.7 correspondente a uma imprecisão base a que se pode associar a etiqueta linguística "imprecisão de P_b MW".

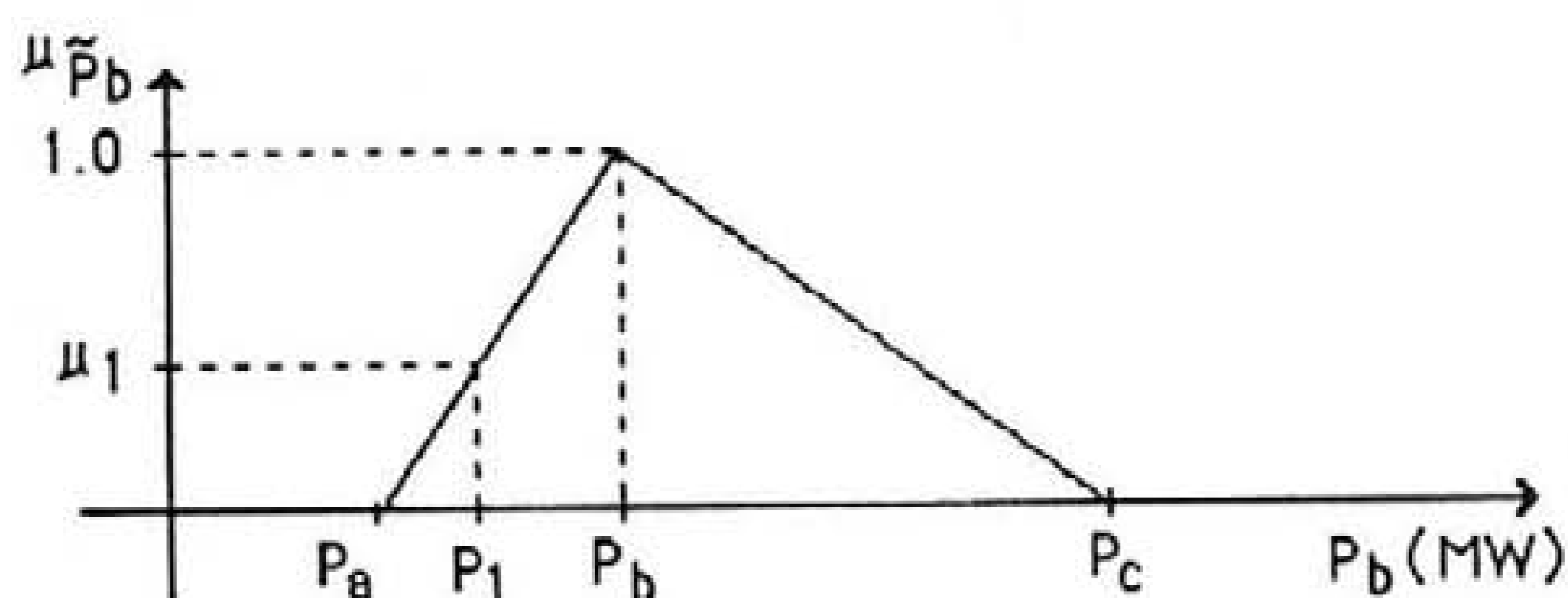


Fig. 3.7 - Imprecisão base representada por um número impreciso triangular.

A imprecisão base poderá ser alterada através da especificação, pelo utilizador, de um modificador linguístico, por exemplo, de entre os representados na figura 3.8.

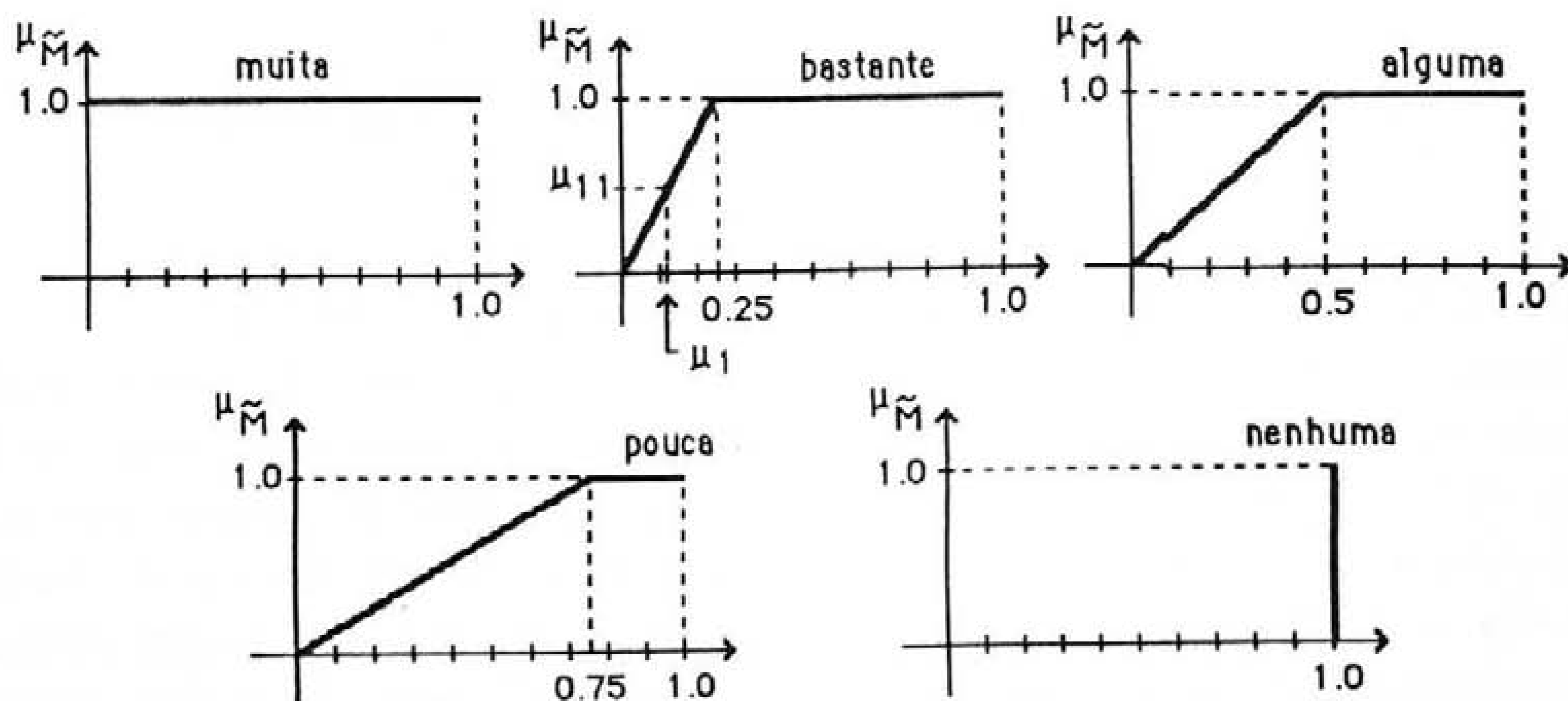


Fig. 3.8 - Conjuntos imprecisos associados aos modificadores linguísticos.

Se, a título de exemplo, for seleccionado o modificador "bastante", a potência produzida ou de carga deverá ser representada por um conjunto impreciso associado à etiqueta linguística "bastante imprecisão".

O conjunto impreciso associado a uma etiqueta deste género será obtido, de acordo com a expressão 3.1, através da composição dos conjuntos associados à imprecisão base e ao modificador seleccionado. Nesta expressão \tilde{M} , \tilde{P}_b e \tilde{G} representam respectivamente, os conjuntos imprecisos associados ao modificador linguístico e às imprecisões base e composta.

$$\tilde{G}(\tilde{P}_b) = \tilde{M} \circ \tilde{P}_b \quad (3.1)$$

Exemplificando, o grau de pertença associado ao valor P_1 representado na figura 3.9 será obtido considerando que este valor possui, no conjunto impreciso associado à imprecisão base (figura 3.7), o grau de pertença μ_1 . Por outro lado, o valor μ_1 possui um grau de pertença μ_{11} em relação ao conjunto impreciso associado ao modificador linguístico seleccionado (neste caso o modificador bastante). Desta forma, o par ordenado (P_1, μ_{11}) integrará o conjunto impreciso associado à imprecisão composta. Procedendo de forma análoga para outros valores do conjunto suporte da imprecisão base, obtém-se o número impreciso trapezoidal associado à imprecisão composta representado na figura 3.9.

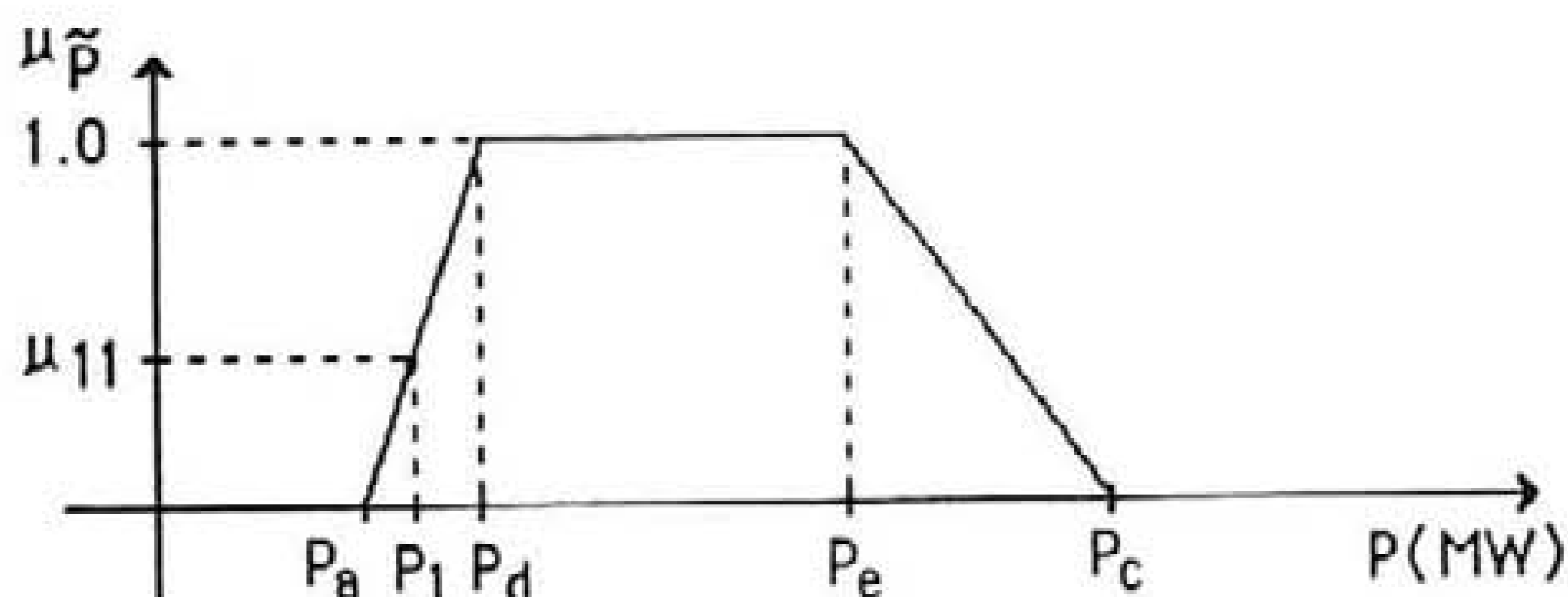


Fig. 3.9 - Número impreciso trapezoidal representando a imprecisão composta.

O conjunto de modificadores linguísticos adoptados não é único existindo na literatura descrições de outros modificadores que têm sido utilizados noutras aplicações. Neste caso, foi adoptado o conjunto de modificadores referido visto que o carácter linear assumido pelas suas funções de pertinência entre os pontos possuindo grau de pertinência 0.0 e 1.0 assegura que o resultado da sua composição com um número impreciso triangular seja um número impreciso trapezoidal. A existência de expressões que permitem realizar de forma rápida o cálculo de operações aritméticas envolvendo números deste tipo (apresentadas no ponto 9 do Apêndice A) justifica esta opção.

3.3.3. Comunicação no sentido aplicação -> utilizador

As preocupações expressas em 3.3.1. quanto à necessidade de tornar mais humana e eficiente a comunicação no sentido utilizador-aplicação colocam-se, também, na fase de apresentação de resultados. Em seguida, será descrita uma interface que, pretendendo facilitar a comunicação entre a aplicação computacional e o utilizador, permite traduzir conhecimentos expressos sob a forma de números imprecisos trapezoidais em proposições da linguagem natural.

A interface linguística a implementar pretende descrever a imprecisão associada ao número impreciso trapezoidal (3.2) através de uma imprecisão base e de modificadores linguísticos realizando uma operação que poderá ser interpretada como inversa da descrita em 3.3.2. De uma forma genérica, este objectivo poderá ser conseguido interpretando o número impreciso (3.2), associado, por exemplo, a um trânsito de potência activa num ramo de um sistema eléctrico de energia, como uma imprecisão composta e associando-lhe, em seguida, uma imprecisão base. Desta forma, será possível identificar o modificador linguístico que, uma vez efectuada a sua composição com a imprecisão base, permite obter o conjunto impreciso (3.2). O modificador obtido não coincidirá, em geral, com nenhum dos apresentados em 3.3.2. A utilização de técnicas de classificação imprecisa permitirá identificar, de entre os cinco modificadores apresentados em 3.3.2, os que possuem características mais próximas do modificador obtido.

$$\tilde{P} = (P_1; P_2; P_3; P_4) \quad (3.2)$$

O número impreciso triangular associado à imprecisão base pode ser obtido considerando que:

- o valor central do número impreciso triangular associado à imprecisão base corresponde ao valor central do número impreciso (3.2), isto é, ao valor médio do corte de nível 1.0 do número impreciso trapezoidal associado à imprecisão composta;

- os cortes de nível 0.0 das funções de pertença da imprecisão base e do número impreciso associado à imprecisão composta são iguais.

Desta forma, é possível obter o número impreciso triangular (3.3).

$$\tilde{P}_b = (P_1 ; (P_2+P_3)/2 ; P_4) \quad (3.3)$$

Após obter este número impreciso triangular é possível caracterizar um novo modificador linguístico por forma a que a sua composição com a imprecisão base (3.3) permita obter o número impreciso trapezoidal (3.2). O novo modificador linguístico será caracterizado pelo segmento ligando os pontos possuindo graus de pertença 0.0 e 1.0 da sua função de pertença. Sejam μ_1 e μ_2 as abcissas destes pontos. O processo de identificação destas abcissas é apresentado, de forma esquemática, na figura 3.10. De uma forma sucinta:

- o valor de μ_1 é nulo dado que os cortes de nível 0.0 da função de pertença dos números imprecisos associados à imprecisão base e composta são iguais;

- o valor de μ_2 corresponde ao grau de pertença de P_2 obtido na função de pertença da imprecisão base. Por outro lado, o grau de pertença de μ_2 no conjunto impreciso do novo modificador linguístico é 1.0. Procedendo deste modo, fica garantido que o par ordenado $(P_2, 1.0)$ integraria o número impreciso associado à imprecisão composta se fosse realizada a composição da imprecisão base (3.3) com o novo modificador linguístico.

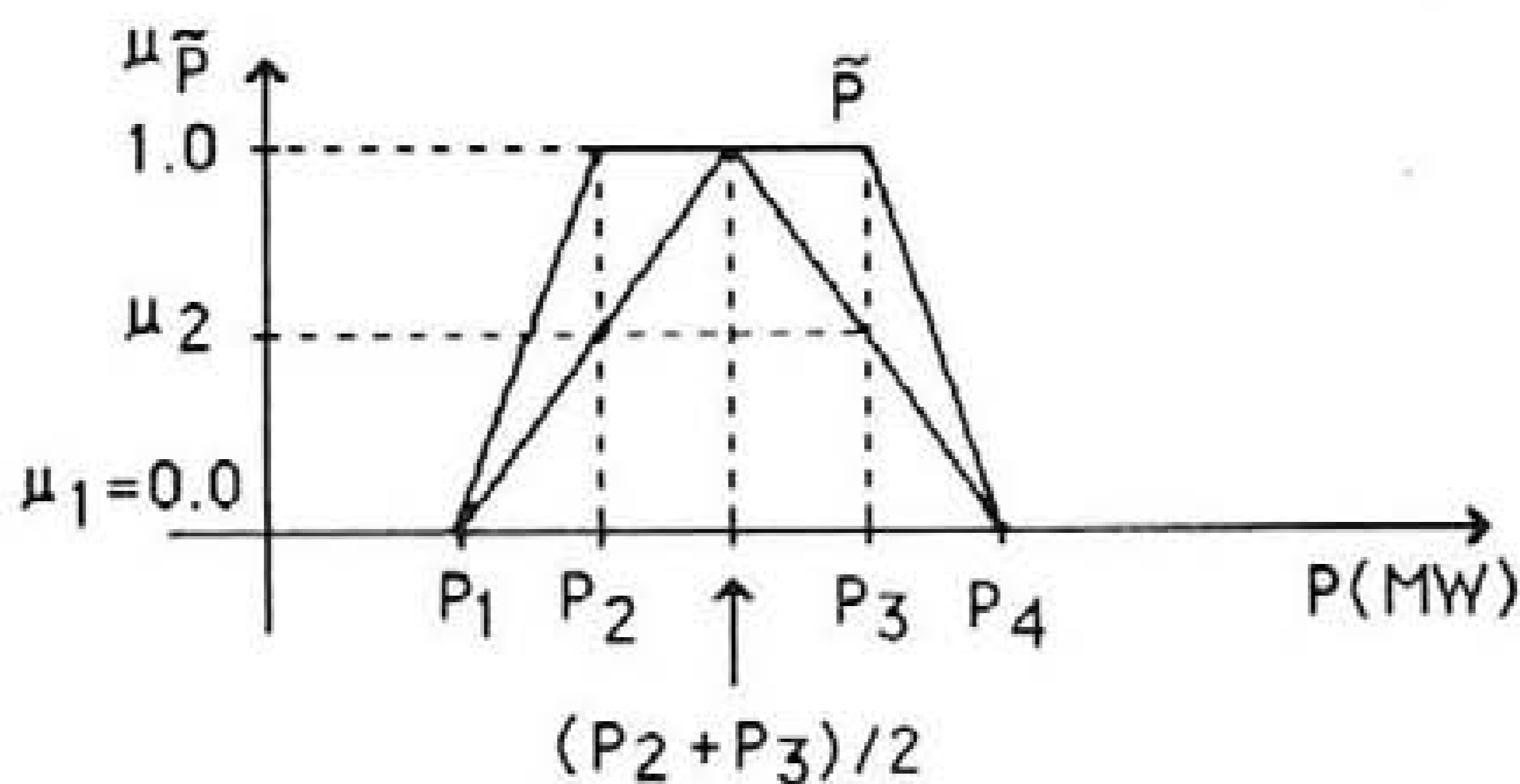


Fig. 3.10 - Processo de construção do novo modificador linguístico.

A realização da classificação imprecisa do modificador obtido exige a caracterização dos modificadores linguísticos apresentados em 3.3.2. Estes modificadores linguísticos podem ser caracterizados, de forma unívoca, por um par ordenado de valores lidos no eixo das abcissas das representações gráficas das suas funções de pertença (figura 3.8) e que correspondem aos pontos extremos do segmento que efectua a transição entre os valores possuindo grau de pertença 0.0 e 1.0. Obtêm-se, assim, os pares ordenados:

- | | | |
|--------------------------|---|-------------|
| - modificador "muita " | - | (0.0;0.0); |
| - modificador "bastante" | - | (0.0;0.25); |
| - modificador "alguma" | - | (0.0;0.5); |
| - modificador "pouca" | - | (0.0;0.75); |
| - modificador "nenhuma" | - | (1.0;1.0); |

Torna-se, agora, possível obter os graus de compatibilidade do par ordenado (μ_1, μ_2) , que caracteriza o novo modificador identificado, em relação aos pares associados aos cinco modificadores iniciais. Estes graus de compatibilidade podem ser calculados utilizando a expressão (3.4), apresentada por Bezdeck (1981), no âmbito de metodologias de classificação imprecisa.

$$\mu_{\tilde{M}_i, \tilde{M}_k} = \left[\sum_{j=1}^5 (d_{ik}/d_{jk})^2 \right]^{-1} \quad (3.4)$$

Nesta expressão:

- $\mu_{\tilde{M}_i, \tilde{M}_k}$ - grau de compatibilidade do par ordenado correspondente ao modificador \tilde{M}_k a classificar com o par ordenado associado ao modificador \tilde{M}_i ;
- d_{jk} - distância (obtida utilizando, por exemplo, a métrica euclideana) entre os pares ordenados associados aos modificadores \tilde{M}_j e \tilde{M}_k .

O modificador, de entre os apresentados na figura 3.8, possuindo um grau de compatibilidade mais elevado em relação ao modificador a classificar será utilizado, em geral, para descrever a função de pertença (3.2). No entanto, essa função de pertença poderá não ser descrita de forma adequada através de um único modificador. Esta situação poderá ocorrer quando o segmento que efectua a transição dos pontos possuindo grau de pertença 0.0 e 1.0 do modificador a classificar se situar numa posição intermédia em relação ao segmento da função de pertença dos dois modificadores, de entre os representados na figura 3.8, que lhe são adjacentes. Nesta situação, os graus de compatibilidade do modificador a classificar em relação aos dois modificadores adjacentes serão elevados pelo que, nestes casos e a título de exemplo, a função de pertença (3.2) poderia ser traduzida por uma proposição do género:

- Valor central $(P_2+P_3)/2$ com pouca a alguma imprecisão no intervalo P_1 a P_4 .";

Refira-se, a finalizar, que a utilização desta interface de comunicação entre a aplicação computacional e o utilizador pressupõe que os cortes de nível α do número impreciso trapezoidal associado à imprecisão composta são simétricos em relação ao valor central respectivo.

Se o número impreciso associado à imprecisão composta não verificar a condição anterior verifica-se que, em geral, os ramos esquerdo e direito desse número impreciso não poderão ser obtidos a partir da composição da imprecisão base com um mesmo modificador linguístico. De acordo com a figura 3.11, a adopção de uma imprecisão base não simétrica em relação ao valor central origina que os modificadores que permitem obter os ramos esquerdo e direito da imprecisão composta sejam diferentes. Em relação ao exemplo apresentado nesta figura, os valores de μ_{1d} e μ_{1e} são iguais mas os valores de μ_{2d} e μ_{2e} são diferentes.

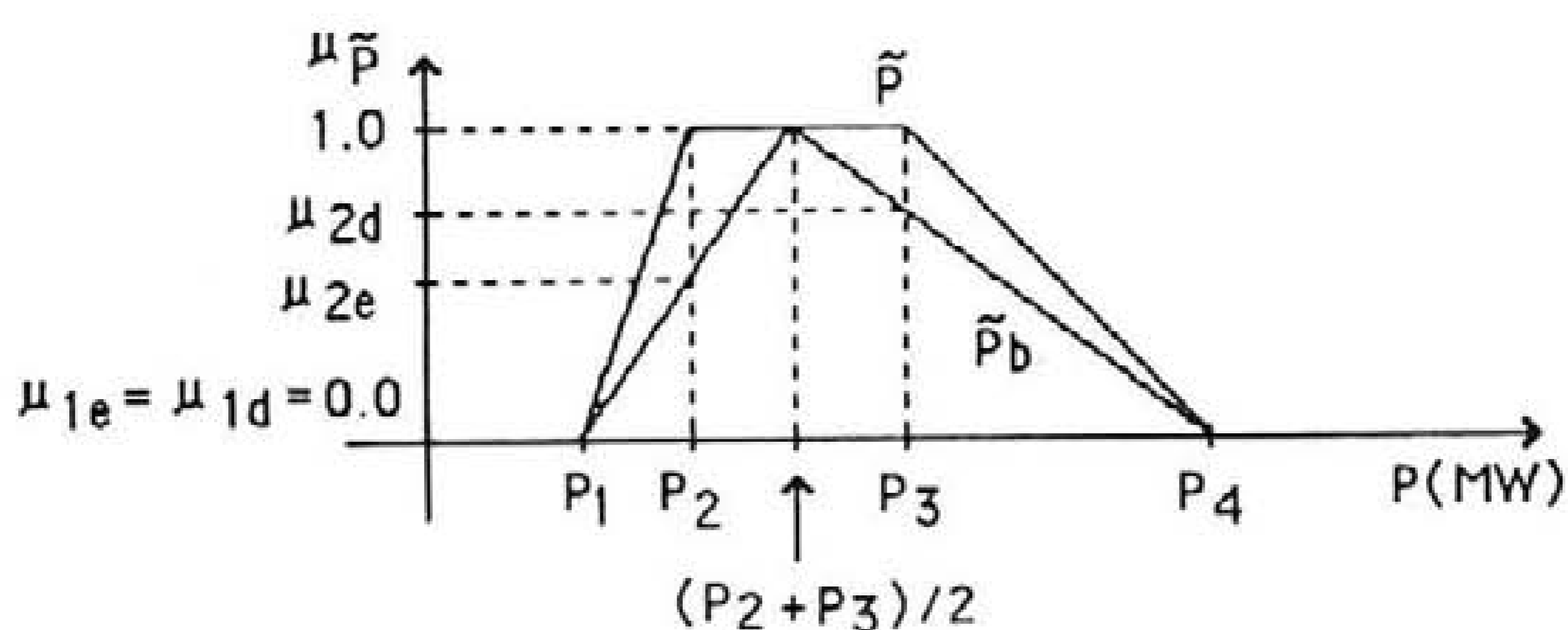


Fig. 3.11 - Assimetria na imprecisão composta no processo de construção dos modificadores linguísticos.

3.4. Resumo e conclusões

Neste capítulo foram apresentados diversos modelos de potências produzidas e de carga tendo sido justificada a adopção do modelo não interactivo $\tilde{P}+j\tilde{Q}$ para utilização na modelização e planeamento de sistemas eléctricos de energia.

Por outro lado, foi descrita uma interface linguística destinada a tornar mais eficiente a comunicação entre o utilizador e as aplicações computacionais permitindo construir números imprecisos a partir de proposições da linguagem natural e, dentro de certas condições, realizando a operação contrária.

No esquema representado na figura 3.11 procura-se reforçar a convicção de que a diminuição da distância cognitiva entre o utilizador e a aplicação computacional não deverá ser conseguida através da adaptação do utilizador às características da aplicação mas, ao

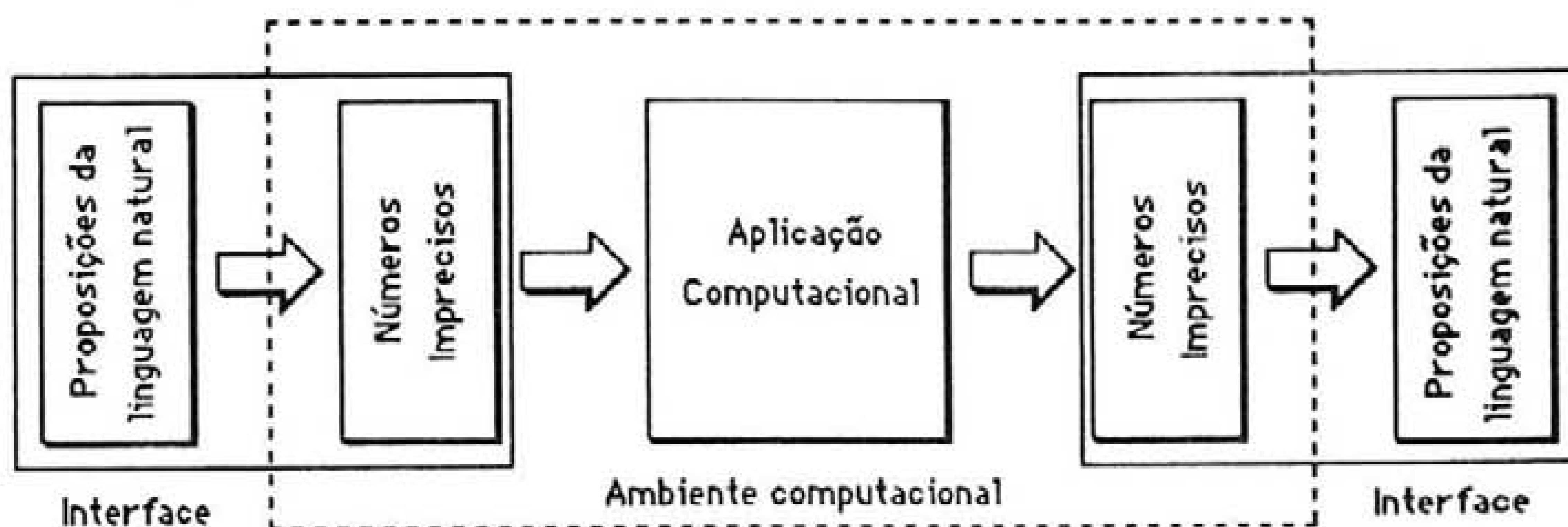


Fig. 3.12 - Alargamento do ambiente computacional.

contrário, deverá ser alcançada através da utilização de conceitos, formalizações e algoritmos mais adequados. O ambiente computacional poderá alargar-se, aproximando-se do utilizador. Desta forma, a interface descrita poderá contribuir para facilitar e tornar mais eficiente o processo de comunicação entre o utilizador e a aplicação computacional.

CAPÍTULO 4

Fluxo de potências impreciso

Capítulo 4

Fluxo de potências impreciso

4.1. Introdução

A solução de um problema de fluxo de potências pretende caracterizar o ponto de funcionamento de um sistema eléctrico de energia em regime estacionário. A utilização de diversas formulações deste problema não apenas em estudos de planeamento de exploração mas também de expansão dos sistemas sofreu uma grande divulgação a partir da década de sessenta relacionando-se, por exemplo, com o desenvolvimento de novas capacidades computacionais em termos de velocidade de cálculo e de memória disponível. A integração de imprecisão nestes estudos era realizada, de forma tradicional, recorrendo a metodologias de índole probabilística de que a resolução de um número elevado de problemas determinísticos num processo de simulação de Monte Carlo constitui um exemplo.

Como se verificou no capítulo 2, os conceitos probabilísticos são adequados para representar a imprecisão associado à ocorrência de eventos possuindo um carácter aleatório e repetitivo. A integração de imprecisão associada a informações possuindo natureza vaga ou fluida, ao conhecimento incompleto de certos fenómenos ou parâmetros ou integrada de forma intrínseca em proposições da linguagem natural exige o desenvolvimento de novas metodologias de cálculo. A representação deste tipo de imprecisão poderá realizada através da utilização de conjuntos imprecisos tendo a integração destes conceitos na formulação do problema de fluxo de potências originado uma nova classe de metodologias denominada de Fluxo de Potências Impreciso.

Neste capítulo será apresentada a definição do problema de Fluxo de Potências Impreciso e serão descritos modelos de corrente contínua - DC - e de corrente alternada - AC - que permitem resolver este problema de forma rápida e eficiente.

A finalizar, serão apresentadas formulações e algoritmos que permitem integrar, de forma eficiente, dependências nodais relacionando a imprecisão especificada para diversos barramentos ou limites da potência produzida no barramento de referência.

4.2. Fluxo de Potências Impreciso - algumas definições

A especificação de potências produzidas ou de carga através de conjuntos imprecisos e a utilização da aritmética dos conjuntos imprecisos constituem os traços fundamentais de um conjunto de metodologias denominadas de Fluxo de Potências Impreciso. Um estudo deste género poderá ser definido através de:

Definição - Um estudo de fluxo de potências em que, pelo menos, uma potência produzida ou de carga especificada é representada através de um conjunto impreciso, é denominado de Fluxo de Potências Impreciso.

Através de um estudo deste tipo pretende-se reflectir a imprecisão que integra as descrições das potências especificadas nas grandezas cujo valor é calculado adoptando diversas formulações deste problema (figura 4.1). No âmbito do modelo DC, essas grandezas correspondem à potência activa produzida no barramento de referência, ao trânsito de potência activa nos ramos e à fase da tensão nos barramentos do sistema. Em relação a modelos AC, as grandezas a avaliar correspondem à potência activa produzida no barramento de referência, à potência reactiva produzida nos barramentos de tipo PV e de referência, ao módulo e fase de tensões, aos trânsitos de potência, potências de perdas e ao módulo e quadrado do módulo da intensidade de corrente nos ramos do sistema. A realização de um estudo de fluxo de potências impreciso tem por objectivo obter conjuntos imprecisos que, face à imprecisão dos dados, descrevam o comportamento destas grandezas.

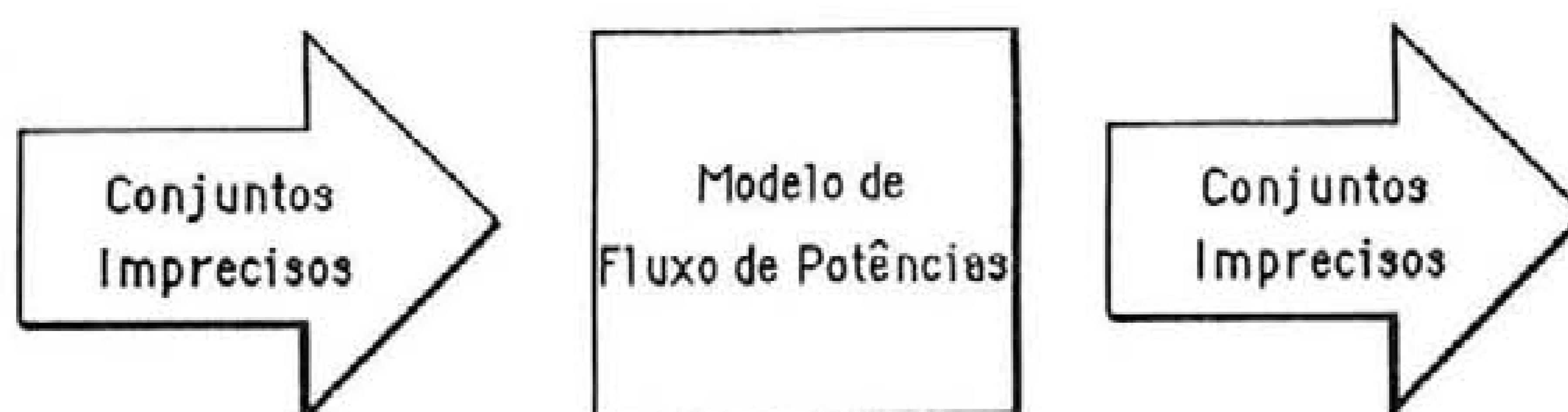


Fig. 4.1 - Caracterização genérica de um estudo de fluxo de potências impreciso.

As potências produzidas e de carga especificadas são representadas, em geral, através de números imprecisos trapezoidais constituindo os números triangulares e rectangulares suas particularizações (ponto 5 do Apêndice A). A integração de outras funções de pertença, nomeadamente possuindo não linearidades no seu ramo esquerdo ou direito, será referida em 4.5.

No âmbito do problema de fluxo de potências impreciso e de uma forma análoga ao caso determinístico, as potências activa e reactiva injectadas no barramento k são definidas através de 4.1 e 4.2. Nestas expressões, o símbolo \ominus representa a subtracção de números imprecisos. Os símbolos e a notação que, em geral, foi adoptada no decorrer desta dissertação são apresentados na Simbologia inserida no início deste trabalho.

$$\tilde{P}_k = \tilde{P}_{gk} \ominus \tilde{P}_{ck} \quad (4.1)$$

$$\tilde{Q}_k = \tilde{Q}_{gk} \ominus \tilde{Q}_{ck} \quad (4.2)$$

A classificação dos barramentos do sistema realizada no âmbito de estudos determinísticos AC pode ser estendida às formulações utilizando números imprecisos. Deste modo, considera-se que:

- nos barramentos de tipo PQ são conhecidos números imprecisos associados às potências activa e reactiva produzidas e de carga. Consideram-se desconhecidos, neste caso, os números imprecisos associados ao módulo e fase da tensão;
- nos barramentos de tipo PV são conhecidas a potência activa produzida e de carga e a potência reactiva de carga expressas sob a forma de números imprecisos. É também conhecido um valor determinístico para o módulo da tensão. São desconhecidos os números imprecisos associados à fase da tensão e à potência reactiva produzida;
- em relação ao barramento de referência e compensação são especificados valores determinísticos para o módulo e fase da tensão e números imprecisos para a potência activa e reactiva de carga. São desconhecidos os números imprecisos associados às potências activa e reactiva produzidas.

Sem perda de generalidade, considerou-se, ao longo deste capítulo e no âmbito de formulações AC, que os barramentos de um sistema possuindo:

- índice $k=1, \dots, npq$ são de tipo PQ;
- índice $k=npq+1, \dots, npq+npv$ são de tipo PV;
- índice $k=nb$ corresponde ao barramento de referência e compensação.

4.3. Modelo DC impreciso

A extensão do modelo DC de fluxo de potências ao domínio dos conjuntos imprecisos, em geral, e dos números imprecisos trapezoidais, em particular, constitui a primeira e mais simples abordagem ao problema do fluxo de potências impreciso.

Consideremos um sistema eléctrico de energia em relação ao qual são conhecidos os números imprecisos trapezoidais correspondentes à potência activa de carga nos diversos

barramentos e às potências activas produzidas associadas a todos os barramentos excepto o de referência. Sem perda de generalidade, seja nb o índice do barramento de referência dos argumentos. Em relação a este barramento considera-se que, no âmbito do modelo DC de fluxo de potências impreciso, a fase da tensão respectiva possui o valor determinístico 0.0.

Adoptando as simplificações inerentes ao modelo DC formulado em termos determinísticos é possível construir:

- a matriz $[B_{dc}]$, de dimensão $(nb-1) \times (nb-1)$, relacionando a fase da tensão nos primeiros $nb-1$ barramentos com as potências activas injectadas nesses barramentos;

- a matriz $[S_{dc}]$, de dimensão $nr \times (nb-1)$, relacionando o trânsito de potência activa nos nr ramos do sistema com as potências activas injectadas nos primeiros $nb-1$ barramentos. Sem perda de generalidade, foi considerado que o sistema não possui ramos em paralelo. No entanto, a sua integração pode ser realizada com facilidade considerando uma reactância equivalente. O trânsito de potências no ramo equivalente poderá ser desagregado utilizando, por exemplo, um divisor de corrente. De outro modo, os ramos em paralelo poderão ser integrados incluindo em $[S_{dc}]$ coeficientes de sensibilidade relativos a cada um dos ramos do sistema ligados em paralelo. Neste caso, esses coeficientes de sensibilidade deverão ser calculados considerando a reactância de cada ramo e não o valor equivalente resultante da ligação em paralelo referida.

As matrizes $[B_{dc}]^{-1}$ e $[S_{dc}]$ podem ser utilizadas para obter expressões lineares para a fase das tensões e trânsitos de potência activa no âmbito do modelo DC de fluxo de potências impreciso. A obtenção dos números imprecisos trapezoidais associados a estas grandezas e à potência produzida no barramento referência poderá ser realizada considerando os pontos seguintes:

a) Realizar um estudo determinístico de fluxo de potências utilizando a formulação DC por forma a obter um ponto de funcionamento inicial do sistema. As potências activas a especificar para os diversos barramentos correspondem ao valor central (Apêndice A) do número impreciso que lhe está associado. Em relação a este estudo inicial sejam:

- θ^{ctr}_k - valor determinístico da fase da tensão no barramento k ;
- P^{ctr}_{ik} - valor determinístico do trânsito de potência activa no ramo ligando os barramentos i e k ;
- $P_g^{ctr}_{nb}$ - valor determinístico da potência activa produzida no barramento de referência.

b) Obter os números imprecisos trapezoidais associados aos desvios das potências activas injectadas em relação aos valores determinísticos utilizados no estudo inicial. Obtém-se, assim, o vector $[\tilde{\Delta P}]$ de dimensão $nb-1$.

$$[\tilde{\Delta P}] = [\tilde{P}] \ominus [P^{ctr}] \quad (4.3)$$

c) Obter os números imprecisos trapezoidais associados aos desvios da fase da tensão nos barramentos e do trânsito de potência activa nos ramos do sistema. Estes números imprecisos serão construídos utilizando $[Bdc]^{-1}$ e $[Sdc]$.

$$[\tilde{\Delta \theta}] = [Bdc]^{-1} \cdot [\tilde{\Delta P}] \quad (4.4)$$

$$[\tilde{\Delta P}_{ik}] = [Sdc] \cdot [\tilde{\Delta P}] \quad (4.5)$$

d) Obter os números imprecisos trapezoidais associados à fase da tensão nos barramentos e ao trânsito de potência activa nos ramos do sistema adicionando os valores determinísticos obtidos no estudo inicial aos desvios respectivos.

$$[\tilde{\theta}] = [\theta^{ctr}] \oplus [\tilde{\Delta \theta}] \quad (4.6)$$

$$[\tilde{P}_{ik}] = [P^{ctr}_{ik}] \oplus [\tilde{\Delta P}_{ik}] \quad (4.7)$$

e) O número impreciso trapezoidal associado à potência activa produzida no barramento de referência pode ser obtido calculando o desvio da potência injectada respectiva em relação ao valor determinístico obtido no estudo inicial (4.8). O número impreciso pretendido poderá ser calculado utilizando (4.9).

$$\Delta \tilde{P}_{g_{nb}} = \sum_{k=1}^{nb} \Delta \tilde{P}_{c_k} \ominus \sum_{k=1}^{nb-1} \Delta \tilde{P}_{g_k} \quad (4.8)$$

$$\tilde{P}_{g_{nb}} = P_{g_{nb}}^{ctr} \oplus \Delta \tilde{P}_{g_{nb}} \quad (4.9)$$

A implementação computacional deste modelo pode ser realizada de forma eficiente visto que se dispõe de expressões que, de um modo rápido, permitem obter a função de pertença associada à adição, subtracção e produto por um escalar de números imprecisos trapezoidais.

A formulação deste modelo do problema de fluxo de potências poderia ter sido realizada, de uma forma equivalente, não recorrendo à realização do estudo determinístico inicial e ao cálculo de desvios em relação aos valores determinísticos referidos. A título de exemplo, os números imprecisos trapezoidais associados à fase das tensões poderiam ser obtidos, de forma directa, através de (4.10).

$$[\tilde{\theta}] = [Bdc]^{-1} \cdot [\tilde{P}] \quad (4.10)$$

A equivalência desta formulação em relação às expressões de natureza incremental apresentadas pode ser demonstrada, em relação à fase das tensões, substituindo (4.4) em (4.6). A expressão (4.11), assim obtida, pode ser reescrita por forma a expressar o valor determinístico da fase das tensões em função do valor determinístico das potências activas injectadas. A colocação em evidência de $[B_{dc}]^{-1}$ em (4.12) atendendo à distributividade do produto de um número impreciso por um escalar real em relação à adição de números imprecisos permite justificar a equivalência referida.

$$[\tilde{\theta}] = [\theta^{ctr}] \oplus ([B_{dc}]^{-1} \cdot [\Delta\tilde{P}]) \quad (4.11)$$

$$[\tilde{\theta}] = ([B_{dc}]^{-1} \cdot [P^{ctr}]) \oplus ([B_{dc}]^{-1} \cdot [\Delta\tilde{P}]) \quad (4.12)$$

A adopção de uma formulação incremental para o problema do fluxo de potências associado ao modelo DC visa conferir uma maior unidade e clareza a esta exposição. Esta situação é devida ao facto de, nos pontos seguintes, serem adoptados algoritmos possuindo, também, natureza incremental para resolução de outros modelos do problema de fluxo de potências impreciso.

4.4. Modelos de natureza incremental

4.4.1. Considerações gerais

O modelo DC é caracterizado por fornecer, em geral, resultados tanto mais correctos quanto mais elevada for a tensão de exploração da rede eléctrica. Por outro lado, os erros associados à linearização efectuada podem, no âmbito do modelo de fluxo de potências impreciso, ser diminuídos se for realizado um estudo determinístico inicial de fluxo de potências utilizando um modelo AC. Este estudo permitirá identificar um ponto de funcionamento do sistema em torno do qual será realizado o processo de linearização das grandezas a calcular. O modelo descrito de forma genérica possui uma flexibilidade que se torna importante destacar. Com efeito, o processo de linearização referido pode estar associado à implementação de um modelo DC ou, mesmo, um modelo AC possuindo, ambos, natureza incremental. Nos pontos seguintes serão descritos, de forma detalhada, os modelos DC e AC incrementais do problema de fluxo de potências impreciso envolvendo a realização de um estudo de fluxo de potências AC determinístico.

4.4.2. Modelo DC incremental

A realização de um estudo determinístico de fluxo de potências adoptando um modelo AC e de um estudo impreciso incremental utilizando o modelo DC permite formular um

novo modelo do problema de fluxo de potências impreciso. Este modelo integra, nomeadamente, uma estimativa constante da potência activa de perdas nos ramos do sistema obtida através do estudo AC inicial.

A realização do estudo determinístico inicial exige o conhecimento de valores para as potências activas e reactivas e módulo e fase da tensão em alguns barramentos do sistema. Assume-se, deste modo, que são conhecidos os valores determinísticos ou os números imprecisos referidos em 4.2 no âmbito da classificação dos barramentos do sistema.

No âmbito deste modelo de fluxo de potências impreciso, a obtenção dos números imprecisos trapezoidais associados à fase da tensão nos barramentos, ao trânsito de potência activa nos ramos do sistema e à potência activa produzida no barramento de referência será efectuada considerando os pontos seguintes:

a) Realizar um estudo determinístico de fluxo de potências utilizando uma formulação AC. Este estudo determinístico inicial é realizado considerando o valor central dos números imprecisos associados às potências activa e reactiva especificadas para os diversos barramentos. A formulação AC adoptada permite obter valores determinísticos para a fase das tensões (θ^{ctr}), para os trânsitos de potência activa (P^{ctr}_{ik}) e para a potência produzida no barramento de referência (Pg^{ctr}_{nb}).

b) Uma vez obtidos os valores anteriores o algoritmo de resolução do problema de fluxo de cargas impreciso DC pode ser descrito através dos pontos b) a e) referidos em 4.3.

O modelo descrito permite incluir uma estimativa constante da potência activa de perdas nos ramos do sistema visto que o estudo determinístico inicial, adoptando um modelo AC, integra o cálculo desta potência para o ponto de linearização considerado. Esta estimativa reflecte-se, através dos valores determinísticos respectivos, no cálculo dos números imprecisos associados ao trânsito de potência activa nos ramos, da fase da tensão nos barramentos do sistema e da potência produzida no barramento de referência.

4.4.3. Modelo AC incremental

4.4.3.1. Aspectos genéricos

A formulação de modelos AC do problema de fluxo de potências impreciso revela-se importante ao permitir descrever, de forma mais pormenorizada e completa, o comportamento do sistema face às imprecisões associadas às potências especificadas.

O carácter não linear do modelo AC de fluxo de potências origina, no caso determinístico, a adopção de algoritmos de resolução que possuem uma natureza iterativa. A adopção de algoritmos deste tipo considerando conjuntos imprecisos, em geral, e números imprecisos trapezoidais, em particular, revelar-se-ia complexa e pouco eficiente do ponto de vista computacional dado que:

- a realização de operações aritméticas envolvendo números imprecisos pode originar o aumento artificial da imprecisão medido, por exemplo, através da amplitude dos números obtidos. Esta situação está relacionada com a ausência de elementos opostos em relação à adição e produto de números imprecisos. Numa situação limite, a realização de muitas operações aritméticas integradas em sucessivas iterações poderia provocar, por esta via, o alargamento artificial do conjunto suporte dos números imprecisos obtidos de tal forma que a elevada imprecisão poderia originar ausência de informação;

- a adopção de um algoritmo de natureza iterativa exigiria o cálculo de expressões integrando produtos, quocientes e funções sinusoidais de números imprecisos bem como a inversão de matrizes integrando coeficientes deste tipo. A realização de cálculos desta natureza revela-se complexa exigindo, com frequência, o recurso a expressões aproximadas. A título de exemplo, as fórmulas referidas no ponto 9 do Apêndice A para realizar o produto de dois números imprecisos trapezoidais implicam a realização de aproximações. Estas apresentam um carácter cada vez mais grosseiro à medida que o número de factores aumenta.

Por estas razões, torna-se importante implementar algoritmos que possuam um carácter não iterativo e em que sejam utilizadas as expressões mais adequadas ao cálculo das diversas grandezas por forma a evitar o aumento artificial da imprecisão.

Os primeiros modelos AC do problema do fluxo de potências impreciso (Miranda e Matos 1989, Miranda et al 1989) adoptaram formulações não incrementais e completamente linearizadas do problema utilizando as aproximações (4.13) ou (4.14). Nestas expressões V_i e V_k representam o valor, em pu, do módulo da tensão nos barramentos i e k . As equações do problema de fluxo de potências podem ser linearizadas utilizando (4.13) ou (4.14) obtendo-se expressões aproximadas para a potência reactiva a produzir nos barramentos de tipo PV e para o módulo da tensão nos barramentos de tipo PQ. A utilização de operações aritméticas sobre números imprecisos trapezoidais permite obter descrições imprecisas destas grandezas reflectindo a imprecisão especificada para as potências produzidas e de carga. No entanto, estes modelos originam erros tanto mais significativos quanto mais afastado de 1.0 pu estiver o valor do módulo das tensões V_i e V_k .

$$V_i \cdot V_k \equiv V_k \quad \wedge \quad V_i^2 \equiv V_i \quad (4.13)$$

$$V_i \cdot V_k \equiv V_i + V_k - 1 \quad \wedge \quad V_i^2 \equiv 2 \cdot V_i - 1 \quad (4.14)$$

A realização de um estudo determinístico inicial adoptando uma formulação AC permite obter um ponto de funcionamento associado a um conjunto de valores de potências que integram o conjunto suporte dos números imprecisos especificados. A adopção de uma metodologia incremental e de expressões linearizadas, obtidas por desenvolvimentos em série de Taylor em torno do ponto de funcionamento calculado através do estudo determinístico AC inicial, permite dar um passo qualitativo significativo na formulação do problema AC de fluxo de potências impreciso. A utilização dessas expressões lineares e dos desvios das potências injectadas em torno dos valores associados a esse ponto de funcionamento inicial, permitirá reflectir nos resultados a imprecisão dos dados do problema. Nos pontos seguintes, o algoritmo incremental apresentado de forma breve será descrito de um modo detalhado.

O modelo AC impreciso foi já alvo de diversas publicações e de um estudo aprofundado no que respeita, nomeadamente, aos erros que lhe são inerentes. Os trabalhos apresentados por Miranda et al (1990 a e b), Saraiva e Miranda (1991 a e b) e Saraiva et al (1991) integram-se nesta linha de investigação.

4.4.3.2. Expressões linearizadas das grandezas a calcular

A implementação do modelo descrito anteriormente exige, após resolver um problema determinístico de fluxo de potências, a avaliação dos desvios das grandezas a calcular em relação aos valores obtidos através do estudo determinístico já referido. Este estudo inicial será realizado para os valores centrais das potências activas e reactivas especificadas. O cálculo dos desvios referidos poderá ser realizado considerando expressões linearizadas obtidas através de desenvolvimentos em série de Taylor da expressão exacta respectiva. Serão apresentadas, em seguida, as expressões linearizadas dos desvios do módulo e fase das tensões, dos desvios das potências activa e reactiva produzidas, dos desvios das potências reactivas produzidas ou consumidas em bancos de capacidades ou de indutâncias, dos desvios dos trânsitos de potências activa e reactiva e de perdas e do módulo e quadrado do módulo da intensidade de corrente. O carácter linear destas expressões está associado ao facto de os desenvolvimentos em série de Taylor referidos serem truncados por forma a eliminar os termos de ordem superior à primeira.

A finalizar, refira-se que as expressões apresentadas em relação aos trânsitos de potência activa e reactiva e ao módulo e quadrado do módulo da intensidade de corrente num ramo possuindo barramentos extremos i e k estão associadas ao sentido de circulação de i para k . De uma forma análoga à que será apresentada em seguida, poderão ser também obtidas expressões associadas ao sentido de circulação de k para i .

Módulo e fase das tensões nodais

Seja $[X]$ um vector cujos elementos de índice $j=1, \dots, npq$ correspondem ao módulo da tensão nos barramentos de tipo PQ. Os elementos de índice $j=npq+1, \dots, 2 \cdot npq$ estão associados à fase da tensão nos barramentos de tipo PQ. Por outro lado, os últimos npv elementos estão associados à fase da tensão nos barramentos de tipo PV. A adopção do método de Newton-Raphson para resolução do problema determinístico inicial de fluxo de potências permite obter, em cada iteração, um vector $[\Delta X]$ em função de $[\Delta Z]$ (4.15).

$$[\Delta X] = [J]^{-1} \cdot [\Delta Z] \quad (4.15)$$

O vector $[\Delta Z]$ corresponde aos desvios do valor central das potências reactivas e activas injectadas nos barramentos PQ (elementos de índice $j=1, \dots, npq$ e $j=npq+1, \dots, 2 \cdot npq$, respectivamente) e ao valor central das potências activas injectadas nos barramentos PV (elementos de índice $j=2 \cdot npq+1, \dots, 2 \cdot npq+npv$). A matriz $[J]$ corresponde ao jacobiano construído em cada iteração do algoritmo de resolução deste problema.

Em cada iteração, o método referido aproxima a hipersuperfície que descreve o comportamento do sistema através de um hiperplano a ela tangente no ponto associado ao valor aproximado da solução disponível na iteração corrente. A aproximação descrita corresponde a linearizar as equações do fluxo de potências considerando os termos de 1ª ordem dos desenvolvimentos em série de Taylor respectivos. Desta forma, quando o processo iterativo tiver convergido ficam disponíveis expressões lineares aproximadas que, face a novos desvios $[\Delta Z]$, permitem obter os desvios $[\Delta X]$. A matriz $[J]$ associada a essas expressões aproximadas e que está presente em expressões apresentadas em pontos seguintes corresponde ao jacobiano construído na iteração em que se verifica a convergência do algoritmo de solução do problema determinístico inicial de fluxo de potências.

Potências activa e reactiva produzidas em geradores do sistema

A potência activa injectada num barramento, em geral, e no de referência, em particular, é dada por (4.16). Por outro lado, a potência reactiva injectada no barramento de referência e nos barramentos de tipo PV é dada por (4.17). Estas expressões podem ser consideradas funções não lineares do módulo e fase da tensão nos barramentos do sistema. Sejam f_A e f_B , respectivamente, estas funções.

$$P_i = \sum_{k=1}^{nb} V_i \cdot V_k \cdot (g_{ik} \cdot \cos \theta_{ik} + b_{ik} \cdot \sin \theta_{ik}) \quad (4.16)$$

$$Q_i = \sum_{k=1}^{nb} V_j \cdot V_k \cdot (g_{ik} \cdot \text{sen}\theta_{ik} - b_{ik} \cdot \text{cos}\theta_{ik}) \quad (4.17)$$

Os desvios de f_A e f_B podem ser aproximados através de funções lineares considerando os termos de 1ª ordem do desenvolvimento respectivo em série de Taylor em torno do ponto de funcionamento obtido no estudo determinístico inicial. As expressões (4.18) e (4.19) reflectem esta aproximação.

$$\Delta P_i \equiv \sum_{k=1}^{nb} \frac{\partial f_A}{\partial V_k} (V_k = V_k^{ctr_k}) \cdot \Delta V_k + \sum_{k=1}^{nb} \frac{\partial f_A}{\partial \theta_k} (\theta_k = \theta_k^{ctr_k}) \cdot \Delta \theta_k \quad (4.18)$$

$$\Delta Q_i \equiv \sum_{k=1}^{nb} \frac{\partial f_B}{\partial V_k} (V_k = V_k^{ctr_k}) \cdot \Delta V_k + \sum_{k=1}^{nb} \frac{\partial f_B}{\partial \theta_k} (\theta_k = \theta_k^{ctr_k}) \cdot \Delta \theta_k \quad (4.19)$$

As expressões (4.20) a (4.27) correspondem às derivadas parciais presentes nas expressões aproximadas anteriores.

$$\frac{\partial f_A}{\partial V_k} = V_i \cdot (g_{ik} \cdot \text{cos}\theta_{ik} + b_{ik} \cdot \text{sen}\theta_{ik}) \quad i \neq k \quad (4.20)$$

$$\frac{\partial f_A}{\partial V_i} = \sum_{j=1}^{nb} V_j \cdot (g_{ij} \cdot \text{cos}\theta_{ij} + b_{ij} \cdot \text{sen}\theta_{ij}) + 2 \cdot V_i \cdot g_{ii} \quad i = k \quad (4.21)$$

$$\frac{\partial f_A}{\partial \theta_k} = V_i \cdot V_k \cdot (g_{ik} \cdot \text{sen}\theta_{ik} - b_{ik} \cdot \text{cos}\theta_{ik}) \quad i \neq k \quad (4.22)$$

$$\frac{\partial f_A}{\partial \theta_i} = \sum_{j=1}^{nb} V_j \cdot V_j \cdot (-g_{ij} \cdot \text{sen}\theta_{ij} + b_{ij} \cdot \text{cos}\theta_{ij}) \quad i = k \quad (4.23)$$

$$\frac{\partial f_B}{\partial V_k} = V_i \cdot (g_{ik} \cdot \text{sen}\theta_{ik} - b_{ik} \cdot \text{cos}\theta_{ik}) \quad i \neq k \quad (4.24)$$

$$\frac{\partial f_B}{\partial V_i} = \sum_{j=1}^{nb} V_j \cdot (g_{ij} \cdot \text{sen}\theta_{ij} - b_{ij} \cdot \text{cos}\theta_{ij}) - 2 \cdot V_i \cdot b_{ii} \quad i = k \quad (4.25)$$

$$\frac{\partial f_B}{\partial \theta_k} = V_i \cdot V_k \cdot (-g_{ik} \cdot \text{cos}\theta_{ik} - b_{ik} \cdot \text{sen}\theta_{ik}) \quad i \neq k \quad (4.26)$$

$$\frac{\partial f_B}{\partial \theta_i} = \sum_{j=1}^{nb} V_j \cdot V_j \cdot (g_{ij} \cdot \text{cos}\theta_{ij} + b_{ij} \cdot \text{sen}\theta_{ij}) \quad i = k \quad (4.27)$$

Os desvios ΔV_k e $\Delta \theta_k$ que integram as expressões (4.18) e (4.19) podem ser substituídos pelas expressões lineares correspondentes obtidas através de (4.15). A

substituição referida anteriormente permite obter expressões aproximadas de ΔP_i e ΔQ_i em função dos desvios $[\Delta Z]$. Os coeficientes destas expressões lineares podem ser encarados como coeficientes de sensibilidade expressando a influência que variações de $[\Delta Z]$ originam na potência activa injectada no barramento de referência e na potência reactiva injectada no barramento de referência e nos barramentos de tipo PV.

$$\Delta P_i \cong [S_{pi}] \cdot [\Delta Z] \quad (4.28)$$

$$\Delta Q_i \cong [S_{qi}] \cdot [\Delta Z] \quad (4.29)$$

Os vectores dos coeficientes de sensibilidade $[S_{pi}]$ e $[S_{qi}]$ podem ser obtidos de forma eficiente utilizando a matriz inversa do jacobiano. Consideremos, a título de exemplo, o processo de cálculo dos coeficientes de sensibilidade em relação à potência activa injectada no barramento de referência. As derivadas parciais referidas anteriormente e avaliadas no ponto de funcionamento inicial podem ser dispostas num vector $[D_a]$, de dimensão $2 \times n_b$, dado por (4.30).

$$[D_a] = [\partial P / \partial V_1; \dots; \partial P / \partial V_{n_b}; \partial P / \partial \theta_1; \dots; \partial P / \partial \theta_{n_b}] \quad (4.30)$$

O vector $[D_a]$ poderá ser reescrito utilizando os subvectores D_1 a D_6 (4.31).

$$[D_a] = [D_1 \mid D_3 \mid D_5 \mid D_2 \mid D_4 \mid D_6] \quad (4.31)$$

Nesta expressão, os vectores D_1 e D_2 estão associados a derivadas parciais em relação ao módulo e fase da tensão nos barramentos PQ. Os vectores D_3 e D_4 englobam derivadas parciais em relação ao módulo e fase da tensão nos barramentos PV e os restantes em relação ao barramento de referência.

Por outro lado, repare-se que o módulo da tensão nos barramentos PV e de referência é representado por um valor determinístico pelo que as derivadas parciais de P em relação a estas grandezas são nulas. De forma análoga, a derivada parcial em relação à fase da tensão no barramento de referência é nula. Deste modo, o vector $[D_a]$ poderá ser reduzido obtendo-se o vector $[D]$ de dimensão $n_{pv} + 2 \cdot n_{pv}$ (4.32). Finalmente, o vector dos coeficientes de sensibilidade $[S_{pi}]$ é dado por (4.33).

$$[D] = [D_1 \mid D_2 \mid D_4] \quad (4.32)$$

$$[S_{pi}] = [D] \cdot [J]^{-1} \quad (4.33)$$

As potências activa produzida no barramento de referência e reactiva nos barramentos PV e de referência serão obtidas através de (4.34) e (4.35), respectivamente.

$$P_{g_i} = P^{ctr}_i + \Delta P_i + P_{c_i} \quad (4.34)$$

$$Q_{g_i} = Q^{ctr}_i + \Delta Q_i + Q_{c_i} \quad (4.35)$$

Potência reactiva produzida ou consumida em bancos de reactâncias

O valor determinístico da potência reactiva produzida ou consumida em bancos de reactâncias, Q_{r_i} , poderá ser calculado através da expressão (4.36). Nesta expressão, b_{r_i} corresponde ao valor constante da susceptância associada à capacidade ou indutância ligada ao barramento i . A potência reactiva referida corresponde a uma potência produzida na situação em que b_{r_i} é positivo (banco de capacidades) e a uma potência consumida na situação em que b_{r_i} é negativo (banco de indutâncias). A ocorrência de variações do módulo da tensão no barramento i origina alterações nesta potência reactiva. Estas variações podem ser estimadas considerando que Q_{r_i} é uma função, f_C , não linear e obtendo uma sua aproximação linear através de (4.37).

$$Q_{r_i} = V_i^2 \cdot b_{r_i} \quad (4.36)$$

$$\Delta Q_{r_i} \cong df_C/dV_i \cdot \Delta V_i \quad (4.37)$$

A derivada da potência reactiva referida em relação ao módulo da tensão no barramento i é dada por (4.38).

$$df_C/dV_i = 2 \cdot V_i \cdot b_{r_i} \quad (4.38)$$

Esta derivada pode ser considerado como um coeficiente de sensibilidade expressando a dependência da potência reactiva produzida ou consumida no banco de reactâncias em relação ao módulo da tensão no barramento i .

Trânsitos de potência activa e reactiva nos ramos do sistema

O cálculo dos trânsitos de potência nos ramos do sistema e, também, das potências de perdas e módulo e quadrado do módulo da intensidade de corrente que serão referidos nos pontos seguintes, foi realizado considerando que:

- não foram considerados transformadores com tomadas pelo que o modelo em π dos ramos do sistema é simétrico. A integração destes elementos poderá ser realizada alterando, de forma conveniente, as expressões das grandezas referidas anteriormente;

- o sistema em análise não possui ramos em paralelo pelo que os valores de g_{ik} e de b_{ik} que integram as expressões das grandezas referidas correspondem aos elementos da linha i /coluna k das matrizes $[G]$ e $[B]$, respectivamente. Se necessário, o cálculo do trânsito de potência activa, por exemplo, num ramo ligando os barramentos i e k e existindo outros em paralelo poderá ser realizada considerando g_{ik} e b_{ik} dados por (4.39) e (4.40). Os valores de r_{ik} , x_{ik} e y_{shik} referem-se, neste caso, apenas ao ramo em análise;

$$g_{ik} = -r_{ik}/(r_{ik}^2 + x_{ik}^2) \quad (4.39)$$

$$b_{ik} = x_{ik}/(r_{ik}^2 + x_{ik}^2) \quad (4.40)$$

De acordo com as considerações anteriores, as expressões exactas dos trânsitos de potência activa e reactiva no ramo do sistema ligando os barramentos i e k são dadas por (4.41) e (4.42).

$$P_{ik} = -g_{ik}.V_i^2 + V_i.V_k.(g_{ik}.\cos\theta_{ik} + b_{ik}.\sen\theta_{ik}) \quad (4.41)$$

$$Q_{ik} = (b_{ik} - y_{shik}).V_i^2 + V_i.V_k.(g_{ik}.\sen\theta_{ik} - b_{ik}.\cos\theta_{ik}) \quad (4.42)$$

De forma análoga ao descrito em relação às potências activa e reactiva produzidas, os trânsitos de potência activa e reactiva podem ser considerados funções não lineares do módulo e fase da tensão nos barramentos extremos do ramo em análise. Sejam f_D e f_E , respectivamente, essas funções. As suas derivadas parciais em relação a V_i , V_k , θ_i e θ_k são dadas por (4.43) a (4.50).

$$\partial f_D / \partial V_i = -2.g_{ik}.V_i + V_k.(g_{ik}.\cos\theta_{ik} + b_{ik}.\sen\theta_{ik}) \quad (4.43)$$

$$\partial f_D / \partial V_k = V_i.(g_{ik}.\cos\theta_{ik} + b_{ik}.\sen\theta_{ik}) \quad (4.44)$$

$$\partial f_D / \partial \theta_i = V_i.V_k.(-g_{ik}.\sen\theta_{ik} + b_{ik}.\cos\theta_{ik}) \quad (4.45)$$

$$\partial f_D / \partial \theta_k = -\partial f_C / \partial \theta_i \quad (4.46)$$

$$\partial f_E / \partial V_i = 2.V_i.(b_{ik} - y_{shik}) + V_k.(g_{ik}.\sen\theta_{ik} - b_{ik}.\cos\theta_{ik}) \quad (4.47)$$

$$\partial f_E / \partial V_k = V_i.(g_{ik}.\sen\theta_{ik} - b_{ik}.\cos\theta_{ik}) \quad (4.48)$$

$$\partial f_E / \partial \theta_i = V_i.V_k.(g_{ik}.\cos\theta_{ik} + b_{ik}.\sen\theta_{ik}) \quad (4.49)$$

$$\partial f_E / \partial \theta_k = -\partial f_D / \partial \theta_i \quad (4.50)$$

Desta forma, variações nos valores de V_i , V_k , θ_i e θ_k originam desvios ΔP_{ik} e ΔQ_{ik} em relação aos valores determinísticos obtidos através do estudo inicial. Estes desvios podem ser calculados, de forma aproximada, através de (4.51) e (4.52).

$$\Delta P_{ik} \equiv \frac{\partial f_D}{\partial V_i}(V_i=V^{ctr}_i) \cdot \Delta V_i + \frac{\partial f_D}{\partial V_k}(V_k=V^{ctr}_k) \cdot \Delta V_k + \\ + \frac{\partial f_D}{\partial \theta_i}(\theta_i=\theta^{ctr}_i) \cdot \Delta \theta_i + \frac{\partial f_D}{\partial \theta_k}(\theta_k=\theta^{ctr}_k) \cdot \Delta \theta_k \quad (4.51)$$

$$\Delta Q_{ik} \equiv \frac{\partial f_E}{\partial V_i}(V_i=V^{ctr}_i) \cdot \Delta V_i + \frac{\partial f_E}{\partial V_k}(V_k=V^{ctr}_k) \cdot \Delta V_k + \\ + \frac{\partial f_E}{\partial \theta_i}(\theta_i=\theta^{ctr}_i) \cdot \Delta \theta_i + \frac{\partial f_E}{\partial \theta_k}(\theta_k=\theta^{ctr}_k) \cdot \Delta \theta_k \quad (4.52)$$

De uma forma análoga ao referido em relação às potências activa e reactiva produzidas, estas expressões aproximadas podem ser reescritas considerando as expressões de ΔV_i , ΔV_k , $\Delta \theta_i$ e $\Delta \theta_k$ obtidas através da matriz inversa do jacobiano (4.15). Deste modo, é possível obter vectores $[Sp_{ik}]$ e $[Sq_{ik}]$ de coeficientes de sensibilidade expressando a dependência do valor dos trânsitos de potência activa e reactiva em relação a variações das potências injectadas especificadas. Por outro lado, verifica-se que algumas das derivadas parciais que integram as expressões (4.51) e (4.52) poderão ser nulas. Esta situação pode ocorrer se um dos barramentos extremos do ramo em causa for o de referência ou for de tipo PV. No primeiro caso as derivadas parciais de P_{ik} e de Q_{ik} em relação ao módulo e fase da tensão nesse barramento são nulas. No segundo caso, é nula a derivada parcial em relação ao módulo da tensão do barramento de tipo PV.

Potências activa e reactiva de perdas

As potências activa e reactiva de perdas no ramo que liga os barramentos i e k são dadas pelas expressões (4.53) e (4.54). De forma análoga ao referido em relação aos trânsitos de potência activa e reactiva considera-se que g_{ik} e de b_{ik} correspondem aos elementos da linha i/coluna k de [G] e [B], respectivamente.

$$P_{per\ ik} = -g_{ik} \cdot V_i^2 + -g_{ik} \cdot V_k^2 + 2 \cdot V_i \cdot V_k \cdot g_{ik} \cdot \cos \theta_{ik} \quad (4.53)$$

$$Q_{per\ ik} = (b_{ik} - y_{sh_{ik}}) \cdot V_i^2 + (b_{ik} - y_{sh_{ik}}) \cdot V_k^2 - 2 \cdot V_i \cdot V_k \cdot b_{ik} \cdot \cos \theta_{ik} \quad (4.54)$$

As potências de perdas referidas podem ser consideradas funções não lineares do módulo e fase das tensões nos barramentos extremos do ramo em análise. Sejam f_F e f_G , respectivamente, essas funções. As suas derivadas parciais em relação a V_i , V_k , θ_i e θ_k são dadas por (4.55) a (4.62).

$$\frac{\partial f_F}{\partial V_i} = 2 \cdot g_{ik} \cdot (V_k \cdot \cos \theta_{ik} - V_i) \quad (4.55)$$

$$\frac{\partial f_F}{\partial V_k} = 2 \cdot g_{ik} \cdot (V_i \cdot \cos \theta_{ik} - V_k) \quad (4.56)$$

$$\frac{\partial f_F}{\partial \theta_i} = -2 \cdot V_i \cdot V_k \cdot g_{ik} \cdot \sin \theta_{ik} \quad (4.57)$$

$$\frac{\partial f_F}{\partial \theta_k} = - \frac{\partial f_F}{\partial \theta_i} \quad (4.58)$$

$$\frac{\partial f_G}{\partial V_i} = 2 \cdot V_i \cdot (b_{ik} - y_{sh_{ik}}) - 2 \cdot V_k \cdot b_{ik} \cdot \cos \theta_{ik} \quad (4.59)$$

$$\frac{\partial f_G}{\partial V_k} = 2 \cdot V_k \cdot (b_{ik} - y_{sh_{ik}}) - 2 \cdot V_i \cdot b_{ik} \cdot \cos \theta_{ik} \quad (4.60)$$

$$\partial f_G / \partial \theta_i = 2.V_i.V_k.b_{ik}.\text{sen}\theta_{ik} \quad (4.61)$$

$$\partial f_G / \partial \theta_k = - \partial f_G / \partial \theta_i \quad (4.62)$$

Estas expressões poderão ser utilizadas, de forma semelhante ao descrito em relação aos trânsitos de potência, para calcular valores aproximados dos desvios das potências activa e reactiva de perdas devido a variações no módulo e fase da tensão nos barramentos extremos do ramo em análise. Por outro lado, a utilização das expressões lineares dos desvios do módulo e fase da tensão referidos permitem obter coeficientes de sensibilidade integrados nos vectores $[S_{pper_{ik}}]$ e $[S_{qper_{ik}}]$. Estes coeficientes reflectem a influência que alterações nas potências injectadas especificadas poderão provocar nas potências de perdas. Verifica-se que algumas das derivadas parciais apresentadas poderão ser nulas. Do mesmo modo que em relação aos trânsitos de potência, esta situação poderá ocorrer se um dos barramentos extremos do ramo em causa for o de referência ou de tipo PV.

Módulo e quadrado do módulo da intensidade de corrente

O quadrado do módulo da intensidade de corrente no ramo do sistema ligando os barramento i e k é dado por (4.63). O módulo da intensidade de corrente corresponde à raiz quadrada do valor obtido através de (4.63).

$$\begin{aligned} |I_{ik}|^2 = & (g_{ik}^2 + b_{ik}^2).(V_i^2 + V_k^2) - 2.V_i.V_k.(g_{ik}^2 + b_{ik}^2).\cos\theta_{ik} + V_i^2.y_{sh_{ik}}^2 + \\ & - 2.b_{ik}.y_{sh_{ik}}.V_i^2 + 2.b_{ik}.y_{sh_{ik}}.V_i.V_k.\cos\theta_{ik} - 2.g_{ik}.y_{sh_{ik}}.V_i.V_k.\text{sen}\theta_{ik} \quad (4.63) \end{aligned}$$

Sejam f_H e f_I as funções não lineares associadas ao quadrado do módulo e ao módulo da intensidade de corrente no ramo referido. As derivadas parciais destas funções não lineares em relação ao módulo e fase da tensão nos barramentos extremos deste ramo são dadas por (4.64) a (4.71).

$$\begin{aligned} \partial f_H / \partial V_i = & 2.(g_{ik}^2 + b_{ik}^2).V_i - 2.V_k.(g_{ik}^2 + b_{ik}^2).\cos\theta_{ik} + \\ & + 2.V_i.y_{sh_{ik}}.(y_{sh_{ik}} - 2.b_{ik}) - 2.y_{sh_{ik}}.V_k.(g_{ik}.\text{sen}\theta_{ik} - b_{ik}.\cos\theta_{ik}) \quad (4.64) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \partial f_H / \partial V_k = & 2.(g_{ik}^2 + b_{ik}^2).V_k - 2.V_i.(g_{ik}^2 + b_{ik}^2).\cos\theta_{ik} + \\ & - 2.y_{sh_{ik}}.V_i.(g_{ik}.\text{sen}\theta_{ik} - b_{ik}.\cos\theta_{ik}) \quad (4.65) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \partial f_H / \partial \theta_i = & 2.V_i.V_k.(g_{ik}^2 + b_{ik}^2).\text{sen}\theta_{ik} + \\ & - 2.y_{sh_{ik}}.V_i.V_k.(g_{ik}.\cos\theta_{ik} + b_{ik}.\text{sen}\theta_{ik}) \quad (4.66) \end{aligned}$$

$$\partial f_H / \partial \theta_k = - \partial f_H / \partial \theta_i \quad (4.67)$$

$$\partial f_I / \partial V_i = (\partial f_H / \partial V_i) / (2.|I_{ik}|) \quad (4.68)$$

$$\partial f_I / \partial V_k = (\partial f_H / \partial V_k) / (2.|I_{ik}|) \quad (4.69)$$

$$\partial f_I / \partial \theta_i = (\partial f_H / \partial \theta_i) / (2.|I_{ik}|) \quad (4.70)$$

$$\partial f_i / \partial \theta_k = (\partial f_H / \partial \theta_k) / (2 \cdot |I|_{ik}) \quad (4.71)$$

Algumas destas derivadas parciais poderão ser nulas. Esta situação ocorrerá nas situações já referidas em relação ao cálculo de desvios dos trânsitos de potência. Por outro lado, estas expressões permitem calcular, de forma aproximada, os desvios do módulo e quadrado do módulo da intensidade de corrente devido a variações do módulo e fase da tensão. A utilização das expressões lineares obtidas para os desvios do módulo e fase da tensão (4.15) permite construir os vectores de coeficientes de sensibilidade $[S|I|^2_{ik}]$ e $[S|I|_{ik}]$. Estes vectores expressam a influência que alterações nas potências injectadas especificadas originam no quadrado do módulo e no módulo da intensidade de corrente no ramo em análise e calculados do barramento i para k .

4.4.3.3. Algoritmo de solução

Uma vez calculados os coeficientes de sensibilidade associados às diversas grandezas cuja descrição imprecisa se pretende obter, o algoritmo de solução do problema de fluxo de potências impreciso poderá ser resumido nos pontos seguintes:

- a) Construção do vector $[\tilde{Z}]$ de dimensão $2 \cdot npq + npv$ associado aos números imprecisos trapezoidais correspondentes às potências injectadas especificadas;
- b) Realização de um estudo determinístico de fluxo de potências adoptando um modelo AC e utilizando o método de Newton-Raphson para a sua resolução. Este estudo determinístico será realizado para o conjunto de valores centrais dos números imprecisos trapezoidais correspondentes a cada potência injectada especificada ($[Z^{ctr}]$). A resolução deste problema permite obter a matriz inversa do jacobiano construída na iteração em que se verifica a convergência do algoritmo de resolução do problema determinístico de fluxo de potências ($[J]^{-1}$). Além desta matriz, são obtidos, também, valores determinísticos de:
 - módulo da tensão (V^{ctr}) nos barramentos de tipo PQ;
 - fase da tensão (θ^{ctr}) nos barramentos de tipo PV e PQ;
 - potência activa produzida no barramento de referência (Pg^{ctr}_{nb});
 - potência reactiva produzida em geradores ligados aos barramentos de índice $j = npq + 1, \dots, nb$ (Qg^{ctr}_j);
 - potência reactiva produzida ou consumida em bancos de reactâncias (Qr^{ctr}_j);
 - trânsito de potência activa e reactiva (P^{ctr}_{ik} e Q^{ctr}_{ik}) nos ramos do sistema;
 - potência de perdas ($Pper^{ctr}_{ik}$ e $Qper^{ctr}_{ik}$) nos ramos do sistema;

- módulo e quadrado do módulo da intensidade de corrente ($|I|^{ctr_{ik}}$ e $|I|^{2\ ctr_{ik}}$) nos ramos do sistema;

c) Obtenção dos desvios dos números imprecisos trapezoidais associados às potências injectadas especificadas em relação aos valores determinísticos utilizados para realizar o estudo determinístico inicial (4.72).

$$[\tilde{\Delta Z}] = [\tilde{Z}] \ominus [Z^{ctr}] \quad (4.72)$$

d) Seja \tilde{w} o número impreciso associado à grandeza a calcular (módulo ou fase da tensão, trânsitos de potência activa e reactiva, potências de perdas e injectadas, módulo ou quadrado do módulo da intensidade de corrente ou potências reactivas produzidas ou consumidas em bancos de reactâncias). O número impreciso associado aos desvios dessa grandeza em relação ao valor determinístico obtido no estudo inicial é calculado através de (4.73). Nesta expressão, s_k representa um elemento do vector $[S]$ de dimensão $2.npq+npv$ e que está associado aos coeficientes de sensibilidade da grandeza em análise em relação aos desvios das potências injectadas especificadas. O cálculo destes coeficientes de sensibilidade foi descrito em 4.4.3.2. O número impreciso $\tilde{\Delta w}$ é, ainda, trapezoidal visto que a sua função de pertença é obtida através da combinação linear de um conjunto de números deste tipo;

$$\tilde{\Delta w} = \sum_{k=1}^{2.npq+npv} s_k \cdot \tilde{\Delta z}_k \quad (4.73)$$

e) O número impreciso trapezoidal \tilde{w} é obtido adicionando o valor determinístico w_{ctr} ao número impreciso $\tilde{\Delta w}$ (4.74);

$$\tilde{w} = w^{ctr} \oplus \tilde{\Delta w} \quad (4.74)$$

f) Se a grandeza a calcular corresponder à potência activa produzida no barramento de referência ou reactiva produzida no barramento de referência ou em barramentos de tipo PV deverá ser, também, adicionada a potência activa ou reactiva de carga respectiva. A título de exemplo, a potência activa produzida no barramento de referência será dada por (4.75).

$$\tilde{P}_{g_{nb}} = P^{ctr}_{nb} \oplus \tilde{\Delta P}_{nb} \oplus \tilde{P}_{c_{nb}} \quad (4.75)$$

Na figura 4.2 o algoritmo associado ao modelo AC do problema de fluxo de potências impreciso encontra-se representado sob a forma de um fluxograma através do qual se pode apreciar a sua simplicidade. Esta característica permite resolver o problema de fluxo de potências impreciso utilizando o modelo AC de forma eficiente do ponto de vista computacional.

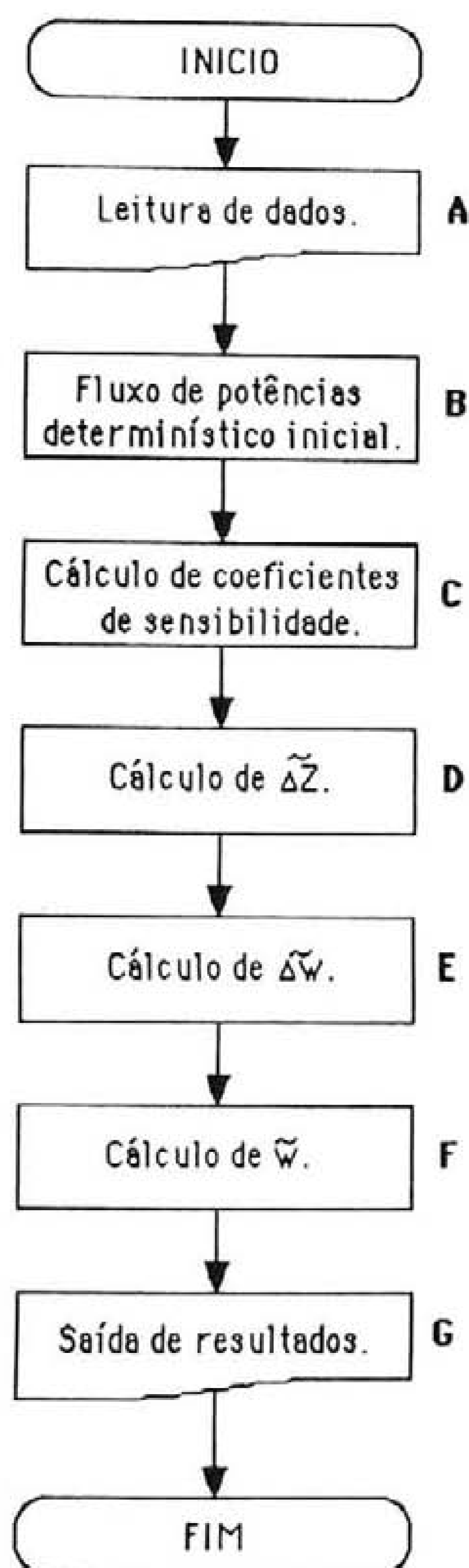


Fig. 4.2 - Fluxograma do algoritmo de resolução do modelo AC incremental do problema de fluxo de potências impreciso.

4.4.3.4. Erros inerentes à formulação linearizada

O algoritmo de resolução do problema de fluxo de potências impreciso adoptando uma formulação AC baseia-se na realização de uma linearização de tal modo que a hipersuperfície associada ao sistema de equações não lineares que descreve o problema de fluxo de potências é aproximada pelo hiperplano tangente no ponto de funcionamento obtido através do estudo determinístico inicial. Este hiperplano está associado ao jacobiano construído na iteração em que ocorre a convergência do estudo determinístico referido. Face a desvios das potências especificadas, o algoritmo proposto aproxima os novos pontos de funcionamento através desse hiperplano tangente e não através da hipersuperfície referida. De uma forma esquemática, esta aproximação encontra-se representada na figura 4.3.

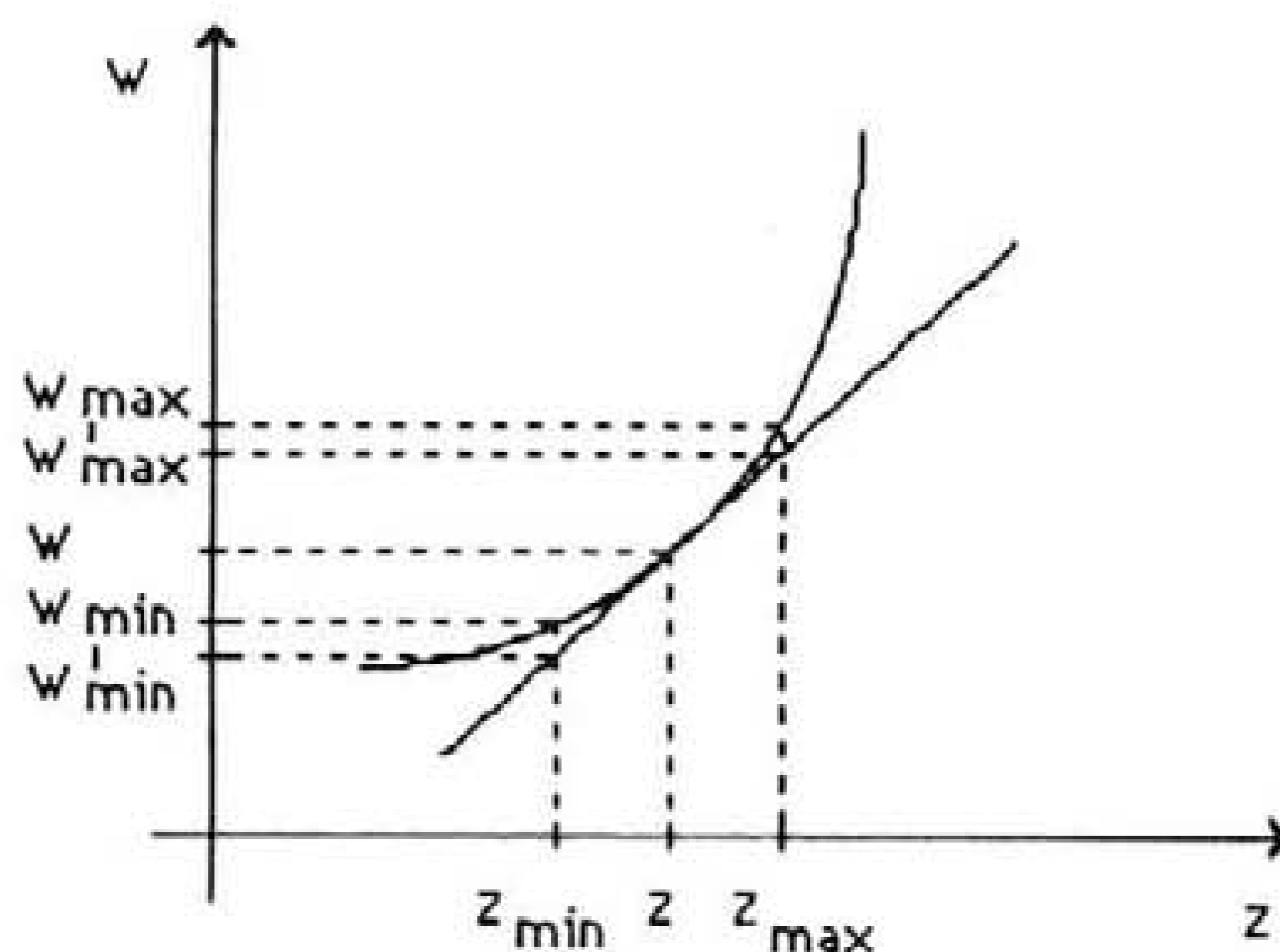


Fig. 4.3 - Aproximação inerente ao modelo linearizado.

A aproximação descrita origina erros que poderão estar associados a três situações distintas:

- os erros poderão estar associados à imprecisão especificada para as potências produzidas e de carga. Esses erros assumem, em geral, valores tanto mais elevados quanto mais significativa for a imprecisão dos dados (medida, por exemplo, através da amplitude dos números imprecisos respectivos);

- a adopção de um modelo linearizado como o descrito poderá revelar-se inadequada se, face às potências especificadas, o sistema funcionar na proximidade de um ponto de colapso de tensão. A análise do comportamento do sistema nesta situação não foi realizada neste trabalho considerando-se, todavia, que se torna importante desenvolver acções de investigação nesta área;

- o cálculo através do modelo linearizado de grandezas assumindo valores próximos de zero poderá originar a excursão de valores negativos. Esta situação assume um carácter de impossibilidade física quando está associada à potência activa de perdas e ao módulo e quadrado do módulo da intensidade de corrente em ramos do sistema. Estas situações

poderão ocorrer, por exemplo, em ramos do sistema que se verifique estarem pouco carregados. Neste caso, as grandezas referidas podem assumir valores próximos de zero pelo que a existência de erros na avaliação dos valores extremos dos seus cortes de nível α poderá originar que as suas funções de pertença possuam valores negativos com grau de pertença não nulo. A ocorrência de situações deste género em relação às grandezas referidas origina a necessidade de corrigir resultados desse tipo sempre que estes sejam detectados.

Será apresentado, em seguida, um algoritmo que permite realizar um processo de correcção sempre que forem detectados erros como, por exemplo, os associados à excursão de valores negativos de grandezas como a potência activa de perdas e o módulo e quadrado do módulo da intensidade de corrente.

Esse algoritmo utiliza os coeficientes de sensibilidade da grandeza em análise apresentados em 4.4.3.2. por forma a identificar novos cenários de potências injectadas que permitem reconstruir a função de pertença dessa grandeza através da resolução de estudos determinísticos de fluxo de potências.

A título de exemplo, seja \tilde{w} uma grandeza em relação à qual foi detectada a ocorrência de erros do tipo referido anteriormente no número impreciso a ela associado. Por outro lado, seja [S] o vector de dimensão $npv+2.npq$ integrando os coeficientes de sensibilidade respectivos. Utilizando estes coeficientes é possível identificar uma aproximação dos desvios das potências injectadas (relativos aos valores determinísticos associados ao estudo inicial de fluxo de potências) que originam o valor extremo, mínimo ou máximo, de um corte de nível α de \tilde{w} . Consideremos a expressão determinística (4.76) associada ao cálculo dos valores extremos do corte de nível α de \tilde{w} .

$$\Delta w_{\alpha} = \sum_{k=1}^{npv+2.npq} s_k \cdot \Delta z_{\alpha k} \quad \Delta z_{\alpha k} \in [\Delta z_{\alpha k}^{\min}; \Delta z_{\alpha k}^{\max}] \quad (4.76)$$

Atendendo ao carácter linear de (4.76), o cálculo dos valores mínimo ou máximo de Δw_{α} poderá ser realizado, de forma aproximada, considerando:

- se se pretender calcular o valor máximo do intervalo associado ao corte de nível α de Δw_{α} , deverá ser seleccionado o valor máximo do intervalo correspondente a $\Delta z_{\alpha k}$ se s_k for positivo. O valor mínimo de $\Delta z_{\alpha k}$ deverá ser utilizado se s_k for negativo;

- o valor mínimo do intervalo associado ao corte de nível α de \tilde{w} poderá ser calculado seleccionando o valor mínimo do intervalo correspondente a $\Delta z_{\alpha k}$ se s_k for positivo. O valor máximo de $\Delta z_{\alpha k}$ deverá ser utilizado se s_k for negativo;

Uma vez identificados os desvios $\Delta z_{\alpha k}$ associados ao valor extremo (mínimo ou máximo) de Δw_{α} pode ser calculado um novo vector de valores determinísticos de potências injectadas (4.77). Nesta expressão, $[Z^{ctr}]$ corresponde ao vector de valores determinísticos associados ao estudo determinístico inicial. O conhecimento deste novo cenário de potências injectadas permite realizar um novo estudo determinístico de fluxo de potências por forma a obter um novo valor aproximado para o valor extremo de Δw_{α} .

$$[Z_{\alpha}] = [Z^{ctr}] + [\Delta Z_{\alpha}] \quad (4.77)$$

Este algoritmo poderá ser utilizado considerando diversos cortes de nível α da grandeza \tilde{w} por forma a reconstruir o número impreciso correspondente. A natureza não linear das equações do problema do fluxo de potências AC poderá originar a obtenção, através deste processo, de números imprecisos cuja forma se afasta do carácter linear associado aos ramos direito e esquerdo dos números imprecisos trapezoidais. Na figura 4.4 estão representados, a título de exemplo, diversos cortes de nível α de uma grandeza \tilde{w} que seria possível obter através de um processo deste tipo.

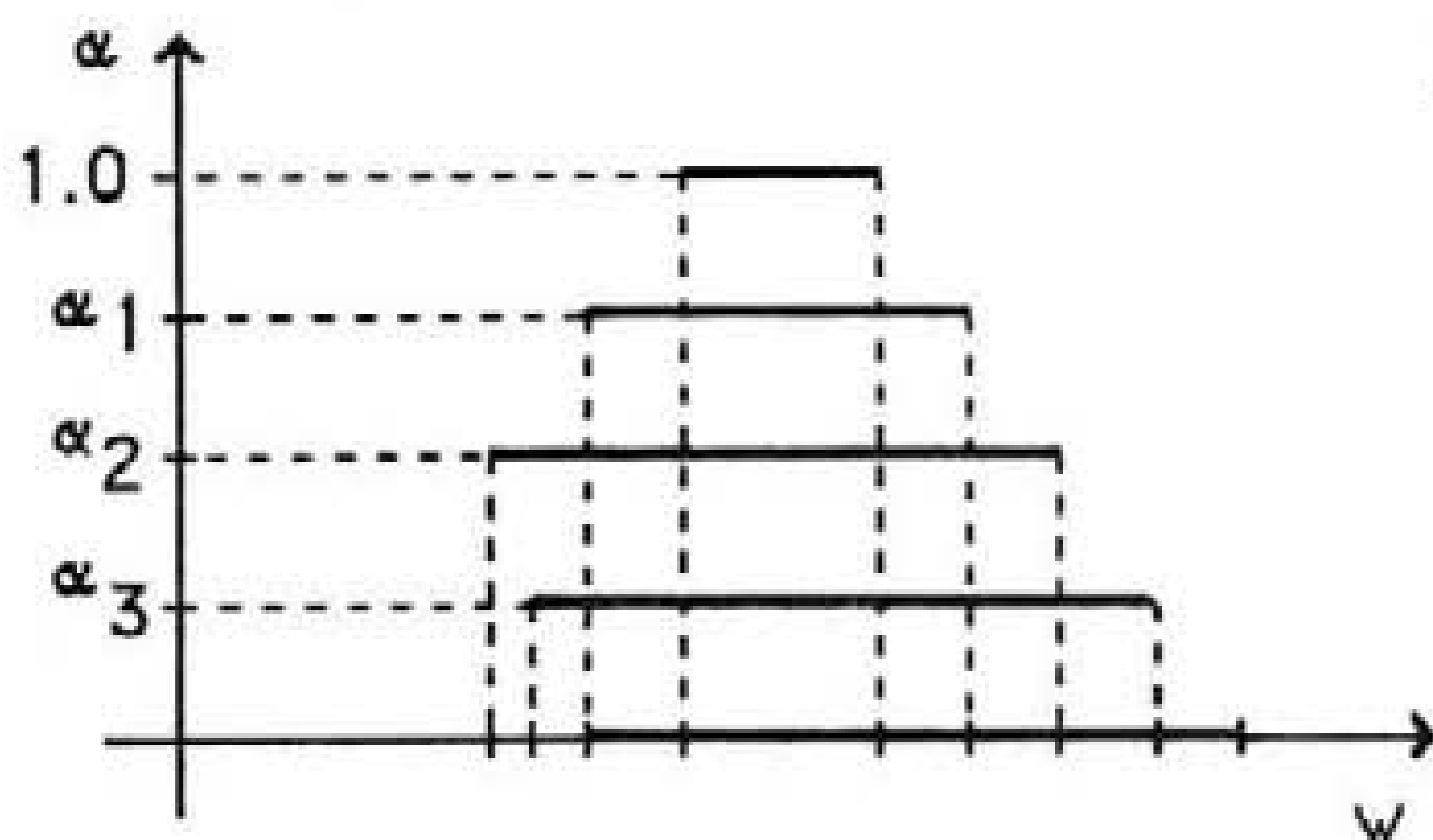


Fig. 4.4 - Cortes de nível α de uma grandeza \tilde{w} .

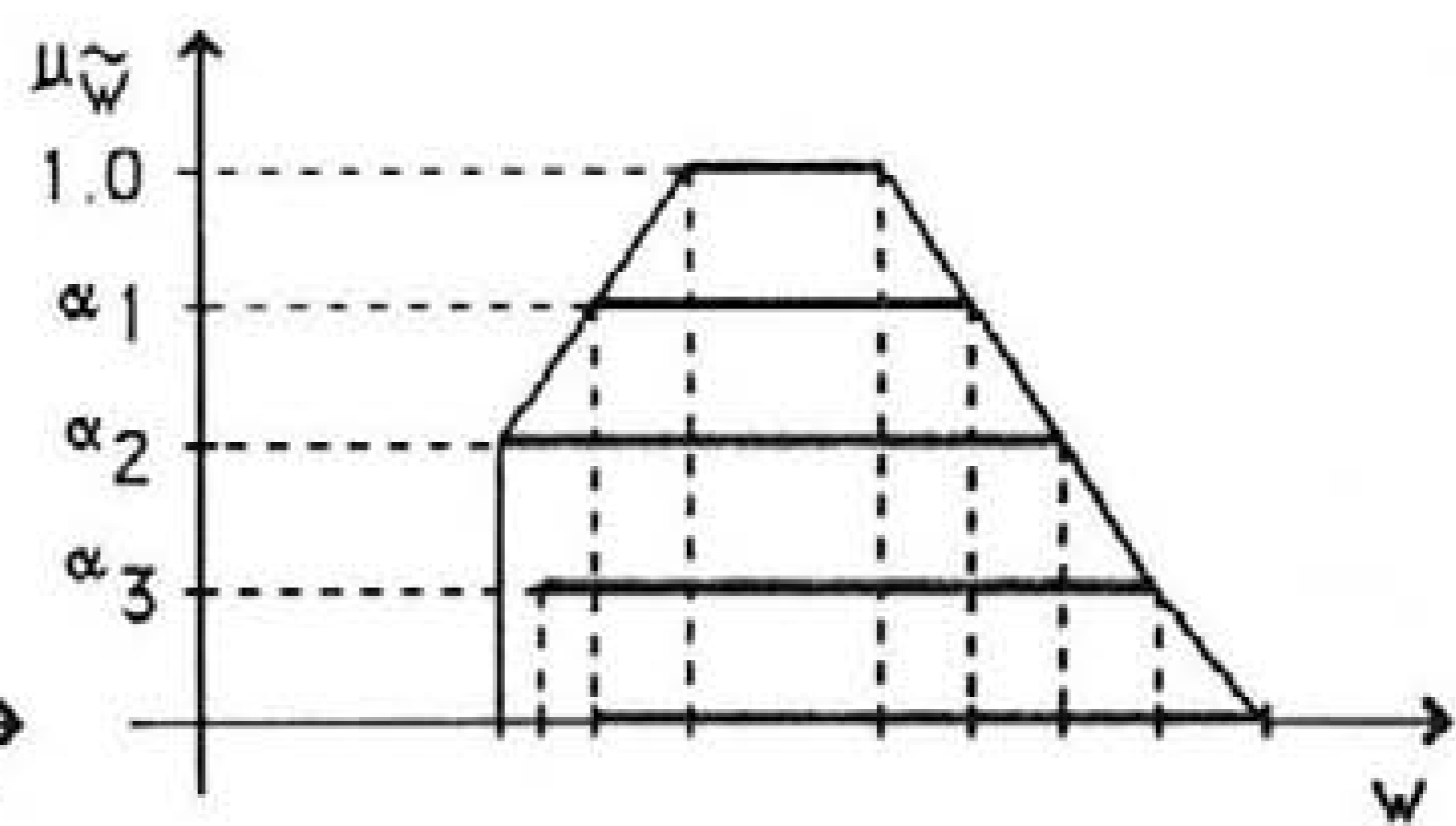


Fig. 4.5 - Número impreciso não trapezoidal.

De acordo com a figura 4.4, pode concluir-se que o valor mínimo do conjunto suporte de \tilde{w} é obtido para um cenário de potências injectadas que não corresponde a valores extremos do corte de nível 0.0 de $[\tilde{Z}]$. Esta situação, devida ao carácter não linear das equações do modelo AC do problema do fluxo de potências, origina que a função de pertinência de \tilde{w} não seja representada através de um número impreciso trapezoidal. A utilização do operador máximo referido no Apêndice A permite, por outro lado, justificar a adopção do número impreciso representado na figura 4.5 para modelizar o conjunto de cortes de nível α apresentados na figura 4.4.

Refira-se, em último lugar, que os valores mínimos dos cortes de nível 0.0 e de nível α_3 apresentados na figura 4.4 não estão, ainda, isentos de erros. Com efeito, um

número impreciso pode ser encarado como um conjunto de intervalos encaixados de tal forma que o corte de nível α_j deverá conter o corte de nível α_k desde que $\alpha_j \leq \alpha_k$. Deste modo, os valores mínimos dos cortes de nível 0.0 e de nível α_3 deverão ser não superiores ao valor mínimo do corte de nível α_2 . Esta situação permite justificar, de outro modo, a adopção do número impreciso apresentado na figura 4.5 para modelizar os cortes de nível α da figura 4.4. Por outro lado, a obtenção de números imprecisos como o representado na figura 4.5 significa que a aproximação linear inerente ao algoritmo apresentado em 4.4.3.3 ou o algoritmo apresentado neste ponto para reconstruir as funções de pertença poderão, em certas situações, não ser suficientes. Desta forma, a avaliação do desempenho do modelo AC de fluxo de potências impreciso assume uma relevância significativa no âmbito de uma análise crítica de resultados que os algoritmos apresentados anteriormente permitam obter.

4.5. Integração de outras funções de pertença

O problema de fluxo de potências impreciso foi formulado considerando modelos DC e AC tendo sido assumido que as potências injectadas especificadas eram representadas através de números imprecisos trapezoidais. No entanto, o utilizador poderá pretender integrar funções de pertença possuindo, por exemplo, não linearidades nos ramos esquerdo ou direito respectivos.

A integração destas não linearidades pode ser realizada de forma eficiente e sob certas condições utilizando números imprecisos na representação LR (ponto 5 do Apêndice A). Em relação a estes números imprecisos é possível obter expressões que permitem realizar, de forma rápida, diversas operações aritméticas (Dubois e Prade 1979 e Zimmermann 1985). A única restrição associada à utilização de números deste tipo resulta do facto de as funções de referência à esquerda e à direita a utilizar para os diversos números imprecisos deverem ser iguais. Se tal não ocorrer a obtenção de regras ou fórmulas para realizar as operações referidas anteriormente tornam-se muito complexas.

A integração de funções de pertença possuindo não linearidades nos seus ramos esquerdo ou direito pode, também, ser realizada utilizando o conceito de corte de nível α . Para este efeito, deverá ser seleccionado um conjunto de cortes de nível α suficiente para representar, de forma adequada, as características das funções de pertença das potências especificadas. A utilização das regras da análise intervalar permitem, neste caso, obter os cortes de nível α das funções de pertença das potências injectadas especificadas. Seja $z_{k\alpha}$, dada por (4.78), uma potência injectada especificada representada pelo corte de nível de α respectivo. As potências injectadas especificadas serão, assim, representadas por um conjunto de cortes de nível α encaixados de acordo com o esquematizado na figura 4.6.

$$z_{k\alpha} = [z_{k\alpha 1}; z_{k\alpha 2}] \quad (4.78)$$

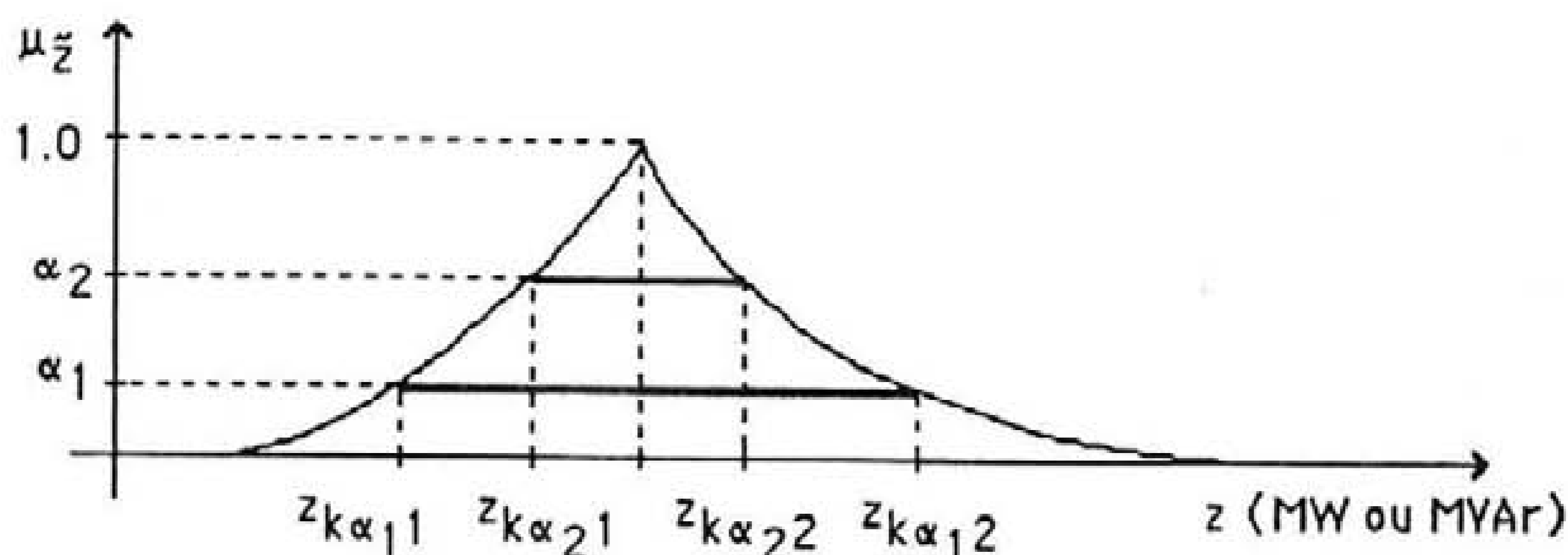


Fig. 4.6 - Discretização de um número impreciso.

Consideremos, a título de exemplo, o problema associado à determinação do corte de nível α de uma grandeza \tilde{w} adoptando o modelo AC de fluxo de potências impreciso. A realização do estudo determinístico inicial permite obter w^{ctr} e o vector $[S]$ de dimensão $2.npq+npv$ integrando os coeficientes de sensibilidade que expressam a influência de variações das potências injectadas especificadas na grandeza \tilde{w} . O corte de nível α de $\tilde{\Delta w}$ poderá ser calculado considerando a expressão (4.79). Nesta expressão, as operações de produto por um escalar real e de adição deverão ser realizadas de acordo com as regras da análise intervalar.

$$\Delta w_{\alpha} = \sum_{k=1}^{k=2.npq+npv} s_k \cdot \Delta z_{k\alpha} \quad (4.79)$$

O cálculo dos cortes de nível α seleccionados no processo de discretização referido permite obter uma representação aproximada do número impreciso correspondente à grandeza a calcular. A aproximação referida possuirá uma qualidade tanto mais elevada quanto maior for o número de cortes de nível α utilizados para representar os números imprecisos associados às potências especificadas.

4.6 Um pequeno exemplo de aplicação

Será apresentado em seguida um exemplo de aplicação dos conceitos e algoritmos desenvolvidos nos pontos precedentes. Este exemplo incidirá sobre um pequeno sistema eléctrico de energia (três barramentos, três ramos e dois geradores) possuindo um carácter académico evidente. A sua apresentação, nesta fase do trabalho, visa atingir, não apenas,

objectivos de natureza didáctica mas, também, esclarecer e sedimentar conceitos que em sistemas de maior dimensão poderão ser menos evidentes.

O esquema unifilar do sistema a analisar encontra-se representado na figura 4.7 e os dados respectivos são apresentados no Apêndice F. As funções de pertença especificadas para a potência activa produzida no gerador G_2 e para as potências activa e reactiva consumidas no barramento 3 são dadas pelos números imprecisos trapezoidais (4.80) a (4.82). Em relação aos resultados a apresentar em seguida, o barramento 1 foi seleccionado para barramento de referência e compensação.

$$\tilde{P}_{g_2} = (1.615; 1.6575; 1.7425; 1.785) \quad \text{MW} \quad (4.80)$$

$$\tilde{P}_{c_3} = (3.325; 3.4125; 3.5875; 3.675) \quad \text{MW} \quad (4.81)$$

$$\tilde{Q}_{c_3} = (0.95; 0.975; 1.025; 1.05) \quad \text{MVAr} \quad (4.82)$$

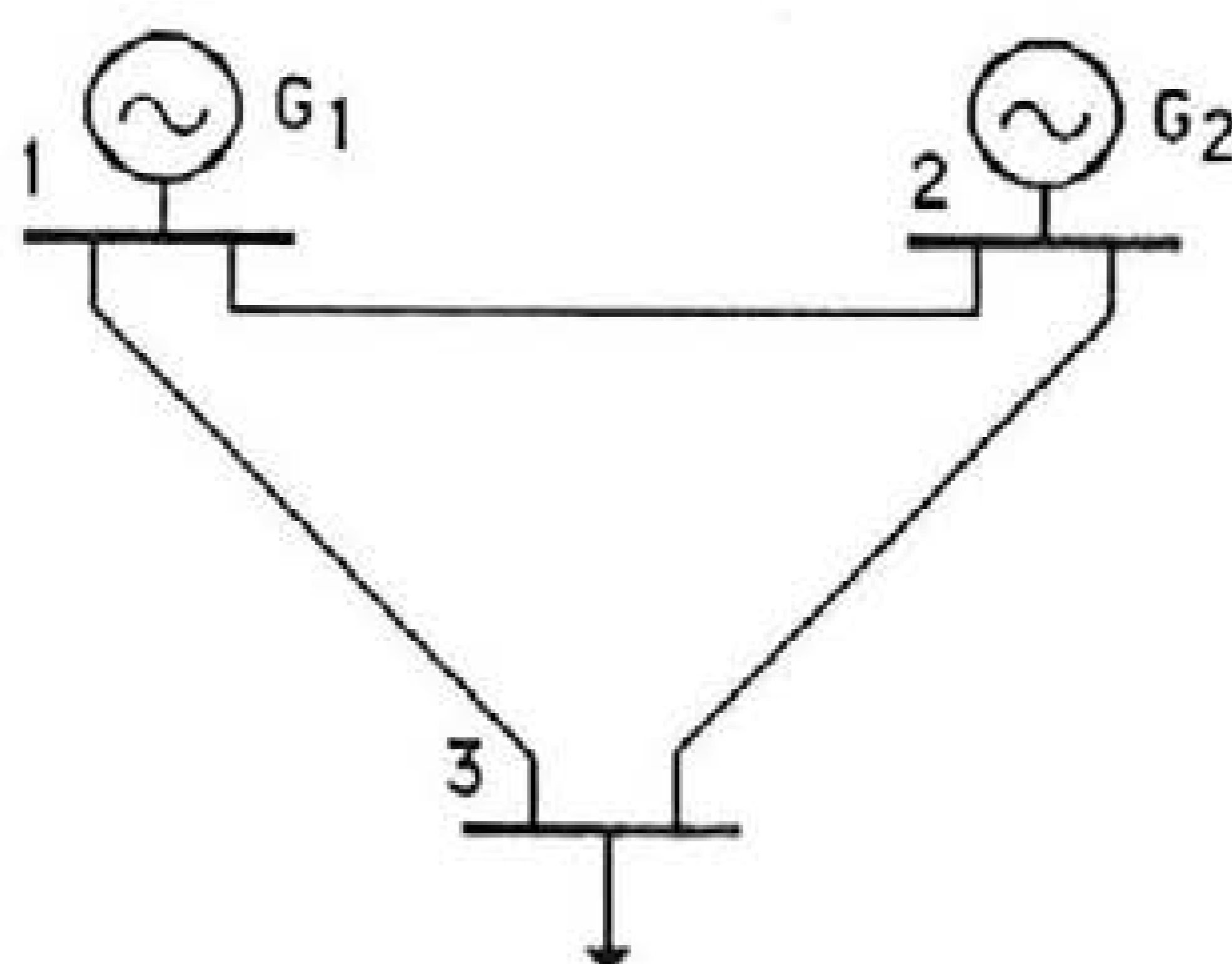


Fig. 4.7 - Esquema unifilar do sistema analisado.

A utilização do modelo DC impreciso (apresentado em 4.3) permite obter as funções de pertença apresentadas nas tabelas 4.1 a 4.3 associadas, respectivamente, à potência activa produzida no barramento 1, fase das tensões nos barramentos e trânsitos de potência activa nos ramos do sistema. Nestas tabelas os valores a_1 e a_4 correspondem aos valores extremos do corte de nível 0.0 do número impreciso trapezoidal respectivo enquanto a_2 e a_3 estão associados aos valores extremos do corte de nível 1.0.

barra	Função de pertença de \tilde{P}_{g_1} (MW)			
	a_1	a_2	a_3	a_4
1	1.540	1.670	1.930	2.060

Tab. 4.1 - Função de pertença da potência activa produzida no barramento 1.

barra	Função de pertinência da fase da tensão (grau)			
	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄
2	-0.850	-0.520	0.138	0.468
3	-10.953	-10.538	-9.707	-9.291

Tab. 4.2 - Funções de pertinência da fase das tensões.

nm	nj	Função de pertinência de \tilde{P}_{ik} (MW)			
		a ₁	a ₂	a ₃	a ₄
1	2	-0.082	-0.024	0.091	0.148
1	3	1.622	1.694	1.839	1.912
2	3	1.647	1.690	1.777	1.820

Tab. 4.3 - Funções de pertinência dos trânsitos de potência activa.

A utilização de modelo DC incremental (apresentado em 4.4.2) permite obter para as grandezas referidas anteriormente as funções de pertinência associadas a números imprecisos trapezoidais apresentadas nas tabelas 4.4 a 4.6.

barra	Função de pertinência de \tilde{P}_{g1} (MW)			
	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄
1	1.579	1.709	1.969	2.097

Tab. 4.4 - Função de pertinência da potência activa produzida no barramento 1.

barra	Função de pertinência da fase da tensão (grau)			
	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄
2	-0.934	-0.604	+0.055	0.384
3	-11.797	-11.381	-10.550	-10.135

Tab. 4.5 - Funções de pertinência da fase das tensões.

nm	nj	Função de pertença de \tilde{P}_{ik} (MW)			
		a ₁	a ₂	a ₃	a ₄
1	2	-0.067	-0.010	0.105	0.163
1	3	1.646	1.719	1.864	1.936
2	3	1.661	1.705	1.791	1.835

Tab. 4.6 - Funções de pertença dos trânsitos de potência activa.

Finalmente, a utilização do modelo AC incremental apresentado em 4.4.3 permite caracterizar o ponto de funcionamento do sistema de forma mais completa uma vez que permite obter funções de pertença associadas a números imprecisos trapezoidais para:

- o módulo e fase das tensões nos barramentos do sistema (tabelas 4.7 e 4.8);
- a potência activa produzida no barramento 1 (tabela 4.9);
- a potência reactiva produzida nos barramentos 1 e 2 (tabela 4.10);
- os trânsitos de potência activa e reactiva nos ramos (tabelas 4.11 e 4.12);
- as potências activa e reactiva de perdas nos ramos (tabelas 4.13 e 4.14);
- o módulo e quadrado do módulo da intensidade de corrente nos ramos (tabelas 4.15 e 4.16);

Nas tabelas (4.7) a (4.16) são ainda apresentados os valores obtidos para as grandezas respectivas através de estudos determinísticos de fluxo de potências associados a:

- um perfil de potências produzidas e consumidas especificadas correspondentes ao valor mínimo do corte de nível 0.0 dos números imprecisos correspondentes;
- um perfil de potências produzidas e consumidas especificadas correspondentes ao valor máximo do corte de nível 0.0 dos números imprecisos correspondentes.

Refira-se, por último, que o comportamento do sistema foi analisado especificando 1.00 pu para o módulo das tensões nos barramentos 1 e 2.

barra	Função de pertença do módulo da tensão (pu)				Valores (pu) obtidos para P e Q extremos	
	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄		
3	0.912	0.915	0.920	0.924	0.924	0.912

Tab. 4.7 - Função de pertença do módulo da tensão no barramento 3.

barra	Função de pertinência da fase da tensão (grau)				Valores (grau) obtidos para P e Q extremos	
	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄		
2	-0.965	-0.620	0.070	0.415	-0.254	-0.295
3	-11.925	-11.445	-10.486	-10.006	-10.321	-11.596

Tab. 4.8 - Funções de pertinência da fase das tensões.

barra	Função de pertinência de \tilde{P}_{g1} (MW)				Valores (MW) obtidos para P e Q extremos	
	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄		
1	1.575	1.707	1.971	2.104	1.741	1.934

Tab. 4.9 - Função de pertinência da potência activa produzida no barramento 1.

barra	Função de pertinência de \tilde{Q}_g (MVar)				Valores (MVar) obtidos para P e Q extremos	
	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄		
1	0.822	0.858	0.930	0.965	0.820	0.965
2	0.824	0.858	0.927	0.961	0.819	0.963

Tab. 4.10 - Funções de pertinência das potência reactivas produzidas.

nm	nj	Função de pertinência de \tilde{P}_{ik} (MW)				Valores (MW) obtidos para P e Q extremos	
		a ₁	a ₂	a ₃	a ₄		
1	2	-0.072	-0.012	0.108	0.168	0.044	0.051
1	3	1.647	1.719	1.863	1.936	1.697	1.883
2	3	1.658	1.704	1.792	1.836	1.658	1.836

Tab. 4.11 - Funções de pertinência dos trânsitos de potência activa.

nm	nj	Função de pertinência de \tilde{Q}_{ik} (MVar)				Valores (MVar) obtidos para P e Q extremos	
		a ₁	a ₂	a ₃	a ₄		
1	2	-0.008	-0.005	0.000	0.003	-0.002	-0.002
1	3	0.819	0.857	0.935	0.973	0.822	0.967
2	3	0.811	0.856	0.924	0.961	0.816	0.960

Tab. 4.12 - Funções de pertinência dos trânsitos de potência reactiva.

nm	nj	Função de pertinência de \tilde{P}_{perik} (MW)				Valores (MW) obtidos para P e Q extremos	
		a ₁	a ₂	a ₃	a ₄		
1	2	***	***	0.0000	0.0001	0.0000	0.0000
1	3	0.0168	0.0184	0.0217	0.0233	0.0177	0.0223
2	3	0.0170	0.0182	0.0203	0.0214	0.0170	0.0214

Tab. 4.13 - Funções de pertinência da potência activa de perdas.

nm	nj	Função de pertinência de \tilde{Q}_{perik} (MVar)				Valores (MVar) obtidos para P e Q extremos	
		a ₁	a ₂	a ₃	a ₄		
1	2	-0.0009	-0.0003	0.0008	0.0014	0.0001	0.0002
1	3	0.3358	0.3685	0.4339	0.4666	0.3555	0.4479
2	3	0.3417	0.3632	0.4062	0.4277	0.3410	0.4293

Tab. 4.14 - Funções de pertinência da potência reactiva de perdas.

nm	nj	Função de pertinência de \tilde{I}_{ik} (pu)				Valores (pu) obtidos para P e Q extremos	
		a ₁	a ₂	a ₃	a ₄		
1	2	***	***	0.0108	0.0168	0.0044	0.0051
1	3	0.1840	0.1921	0.2085	0.2166	0.1886	0.2116
2	3	0.1842	0.1907	0.2017	0.2072	0.1847	0.2072

Tab. 4.15 - Funções de pertinência dos módulos da intensidade de corrente.

nm	nj	Função de pertença de \tilde{I}^2_{ik} (pu)				Valores (pu) obtidos para P e Q extremos	
		a ₁	a ₂	a ₃	a ₄		
1	2	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000
1	3	0.0336	0.0368	0.0434	0.0467	0.0356	0.0448
2	3	0.0341	0.0363	0.0406	0.0429	0.0341	0.0429

Tab. 4.16 - Funções de pertença do quadrado dos módulos da intensidade de corrente.

A análise dos resultados apresentados permite retirar algumas conclusões:

- o modelo DC incremental permite obter funções de pertença para a fase das tensões, para os trânsitos de potência activa e para a potência activa produzida no barramento 1 que são pouco diferentes das obtidas utilizando o modelo AC incremental;

- a utilização da aritmética dos números imprecisos exige algum cuidado dada a ausência de algumas propriedades válidas na álgebra dos números reais. Consideremos, a título de exemplo, os resultados obtidos através do modelo DC impreciso para os trânsitos de potência activa nos ramos do sistema (tabela 4.3). A aplicação da lei dos nós ao barramento 2 do sistema em análise (figura 4.7) permitiria obter (4.83). Considerando esta expressão e as funções de pertença de \tilde{P}_{g2} (4.80) e de $\tilde{P}_{1.2}$ (tabela 4.3), é possível obter (4.84).

$$\tilde{P}_{2.3} = \tilde{P}_{g2} \oplus \tilde{P}_{1.2} \quad (4.83)$$

$$\tilde{P}_{2.3} = (1.533; 1.633; 1.833; 1.933) \quad (4.84)$$

Esta função de pertença contém a apresentada para esta grandeza na tabela 4.3. Esta situação pode ser explicada considerando a expressão (4.85) obtida a partir de (4.83) por substituição de $\tilde{P}_{1.2}$ pela expressão resultante da aplicação do modelo DC. Por outro lado, (4.86) corresponde à expressão de $\tilde{P}_{2.3}$ obtida através do modelo DC impreciso.

$$\tilde{P}_{2.3} = \tilde{P}_{g2} \oplus (-2/3) \cdot \tilde{P}_{g2} \oplus (1/3) \cdot \tilde{P}_{c3} \quad (4.85)$$

$$\tilde{P}_{2.3} = (1/3) \cdot \tilde{P}_{g2} \oplus (1/3) \cdot \tilde{P}_{c3} \quad (4.86)$$

A função de pertença de $\tilde{P}_{2.3}$ obtida através de (4.85) é diferente da calculada através de (4.86) visto não ser válida a propriedade distributiva do produto de um número impreciso por um escalar real em relação à adição de números reais. Desta forma, em (4.85) não é possível agregar os dois termos função de \tilde{P}_{g2} , pelo que, as expressões (4.85) e (4.86) não são equivalentes. A formulação (4.85) exige, por outro lado, a realização de

mais operações envolvendo números imprecisos pelo que a função de pertença de \tilde{P}_{2-3} , obtida através da sua aplicação, possui maior imprecisão (medida, por exemplo, através da amplitude do número impreciso correspondente) e contém a função de pertença desta grandeza apresentada na tabela 4.3;

- os comentários realizados no ponto anterior permitem acentuar a necessidade de utilizar as expressões que, integrando números imprecisos, se revelem mais adequadas. Para este efeito, deverão ser utilizadas expressões envolvendo o menor número possível de operações de modo a não aumentar, de forma artificial, a imprecisão dos resultados;

- nas tabelas 4.13, 4.15 e 4.16 associadas, respectivamente, à potência activa de perdas e ao módulo e quadrado do módulo da intensidade de corrente nos ramos do sistema os valores mínimos dos cortes de nível 0.0 e 1.0 referentes ao ramo 1-2 estão afectados por erros decorrentes do processo de linearização utilizado pelo que foram obtidos valores negativos para essas grandezas. Esta situação é impossível do ponto de vista físico e poderá ser corrigida utilizando o algoritmo apresentado em 4.4.3.4. A sua aplicação em relação à função de pertença do módulo da intensidade de corrente no ramo 1-2, por exemplo, permite

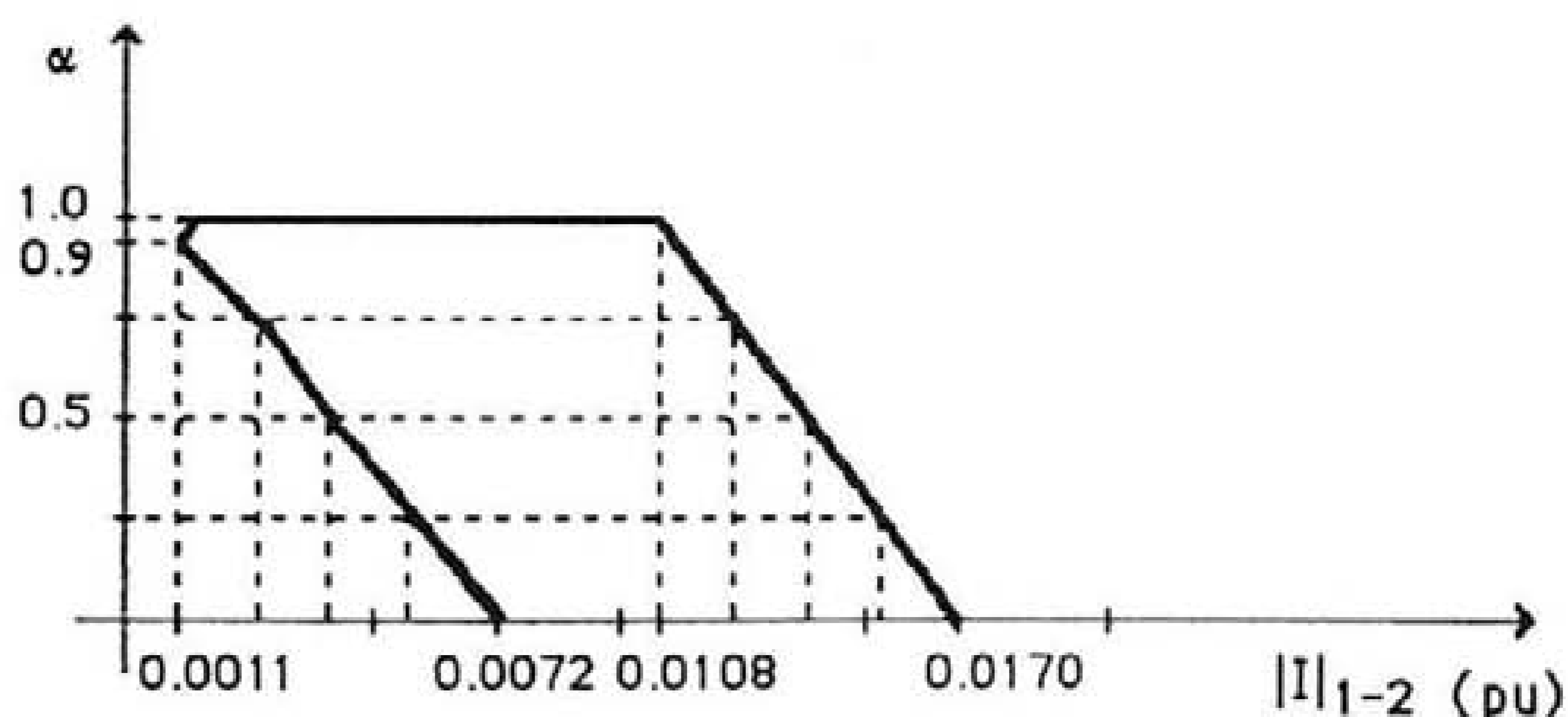


Fig. 4.8 - Representação gráfica dos resultados obtidos para $|I|_{1-2}$ utilizando o algoritmo apresentado em 4.4.3.4.

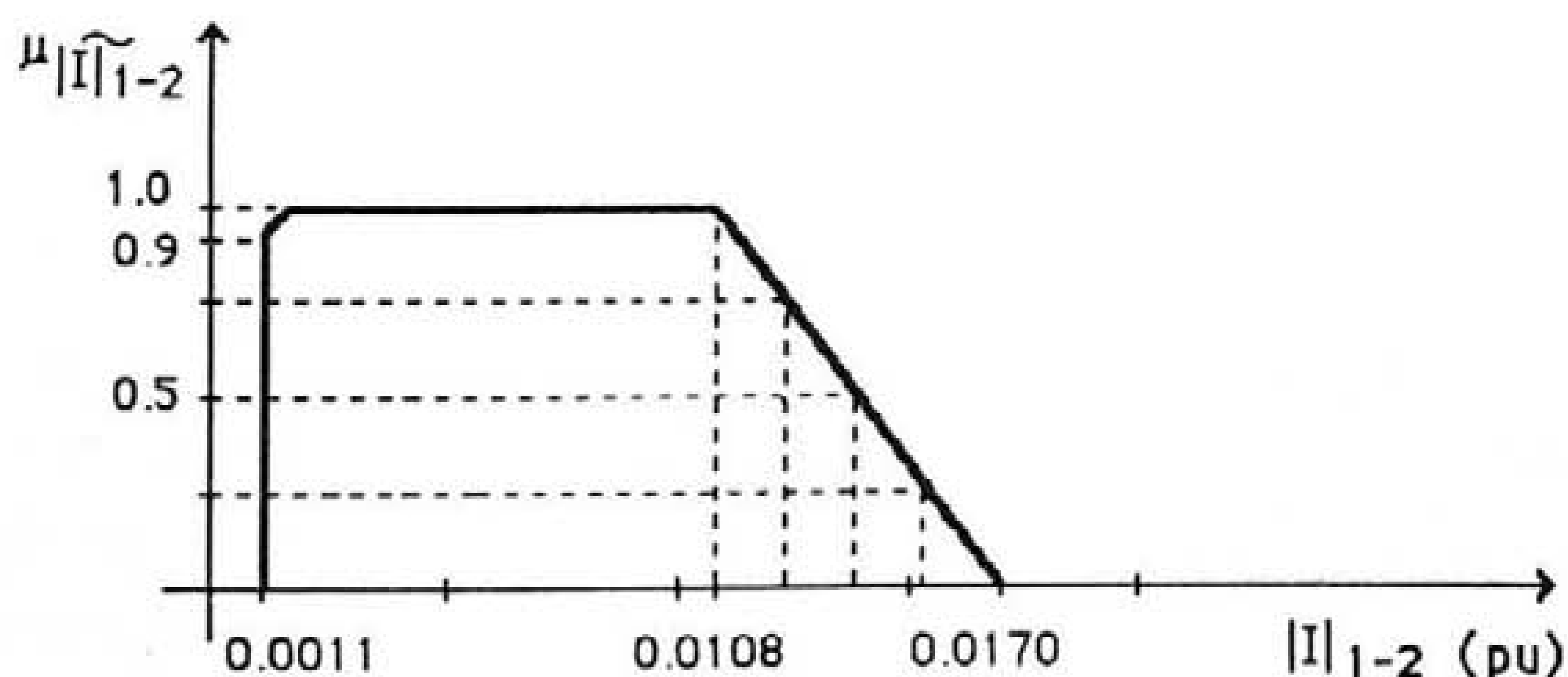


Fig. 4.9 - Função de pertinência de $|I|_{1-2}$ após utilizar o operador máximo.

construir a representação gráfica apresentada na figura 4.8. A utilização do operador máximo descrita, também, em 4.4.3.4, origina a adopção do número impreciso apresentado na figura 4.9 para descrever o comportamento desta grandeza. O carácter não trapezoidal deste número impreciso permite reforçar a ideia de que as não linearidades inerentes ao problema de fluxo de potências AC poderão originar a obtenção de funções de pertinência cuja forma é diferente da dos números imprecisos especificados para os dados;

- as funções de pertinência obtidas através da utilização do modelo AC incremental integram no seu conjunto suporte os valores obtidos para as grandezas respectivas através da realização dos dois estudos determinísticos associados aos perfis de potências especificadas mínimas e máximas. As excepções a esta constatação correspondem aos valores da potência reactiva produzida nos barramentos 1 e 2 e da potência reactiva de perdas no ramo 2-3. As diferenças detectadas são, em todo o caso, pequenas e podem ser explicadas considerando o carácter mais dificilmente linearizável das grandezas referidas. Na figura 4.10, por outro lado, está representada a função de pertinência associada à potência activa produzida no barramento 1 e os valores determinísticos associados aos cenários de potências especificadas constituídos pelos valores mínimos, máximos e médios (sendo estes relativos ao corte de nível 1.0) das funções de pertinência respectivas;



Fig. 4.10 - Função de pertinência da potência activa produzida no barramento 1.

- os três modelos apresentados e utilizados neste estudo permitem identificar a possibilidade de ocorrência de inversão do sentido do trânsito de potência activa no ramo 1-2. Esta situação significa que, face às funções de pertinência das potências activas e reactivas especificadas, existem cenários constituídos por valores determinísticos de potências activas e reactivas especificadas para os quais um exercício determinístico de fluxo de potências conduziria a valores possuindo sinais contrários para esse trânsito de potências;

- a realização dos estudos determinísticos de fluxo de potências adoptando o modelo AC correspondentes aos cenários de potências especificadas constituídos pelos valores mínimos, máximos e médios (sendo estes relativos ao corte de nível 1.0) das funções de pertinência das potências especificadas não permitem detectar a possibilidade de ocorrência da inversão referida no ponto anterior. Esta situação pode ser apreciada na figura 4.11. A título de exemplo, a realização de um estudo determinístico de fluxo de potências correspondente à especificação de $P_{g2}=1.785$ MW, $P_{c3}= 3.325$ MW e $Q_{c3}= 0.95$ MVar permite obter o valor de -0.072 MW para o trânsito de potência activa no ramo 1-2. Esta situação comprova a existência, face à imprecisão subjacente às potências especificadas da possibilidade de inversão referida;

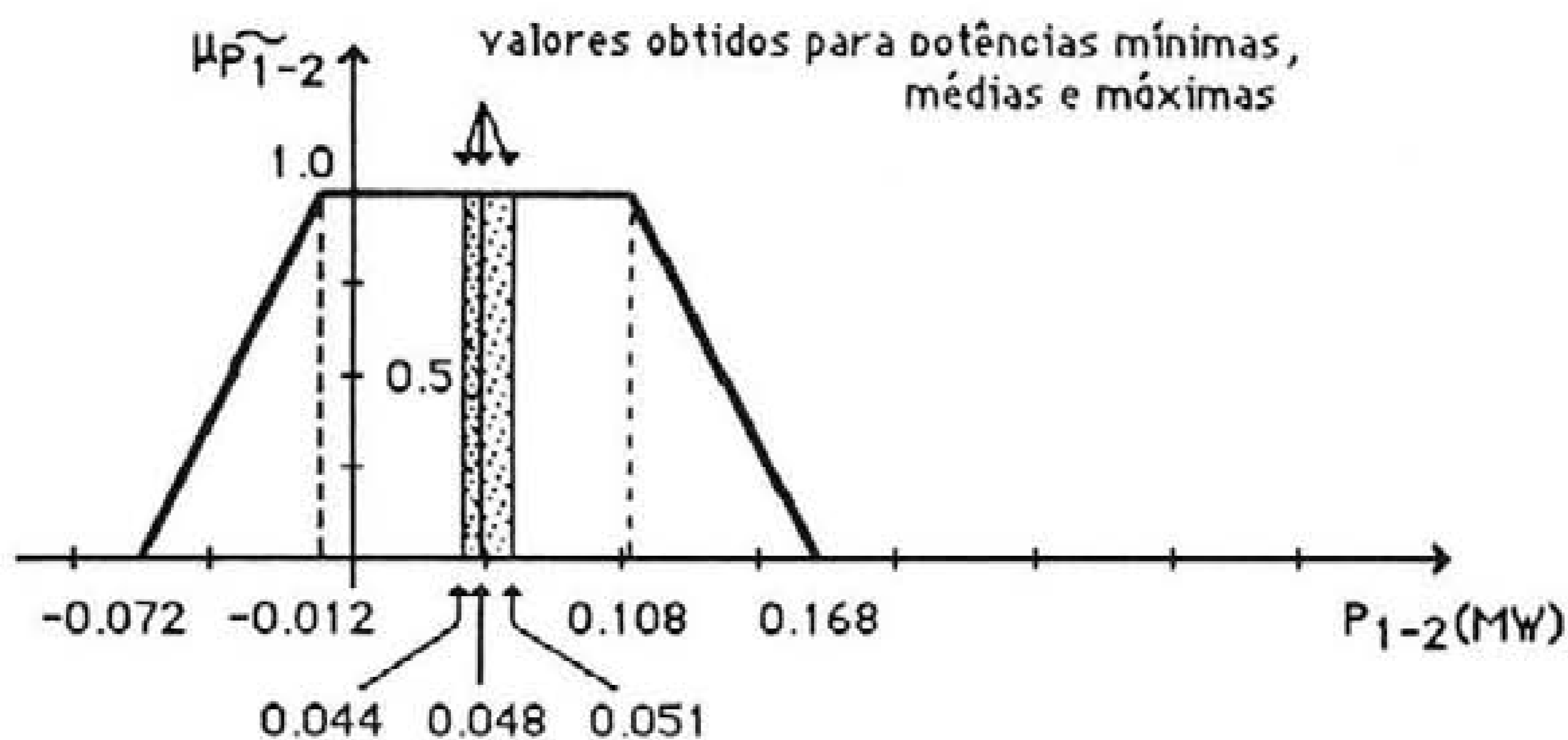


Fig. 4.11 - Função de pertinência do trânsito de potência activa no ramo 1-2.

- em geral, pode afirmar-se que os modelos de fluxo de potências impreciso apresentados permitem obter, de uma forma rápida e eficiente, descrições imprecisas dos resultados. Este aspecto é particularmente notório em relação ao modelo AC impreciso que, através da realização de um único estudo determinístico de fluxo de potências, permite obter um conhecimento mais aprofundado do comportamento do sistema face às imprecisões especificadas.

4.7. Integração de dependências nodais

4.7.1. Aspectos genéricos

Os modelos de fluxo de potências impreciso DC e AC apresentados anteriormente foram formulados não considerando a existência de relações condicionando a imprecisão associada às potências produzidas ou de carga ou a existência de limites máximos e mínimos para as potências produzidas. Por outro lado, a fixação do barramento de referência dos

argumentos no modelo DC e do barramento de referência dos argumentos e de compensação no modelo AC foi realizada de forma arbitrária. Estes aspectos serão analisados em seguida sendo apresentados algoritmos que permitem integrar, de forma eficiente, relações de dependência entre a imprecisão de diversas potências especificadas.

4.7.2. Novas formulações do modelo DC Impreciso

A resolução do problema determinístico de fluxo de potências considerando o modelo DC é realizada utilizando a matriz $[Bdc_a]$ de dimensão $n_b \times n_b$. Esta matriz é singular pelo que a resolução do problema exige a eliminação de uma linha i e de uma coluna k podendo, de um ponto de vista conceptual, admitir-se que $i \neq k$. A eliminação da coluna k resulta de se considerar que o valor da fase da tensão no barramento k é conhecido sendo-lhe atribuído, em geral, o valor zero. A eliminação da linha i resulta de as potências produzidas e de carga não serem independentes visto estarem relacionadas através da equação de equilíbrio de potências activas. Esta equação permite obter o valor da potência produzida no barramento i sendo conhecidas as restantes potências produzidas e a potência de carga total do sistema. A prática corrente indica, no entanto, que os barramentos i e k coincidem. Em qualquer dos casos, a eliminação de uma linha e uma coluna permite obter a matriz $[Bdc]$ não singular.

Considerando, agora, o modelo DC de fluxo de potências impreciso verifica-se que a adopção de diferentes barramentos associados à linha de $[Bdc_a]$ a eliminar origina a obtenção de resultados, em geral, diferentes para os trânsitos de potências e fase das tensões. Esta situação é devida à ausência de elemento oposto de um número impreciso em relação à operação adição estendida referida no ponto 10 do Apêndice A no âmbito da resolução de equações algébricas envolvendo números imprecisos. Desta forma, a imprecisão da potência produzida no barramento associado à linha i que foi eliminada de $[Bdc_a]$ é função da imprecisão das restantes potências produzidas e da potência de carga total. Assim, dependendo do barramento i seleccionado, são obtidas diversas versões da equação de equilíbrio das potências activas sendo estas representadas por números imprecisos. Considerando a situação usual em que os barramentos i e k coincidem, verifica-se que as descrições imprecisas associadas aos trânsitos de potência nos ramos e à fase das tensões nos barramentos dependem, em geral, do barramento seleccionado para referência.

Não impondo quaisquer condições à imprecisão das potências produzidas e de carga, as descrições imprecisas obtidas para a fase das tensões (4.4), os trânsitos de potência activa (4.5) e potência activa produzida no barramento de referência (4.8) correspondem aos números imprecisos mais alargados, isto é, com a imprecisão mais elevada que seria possível obter considerando o número infinito de combinações de potências

injectadas subjacentes a $[\tilde{\Delta P}]$. A este respeito, no número 11 do Apêndice A, é referida a relação existente entre a avaliação de uma combinação linear de números imprecisos e problemas de programação linear. A não subordinação da solução desses problemas de programação linear ou, de uma forma equivalente, de (4.4) e (4.5) a uma mesma versão imprecisa da equação de equilíbrio de potências activas explica os resultados diferentes obtidos para os trânsitos de potência activa e fase das tensões quando o barramento seleccionado para referência se altera.

Desta forma, a integração no modelo DC de fluxo de potências impreciso de dependências entre a imprecisão das potências produzidas e de carga ou valores extremos para a imprecisão na potência produzida no barramento de referência assume uma relevância acrescida. A especificação destes elementos origina que as descrições dos trânsitos de potência ou fase das tensões estejam contidas nas obtidas através de (4.4) e (4.5).

Por outro lado, a observação do comportamento físico de um sistema eléctrico de energia permite formular um princípio genérico relacionando a imprecisão das potências produzidas com a das potências de carga. Com efeito, a potência produzida no sistema é determinada pela potência de carga pelo que, para cada cenário de potências de carga subjacente às representações imprecisas respectivas, deverá existir pelo menos um cenário de potências produzidas que permitam alimentar essa carga.

Consideremos, a título de exemplo, um cenário de potências de carga cujo valor total, obtido através da adição de números imprecisos, é representado pelo número trapezoidal (4.87).

$$\tilde{P}_c = (P_{c1}; P_{c2}; P_{c3}; P_{c4}) \quad (4.87)$$

Para cada cenário de potências de carga subjacentes a (4.87), as condições de operação do sistema exigem a existência de, pelo menos, um cenário de potências produzidas que satisfaça a potência de carga. Se a potência produzida estiver, por exemplo, associada a dois geradores esta condição fica garantida se a potência produzida total obtida através da adição dos números imprecisos correspondentes às potências produzidas pelos geradores (4.88) for igual à potência de carga. Nesta situação, verifica-se (4.89) pelo que, para cada cenário de potências de carga correspondente aos valores extremos de cortes de nível α de \tilde{P}_c existe um único cenário de potências produzidas que o satisfaça. Para valores intermédios, o número de cenários de potências produzidas é infinito visto que é possível elevar o valor da potência produzida num gerador e diminuir o valor associado ao outro de tal modo que a condição de equilíbrio seja satisfeita.

$$\tilde{P}_g = (P_{gi1}; P_{gi2}; P_{gi3}; P_{gi4}) \oplus (P_{gk1}; P_{gk2}; P_{gk3}; P_{gk4}) \quad (4.88)$$

$$P_{cj} = P_{gij} + P_{gkj} \quad (4.89)$$

No entanto, a potência produzida no gerador i poderá ser representada por um número impreciso mais alargado de tal forma que existam valores de pertença não nulos para valores inferiores a P_{gi1} . Nesta situação, a alimentação de P_{ci1} poderá ser realizada através de um número infinito de cenários de potências produzidas. Desta forma, pode concluir-se que a imprecisão da potência produzida total deverá ser não inferior à da potência de carga total do sistema em análise.

O resultado anterior poderá ser formulado em termos de um princípio de natureza entrópica:

Princípio Entrópico - A imprecisão associada à adição das representações imprecisas das potências produzidas num sistema eléctrico de energia deverá ser não inferior à imprecisão associada à adição das representações imprecisas das potências de carga.

Apresentam-se, em seguida, diversas formulações do problema DC de fluxo de potências impreciso considerando a especificação de diversos elementos. Nestas formulações considera-se que os barramentos associados à linha e coluna a eliminar de $[Bdc_a]$ coincidem.

Modelo A - o modelo DC mais simples de fluxo de potências impreciso está associado à declaração das representações imprecisas das potências produzidas nos diversos barramentos excepto no barramento de referência. Esta formulação corresponde ao modelo DC impreciso apresentado em 4.3 pelo que a fase das tensões, os trânsitos de potência e a potência produzida no barramento de referência são obtidos utilizando (4.4), (4.5) e (4.8), respectivamente.

Modelo B - o utilizador pode especificar, por um lado, as representações imprecisas da potência de carga total e das potências produzidas nos diversos barramentos, excepto no de referência e, por outro, admitir que a imprecisão total associada à potência produzida é igual à imprecisão total inerente à potência de carga. Nesta situação, a potência produzida no barramento de referência deverá ser calculada através da desconvolução (ponto 10 do Apêndice A) de (4.8). Esta conceptualização revela-se adequado à modelização da integração de fontes produtoras de energia independentes. Neste sentido os elementos do sistema produtor poderão ser agrupados em dois subsistemas integrando um deles as fontes controladas e o outro as não controladas pelo utilizador. Este poderá, ainda, especificar que a imprecisão associada às funções de pertença da potência produzida nas fontes controladas adicionada à das não controladas deverá igualar a imprecisão associada às funções de pertença das potências de

carga. A equação de equilíbrio de potências activas (4.90) deverá, deste modo, ser resolvida através de (4.91) em que o sinal \oplus denota, neste caso, a desconvolução de números imprecisos. Nestas expressões, $\tilde{P}_g^{ct_i}$ e $\tilde{P}_g^{nct_i}$ representam, respectivamente, as funções de pertença da potência activa produzida na fonte controlada e não controlada ligada ao barramento i .

$$\sum_{i=1}^{nb} \tilde{P}_g^{ct_i} \oplus \sum_{i=1}^{nb} \tilde{P}_g^{nct_i} = \sum_{i=1}^{nb} \tilde{P}_c_i \quad (4.90)$$

$$\sum_{i=1}^{nb} \tilde{P}_g^{ct_i} = \sum_{i=1}^{nb} \tilde{P}_c_i \oplus \sum_{i=1}^{nb} \tilde{P}_g^{nct_i} \quad (4.91)$$

Modelo C - o utilizador poderá especificar as representações imprecisas da potência de carga total e das potências produzidas nos diversos barramentos excepto no de referência e especificar, também, valores extremos que a potência produzida no barramento de referência não deverá ultrapassar. Estes limites poderão ser encarados, de uma forma equivalente, como a especificação de um número impreciso rectangular que deverá conter a descrição imprecisa da potência a produzir no barramento de referência. Este número impreciso rectangular deverá, em qualquer caso, satisfazer o Princípio Entrópico apresentado.

Modelo D - finalmente o utilizador poderá especificar as descrições imprecisas de todas as potências produzidas e de carga. A especificação destas potências produzidas e de carga deverá ser realizada de acordo com o Princípio Entrópico apresentado.

A obtenção das descrições imprecisas dos trânsitos de potência e da fase das tensões subjacentes aos três últimos modelos não poderá ser realizada considerando a formulação apresentada em 4.3. A formulação matemática associada a estes modelos e o algoritmo de resolução adoptado serão apresentados nos pontos seguintes.

Realizando um paralelo com o tratamento conferido pelos modelos probabilísticos de fluxo de cargas a este problema verifica-se que a existência de um barramento de referência (e de compensação nos modelos AC) se revela, também, necessária. Não se conhece, no entanto, qualquer metodologia que permita condicionar a imprecisão dos resultados através da especificação de limites para a potência produzida no barramento de referência (e de compensação nos modelos AC). Repare-se que esta questão é distinta da especificação de dependências estatísticas entre distribuições de potências especificadas para

diversos barramentos. Nesta área, por exemplo, Leite da Silva et al (1984) apresenta um modelo de fluxo de cargas probabilístico que permite integrar este tipo de dependências.

Formulação do problema

Consideremos, a título de exemplo e sem perda de generalidade, o problema associado à determinação do valor mínimo do corte de nível α de uma grandeza \tilde{w} que se pode expressar, de forma linear, em função das potências injectadas em $nb-1$ barramentos do sistema. Considerando a formulação incremental associada à obtenção de um valor determinístico inicial, o problema anterior resume-se à determinação do valor mínimo de Δw_α . Seja (4.92) a (4.94) o problema de programação linear associado à obtenção do valor mínimo de Δw_α considerando o modelo A. Como se verificou no ponto 11 do Apêndice A, o valor mínimo (ou máximo) de Δw_α obtido através da resolução deste problema de programação linear ou da aritmética dos números imprecisos coincidem.

$$\min \Delta w_\alpha = \sum_{j=1}^{nb-1} s_j \cdot (\Delta P_{g_{\alpha j}} - \Delta P_{c_{\alpha j}}) \quad (4.92)$$

$$\text{su}j \quad \Delta P_{g_{\alpha j}}^{\min} \leq \Delta P_{g_{\alpha j}} \leq \Delta P_{g_{\alpha j}}^{\max} \quad j=1, \dots, nb-1 \quad (4.93)$$

$$\Delta P_{c_{\alpha j}}^{\min} \leq \Delta P_{c_{\alpha j}} \leq \Delta P_{c_{\alpha j}}^{\max} \quad j=1, \dots, nb-1 \quad (4.94)$$

Nesta formulação os coeficientes s_j correspondem a elementos de $[Bdc]^{-1}$ se \tilde{w} for a fase da tensão num barramento ou a elementos de $[Sdc]$ se se tratar do trânsito de potência activa num ramo do sistema.

As especificações inerentes aos modelos B, C e D podem ser modelizadas através de (4.95). Com efeito, a resolução de (4.8) utilizando um processo de desconvolução (inerente ao modelo B) permite obter, para cada corte de nível α , os valores extremos $\Delta P_{g_{\alpha nb}}^{\min}$ e $\Delta P_{g_{\alpha nb}}^{\max}$. Por outro lado, a utilização de (4.95) para representar a especificação dos valores limite de $\Delta P_{g_{nb}}$ associados ao modelo C é imediata. Neste modelo verifica-se, além disso, que os limites $\Delta P_{g_{\alpha nb}}^{\min}$ e $\Delta P_{g_{\alpha nb}}^{\max}$ são constantes e independentes de α . Finalmente, a especificação da imprecisão $\Delta P_{g_{nb}}$ referida no modelo D pode, também, ser encarada como a fixação da gama de variação associada a cada um dos seus cortes de nível α . Desta forma, os modelos B, C e D podem ser encarados, conceptualmente, como equivalentes. Por outro lado, a restrição (4.96) está associada à gama de variação da potência de carga no barramento de índice nb . As diversas potências produzidas e de carga estão relacionadas através da equação de equilíbrio de potências activas (4.97).

$$\Delta P_{g_{\alpha nb}}^{\min} \leq \Delta P_{g_{\alpha nb}} \leq \Delta P_{g_{\alpha nb}}^{\max} \quad (4.95)$$

$$\Delta P_{c_{\alpha nb}}^{\min} \leq \Delta P_{c_{\alpha nb}} \leq \Delta P_{c_{\alpha nb}}^{\max} \quad (4.96)$$

$$\sum_{j=1}^{nb} \Delta P_{g_{\alpha j}} = \sum_{j=1}^{nb} \Delta P_{c_{\alpha j}} \quad (4.97)$$

O modelo completo será, portanto, constituído por (4.92) a (4.97). A finalizar, refira-se que as variáveis $\Delta P_{g_{\alpha}}$ e $\Delta P_{c_{\alpha}}$ podem assumir valores não positivos uma vez que estão associadas a desvios das potências produzidas e de carga em relação ao valor central respectivo. A sua decomposição em diferenças de variáveis não negativas permite obter o modelo (4.98) a (4.103). Na formulação apresentada vfg_{j1} e vfg_{j2} correspondem às variáveis de folga das restrições de limite mínimo e máximo da potência produzida no barramento j . De forma análoga, vfc_{j1} e vfc_{j2} estão associadas às restrições de limites da potência de carga desse barramento.

$$\min \Delta w_{\alpha} = \sum_{j=1}^{nb} s_j \cdot (\Delta P_{g_{\alpha j}^+} - \Delta P_{g_{\alpha j}^-} - \Delta P_{c_{\alpha j}^+} + \Delta P_{c_{\alpha j}^-}) \quad (4.98)$$

$$\text{su}j \quad -\Delta P_{g_{\alpha j}^+} + \Delta P_{g_{\alpha j}^-} + sg_{j1} = -\Delta P_{g_{\alpha j}^{\min}} \quad j=1, \dots, nb \quad (4.99)$$

$$\Delta P_{g_{\alpha j}^+} - \Delta P_{g_{\alpha j}^-} + sg_{j2} = \Delta P_{g_{\alpha j}^{\max}} \quad j=1, \dots, nb \quad (4.100)$$

$$-\Delta P_{c_{\alpha j}^+} + \Delta P_{c_{\alpha j}^-} + sc_{j1} = -\Delta P_{c_{\alpha j}^{\min}} \quad j=1, \dots, nb \quad (4.101)$$

$$\Delta P_{c_{\alpha j}^+} - \Delta P_{c_{\alpha j}^-} + sc_{j2} = \Delta P_{c_{\alpha j}^{\max}} \quad j=1, \dots, nb \quad (4.102)$$

$$\sum_{j=1}^{nb} (\Delta P_{g_{\alpha j}^+} + \Delta P_{g_{\alpha j}^-}) = \sum_{j=1}^{nb} (\Delta P_{c_{\alpha j}^+} - \Delta P_{c_{\alpha j}^-}) \quad (4.103)$$

Algoritmo de solução

A resolução do problema de programação linear anterior não considerando (4.97) permitiria identificar para solução óptima um vértice do hiperparalelepípedo associado às restrições (4.93) a (4.96). Todavia, a presença de (4.97) no problema de programação linear poderá eliminar do conjunto de soluções admissíveis associado ao hiperparalelepípedo referido alguns dos seus vértices pelo que a solução óptima referida poderá deixar de ser admissível. A formulação do problema associada ao modelo A não considera esta situação pelo que a sua utilização para resolver as formulações B, C e D poderá originar a obtenção de intervalos mais alargados que os realmente existentes. Por outro lado,

o carácter óptimo mas não admissível da solução anterior permite a utilização da forma Dual do Método do Simplex para a resolução do problema.

A análise da estrutura deste problema de optimização revela, por outro lado, que as suas restrições possuem, apenas, coeficientes 0.0, +1.0 ou -1.0. As restrições referidas estão associadas a limites máximo e mínimo das variáveis do problema (4.99) a (4.102) existindo, ainda, uma restrição de ligação associada à equação de equilíbrio de potências (4.103). Desta forma, a matriz dos coeficientes das variáveis de decisão deste problema possui uma estrutura bloco angular. Estas características permitem a implementação de um algoritmo que, de uma forma muito eficiente, permite corrigir a solução óptima mas, não admissível referida.

O algoritmo referido pode ser resumido nos pontos seguintes:

a) Consideremos o processo de correcção do valor mínimo de Δw_α . A aritmética dos números imprecisos indica que, de acordo com os sinais algébricos dos coeficientes s_j , deverão ser seleccionados os valores extremos dos desvios $\Delta P_{g\alpha j}$ e $\Delta P_{c\alpha j}$ que estão associados ao valor mínimo de Δw_α .

b) Seja $p=nb$ o índice do primeiro barramento cuja potência produzida ou de carga será, eventualmente corrigida.

c) Utilizando a combinação de desvios de potências produzidas e de carga identificados em a) deverá ser calculado o valor do desvio de $\Delta P_{g\alpha nb}$ utilizando a versão incremental da equação de equilíbrio de potências activas (4.104).

$$\Delta P_{g\alpha p} = - \sum_{j=1}^{nb} \Delta P_{g\alpha j} + \sum_{j=1}^{nb} \Delta P_{c\alpha j} \quad (4.104)$$

d) Se o valor obtido para $\Delta P_{g\alpha p}$ não violar o seu limite mínimo nem o seu limite máximo o processo de correcção terminou.

e) Se um dos limites referidos tiver sido violado, o valor dessa variável deverá ser fixado no limite que foi violado corrigindo-se, em seguida, o valor de $\Delta P_{c\alpha p}$ através de (4.105).

$$\Delta P_{c\alpha p} = \sum_{j=1}^{nb} \Delta P_{g\alpha j} - \sum_{j=1, j \neq p}^{nb} \Delta P_{c\alpha j} \quad (4.105)$$

f) Se o valor obtido para $\Delta P_{c\alpha p}$ não violar o seu limite mínimo nem o seu limite máximo, então o processo de correcção terminou.

g) Se um dos limites referidos tiver sido violado, o valor da variável correspondente deverá ser fixado no limite que foi violado. Em seguida, deverá ser seleccionado o novo barramento cujas potências produzida ou de carga serão corrigidas na próxima iteração. A potência a corrigir será seleccionada considerando que, se a não admissibilidade em análise na iteração corrente corresponder:

- à violação do limite mínimo de uma potência produzida ou máximo de uma potência de carga, então a potência produzida ou de carga a corrigir será a que, não tendo sido ainda corrigida, está associada ao maior coeficiente s_p não positivo;

- à violação do limite máximo de uma potência produzida ou mínimo de uma potência de carga então a potência produzida ou de carga a corrigir será a que, não tendo sido ainda corrigida, está associada ao menor coeficiente s_p não negativo;

h) Se não existir nenhuma potência produzida ou de carga nas condições referidas em g) o problema não possui solução admissível. Caso contrário, o processo iterativo deverá prosseguir regressando-se a c).

i) Quando o processo de correcção tiver terminado o valor extremo corrigido de Δw_α poderá ser calculado através de (4.92). O cálculo desta expressão deverá ser realizado para o conjunto de desvios de potências produzidas e de carga correspondente à iteração em que o processo de correcção terminou.

O fluxograma correspondente ao algoritmo anterior é apresentado na figura 4.12.

Este algoritmo corresponde à implementação da forma Dual do Método do Simplex em relação ao problema (4.98) a (4.103) partindo de uma solução óptima mas, eventualmente, não admissível identificada através da aritmética dos números imprecisos. A demonstração da validade da sua aplicação encontra-se realizada no Apêndice C.

O algoritmo apresentado é, ainda, aplicável se se pretender obter o valor máximo de Δw_α . Com efeito, a maximização de Δw_α sujeito a um conjunto de restrições é equivalente à minimização de $-\Delta w_\alpha$ no mesmo conjunto soluções admissíveis.

Em conclusão, pode afirmar-se que, por inspecção da expressão a minimizar (ou a maximizar), é possível identificar, de uma forma eficiente, novas soluções óptimas terminando o processo quando a condição de admissibilidade for verificada.



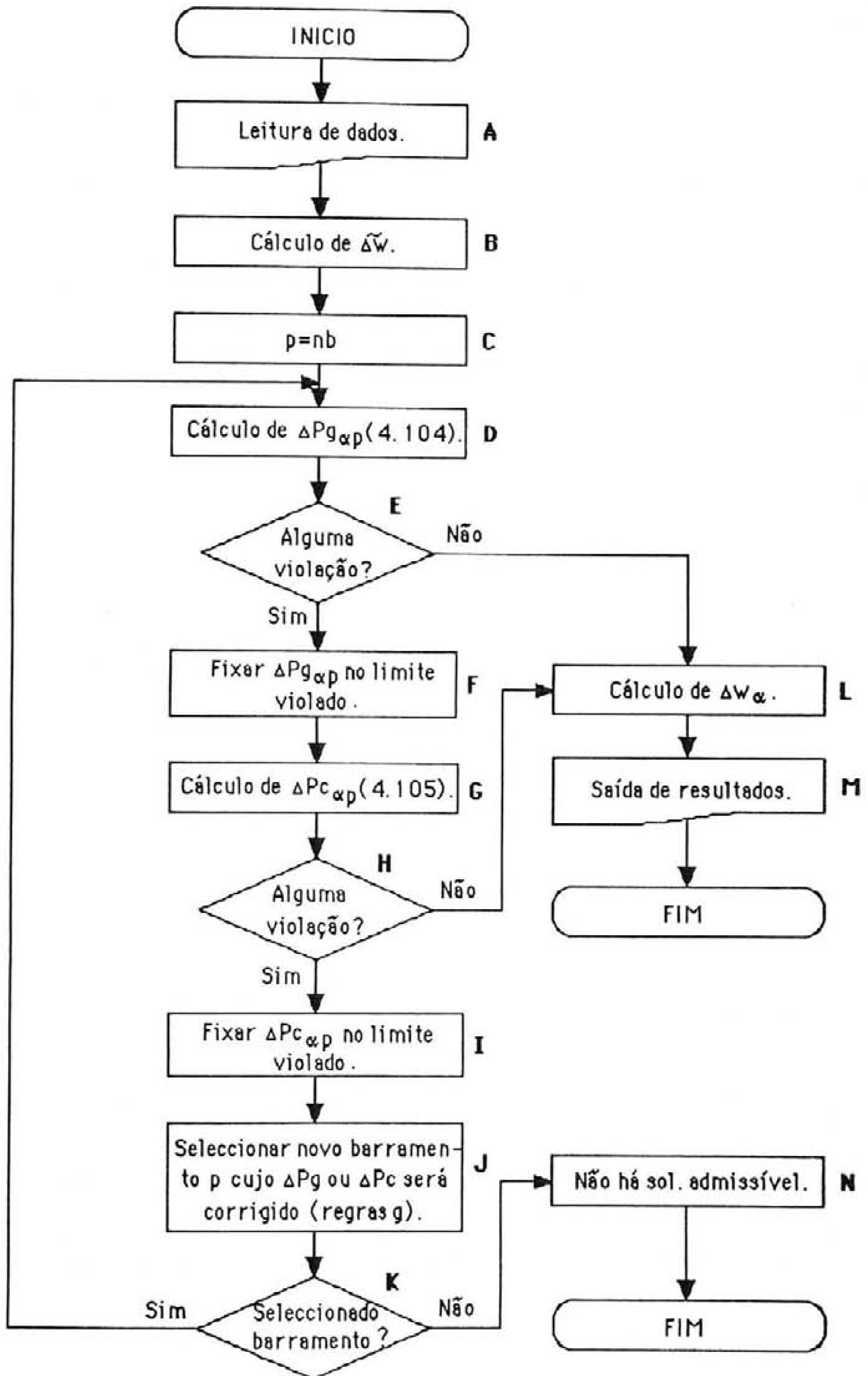


Fig. 4.12 - Fluxograma do algoritmo correspondente ao cálculo do valor mínimo de Δw_{α} .

4.7.3. Um pequeno exemplo de aplicação

Consideremos, de novo, o sistema eléctrico de energia representado na figura 4.7 e cujos dados podem ser consultados no Apêndice F. Este sistema será, agora, analisado considerando para potências activas especificadas os números imprecisos trapezoidais dados por (4.106) e (4.107).

$$\tilde{P}_{g2} = (0.5; 0.9; 1.1; 2.0) \text{ MW} \quad (4.106)$$

$$\tilde{P}_{c3} = (2.0; 3.0; 4.0; 5.0) \text{ MW} \quad (4.107)$$

Numa primeira abordagem à aplicação do modelo DC impreciso, foi considerado que a função de pertença da potência produzida no barramento 1 deveria ser obtida através da equação de equilíbrio de potências activas utilizando, para a sua resolução, a subtracção de números imprecisos. Esta situação corresponde ao modelo A referido em 4.7.2. Nas tabelas 4.17 a 4.19 são apresentadas as funções de pertença da potência activa produzida no barramento 1, da fase das tensões nos barramentos e dos trânsito de potência activa nos ramos do sistema.

barra.	Função de pertença de \tilde{P}_{g1} (MW)			
	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄
1	0.000	1.900	3.100	4.500

Tab. 4.17 - Função de pertença da potência activa produzida no barramento 1.

barra.	Função de pertença da fase da tensão (grau)			
	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄
2	-7.639	-4.202	-1.528	3.820
3	-18.144	-13.560	-9.358	-3.820

Tab. 4.18 - Funções de pertença da fase das tensões.

nm	nj	Função de pertença de \tilde{P}_{ik} (MW)			
		a ₁	a ₂	a ₃	a ₄
1	2	-0.667	0.267	0.733	1.333
1	3	0.667	1.633	2.367	3.167
2	3	0.833	1.300	1.700	2.333

Tab. 4.19 - Funções de pertença dos trânsitos de potência activa.

Como foi referido em 4.7.2, os resultados obtidos para estas grandezas associados à utilização da subtracção de números imprecisos para calcular a potência activa produzida no barramento 1 são os mais alargados considerando as imprecisões especificadas. Esta situação pode ser analisada na figura 4.13 (considerando o barramento 1 para referência) em relação ao trânsito de potência activa na linha 1-2. Nesta figura encontra-se representado o rectângulo associado às imprecisões especificadas para o corte de nível 0.0 das funções de pertença de \tilde{P}_{g2} e \tilde{P}_{c3} . Encontram-se também representadas as restrições associadas aos valores extremos do corte de nível 0.0 de \tilde{P}_{g1} . Estes valores extremos foram obtidos através da resolução da equação de equilíbrio de potências activas utilizando a subtracção de números imprecisos. Como se verifica as restrições correspondentes aos valores mínimo e máximo de P_{g1} não eliminam nenhum cenário de potências especificadas interiores ao rectângulo referido pelo que os valores mínimo e máximo do trânsito de potência activa na linha 1-2 correspondem às combinações de potências activas associadas aos pontos A e B, respectivamente.

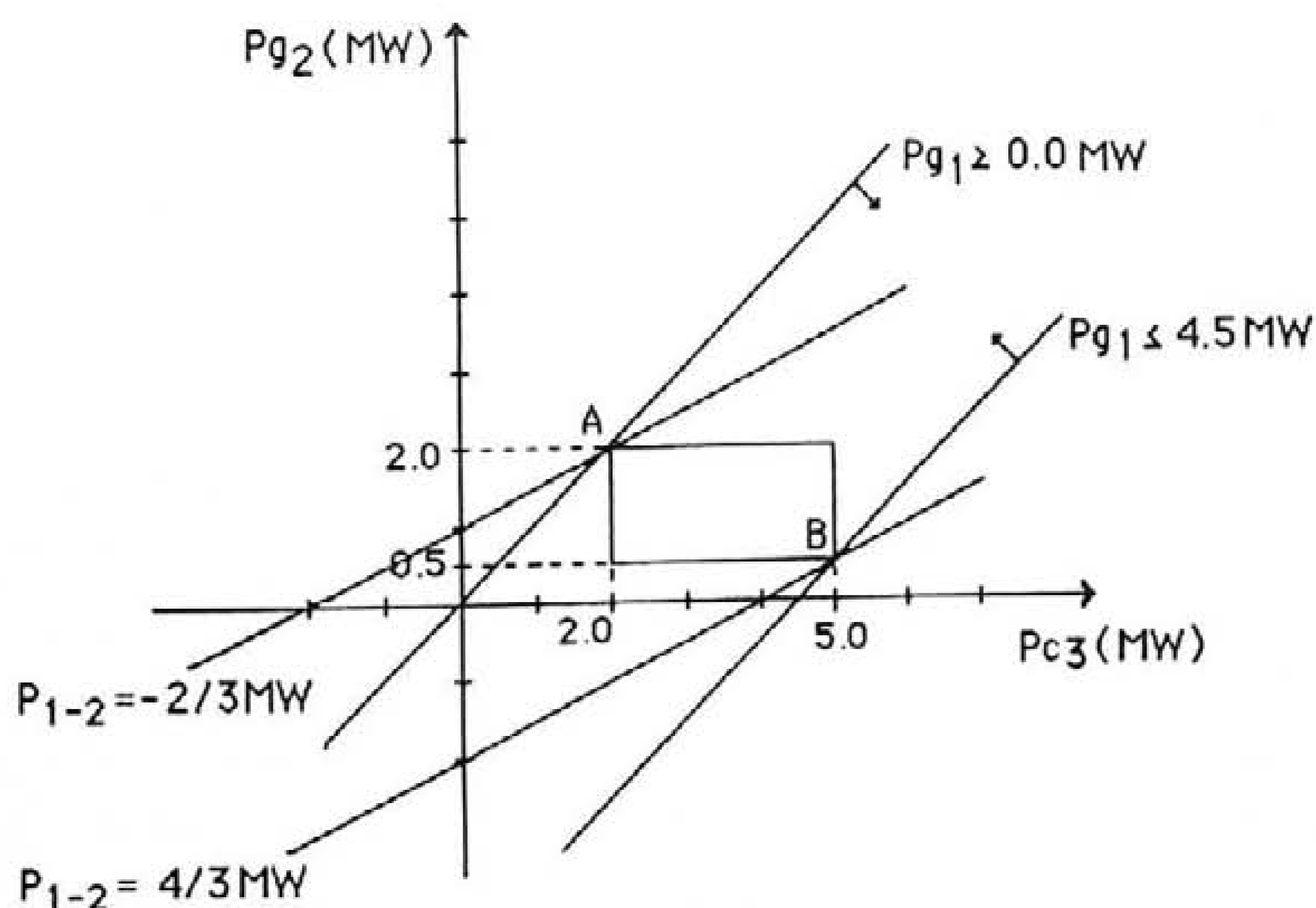


Fig. 4.13 - Valores extremos de P_{1-2} associados à subtracção de números imprecisos

Consideremos, agora, que a potência activa produzida no barramento 1 apresenta como limites mínimo e máximo os valores 1.0 e 4.0 MW, respectivamente. Nesta situação a função de pertença da potência activa produzida no barramento 1 é obtida através de (4.108).

$$\tilde{P}_{g1} = (0.0; 1.9; 3.1; 4.5) \cap (1.0; 1.0; 4.0; 4.0) \text{ MW} \quad (4.108)$$

Esta função de pertença corresponde à intersecção do número impreciso obtido através da resolução da equação de equilíbrio das potências activas utilizando a subtracção de números imprecisos com o número impreciso rectangular correspondente aos limites mínimo e máximo especificados para \tilde{P}_{g1} . Esta operação encontra-se esquematizada na figura 4.14. A realização desta operação de intersecção origina o aparecimento de quebras na função de pertença de \tilde{P}_{g1} de tal modo que o número impreciso correspondente já não é trapezoidal. A sua representação exige, agora, a especificação dos valores extremos dos cortes de nível 0.0, 0.357, 0.526 e 1.0.

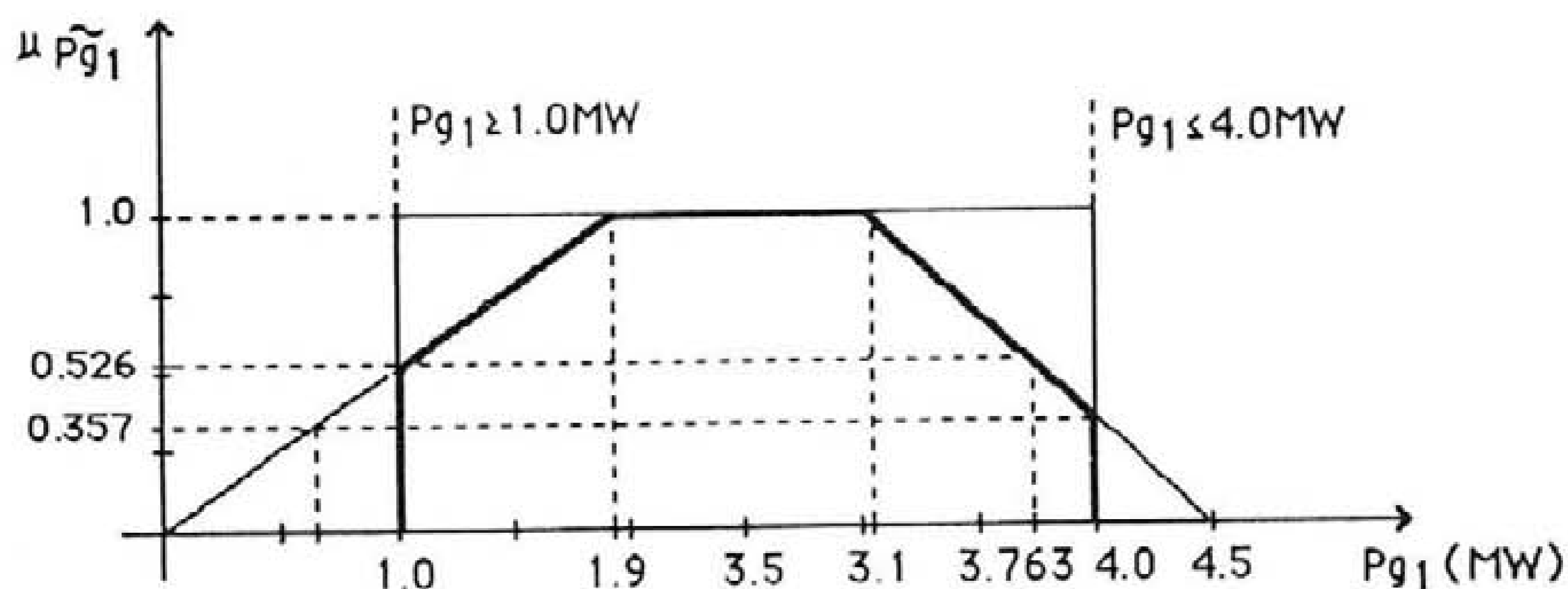


Fig. 4.14 - Função de pertença da potência activa produzida no barramento 1 (a traço forte).

Nas tabelas 4.20 a 4.22 encontram-se representados as funções de pertença da potência activa produzida no barramento 1, da fase das tensões nos barramentos e do trânsito de potência activa nos ramos do sistema. Nestas tabelas a_1 e a_8 correspondem aos valores mínimo e máximo do corte de nível 0.0 das grandezas respectivas. De forma semelhante, a_2 e a_7 estão associados ao corte de nível 0.357, a_3 e a_6 ao corte de nível 0.526 e a_4 e a_5 ao corte de nível 1.0. Os valores integrando as tabelas 4.21 e 4.22 foram obtidos utilizando o algoritmo de correcção apresentado em 4.7.2 em relação às funções de pertença apresentadas nas tabelas 4.18 e 4.19.

barra	Função de pertença de \tilde{P}_{g1} (MW)							
	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄	a ₅	a ₆	a ₇	a ₈
1	1.000	1.000	1.000	1.900	3.100	3.763	4.000	4.000

Tab. 4.20 - Função de pertença da potência activa produzida no barramento 1.

barra	Função de pertença da fase da tensão (grau)							
	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄	a ₅	a ₆	a ₇	a ₈
2	-6.685	-6.412	-5.830	-4.202	-1.528	1.005	1.296	1.910
3	-17.189	-16.507	-15.731	-13.560	-9.358	-6.735	-6.412	-5.730

Tab. 4.21 - Funções de pertença da fase das tensões.

nm	nj	Função de pertença de \tilde{P}_{ik} (MW)							
		a ₁	a ₂	a ₃	a ₄	a ₅	a ₆	a ₇	a ₈
1	2	-0.333	-0.226	-0.175	0.267	0.733	1.018	1.119	1.167
1	3	1.000	1.119	1.175	1.633	2.367	2.746	2.881	3.000
2	3	0.833	1.000	1.079	1.300	1.700	2.000	2.107	2.333

Tab. 4.22 - Funções de pertença dos trânsitos de potência activa.

As funções de pertença apresentadas nas tabelas 4.20 a 4.22 estão contidas nas apresentadas nas tabelas 4.17 a 4.19 em relação às grandezas correspondentes. Em relação, por exemplo, ao corte de nível 0.0 do trânsito de potência activa no ramo 1-2 verifica-se, de acordo com a figura 4.15, que as restrições associadas aos limites mínimo e máximo de P_{g1} eliminam as zonas do rectângulo já referido representadas a sombreado pelo que os pontos A e B deixam de pertencer ao conjunto de soluções admissíveis, isto é, ao conjunto de cenários de potências activas especificadas que se admite poderem ocorrer. Deste modo, os valores mínimo e máximo do trânsito de potência activa na linha 1-2 ocorrem, agora, nos pontos C e D, respectivamente.

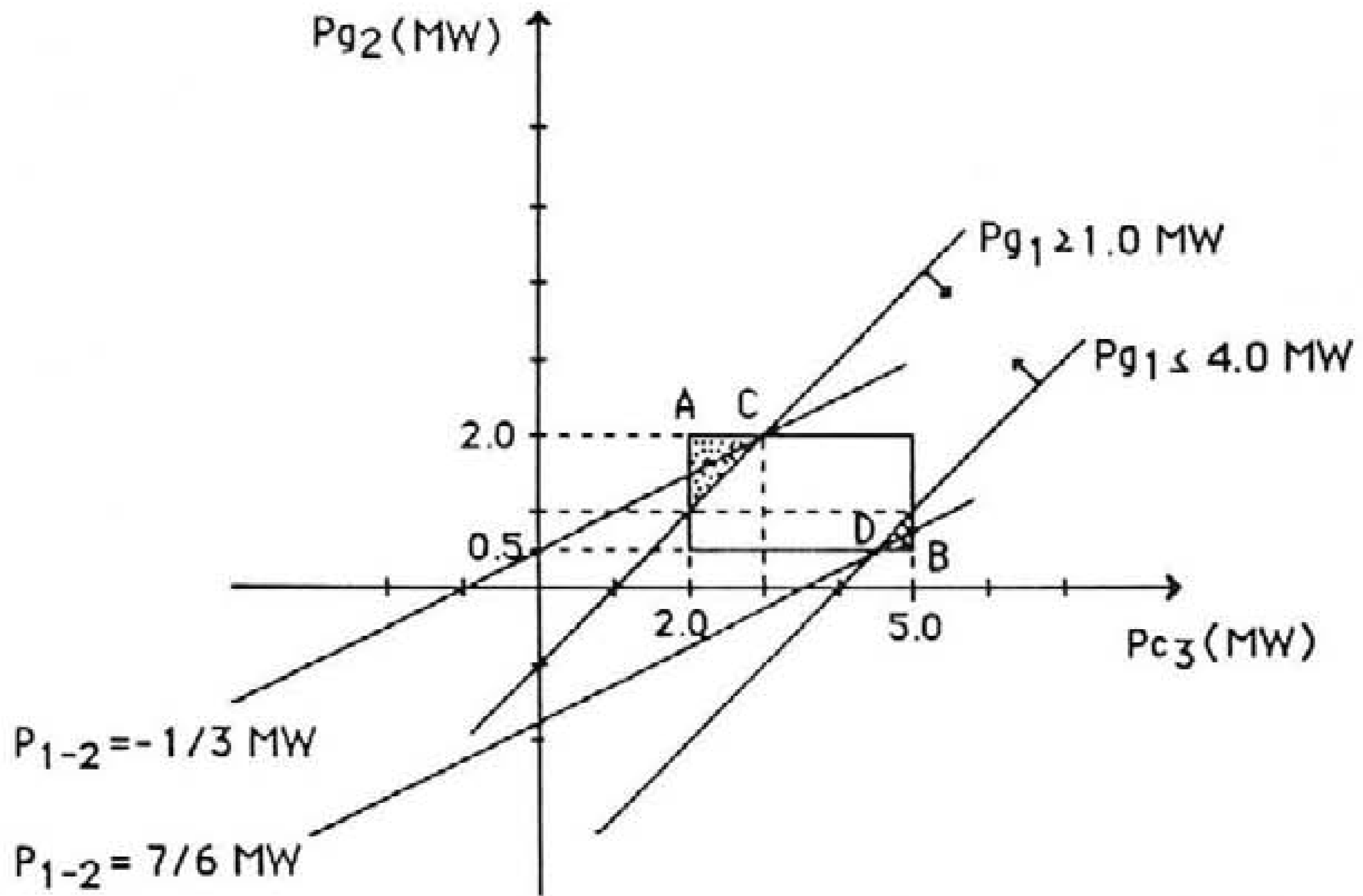


Fig. 4.15 - Valores extremos de P_{1-2} associados a $P_{g1}^{\min} = 1.0$ MW e $P_{g1}^{\max} = 4.0$ MW.

Na figura 4.16 encontra-se representado o processo de correcção dos valores mínimo e máximo do corte de nível 0.0 do trânsito de potência activa no ramo 2-3. Nesta situação, e apesar das restrições associadas aos valores extremos de P_{g1} eliminarem os cenários de potências activas especificadas representados a sombreado, verifica-se que os valores mínimo e máximo do corte de nível 0.0 deste trânsito de potência não se alteram em relação aos valores apresentados na tabela 4.19.

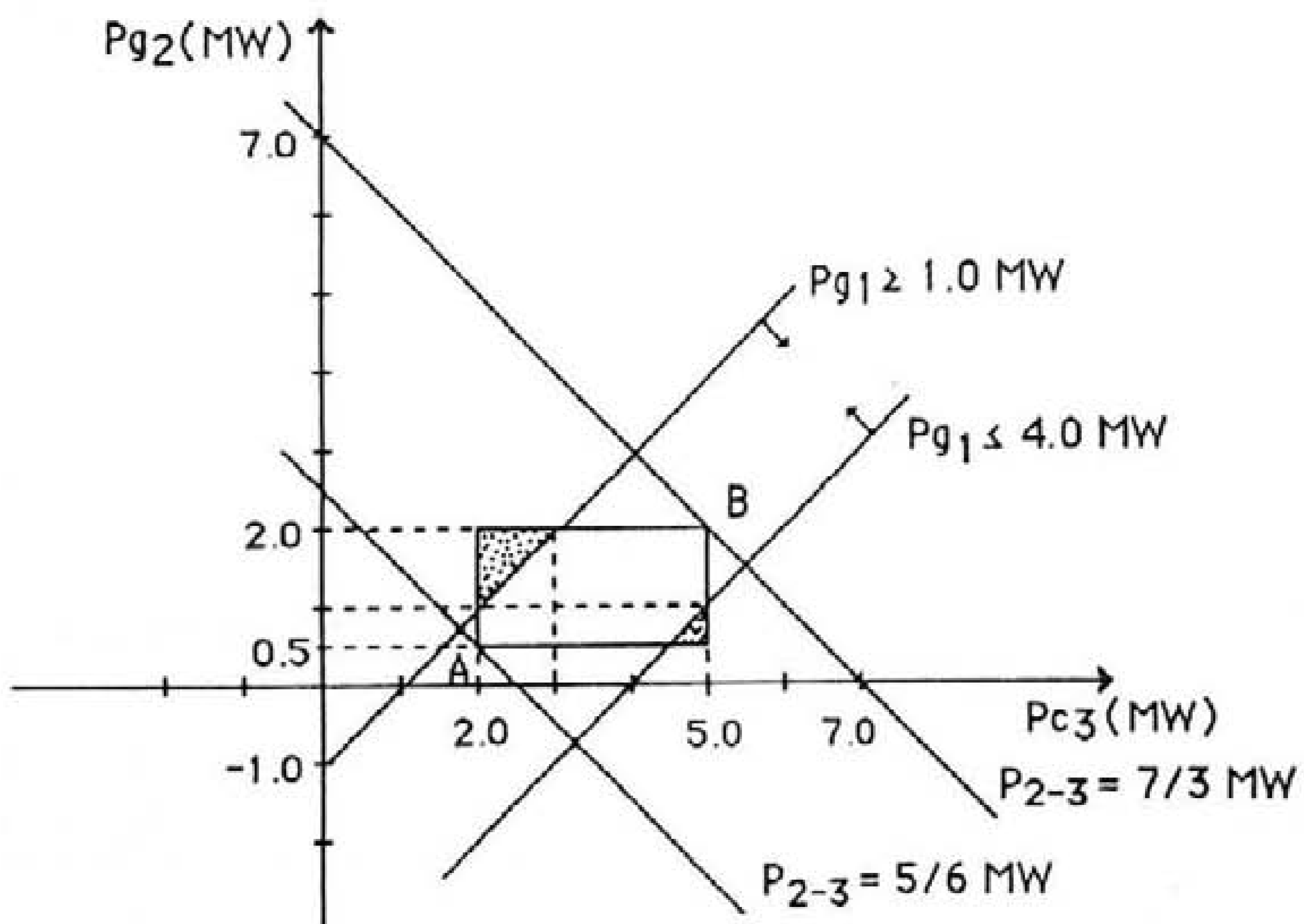


Fig. 4.16 - Valores extremos de P_{2-3} associados a $P_{g1}^{\min} = 1.0$ MW e $P_{g1}^{\max} = 4.0$ MW.

A finalizar foi analisada a situação em que a equação de equilíbrio das potências activas foi resolvida utilizando a desconvolução de números imprecisos (modelo B apresentado em 4.7.2). As funções de pertença da potência activa produzida no barramento 1, da fase das tensões e dos trânsitos de potência activa são apresentadas nas tabelas 4.23 a 4.25. Nestas tabelas, os valores a_1 e a_4 representam, de novo, os valores extremos do corte de nível 0.0 e a_2 e a_3 estão associados aos valores extremos do corte de nível 1.0 das grandezas respectivas. As funções de pertença da fase da tensão e dos trânsitos de potência activa foram obtidas utilizando o algoritmo de correcção apresentado em 4.7.2 em relação aos valores apresentados nas tabelas 4.18 e 4.19 considerando, para cada corte de nível α , os valores mínimo e máximo da potência activa produzida no barramento 1 obtidos através do processo de desconvolução referida.

barra	Função de pertença de \tilde{P}_{g1} (MW)			
	a_1	a_2	a_3	a_4
1	1.500	2.100	2.900	3.000

Tab. 4.23 - Função de pertença da potência activa produzida no barramento 1.

barra	Função de pertença da fase da tensão (grau)			
	a_1	a_2	a_3	a_4
2	-4.775	-3.820	-1.910	0.955
3	-15.279	-13.178	-9.740	-6.685

Tab. 4.24 - Funções de pertença da fase das tensões.

nm	nj	Função de pertença de \tilde{P}_{ik} (MW)			
		a_1	a_2	a_3	a_4
1	2	-0.167	0.333	0.667	0.833
1	3	1.167	1.700	2.300	2.667
2	3	0.833	1.300	1.700	2.333

Tab. 4.25 - Funções de pertença dos trânsitos de potência activa.

A análise destas funções de pertinência permite verificar que estão contidas nas apresentadas nas tabelas 4.20 a 4.22. Esta situação é coerente com o facto de a utilização da desconvolução para resolver a equação de equilíbrio de potências activas permitir obter a função de pertinência da potência activa produzida no barramento 1 menos alargada, isto é, possuindo menos imprecisão (avaliada em termos da amplitude do corte de nível 0.0). Considerando o rectângulo correspondente aos cortes de nível 0.0 de \tilde{P}_{g2} e \tilde{P}_{c3} (figura 4.17), verifica-se que as áreas eliminadas pelas restrições associadas aos valores extremos de P_{g1} são mais extensas. Deste modo, os valores mínimo e máximo do corte de nível 0.0 do trânsito de potência activa no ramo 1-2 sofrem correcções mais acentuadas do que as associadas à figura 4.15. Estes valores extremos ocorrem, agora, nos pontos C e D.

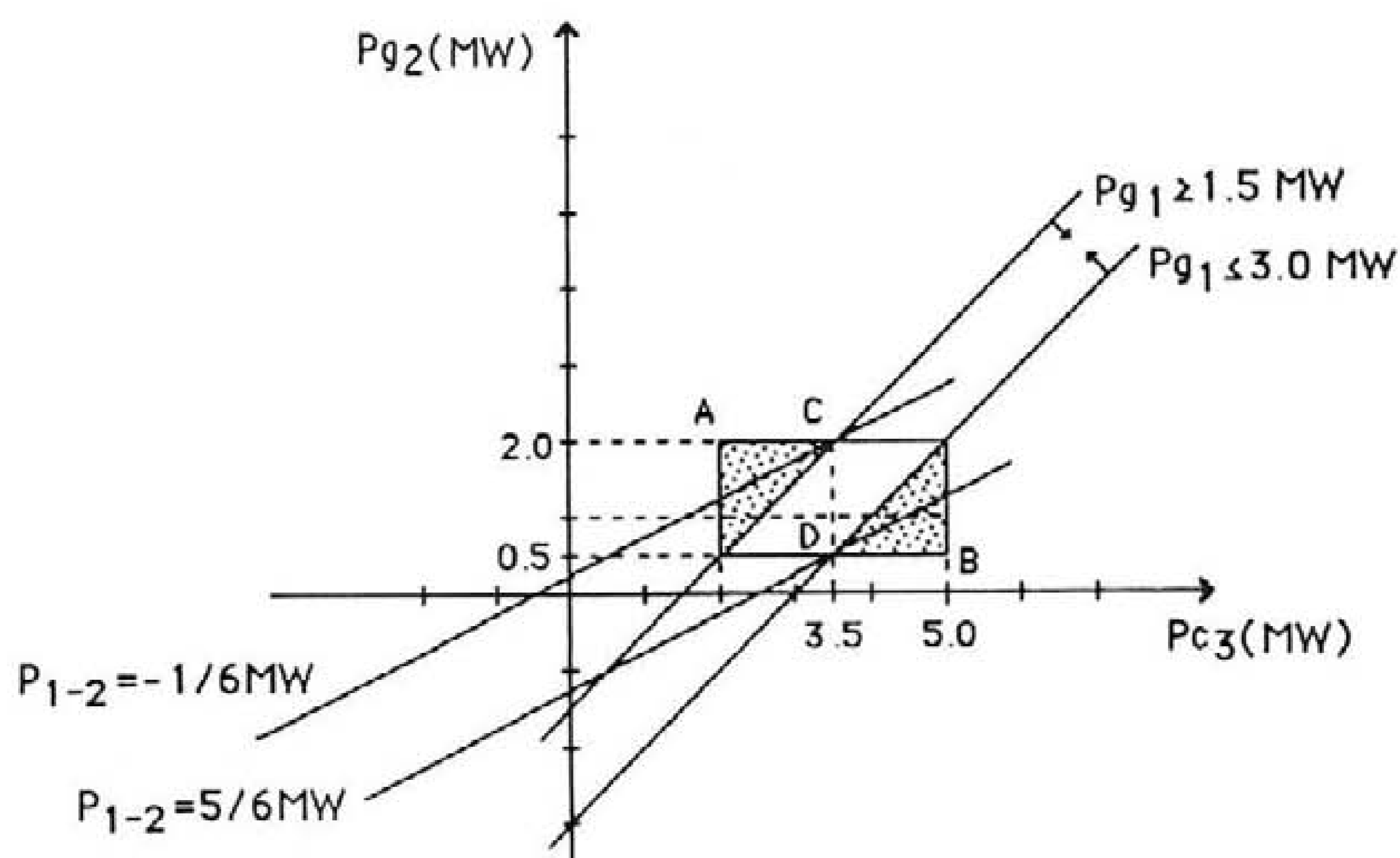


Fig. 4.17 - Valores extremos de P_{1-2} associados à desconvolução de números imprecisos ($P_{g1}^{\min} = 1.5 \text{ MW}$ e $P_{g1}^{\max} = 3.0 \text{ MW}$).

De uma forma análoga ao representado na figura 4.16, verifica-se que os valores mínimo e máximo do corte de nível 0.0 da função de pertinência do trânsito de potência activa no ramo 2-3 não são afectados pelo processo de correcção esquematizado na figura 4.18. Com efeito, as restrições associadas aos valores extremos da potência activa produzida no barramento 1 não eliminam os pontos A e B da figura 4.18 correspondentes aos valores mínimo e máximo do corte de nível 0.0 da função de pertinência do trânsito de potência referido.

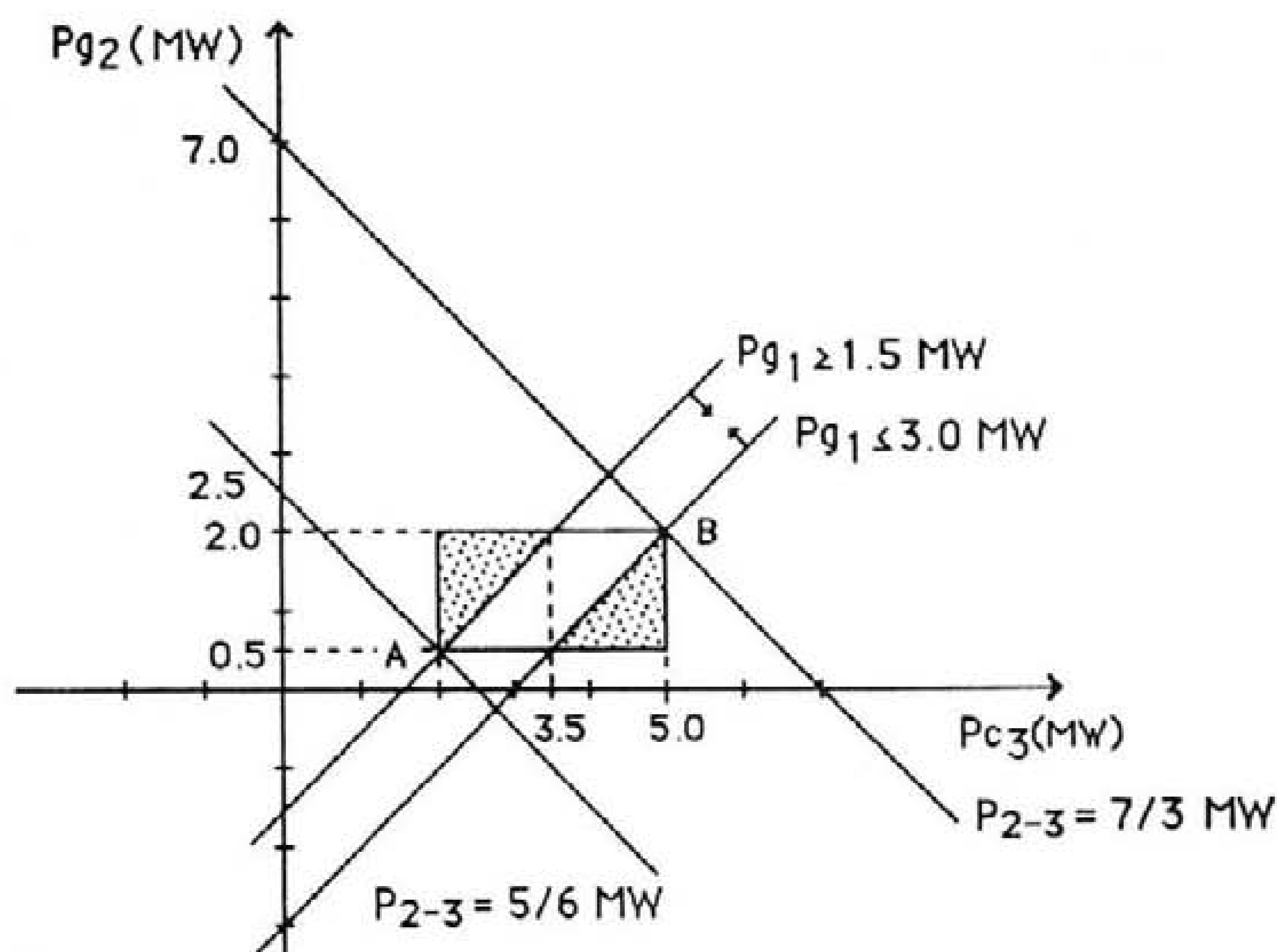


Fig. 4.18 - Valores extremos de P_{2-3} associados à desconvolução de números imprecisos ($P_{g1}^{\min} = 1.5 \text{ MW}$ e $P_{g1}^{\max} = 3.0 \text{ MW}$).

4.7.4. Modelos AC incrementais integrando dependências nodais

A especificação de imprecisões ou gamas de variação admissíveis para certas potências injectadas poderá ser, também, realizada no âmbito do modelo AC de fluxo de potências impreciso. Desta forma, poderá revelar-se necessário implementar um processo de correcção dos valores extremos de cortes de nível α de grandezas associadas a este modelo.

A especificação de imprecisões ou gamas de variação poderá neste caso abranger potências activas ou reactivas pelo que, para além da equação de equilíbrio de potências activas, deverá ser formulada uma equação análoga para as potências reactivas (4.109). Neste caso, $\Delta \tilde{Q}_{g_{nb+pv}}$ representa a imprecisão agregada das potências reactivas produzidas nos barramentos de tipo PV e no barramento de referência. Sem perda de generalidade, foi considerado que os barramentos de índice $j=1 \dots npq$ são de tipo PQ e que os barramentos possuindo índice $j=npq+1, \dots, npq+npv$ são de tipo PV. O barramento de referência e compensação possui índice nb .

$$\Delta \tilde{Q}_{g_{nb+pv}} = \sum_{k=1}^{nb} \Delta \tilde{Q}_{c_k} \Theta \sum_{k=1}^{npq} \Delta \tilde{Q}_{g_k} \quad (4.109)$$

O modelo AC incremental de fluxo de potências impreciso apresentado baseia-se na resolução das equações de equilíbrio (4.8) e (4.109) utilizando as regras da aritmética dos números imprecisos. A especificação da imprecisão da potência activa produzida no barramento de referência e compensação e da soma das imprecisões das potências reactivas produzidas nos barramentos de índice $j=npq+1, \dots, nb$ realizada de acordo com uma formulação análoga ao modelo B apresentado em 4.7.2 exige a resolução de (4.8) e (4.109) através de um processo de desconvolução. Os modelos C e D, equivalentes aos apresentados em 4.7.2, exigem a especificação de limites ou da imprecisão da potência activa produzida no barramento de referência e limites ou da imprecisão que, de forma agregada, integra a potência reactiva produzida nos barramentos de índice $j=npq+1, \dots, nb$.

A resolução do problema de fluxo de potências AC considerando as formulações B, C ou D exige a realização de um processo correctivo que possui uma complexidade mais elevada que na situação descrita em 4.7.2. Esta situação está associada ao facto de o valor de uma grandeza \tilde{w} depender, no caso AC, não apenas da potência activa injectada nos barramentos de tipo PQ e PV, mas também, da potência reactiva injectada nos barramentos de tipo PQ.

Consideremos, de forma análoga ao descrito em 4.7.2, um problema de programação linear associado à determinação do valor, por exemplo mínimo, de Δw_α .

$$\min \Delta w_\alpha = \sum_{j=1}^{npq} s_j \cdot (\Delta Q_{g\alpha j} - \Delta Q_{c\alpha j}) + \sum_{j=1}^{npq+npv} s_j \cdot (\Delta P_{g\alpha j} - \Delta P_{c\alpha j}) \quad (4.110)$$

$$\text{su}j \quad \Delta P_{g\alpha j}^{\min} \leq \Delta P_{g\alpha j} \leq \Delta P_{g\alpha j}^{\max} \quad j=1, \dots, nb \quad (4.111)$$

$$\Delta P_{c\alpha j}^{\min} \leq \Delta P_{c\alpha j} \leq \Delta P_{c\alpha j}^{\max} \quad j=1, \dots, nb \quad (4.112)$$

$$\Delta Q_{g\alpha j}^{\min} \leq \Delta Q_{g\alpha j} \leq \Delta Q_{g\alpha j}^{\max} \quad j=1, \dots, npq \quad (4.113)$$

$$\Delta Q_{c\alpha j}^{\min} \leq \Delta Q_{c\alpha j} \leq \Delta Q_{c\alpha j}^{\max} \quad j=1, \dots, nb \quad (4.114)$$

$$\Delta Q_{g\alpha nb+PV}^{\min} \leq \Delta Q_{g\alpha nb+PV} \leq \Delta Q_{g\alpha nb+PV}^{\max} \quad (4.115)$$

$$\sum_{j=1}^{nb} \Delta P_{g\alpha j} = \sum_{j=1}^{nb} \Delta P_{c\alpha j} \quad (4.116)$$

$$\Delta Q_{g\alpha nb+PV} + \sum_{j=1}^{npq} \Delta Q_{g\alpha j} = \sum_{j=1}^{nb} \Delta Q_{c\alpha j} \quad (4.117)$$

A função objectivo (4.110) é linear correspondendo s_j aos coeficientes de sensibilidade apresentados no âmbito do modelo AC incremental de fluxo de potências

impreciso relativos aos desvios de \tilde{w} . As restrições (4.111) e (4.112) estão associadas às gamas de variação das potências activas produzidas e de carga nos barramentos do sistema. As restrições (4.113) estão associadas às gamas de variação das potências reactivas produzidas nos barramentos de tipo PQ. As restrições (4.114) representam a gama de variação das potências reactivas de carga nos barramentos do sistema. As restrições (4.115) correspondem à gama de variação da potência reactiva produzida, de forma agregada, nos barramentos de referência e de tipo PV. As restrições (4.116) e (4.117) correspondem às versões incrementais das equações de equilíbrio das potências activas e reactivas.

A aproximação inerente a esta formulação está relacionada com o desconhecimento de uma estimativa corrigida da imprecisão associada às potências activa e reactiva de perdas. Por esta razão, as estimativas destas imprecisões em relação aos valores obtidos através do estudo determinístico inicial não foram incluídas em (4.116) e (4.117). Estas imprecisões podem ser consideradas como de segunda ordem verificando-se, na generalidade das situações práticas, que as amplitudes dos desvios das potências activa e reactiva de perdas podem ser consideradas desprezáveis se comparadas com a amplitude da imprecisão admitida para as potências especificadas. Desta forma, os resultados a obter, dentro das aproximações inerentes ao modelo AC de fluxo de potências impreciso, não serão afectados de forma significativa pelo facto de se considerar que a imprecisão associada às potências de perdas é desprezável.

O problema de programação linear (4.110) a (4.117) é separável em dois problemas independentes envolvendo, um deles, as variáveis associadas às potências activas e o outro as variáveis correspondentes às potências reactivas. A resolução de cada um destes problemas poderá ser realizada adoptando um algoritmo de correcção análogo ao apresentado em 4.7.2 para o modelo DC de fluxo de potências impreciso.

4.8. Resumo e conclusões

Neste capítulo, foi definido o problema de fluxo de potências impreciso tendo sido apresentados diversos modelos para a sua resolução. Os modelos referidos podem ser caracterizados pela adopção de metodologias incrementais e linearizadas dotadas de grande flexibilidade no sentido em que a realização de um estudo determinístico inicial de fluxo de potências permite, em seguida, adoptar um modelo envolvendo a realização de uma linearização de tipo DC ou AC. Foi, também, apresentado um princípio de natureza entrópica reflectindo o funcionamento de um sistema eléctrico de energia em ambiente impreciso e foram formulados modelos de programação linear que, baseando-se nos modelos DC ou AC,

permitem integrar a especificação de imprecisões ou dependências entre as imprecisões de potências produzidas e de carga associadas a diversos barramentos.

A implementação computacional dos modelos apresentados é, em geral, simples e a sua execução é realizada de forma rápida especialmente se este aspecto for comparado com o tempo de execução típico de algoritmos de fluxo de potências probabilístico. Esta situação é devida ao facto de a convolução de funções de densidade de probabilidade ser morosa. Ao contrário, a realização de operações aritméticas envolvendo números imprecisos (por exemplo, trapezoidais) pode ser efectuada de um modo simples e eficiente visto que se dispõe de expressões que permitem obter a função de pertença resultante da realização de operações desse tipo.

Os modelos e conceitos apresentados são inovadores no âmbito dos sistemas eléctricos de energia. De entre as suas potencialidades e possíveis aplicações podem ser destacadas:

- a capacidade para obter descrições mais completas do funcionamento do sistema realizando um único estudo determinístico de fluxo de potências. A detecção da possibilidade de inversão do sentido de trânsitos de potência em ramos do sistema revela-se, a este respeito, significativa;

- a possibilidade de especificação de potências produzidas. Esta situação pode revelar-se de grande utilidade na modelização de fontes de produção independentes no sentido em que a sua operação não é controlada pelo utilizador. Desta forma, a metodologia de fluxo de potências impreciso poderá ser utilizada, não apenas numa situação de planeamento de expansão mas mesmo em situações de exploração do sistema, por forma a caracterizar a imprecisão dos resultados face ao conhecimento impreciso dessas potências produzidas.

Face às características referidas e de uma forma genérica, pode afirmar-se que a metodologia de fluxo de potências impreciso apresentada poderá desempenhar um papel significativo num ambiente de ajuda à decisão no planeamento de expansão e em algumas situações de exploração de sistemas eléctricos de energia.

CAPÍTULO 5

Fluxo de potências óptimo impreciso adoptando um modelo DC

Capítulo 5

Fluxo de potências óptimo impreciso adoptando um modelo DC

5.1. Aspectos genéricos

No capítulo anterior foram apresentados diversos algoritmos que permitem resolver, considerando diversas aproximações, o problema de fluxo de potências impreciso. A resolução deste problema permite obter funções de pertença para diversas grandezas não condicionadas por considerações de carácter económico ou por limites técnicos associados, por exemplo, a trânsitos de potência nos ramos. A integração de elementos desta natureza revela-se importante de tal forma que, de entre as diversas estratégias de produção viáveis, seja adoptada a que (ou uma das que) estiver associada ao custo de produção mínimo. Desta forma, foi caracterizado, de um modo genérico, um estudo de despacho económico em que são especificadas imprecisões ao nível das potências de carga. A possibilidade de especificação de algumas potências produzidas pode revelar-se, também, importante no sentido em que permitirá modelizar o funcionamento de fontes de produção de energia não controladas pelo agente de decisão.

A designação adoptada para este problema, fluxo de potências óptimo impreciso, segue a terminologia de língua inglesa utilizada em estudos de índole determinística. Com efeito, a designação "Optimal Power Flow" encontra-se de tal forma divulgada que este tipo de estudos é mesmo conhecido através da sigla "OPF". Outras designações, tais como, "despacho impreciso" ou "despacho impreciso com restrições" foram, assim, preteridas. A primeira delas não permite caracterizar, de forma adequada, a metodologia desenvolvida dado que os modelos clássicos de despacho económico não sujeitavam a identificação da solução à lei dos nós de Kirchhoff, por um lado, e não consideravam limites de trânsitos de potência nos ramos do sistema, por outro. A segunda designação apresenta a desvantagem de não permitir distinguir as restrições associadas a limites de potências produzidas (em geral, já integradas nos modelos clássicos de despacho económico) das correspondentes a limites de trânsitos de potências nos ramos do sistema. Pretende-se, com esta breve discussão e justificação, contribuir para estabelecer terminologia numa área em que este tipo de preocupações se revela necessário.

Ao resolver um problema de fluxo de potências óptimo impreciso pretende-se reflectir nos resultados as imprecisões presentes nos dados sob a forma de conjuntos imprecisos, em geral, e de números imprecisos, em particular. O objectivo associado à realização de um estudo deste género consiste em obter descrições imprecisas dos valores que as potências produzidas pelos geradores e os trânsitos de potência nos ramos poderão assumir.

A construção das funções de pertença destas grandezas deverá ser realizada considerando que a existência de um valor de potência P (produzida ou fluxo num ramo) com grau de pertença α não nulo numa dessas funções resulta da existência de um cenário de potências de carga com grau de pertença α para o qual um exercício determinístico de fluxo de potências óptimo conduz a P . Consideremos, a título de exemplo, que na figura 5.1 está representada a função de pertença obtida para a potência produzida pelo gerador k instalado no nó i de um sistema eléctrico possuindo n_b nós. Em relação ao valor $P_{g_{ikA}}$ deverá existir uma combinação de valores de potências de carga $P_{c_1}, P_{c_2}, \dots, P_{c_{n_b}}$ com grau de pertença dado por (5.1) tal que, se for realizado um estudo determinístico de fluxo de potências óptimo, o valor que se obtém para $P_{g_{ik}}$ é $P_{g_{ikA}}$. Nesta expressão, \min representa o operador mínimo referido no Apêndice A no âmbito da Teoria dos Conjuntos Imprecisos.

$$\alpha = \min (\mu(P_{c_1}), \mu(P_{c_2}), \dots, \mu(P_{c_{n_b}})) \quad (5.1)$$

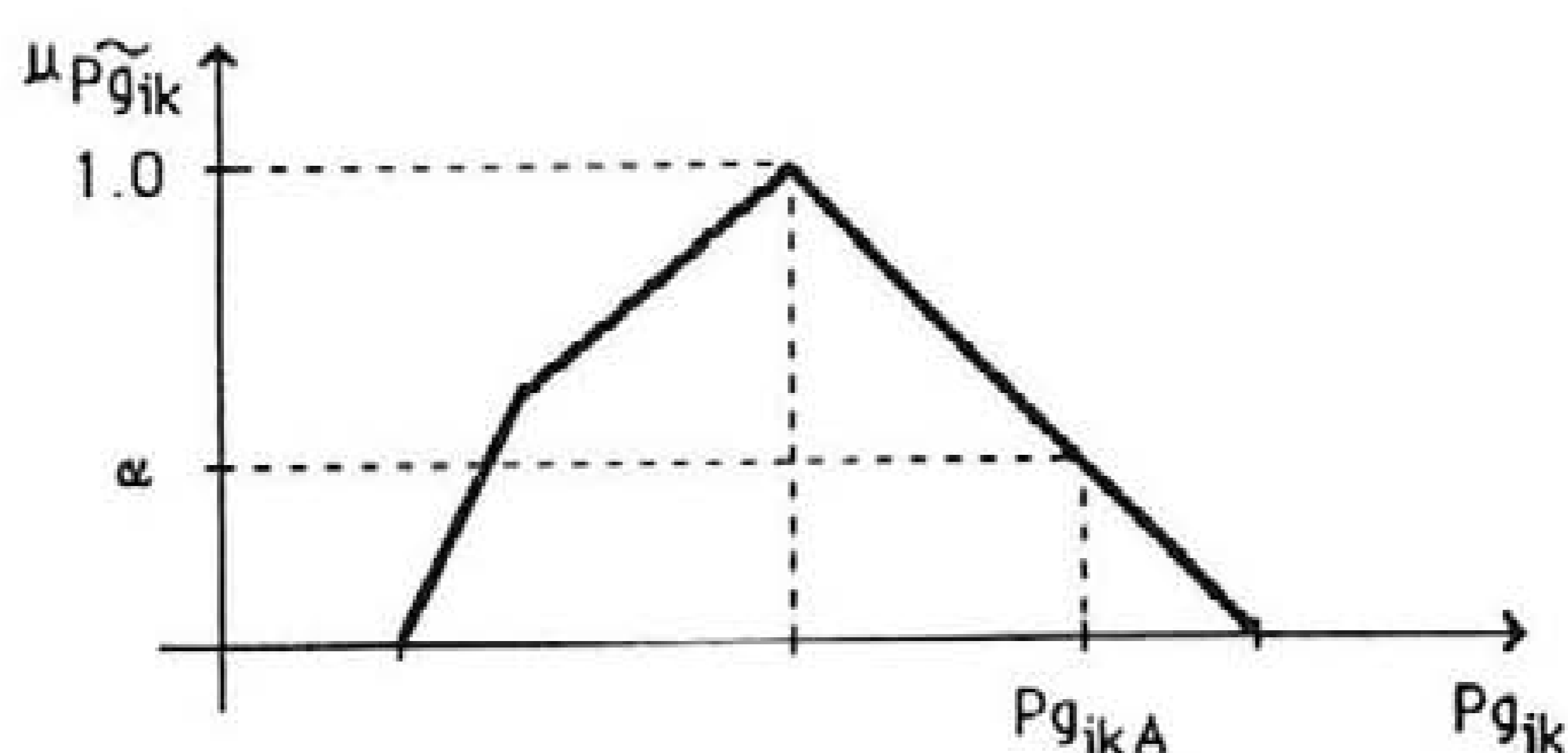


Fig. 5.1 - Função de pertença da potência produzida pelo gerador k instalado no nó i .

Uma primeira modelização deste problema foi apresentada por Miranda e Saraiva (1992). Essa modelização fornecia resultados optimistas no sentido em que as funções de pertença de potências produzidas e trânsitos de potência se revelavam, em algumas situações, pouco alargadas. Este facto significava que diversos cenários de potências de carga originando valores extremos de algumas grandezas não eram considerados de forma adequada.

A formulação e o algoritmo de solução do problema de fluxo de potências óptimo impreciso a apresentar necessitam do conhecimento de um ponto de funcionamento óptimo do sistema associado a um cenário determinístico de potências de carga. Deste modo, será formulado, em primeiro lugar, o problema determinístico de fluxo de potências óptimo associado ao modelo DC de operação do sistema após o que serão integradas as imprecisões inerentes às potências de carga especificadas. O problema de determinação dos cortes de nível α das grandezas a calcular pode ser formulado como um problema de programação multiparamétrica tendo sido adoptado um algoritmo baseado na realização de estudos de programação paramétrica para construir, de forma aproximada, as funções de pertença dessas grandezas.

Numa primeira fase, correspondente a 5.3, foi considerado que o sistema produtor e de transporte de energia possui capacidade para alimentar as potências de carga especificadas sem recorrer à realização de cortes de carga. A integração de geradores de corte de carga na formulação do problema de fluxo de potências óptimo impreciso por forma a ultrapassar não admissibilidades que, de outro modo, não possam ser contornadas será descrita em 5.4. No ponto 5.6 e a finalizar será apresentado o algoritmo completo de solução do problema de fluxo de potências óptimo impreciso. Esta apresentação será acompanhada pela resolução de dois pequenos exemplos de aplicação possuindo natureza académica e que se destinam a esclarecer e sedimentar conceitos e, também, a explicar de forma menos formal detalhes do algoritmo a apresentar.

5.2. Um pequeno exemplo esclarecedor

O problema de fluxo de potências óptimo impreciso possui uma natureza complexa devido ao facto de, subjacente à imprecisão especificada para as potências de carga, existir um número infinito de combinações de cargas. Essas combinações de potências de carga podem ser analisadas através de um exercício determinístico de fluxo de potências óptimo mas esta abordagem do problema revela-se, como se compreende, impraticável mesmo para problemas de pequena dimensão. O pequeno exemplo de fluxo de potências óptimo integrando imprecisão que será apresentado em seguida permitirá apreciar algumas características do problema e identificar algumas das causas da sua complexidade.

Consideremos, para este efeito, o sistema eléctrico de energia possuindo três barramentos, dois geradores e três ramos apresentado na figura 5.2.

No Apêndice F são apresentados dados referentes a este sistema tendo sido, por outro lado, considerados os seguintes limites técnicos:

- o valor máximo da potência activa produzida pelos geradores é de 6.0 MW;
- o valor máximo do trânsito de potência activa no ramo 1-3 é de 2.0 MW e nos restantes ramos é de 5.0 MW.

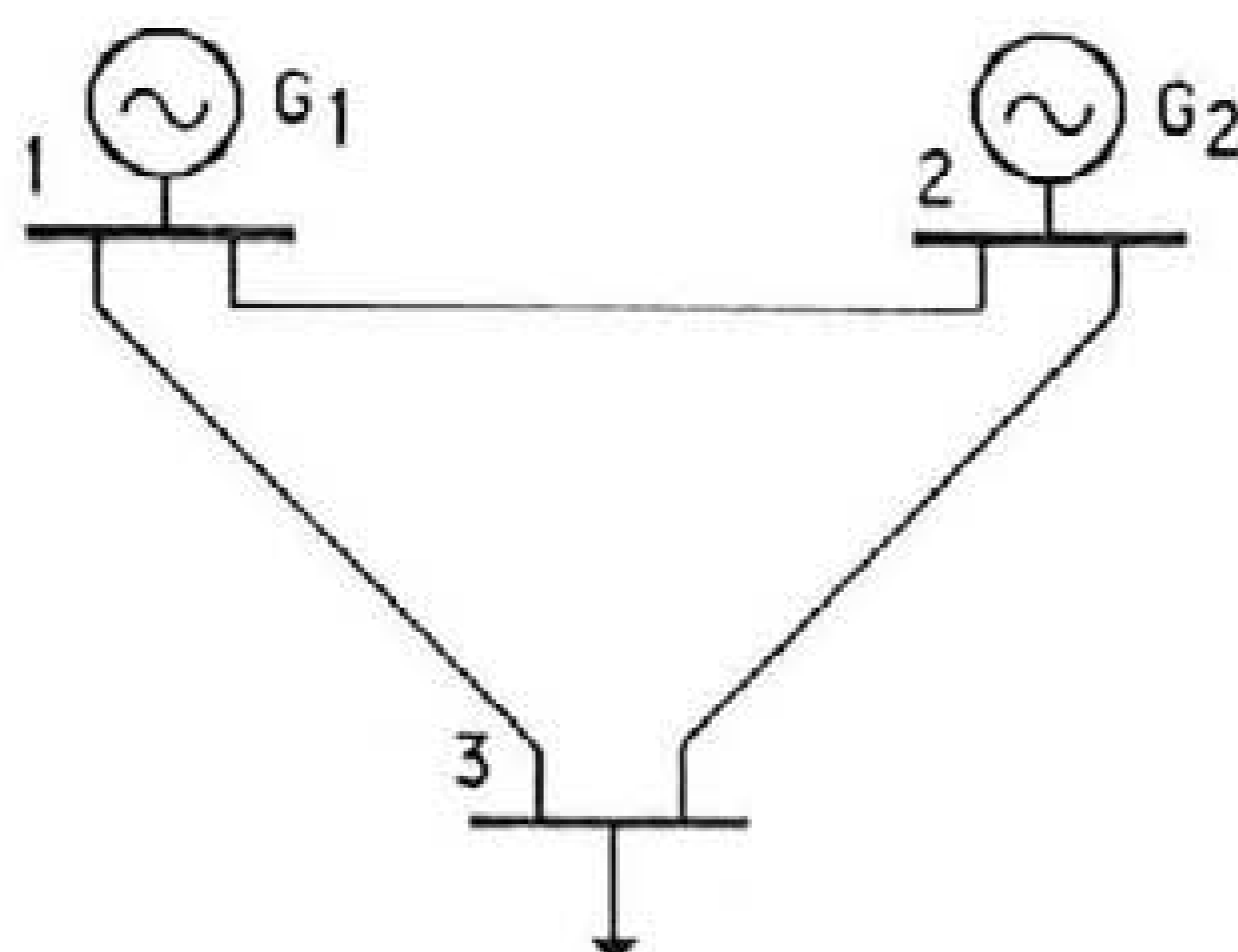


Fig. 5.2 - Esquema unifilar do sistema eléctrico de energia em análise.

No decorrer da análise realizada em seguida foi adoptado o barramento 3 para referência dos argumentos. Por outro lado, foi considerado que o custo marginal de produção do gerador 2 é o dobro do do gerador 1. A finalizar, a potência de carga especificada para o barramento 3 é representada pelo número impreciso trapezoidal (5.2).

$$\tilde{P}_{c3} = (2.0;3.0;4.0;5.0) \text{ MW} \quad (5.2)$$

Ao resolver um problema de fluxo de potências óptimo impreciso pretende-se calcular as funções de pertença das potências produzidas pelos geradores do sistema de tal modo que, para qualquer combinação de potências activas de carga subjacente à imprecisão especificada e possuindo possibilidade α , se obtenham, através da realização de um estudo determinístico de fluxo de potências óptimo, valores de P_{g1} e de P_{g2} que pertençam ao corte de nível α de \tilde{P}_{g1} e \tilde{P}_{g2} .

Consideremos, numa primeira fase, a realização de um estudo determinístico de fluxo de potências óptimo associado ao valor central de \tilde{P}_{c3} (3.5 MW). O problema de optimização respectivo pode ser formulado pela minimização do custo de produção (5.3) sujeito à equação de equilíbrio de potências activas (5.4), restrições associados aos limites máximos de potência produzida pelos geradores (5.5), e restrições de limites máximos e mínimos dos trânsitos de potência activa nos ramos do sistema (5.6).

$$\min z = c^{P_1} \cdot P_{g1} + 2.0 \cdot c^{P_1} \cdot P_{g2} \quad (5.3)$$

$$\text{su}j \quad P_{g1} + P_{g2} = 3.5 \quad (5.4)$$

$$P_{g1} \leq 6.0 \quad (5.5.a)$$

$$P_{g2} \leq 6.0 \quad (5.5.b)$$

$$-5.0 \leq 0.3333 \cdot P_{g1} + 0.6667 \cdot P_{g2} \leq 5.0 \quad (5.6.a)$$

$$-5.0 \leq 0.3333 \cdot P_{g1} - 0.3333 \cdot P_{g2} \leq 5.0 \quad (5.6.b)$$

$$-2.0 \leq 0.6667 \cdot P_{g1} + 0.3333 \cdot P_{g2} \leq 2.0 \quad (5.6.c)$$

A resolução deste problema de optimização permite obter a solução correspondente ao ponto C da figura 5.3. Nesta figura, a recta suporte do segmento \overline{DB} está associada à restrição de limite máximo do trânsito de potência activa no ramo 1-3. A solução dos problemas determinísticos de fluxo de potências óptimo associados à gama de valores admitida para \tilde{P}_{c3} pode ser obtida considerando um parâmetro ∂ variando entre -1.5 e +1.5 MW. A adopção de técnicas de programação paramétrica permite identificar bases óptimas e admissíveis para todos os valores de $\partial \in [-1.5; 1.5]$ partindo da solução determinística associada ao valor central da potência de carga ($\partial = 0.0$). Na figura 5.3 encontram-se representados (a traço forte) os pontos associados às soluções óptimas e admissíveis referidas.

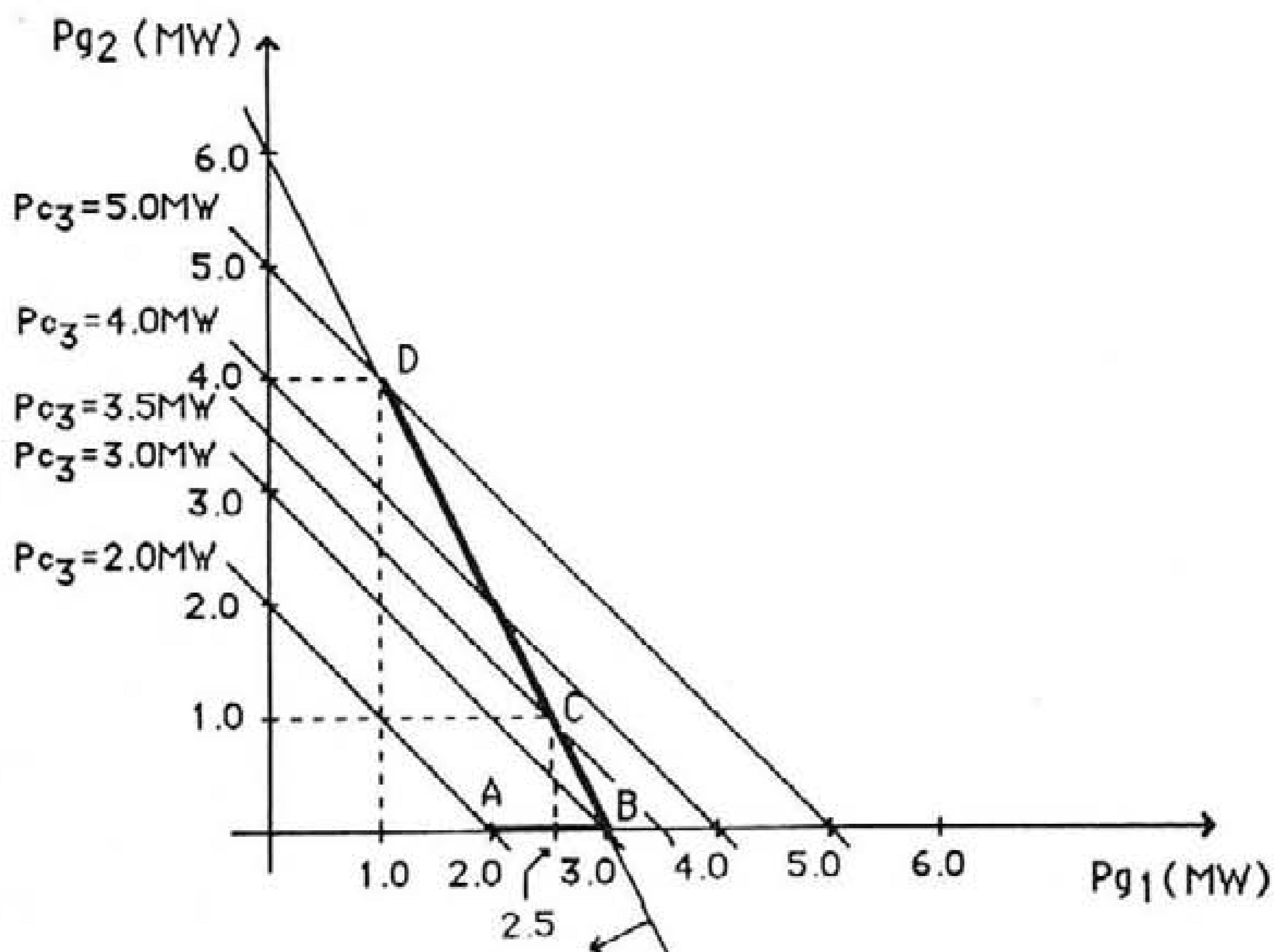


Fig 5.3 - Representação gráfica da solução do problema de fluxo de potências óptimo impreciso.

As soluções ótimas e admissíveis representadas a traço forte na figura 5.3 correspondem a valores determinísticos da potência de carga do barramento 3. Considerando que cada um destes valores está associado a um valor de pertinência em relação a \tilde{P}_{c3} é possível representar as soluções obtidas para P_{g1} e P_{g2} sob a forma gráfica (figura 5.4).

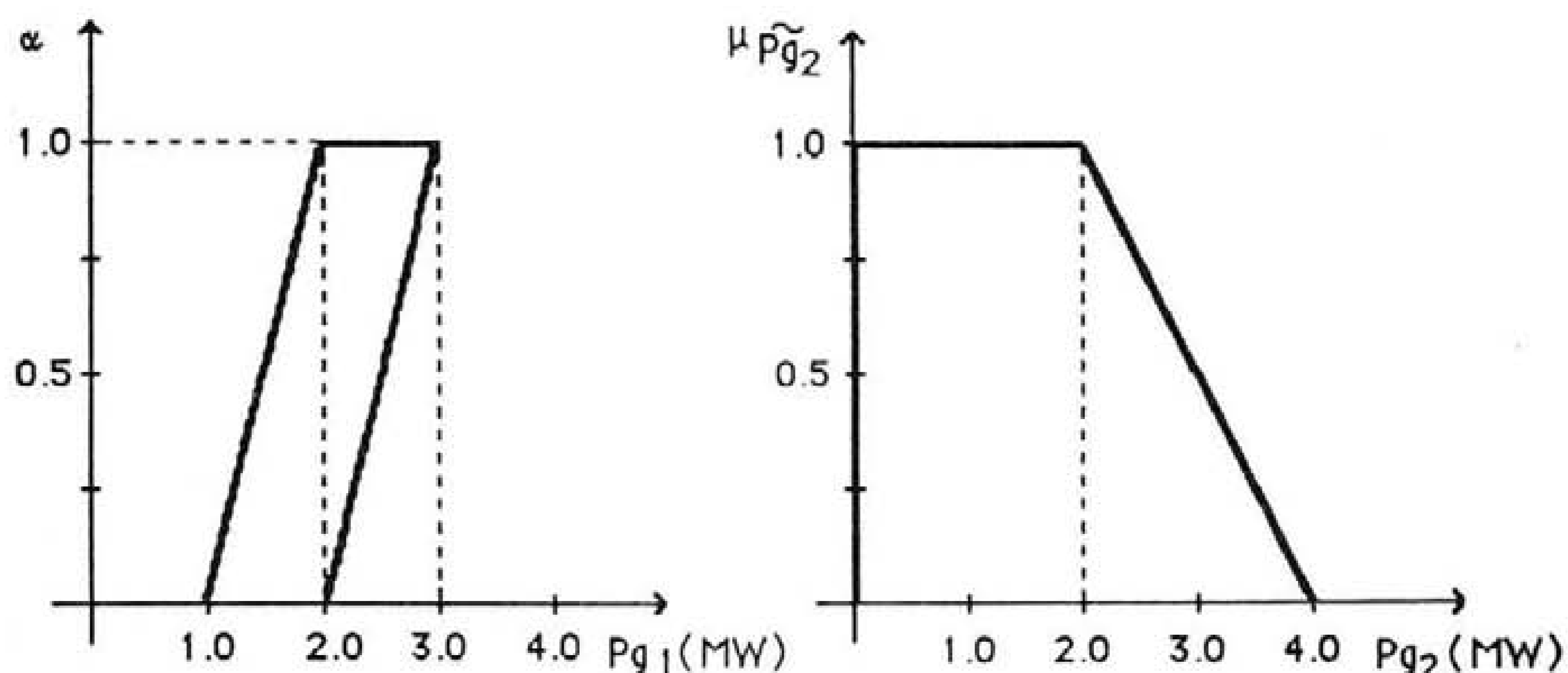


Fig. 5.4 - Representação gráfica dos resultados obtidos para as potências activas produzidas nos geradores 1 e 2.

A análise destes resultados permite evidenciar alguns aspectos significativos:

- em primeiro lugar, assinala-se que os resultados obtidos para P_{g1} deverão ser sujeitos ao operador máximo, de uma forma análoga ao referido em 4.4.3.4, de modo a ser obtido um número impreciso;

- considerando a variação da potência de carga desde o valor mínimo (2.0 MW) até ao valor máximo (5.0 MW) do corte de nível 0.0 de \tilde{P}_{c3} verifica-se que o valor óptimo de P_{g1} aumenta, de início, de 2.0 para 3.0 MW (pontos A e B da figura 5.3) diminuindo, em seguida, até atingir o valor mínimo de 1.0 MW (ponto D da figura 5.3). O valor óptimo de P_{g2} permanece nulo para valores da potência de carga pertencentes ao intervalo [2.0;3.0]. Em seguida, o valor óptimo de P_{g2} aumenta até atingir o valor de 4.0 MW (ponto D da figura 4.3) correspondente à potência de carga de 5.0 MW;

- a evolução descrita no ponto anterior para os valores de P_{g1} e P_{g2} é interessante visto permitir concluir que, em geral, a realização de dois estudos determinísticos de fluxo de potências óptimo associados às potências de carga mínimas e máximas, respectivamente, não é suficiente para identificar, de forma adequada, o corte de nível 0.0 das funções de pertinência respectivas. A realização dos dois estudos referidos para $P_{c3}=2.0\text{MW}$ e $P_{c3}=5.0\text{MW}$ permitiria identificar os intervalos (5.7) e (5.8). A análise

mais cuidada utilizando programação paramétrica permitiria corrigir (5.7) obtendo-se (5.9).

$$Pg1_{\alpha=0.0} = [1.0;2.0] \quad (5.7)$$

$$Pg2_{\alpha=0.0} = [0.0;4.0] \quad (5.8)$$

$$Pg1_{\alpha=0.0} = [1.0;3.0] \quad (5.9)$$

5.3. Modelização do problema de fluxo de potências óptimo impreciso

5.3.1. Modelo de operação do sistema

A metodologia implementada identifica as potências activas produzidas por forma a alimentar as potências activas de carga considerando um conjunto de limites técnicos dos componentes do sistema. Para este efeito, foi adoptado o modelo DC de operação da rede sendo utilizada a matriz dos coeficientes de sensibilidade, [Sdc], para calcular o valor dos trânsitos de potência nos ramos do sistema a partir das potências activas injectadas em cada barramento.

5.3.2. Variáveis de estado e de controlo

Considerando fixada a topologia da rede, o estado de um sistema de energia é completamente definido pelo conhecimento da matriz das admitâncias e pelo valor complexo da tensão nos barramentos. Utilizando o modelo DC estes elementos reduzem-se ao conhecimento das reactâncias dos ramos e da fase das tensões.

A modificação do estado de operação de um sistema, isto é, dos valores das variáveis de estado e, a partir destes, de qualquer variável associada à operação do sistema pode ser conseguida através da alteração do valor de um conjunto de variáveis, denominadas variáveis de controlo. Torna-se evidente que, fixada a topologia da rede, as variáveis de estado poderão ser, apenas, alteradas modificando as potências activas injectadas. Considerando as funções de pertença das potências activas de carga como constantes, as variáveis de controlo são, portanto, as potências activas produzidas.

5.3.3. Função custo dos geradores

Uma função objectivo frequentemente utilizada na optimização de subsistemas térmicos pretende minimizar o custo de produção da energia necessária para satisfazer a potência de carga. Em termos genéricos, é este o critério que será utilizado no modelo de

optimização a desenvolver. A presença de aproveitamentos hidroeléctricos no subsistema produtor poderá ser, ainda, modelizada através da minimização do custo de produção desde que se disponha de curvas representativas do valor marginal da água disponível.

Na figura 5.5 é apresentada, a título de exemplo, a função custo genérica de um gerador.

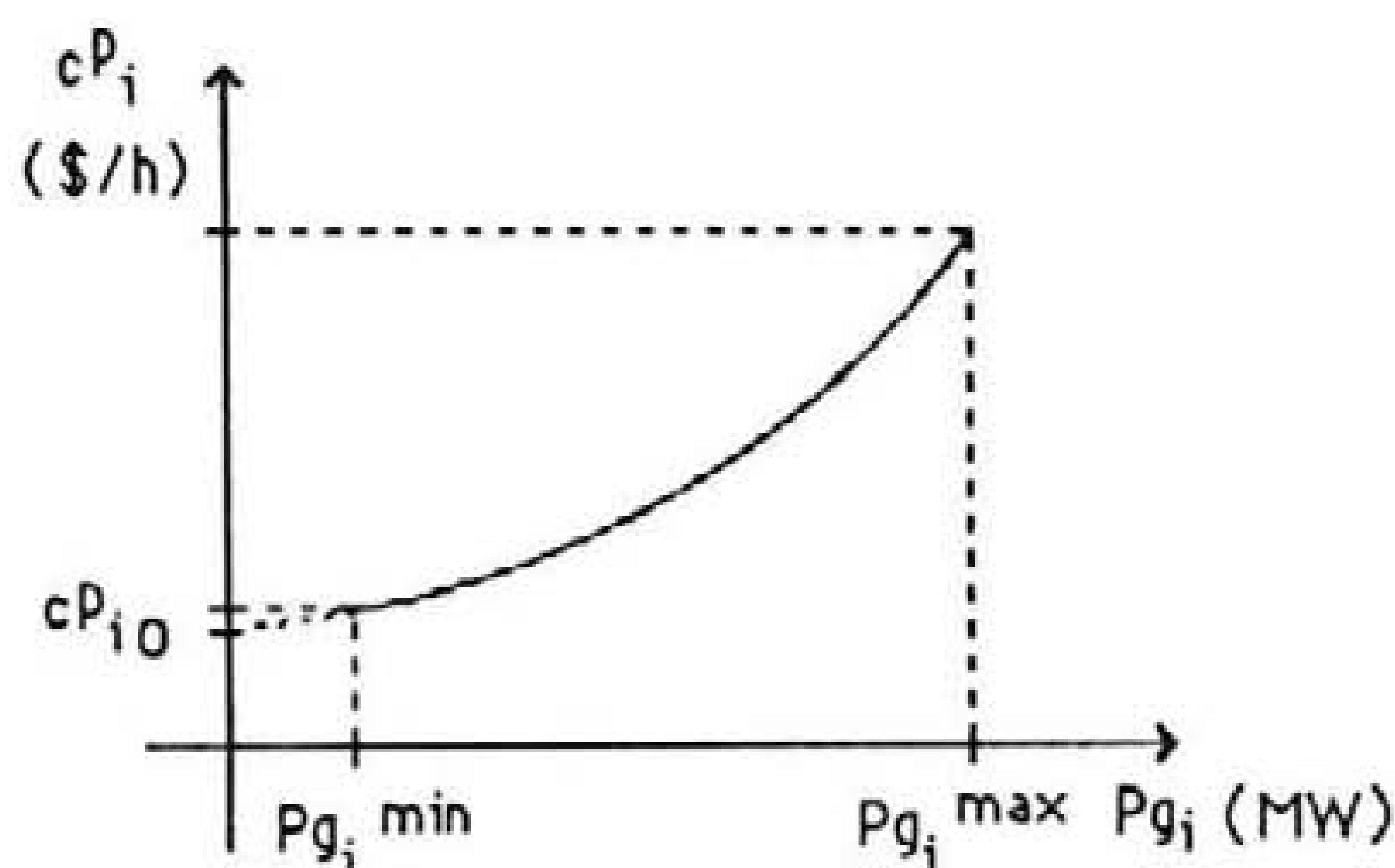


Fig. 5.5 - Exemplo de uma função custo de produção não convexa.

Esta função possui um carácter não convexo desde que o valor de $P_{g_i}^{min}$ seja não nulo. Este aspecto assume uma relevância significativa no âmbito da realização de estudos de planeamento de exploração de sistemas produtores. O problema referido revela-se complexo devido à necessidade de representar a situação de funcionamento ou não funcionamento dos grupos através de variáveis binárias. Muitas metodologias de resolução deste problema realizam a sua subdivisão num problema designado de escala de serviço ("Unit Commitment" em literatura de língua inglesa) e num problema de despacho das cargas. O primeiro pretende identificar os grupos que deverão operar em determinado intervalo de tempo e a resolução do segundo está associada à optimização da exploração dos grupos seleccionados. Nestes estudos o sistema produtor é representado de forma bastante detalhada sendo possível, por exemplo, incluir restrições associadas a taxas de acréscimo e decréscimo de carga dos grupos térmicos.

No âmbito da realização de estudos de planeamento de expansão do sistema os aspectos associados ao carácter não convexo das funções custo referidas e a representação do sistema produtor com elevado detalhe não possuem a mesma acuidade. Neste sentido, e porque se trata de estudos realizados a longo prazo (10 a 20 anos) os aspectos referidos anteriormente não serão considerados, pelo que, as funções custo a considerar serão, em geral, não lineares e convexas.

Se existirem acentuadas não linearidades na função custo de um gerador pode recorrer-se à sua aproximação por duas ou mais secções lineares através de um processo esquematizado na figura 5.6.

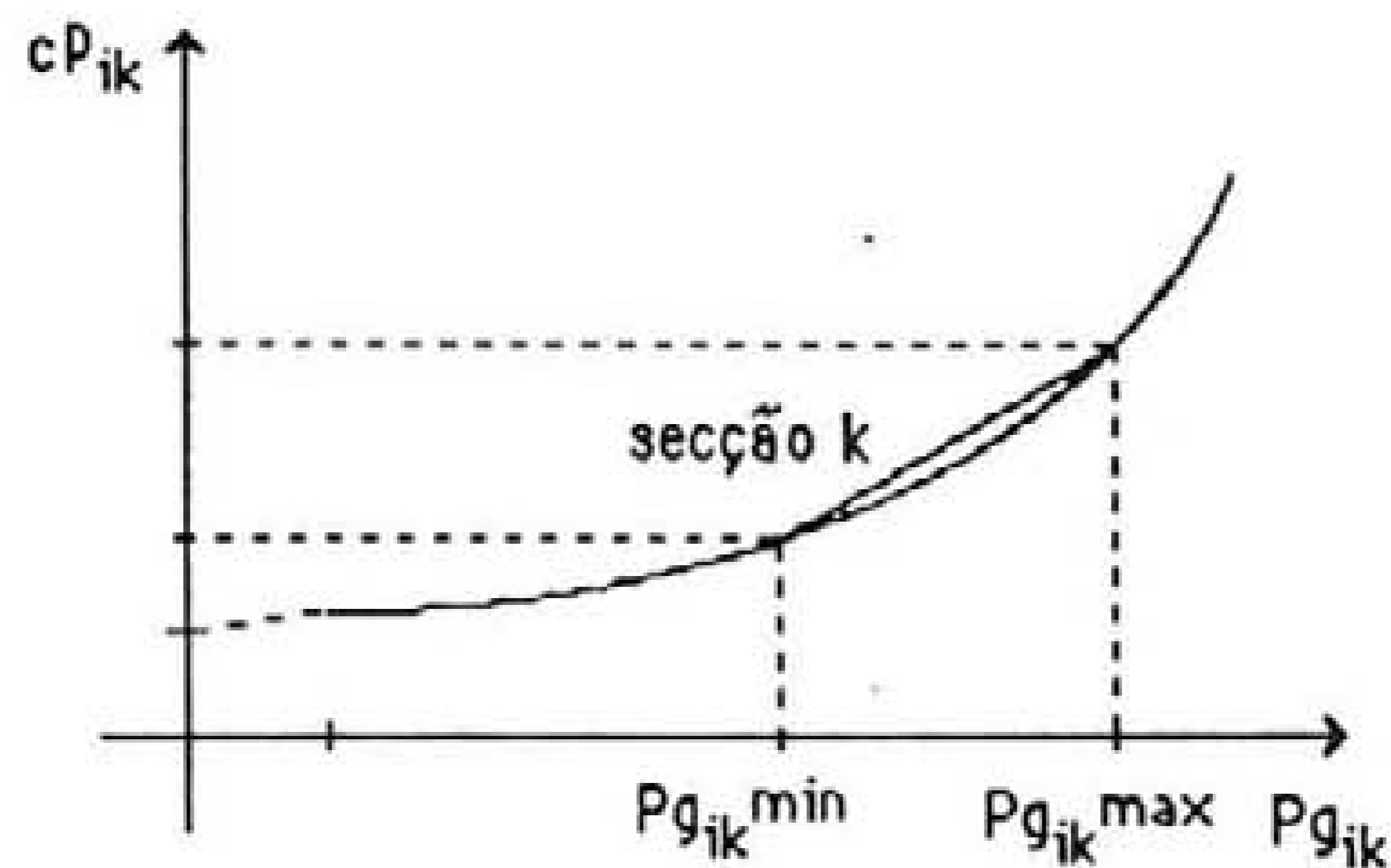


Fig. 5.6 - Linearização de uma função custo.

A cada secção linear da função custo está associado um custo incremental $c^{P_{ik1}}$ e uma variável auxiliar $P_{g_{ik}}$ de tal forma que o custo de produção num intervalo Δt_j é dado por (5.10). Nesta expressão considera-se, sem perda de generalidade, que no barramento i está apenas instalado um gerador pelo que n_{gi} representa o número de secções lineares associado à aproximação da sua função custo.

$$c^P_i = \sum_{k=1}^{n_{gi}} c^{P_{ik0}} \cdot \Delta t_j + \sum_{k=1}^{n_{gi}} c^{P_{ik1}} \cdot P_{g_{ikj}} \cdot \Delta t_j \quad (5.10)$$

Considerando, sem perda de generalidade, que os geradores instalados nos barramentos de índice $i=1, \dots, n_b$ possuem função custo deste tipo, o custo total da energia produzida durante p intervalos de tempo será dado por (5.11). Esta função custo poderá ser reduzida a (5.12) não considerando, como já foi referido, taxas máximas de acréscimo e decréscimo de carga e verificando que a primeira parcela de (5.11) é constante.

$$c^P = \sum_{j=1}^p \sum_{i=1}^{n_b} \sum_{k=1}^{n_{gi}} c^{P_{ik0}} \cdot \Delta t_j + \sum_{j=1}^p \sum_{i=1}^{n_b} \sum_{k=1}^{n_{gi}} c^{P_{ik1}} \cdot P_{g_{ikj}} \cdot \Delta t_j \quad (5.11)$$

$$c^P = \sum_{i=1}^{n_b} \sum_{k=1}^{n_{gi}} c^{P_{ik1}} \cdot P_{g_{ik}} \quad (5.12)$$

Desta forma e tendo em vista a formulação de um problema de programação linear, cada gerador possuindo função custo não linear e convexa será decomposto em n_{gi} geradores fictícios. A integração dos limites mínimo e máximo de potência activa produzida por cada gerador fictício poderá ser realizada através de restrições do tipo (5.13).

$$P_{gik}^{\min} \leq P_{gik} \leq P_{gik}^{\max} \quad i=1, \dots, nb \wedge k=1, \dots, n_{gi} \quad (5.13)$$

5.3.4. Estudo determinístico inicial de fluxo de potências óptimo

Formulação do problema

O modelo genérico de um problema determinístico de fluxo de potências óptimo num ambiente de planeamento de expansão de um sistema eléctrico possuindo nb barramentos e nr ramos e considerando o modelo DC é dado por (5.14) a (5.19). Neste modelo n_{gi} representa o número de geradores ligados ao nó i e vf_{j1} e vf_{j2} correspondem, respectivamente, às variáveis de folga das restrições de limite máximo e mínimo do trânsito de potência activa no ramo j .

$$\min z = \sum_{i=1}^{nb} \sum_{k=1}^{n_{gi}} c^{P_{ik}} \cdot P_{gik} \quad (5.14)$$

$$\text{sujeito a:} \quad \sum_{i=1}^{nb} \sum_{k=1}^{n_{gi}} P_{gik} = \sum_{i=1}^{nb} P_c^{ctr_i} \quad (5.15)$$

$$P_{gik} \leq P_{gik}^{\max} \quad i=1, \dots, nb \text{ e } k=1, \dots, n_{gi} \quad (5.16)$$

$$P_{gik} \geq P_{gik}^{\min} \quad i=1, \dots, nb \text{ e } k=1, \dots, n_{gi} \quad (5.17)$$

$$\sum_{i=1}^{nb} s_{dcji} \cdot \left(\sum_{k=1}^{n_{gi}} P_{gik} - P_c^{ctr_i} \right) + vf_{j1} = P_j^{\max} \quad j= 1 \dots nr \quad (5.18)$$

$$-\sum_{i=1}^{nb} s_{dcji} \cdot \left(\sum_{k=1}^{n_{gi}} P_{gik} - P_c^{ctr_i} \right) + vf_{j2} = P_j^{\max} \quad j= 1 \dots nr \quad (5.19)$$

Com a resolução de um problema de programação linear deste tipo pretende-se obter os valores de P_{gik} associados ao custo de produção mínimo sendo respeitada a equação de equilíbrio de potências activas (5.15) e não sendo violados os limites máximo e mínimo das potências produzidas nos geradores (restrições 5.16 e 5.17) e dos trânsitos de potência nos

ramos (restrições 5.18 e 5.19). No âmbito da resolução de um problema de fluxo de potências óptimo impreciso, as potências activas de carga a considerar neste estudo inicial correspondem ao valor central das funções de pertença especificadas respectivas.

Algoritmo de solução

De um ponto de vista de implementação computacional, a resolução do problema de programação linear (5.14) a (5.19) poderá ser realizada considerando o fluxograma apresentado na figura 5.7. De acordo com este fluxograma, o algoritmo de solução pode ser dividido em duas fases:

- em primeiro lugar é resolvido um problema de programação linear reduzido (bloco A do fluxograma) que se obtém a partir da formulação anterior não considerando as restrições de limite dos trânsitos de potência nos ramos (5.18 e 5.19). A resolução deste problema reduzido pode ser realizada recorrendo à forma Primal do Método do Simplex cujo algoritmo se encontra resumido no ponto 2 do Apêndice B;

- a solução óptima obtida para o problema reduzido anterior poderá ser não admissível dado que os valores obtidos para as potências produzidas poderão originar valores de trânsitos de potência (calculados no bloco B) que, pelo menos num ramo, excedam o limite respectivo. A forma Dual do Método do Simplex, cujo algoritmo se apresenta no ponto 3 do Apêndice B, poderá ser utilizada para ultrapassar as não admissibilidades referidas. Este processo poderá exigir a realização de diversas iterações e a integração no problema de várias restrições de limite máximo e mínimo de trânsitos de potência em ramos da rede. Em geral, no entanto, o número de restrições de limites de trânsitos de potência que é necessário considerar para atingir uma solução óptima e admissível do problema completo (5.14 a 5.19) é pequeno pelo que esta estratégia de solução se revela compensadora do ponto de vista de memória computacional exigida e de tempo de cálculo.

No decorrer do processo iterativo associado à implementação da forma Dual do Método do Simplex as não admissibilidades referidas podem estar associadas a restrições já incluídas no problema ou a restrições de limite mínimo ou máximo de trânsitos de potência ainda não integradas no problema. As primeiras correspondem a variáveis básicas que, na iteração corrente, assumem um valor negativo. As segundas estão associadas a variáveis de folga de restrições de limites máximo e mínimo de trânsitos de potência em ramos do sistema.

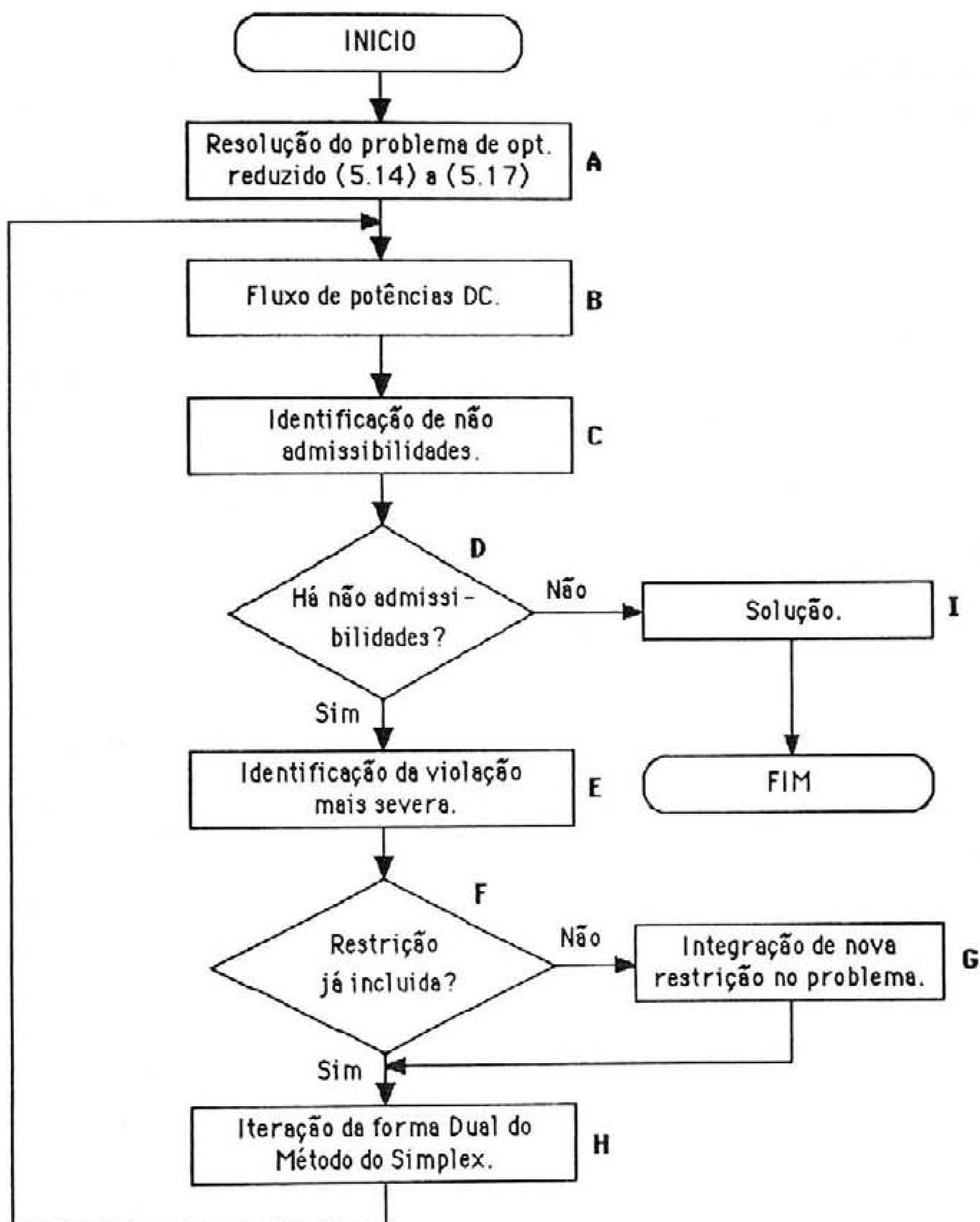


Fig. 5.7 - Fluxograma do algoritmo de resolução do problema determinístico inicial de fluxo de potências ótimo.

O valor dessas variáveis de folga é dado, respectivamente, por (5.20) e (5.21) em que P_j representa o valor do trânsito de potência no ramo j associado à solução corrente.

$$vf_{j1} = P_j^{\max} - P_j \quad j= 1 \dots nr \quad (5.20)$$

$$vf_{j2} = P_j^{\max} + P_j \quad j= 1 \dots nr \quad (5.21)$$

A violação mais severa, identificada no bloco E, corresponde à variável básica da solução corrente ou de folga de (5.20) ou (5.21) que assume o valor negativo possuindo módulo mais elevado. Se essa variável estiver associada a (5.20) ou (5.21), a restrição em causa deverá ser integrada no problema de optimização (bloco G) tendo em conta a metodologia sistemática descrita no ponto 4 do Apêndice B. A variável associada à violação mais severa corresponde à variável que sairá da base na iteração da forma Dual do Método do Simplex a realizar (bloco H). A realização de um novo estudo de fluxo de potências e a identificação de eventuais não admissibilidades permitem detectar se a solução óptima actualizada é, ou não, admissível. No final do processo iterativo anterior é obtida uma base óptima e admissível do problema (5.14) a (5.19) de tal forma que o valor das variáveis básicas pode ser representado por (5.22). Nesta expressão, $[B_b]^{-1}$ representa a inversa da matriz das colunas das variáveis básicas que integram a solução óptima e admissível referida.

$$[X^{opt}] = [B_b]^{-1} \cdot [b] \quad (5.22)$$

5.3.5. Integração das imprecisões associadas às potências de carga

As funções de pertença das potências de carga especificadas podem ser expressas em função do valor central respectivo por (5.23). Os valores do corte de nível 0.0 da função de pertença dos desvios da potência de carga ligada ao nó i podem ser obtidos considerando um parâmetro Δ_i de acordo com (5.24).

$$\tilde{\Delta}_i = \tilde{P}_{C_i} \ominus P_{C^{ctr}_i} \quad (5.23)$$

$$P_{C_i} = P_{C^{ctr}_i} + \Delta_i \quad \Delta_i \in S(\tilde{P}_{C_i} \ominus P_{C^{ctr}_i}) \quad (5.24)$$

Os parâmetros Δ_i podem ser integrados nos termos independentes das diversas restrições do problema determinístico de fluxo de potências óptimo referido em 5.3.4. Por exemplo, a equação de equilíbrio de potências (5.15) pode ser reescrita de acordo com (5.25). Em relação à restrição associada ao limite máximo do trânsito de potências activa no ramo j obtém-se (5.26) e a passagem para o 2º membro dos termos função de Δ_i permite obter (5.27). As equações (5.28) e (5.29) dizem respeito à restrição de limite mínimo do trânsito de potência activa no ramo j . Finalmente, as restrições de limite máximo e mínimo das potências produzidas nos geradores não dependem de Δ_i .

$$\sum_{i=1}^{nb} \sum_{k=1}^{ng_i} P_{g_{ik}} = \sum_{i=1}^{nb} (P_{C^{ctr}_i} + \Delta_i) \quad (5.25)$$

$$\sum_{i=1}^{nb} sdc_{ji} \cdot \left(\sum_{k=1}^{ngi} Pg_{ik} - Pc^{ctr}_i - \Delta_i \right) + vf_{j1} = P_j^{max} \quad (5.26)$$

$$\sum_{i=1}^{nb} sdc_{ji} \cdot \left(\sum_{p=1}^{ngi} Pg_{ip} - Pc^{ctr}_i \right) + vf_{j1} = P_j^{max} + \sum_{i=1}^{nb} sdc_{ji} \cdot \Delta_i \quad (5.27)$$

$$-\sum_{i=1}^{nb} sdc_{ji} \cdot \left(\sum_{p=1}^{ngi} Pg_{ip} - Pc^{ctr}_i - \Delta_i \right) + vf_{j2} = P_j^{max} \quad (5.28)$$

$$-\sum_{i=1}^{nb} sdc_{ji} \cdot \left(\sum_{p=1}^{ngi} Pg_{ip} - Pc^{ctr}_i \right) + vf_{j2} = P_j^{max} - \sum_{i=1}^{nb} sdc_{ji} \cdot \Delta_i \quad (5.29)$$

O problema determinístico inicial de fluxo de potências óptimo integrando as imprecisões associadas ao corte de nível 0.0 das funções de pertença das potências de carga especificadas pode ser formulado como um problema de programação multiparamétrica representado, de forma genérica, por (5.30 a 5.32). Nesta formulação, $b'(\Delta)$ é um vector integrando os termos dependentes de Δ_i ($i=1, \dots, nb$) nas restrições do problema.

$$\min z = c^t \cdot X \quad (5.30)$$

$$\text{sujeito a } A \cdot X = b + b'(\Delta) \quad (5.31)$$

$$\Delta_i^{\min} \leq \Delta_i \leq \Delta_i^{\max} \quad i=1..nb \quad (5.32)$$

A presença dos parâmetros Δ_i ($i=1, \dots, nb$) neste problema de optimização origina que a base óptima e admissível identificada para o problema determinístico inicial de fluxo de potências óptimo possa não ser admissível em algumas regiões do hiperparalelepípedo associado a (5.32). A identificação de zonas desse hiperparalelepípedo em que a base referida não é admissível pode ser efectuada reescrevendo a solução do problema inicial fluxo de potências óptimo em função de Δ_i através de (5.33).

$$[X^{opt}] = [B_b]^{-1} \cdot ([b] + [b'(\Delta)]) \quad (5.33)$$

Em relação aos trânsitos de potência activa cujas restrições de limite máximo ou mínimo ainda não foram incluídas de forma explícita no problema de optimização apresentado em 5.3.4. é também possível obter expressões lineares função de Δ_i já que:

- as expressões lineares das potências produzidas não nulas correspondem a expressões de variáveis básicas de (5.33);
- as potências de carga são dadas por (5.24).

Desta forma, fazendo as substituições necessárias em (5.27) e (5.29) é possível obter expressões lineares para o valor que as variáveis de folga vf_{j1} e vf_{j2} assumiriam nas restrições de limite máximo e mínimo do trânsito de potências no ramo j .

De uma forma análoga, seria possível formular um problema de programação multiparamétrica associado a um corte de nível α genérico. Neste caso, os limites Δ_i^{\min} e Δ_i^{\max} estariam associados aos valores mínimo e máximo do corte de nível α de $\tilde{\Delta}_i$ ($i=1, \dots, nb$). No ponto 6 do Apêndice B é apresentado, de forma sucinta, um algoritmo de resolução de problemas deste género. A identificação de bases óptimas e admissíveis associadas a todas as zonas do hiperparalelepípedo referido permitiria dispor de expressões lineares função de Δ_i ($i=1, \dots, nb$) para as potências activas produzidas e trânsitos de potência activa. Estas expressões seriam utilizadas para identificar os intervalos de variação dessas grandezas e, deste modo, construir o corte de nível α das funções de pertença respectivas. No entanto, a adopção de um algoritmo deste género originaria, em sistemas de dimensão real, um peso computacional excessivo pelo que importa desenvolver outras metodologias que permitam resolver o problema de uma forma mais eficiente, ainda que aproximada.

5.3.6. Identificação de vértices do hiperparalelepípedo

A identificação de zonas do hiperparalelepípedo associado a (5.32) em que a base óptima do problema determinístico inicial de fluxo de potências óptimo é não admissível pode ser realizada, de forma aproximada, considerando (5.33). Através das expressões lineares função de Δ_i ($i=1, \dots, nb$) associadas às variáveis básicas de (5.33) e às variáveis de folga das restrições de limites de trânsitos de potência ainda não incluídas de forma explícita no problema é possível identificar vértices do hiperparalelepípedo referido em que a base óptima anterior não é admissível. A identificação desses vértices será realizada de acordo com o referido nos pontos seguintes.

Vértices de Tipo I

Os vértices de tipo I estão associados a combinações de desvios de potências de carga que originam a violação da condição de não negatividade de, pelo menos, uma variável básica de (5.33) ou de uma variável de folga de uma restrição de limite de trânsito de potência activa (5.27) ou (5.29) ainda não incluída de forma explícita no problema.

A sua identificação pode ser realizada de forma eficiente procedendo, para cada variável básica de (5.33) ou de folga de (5.27) ou (5.29) do modo seguinte:

- identificar a combinação de desvios Δ_j que minimiza a expressão, obtida através de (5.33), associada à variável em análise. Dado que se trata de uma expressão linear função de Δ_j ($i=1,\dots,nb$) o seu valor mínimo será atingido quando se considera Δ_j^{\min} se o seu coeficiente for positivo e Δ_j^{\max} se for negativo. Este conjunto de desvios corresponde, por outro lado, a um vértice do hiperparalelepípedo já referido;

- calcular o valor de todas as variáveis básicas de (5.33) e de folga de restrições como (5.27) e (5.29) para a combinação de desvios identificada. Se o valor de, pelo menos, uma dessas variáveis for negativo conclui-se que a base óptima do problema determinístico inicial de fluxo de potências óptimo é não admissível numa zona do hiperparalelepípedo que contém o vértice em causa. Esse vértice será denominado de tipo I.

Vértices de Tipo II

Ao realizar um problema de fluxo de potências óptimo impreciso pretende-se identificar, para cada corte de nível α das funções de pertença das potências de carga especificadas, o intervalo contendo os valores óptimos das potências produzidas. Neste sentido, é importante identificar combinações de desvios de potências de carga que possam estar associados a valores extremos desse intervalo.

Para atingir este objectivo em relação às funções de pertença das potências produzidas deverão ser identificadas combinações de desvios de potências de carga que permitam maximizar e minimizar as expressões lineares das variáveis básicas de (5.33) que estão associadas a potências produzidas. A identificação dessas combinações será realizada considerando os sinais algébricos dos coeficientes das expressões lineares referidas sendo seleccionado o valor Δ_j^{\min} ou Δ_j^{\max} de forma análoga ao referido em relação aos vértices de tipo I. Considerando o corte de nível 0.0, estas combinações correspondem ainda a vértices do hiperparalelepípedo referido. Estas combinações serão consideradas de tipo II se não originarem a violação da condição de não negatividade de qualquer variável básica de (5.33) e de folga de restrições do tipo de (5.27) e (5.29).

Vértices de Tipo III

De forma semelhante ao referido em relação aos vértices de tipo II, podem ser identificadas combinações de desvios de potências de carga que maximizam ou minimizam variáveis de folga de restrições de limites de trânsitos de potência já incluídas no problema ou de variáveis de folga presentes em restrições do tipo (5.27) e (5.29) se ainda não tiverem sido integradas de forma explícita no problema. Estas combinações estarão associadas a vértices de tipo III se não violarem a condição de não negatividade das restantes

variáveis básicas de (5.33) e de folga de (5.27) ou (5.29). A identificação destas combinações de desvios de potências de carga permitirá construir a função de pertença dos trânsitos de potência nos ramos do sistema identificando, de forma mais correcta, o intervalo associado ao corte de nível 0.0 respectivo.

5.3.7. Estudos parametrizados de fluxos de potências óptimos associados às combinações identificadas

Aspectos genéricos

No ponto anterior foi identificado um conjunto de combinações de desvios de potências de carga que serão analisados através de um modelo de programação paramétrica. Estes estudos parametrizados de fluxos de potências óptimos podem ser realizados de forma eficiente uma vez que é conhecida a base óptima e admissível do problema determinístico inicial de fluxo de potências óptimo. Refira-se que este problema de fluxo de potências óptimo foi resolvido para uma combinação de potências de carga que corresponde à origem do sistema de eixos em que o hiperparalelepípedo associado a (5.32) foi construído. Recorrendo a programação paramétrica e à forma Dual do Método do Simplex (referidos de forma mais detalhada nos pontos 3 e 5 do Apêndice B) é possível obter a solução dos problemas de fluxos de potências óptimos para as combinações de potências de carga localizadas sobre segmentos que unem a origem do referencial ao vértice em causa. Será analisada, em seguida, a situação em que as potências de carga são representadas por números imprecisos trapezoidais. A metodologia apresentada será, em seguida, particularizada na situação em que as potências de carga são representadas por números imprecisos triangulares ou rectangulares.

Potências de carga representadas por números imprecisos trapezoidais

Consideremos um sistema eléctrico alimentando duas potências de carga representadas pelos números imprecisos trapezoidais (5.34) e (5.35). Estas funções de pertença podem ser reescritas em função do valor central respectivo obtendo-se (5.36 e 5.37). Na figura 5.8 estão representados os rectângulos associados aos cortes de nível 0.0 e 1.0 dos desvios de \tilde{P}_{c1} e \tilde{P}_{c2} .

$$\tilde{P}_{c1} = (P_{c11}; P_{c12}; P_{c13}; P_{c14}) \quad (5.34)$$

$$\tilde{P}_{c2} = (P_{c21}; P_{c22}; P_{c23}; P_{c24}) \quad (5.35)$$

$$\tilde{P}_{c1} = P_{c^{ctr}1} \oplus (\Delta_{11}; \Delta_{12}; \Delta_{13}; \Delta_{14}) \quad (5.36)$$

$$\tilde{P}_{c2} = P_{c^{ctr}2} \oplus (\Delta_{21}; \Delta_{22}; \Delta_{23}; \Delta_{24}) \quad (5.37)$$

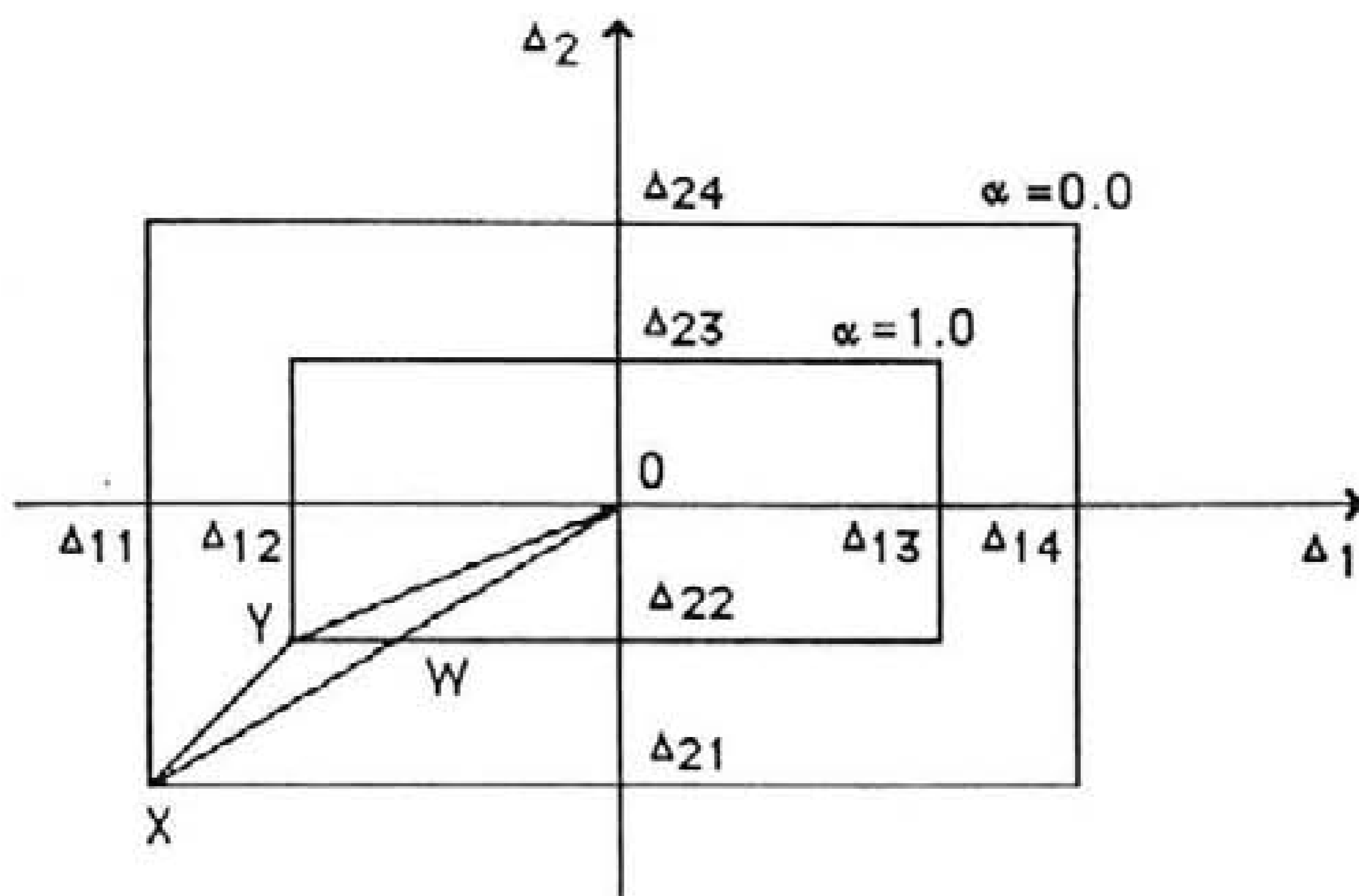


Fig. 5.8 - Rectângulos associados aos cortes de nível 0.0 e 1.0 das funções de pertinência dos desvios de potências activas de carga.

Consideremos que o ponto X corresponde a um vértice identificado em 5.3.6. O processo de programação paramétrica a realizar poderá ser implementado considerando as alternativas seguintes:

- a primeira corresponde a analisar as combinações de desvios de potências de carga situadas sobre o segmento \overline{OX} ;
- a segunda exige a resolução sucessiva de dois problemas de programação paramétrica por forma a analisar as combinações de desvios de potências de carga situadas sobre \overline{OY} e, em seguida, sobre o segmento \overline{YX} .

De entre estas duas alternativas foi adoptada a segunda visto que se garante que cada valor obtido para um trânsito de potência activa ou uma potência activa produzida no problema de programação paramétrica associado a \overline{YX} :

- corresponde a uma combinação de valores de desvios de potências activas de carga possuindo igual grau de pertinência;
- os desvios que integram essas combinações coincidem com valores extremos do corte de nível α respectivo.

Considerando que o parâmetro γ assume os valores 1.0 e 0.0 nos pontos Y e X , respectivamente, verifica-se que o valor de γ coincide com o grau de pertinência dos valores das potências activas produzidas e trânsitos de potência activa obtidos quando o segmento \overline{YX} é percorrido. A adopção da primeira hipótese apresentada não permitiria obter uma relação tão simples entre o valor do parâmetro γ e o grau de pertinência dos valores de potência activa produzida e trânsitos de potência activa calculados.

A realização dos estudos parametrizados de fluxos de potências óptimos associados à alternativa adoptada pode ser efectuada de forma eficiente se esses dois problemas de programação paramétrica forem resolvidos consecutivamente. Procedendo deste modo, é conhecida uma solução óptima e admissível no início do processo de resolução de cada um desses problemas. Com efeito:

- a solução óptima e admissível associada à origem do referencial corresponde à solução do problema determinístico inicial de fluxo de potências óptimo. Desta forma, é possível formular o problema de programação paramétrica associado às combinações de desvios de potências de carga situadas sobre \overline{OY} considerando a base óptima do problema determinístico referido;

- a resolução do problema de programação paramétrica anterior permitirá identificar uma base óptima e admissível associada ao ponto Y. Esta base será utilizada para formular o problema de programação paramétrica associado às combinações de desvios de potências de carga situados sobre \overline{YX} .

Consideremos os pontos Q e R associados a combinações de desvios de potências de carga genéricas e sejam Δ^Q e Δ^R os vectores correspondentes. Sendo conhecida uma base óptima e admissível do problema determinístico de fluxo de potências óptimo correspondente a Δ^Q as combinações dos desvios de potências de carga localizadas sobre o segmento \overline{QR} podem ser analisadas formulando o problema em função do parâmetro γ . Consideremos, sem perda de generalidade, que γ assume o valor 1.0 no ponto Q e 0.0 em R. Nesta situação, a equação de equilíbrio de potências activas e as restrições de limite máximo e mínimo dos trânsitos de potência activa podem ser reescritas em função de γ obtendo-se (5.38), (5.39) e (5.40), respectivamente.

$$\sum_{i=1}^{nb} \sum_{k=1}^{ngi} P_{gik} = \sum_{i=1}^{nb} (P_{c^{ctr}_i} + \Delta^Q_i + (1-\gamma) \cdot (\Delta^R_i - \Delta^Q_i)) \quad (5.38)$$

$$\sum_{i=1}^{nb} s_{dcji} \cdot \left(\sum_{k=1}^{ngi} P_{gik} - P_{c^{ctr}_i} - \Delta^Q_i \right) + v_{fj1} = P_j^{max} + \sum_{i=1}^{nb} s_{dcji} \cdot (1-\gamma) \cdot (\Delta^R_i - \Delta^Q_i) \quad (5.39)$$

$$\begin{aligned}
 & -\sum_{i=1}^{nb} sdc_{ji} \cdot \left(\sum_{k=1}^{ngi} P_{gik} - P_{c^{ctr}_i} - \Delta Q_i \right) + v_{fj2} = P_j^{max} + \\
 & - \sum_{i=1}^{nb} sdc_{ji} \cdot (1-\gamma) \cdot (\Delta R_i - \Delta Q_i)
 \end{aligned} \tag{5.40}$$

Desta forma, o problema de programação paramétrica genérico pode ser formulado através de (5.41) a (5.43).

$$\min z = c^t \cdot X \tag{5.41}$$

$$\text{suj } A \cdot X = b + (1-\gamma) \cdot b' \tag{5.42}$$

$$0 \leq \gamma \leq 1 \tag{5.43}$$

O problema de programação paramétrica associado ao segmento \overline{OY} pode ser obtido a partir desta formulação genérica considerando que o ponto Q coincide com O e o ponto R coincide com Y. A resolução deste problema por forma a identificar bases óptimas e admissíveis para valores de γ variando de 1.0 a 0.0 poderá exigir a realização de diversas iterações da forma Dual do Método do Simplex e a integração no problema de novas restrições de limites de trânsitos de potência activa nos ramos do sistema. Consideremos que a solução óptima e admissível correspondente a Y ($\gamma=0.0$) é dada por (5.44).

$$[X^{opt}] = [B_b]^{-1} \cdot ([b] + (1-\gamma) \cdot [b']) \tag{5.44}$$

A base óptima e admissível associada a Y permitirá formular o segundo problema de programação paramétrica considerando, agora, que os pontos Q e R correspondem a Y e X, respectivamente. A solução óptima e admissível associada a Y neste segundo problema é dada por (5.45) considerando que o parâmetro γ vê o seu valor reinicializado em 1.0. A realização de iterações da forma Dual do Método do Simplex e a eventual integração de novas restrições de limites de trânsitos de potência activa em ramos do sistema permitirá obter uma solução para os problemas determinísticos de fluxo de potências óptimo associados às combinações de desvios de potências de carga situadas sobre o segmento \overline{YX} .

$$[X^{opt}] = [B_b]^{-1} \cdot ([b] + [b']) + (1-\gamma) \cdot [b''] \tag{5.45}$$

Nas expressões (5.42), (5.44) e (5.45) os vectores $[b']$ e $[b'']$ integram os coeficientes função de $1-\gamma$ nas restrições associadas, respectivamente, ao primeiro e ao segundo estudo parametrizado de fluxo de potências óptimo. Esses coeficientes podem ser obtidos considerando as restrições (5.38) a (5.40).

A resolução do primeiro problema parametrizado de fluxo de potências óptimo

permitirá obter valores de potências produzidas e de trânsitos de potência possuindo grau de pertença 1.0. Em relação ao segundo problema parametrizado de fluxo de potências óptimo, verifica-se que o grau de pertença dos valores obtidos para as grandezas em análise decresce de forma monótona de 1.0 (ponto Y e $\gamma=1.0$) até 0.0 (ponto X e $\gamma=0.0$). Nas figuras 5.9 a) a c) são apresentadas representações de possíveis soluções obtidas para uma grandeza genérica através destes dois problemas parametrizados de fluxo de potências óptimo. Recorrendo ao operador máximo a solução esquematizada na figura 5.9.c) será representada pela função de pertença da figura 5.10.

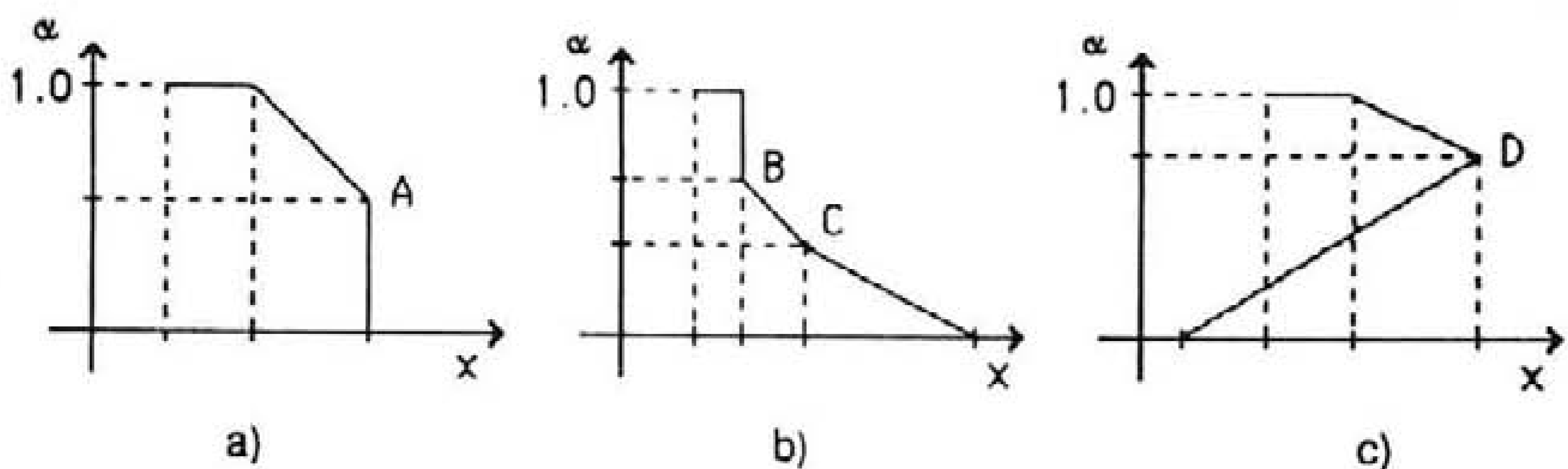


Fig. 5.9 - Soluções possíveis dos problemas de programação paramétrica.

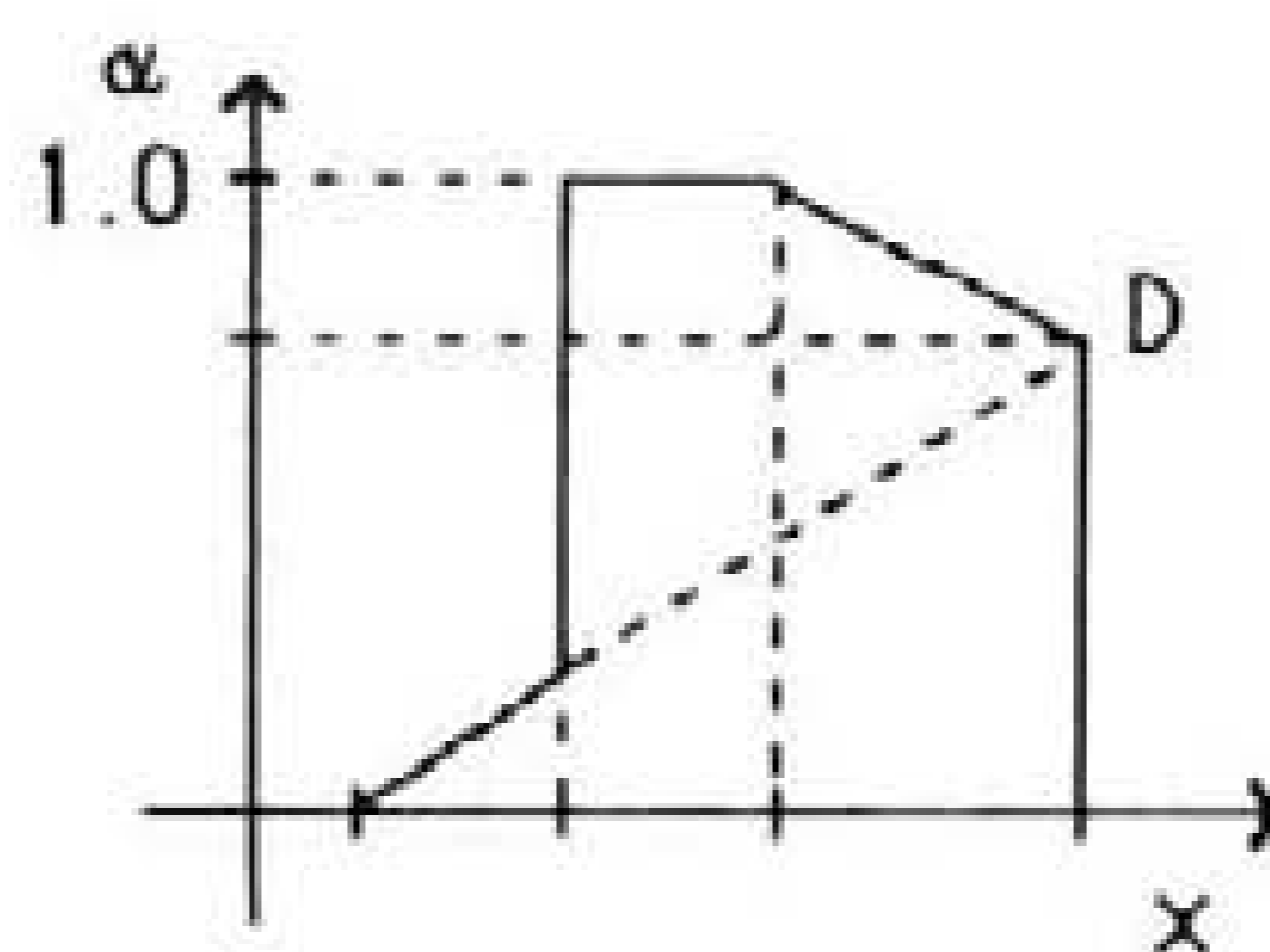


Fig. 5.10 - Função de pertença correspondente à solução da figura 5.9.c).

Os pontos A, B, C e D representados nestas figuras correspondem a combinações de desvios potências de carga para os quais a base óptima corrente deixou de ser admissível pelo que foi realizada uma iteração da forma Dual do Método do Simplex. Por outro lado, como as soluções obtidas estão associadas a valores de γ que decrescem de forma monótona conclui-se não ser possível obter funções de pertença como a representada na figura 5.11.

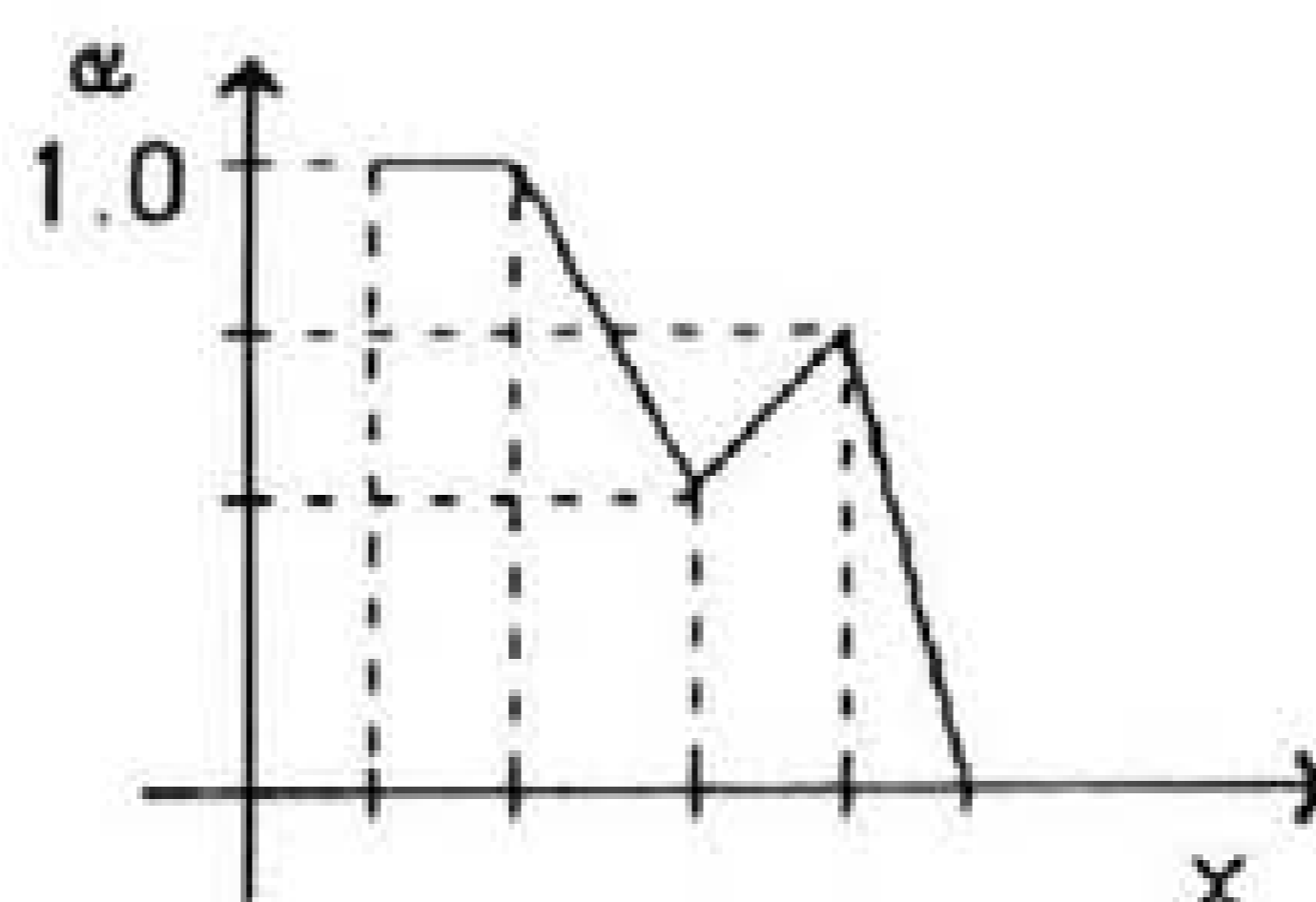


Fig. 5.11 - Função de pertença não convexa.

Potências de carga representadas por outros números imprecisos

A formulação subjacente às restrições (5.38) a (5.40) é genérica incluindo, nomeadamente, a situação em que todas as potências de carga especificadas são representadas por números imprecisos triangulares. Nesta situação, verifica-se que os pontos Y e O da figura 5.8 coincidem pelo que, em relação a cada vértice do hiperparalelepípedo associado a (5.32) a analisar, será apenas realizado o segundo dos dois estudos parametrizados de fluxo de potências óptimo referidos no ponto anterior. Por outro lado, a formulação referida admite também a situação em que algumas potências de carga especificadas são representadas por números imprecisos triangulares e, outras, por números imprecisos trapezoidais. Neste caso, os desvios das potências de carga especificadas representadas por números imprecisos triangulares são nulos no decorrer do primeiro dos dois estudos parametrizados de fluxo de potências óptimo a realizar de forma consecutiva.

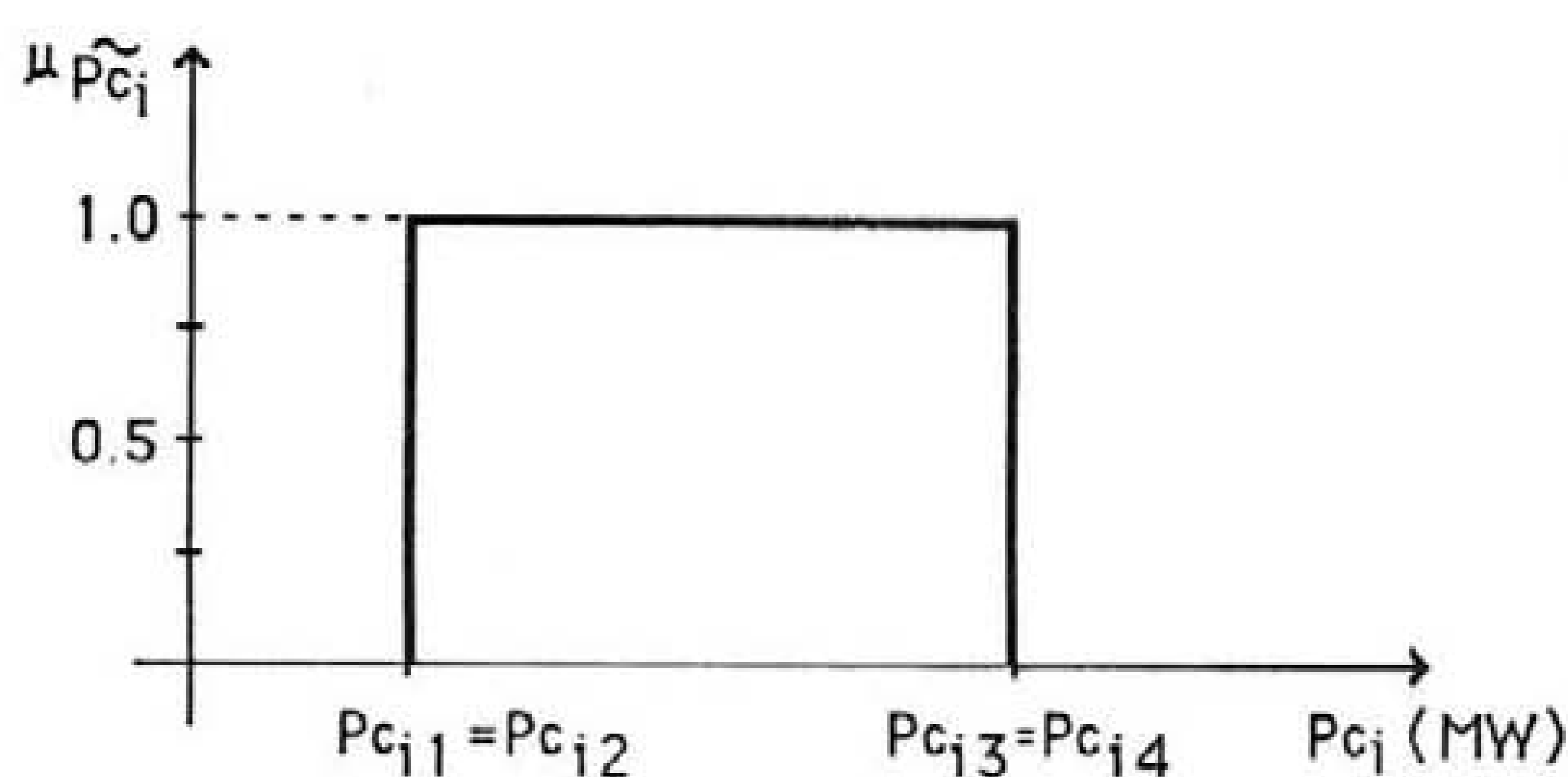


Fig. 5.12 - Número impreciso rectangular associado a P_{c_j} .

A formulação apresentada admite, ainda, a especificação de números imprecisos rectangulares como o representado na figura 5.12. Se todos os números imprecisos forem deste tipo verifica-se que os pontos X e Y da figura 5.8 coincidem. Desta forma, em relação a cada vértice a analisar será apenas realizado o primeiro estudo parametrizado de fluxo de potências óptimo referido no ponto anterior. Esta situação reveste-se de interesse visto que permitirá aplicar o algoritmo delineado em relação a intervalos associados às potências especificadas. Este aspecto poderá ser encarado como uma particularização desta metodologia à análise intervalar.

5.3.8. Agregação dos resultados

Como foi já referido, o corte de nível α das funções de pertença das potências produzidas e dos trânsitos de potência deverá ser o mais alargado possível mas deverá conter,

apenas, valores para os quais exista uma combinação de potências de carga a eles associado através de um estudo determinístico de fluxo de potências ótimo. Por forma a obter, para uma dada grandeza, a função de pertença mais alargada possível, as funções de pertença parcelares obtidas através dos problemas parametrizados de fluxo de potências ótimo deverão ser agregadas utilizando o operador reunião de conjuntos imprecisos. Por outro lado, a realização de estudos parametrizados de fluxo de potências ótimo garante que cada valor obtido para uma dada grandeza está associado, através de um estudo de fluxo de potências ótimo, a uma combinação de potências de carga.

5.4. Cálculo da potência de corte de carga

5.4.1. Considerações gerais

Um problema de fluxo de potências ótimo, determinístico ou impreciso, poderá ser impossível o que significa que não é possível satisfazer as potências de carga especificadas respeitando as restrições do problema. Quando uma situação deste género ocorre torna-se importante avaliar o menor corte de carga a realizar por forma a viabilizar o problema. Em seguida, será descrita a integração de geradores de corte de carga na formulação e no algoritmo de solução do problema de fluxo de potências ótimo impreciso.

5.4.2. Geradores de corte de carga no problema inicial fluxo de potências ótimo

Aspectos genéricos

O problema de optimização associado ao estudo determinístico inicial de fluxo de potências ótimo poderá estar associado a um conjunto de soluções admissíveis vazio. Nestas circunstâncias torna-se necessário integrar geradores de corte de carga no problema por forma a calcular o menor valor da potência de corte de carga que permite a sua viabilização.

Formulação completa do problema determinístico inicial de fluxo de potências ótimo

Em termos do problema determinístico inicial de fluxo de potências ótimo (5.14) a (5.19) o valor da potência de corte de carga, P_{gc} , a realizar pode ser calculado considerando geradores de corte de carga nos barramentos onde existe potência de carga não nula. As variáveis associadas a estes geradores são integradas na função objectivo com um coeficiente (designado por G e representando o seu custo de produção) muito superior ao maior dos custos de produção dos geradores do sistema. Pretende garantir-se, deste modo, que

as variáveis associadas a estes geradores apenas entrarão na base se não for possível ultrapassar, de outra forma, a não admissibilidade entretanto detectada. O problema determinístico de fluxo de potências óptimo cuja formulação completa se apresenta em (5.46) a (5.52) pretende assim identificar a solução associada a um custo de produção mínimo que, em simultâneo, minimize a soma das potências produzidas pelos geradores de corte de carga. Nesta formulação, P_{gc_i} representa a potência produzida no gerador de corte de carga ligado ao barramento i . Por outro lado, as restrições (5.50) estão associadas ao limite máximo da potência activa produzida nos geradores de corte de carga. Este limite coincide com o valor central da função de pertença da potência activa de carga ligada ao barramento i .

$$\min z = \sum_{i=1}^{nb} \sum_{k=1}^{ngi} c^{p_{ik}} \cdot P_{gik} + G \cdot \sum_{i=1}^{nb} P_{gc_i} \quad (5.46)$$

$$\text{suj. } \sum_{i=1}^{nb} \sum_{k=1}^{ngi} P_{gik} + \sum_{i=1}^{nb} P_{gc_i} = \sum_{i=1}^{nb} P_c^{ctr_i} \quad (5.47)$$

$$P_{gik} \leq P_{gik}^{\max} \quad i=1, \dots, nb \text{ e } k=1, \dots, ngi \quad (5.48)$$

$$P_{gik} \geq P_{gik}^{\min} \quad i=1, \dots, nb \text{ e } k=1, \dots, ngi \quad (5.49)$$

$$P_{gc_i} \leq P_c^{ctr_i} \quad i=1 \dots nb \quad (5.50)$$

$$\sum_{i=1}^{nb} s_{dc_{ji}} \cdot \left(\sum_{k=1}^{ngi} P_{gik} - P_c^{ctr_i} + P_{gc_i} \right) + v_{f_{j1}} = P_j^{\max} \quad j= 1, \dots, nr \quad (5.51)$$

$$- \sum_{i=1}^{nb} s_{dc_{ji}} \cdot \left(\sum_{k=1}^{ngi} P_{gik} - P_c^{ctr_i} + P_{gc_i} \right) + v_{f_{j2}} = P_j^{\max} \quad j= 1, \dots, nr \quad (5.52)$$

A integração dos geradores de corte de carga no problema inicial de fluxo de potências óptimo poderá ser realizada devido:

- à insuficiência de potência instalada no sistema produtor reflectida na ausência de solução do problema de optimização reduzido (5.14) a (5.17);

- à ocorrência de não admissibilidades associadas à violação de limites de trânsitos de potência activa em ramos do sistema que não possam ser ultrapassadas através do redespacho das potências produzidas pelos geradores.

Estas duas situações serão analisadas, em seguida, de forma detalhada.

Ausência de solução do problema de optimização reduzido (5.14) a (5.17)

A potência instalada no sistema poderá ser insuficiente para satisfazer a potência activa de carga especificada de tal forma que o problema de optimização reduzido (5.14) a (5.17) não teria soluções admissíveis. A situação referida ocorre se (5.53) for verdadeira.

$$\sum_{i=1}^{nb} \sum_{k=1}^{ngi} P_{gik}^{\max} < \sum_{i=1}^{nb} P_{cctr_i} \quad (5.53)$$

Este aspecto revela-se importante em situações em que diversos geradores saíram de serviço por avaria ou manutenção programada e obriga a integrar no problema reduzido os geradores de corte de carga. O problema reduzido ficará então formulado por (5.46) a (5.50) podendo ser resolvido através da utilização da forma Primal do Método do Simplex. A solução óptima obtida para este problema reduzido poderá ser não admissível para o problema completo (5.46) a (5.52) devido à violação de, pelo menos, um limite de um trânsito de potência activa num ramo do sistema. Se tal ocorrer deverão ser realizadas iterações da forma Dual do Método do Simplex de um modo análogo ao descrito em 5.3.4.

Inexistência de estratégias de redespacho

São frequentes as situações em que o problema reduzido (5.14) a (5.17) possui solução óptima admissível mas as restrições associadas aos limites dos trânsitos de potência nos ramos da rede implicam a inexistência de solução admissível para o problema completo (5.14) a (5.19). Em termos do problema de optimização esta situação significa que, face à identificação de uma não admissibilidade e à necessidade de realizar uma iteração da forma Dual do Método do Simplex, se verifica não existir nenhuma variável que preencha as condições de entrada na base. A não admissibilidade referida poderá ser ultrapassada incluindo geradores de corte de carga no problema. Para este efeito, deverão ser incluídos termos relativos aos geradores de corte de carga na função objectivo e nas restrições associadas à equação de equilíbrio de potências e aos limites dos trânsitos de potência em ramos da rede. Deverão ser ainda integradas na base óptima mas não admissível corrente as variáveis de folga correspondentes às restrições (5.50).

Por um lado, a inclusão de novas variáveis não básicas no problema de optimização em análise origina o alargamento da matriz das colunas das variáveis não básicas, $[R_b]$. Por outro, a integração das restrições associadas ao limite da potência a produzir nos geradores de corte de carga poderá ser realizada de forma sistemática através do

procedimento descrito no ponto 4 do Apêndice B. Desta forma, poderão ser realizadas novas iterações da forma Dual do Método do Simplex de uma forma análoga ao descrito em 5.3.4. A base correspondente a uma solução ótima e admissível deverá integrar, pelo menos, uma variável associada à potência produzida num gerador de corte de carga.

5.4.3. Integração das imprecisões associadas às potências de carga

De uma forma análoga ao descrito em 5.3.5. a imprecisão associada às potências de carga especificadas poderá ser integrada no problema determinístico inicial de fluxo de potências ótimo obtendo-se, para cada corte de nível α , um problema de programação multiparamétrica formulado, de forma genérica, por (5.54) a (5.56). As imprecisões referidas podem ser integradas na solução do problema determinístico inicial de fluxo de potências ótimo obtendo-se (5.57).

$$\min z = c^t X \quad (5.54)$$

$$\text{sujeito a } A.X = b + b'(\Delta) \quad (5.55)$$

$$\Delta_j^{\min} \leq \Delta_j \leq \Delta_j^{\max} \quad i=1..nb \quad (5.56)$$

$$[X^{\text{opt}}] = [B_b]^{-1} \cdot ([b] + [b'(\Delta)]) \quad (5.57)$$

5.4.4. Identificação de vértices do hiperparalelepípedo

Para além dos vértices já referidos em 5.3.6, a presença de geradores de corte de carga na solução ótima do problema determinístico inicial de fluxo de potências ótimo poderá permitir identificar vértices de tipo IV associados à maximização e minimização dos valores extremos do corte de nível 0.0 das potências produzidas em geradores deste tipo.

Vértices de Tipo IV

De forma análoga ao referido em relação aos vértices de tipo II, ao realizar um estudo de fluxo de potências ótimo impreciso pretende-se identificar, para o corte de nível α das funções de pertença das potências de carga especificadas, o intervalo mais alargado contendo valores ótimos das potências produzidas em geradores de corte de carga.

A construção dos intervalos mais alargados associados a valores ótimos da potência de corte de carga poderá ser realizada identificando combinações de desvios de potências activas de carga que permitam maximizar ou minimizar as expressões lineares das variáveis básicas de (5.57) associadas a geradores de corte de carga. Considerando o corte de

nível 0.0, estas combinações correspondem a vértices do hiperparalelepípedo associado a (5.56). Estas combinações serão consideradas de tipo IV se não originarem a violação da condição de não negatividade de qualquer variável básica de (5.57) e de folga de restrições de limite de trânsitos de potência activa ainda não incluídas de forma explícita no problema.

5.4.5. Integração de geradores de corte de carga no decorrer de um estudo parametrizado de fluxo de potências óptimo

Em algumas situações poderá existir uma base óptima e admissível para o problema determinístico inicial de fluxo de potências óptimo (5.14) a (5.19) sendo necessário considerar geradores de corte de carga, apenas, quando se procede à resolução de um problema parametrizado de fluxo de potências óptimo.

Consideremos que, ao tentar obter soluções óptimas e admissíveis para as combinações de desvios de potências de carga situadas sobre o segmento \overline{QR} referido em 5.3.7, se verifica não existir solução admissível para valores do parâmetro γ inferiores a γ_a . Isto significa que, para $\gamma < \gamma_a$, a solução corrente deixa de ser admissível e, não existindo qualquer variável que possa entrar na base, não é possível realizar novas iterações da forma Dual do Método do Simplex. O processo poderá prosseguir incluindo no problema geradores de corte de carga. Neste caso, a equação de equilíbrio de potências activas e as restrições de limite máximo e mínimo de trânsitos de potência activa no ramo j do sistema (5.58), (5.59) e (5.60) incluem já os coeficientes dos termos associados a geradores deste tipo.

$$\sum_{i=1}^{nb} \sum_{k=1}^{ngi} P_{gik} + \sum_{i=1}^{nb} P_{gc_i} = \sum_{i=1}^{nb} (P_{c^{ctr}_i} + \Delta Q_i + (1-\gamma) \cdot (\Delta R_i - \Delta Q_i)) \quad (5.58)$$

$$\sum_{i=1}^{nb} s_{dc_{ji}} \cdot \left(\sum_{k=1}^{ngi} P_{gik} - P_{c^{ctr}_i} - \Delta Q_i + P_{gc_i} \right) + v_{fj1} = P_j^{max} + \sum_{i=1}^{nb} s_{dc_{ji}} \cdot (1-\gamma) \cdot (\Delta R_i - \Delta Q_i) \quad (5.59)$$

$$-\sum_{i=1}^{nb} s_{dc_{ji}} \cdot \left(\sum_{k=1}^{ngi} P_{gik} - P_{c^{ctr}_i} - \Delta Q_i + P_{gc_i} \right) + v_{fj2} = P_j^{max} + \sum_{i=1}^{nb} s_{dc_{ji}} \cdot (1-\gamma) \cdot (\Delta R_i - \Delta Q_i) \quad (5.60)$$

Deverão ser ainda consideradas as restrições de limite da potência produzida em geradores de corte de carga dadas por (5.50) e a função objectivo do problema deverá incluir termos dependentes das variáveis associadas a estes geradores. A integração de novas restrições poderá ser realizada de acordo com a metodologia apresentada no ponto 4 do Apêndice B e a inclusão de novas variáveis origina o alargamento da matriz $[R_b]$. A presença de novas variáveis no problema de programação paramétrica permitirá realizar novas iterações da forma Dual do Método do Simplex por forma a identificar bases óptimas e admissíveis para todos os valores de γ pertencentes ao intervalo $[0.0;1.0]$.

5.4.6. Agregação dos resultados obtidos para as potências de corte de carga

Ao resolver um problema determinístico de fluxo de potências óptimo em que se torna necessário efectuar corte de carga a solução é, com frequência, não única significando que existem diversas estratégias associadas à realização e minimização desse corte de carga. Por esta razão, os valores individuais das potências de corte de carga em cada barramento do sistema possuem um interesse bastante menor que o valor da potência de corte de carga total.

Também no caso impreciso podem ocorrer situações deste género pelo que deverá ser construída a função de pertença da potência de corte de carga total. A obtenção desta função de pertença deverá ser realizada atendendo aos pontos seguintes:

a) para cada vértice do hiperparalelepípedo associado a (5.56) identificado deverá ser obtida a potência de corte de carga em cada barramento não aplicando o operador máximo se a solução for análoga à apresentada na figura 5.9.c);

b) a potência de corte de carga resultante do modelo de programação paramétrica apresentado em 5.3.7 e correspondente à análise de um vértice é obtida adicionando a potência de corte de carga calculada para cada barramento. Em seguida, deverá ser aplicado, se necessário, o operador máximo transformando o resultado numa função de pertença;

c) a função de pertença da potência de corte de carga total resultante do problema de despacho impreciso corresponde à reunião das funções de pertença da potência de corte de carga resultantes da análise de cada vértice identificado.

A não utilização do operador máximo na alinea a) do processo de agregação descrito pretende evitar o alargamento artificial da imprecisão da função de pertença da potência de corte de carga total. Consideremos, a título de exemplo, que as potências de corte de carga associadas aos barramentos i e k e correspondentes à análise de um vértice do hiperparalelepípedo associado a (5.56) estão representadas na figura 5.13 a) e b).

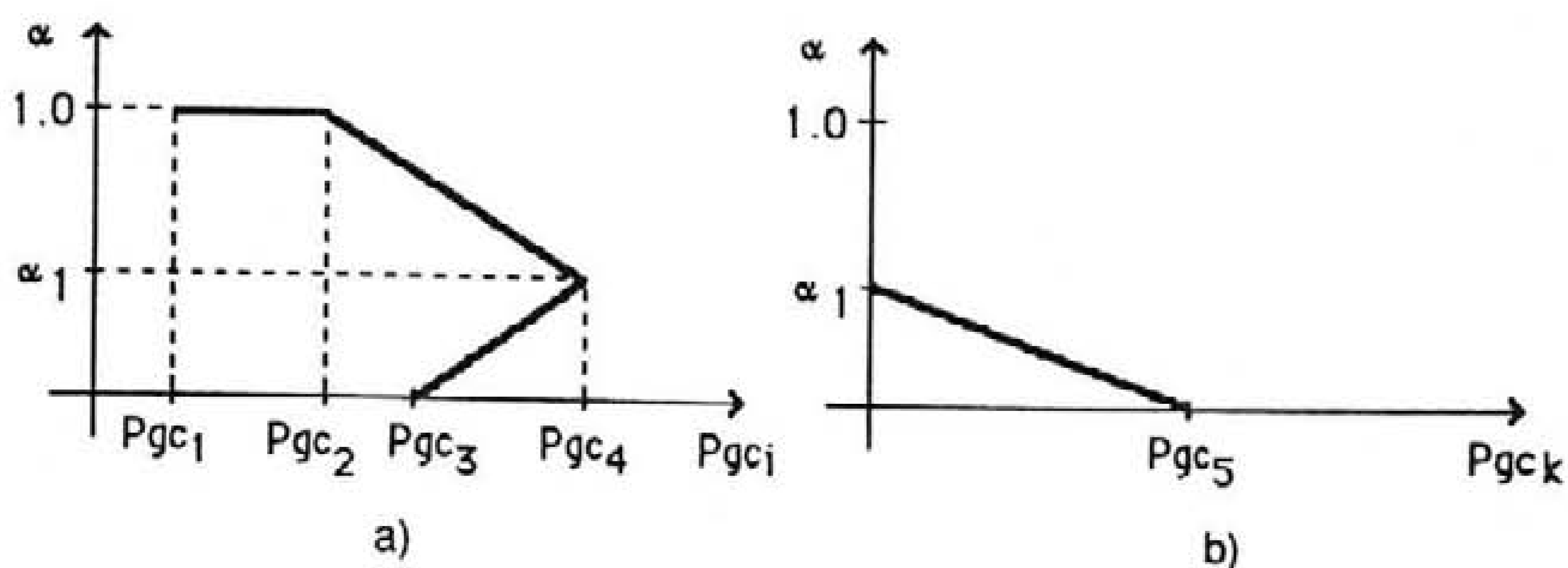


Fig. 5.13 - Potências de corte de carga nos barramentos i e k associadas à análise de um vértice do hiperparalelepípedo.

De acordo com as soluções esquematizadas nesta figura, verifica-se que, para combinações de desvios de potência de carga possuindo grau de pertinência inferior a α_1 , a estratégia de minimização da potência de corte de carga no sistema origina a diminuição do valor associado ao barramento i e o aumento do valor correspondente a k. Na figura 5.14 estão representados os valores da potência de corte de carga associados à adição das soluções das figuras 5.13 a) e b) aplicando, previamente, o operador máximo à solução esquematizada

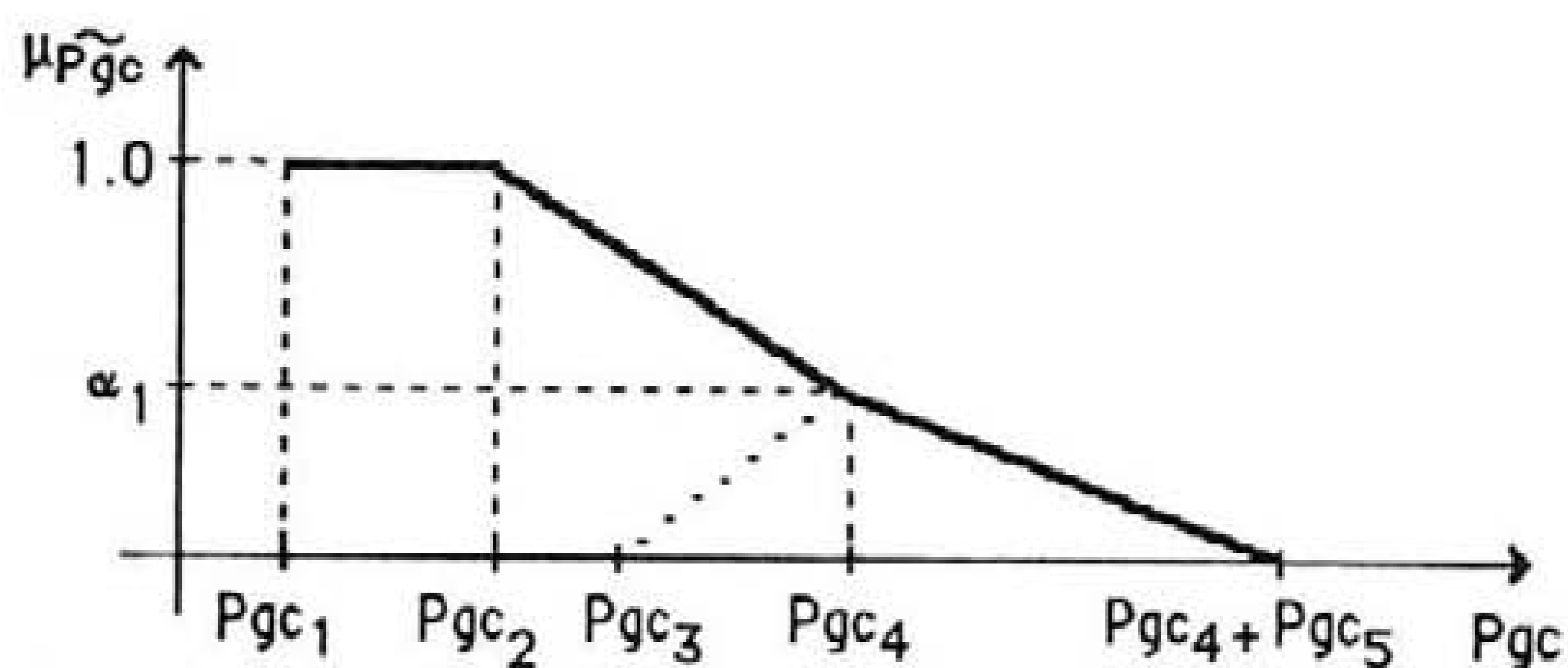


Fig. 5.14 - Potência de corte de carga no sistema aplicando o operador máximo ao resultado esquematizado em 5.13.a).

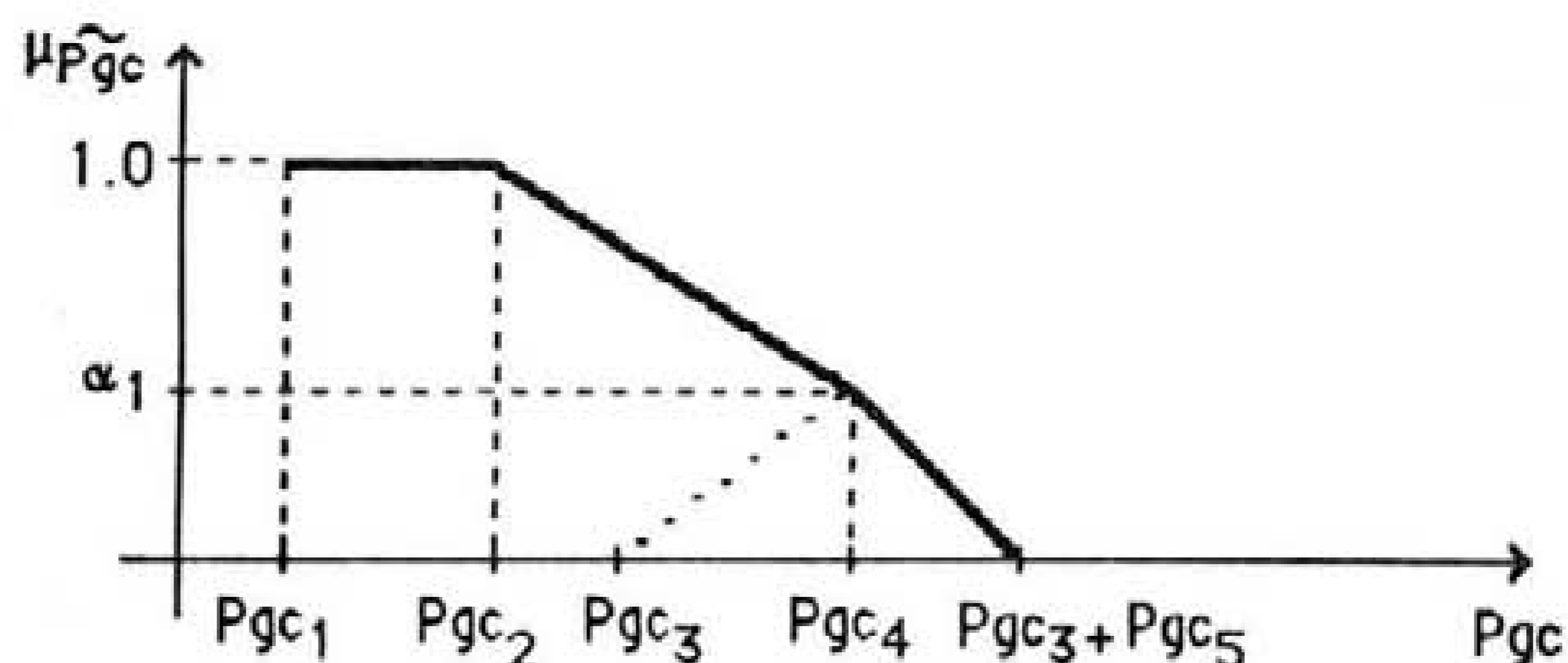


Fig. 5.15 - Potência de corte de carga no sistema não aplicando o operador máximo ao resultado esquematizado em 5.13.a).

na figura 5.13.a). Pelo contrário, a solução correspondente à figura 5.15 resulta da adição imediata dos valores da potência de corte de carga das figuras 5.13.a) e b).

Como se pode verificar, a aplicação prévia do operador máximo às soluções obtidas para a potência de corte de carga nos barramentos resulta num alargamento artificial da imprecisão da função de pertença de \tilde{P}_{gc} no sistema. Com efeito, para graus de pertença inferiores a α_1 existem, na figura 5.14, valores de potência de corte de carga no sistema que não estão associados a combinações de desvios de potências de carga através de um estudo determinístico de fluxo de potências óptimo. No exemplo apresentado, estes valores pertencem ao intervalo $]P_{gc3}+P_{gc5}; P_{gc4}+P_{gc5}]$. Por esta razão, ao analisar um vértice do hiperparalelepípedo associado a (5.56) o operador máximo deverá ser aplicado, se necessário, após a adição da potência de corte de carga obtida para cada barramento.

5.5. Limites imprecisos de trânsitos de potência e de potências produzidas

A consideração no modelo de fluxo de potências óptimo impreciso de limites imprecisos de trânsitos de potência ou de potências produzidas permite reflectir nos resultados as imprecisões existentes no conhecimento dessas grandezas. Por outro lado, o limite máximo da potência produzida nos geradores de corte de carga é, ele próprio, impreciso já que a potência de carga em cada barramento é representada por números imprecisos. A integração de limites deste género no modelo de fluxo de potências óptimo impreciso será descrita considerando que as potências de carga são representadas por números imprecisos trapezoidais. A especificação de números imprecisos triangulares ou rectangulares para as potências de carga é, portanto, considerada como um caso particular.

5.5.1. Limites de potências produzidas em geradores de corte de carga

A inclusão de limites imprecisos das potências produzidas em geradores de corte de carga pode ser realizada com facilidade alterando, apenas, as restrições associadas aos limites desses componentes. Consideremos, a título de exemplo, que a potência de carga no barramento i é dada pelo número impreciso trapezoidal (5.61).

$$\tilde{P}_{ci} = (P_{ci1} ; P_{ci2} ; P_{ci3} ; P_{ci4}) \quad (5.61)$$

A potência a produzir pelo gerador de corte de carga ligado ao barramento i não deverá exceder o valor de P_{ci} que integra a combinação de potências de carga em análise no estudo determinístico inicial de fluxo de potências óptimo ou associada a cada valor de γ no

decorrer de um problema parametrizado de fluxo de potências óptimo. Deste modo, as restrições a incluir no estudo determinístico inicial de fluxo de potências óptimo e nos estudos parametrizados de fluxo de potências óptimo são dadas, respectivamente, por (5.62) e (5.63).

$$P_{gcj} \leq P_{cctrj} \quad (5.62)$$

$$P_{gcj} \leq P_{cctrj} + \Delta Q_j + (1 - \gamma) \cdot (\Delta R_j - \Delta Q_j) \quad (5.63)$$

Estas expressões permitem verificar que :

- ao resolver o problema determinístico inicial de fluxo de potências óptimo a potência máxima que o gerador de corte de carga poderá produzir corresponde ao valor central da função de pertença da potência activa de carga especificada;

- ao realizar um estudo parametrizado de fluxo de potências óptimo para analisar as combinações de desvios de potências de carga situadas sobre o segmento \overline{QR} o valor do limite do gerador de corte de carga ligado ao barramento i corresponde ao valor de P_{c_i} que integra a combinação de potências activas de carga em análise. O valor do limite referido deverá depender do parâmetro γ obtendo-se, desta forma, a restrição (5.63).

5.5.2. Limites de potências produzidas em geradores do sistema

Consideremos que os limites máximo e mínimo associados à potência activa a produzir por um gerador do sistema são dados pelos números imprecisos trapezoidais (5.64) e (5.65).

$$\tilde{P}_{gik}^{\max} = (P_{gik1}^{\max} ; P_{gik2}^{\max} ; P_{gik3}^{\max} ; P_{gik4}^{\max}) \quad (5.64)$$

$$\tilde{P}_{gik}^{\min} = (P_{gik1}^{\min} ; P_{gik2}^{\min} ; P_{gik3}^{\min} ; P_{gik4}^{\min}) \quad (5.65)$$

Os valores a utilizar para formular as restrições de limites respectivos no âmbito da realização de um problema determinístico de fluxo de potências óptimo associado a uma combinação de potências activas de carga com grau de pertença α deverão corresponder aos valores máximo ou mínimo do corte de nível α de (5.64) ou (5.65), respectivamente. Repare-se que esta situação é distinta da analisada em 5.5.1 uma vez que, no caso dos geradores de corte de carga, o limite respectivo coincidia com o valor da potência activa de carga que integrava a combinação de cargas em estudo. No caso presente, esta dependência não existe pelo que, tendo todos os valores do corte de nível α de (5.64) ou (5.65) igual credibilidade, deverá ser utilizado o valor máximo do corte de nível α de (5.64) na restrição

de limite máximo e o valor mínimo do corte de nível α de (5.65) na restrição de limite mínimo. Deste modo, as restrições de limite máximo e mínimo a integrar no modelo do problema determinístico inicial de fluxo de potências óptimo ou no primeiro dos dois estudos parametrizados referidos em 5.3.7 são dadas por (5.66) e (5.67). As restrições de limite máximo e mínimo a integrar no modelo associado ao segundo estudo parametrizado de fluxo de potências óptimo referido em 5.3.7 são dadas por (5.68) e (5.69).

$$P_{gik} \leq P_{gik3}^{\max} \quad (5.66)$$

$$P_{gik} \geq P_{gik2}^{\min} \quad (5.67)$$

$$P_{gik} \leq P_{gik3}^{\max} + (1 - \gamma) \cdot (P_{gik4}^{\max} - P_{gik3}^{\max}) \quad (5.68)$$

$$P_{gik} \geq P_{gik2}^{\min} + (1 - \gamma) \cdot (P_{gik1}^{\min} - P_{gik2}^{\min}) \quad (5.69)$$

5.5.3. Limites de trânsitos de potência em ramos do sistema

Consideremos que o número impreciso trapezoidal (5.70) representa o limite máximo do trânsito de potência activa no ramo j do sistema. O limite mínimo respectivo é obtido multiplicando (5.70) por -1.0 obtendo-se (5.71).

$$\tilde{P}_j^{\max} = (P_{j1}^{\max}; P_{j2}^{\max}; P_{j3}^{\max}; P_{j4}^{\max}) \quad (5.70)$$

$$\tilde{P}_j^{\min} = (-P_{j4}^{\max}; -P_{j3}^{\max}; -P_{j2}^{\max}; -P_{j1}^{\max}) \quad (5.71)$$

Procedendo de forma análoga ao descrito em 5.5.2, as restrições de limite máximo e mínimo do trânsito de potência activa no ramo j a integrar no estudo determinístico inicial de fluxo de potências óptimo são dadas por (5.72) e (5.73), respectivamente. As restrições (5.74) e (5.75) estão associadas, respectivamente, aos limites máximo e mínimo do trânsito de potência activa no ramo j a integrar na formulação do primeiro problema parametrizado de fluxo de potências óptimo referido em 5.3.7. Ao resolver um problema associado ao segundo dos estudos parametrizados de fluxo de potências óptimo referidos em 5.3.7 as restrições de limite máximo e mínimo do trânsito de potência activa no ramo j são dadas, respectivamente, (5.76) e (5.77).

$$\sum_{i=1}^{nb} sdc_{ji} \cdot \left(\sum_{k=1}^{ngi} P_{gik} - P_c^{ctr_i} + P_{gc_i} \right) + v_{fj1} = P_{j3}^{\max} \quad (5.72)$$

$$-\sum_{i=1}^{nb} sdc_{ji} \cdot \left(\sum_{k=1}^{ngi} P_{gik} - P_c^{ctr_i} + P_{gc_i} \right) + v_{fj2} = P_{j3}^{\max} \quad (5.73)$$

$$\sum_{i=1}^{nb} sdc_{ji} \cdot \left(\sum_{k=1}^{ngi} Pg_{ik} - Pc^{ctr}_i - \Delta Q_i + Pgc_i \right) + vf_{j1} = P_{j3}^{max} + \sum_{i=1}^{nb} sdc_{ji} \cdot (1-\gamma) \cdot (\Delta R_i - \Delta Q_i) \quad (5.74)$$

$$-\sum_{i=1}^{nb} sdc_{ji} \cdot \left(\sum_{k=1}^{ngi} Pg_{ik} - Pc^{ctr}_i - \Delta Q_i + Pgc_i \right) + vf_{j2} = P_{j3}^{max} + \sum_{i=1}^{nb} sdc_{ji} \cdot (1-\gamma) \cdot (\Delta R_i - \Delta Q_i) \quad (5.75)$$

$$\sum_{i=1}^{nb} sdc_{ji} \cdot \left(\sum_{k=1}^{ngi} Pg_{ik} - Pc^{ctr}_i - \Delta Q_i + Pgc_i \right) + vf_{j1} = P_{j3}^{max} + (1-\gamma) \cdot (P_{j4}^{max} - P_{j3}^{max}) + \sum_{i=1}^{nb} sdc_{ji} \cdot (1-\gamma) \cdot (\Delta R_i - \Delta Q_i) \quad (5.76)$$

$$-\sum_{i=1}^{nb} sdc_{ji} \cdot \left(\sum_{k=1}^{ngi} Pg_{ik} - Pc^{ctr}_i - \Delta Q_i + Pgc_i \right) + vf_{j2} = P_{j3}^{max} + (1-\gamma) \cdot (P_{j4}^{max} - P_{j3}^{max}) - \sum_{i=1}^{nb} sdc_{ji} \cdot (1-\gamma) \cdot (\Delta R_i - \Delta Q_i) \quad (5.77)$$

As restrições (5.76) e (5.77) referem-se à realização de um problema parametrizado de fluxo de potências óptimo destinado a analisar as combinações de potências activas de carga situadas sobre o segmento \overline{QR} . Para cada valor de γ , isto é, para o grau de pertença da combinação de potências de carga em análise o limite do trânsito de potência activa no ramo j corresponde ao valor máximo do corte de nível $\alpha = \gamma$ de (5.70) em relação à restrição de limite máximo (5.76) e ao valor mínimo do corte de nível $\alpha = \gamma$ de (5.71) em relação à restrição de limite mínimo (5.77).

5.6. Algoritmo completo de resolução do problema de fluxo de potências óptimo impreciso

O algoritmo de resolução do problema de fluxo de potências óptimo impreciso exige a realização de um estudo determinístico inicial de fluxo de potências óptimo a partir do qual é identificado um conjunto de combinações de valores de potências activas de carga que serão analisadas recorrendo a técnicas de programação paramétrica. O fluxograma do algoritmo de resolução desse problema encontra-se esquematizado na figura 5.16.

O estudo determinístico inicial de fluxo de potências ótimo (bloco B) inclui a realização do teste associado à condição (5.53) e a integração no problema, se necessário, de geradores de corte de carga. A identificação de combinações de potências de carga referida no bloco D corresponde à detecção de vértices de tipo I a IV do hiperparalelepípedo associado à imprecisão das potências de carga especificadas. Por outro lado, os estudos parametrizados

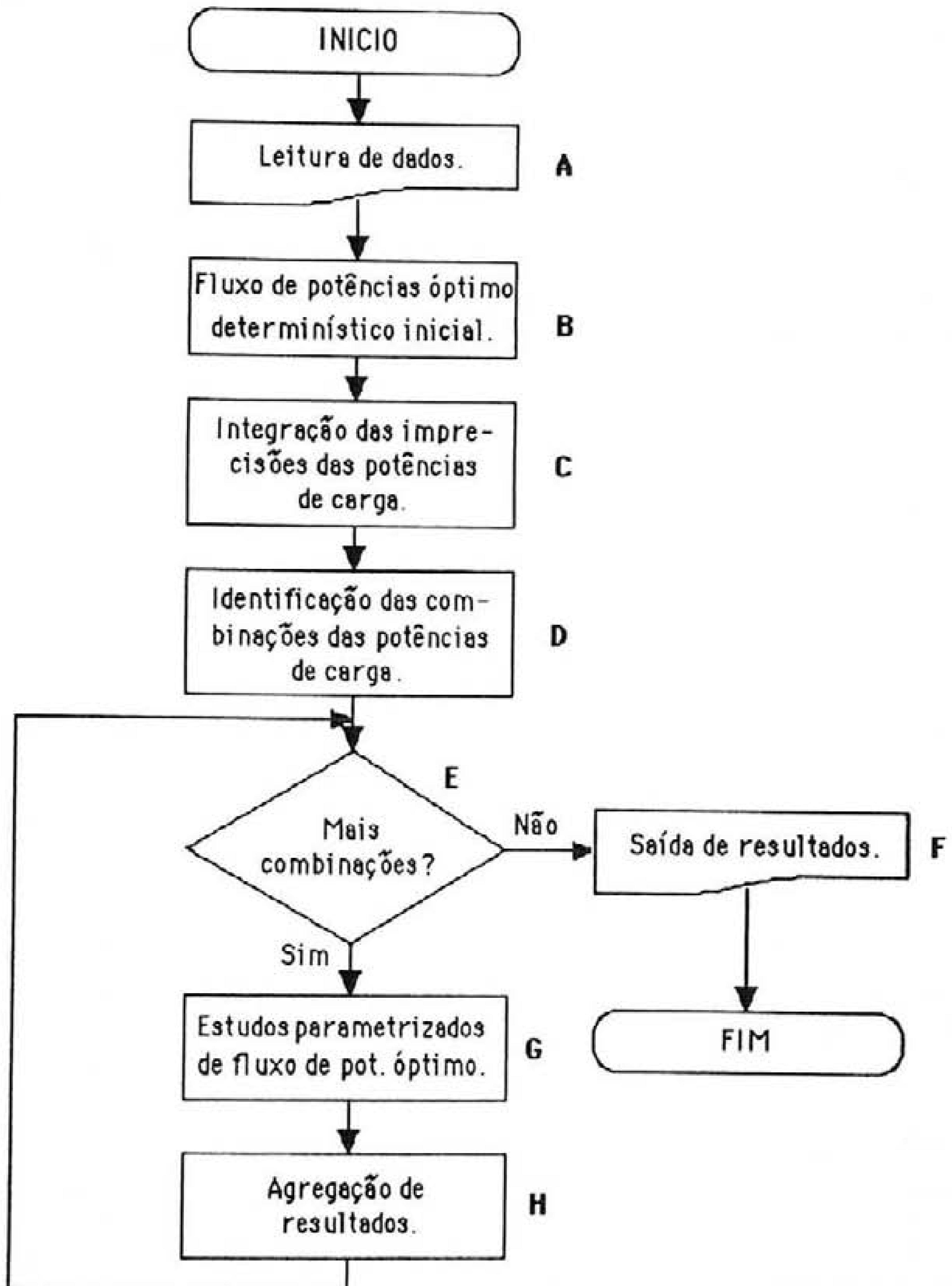


Fig. 5.16 - Fluxograma do algoritmo de resolução do problema de fluxo de potências ótimo impreciso.

de fluxo de potências óptimo (bloco G) deverão ser realizados de acordo com a formulação apresentada em 5.3.7 (ou 5.4.5 se existirem geradores de corte de carga) para as potências de carga associadas a números imprecisos trapezoidais ou seus casos particulares. Os resultados obtidos através de cada estudo parametrizado de fluxo de potências óptimo para as potências produzidas em geradores do sistema, potências de corte de carga e trânsitos de potência activa em ramos do sistema deverão ser agregados (bloco H) considerando as regras apresentadas em 5.3.8 e 5.4.6.

5.7. Um pequeno exemplo de aplicação

No intuito de esclarecer os conceitos e aplicar o algoritmo apresentado neste capítulo será analisado, em seguida, o comportamento do sistema eléctrico de energia esquematizado na figura 5.17. Este sistema possui um carácter académico notório mas a sua pequena dimensão permite uma mais fácil compreensão do algoritmo de fluxo de potências óptimo impreciso desenvolvido. As características deste sistema são referidas no Apêndice F.

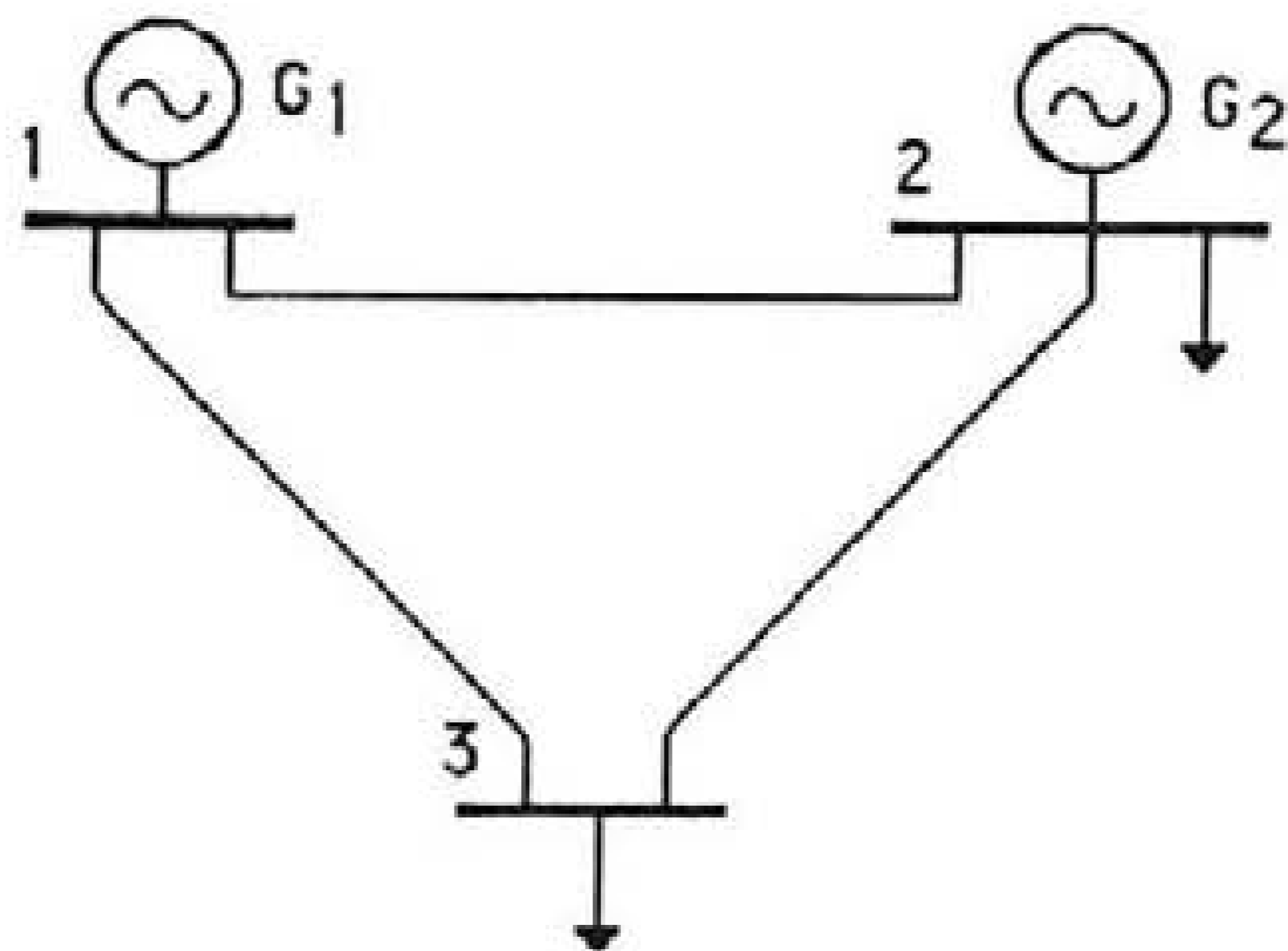


Fig. 5.17. - Esquema unifilar do sistema eléctrico de energia em análise

As potências de carga especificadas no âmbito da realização deste estudo de fluxo de potências óptimo impreciso são representadas pelos números imprecisos trapezoidais (5.78) e (5.79). O custo marginal de produção do gerador 2 é duplo do do gerador 1.

$$\tilde{P}_{c2} = (0.0;1.5;2.5;4.0) \text{ MW} \quad (5.78)$$

$$\tilde{P}_{c3} = (2.0;3.0;4.0;5.0) \text{ MW} \quad (5.79)$$

Num primeiro exercício de fluxo de potências óptimo impreciso, foram considerados os seguintes limites técnicos dos componentes do sistema:

- o valor máximo da potência activa produzida pelos geradores é de 6.0 MW;
- o valor máximo do trânsito de potência activa nos ramos do sistema é de 5.0MW;

A resolução do problema determinístico de fluxo de potências óptimo, formulado por (5.80) a (5.89), constitui a primeira fase do algoritmo de resolução do problema de fluxo de potências óptimo impreciso. Nesta formulação estão incluídas todas as restrições associadas aos limites dos trânsitos de potência nos ramos do sistema. Em sistemas eléctricos de maior dimensão poderá ser utilizada a estratégia de resolução apresentada em 5.3.4.

$$\min z = c^{P_1}.Pg_1 + 2.0.c^{P_1}.Pg_2 \quad (5.80)$$

$$\text{su}j \quad Pg_1 + Pg_2 = 5.5 \quad (5.81)$$

$$Pg_1 + vf_1 = 6.0 \quad (5.82)$$

$$Pg_2 + vf_2 = 6.0 \quad (5.83)$$

$$0.3333.Pg_1 + 0.6667.(Pg_2 - 2.0) + vf_3 = 5.0 \quad (5.84)$$

$$0.3333.Pg_1 - 0.3333.(Pg_2 - 2.0) + vf_4 = 5.0 \quad (5.85)$$

$$0.6667.Pg_1 + 0.3333.(Pg_2 - 2.0) + vf_5 = 5.0 \quad (5.86)$$

$$-0.3333.Pg_1 - 0.6667.(Pg_2 - 2.0) + vf_6 = 5.0 \quad (5.87)$$

$$-0.3333.Pg_1 + 0.3333.(Pg_2 - 2.0) + vf_7 = 5.0 \quad (5.88)$$

$$-0.6667.Pg_1 - 0.3333.(Pg_2 - 2.0) + vf_8 = 5.0 \quad (5.89)$$

A resolução deste problema permite obter a solução óptima e admissível (5.90).

$$\begin{bmatrix} Pg_1 \\ vf_1 \\ vf_2 \\ vf_3 \\ vf_4 \\ vf_5 \\ vf_6 \\ vf_7 \\ vf_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5.5 \\ 0.5 \\ 6.0 \\ 4.5 \\ 2.5 \\ 2.0 \\ 5.5 \\ 7.5 \\ 8.0 \end{bmatrix} \quad (5.90)$$

Os parâmetros Δ_2 e Δ_3 , associados à imprecisão especificada para $\tilde{P}c_2$ e $\tilde{P}c_3$ e cujas gamas de variação em torno do valor central respectivo são dadas por (5.91) e (5.92), deverão ser integrados na solução óptima e admissível referida. Procedendo de acordo com o apresentado em 5.3.5. é possível obter (5.93).

$$\Delta_2 \in [-2.0;2.0] \quad (5.91)$$

$$\Delta_3 \in [-1.5;1.5] \quad (5.92)$$

$$\begin{bmatrix} Pg_1 \\ vf_1 \\ vf_2 \\ vf_3 \\ vf_4 \\ vf_5 \\ vf_6 \\ vf_7 \\ vf_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5.5 + \Delta_2 + \Delta_3 \\ 0.5 - \Delta_2 - \Delta_3 \\ 6.0 \\ 4.5 + \Delta_2/3 - \Delta_3/3 \\ 2.5 - 2.0 \cdot \Delta_2/3 - \Delta_3/3 \\ 2.0 - \Delta_2/3 - 2.0 \cdot \Delta_3/3 \\ 5.5 - \Delta_2/3 + \Delta_3/3 \\ 7.5 + 2.0 \cdot \Delta_2/3 + \Delta_3/3 \\ 8.0 + \Delta_2/3 + 2.0 \cdot \Delta_3/3 \end{bmatrix} \quad (5.93)$$

Na figura 5.18 estão representados os rectângulos associados aos cortes de nível 0.0 e 1.0 dos desvios das funções de pertinência das potências de carga especificadas. De acordo com (5.93), a condição de não negatividade de vf_1 poderá ser violada pelo que a solução óptima é não admissível no semiplano da figura 5.18 delimitado por r_1 e contendo o vértice A. Desta forma, o vértice referido é de tipo I considerando a classificação apresentada em 5.3.6. Por outro lado, a combinação de potências de cargas associada ao vértice B permite minimizar a expressão de Pg_1 pelo que este vértice será considerado de tipo II. Finalmente, os vértices E e F são de tipo III visto permitirem, respectivamente, minimizar e maximizar a expressão linear associada a vf_3 .

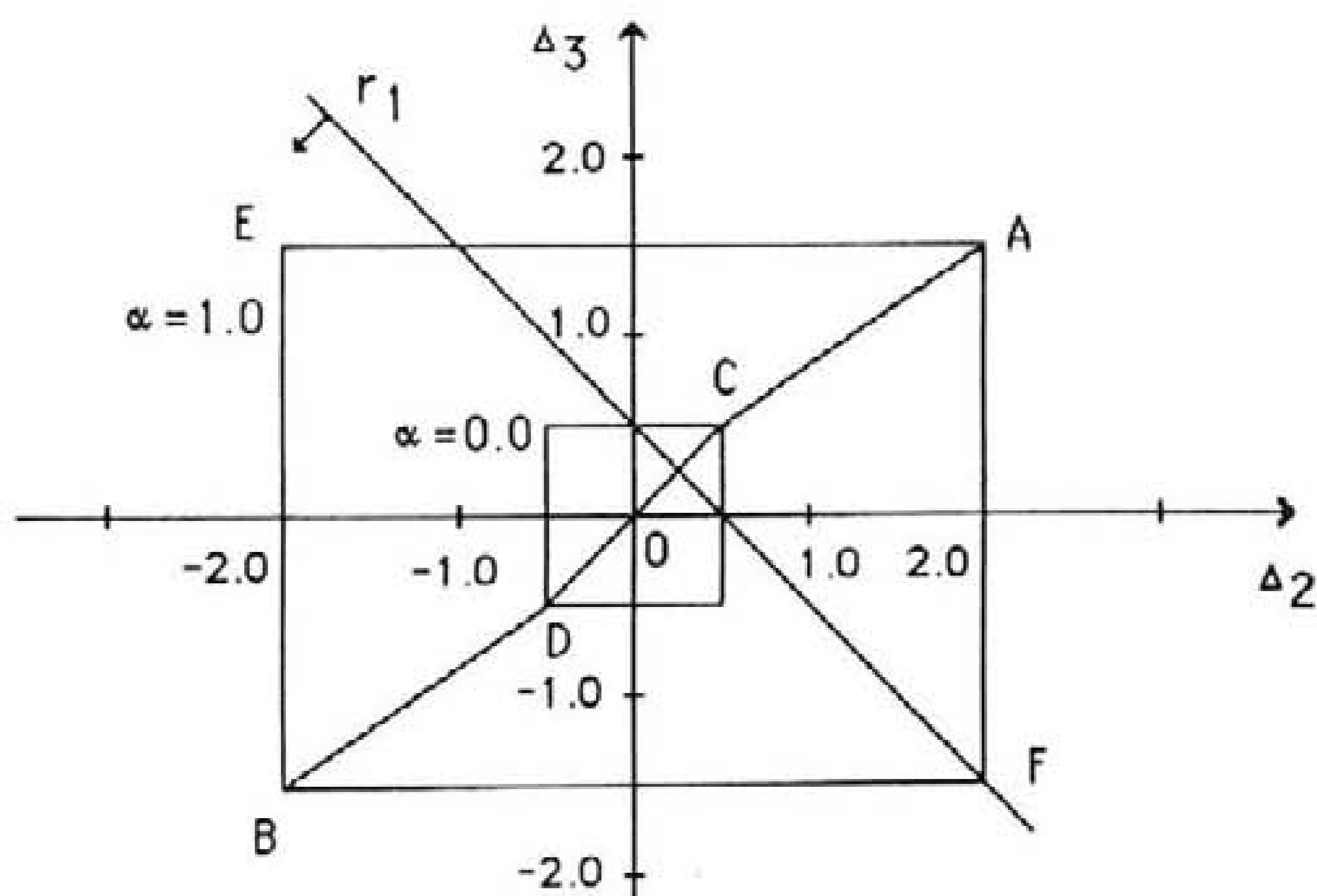


Fig. 5.18 - Representação gráfica da condição de não negatividade das variáveis básicas.

Após identificar os vértices referidos, o algoritmo de fluxo de potências óptimo impreciso prossegue realizando os estudos parametrizados de fluxo de potências óptimo. Nas figuras 5.19 e 5.20 são apresentadas, a título de exemplo, as funções de pertinência obtidas para $\tilde{P}g_1$ e $\tilde{P}g_2$ através dos estudos parametrizados correspondentes aos pontos da figura 5.18 localizados sobre os segmentos \overline{OC} e \overline{CA} , por um lado, e \overline{OD} e \overline{DB} , por outro. As funções de

pertença obtidas para \tilde{P}_{g1} e \tilde{P}_{g2} através dos diversos estudos realizados deverão ser agregadas utilizando, de acordo com o referido em 5.3.8, o operador reunião de conjuntos imprecisos. As funções de pertinência obtidas através deste processo estão representadas na figura 5.21.

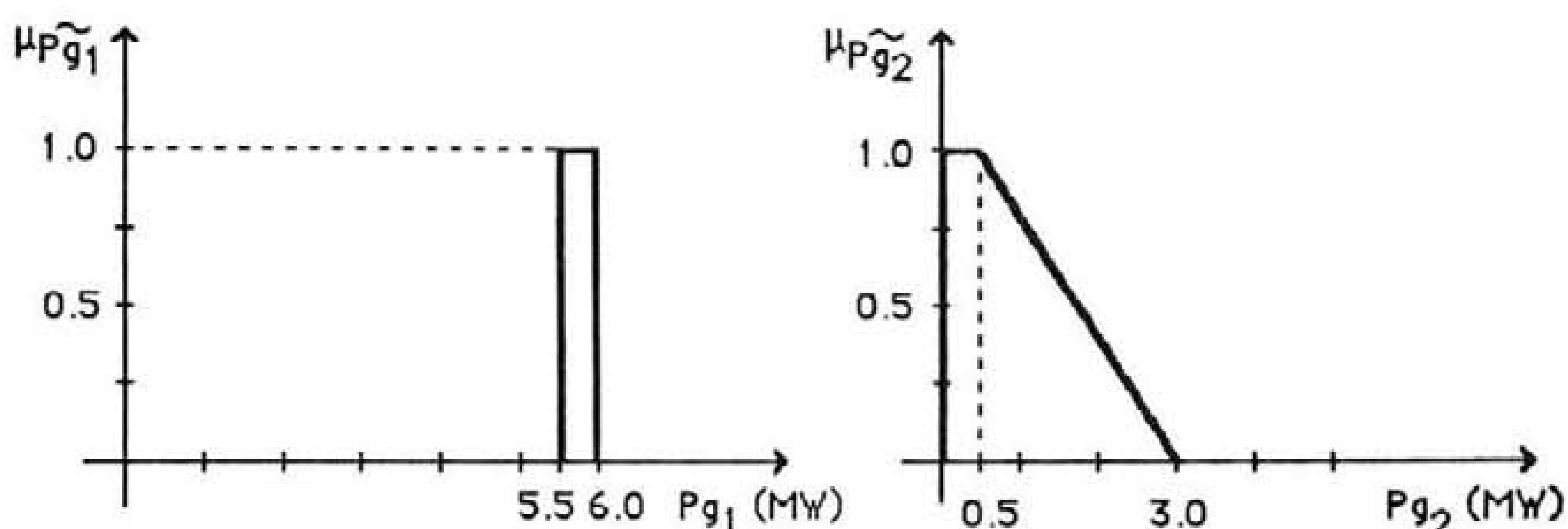


Fig. 5.19 - Funções de pertinência obtidas através dos estudos parametrizados de fluxo de potências óptimo associados aos segmentos \overline{OC} e \overline{CA} da figura 5.18.

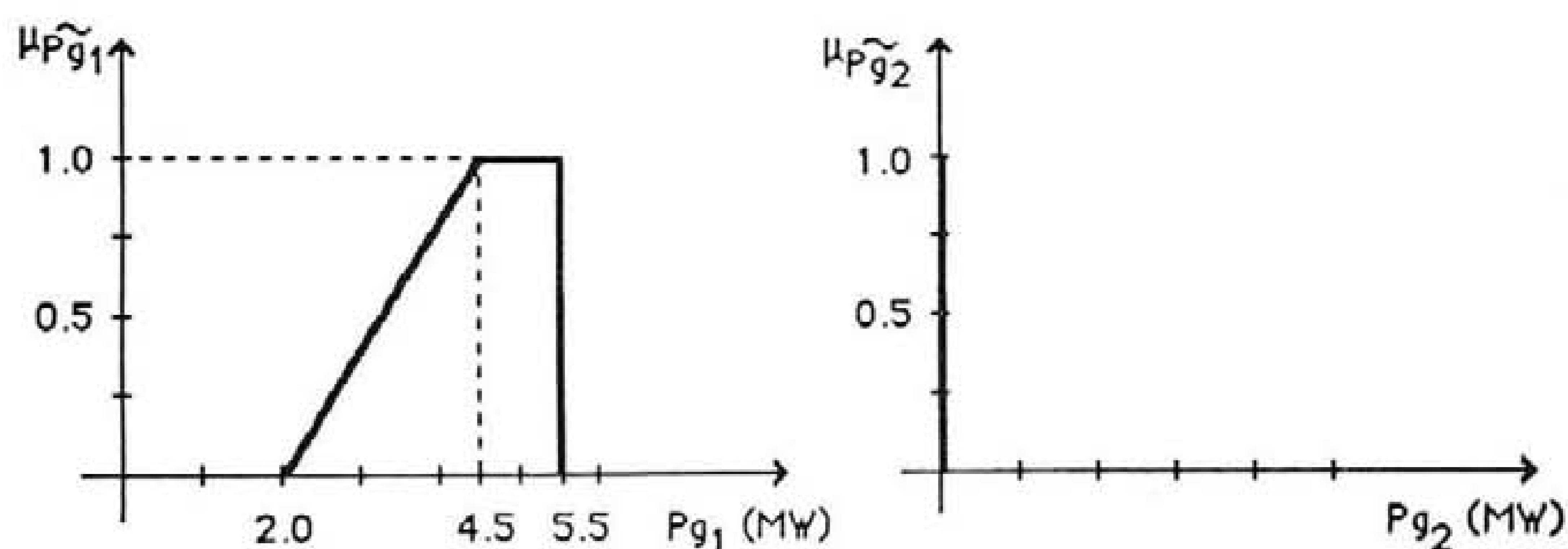


Fig. 5.20 - Funções de pertinência obtidas através dos estudos parametrizados de fluxo de potências óptimo associados aos segmentos \overline{OD} e \overline{DB} da figura 5.18.

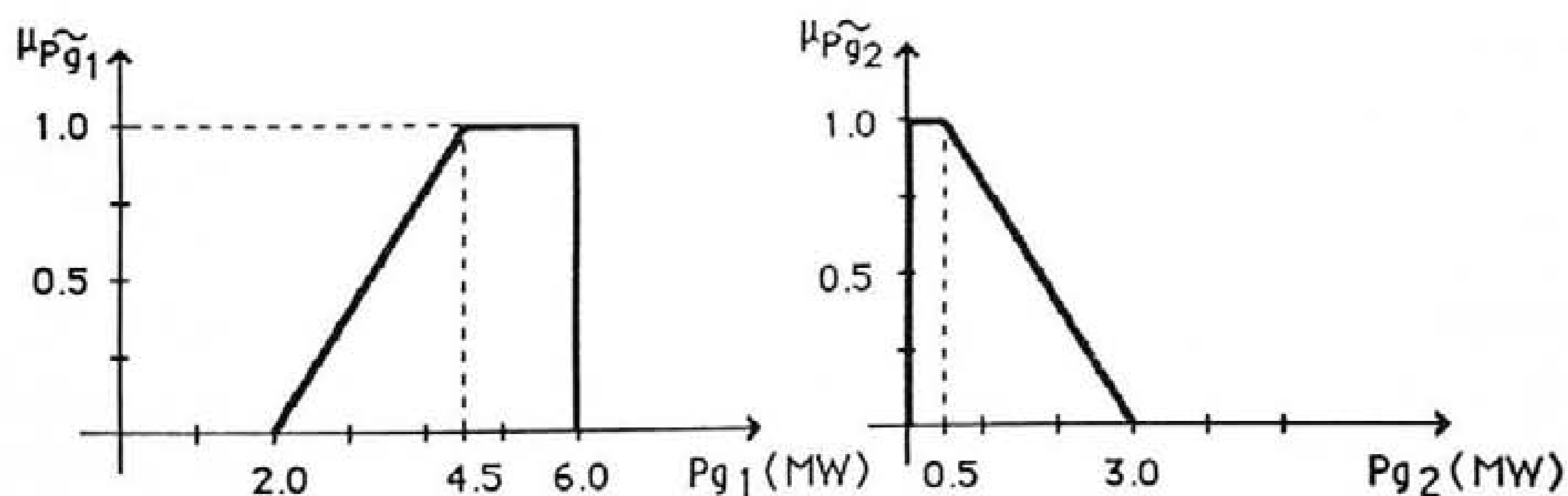


Fig. 5.21 - Funções de pertinência de \tilde{P}_{g1} e \tilde{P}_{g2} .

O problema de fluxo de potências óptimo impreciso cuja resolução foi apresentada permite verificar que os cortes de nível 0.0 das funções de pertença de \tilde{P}_{g1} e \tilde{P}_{g2} seriam identificados de forma adequada se fossem realizados, apenas, os estudos determinísticos de fluxo de potências óptimo associados aos pontos A e B da figura 5.18. Estes pontos correspondem, respectivamente, às combinações das potências de carga constituídas pelos seus valores mínimos e máximos. Esta correspondência resulta do facto de os limites dos trânsitos de potência nos ramos do sistema serem elevados de tal forma que as restrições respectivas não são violadas para qualquer combinação de potências de carga subjacente às imprecisões especificadas.

Consideremos, agora, um novo exercício de fluxo de potências óptimo impreciso para o qual foram especificados os valores 1.0, 3.(3) e 3.(6) MW para os limites dos trânsitos de potência activa nos ramos 2-3, 1-2 e 1-3, respectivamente. Após realizar o estudo determinístico inicial de fluxo de potências óptimo, os parâmetros Δ_2 e Δ_3 são integrados na solução óptima e admissível identificada obtendo-se (5.94).

$$\begin{bmatrix} P_{g1} \\ v_{f1} \\ v_{f2} \\ v_{f3} \\ v_{f4} \\ v_{f5} \\ v_{f6} \\ v_{f7} \\ v_{f8} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5.5 + \Delta_2 + \Delta_3 \\ 0.5 - \Delta_2 - \Delta_3 \\ 6.0 \\ 0.5 + \Delta_2/3 - \Delta_3/3 \\ 2.5/3 - 2.0.\Delta_2/3 - \Delta_3/3 \\ 1/6 - \Delta_2/3 - 2.0.\Delta_3/3 \\ 1.5 - \Delta_2/3 + \Delta_3/3 \\ 17.5/3 + 2.0.\Delta_2/3 + \Delta_3/3 \\ 6.5 + \Delta_2/3 + 2.0.\Delta_3/3 \end{bmatrix} \quad (5.94)$$

A condição de não negatividade das variáveis básicas de (5.94) pode ser, agora, analisada. Neste caso, verifica-se a existência de combinações de potências de carga para as quais é negativo o valor das variáveis v_{f1} , v_{f3} , v_{f4} e v_{f5} . Na figura 5.22 estão representadas as rectas r_1 e r_2 que delimitam os semiplanos contendo a origem associados às condições de não negatividade de v_{f1} e v_{f3} , respectivamente.

Desta forma, os vértices A (em relação a v_{f1}) e E (em relação a v_{f3}) são de tipo I no âmbito da classificação apresentada em 5.3.6. Por outro lado, o vértice B é de tipo II visto permitir minimizar o valor de P_{g1} . As condições de não negatividade de v_{f4} e v_{f5} não permitem identificar vértices distintos dos já referidos não tendo sido representadas na figura 5.22 de modo a não a sobrecarregar de forma desnecessária. Refira-se, ainda, que o vértice G é de tipo III visto permitir maximizar o valor de v_{f3} .

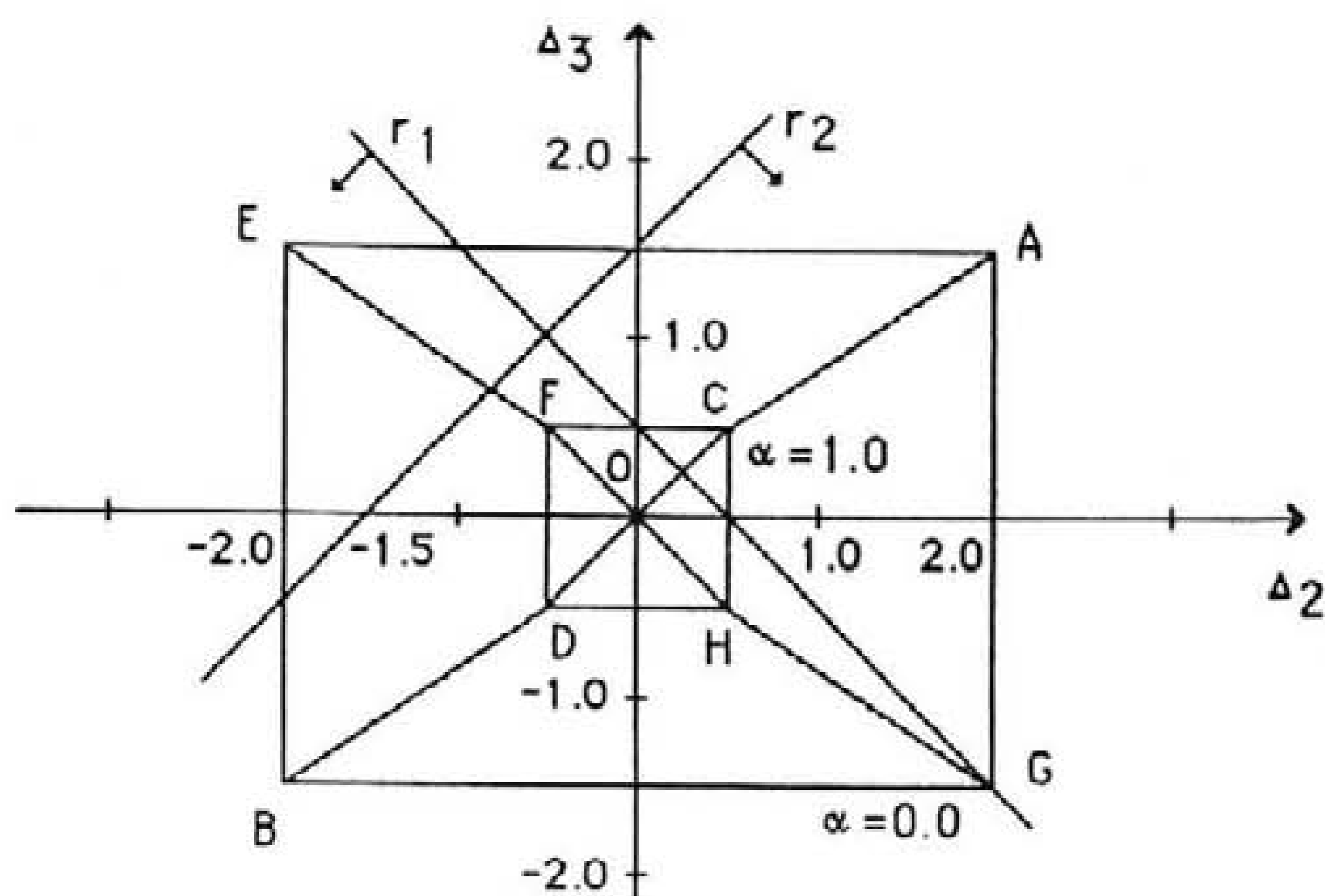


Fig. 5.22 - Representação gráfica da condição de não negatividade de algumas variáveis básicas.

O algoritmo de fluxo de potências ótimo impreciso exige, neste caso, a realização de quatro conjuntos de estudos parametrizados de fluxo de potências ótimo associados, respectivamente, às combinações de potências activas de carga localizadas sobre os segmentos \overline{OC} e \overline{CA} , \overline{OD} e \overline{DB} , \overline{OF} e \overline{FE} e, finalmente, \overline{OH} e \overline{HG} . Nas figuras 5.23 a 5.25 estão representadas as funções de pertinência de \tilde{P}_{g1} , \tilde{P}_{g2} e da potência de corte de carga (\tilde{P}_{gc}) obtidas, respectivamente, através dos três primeiros pares de estudos parametrizados de fluxo de potências ótimo. Na figura 5.26 estão representadas as funções de pertinência de \tilde{P}_{g1} , \tilde{P}_{g2} e \tilde{P}_{gc} construídas através da agregação dos resultados parcelares, de acordo com o referido em 5.3.8 e 5.4.6.

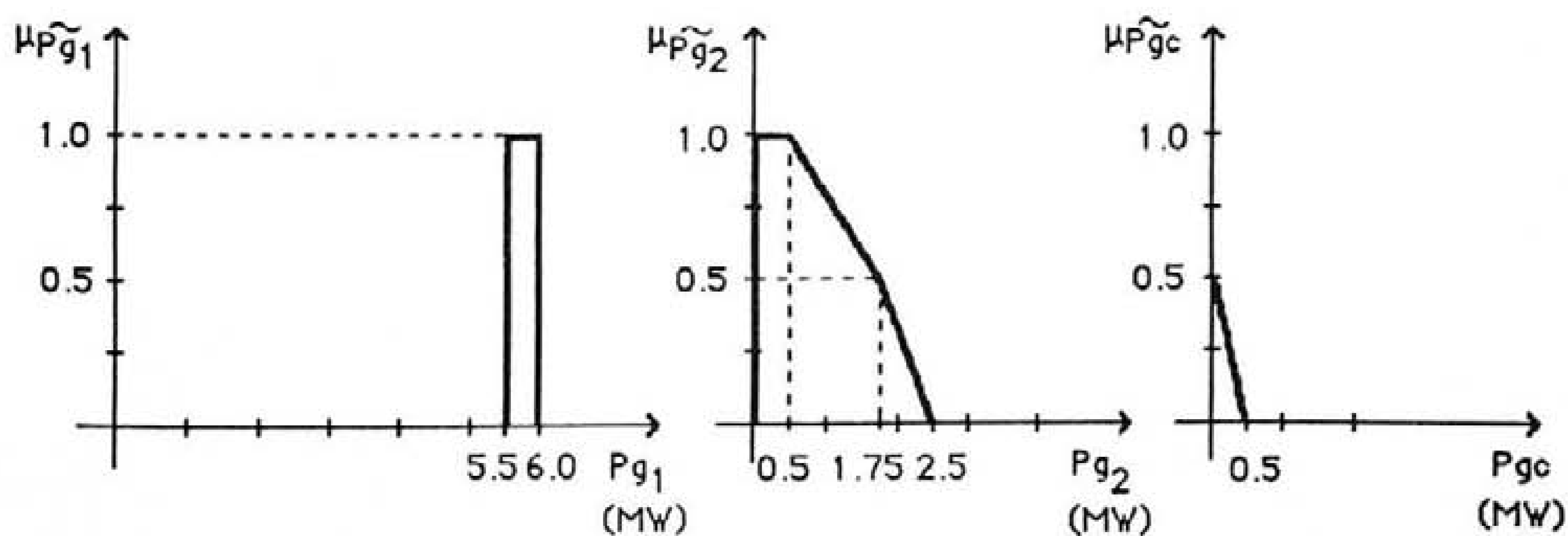


Fig. 5.23 - Funções de pertinência obtidas através dos estudos parametrizados de fluxo de potências ótimo associados aos segmentos \overline{OC} e \overline{CA} da figura 5.22.

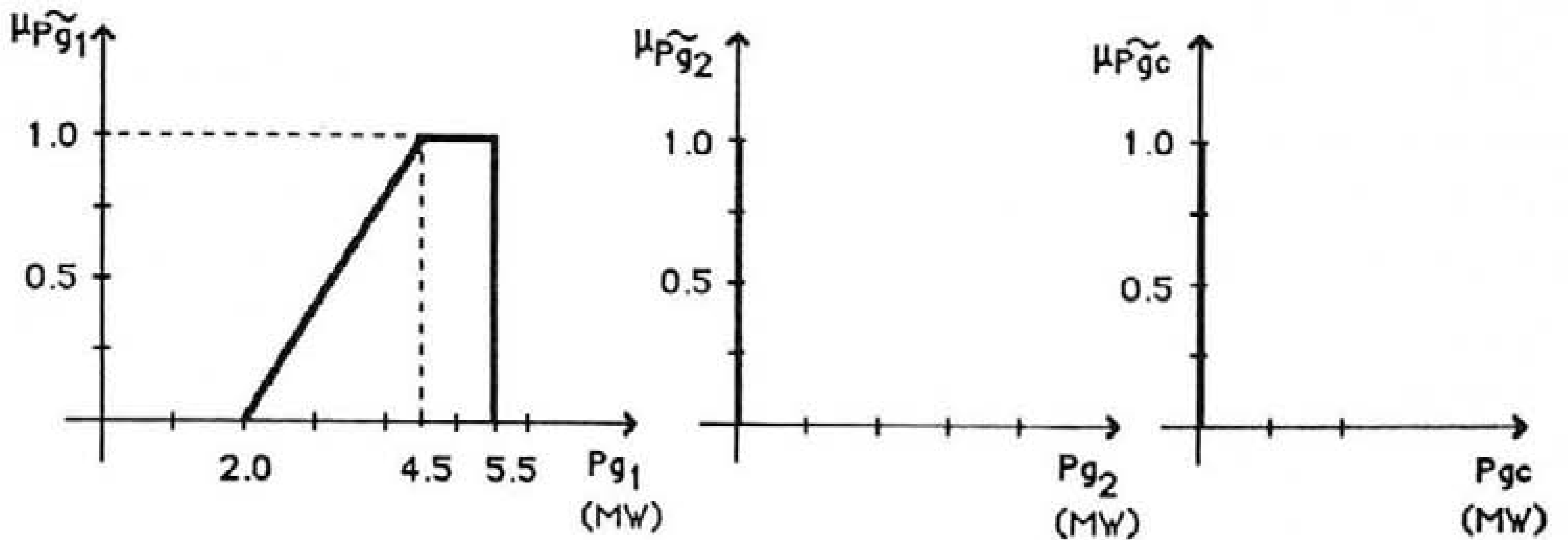


Fig. 5.24 - Funções de pertinência obtidas através dos estudos parametrizados de fluxo de potências óptimo associados aos segmentos \overline{OD} e \overline{DB} da figura 5.22.

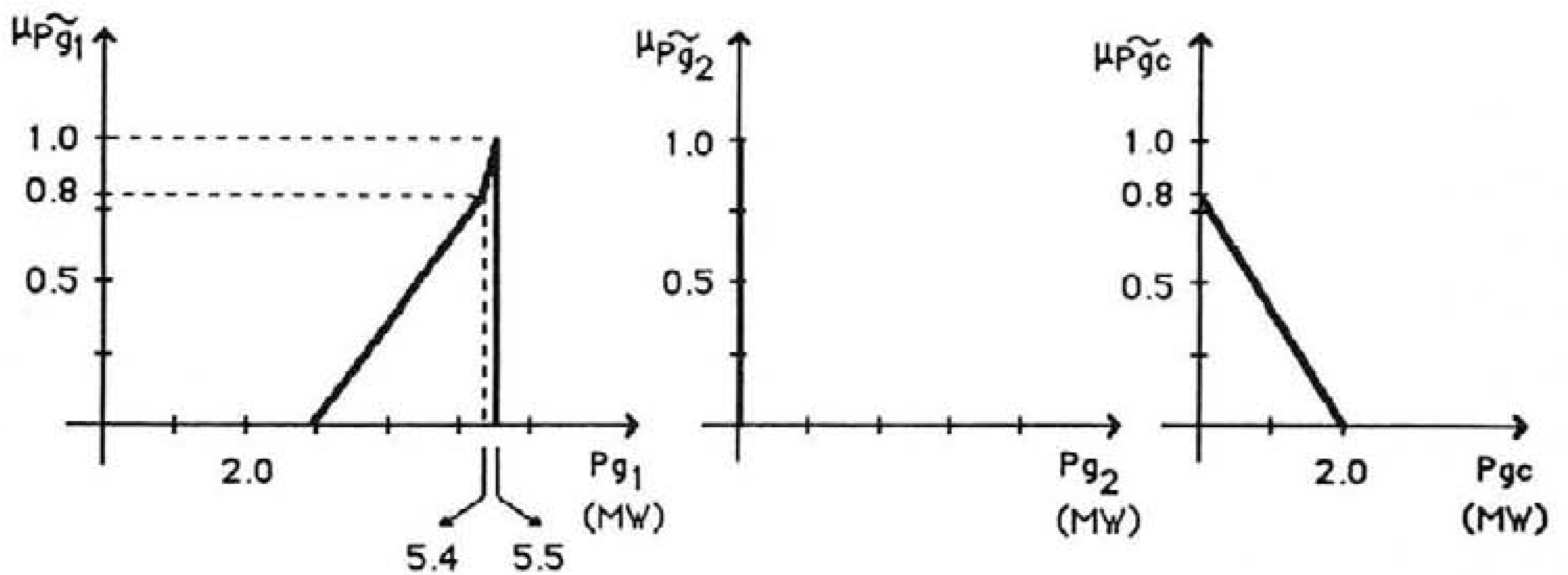


Fig. 5.25 - Funções de pertinência obtidas através dos estudos parametrizados de fluxo de potências óptimo associados aos segmentos \overline{OF} e \overline{FE} da figura 5.22.

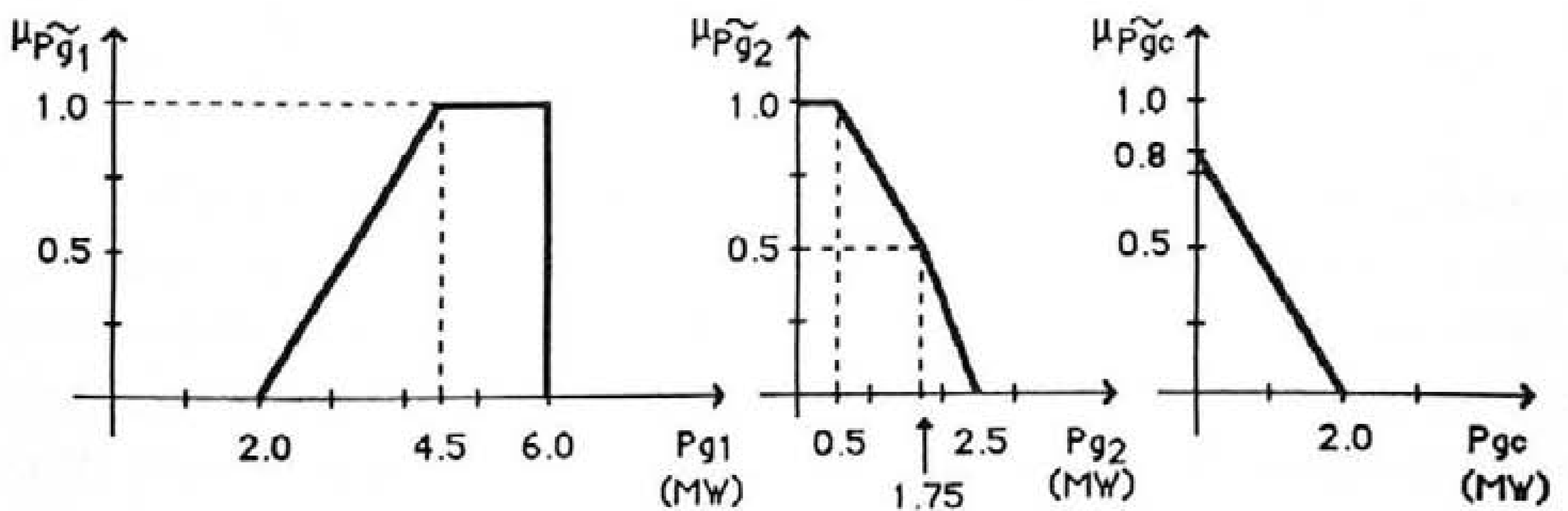


Fig. 5.26 - Funções de pertinência de \tilde{P}_{g1} , \tilde{P}_{g2} e \tilde{P}_{gc} .

Ao contrário do que ocorreu no primeiro exercício de fluxo de potências óptimo impreciso apresentado verifica-se, neste caso, que a realização de dois estudos de índole determinística de fluxo de potências óptimo associados às combinações de potências de carga correspondentes aos pontos A e B da figura 5.22 não permite identificar, de forma correcta, o corte de nível 0.0 de todas as funções de pertinência analisadas. A situação descrita ocorre, neste caso, em relação à potência de corte de carga. A realização dos dois estudos determinísticos referidos permite identificar o intervalo $[0.0;0.5]$ MW para o corte de nível 0.0 de \tilde{P}_{gc} enquanto que a adopção do algoritmo de fluxo de potências óptimo impreciso permite obter um intervalo mais alargado, $[0.0;2.0]$ MW. Este aspecto torna-se importante, sem dúvida, se se pretender avaliar a fiabilidade de um sistema eléctrico de energia visto que a análise, apenas, das combinações de potências de carga extremas poderá originar estimativas optimistas de alguns índices de fiabilidade.

5.8. Resumo e conclusões

Neste capítulo foi apresentada uma formulação DC do problema de fluxo de potências óptimo impreciso por forma a reflectir nos resultados deste tipo de estudos a imprecisão inerente às potências de carga especificadas representadas por números trapezoidais, triangulares ou rectangulares. O algoritmo apresentado foi, ainda, generalizado por forma a integrar limites imprecisos de trânsitos de potência activa em ramos e de potências activas produzidas em geradores do sistema. O problema de fluxo de potências óptimo associado à identificação do corte de nível α das funções de pertinência a construir foi formulado através de um problema de programação multiparamétrica. A resolução de um problema deste género para sistemas eléctricos de dimensão real e para um número considerado suficiente de cortes de nível α por forma a construir a função de pertinência das grandezas em análise revela-se, no entanto, complexa. Desta forma, foi adoptada uma metodologia aproximada que não analisa, de forma exhaustiva, o espaço associado às combinações de carga viáveis. No capítulo 8 serão apresentados exemplos de aplicação da metodologia desenvolvida que permitem avaliar, de forma consistente, o seu desempenho.

O algoritmo de fluxo de potências óptimo impreciso desenvolvido está associado a um esforço de cálculo computacional mais elevado que o inerente à realização de um estudo determinístico de fluxo de potências óptimo. O maior esforço de cálculo será, no entanto, recompensado visto que se torna possível obter resultados mais correctos tal como se pode apreciar, aliás, no segundo exercício de fluxo de potências óptimo impreciso apresentado em 5.7. A identificação da imprecisão inerente a um corte de nível α das potências produzidas face à imprecisão especificada poderia ser efectuada, de forma aproximada, através da

resolução de um número elevado de estudos determinísticos de fluxo de potências óptimo para combinações de potências de carga sorteadas num processo de simulação por amostragem aleatória. O esforço computacional envolvido seria, neste caso, mais elevado não assegurando, todavia, a obtenção de melhores resultados que os fornecidos pela metodologia de fluxo de potências óptimo apresentada. Este aspecto poderá ser apreciado no Capítulo 8 no âmbito da realização de diversos testes às metodologias desenvolvidas.

Por outro lado, a especificação de imprecisões inerentes a potências activas produzidas poderá ser modelizada de uma forma análoga ao realizado para as potências de carga. A integração de novos parâmetros associados a essas imprecisões no problema de programação multiparamétrica (5.30) a (5.32) permitiria identificar vértices do hiperparalelepípedo associado a (5.32) e realizar, de forma análoga, os estudos de programação paramétrica referidos. A flexibilidade que a formulação e o algoritmo apresentados possuem a este nível são importantes visto que permitem modelizar imprecisões associadas à potência produzida, por exemplo, por fontes não controladas pelo agente de decisão.

De uma forma genérica, o desenvolvimento de uma metodologia deste tipo revela-se importante num ambiente de apoio à decisão no planeamento de expansão, e mesmo de exploração, de sistemas eléctricos de energia em situações em que se pretende integrar imprecisões de índole não probabilística no problema. Com efeito, o conhecimento de funções de pertença das potências produzidas e de trânsitos de potência poderá permitir obter um conhecimento mais aprofundado do comportamento do sistema face às imprecisões especificadas. A finalizar, refira-se que um algoritmo de fluxo de potências óptimo impreciso capaz de obter descrições da potência de corte de carga, sob a forma de números imprecisos, poderá ser integrado numa metodologia destinada a avaliar a fiabilidade de um sistema eléctrico de energia face a eventuais saídas de serviço de alguns dos seus componentes. Desta forma, poderão ser incluídas imprecisões de natureza probabilística (associadas à fiabilidade dos componentes), por um lado, e representadas por conjuntos imprecisos (inerentes às potências especificadas), por outro. Estes aspectos serão desenvolvidos, de forma detalhada, no capítulo 7.

CAPÍTULO 6

O fluxo de potências óptimo impreciso integrado numa metodologia de planeamento flexível

Capítulo 6

O fluxo de potências óptimo impreciso integrado numa metodologia de planeamento flexível

6.1. Introdução

Neste Capítulo o modelo de fluxo de potências óptimo impreciso apresentado no Capítulo 5 será integrado numa metodologia de planeamento flexível. No âmbito da metodologia a desenvolver serão utilizados conceitos da análise de risco por forma a identificar e ordenar possíveis estratégias de reforço da capacidade de componentes do sistema. Desta forma, serão generalizados os conceitos de risco, exposição e robustez e apresentados algoritmos de cálculo dos índices de exposição e robustez. Estes índices permitirão caracterizar o comportamento do sistema, de uma forma sistemática e sintética, considerando as incertezas associadas à evolução futura.

Face a situações em que a exposição do sistema é elevada poderá pretender-se identificar o valor dos reforços a realizar na capacidade de produção de geradores ou de transporte de energia de ramos do sistema por forma a aumentar a sua robustez. No âmbito de uma metodologia de planeamento flexível serão apresentados algoritmos de cálculo de reforços a realizar por forma a obter um valor do índice de robustez especificado pelo utilizador e de análise do impacto que reforços especificados terão no valor desse índice.

Metodologias deste género poderão desempenhar um papel importante na ajuda à decisão no planeamento de expansão de sistemas eléctricos de energia. Com efeito, as estratégias de reforço da capacidade de componentes do sistema poderão ser analisadas e ordenadas de acordo com o valor do índice de exposição ou robustez que permitem atingir e com o investimento associado. O planeador poderá, assim, dispôr de informação mais completa e adequada à sua actividade.

6.2. Aspectos genéricos e definições

Os conceitos de exposição e robustez de um sistema, em geral, e de um sistema eléctrico de energia, em particular, integram-se nas metodologias de análise de risco. Merril

e Wood (1990) descrevem, de forma detalhada, a sua aplicação ao planeamento da expansão de sistemas eléctricos de energia.

Antes de analisar o problema da análise de risco num ambiente de planeamento utilizando conjuntos imprecisos, torna-se necessário realizar a distinção entre risco e imprecisão. De um forma geral, o termo imprecisão está associado a um conjunto de factores, variáveis ou parâmetros exógenos ao processo de planeamento e cujo comportamento futuro não é possível prever de forma exacta. Como foi referido no capítulo 2, a imprecisão pode ser modelizada através de diversas conceptualizações de que se destacam a teoria de erros, a análise intervalar, os conceitos probabilísticos e os conjuntos imprecisos.

A existência de diversas concretizações, por vezes representadas por intervalos contínuos, que uma variável ou parâmetro poderá assumir no futuro tem sido integrada nos estudos de planeamento através da análise de cenários. Nesta perspectiva, Merril e Wood (1990) consideram que cada cenário está associado a uma realização dessas variáveis e parâmetros adoptando a designação de "futuro" para cada conjunto de concretizações. A imprecisão está portanto associada ao desconhecimento do "futuro" que irá ocorrer. O processo de planeamento pretende identificar planos integrando um conjunto de opções cuja implementação permitirá otimizar a operação do sistema de acordo as metas especificadas. O desconhecimento referido reflecte-se no processo de decisão delineado visto que o agente de decisão poderá optar por um plano que não seja o mais adequado para todos os "futuros" considerados. Neste sentido, Merril e Wood (1990) definem um plano totalmente robusto como um conjunto de opções associadas às variáveis controladas que seria seleccionado para qualquer concretização das imprecisões, isto é, qualquer que seja o "futuro" que sobrevier.

Como se compreende, em diversas actividades de planeamento poderá não ser possível identificar um plano totalmente robusto face aos atributos especificados, isto é, em relação às medidas e funções que avaliam a sua qualidade. Desta forma, a adopção de um plano poderá implicar risco se o "futuro" que sobrevier não corresponder à concretização das imprecisões subjacentes a essa selecção. O risco está, portanto, associado às decisões adoptadas e reflecte-se na possibilidade de tomar uma decisão que poderá vir a ser lamentada ou no grau de arrependimento que, a posteriori, a sua adopção provocar. Na ausência de um plano totalmente robusto Merril e Wood (1990) apresentam o conceito de exposição por forma a quantificar o grau de arrependimento referido. Merril e Wood (1990) definem exposição de um plano como a diferença entre o valor dos atributos associados ao plano em causa e ao que seria seleccionado se fosse possível prever, de forma exacta, o futuro.

Os conceitos de robustez e exposição como medidas do risco de um plano de expansão ou reforço de um sistema eléctrico de energia poderão desempenhar um papel significativo num ambiente em que são utilizados elementos da teoria dos conjuntos imprecisos. Neste âmbito, torna-se importante generalizar os conceitos de robustez e exposição. Para este efeito, consideremos o modelo de fluxo de potências óptimo impreciso apresentado no Capítulo 5. Se o problema de fluxo de potências óptimo impreciso referido possuir solução admissível na ausência de potência de corte de carga poderá afirmar-se que a configuração do sistema em análise é totalmente robusta para a infinidade de cenários associados a qualquer corte de nível α tal que $\alpha \in [0.0;1.0]$.

No entanto, a configuração do sistema e, nomeadamente, os limites das potências produzidas pelos geradores e dos trânsitos de potência nos ramos poderão ser tais que o problema não tenha solução admissível para cortes de nível α inferiores a α_1 . Nesta situação, a viabilização do problema de fluxo de potências óptimo impreciso exigiria a integração de geradores de corte de carga.

Atendendo às considerações anteriores pode definir-se:

- o índice de exposição de um sistema eléctrico de energia como o menor corte de nível α para o qual a configuração em análise é totalmente robusta, isto é, para a qual é possível realizar o despacho de todas as combinações de potências de carga possuindo grau de pertença não inferior a α sem realizar corte de carga. De uma forma equivalente, pode afirmar-se que esse valor corresponde ao menor corte de nível α da função de pertença da potência de corte de carga para o qual o valor desta potência é nulo;

- o índice de robustez de um sistema eléctrico corresponde ao complementar para 1.0 do índice de exposição.

Consideremos, a título de exemplo, as funções de pertença da potência de corte de carga num sistema eléctrico de energia apresentadas nas figuras 6.1 a) e b).

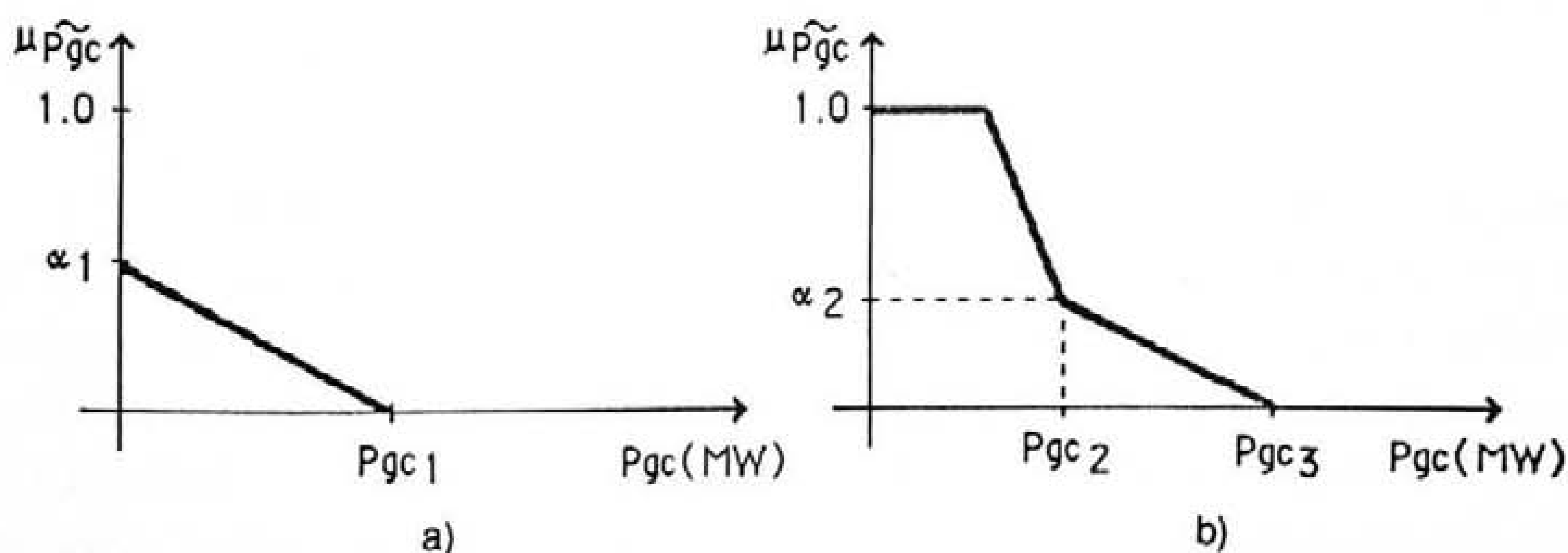


Fig. 6.1 - Exemplos da função de pertença da potência de corte de carga.

Em relação à figura 6.1.a) verifica-se que, para cortes de nível α inferiores a α_1 , as funções de pertinência de, pelo menos, um trânsito de potência ou potência produzida excedem o limite respectivo e a ultrapassagem dessa não admissibilidade exige a integração de geradores de corte de carga no problema de fluxo de potências ótimo impreciso. Esta situação significa que para cortes de nível α inferiores a α_1 existe, pelo menos, um cenário de potências de carga para o qual a realização de um estudo determinístico de fluxo de potências ótimo origina um valor não nulo da potência de corte de carga. Portanto, para a imprecisão associada a graus de pertinência inferiores a α_1 a configuração em análise não é totalmente robusta tendo em conta que não seria seleccionada para todos os cenários de potências de carga subjacentes. Por outro lado, para cenários associados a cortes de nível não inferiores a α_1 a configuração em análise é totalmente robusta. Desta forma, a configuração referida será considerada 1.0 - α_1 robusta e possui um índice de exposição α_1 .

No que se refere à função de pertinência representada na figura 6.1.b) verifica-se que a realização de um estudo determinístico de fluxo de potências ótimo conduziria a valores não nulos da potência de corte de carga para diversos cenários de potências de carga com grau de pertinência 1.0. Neste sentido a configuração do sistema em análise não consegue acomodar toda a imprecisão associada a nenhum corte de nível α pelo que os índices de exposição e de robustez assumem os valores 1.0 e 0.0, respectivamente.

Os índices de exposição e robustez referidos nestes exemplos estarão associados a, pelo menos, um componente do sistema (gerador ou ramo) que impõe um estrangulamento na capacidade do sistema acomodar imprecisão correspondente a cenários de potências de carga com grau de pertinência inferior a α_1 ou inferior ou igual a 1.0 em relação, respectivamente, às funções de pertinência esquematizadas nas figuras 6.1.a) e 6.1.b). A especificação de reforços nos componentes assim identificados poderá permitir diminuir o índice de exposição do sistema e, portanto, o risco inerente à imprecisão especificada. Desta forma, os componentes do sistema poderão ser ordenados de acordo com o valor do reforço que o limite respectivo deverá sofrer de modo a assegurar a obtenção de índices de exposição inferiores ao valor corrente.

Como se verifica, os conceitos de robustez e exposição poderão ser utilizados no planeamento da expansão de sistemas eléctricos de energia utilizando elementos da teoria dos conjuntos imprecisos por forma a identificar e ordenar estratégias de reforço do sistema no âmbito de uma análise de risco. A metodologia de planeamento delineada é flexível no sentido em que poderão ser identificadas estratégias de expansão ou reforço correspondentes a planos que acomodem todas as concretizações das variáveis ou parâmetros afectados por imprecisão,

isto é, planos totalmente robustos para cortes de nível α não inferiores ao valor obtido para o índice de exposição do sistema.

6.3. Algoritmo de cálculo dos índices de exposição e robustez

Sejam P_{gc_d} , $P_{gc_{1i}}$ e $P_{gc_{2i}}$ variáveis representando, respectivamente, a potência de corte de carga resultante do estudo determinístico inicial de fluxo de potências óptimo e do primeiro e segundo problemas parametrizados de fluxo de potências óptimo referidos em 5.3.7 associados à análise do vértice de índice i do hiperparalelepípedo correspondente à imprecisão das potências de carga especificadas. Seja V o conjunto dos índices dos n vértices identificados de acordo com o descrito em 5.3.6 e 5.4.4.

De acordo com as observações e definições apresentadas em 6.2, o valor dos índices de exposição e de robustez (l_{exp} e l_{rob} , respectivamente) poderá ser calculado considerando as condições (6.1) a (6.3) seguintes:

$$P_{gc_d} \neq 0.0 \Rightarrow l_{exp} = 1.0 \wedge l_{rob} = 0.0 \quad (6.1)$$

$$(P_{gc_d} = 0.0 \wedge \exists i \in V \ P_{gc_{1i}} \neq 0.0) \Rightarrow l_{exp} = 1.0 \wedge l_{rob} = 0.0 \quad (6.2)$$

$$(P_{gc_d} = 0.0 \wedge \forall i \in V \ P_{gc_{1i}} = 0.0) \Rightarrow l_{exp} = \alpha_1 = \max(\gamma_1, \dots, \gamma_i, \dots, \gamma_n) \wedge \\ \wedge l_{rob} = 1.0 - \alpha_1 \quad (6.3)$$

Na expressão (6.3) γ_i representa o valor do parâmetro γ associado ao segundo estudo parametrizado de fluxo de potências óptimo referido em 5.3.7 em relação ao vértice de índice i a partir do qual a realização de novas iterações da forma Dual do Método do Simplex exige a integração no modelo de geradores de corte de carga. Como se verificou em 5.3.7, o valor que este parâmetro assume do decorrer deste processo de programação paramétrica corresponde ao grau de pertença das combinações de valores de potências de carga em análise. Desta forma, verifica-se que o valor do índice de exposição associado a (6.3) corresponde ao maior corte de nível α (designado por α_1) a partir do qual se torna necessário integrar geradores de corte de carga no modelo parametrizado de fluxo de potências óptimo por forma a realizar novas iterações da forma Dual do Método do Simplex.

Na figura 6.2 é apresentado o fluxograma associado ao cálculo do valor dos índices de exposição e robustez de um sistema eléctrico de energia que corresponde à implementação das condições referidas.

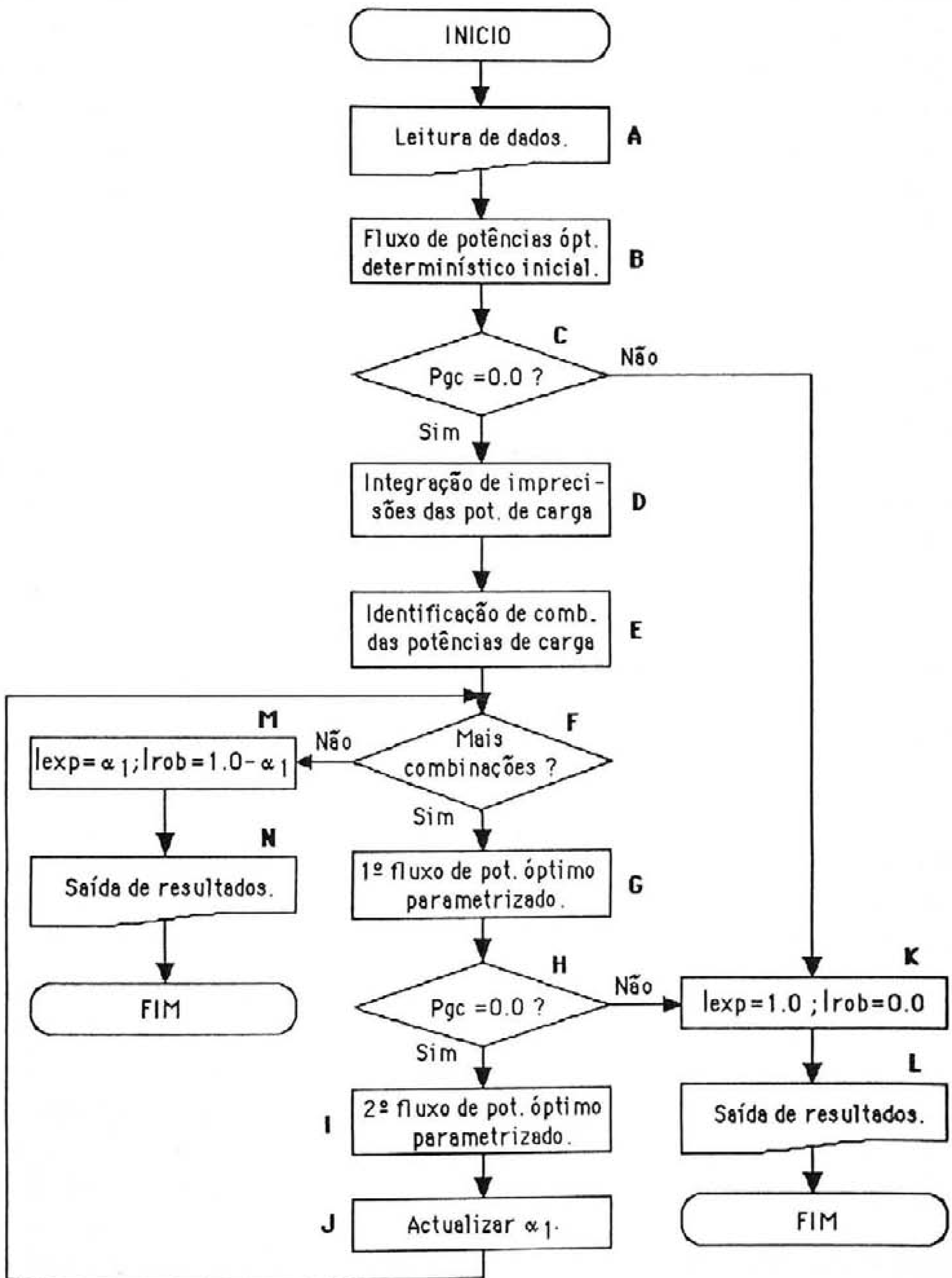


Fig. 6.2 - Fluxograma do algoritmo de cálculo dos índices de exposição e robustez.

Como se verifica neste fluxograma, a análise das condições (6.1) a (6.3) é realizada de forma sucessiva no sentido em que a verificação de uma delas torna desnecessário proceder à avaliação das restantes. Desta forma, a condição (6.1) é avaliada no bloco C enquanto que (6.2) é avaliada em H após realizar, para cada vértice identificado em E, o primeiro estudo parametrizado de fluxo de potências óptimo (bloco G). A obtenção de um valor nulo para a potência de corte de carga associada ao primeiro estudo parametrizado de fluxo de potências óptimo correspondente ao vértice em análise permite a realização do segundo estudo deste tipo (bloco I) após o que, de acordo com (6.3), se deverá proceder à eventual actualização de α_1 .

Por outro lado, verifica-se que os vértices do hiperparalelepípedo a identificar no bloco E deverão corresponder apenas a vértices de tipo I, de acordo com a classificação apresentada nos pontos 5.3.6 e 5.4.4. Com efeito os vértices de tipo II, III e IV são identificados no âmbito da metodologia de fluxo de potências óptimo impreciso por forma a obter os intervalos mais alargados contendo valores óptimos das potências produzidas em geradores do sistema, dos trânsitos de potência activa e das potências activas produzidas em geradores de corte de carga desde que não seja violada a condição de não negatividade de nenhuma variável do problema. Deste modo, os vértices de tipo II e III estão associados a cenários de potências de carga para os quais a base óptima do problema determinístico inicial de fluxo de potências óptimo ainda é admissível pelo que a sua exclusão do conjunto V não originará a alteração dos valores correntes dos índices de exposição e robustez. Em relação aos vértices de tipo IV verifica-se, de acordo com o exposto em 5.4.4, que a sua identificação decorre da existência de variáveis associadas a geradores de corte de carga na base óptima e admissível do problema determinístico inicial de fluxo de potências óptimo. Nesta situação a potência de corte de carga associada ao problema determinístico inicial de fluxo de potências óptimo será não nula pelo que a condição (6.1) é verificada. Desta forma, em termos do fluxograma apresentado na figura 6.2, verifica-se que a identificação de vértices do hiperparalelepípedo realizada no bloco E implica a inexistência de vértices de tipo IV.

6.4. Identificação de estratégias de expansão do sistema

6.4.1. Considerações gerais

Consideremos que, face às imprecisões especificadas para as potências de carga, o índice de exposição de um sistema eléctrico de energia assume o valor α_1 . Este valor está associado a, pelo menos, um componente (gerador ou ramo), que impõe um estrangulamento na capacidade do sistema acomodar imprecisões associadas a cortes de nível α inferiores a α_1 .

A viabilização do problema de fluxo de potências óptimo para combinações de potências de carga possuindo grau de pertença inferior a α_1 poderá ser realizada considerando reforços na capacidade desse, ou desses, componentes. Deste modo, os reforços a realizar poderão ser ordenados de acordo com o nível α que permitem atingir ou com o esforço financeiro associado. O problema associado ao reforço da capacidade de componentes do sistema poderá ser analisado sob duas ópticas que serão descritas em seguida.

6.4.2. Impacto nos índices de exposição e robustez de reforços especificados

Num ambiente de planeamento de expansão o agente de decisão pode pretender avaliar o impacto que a especificação de reforços na capacidade de determinados componentes terá no valor do índice de exposição, isto é, qual o novo valor que o índice de exposição assumirá em face desses reforços.

Sejam $\tilde{\Delta P}_j$ e $\tilde{\Delta P}_{gik}$ números imprecisos trapezoidais representando os reforços especificados para o limite do trânsito de potência activa no ramo j , \tilde{P}_j^{\max} , e para o limite da potência activa produzida no gerador k instalado no barramento i , \tilde{P}_{gik}^{\max} . Os novos limites desses componentes serão dados por (6.4) e (6.5) respectivamente.

$$\tilde{P}_j^{\max \text{ ref}} = \tilde{P}_j^{\max} \oplus \tilde{\Delta P}_j \quad (6.4)$$

$$\tilde{P}_{gik}^{\max \text{ ref}} = \tilde{P}_{gik}^{\max} \oplus \tilde{\Delta P}_{gik} \quad (6.5)$$

O índice de exposição do sistema pode ser calculado considerando os limites reforçados (6.4) e (6.5) e o exposto em 6.3. Como se compreende, a especificação de alguns reforços poderá não permitir diminuir o valor corrente do índice de exposição. Consideremos, a título de exemplo, que o valor corrente do índice de exposição α_1 é inferior a 1.0. A sua diminuição só ocorrerá se a modificação do termo independente de algumas restrições resultante desses reforços permitir identificar soluções admissíveis para valores de γ inferiores a α_1 , em relação ao problema parametrizado de fluxo de potências óptimo que mais limita a diminuição do parâmetro γ e, portanto, do valor do índice de exposição.

6.4.3. Reforços para obter um valor especificado para o índice de exposição

Consideremos que o agente de decisão pretende diminuir o valor do índice de exposição de um sistema eléctrico de um valor l_{exp} para l_{exp}^{SP} . Para este efeito admite poder realizar reforços nas capacidades do gerador k instalado no barramento i e de transmissão do ramo j . O valor desses reforços poderá ser calculado integrando variáveis a eles associados no problema determinístico inicial de fluxo de potências óptimo e nos problemas de programação

paramétrica referidos em 5.3. Essas variáveis deverão ser apenas consideradas quando, num destes problemas de optimização, não for possível realizar novas iterações da forma Dual do Método do Simplex não considerando geradores de corte de carga e o corte de nível l_{exp}^{SP} pretendido não foi ainda atingido. A integração destas variáveis nos problemas de optimização referidos deverá ser realizada considerando os seus coeficientes nas restrições associadas ao limite dos componentes que se admite reforçar.

Consideremos que (6.6) representa o limite máximo da potência produzida no gerador k instalado no barramento i do sistema. A variável ΔP_{gik} está associada ao reforço da capacidade deste gerador. As restrições associadas ao limite máximo desta potência produzida no problema determinístico inicial de fluxo de potências óptimo e nos problemas parametrizados de fluxo de potências óptimo apresentadas em 5.5.2 deverão integrar a variável ΔP_{gik} . Assim, (6.7) está associada ao problema inicial de fluxo de potências óptimo e ao primeiro estudo parametrizado de fluxo de potências óptimo e (6.8) deverá ser integrada no segundo estudo deste tipo.

$$\tilde{P}_{gik}^{max} = (P_{gik1}^{max} ; P_{gik2}^{max} ; P_{gik3}^{max} ; P_{gik4}^{max}) \quad (6.6)$$

$$P_{gik} - \Delta P_{gik} \leq P_{gik3}^{max} \quad (6.7)$$

$$P_{gik} - \Delta P_{gik} \leq P_{gik3}^{max} + (1 - \gamma) \cdot (P_{gik4}^{max} - P_{gik3}^{max}) \quad (6.8)$$

De uma forma análoga, consideremos que o limite máximo do trânsito de potência activa no ramo j é dado por (6.9) e que a variável ΔP_j está associada ao reforço da capacidade de transmissão deste ramo do sistema. As restrições de limite máximo e mínimo deste trânsito de potência apresentadas em 5.5.3 poderão ser reescritas por forma a integrar a variável ΔP_j . Desta forma, em relação ao problema determinístico inicial de fluxo de potências óptimo obtêm-se as restrições (6.10) e (6.11) associadas, respectivamente, ao limite máximo e mínimo do trânsito de potência activa no ramo j . Em relação ao primeiro problema parametrizado de fluxo de potências óptimo obtêm-se (6.12) e (6.13) enquanto que no segundo problema deste tipo deverão ser integradas as restrições (6.14) e (6.15). Nestas restrições não figuram variáveis associadas a geradores de corte de carga uma vez que o cálculo dos reforços referidos deverá ser realizado sem recorrer à realização de corte de carga.

$$\tilde{P}_j^{max} = (P_{j1}^{max} ; P_{j2}^{max} ; P_{j3}^{max} ; P_{j4}^{max}) \quad (6.9)$$

$$\sum_{i=1}^{nb} s_{dcji} \cdot \left(\sum_{k=1}^{ngi} P_{gik} - P_{c}^{ctr_j} \right) - \Delta P_j + v_{fj1} = P_{j3}^{max} \quad (6.10)$$

$$-\sum_{i=1}^{nb} sdc_{ji} \cdot \left(\sum_{k=1}^{ngi} Pg_{ik} - Pc^{ctr}_i \right) - \Delta P_j + v_{fj2} = P_{j3}^{max} \quad (6.11)$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{nb} sdc_{ji} \cdot \left(\sum_{k=1}^{ngi} Pg_{ik} - Pc^{ctr}_i - \Delta Q_i \right) - \Delta P_j + v_{fj1} = P_{j3}^{max} + \\ + \sum_{i=1}^{nb} sdc_{ji} \cdot (1-\gamma) \cdot (\Delta R_i - \Delta Q_i) \end{aligned} \quad (6.12)$$

$$\begin{aligned} -\sum_{i=1}^{nb} sdc_{ji} \cdot \left(\sum_{k=1}^{ngi} Pg_{ik} - Pc^{ctr}_i - \Delta Q_i \right) - \Delta P_j + v_{fj2} = P_{j3}^{max} + \\ - \sum_{i=1}^{nb} sdc_{ji} \cdot (1-\gamma) \cdot (\Delta R_i - \Delta Q_i) \end{aligned} \quad (6.13)$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{nb} sdc_{ji} \cdot \left(\sum_{k=1}^{ngi} Pg_{ik} - Pc^{ctr}_i - \Delta Q_i \right) - \Delta P_j + v_{fj1} = P_{j3}^{max} + \\ + (1-\gamma) \cdot (P_{j4}^{max} - P_{j3}^{max}) + \sum_{i=1}^{nb} sdc_{ji} \cdot (1-\gamma) \cdot (\Delta R_i - \Delta Q_i) \end{aligned} \quad (6.14)$$

$$\begin{aligned} -\sum_{i=1}^{nb} sdc_{ji} \cdot \left(\sum_{k=1}^{ngi} Pg_{ik} - Pc^{ctr}_i - \Delta Q_i \right) - \Delta P_j + v_{fj2} = P_{j3}^{max} + \\ + (1-\gamma) \cdot (P_{j4}^{max} - P_{j3}^{max}) - \sum_{i=1}^{nb} sdc_{ji} \cdot (1-\gamma) \cdot (\Delta R_i - \Delta Q_i) \end{aligned} \quad (6.15)$$

Sejam ΔP_{gik}^{max} e ΔP_j^{max} o valor dos reforços a realizar na capacidade do gerador k instalado no barramento i e na capacidade de transmissão do ramo j . O valor destes reforços corresponderá ao maior valor que as variáveis ΔP_{gik} ou ΔP_j assumem no decorrer do processo de resolução do problema determinístico inicial de fluxo de potências ótimo e dos problemas de programação paramétrica. A especificação de um ou mais componentes que se admite sofrer reforços não garante, em todo o caso, que seja possível diminuir o valor do índice de exposição de $lexp$ para $lexp^{SP}$. Em relação aos problemas de programação paramétrica, por exemplo, a possibilidade de realizar reforços corresponde à introdução no modelo de novas variáveis. A diminuição do índice de exposição apenas poderá ocorrer se, para os diversos problemas de programação paramétrica (e nomeadamente para o que mais limita a diminuição desse índice), for possível realizar novas iterações da forma Dual do Método do Simplex. A função dessas variáveis é, portanto, comparável à que as associadas a geradores de corte de carga podem desempenhar no problema de fluxo de potências ótimo

impreciso. Pretende-se com a sua introdução viabilizar problemas de fluxo de potências óptimo para combinações de potências de carga com grau de pertença inferior a λ_{exp} .

Na figura 6.3 é apresentado o fluxograma do algoritmo de cálculo de reforços para obter um índice de exposição especificado. O estudo determinístico inicial de fluxo de potências óptimo (bloco B) deverá ser realizado de acordo com o referido em 5.3.4 e não considerando geradores de corte de carga. Não sendo possível identificar uma solução óptima e admissível para este problema deverão ser integradas as variáveis associadas ao reforço dos limites das potências activas produzidas e dos trânsitos de potência activa nos ramos cuja capacidade se admite aumentar. A integração destas variáveis origina o alargamento da matriz das colunas das variáveis não básicas, R_b , da iteração corrente deste problema de optimização. Os coeficientes dessas variáveis nas restrições do problema podem ser obtidos considerando (6.7), (6.10) e (6.11). A presença destas variáveis poderá permitir realizar novas iterações da forma Dual do Método do Simplex por forma a identificar uma solução óptima e admissível deste problema de fluxo de potências óptimo e a obter valores iniciais para $\Delta P_{g_{ik}}^{max}$ e ΔP_j^{max} . Se não existir uma base óptima e admissível para este problema verifica-se que o possível reforço dos componentes especificados não permitirá diminuir o valor corrente do índice de exposição do sistema.

A obtenção de uma solução óptima e admissível do problema determinístico inicial de fluxo de potências óptimo permite integrar as imprecisões das potências de carga especificadas (bloco D) e identificar vértices do hiperparalelepípedo (bloco E) associado às imprecisão referidas. De uma forma análoga ao referido em 6.3 são apenas identificados vértices de tipo I, de acordo com a classificação apresentada em 5.3.6 e 5.4.4.

As combinações de potências de carga associadas a vértices de tipo I do hiperparalelepípedo referido serão analisadas realizando, de forma consecutiva, os dois estudos parametrizados de fluxo de potências óptimo referidos em 5.3.7. (blocos G e K). No decorrer do primeiro estudo parametrizado e para um dado vértice em análise, poderá não ser possível identificar bases óptimas e admissíveis para todas as combinações de potências de carga correspondentes aos valores do parâmetro $\gamma \in [0.0;1.0]$ sem considerar geradores de corte de carga. Nesta situação deverão ser integradas no problema as variáveis associadas ao reforço dos componentes do sistema cuja capacidade o utilizador admite poder alterar. Os coeficientes destas variáveis nas restrições do problema poderão ser obtidos considerando (6.7), (6.12) e (6.13). De uma forma análoga ao referido anteriormente, a sua inclusão no problema reflecte-se no alargamento da matriz das colunas das variáveis não básicas, R_b , da iteração corrente do algoritmo de resolução do problema parametrizado de fluxo de potências

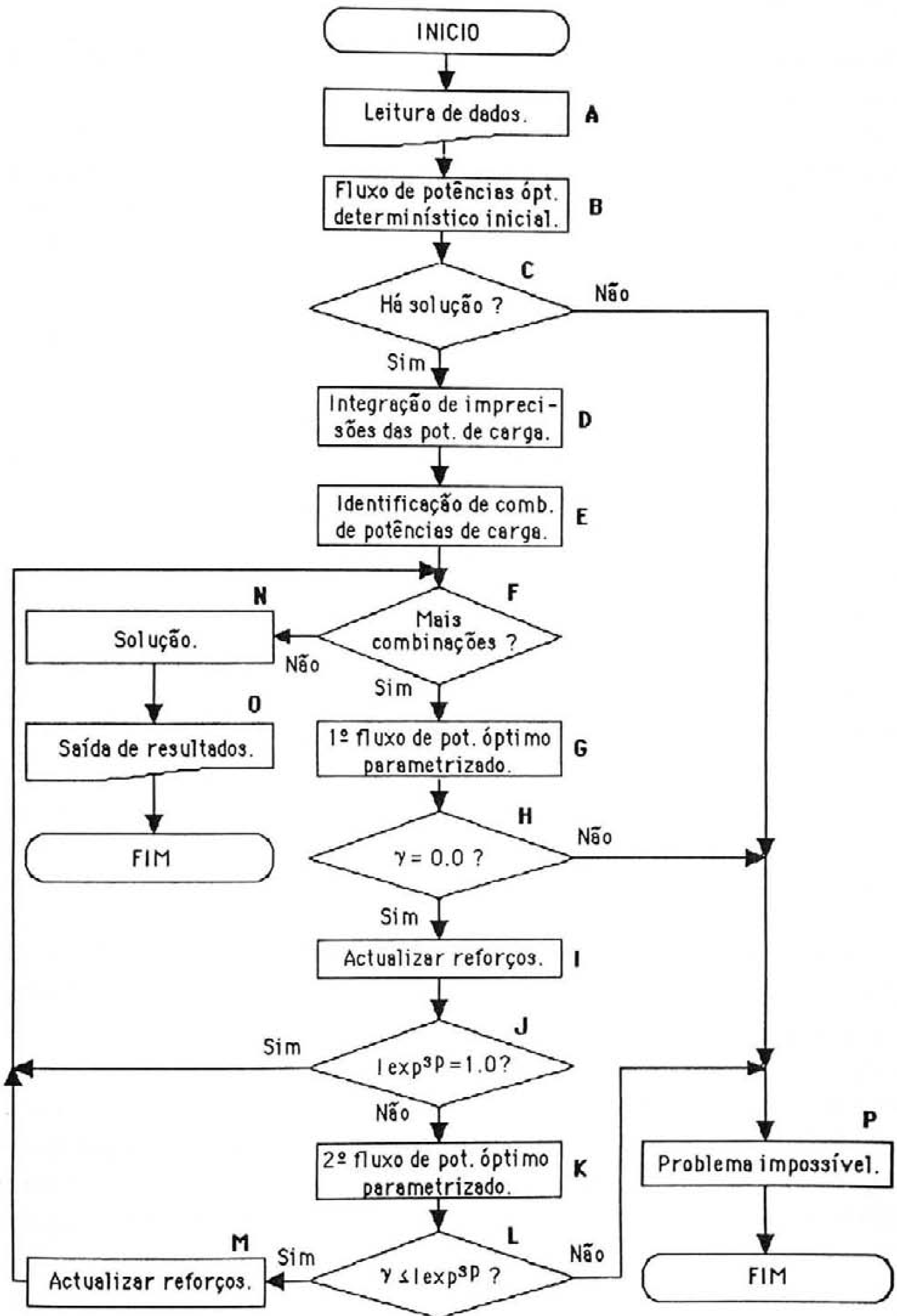


Fig. 6.3 - Fluxograma do algoritmo de cálculo de reforços para obter um índice de exposição especificado.

óptimo em causa. A sua integração poderá não permitir identificar bases óptimas e admissíveis para todas as combinações de potências de carga em análise, isto é, poderá não ser possível obter uma solução para o problema de fluxo de potências óptimo associado ao valor de $\gamma=0.0$ (bloco H). Se tal ocorrer, a possibilidade de reforçar a capacidade dos elementos especificados revela-se insuficiente para diminuir o valor corrente do índice de exposição do sistema. Na situação contrária, o valor máximo que as variáveis associadas aos reforços desses elementos assumem no problema parametrizado de fluxo de potências óptimo corrente deverá ser comparado com $\Delta P_{g_{ik}}^{\max}$ e ΔP_j^{\max} realizando-se, se necessário, a sua actualização.

A identificação de uma base óptima e admissível para a combinação de potências de carga associada a $\gamma=0.0$ no primeiro problema parametrizado de fluxo de potências óptimo permitirá iniciar a resolução do segundo problema deste tipo por forma a identificar bases óptimas e admissíveis para todos os valores do parâmetro γ pertencentes ao intervalo $[\text{lexp}^{\text{SP}}; 1.0]$. A identificação das bases referidas sem considerar geradores de corte de carga poderá exigir a integração no problema das variáveis associadas aos reforços que o utilizador admite poder realizar. Esta integração reflecte-se no alargamento da matriz das colunas das variáveis não básicas, R_b , do problema e deverá ser efectuada, apenas, quando de outro modo não for possível realizar novas iterações da forma Dual do Método do Simplex. Em cada iteração deste processo, os valores obtidos para $\Delta P_{g_{ik}}$ e de ΔP_j deverão ser comparados com os valores correntes de $\Delta P_{g_{ik}}^{\max}$ e de ΔP_j^{\max} realizando-se, se necessário, a sua actualização.

O fluxograma apresentado inclui a possibilidade de o valor corrente do índice de exposição do sistema ser 1.0 não havendo uma base óptima e admissível associada ao problema determinístico inicial de fluxo de potências óptimo. Nesta situação, o utilizador poderá pretender identificar os reforços a realizar por forma a viabilizar o problema de fluxo de potências óptimo associado a combinações de potências de carga possuindo grau de pertença 1.0, isto é, constituídas por valores de potências de carga em cada barramento pertencentes ao corte de nível 1.0 respectivo. Nesta situação, não é realizado o segundo estudo parametrizado de fluxo de potências óptimo associado a cada vértice do hiperparalelepípedo visto que no bloco J é detectado que o valor do índice de exposição especificado pelo utilizador é 1.0.

A implementação de um algoritmo deste género poderá permitir identificar os componentes do sistema cujo reforço se deverá admitir por forma a diminuir o valor do índice de exposição de lexp para lexp^{SP} . Consideremos, com efeito, que o utilizador pretende

obter o índice de exposição l_{exp}^{SP} admitindo, para o efeito, a realização de reforços nas capacidades de alguns elementos. A admissão da possibilidade de realização desses reforços poderá não permitir obter o índice de exposição pretendido. Neste sentido, deverá existir, pelo menos, um problema parametrizado de fluxo de potências óptimo (ou mesmo o problema determinístico inicial de fluxo de potências óptimo se $l_{exp}=1.0$) para o qual não existem bases óptimas e admissíveis para valores do parâmetro γ inferiores a γ^{min} tal que $\gamma^{min} > l_{exp}^{SP}$. Neste sentido, γ^{min} representa o valor do índice de exposição que é possível atingir considerando os componentes cuja capacidade o utilizador admite reforçar. A não existência de bases óptimas e admissíveis para valores de γ inferiores a γ^{min} está associada à existência de, pelo menos, um componente (gerador ou ramo) cujo limite (de produção ou de transporte de energia) foi atingido e que não se integra no conjunto dos elementos cuja capacidade o utilizador admitiu reforçar. Deste modo, novas diminuições do valor do índice de exposição poderão ser obtidas através da admissão da possibilidade de reforço dos componentes assim identificados. Através de um processo deste género poderão ser construídas tabelas em que os reforços da capacidade de produção ou de transmissão serão ordenados de acordo com o valor do índice de exposição que permitem obter. Estes reforços poderão, por outro lado, ser comparados atendendo ao custo do investimento associado à sua implementação de tal modo que o agente de decisão possuirá informação mais completa acerca do significado, em termos de risco e de investimento, das alternativas identificadas.

6.5. Um pequeno exemplo de aplicação

O sistema eléctrico de energia analisado no segundo exercício de fluxo de potências óptimo impreciso apresentado em 5.7 e cujo esquema unifilar é apresentado, de novo, na figura 6.4 será estudado, em seguida, considerando os conceitos e algoritmos apresentados neste Capítulo. O exercício de fluxo de potências óptimo impreciso referido permite obter as funções de pertença da potência de corte de carga e do trânsito de potência activa no ramo 2-3

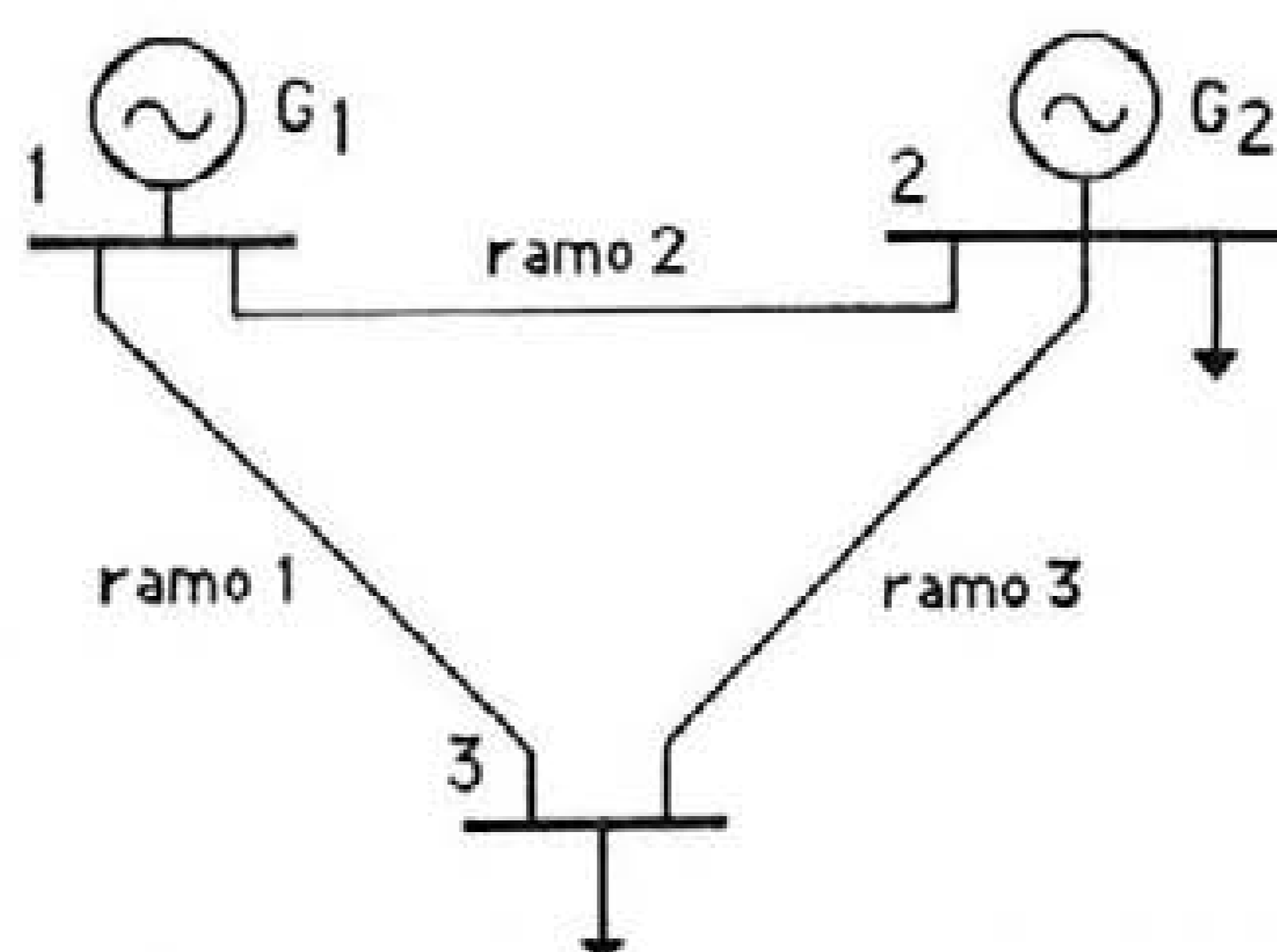


Fig. 6.4 - Esquema unifilar do sistema eléctrico de energia em estudo.

representadas na figura 6.5. A função de pertinência da potência de corte de carga permite verificar que, face às imprecisões especificadas, os índices de exposição e robustez do sistema assumem os valores 0.8 e 0.2, respectivamente.

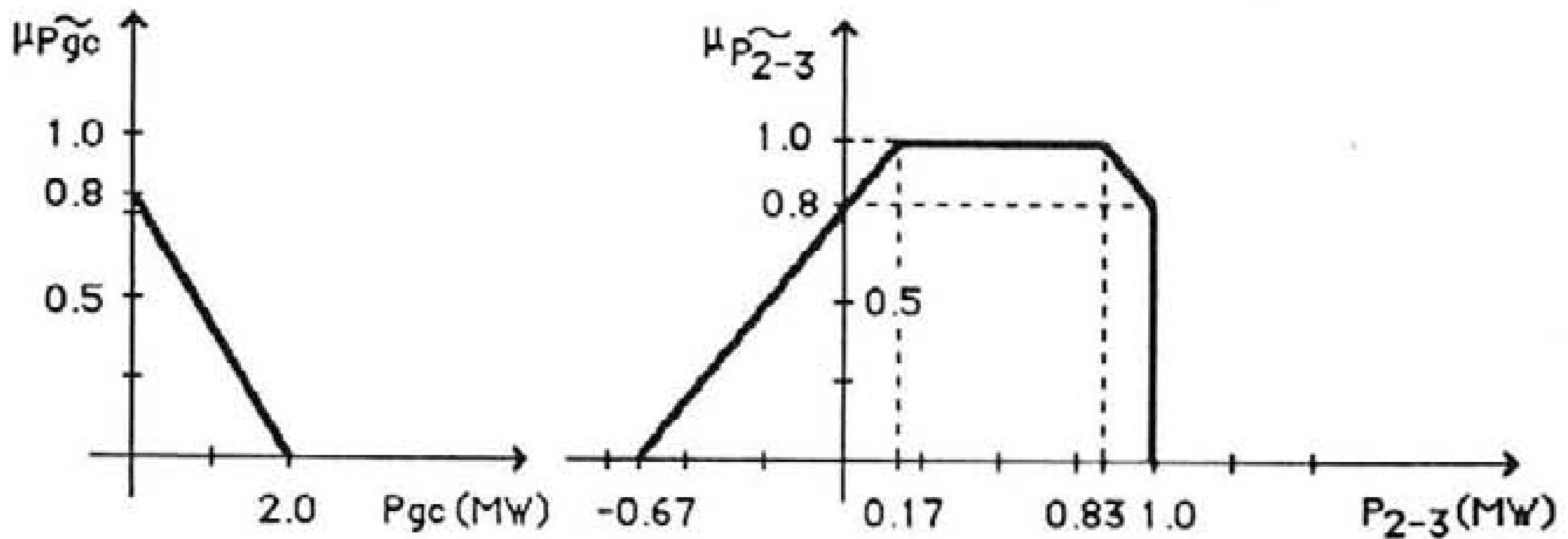


Fig. 6.5 - Funções de pertinência da potência de corte de carga e do trânsito de potência activa no ramo 2-3.

Foram estudadas, em seguida, diversas estratégias possíveis de reforço da capacidade de componentes do sistema por forma a diminuir o valor do índice de exposição. Na tabela 6.1 são apresentados os valores obtidos para o reforço da capacidade de transporte de energia do ramo 3 (nós extremos 2-3) por forma a obter os índices de exposição especificados.

ramo	l_{exp}^{SP}	reforço (MW)
3	0.7	0.0833
3	0.6	0.1667
3	0.5	0.2500
3	0.4	0.3333
3	0.3	0.4167
3	0.2	0.5000
3	0.1	0.5833
3	0.0	0.6667

Tab. 6.1 - Reforços da capacidade de transporte do ramo 2-3.

Verifica-se, por outro lado, que a realização de reforços na capacidade de transporte de energia nos ramos 1 e 2 ou de produção dos geradores 1 ou 2 não permite diminuir o valor do índice de exposição. Esta situação pode ser compreendida considerando que o estudo parametrizado de fluxo de potências óptimo, descrito em 5.7, que impõe a maior

limitação à diminuição do valor do índice de exposição está associado aos segmentos de recta \overline{OF} e \overline{FE} da figura 5.22. A realização de um exercício determinístico de fluxo de potências óptimo associado à combinação de potências de carga correspondente ao vértice E representado na figura 5.22 ($P_{c2}=0.0$ MW e $P_{c3}=5.0$ MW) permitiria verificar que a potência de corte de carga assume o valor de 2.0 MW considerando os valores dos limites da capacidade de produção e de transporte de energia especificados em 5.7 no âmbito de segundo exercício de fluxo de potências óptimo impreciso. A realização de novos estudos determinísticos considerando incrementos nos limites referidos permitiria verificar que apenas o aumento do limite do trânsito de potência activa no ramo 3 originaria a diminuição do valor da potência de corte de carga. A especificação de 1.6667 MW para esse limite (incremento de 0.6667 MW) originaria, mesmo, a anulação do valor da potência de corte de carga.

Nas figuras 6.6 a 6.8 estão representadas as funções de pertença da potência de corte de carga e do trânsito de potência activa no ramo 2-3 correspondentes aos reforços de 0.25, 0.50 e 0.6667 MW relativos à capacidade de transmissão do ramo referido.

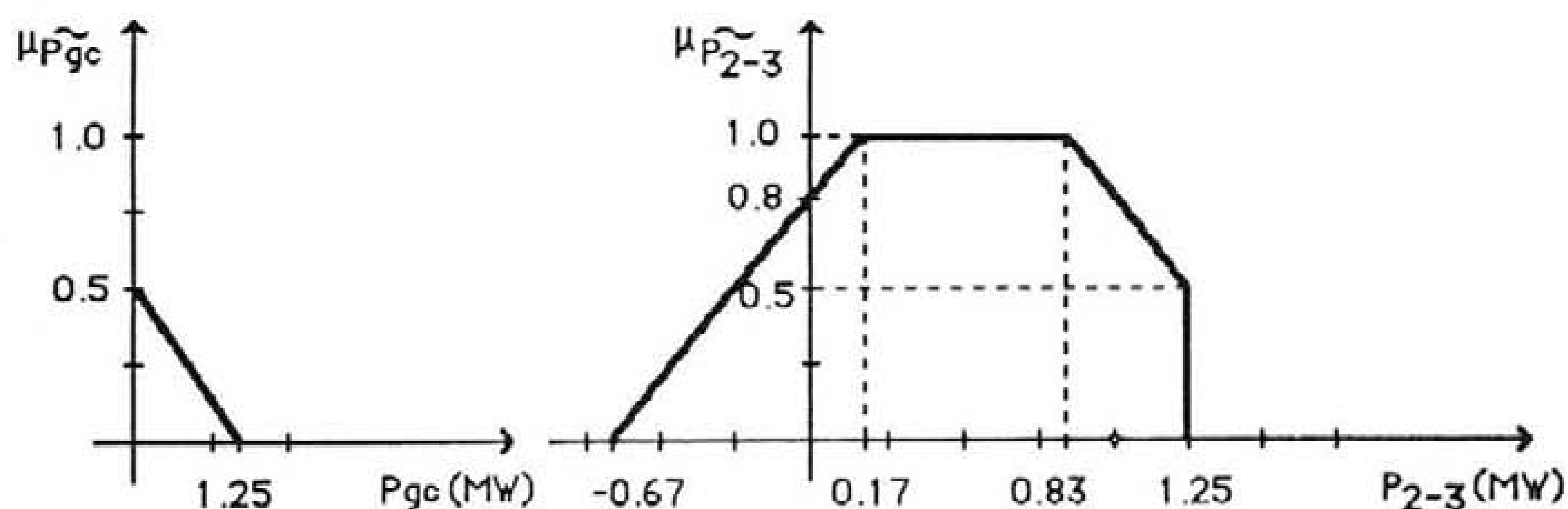


Fig. 6.6 - Funções de pertença da potência de corte de carga e do trânsito de potência activa no ramo 2-3 considerando o reforço de 0.25 MW.

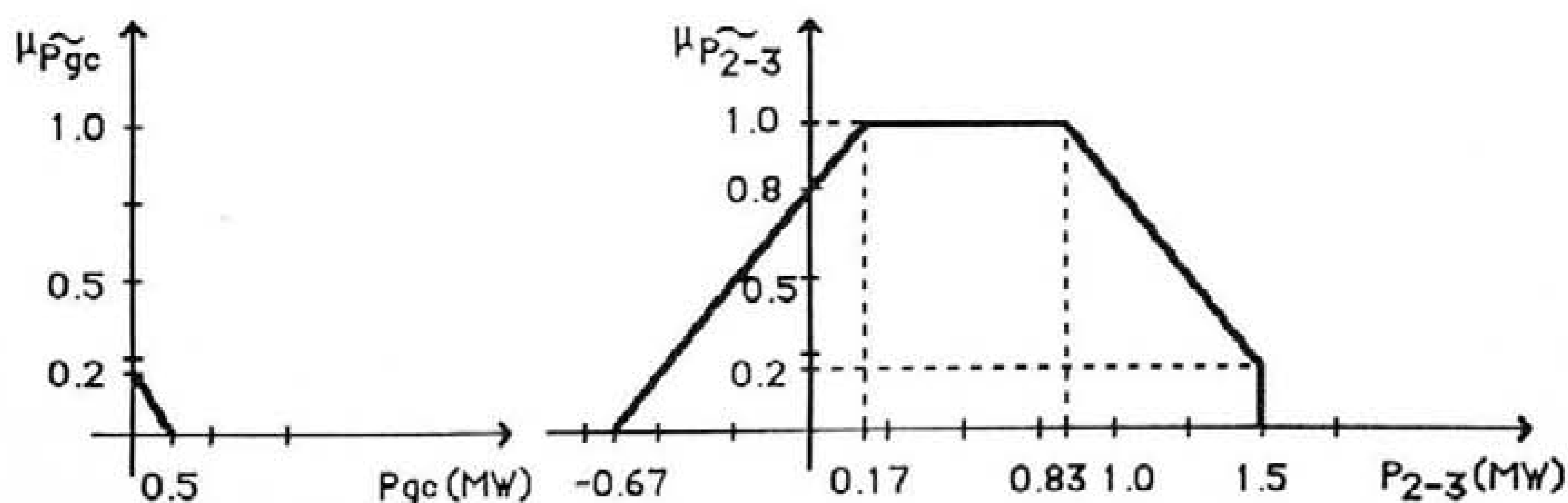


Fig. 6.7 - Funções de pertença da potência de corte de carga e do trânsito de potência activa no ramo 2-3 considerando o reforço de 0.50 MW.

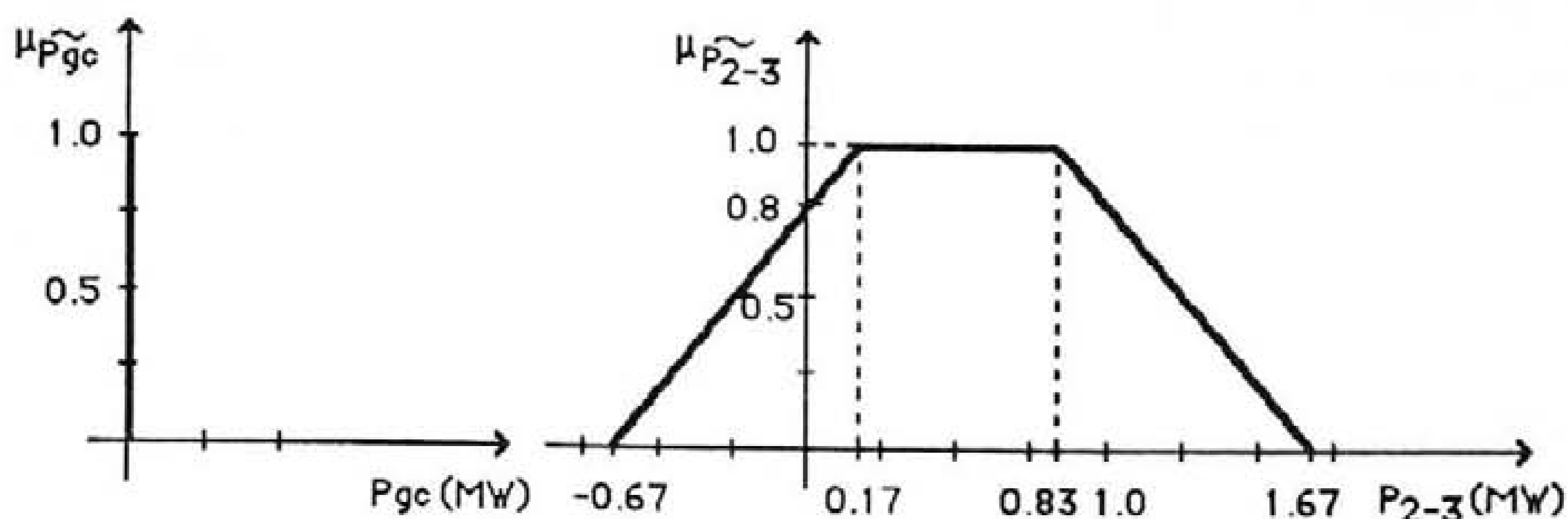


Fig. 6.8 - Funções de pertinência da potência de corte de carga e do trânsito de potência activa no ramo 2-3 considerando o reforço de 0.6667 MW.

O conhecimento do valor dos reforços a efectuar na capacidade de transmissão do ramo 2-3 permite calcular o esforço de investimento a realizar por forma a obter um valor especificado do índice de exposição do sistema. Na figura 6.9 esta informação está representada sob forma gráfica considerando que c_3 (\$/MW) corresponde ao custo do reforço de 1.0 MW da capacidade de transmissão do ramo 2-3.

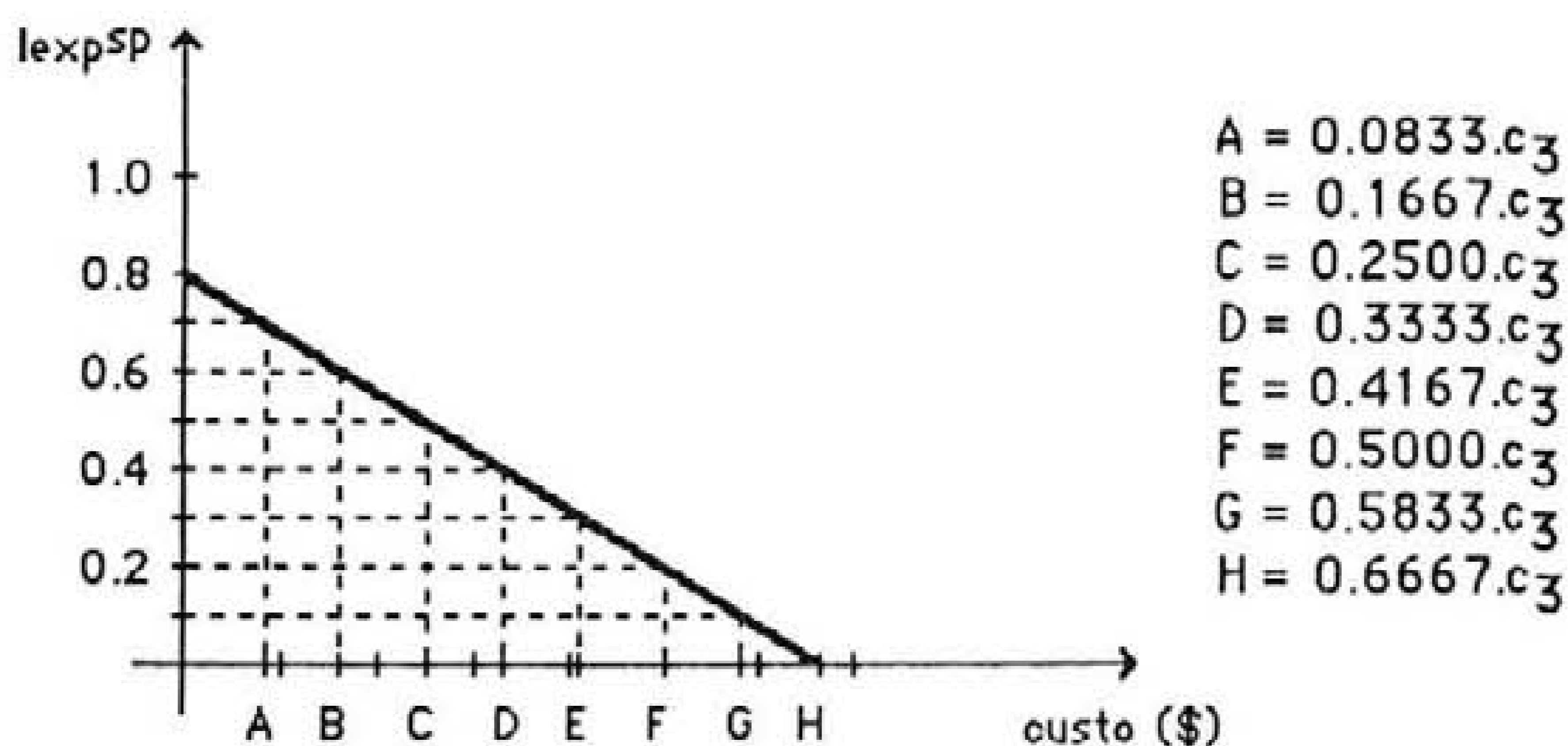


Fig. 6.9 - Custo de reforço da capacidade de transmissão do ramo 2-3 para obter um índice de exposição especificado.

A análise deste pequeno exemplo permite dar uma primeira ideia das potencialidades que as metodologias apresentadas possuem. Com efeito, as suas capacidades não ficam demonstradas por completo dada a pequena dimensão do sistema em análise. No Capítulo 8 serão analisadas situações em que existem diversas estratégias possíveis de reforço da capacidade de componentes do sistema por forma atingir o mesmo valor do índice de exposição.

Serão, também, apresentadas situações em que se torna necessário admitir o reforço da capacidade de mais de um componente do sistema de modo a obter valores especificados para o índice de exposição. O utilizador poderá dispor, assim, de informação que lhe permitirá realizar o planeamento da expansão do sistema de uma forma mais consistente.

6.6. Resumo e conclusões

Neste capítulo o modelo de fluxo de potências óptimo impreciso apresentado no capítulo 5 foi integrado num ambiente de planeamento da expansão e reforço de um sistema eléctrico de energia. A metodologia apresentada utiliza conceitos da análise de risco tendo sido definidos os índices de exposição e robustez do sistema face à presença de imprecisão associada às potências de carga especificadas.

A avaliação do risco associado às decisões de planeamento face a cenários futuros considerados de forma agregada através de números imprecisos permite ordenar as estratégias de reforço da capacidade de alguns componentes do sistema por forma a diminuir o valor do índice de exposição para um valor especificado. Através de uma metodologia de planeamento deste género o agente de decisão poderá conhecer, de uma forma mais completa, o comportamento do sistema face às imprecisões especificadas e identificar estratégias de reforço da capacidade de componentes do sistema que possuam flexibilidade no sentido em que poderão acomodar diversos cenários de valores de potências de carga. Esta característica revela-se importante num ambiente de planeamento dominado pela incerteza associada a muitos factores e parâmetros que o podem influenciar de forma determinante.

CAPÍTULO 7

Avaliação da fiabilidade de um sistema eléctrico de energia

Capítulo 7

Avaliação da fiabilidade de um sistema eléctrico de energia

7.1. Introdução

Neste capítulo o modelo de fluxo de potências óptimo impreciso apresentado no Capítulo 5 será integrado numa metodologia de avaliação da fiabilidade de um sistema eléctrico de energia constituído por subsistemas de produção e de transporte de energia.

Em geral, a realização de um estudo deste género tem por objectivo o cálculo de índices de fiabilidade que permitam caracterizar o comportamento do sistema face ao carácter não ideal dos seus componentes. Na situação que será analisada neste capítulo as imprecisões estão associadas não apenas ao carácter não ideal referido mas também são inerentes às potências de carga especificadas. Na metodologia desenvolvida o primeiro tipo de imprecisão é modelizado através de conceitos probabilísticos e as imprecisões no conhecimento das potências de carga são representadas por números imprecisos. Esta metodologia adopta o método de simulação de Monte Carlo para identificar a amostra dos estados do sistema a analisar permitindo estimar índices de fiabilidade representados, eles próprios, por números imprecisos tais como o valor esperado da potência de corte de carga e o valor da probabilidade de corte de carga.

Esta metodologia representa um primeiro e significativo passo no desenvolvimento de modelos que, no âmbito dos sistemas eléctricos de energia, integrem os dois tipos de imprecisão referidos. Desta forma, pensa-se contribuir para atingir um dos objectivos associados ao trabalho de investigação subjacente a esta dissertação e referidos no ponto 4 do Capítulo 2.

7.2. Considerações gerais

A modelização da disponibilidade/indisponibilidade dos componentes de um sistema eléctrico é realizada, tradicionalmente, utilizando conceitos probabilísticos. A integração destes modelos probabilísticos num processo de avaliação da fiabilidade de um sistema eléctrico de energia pode ser realizada recorrendo à análise de um número elevado de estados

do sistema obtendo-se, a partir da agregação dos resultados associados a cada estado, estimativas do valor esperado de grandezas úteis ao processo de planeamento. Reconhece-se, deste modo, que os componentes possuem um carácter não ideal pelo que os sistemas poderão funcionar em situação de contingência durante períodos de tempo significativos.

O tipo de simulação a realizar depende das grandezas cujo valor se pretende estimar. Se se pretender obter estimativas, por exemplo, do valor da probabilidade de corte de carga (LOLP em literatura de língua inglesa) e do valor esperado da potência de corte de carga e da energia não fornecida recorre-se à resolução, para cada estado, de um problema de despacho económico.

Adoptando para cada componente o modelo de residência em dois estados (estado de funcionamento e estado de avaria com perda total da capacidade respectiva), o número de estados em que um sistema (integrando subsistemas de produção e de transporte de energia de dimensão real) poderá residir cresce de forma explosiva. Desta forma, quando se pretende avaliar a fiabilidade de um sistema desse género, o estudo a realizar poderá apenas incidir sobre uma amostra, mais ou menos extensa, do conjunto total de estados. A selecção dos elementos dessa amostra poderá ser efectuada utilizando um sorteio de tipo Monte Carlo. Este sorteio, atendendo aos dados disponíveis e às grandezas a estimar, poderá ser realizado considerando apenas a probabilidade de saída de serviço por avaria dos diversos componentes do sistema. Nesta situação todo o espaço de estados do sistema é amostrado mas não é possível estimar o valor médio da energia não fornecida. Outras implementações utilizam as taxas de avaria e de reparação dos componentes realizando uma simulação cronológica do funcionamento do sistema durante um período de tempo que permita obter resultados significativos do seu comportamento. A metodologia de sorteio poderá, por outro lado, ser mais complexa integrando acções de manutenção programada em relação a determinados equipamentos, avarias com causa comum ou a acção de agentes atmosféricos considerando taxas de avaria sob tempo adverso.

Usualmente o número de estados a analisar é elevado pelo que se procura acelerar a convergência do processo de simulação recorrendo a técnicas variadas tais como a amostragem antitética ou a utilização de uma variável de controlo (por exemplo, a potência de corte de carga devido, apenas, a insuficiências do sistema produtor). De uma forma genérica, um processo de avaliação da fiabilidade de um sistema considerando estes conceitos poderá ser realizado de acordo com o fluxograma representado na figura 7.1. Alguns aspectos associados a um processo de simulação deste género são apresentados, de forma mais detalhada, nos pontos 2 e 3 do Apêndice D.

De um ponto de vista tradicional as metodologias baseadas num fluxograma como o apresentado na figura 7.1 consideram modelos probabilísticos associados à avaliação da disponibilidade dos componentes do sistema e valores determinísticos para as potências de carga apresentados, com alguma frequência, como valores típicos ou mais prováveis. A incorporação de imprecisões associadas às potências de carga utilizando conceitos probabilísticos é mais rara dado o peso computacional que um processo de simulação deste tipo assumiria. A utilização de valores determinísticos para as potências de carga enferma, como se compreende, de problemas bem conhecidos. Trata-se de variáveis cujo comportamento a médio e longo prazo é, por vezes, difícil de prever sendo influenciado por muitos factores alguns dos quais possuem um carácter contraditório e outros uma natureza subjectiva evidente. Noutras situações, a falta de informação origina dificuldades ao nível da utilização de metodologias de previsão de potências de carga. Por outro lado, o comportamento mais desfavorável do sistema eléctrico de energia em relação, por exemplo, à potência de corte de carga poderá não ocorrer na situação em que as potências de carga assumem valores médios ou considerados típicos. A especificação de potências de carga sob a forma de conjuntos imprecisos, em geral, e de números imprecisos, em particular, permitirá modelizar estas situações de forma conceptualmente mais correcta.

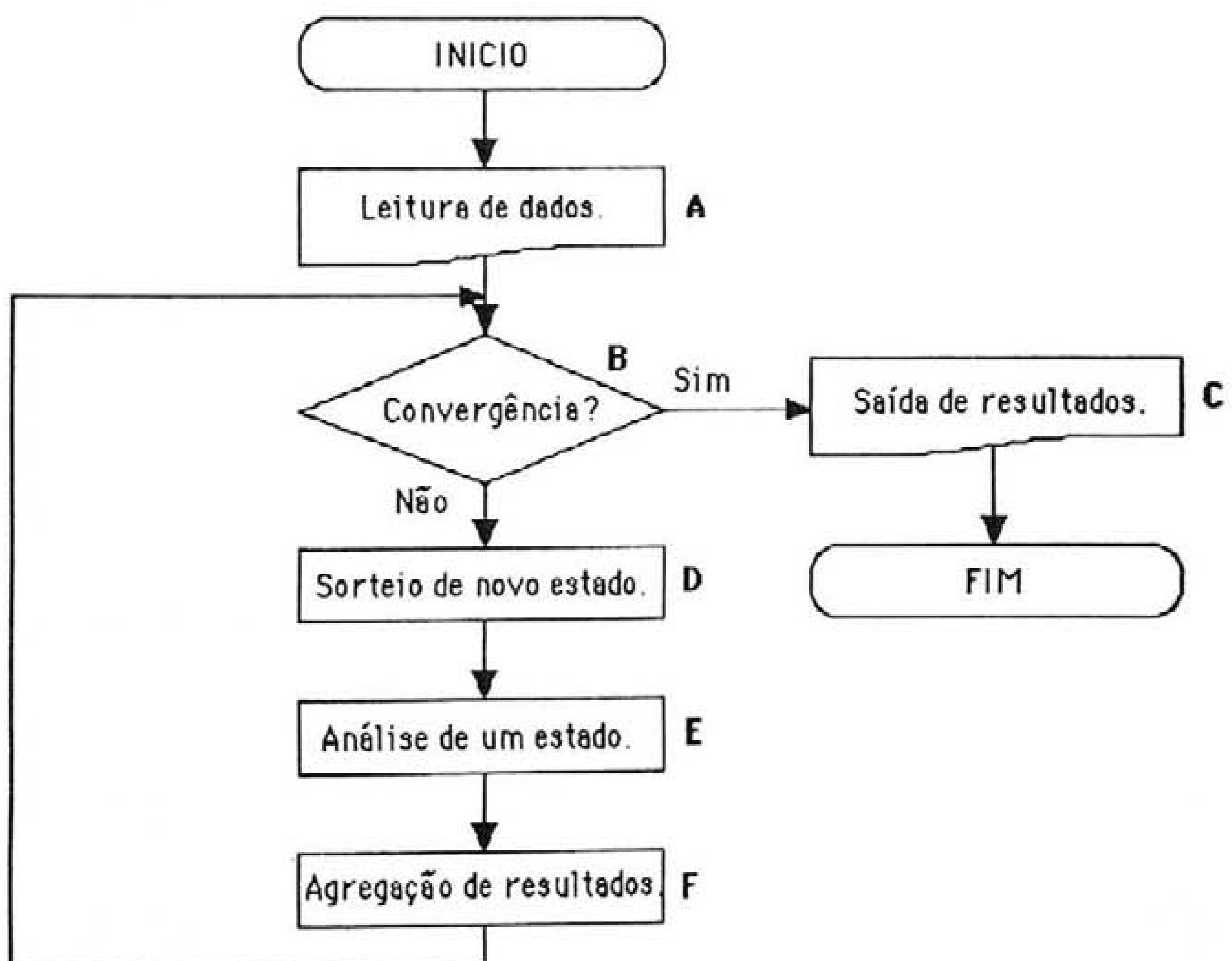


Fig. 7.1 - Fluxograma genérico de uma metodologia de avaliação de fiabilidade.

Por estas razões, a metodologia subjacente ao fluxograma da figura 7.1 poderá integrar dois tipos de imprecisões. A primeira associada ao carácter não ideal dos componentes modelizada através de conceitos probabilísticos e a segunda correspondente às potências de carga especificadas que serão representadas através de números imprecisos. Nesta área, Miranda e Pinto (1991) apresentam um primeiro conjunto de conceitos genéricos sobre este tema.

Será apresentado em seguida e de forma detalhada um modelo em que se pretende obter índices de fiabilidade e funções de pertença de grandezas úteis num processo de planeamento da expansão de um sistema eléctrico de energia. Para este efeito será analisado, através do modelo de fluxo de potências óptimo impreciso apresentado no capítulo 5, um número elevado de estados do sistema seleccionados de acordo com uma metodologia de sorteio de tipo Monte Carlo.

7.3. Grandezas a estimar

Consideremos um processo de simulação de Monte Carlo em que foi adoptada uma estratégia de sorteio dos estados a analisar baseada, apenas, no valor da probabilidade de saída de serviço por avaria dos componentes do sistema e no valor da probabilidade de saída de serviço por avaria com causa comum dos elementos especificados. Sejam:

- $\tilde{P}_{gc}(x_i)$ - a função de pertença da potência de corte de carga no estado x_i ;
- $l_{exp}(x_i)$ - o valor do índice de exposição do sistema no estado x_i ;
- $l_{rob}(x_i)$ - o valor do índice de robustez do sistema no estado x_i ;

A realização, para cada estado, de um estudo de fluxo de potências óptimo impreciso permite obter a função de pertença da potência de corte de carga e os valores dos índices de exposição e robustez do sistema. A agregação dos resultados obtidos para cada estado permite obter estimativas dos valores esperados dessas grandezas. As estimativas referidas resultantes da análise de um número N de estados do sistema podem ser calculadas através de (7.1) a (7.3).

$$\hat{E}(\tilde{P}_{gc}) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N \tilde{P}_{gc}(x_i) \quad (7.1)$$

$$\hat{E}(l_{exp}) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N l_{exp}(x_i) \quad (7.2)$$

$$\hat{E}(l_{rob}) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N l_{rob}(x_i) \quad (7.3)$$

A adopção de uma metodologia de avaliação de fiabilidade deste género permite, ainda, obter uma estimativa da função de pertença da probabilidade de corte de carga (LOLP em literatura de língua inglesa). Num ambiente de planeamento envolvendo grandezas imprecisas, o corte de nível α dessa função de pertença está associado ao intervalo de variação possível da probabilidade de ocorrer corte de carga para combinações de valores de potências de carga com grau de pertença não inferior a α . A construção do corte de nível α desta função de pertença, $LOLP_{\alpha}$, será realizada através do cálculo dos valores extremos respectivos, $LOLP_{\alpha}^{\min}$ e $LOLP_{\alpha}^{\max}$, considerando (7.4) e (7.5). Nestas expressões f_J é uma função de variável real definida por (7.6) e $P_{gc_{\alpha}}(x_i)^{\min}$ e $P_{gc_{\alpha}}(x_i)^{\max}$ representam, respectivamente, os valores mínimo e máximo do corte de nível α de $\tilde{P}_{gc}(x_i)$.

$$LOLP_{\alpha}^{\min} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N f_J (P_{gc_{\alpha}}(x_i)^{\min}) \quad (7.4)$$

$$LOLP_{\alpha}^{\max} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N f_J (P_{gc_{\alpha}}(x_i)^{\max}) \quad (7.5)$$

$$f_J(P_{gc}) = \begin{cases} 1.0 & \text{se } P_{gc} \neq 0.0 \\ 0.0 & \text{se } P_{gc} = 0.0 \end{cases} \quad (7.6)$$

A título de exemplo, consideremos um sistema eléctrico de energia em relação ao qual foram especificadas potências de carga representadas por números imprecisos trapezoidais. A avaliação da sua fiabilidade através da realização de um processo de simulação em que foram analisados, por exemplo, mil estados permitiu obter o conjunto impreciso representado na figura 7.2 para de \tilde{LOLP} .

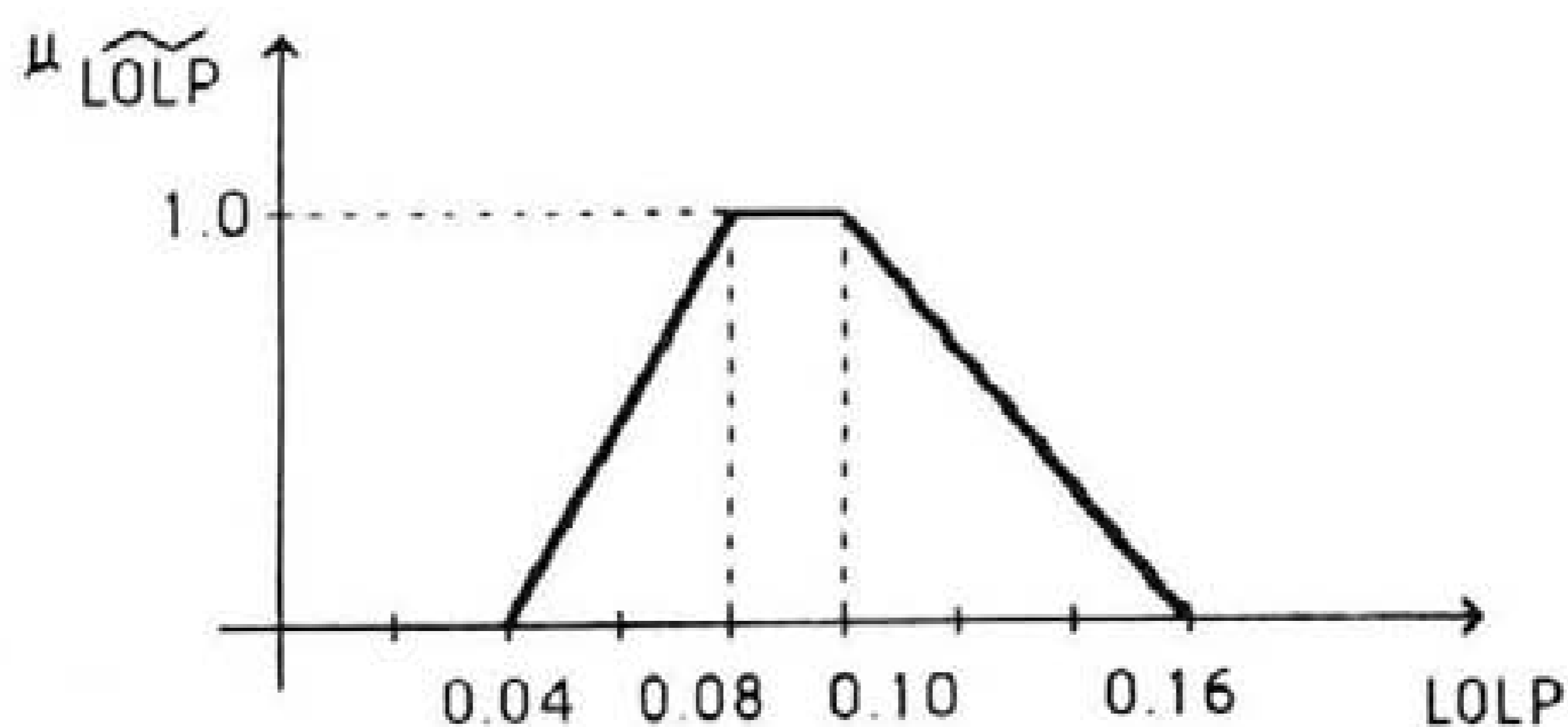


Fig. 7.2 - Estimativa da função de pertença da probabilidade de corte de carga.

A análise desta função de pertinência permite evidenciar que, em relação ao corte de nível 0.0 e de acordo com as imprecisões especificadas para as potências de carga existem 40 e 160 estados para os quais é não nulo o valor mínimo e máximo, respectivamente, do corte de nível 0.0 da função de pertinência da potência de corte de carga respectiva. De uma forma análoga, em relação ao corte de nível 1.0 esse número varia entre 80 e 100 estados.

7.4. Análise de convergência em ambiente impreciso

A estimativa dos valores esperados dos índices de exposição e robustez e da função de pertinência da potência de corte de carga e a estimativa da probabilidade de corte de carga dependem da amostra de estados do sistema analisada verificando-se, por exemplo, que o aumento da dimensão da amostra poderá originar alterações das estimativas referidas. Deste modo, as estimativas referidas poderão sofrer uma deriva aleatória.

A dependência das estimativas em relação à amostra analisada e, nomeadamente, em relação à sua dimensão origina a necessidade de definir critérios que permitam terminar o processo de simulação em análise através da detecção da sua convergência. No ponto 2.2 do Apêndice D é definida a imprecisão relativa de uma estimativa como o quociente entre a variância e o quadrado do valor esperado estimados para a grandeza em estudo. Considerando o processo de simulação em análise, a imprecisão relativa pode ser calculada em relação aos valores da grandeza a estimar obtidos através do estudo determinístico inicial de fluxo de potências óptimo inerente ao algoritmo de fluxo de potências óptimo impreciso apresentado no Capítulo 5. A imprecisão relativa associada, a título de exemplo, à potência de corte de carga seria dada por (7.7). Nesta expressão $V(\hat{E}(P_{gc_d}))$ e $\hat{E}(P_{gc_d})$ representam, respectivamente, a variância e a estimativa do valor esperado da potência de corte de carga associada à combinação das potências de carga constituída pelo valor central das funções de pertinência respectivas. A variância do valor esperado de uma amostra de N valores da potência de corte de carga, $V(\hat{E}(P_{gc_d}))$, está relacionada com a variância de P_{gc_d} através de (7.8)

$$\beta^2 = \frac{V(\hat{E}(P_{gc_d}))}{\hat{E}(P_{gc_d})^2} \quad (7.7)$$

$$V(\hat{E}(P_{gc_d})) = \frac{V(P_{gc_d})}{N} \quad (7.8)$$

$$\hat{V}(P_{gc_d}) = \frac{1}{N-1} \cdot \sum_{i=1}^N (P_{gc_d}(x_i) - \hat{E}(P_{gc_d}))^2 \quad (7.9)$$

podendo $V(P_{gc_d})$ ser estimada através de (7.9). Nesta última expressão, $P_{gc_d}(x_i)$ representa o valor da potência de corte de carga obtido através do estudo determinístico inicial de fluxo de potências óptimo para o estado x_i do sistema.

A estimativa da dimensão da amostra, N , necessária à obtenção de um valor de $\hat{E}(P_{gc_d})$ associado a uma imprecisão relativa não superior a um valor β especificado poderá ser obtida através de (7.10) substituindo (7.8) em (7.7). Como foi referido no Apêndice D, a dimensão da amostra, necessária à obtenção da imprecisão relativa β , poderá ser diminuída desde que sejam utilizadas técnicas de redução da variância da amostra de P_{gc_d} .

$$N = \frac{Y(P_{gc_d})}{(\beta \cdot \hat{E}(P_{gc_d}))^2} \quad (7.10)$$

7.5. Aceleração do processo de simulação

Como foi referido em 7.4 a velocidade de convergência do processo de simulação em análise poderá ser aumentada através da adopção de técnicas de redução da variância implementadas, por exemplo, em relação à amostra de valores de P_{gc_d} . Diversos autores têm analisado este tema podendo referir-se os trabalhos de Oliveira et al (1989), Anders et al (1990), Marnay e Strauss (1991), Pereira e Pinto (1992) e Pereira et al (1992). De entre as diversas técnicas de redução da variância descritas nestas publicações, as metodologias designadas por amostragem antitética e variável de controlo são analisadas no ponto 2.3 do Apêndice D na situação em que a grandeza a analisar assume valores determinísticos. Estas técnicas serão adaptadas, em seguida, para a situação em que essa grandeza assume valores representados por números imprecisos.

Amostragem antitética

A descrição da técnica de redução de variância denominada de variável antitética é realizada no ponto 2.3.1 do Apêndice D na situação em que cada estado do sistema é analisado através de um estudo de índole determinística. De forma análoga ao referido nesse Apêndice, esta técnica pode ser utilizada se cada estado do sistema for analisado através de um estudo de fluxo de potências óptimo impreciso. Nesta situação, para cada estado do sistema identificado através de um processo de sorteio de acordo com o referido no ponto 2.3.1 do Apêndice D será obtido, também, o estado antitético respectivo. O processo de simulação é implementado analisando um número, em geral, elevado de pares de estados do sistema identificados desta forma.

Variável de controlo

A utilização da variável de controlo numa situação em que as potências de carga são representadas através de números imprecisos trapezoidais exige, de forma semelhante ao descrito no ponto 2.3.2 do Apêndice D, a utilização de uma função que permita realizar, para cada estado do sistema a analisar, uma primeira avaliação da grandeza a estimar. Consideremos que a grandeza a estimar corresponde ao valor esperado da função de pertença da potência de corte de carga. Esta grandeza pode ser aproximada através de uma função correspondente à potência de corte de carga devida, apenas, a insuficiências do subsistema produtor. O valor que esta função aproximadora assume em cada estado do sistema e o valor esperado respectivo podem ser calculados, por via analítica, de uma forma bastante simples. Consideremos a este propósito que:

- $\tilde{P}_{gc}(x_i)$ representa a função de pertença da potência de corte de carga obtida através da análise do estado x_i do sistema realizando um estudo de fluxo de potências óptimo impreciso;

- $\tilde{P}_{gcg}(x_i)$ representa a função de pertença da potência de corte de carga do estado x_i devida apenas a insuficiências do sistema produtor.

A função de pertença $\tilde{P}_{gcg}(x_i)$ pode ser calculada através de (7.11). Nesta expressão \tilde{P}_{ct} e $P_g^{\max}(x_i)$ representam, respectivamente, a função de pertença da potência de carga total do sistema (obtida através da adição dos números imprecisos associados à potência de carga em cada barramento) e a soma das capacidades dos geradores disponíveis que se considera representadas por número determinísticos. Por outro lado, f_L representa uma função de variável imprecisa cujo efeito consiste em anular o grau de pertença dos valores negativos do conjunto suporte de $\tilde{P}_{ct} \ominus P_g^{\max}(x_i)$.

$$\tilde{P}_{gcg}(x_i) = f_L(\tilde{P}_{ct} \ominus P_g^{\max}(x_i)) \quad (7.11)$$

A utilização desta variável de controlo no âmbito da aceleração da convergência de um processo de simulação deste género exige, também, o cálculo do valor esperado respectivo. De acordo com o referido no ponto 4 do Apêndice D, este valor poderá ser calculado construindo a tabela das probabilidades acumuladas das potências fora de serviço. O valor esperado da potência de corte de carga devida apenas a insuficiências do sistema produtor, $E(\tilde{P}_{gcg})$ poderá ser calculado através de (7.12).

$$E(\tilde{P}_{gcg}) = \sum_{x_i \in X} \tilde{P}_{gcg}(x_i) \cdot p(x_i) \quad (7.12)$$

Nesta expressão, X representa o conjunto de estados associados ao sistema produtor incluídos na tabela das probabilidades acumuladas das potências fora de serviço e $p(x_i)$ representa a probabilidade de ocorrência do estado x_i . Considerando (7.11) e (7.13), a função de pertença da potência de corte de carga associada ao estado x_i , $\tilde{P}_{gc_g}(x_i)$, pode ser obtida a partir da potência fora de serviço, $P_{gf}(x_i)$, associada a este estado através de (7.14). Nas expressões (7.13) e (7.14) P_g^{\max} e $P_g^{\max}(x_i)$ representam, respectivamente, a soma das capacidades dos geradores instalados no sistema e a soma das capacidades dos geradores disponíveis no estado i . As capacidades referidas correspondem aos valores nominais dos geradores respectivos representados por valores determinísticos. De forma análoga ao referido em relação a (7.11), f_L representa uma função de variável imprecisa cujo efeito consiste em anular o grau de pertença dos valores negativos do conjunto suporte de $\tilde{P}_{c_f} \ominus P_g^{\max} \oplus P_{gf}(x_i)$.

$$P_{gf}(x_i) = P_g^{\max} - P_g^{\max}(x_i) \quad (7.13)$$

$$\tilde{P}_{gc_g}(x_i) = f_L(\tilde{P}_{c_f} \ominus P_g^{\max} \oplus P_{gf}(x_i)) \quad (7.14)$$

A estimativa do valor esperado da função de pertença da potência de corte de carga será calculada através de (7.15). Nesta expressão a subtracção dos números imprecisos associados a $\tilde{P}_{gc}(x_i)$ e a $\tilde{P}_{gc_g}(x_i)$ deverá ser realizada utilizando a desconvolução das funções de pertença respectivas (ponto 10 do Apêndice A). A realização da desconvolução referida permite não aumentar, de forma artificial, a imprecisão da estimativa e é, por outro lado, sempre possível de realizar uma vez que a imprecisão associada à potência de corte de carga associada ao subsistema produtor (representada por $\tilde{P}_{gc_g}(x_i)$) não poderá ser superior à associada ao sistema completo (representada por $\tilde{P}_{gc}(x_i)$) em análise.

$$E(\tilde{P}_{gc}) = E(\tilde{P}_{gc_g}) + \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N (\tilde{P}_{gc}(x_i) \ominus \tilde{P}_{gc_g}(x_i)) \quad (7.15)$$

7.6. Características e fluxograma da metodologia implementada

De acordo com as observações referidas nos pontos anteriores, foi implementada uma metodologia que permite avaliar a qualidade de serviço de um sistema eléctrico de energia integrando subsistemas produtor e de transporte de energia cujo fluxograma é apresentado na figura 7.3. Considerando o fluxograma referido, esta metodologia pode ser caracterizada considerando os pontos seguintes:

- são obtidas estimativas do valor esperado dos índices de exposição e de robustez e da função de pertença da potência de corte de carga e uma estimativa da função de pertença da probabilidade de corte de carga;

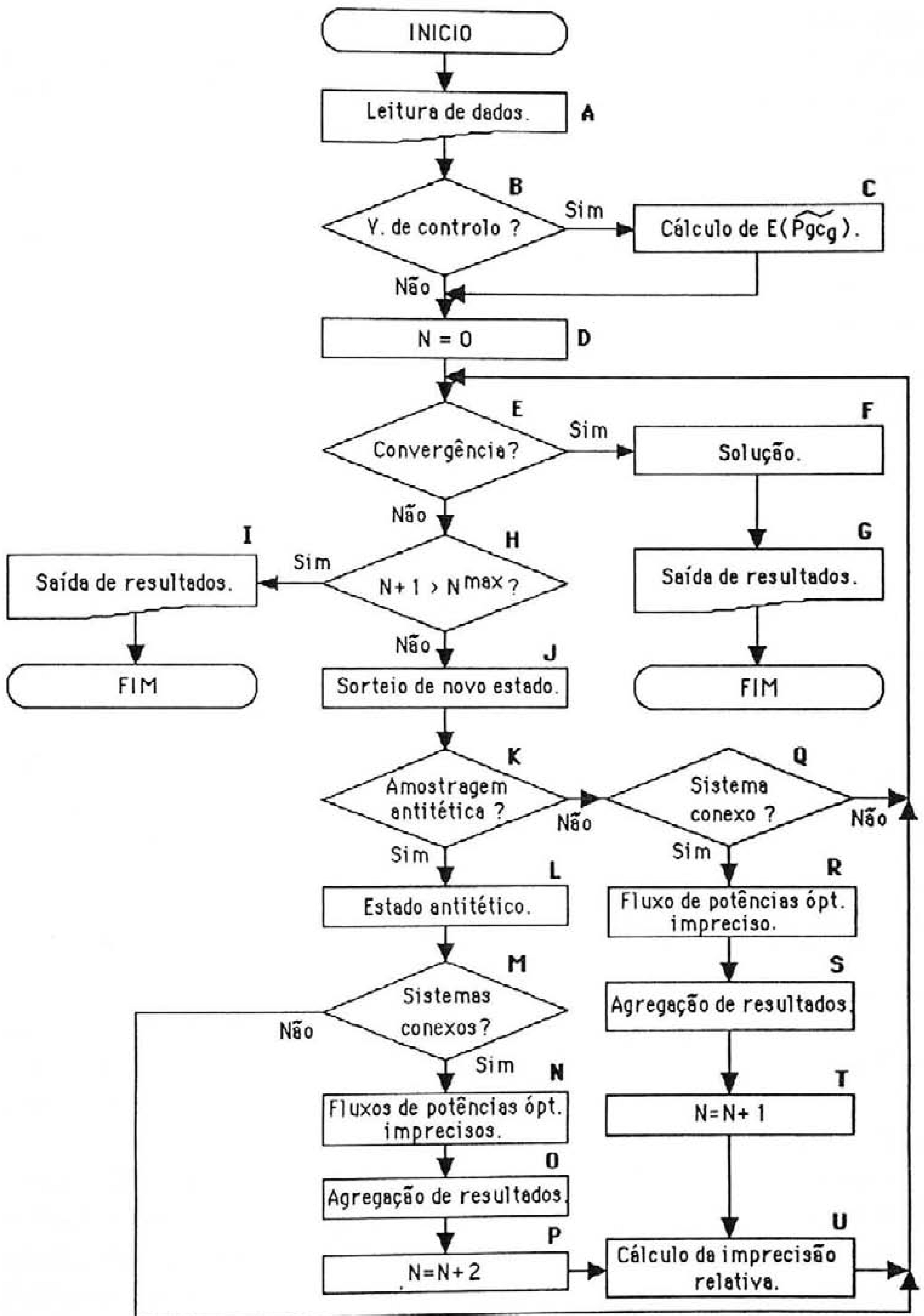


Fig. 7.3 - Fluxograma de uma metodologia de avaliação de fiabilidade de um sistema eléctrico de energia.

- a selecção dos estados a analisar (blocos J e L) é realizada considerando, apenas, a probabilidade de saída de serviço por avaria de cada componente e as probabilidades de saída de serviço por avaria com causa comum de acordo com o referido no ponto 3 do Apêndice D;

- a saída de serviço de ramos do sistema poderá originar a obtenção de uma situação em que os ramos disponíveis formam um subsistema de transporte de energia possuindo estrutura não conexa. A avaliação do carácter conexo do sistema a analisar é realizada através da utilização de conceitos e algoritmos da Teoria dos Grafos de acordo com o referido, de forma detalhada, no Apêndice E. O teste associado à natureza conexo do sistema é realizado em M ou Q não sendo realizada a análise dos estados associados a estruturas não conexas;

- para cada estado identificado e possuindo um carácter conexo é realizado um estudo de fluxo de potências óptimo impreciso (blocos N ou R) por forma a avaliar a função de pertença da potência de corte de carga e o valor dos índices de robustez e de exposição do sistema;

- a convergência do processo de simulação é avaliada através do cálculo do valor da imprecisão relativa associado aos valores da potência de corte de carga obtidos para o estudo determinístico inicial de fluxo de potências óptimo a realizar em cada exercício de fluxo de potências óptimo impreciso. Em todo o caso, considera-se necessário analisar um número mínimo de estados, N^{\min} . Deste modo, a condição de convergência a avaliar em E é dada por (7.16). Nesta expressão, β^{calc} e β^{sp} representam, respectivamente, o valor da imprecisão relativa associada à amostra de estados do sistema já analisados (calculada através de (7.7)) e o valor máximo especificado pelo utilizador para este coeficiente. Se esta condição for válida, o processo de simulação terá terminado verificando-se a sua convergência;

$$\beta^{\text{calc}} \leq \beta^{\text{sp}} \wedge N \geq N^{\min} \quad (7.16)$$

- por outro lado, o processo de simulação terminará, mesmo que o valor corrente da imprecisão relativa seja superior ao valor máximo especificado, após analisar um número máximo de estados, N^{\max} , a especificar pelo utilizador. Esta condição é avaliada em H e, sendo válida, verifica-se a não convergência do processo de simulação referido;

- o utilizador poderá acelerar o processo de convergência utilizando as técnicas de redução da variância designadas por amostragem antitética ou variável de controlo. A utilização da segunda técnica de aceleração referida exige o cálculo do valor esperado da função de pertença da potência de corte de carga devida, apenas, a insuficiências do sistema produtor recorrendo à construção da tabela das probabilidades acumuladas das potências fora de serviço (bloco C). Esta tabela será construída considerando o exposto no ponto 4 do Apêndice D e o valor esperado da função de pertença referida será calculado através de (7.12). A utilização de amostragem antitética exige a identificação do estado antitético (bloco

L) associado ao estado identificado, por sorteio, no bloco J. A realização de exercícios de fluxo de potências óptimo impreciso em relação a cada um destes dois estados será, apenas, efectuada se os subsistemas de transporte de energia associados a ambos os estados possuírem estrutura conexa;

- após analisar cada estado identificado, as estimativas obtidas para os índices de exposição e robustez e para a função de pertinência da potência de corte de carga deverão ser agragados (blocos O ou S). Desta forma, são obtidas estimativas actualizadas dos valores esperados desses índices e da função de pertinência da potência de corte de carga e, também, da estimativa da probabilidade de corte de carga. Estes resultados serão fornecidos ao utilizador (bloco G) uma vez verificada a convergência deste processo de simulação.

7.7. Um pequeno exemplo de aplicação

Será apresentado, em seguida, um exemplo de carácter académico destinado a esclarecer conceitos apresentados neste capítulo. Para este efeito, consideremos o sistema eléctrico de energia cujo esquema unifilar se representa na figura 7.4.

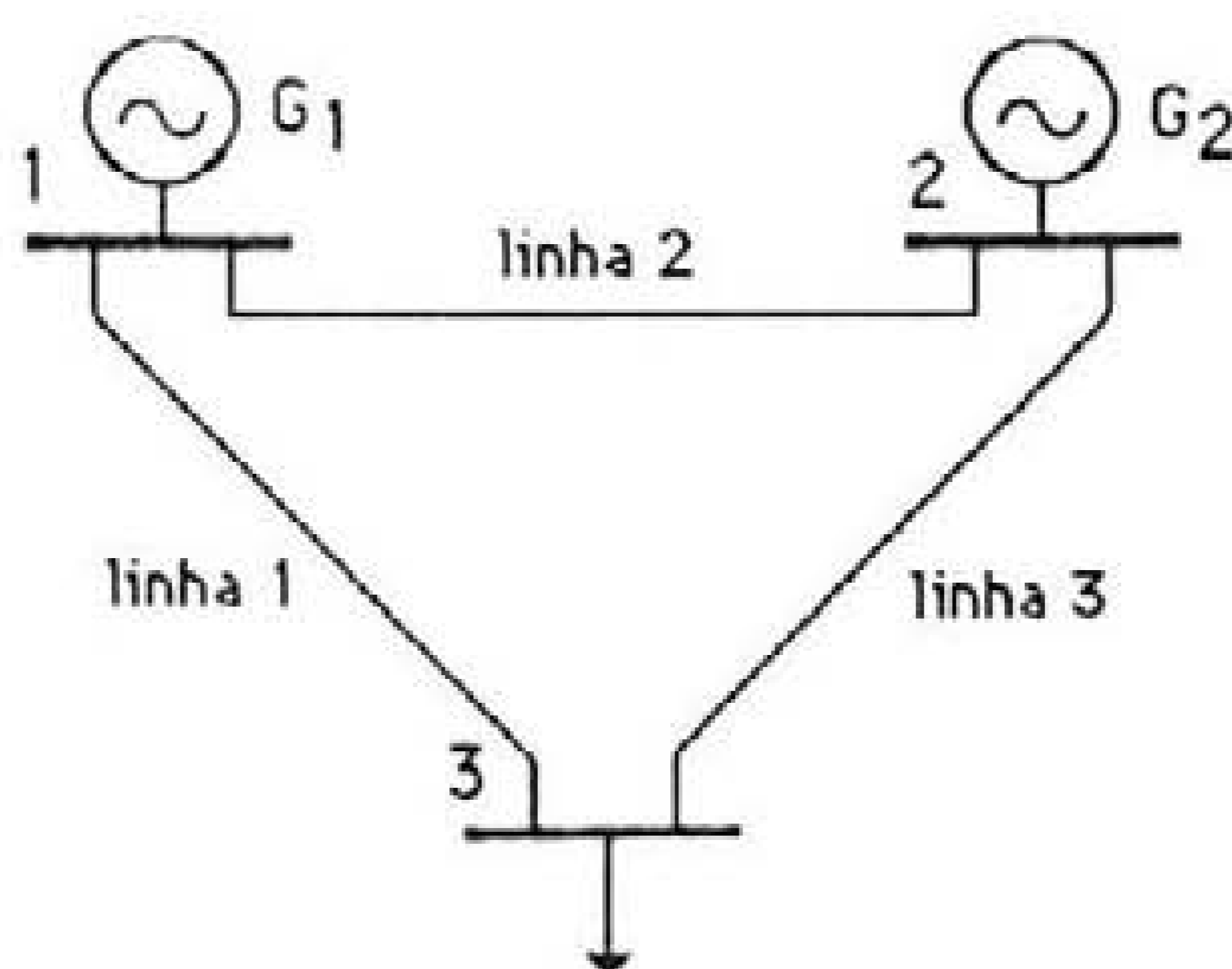


Fig. 7.4 - Esquema unifilar do sistema eléctrico de energia em análise.

A potência de carga do barramento 3 é representada pelo número impreciso trapezoidal (7.17).

$$\tilde{P}_{c3} = (2.0;3.0;4.0;5.0) \text{ MW} \quad (7.17)$$

As probabilidades de saída de serviço por avaria dos geradores e dos ramos do sistema assumem, respectivamente, os valores 0.1 e 0.01. Por outro lado, os limites técnicos dos elementos do sistema assumem os valores seguintes:

- a potência máxima produzida pelos geradores é de 6.0 MW;
- o limite máximo do trânsito de potência activa nos ramos é de 4.5 MW.

Para realizar a avaliação de fiabilidade deste pequeno sistema não se torna necessário realizar um sorteio de tipo Monte Carlo por forma a identificar os estados a analisar. Com efeito, assumindo o modelo de residência de cada componente em dois estados verifica-se que existem, apenas, 32 estados distintos. Desta forma, é possível analisar todos os possíveis estados em que o sistema poderá residir (mesmo os associados a estruturas não conexas) calculando, de forma exacta, o valor esperado da função de pertença da potência de corte de carga e os valores esperados dos índices de exposição e de robustez. A análise de pequenos sistemas possui, dada a sua dimensão, a desvantagem de tornar pouco realista a aplicação do algoritmo apresentado em 7.6 no que se refere, nomeadamente, ao sorteio de estados a analisar e eventual aceleração do processo de convergência. Estes aspectos serão testados no capítulo 8 no âmbito da análise de sistemas de maior dimensão em relação aos quais se revela impraticável realizar a enumeração de todos os possíveis estados de residência. Em todo o caso, a análise do sistema apresentado revela-se interessante visto constituir um exercício simples e esclarecedor de alguns conceitos e metodologias.

A análise de fiabilidade foi realizada calculando a função de pertença da potência de corte de carga associada a cada um dos possíveis estados de residência do sistema. Na tabela 7.1 são apresentadas as funções de pertença referidas e caracterizados os estados do sistema considerando os componentes indisponíveis. Na tabela referida os valores associados a a_1 e a_{10} representam os valores extremos do corte de nível 0.0, a_2 e a_9 os associados ao corte de nível 0.25, e de forma sucessiva e análoga, para a_3 e a_8 , a_4 e a_7 e a_5 e a_6 em relação aos cortes de nível 0.5, 0.75 e 1.0. Nesta tabela são também apresentados os valores dos índices de exposição e robustez (I_{exp} e I_{rob} , respectivamente) associados a cada estado.

O valor esperado da função de pertença da potência de corte de carga poderá ser calculada através de (7.18) uma vez que, neste estudo, foram analisados todos os possíveis estados de residência do sistema. Nesta expressão $p(x_i)$ e $\tilde{P}_{gc}(x_i)$ representam, respectivamente, a probabilidade de ocorrência do estado i e a função de pertença da potência de corte carga associada. A probabilidade de ocorrência de cada estado poderá ser calculada considerando a expressão D.2.2 apresentada no ponto 2.1 do Apêndice D. O número impreciso obtido é apresentado na tabela 7.2 e na figura 7.5. Na tabela referida os valores a_1 a a_{10} possuem o mesmo significado que o referido em relação à tabela 7.1.

$$E(P_{gc}) = \sum_{i=1}^{32} \tilde{P}_{gc}(x_i) \cdot p(x_i) \quad (7.18)$$

Est.	Fora serviço		Função de pertença da potência de corte de carga (MW)										I _{exp}	I _{rob}
	Ger.	Lin.	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄	a ₅	a ₆	a ₇	a ₈	a ₉	a ₁₀		
1	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0
2	1	-	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0
3	2	-	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0
4	-	1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.5	0.5	0.5
5	-	2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0
6	-	3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.5	0.5	0.5
7	1,2	-	2.0	2.25	2.5	2.75	3.0	4.0	4.25	4.5	4.75	5.0	1.0	0.0
8	1	1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.5	0.5	0.5
9	1	2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.5	0.5	0.5
10	1	3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.5	0.5	0.5
11	2	1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.5	0.5	0.5
12	2	2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.5	0.5	0.5
13	2	3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.5	0.5	0.5
14	-	1,2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.5	0.5	0.5
15	-	1,3	2.0	2.25	2.5	2.75	3.0	4.0	4.25	4.5	4.75	5.0	1.0	0.0
16	-	2,3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.5	0.5	0.5
17	1,2	1	2.0	2.25	2.5	2.75	3.0	4.0	4.25	4.5	4.75	5.0	1.0	0.0
18	1,2	2	2.0	2.25	2.5	2.75	3.0	4.0	4.25	4.5	4.75	5.0	1.0	0.0
19	1,2	3	2.0	2.25	2.5	2.75	3.0	4.0	4.25	4.5	4.75	5.0	1.0	0.0
20	1	1,2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.5	0.5	0.5
21	1	1,3	2.0	2.25	2.5	2.75	3.0	4.0	4.25	4.5	4.75	5.0	1.0	0.0
22	1	2,3	2.0	2.25	2.5	2.75	3.0	4.0	4.25	4.5	4.75	5.0	1.0	0.0
23	2	1,2	2.0	2.25	2.5	2.75	3.0	4.0	4.25	4.5	4.75	5.0	1.0	0.0
24	2	1,3	2.0	2.25	2.5	2.75	3.0	4.0	4.25	4.5	4.75	5.0	1.0	0.0
25	2	2,3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.5	0.5	0.5
26	-	1,2,3	2.0	2.25	2.5	2.75	3.0	4.0	4.25	4.5	4.75	5.0	1.0	0.0
27	1,2	1,2	2.0	2.25	2.5	2.75	3.0	4.0	4.25	4.5	4.75	5.0	1.0	0.0
28	1,2	1,3	2.0	2.25	2.5	2.75	3.0	4.0	4.25	4.5	4.75	5.0	1.0	0.0
29	1,2	2,3	2.0	2.25	2.5	2.75	3.0	4.0	4.25	4.5	4.75	5.0	1.0	0.0
30	1	1,2,3	2.0	2.25	2.5	2.75	3.0	4.0	4.25	4.5	4.75	5.0	1.0	0.0
31	2	1,2,3	2.0	2.25	2.5	2.75	3.0	4.0	4.25	4.5	4.75	5.0	1.0	0.0
32	1,2	1,2,3	2.0	2.25	2.5	2.75	3.0	4.0	4.25	4.5	4.75	5.0	1.0	0.0

Tab. 7.1 - Funções de pertença da potência de corte de carga associadas a cada estado do sistema.

Valor esperado da função de pertinência da potência de corte de carga (MW)									
a ₁	a ₂	a ₃	a ₄	a ₅	a ₆	a ₇	a ₈	a ₉	a ₁₀
0.0202	0.0227	0.0252	0.0277	0.0302	0.0403	0.0428	0.0454	0.0552	0.0651

Tab. 7.2 - Valor esperado da função de pertinência da potência de corte de carga.

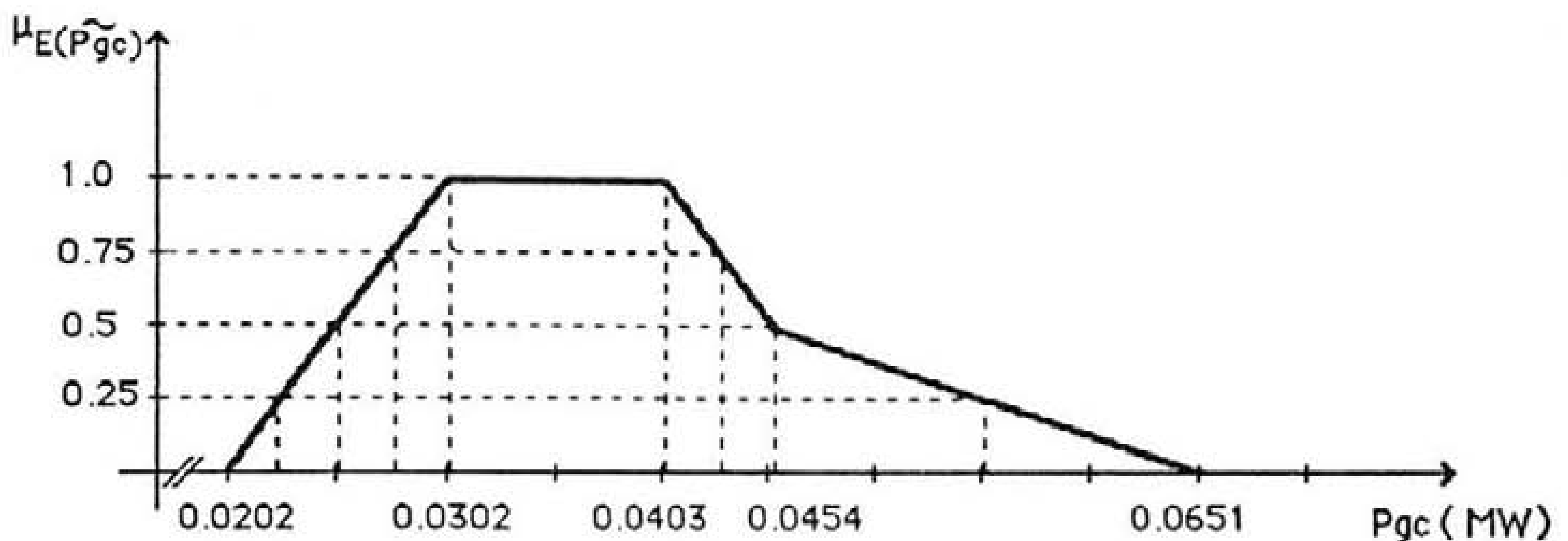


Fig. 7.5 - Valor esperado da função de pertinência da potência de corte de carga.

Por outro lado, os valores esperados dos índices de exposição e robustez podem ser calculados através de (7.19) e (7.20) uma vez que todos os possíveis estados de residência do sistema foram analisados. Nestas expressões, $l_{exp}(x_i)$ e $l_{rob}(x_i)$ representam os índices de exposição e robustez associados ao estado x_i . Os valores esperados destes índices assumem, na situação analisada, os valores 0.0247 e 0.9753, respectivamente.

$$E(l_{exp}) = \sum_{i=1}^{32} l_{exp}(x_i) \cdot p(x_i) \quad (7.19)$$

$$E(l_{rob}) = \sum_{i=1}^{32} l_{rob}(x_i) \cdot p(x_i) \quad (7.20)$$

De entre os resultados obtidos importa salientar, em primeiro lugar, o valor diminuto assumido pelo índice de exposição do sistema face às imprecisões consideradas apesar do valor especificado para a probabilidade de saída de serviço por avaria dos ramos do sistema ser elevado. A utilização destes valores elevados em relação aos que a prática

aconselharia foi adoptada por forma a tornar menos desequilibradas as componentes associadas aos subsistemas de produção e de transporte na potência de corte de carga.

Por outro lado, face à imprecisão associada a \tilde{P}_{c3} o corte de nível 0.0 de $E(\tilde{P}_{gc})$ desenvolve-se de forma assimétrica em torno do seu valor central (0.0352 MW). Esta característica está associada à existência de diversos estados do sistema para os quais a ocorrência de valores de potência de carga superiores a 4.5 MW origina valores não nulos da potência de corte de carga. Os estados 4, 6, 8 a 14, 16, 20 e 25 referidos na Tabela 7.1 encontram-se nesta situação. Repare-se que a realização de um estudo determinístico de fluxo de potências óptimo para o valor central da função de pertença da potência de carga (3.5 MW) conduziria, nesses estados, a valores nulos da potência de corte de carga. Desta forma, pode afirmar-se que a metodologia implementada permite obter um conhecimento mais completo do comportamento do sistema face aos dois tipos de imprecisões especificadas.

7.8. Resumo e conclusões

Neste Capítulo o modelo de fluxo de potências óptimo impreciso apresentado no Capítulo 5 foi integrado numa metodologia que permite avaliar a fiabilidade de um sistema eléctrico constituído por subsistemas de produção e de transporte de energia. A metodologia referida integra imprecisões associadas ao carácter não ideal dos componentes do sistema (representadas através de modelos probabilísticos) e inerentes às potências de carga especificadas (representadas por números imprecisos). Esta faceta revela-se interessante e inovadora permitindo, também, realçar dois aspectos:

- por um lado, reforça a convicção de que o aparecimento de metodologias utilizando conjuntos imprecisos não visa substituir os modelos probabilísticos;
- por outro, permite reafirmar que em cada situação concreta deverão ser utilizados os conceitos e modelos que mais se ajustam e melhor representam a realidade e a informação disponível.

Desta forma, no âmbito do planeamento de expansão de sistemas eléctricos de energia são integrados conceitos associados a estes dois tipos de imprecisões permitindo, por exemplo, obter estimativas do valor esperado da função de pertença da potência e da probabilidade de corte de carga.

CAPÍTULO 8

Exemplos de aplicação

Capítulo 8

Exemplos de aplicação

8.1. Considerações gerais

Neste Capítulo serão apresentados resultados obtidos através da aplicação dos algoritmos desenvolvidos no âmbito do fluxo de potências impreciso, fluxo de potências ótimo impreciso, planeamento flexível e avaliação de fiabilidade ao sistema "MRTS". Este sistema, cujos dados são referidos no Apêndice F, permitirá evidenciar a aplicação desses algoritmos em situações mais próximas da realidade.

Os resultados referidos serão apresentados considerando, numa primeira fase, elementos correspondentes aos algoritmos de fluxo de potências impreciso e à integração de dependências nodais de acordo com o referido em 4.7. A avaliação do desempenho do modelo AC de fluxo de potências impreciso será realizada comparando os resultados obtidos com as funções de pertinência construídas através da resolução de diversos problemas de optimização não linear e da utilização de uma estratégia de simulação por amostragem aleatória.

No ponto 8.3 serão apresentados resultados associados ao fluxo de potências ótimo impreciso, planeamento flexível e avaliação da fiabilidade. Estes resultados correspondem a dois conjuntos de potências de carga associados a diferentes imprecisões. Em relação a cada um deles serão analisados o caso base (no qual todos os componentes do sistema estão disponíveis) e alguns estados correspondentes a situações de contingência. Para alguns destes estados serão apresentadas a função de pertinência da potência de corte de carga, os índices de exposição e robustez e estudadas estratégias de diminuição do risco das decisões de planeamento. A fiabilidade do sistema será avaliada, finalmente, em relação aos dois conjuntos de potências de carga considerados.

8.2. Aplicação dos algoritmos de fluxo de potências impreciso

O sistema "MRTS" foi utilizado para aplicar os diversos modelos de fluxo de potências impreciso desenvolvidos. Para este efeito foram consideradas funções de pertinência

de potências produzidas e de carga especificadas obtidas através da metodologia apresentada em 3.3.2. Os valores centrais e modificadores linguísticos associados às funções de pertinência das diversas potências especificadas são apresentados nas tabelas F.5, F.6 e F.7 do Apêndice F. A construção das funções de pertinência respectivas foi realizada adoptando o valor de 5% para as margens de variação à esquerda e à direita. Serão apresentados em seguida resultados obtidos utilizando o modelo DC impreciso e modelos DC e AC incrementais. Nas situações apresentadas, o barramento 1 foi adoptado para referência dos argumentos e, também, para barramento de compensação nos modelos AC.

8.2.1. Fluxo de potências impreciso utilizando o modelo DC impreciso

O modelo DC impreciso apresentado em 4.3 permite obter a função de pertinência da potência activa produzida no barramento 1 esquematizada na figura 8.1 e as funções de pertinência da fase de tensões e de trânsitos de potência activa referidas nas tabelas 8.1 e 8.2, respectivamente. Nestas tabelas a_1 e a_4 correspondem aos valores extremos do corte de nível

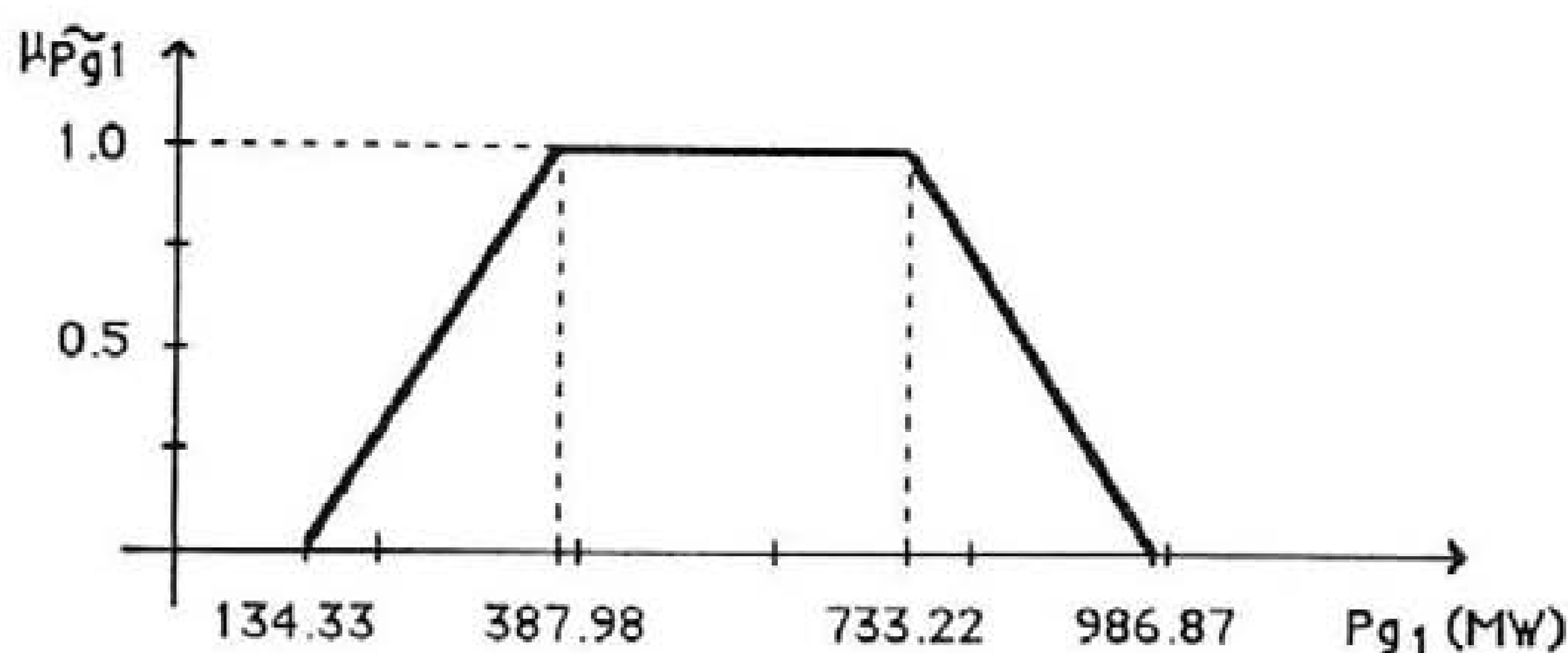


Fig. 8.1 - Função de pertinência de \tilde{P}_{g1} (modelo A).

barra.	Função de pertinência da fase de tensões (grau)			
	a_1	a_2	a_3	a_4
2	-2.46	-1.57	-0.34	0.54
4	-17.97	-13.08	-6.25	-1.36
6	-24.14	-18.55	-11.09	-5.50
8	-30.89	-22.30	-9.81	-1.22
9	-22.32	-14.15	-3.54	4.62
15	-7.97	3.69	18.32	29.99
19	-6.73	4.66	18.99	30.38

Tab. 8.1 - Funções de pertinência da fase de tensões (modelo A).

0.0 e a_2 e a_3 aos valores extremos do corte de nível 1.0. Como foi referido em 4.3, este modelo adopta a subtracção de números imprecisos para resolver a equação de equilíbrio de potências activas pelo que, em termos da classificação apresentada em 4.7 no âmbito da integração de dependências nodais, esta situação corresponde a um modelo de tipo A. As funções de pertença dos trânsitos de potência activa nos ramos 1 e 29 encontram-se, também, esquematizadas nas figuras 8.2 e 8.3.

ramo	nós extremos		Função de pertença de trânsitos de pot. activa (MW)			
			a_1	a_2	a_3	a_4
1	1	2	-67.91	43.47	197.74	309.13
2	1	3	-33.60	31.50	112.74	177.85
7	3	24	-340.34	-286.28	-221.00	-166.93
8	4	9	-107.43	-51.50	23.85	79.78
9	5	10	-74.02	-2.38	93.71	165.34
19	11	14	-175.78	-119.99	-46.32	9.46
23	14	16	-521.30	-467.35	-397.36	-343.41
24	15	16	-71.95	-22.72	33.43	82.66
29	16	19	-160.55	-101.01	-30.99	28.55
34	19	20	-242.39	-213.01	-178.78	-149.40

Tab. 8.2 - Funções de pertença de trânsitos de potência activa (modelo A).

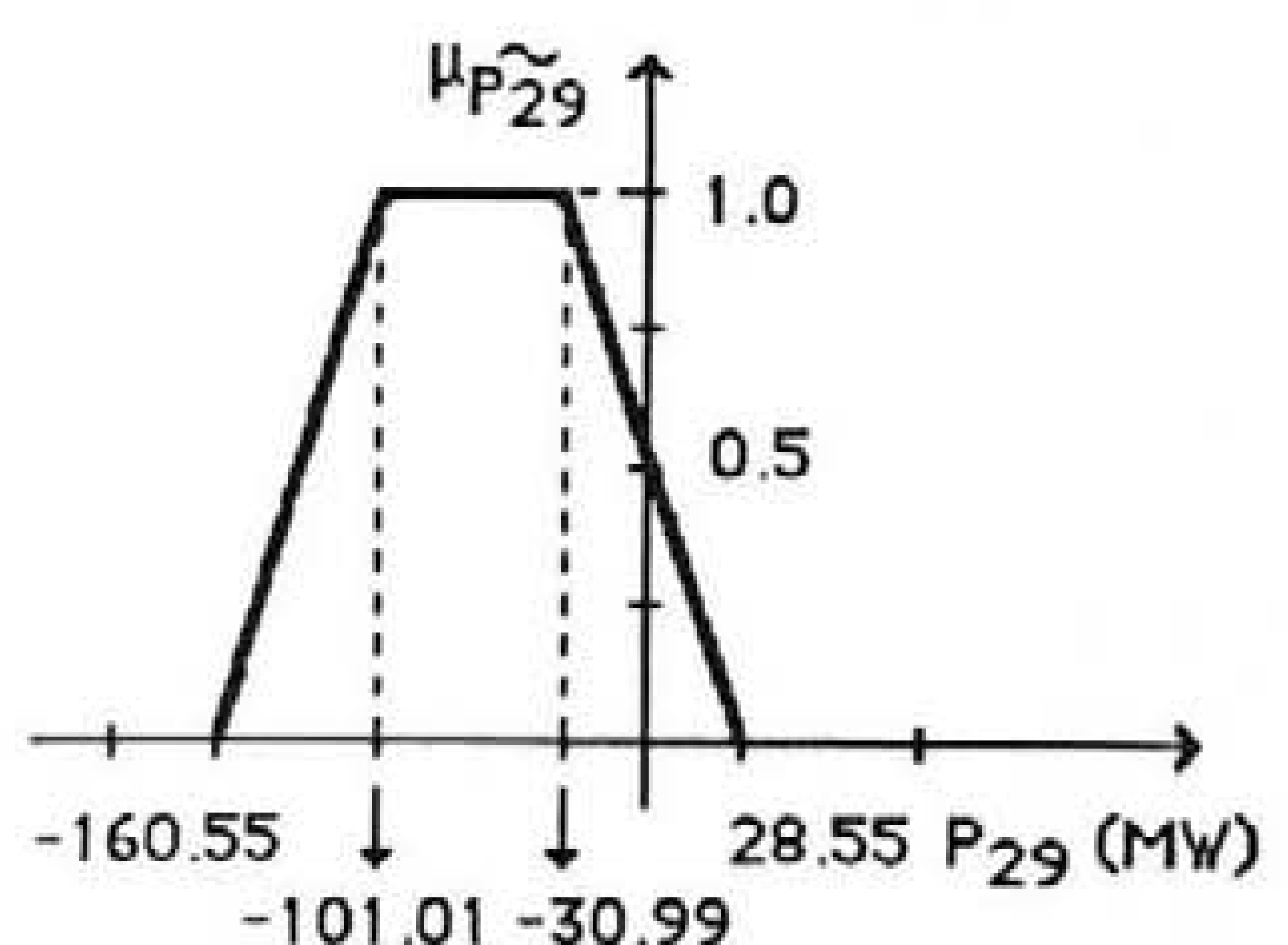
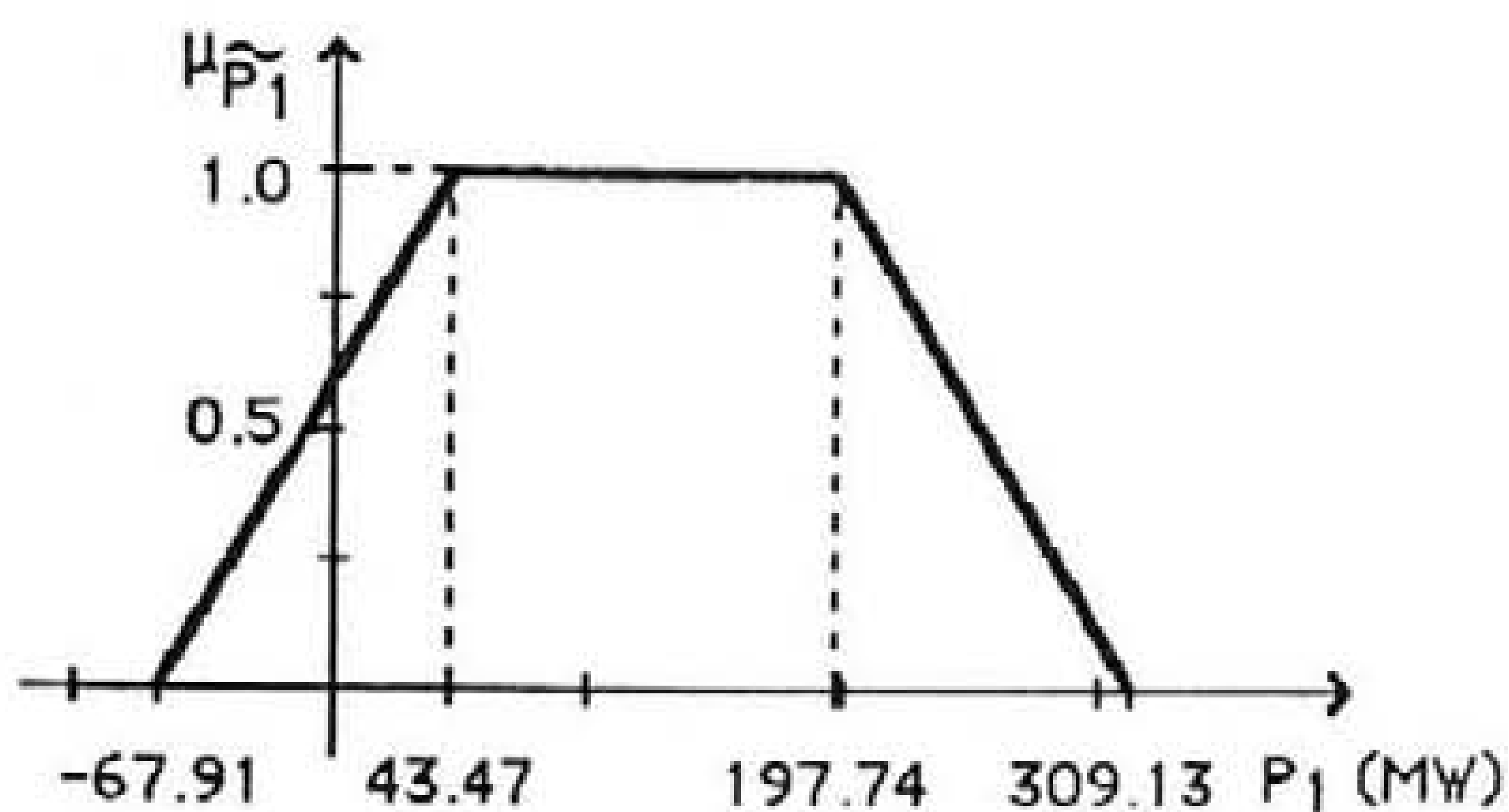


Fig. 8.2 - Função de pert. de \tilde{P}_1 (modelo A). Fig. 8.3 - Função de pert. de \tilde{P}_{29} (modelo A).

O comportamento do sistema foi analisado, em seguida, considerando que a potência activa produzida no barramento 1 não poderia exceder 800.0 MW. Esta situação corresponde ao modelo C em termos da classificação apresentada em 4.7 no âmbito da integração de dependências nodais. A função de pertença da potência activa produzida neste barramento encontra-se, agora, esquematizada na figura 8.4 e poderá ser encarada, de forma análoga ao

esquematizado na figura 4.14, como a intersecção da função de pertinência correspondente ao modelo A (figura 8.1) com o número impreciso rectangular dado por 8.1.

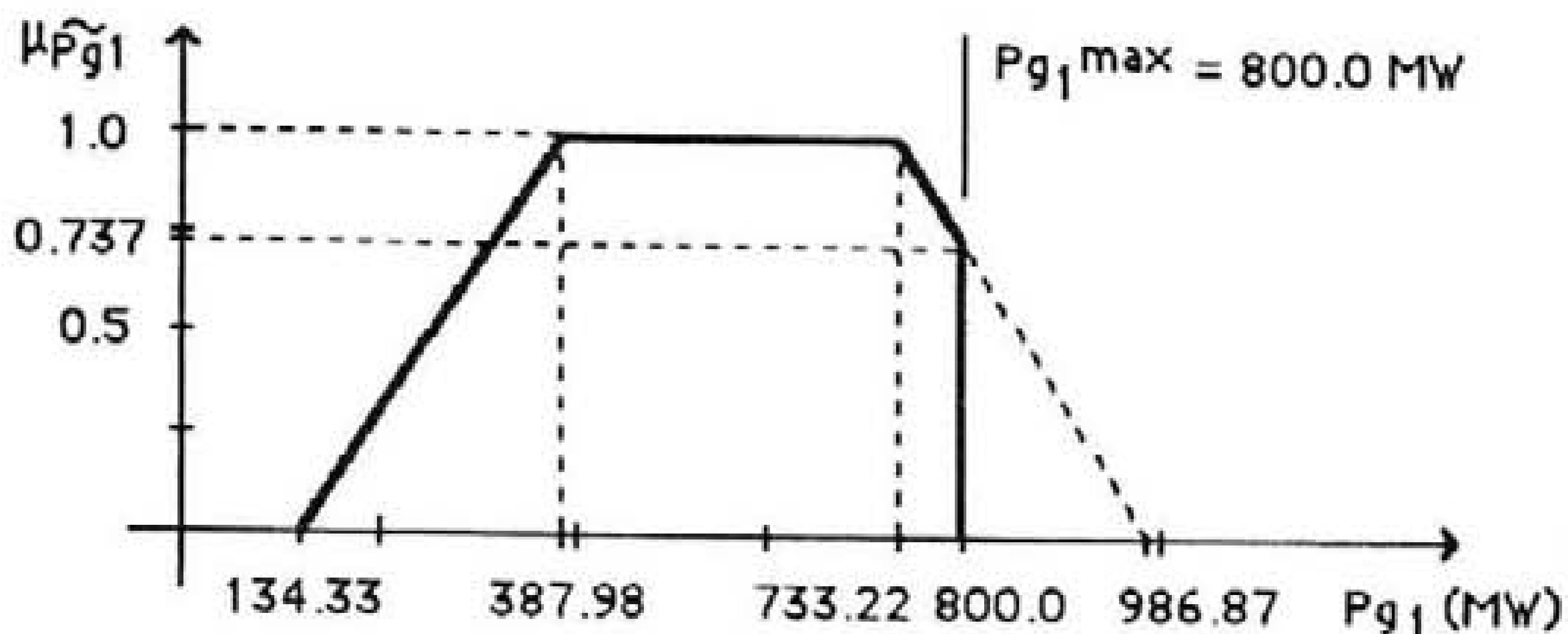


Fig. 8.4 - Função de pertinência de \tilde{P}_{g1} (modelo C, $P_{g1}^{\max}=800.0$ MW).

$$\tilde{P} = (0.0; 0.0 ; 800.00; 800.00) \text{ MW} \quad (8.1)$$

Nas tabelas 8.3 e 8.4 são apresentadas as funções de pertinência da fase de tensões e de trânsitos de potência activa em ramos do sistema. Nestas tabelas os pares de valores a_1 e a_6 , a_2 e a_5 e a_3 e a_4 correspondem, respectivamente, aos valores extremos dos cortes de nível 0.0, 0.737 e 1.0. A função de pertinência do trânsito de potência activa no ramo 1 encontra-se esquematizada na figura 8.5. Em relação ao trânsito de potência activa no ramo 29, verifica-se que a sua função de pertinência não se altera em relação à apresentada na figura 8.3 ao considerar o limite já referido para a potência activa produzida no barramento 1.

barra.	Função de pertinência da fase de tensões (grau)					
	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
2	-1.95	-1.80	-1.57	-0.34	-0.11	0.54
4	-15.65	-14.37	-13.08	-6.25	-4.97	-1.36
6	-21.65	-20.02	-18.55	-11.09	-9.62	-5.50
8	-27.46	-24.56	-22.30	-9.81	-7.55	-1.22
9	-18.78	-16.30	-14.15	-3.54	-1.39	4.62
15	-4.52	0.61	3.69	18.32	21.39	29.99
19	-3.15	1.66	4.66	18.99	21.99	30.38

Tab. 8.3 - Funções de pertinência da fase de tensões (modelo C, $P_{g1}^{\max}=800.0$ MW).

ramo	nós extremos		Função de pertença de trânsitos de potência activa (MW)					
			a ₁	a ₂	a ₃	a ₄	a ₅	a ₆
1	1	2	-67.91	14.14	43.47	197.74	227.07	245.35
2	1	3	-33.60	14.36	31.50	112.74	129.88	154.83
7	3	24	-340.34	-300.51	-286.28	-221.00	-206.76	-171.64
8	4	9	-107.43	-66.22	-51.50	23.85	38.58	59.38
9	5	10	-74.02	-21.24	-2.38	93.71	112.57	137.10
19	11	14	-175.78	-134.68	-119.99	-46.32	-31.63	9.46
23	14	16	-521.30	-481.56	-467.35	-397.36	-383.15	-343.41
24	15	16	-71.95	-35.69	-22.72	33.43	46.39	82.66
29	16	19	-160.55	-116.69	-101.01	-30.99	-15.31	28.55
34	19	20	-242.39	-220.75	-213.01	-178.78	-171.04	-149.40

Tab. 8.4 - Funções de pert. de trânsitos de potência activa (modelo C, $P_{g1}^{\max}=800.0\text{MW}$).

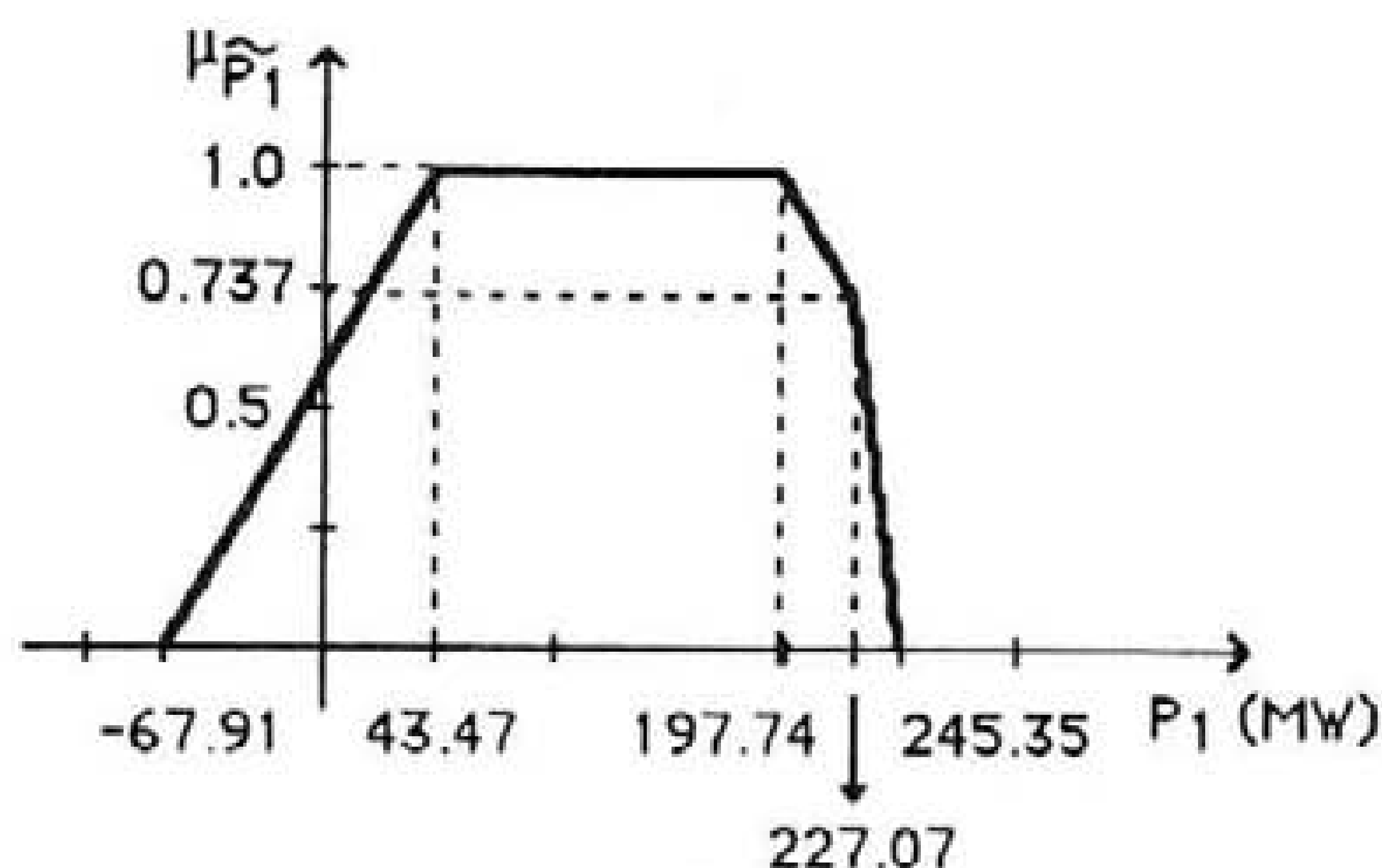


Fig. 8.5 - Função de pertinência de \tilde{P}_1 (modelo C, $P_{g1}^{\max}=800.0\text{ MW}$).

A finalizar, o modelo DC impreciso foi utilizado considerando a resolução da equação de equilíbrio de potências activas utilizando o processo de desconvolução referido no ponto 10 do Apêndice A. Esta situação corresponde ao modelo B em termos da classificação já referida. A função de pertinência da potência activa produzida no barramento 1 encontra-se esquematizada na figura 8.6 e as funções de pertinência da fase de tensões e de trânsitos de potência activa em ramos do sistema são apresentadas nas tabelas 8.5 e 8.6. Nestas tabelas os pares de valores a_1 e a_4 e a_2 e a_3 correspondem, respectivamente, aos valores extremos dos cortes de nível 0.0 e 1.0. A função de pertinência do trânsito de potência activa no ramo 1 encontra-se esquematizada na figura 8.7. De forma análoga ao referido em relação ao modelo C, a função de pertinência do trânsito de potência activa no ramo 29 não se altera em relação à apresentada na figura 8.3.

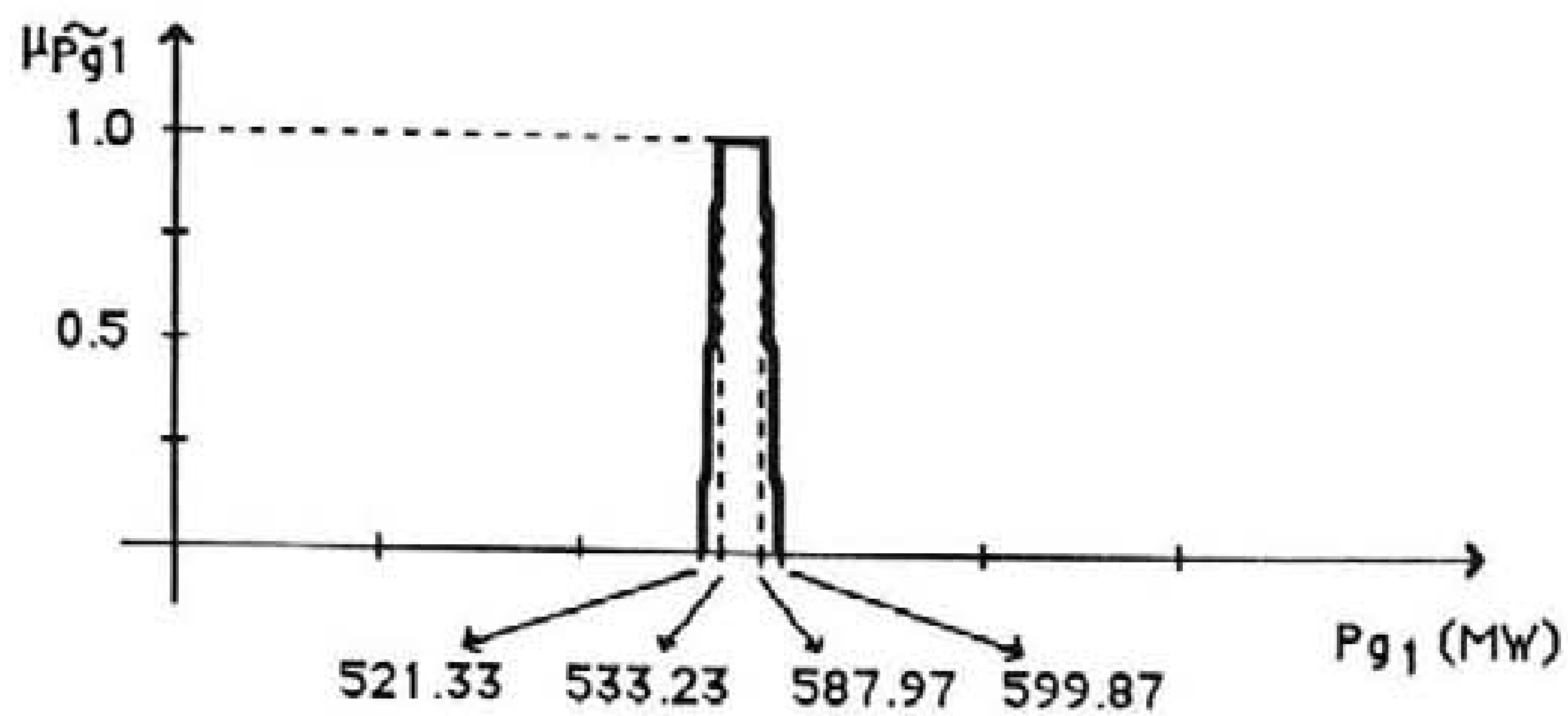


Fig. 8.6 - Função de pertinência de \tilde{P}_{g1} (modelo B).

barra.	Função de pertinência da fase de tensões (grau)			
	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄
2	-1.29	-1.15	-0.77	-0.62
4	-11.60	-10.84	-8.49	-7.73
6	-17.08	-16.09	-13.55	-12.56
8	-21.14	-18.93	-13.18	-10.97
9	-11.97	-10.61	-7.08	-5.72
15	3.34	7.12	14.89	18.66
19	4.94	8.18	15.47	18.71

Tab. 8.5 - Funções de pertinência da fase de tensões (modelo B).

ramo	nós extremos		Função de pertinência de trânsitos de pot. activa (MW)			
			a ₁	a ₂	a ₃	a ₄
1	1	2	78.46	96.78	144.43	162.75
2	1	3	38.79	54.63	89.61	105.46
7	3	24	-309.42	-278.81	-228.47	-197.86
8	4	9	-40.37	-30.33	2.68	12.72
9	5	10	12.82	26.72	64.60	78.49
19	11	14	-162.61	-119.71	-46.60	-3.70
23	14	16	-514.16	-467.35	-397.36	-350.55
24	15	16	-71.67	-22.39	33.09	82.37
29	16	19	-160.55	-101.01	-30.99	28.55
34	19	20	-242.39	-231.01	-178.78	-149.40

Tab. 8.6 - Funções de pertinência de trânsitos de potência activa (modelo B).

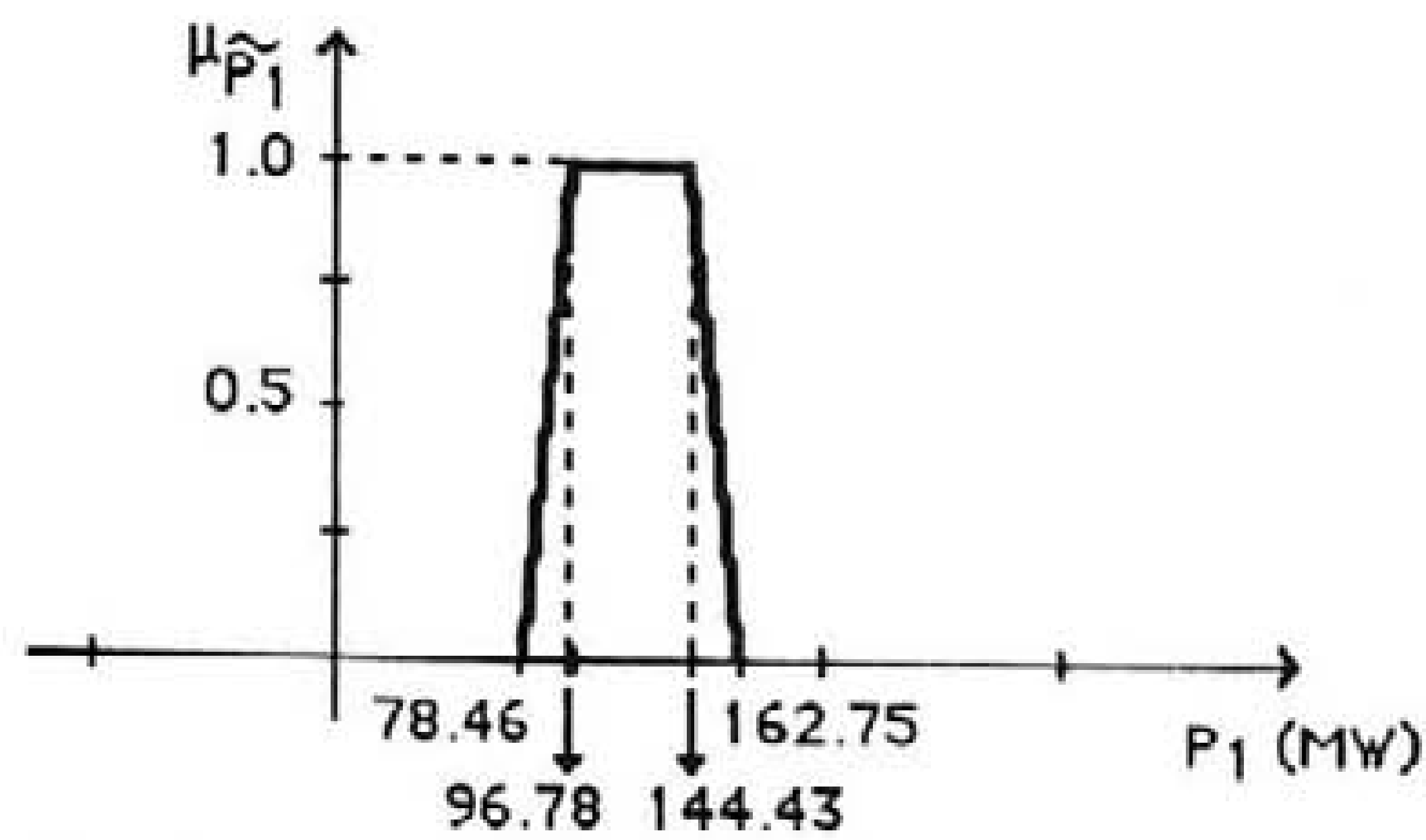


Fig. 8.7 - Função de pertinência de \tilde{P}_1 (modelo B).

8.2.2. Fluxo de potências impreciso utilizando o modelo DC incremental

O modelo DC incremental apresentado em 4.4.2 foi utilizado, em seguida, considerando três situações análogas às apresentadas no ponto anterior. Desta forma, as figuras 8.8 a 8.10 e as tabelas 8.7 e 8.8 correspondem a resultados obtidos considerando a resolução da equação de equilíbrio de potências activas através da subtracção de números imprecisos (modelo A). Por outro lado, as figuras 8.11 e 8.12 e as tabelas 8.9 e 8.10 correspondem a resultados obtidos considerando que a potência activa produzida no barramento 1 não poderá exceder 800.0 MW (modelo C). A finalizar, as figuras 8.13 e 8.14 e as tabelas 8.11 e 8.12 estão associadas a resultados obtidos considerando a resolução da equação de equilíbrio de potências activas através da sua desconvolução. Nas tabelas referidas os pares de valores a_1 e a_4 e a_2 e a_3 correspondem aos valores extremos dos cortes de nível 0.0 e 1.0 das diversas funções de pertinência. De forma análoga ao referido no ponto anterior, a função de pertinência do trânsito de potência activa no ramo 29 correspondente aos modelos C e B não se altera em relação à obtida considerando o modelo A (figura 8.10).

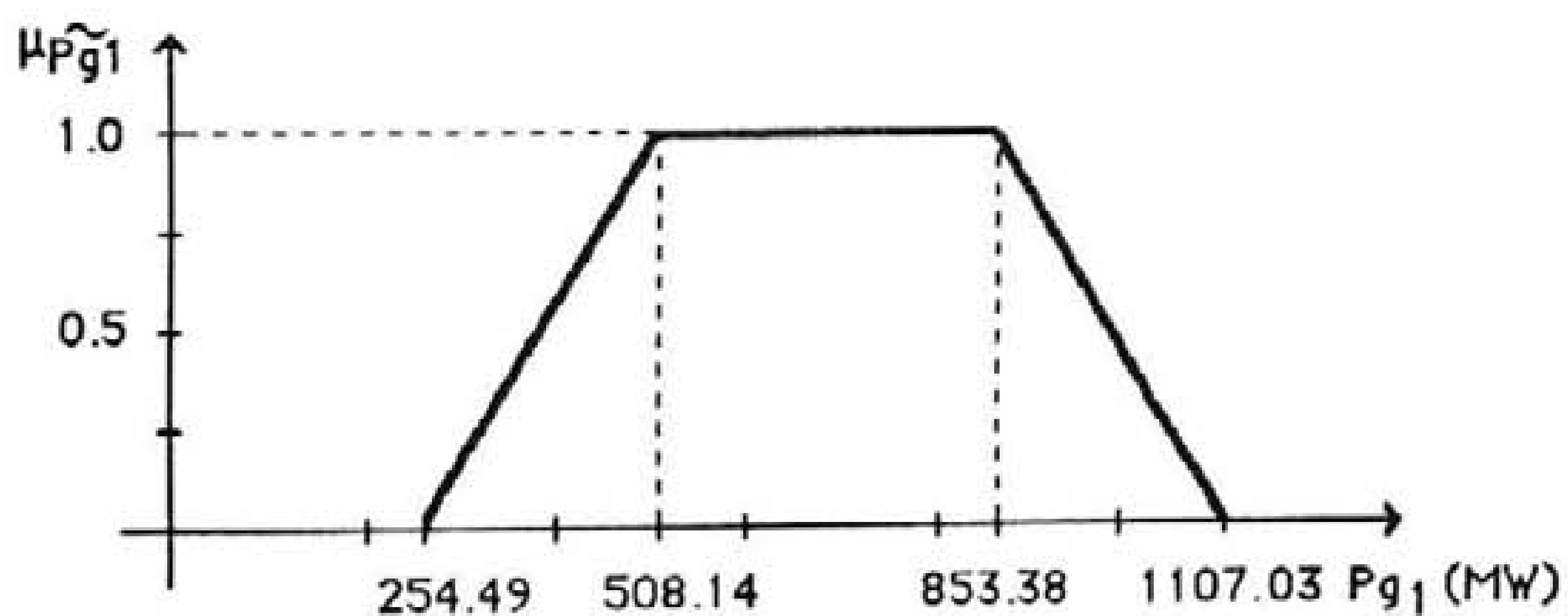


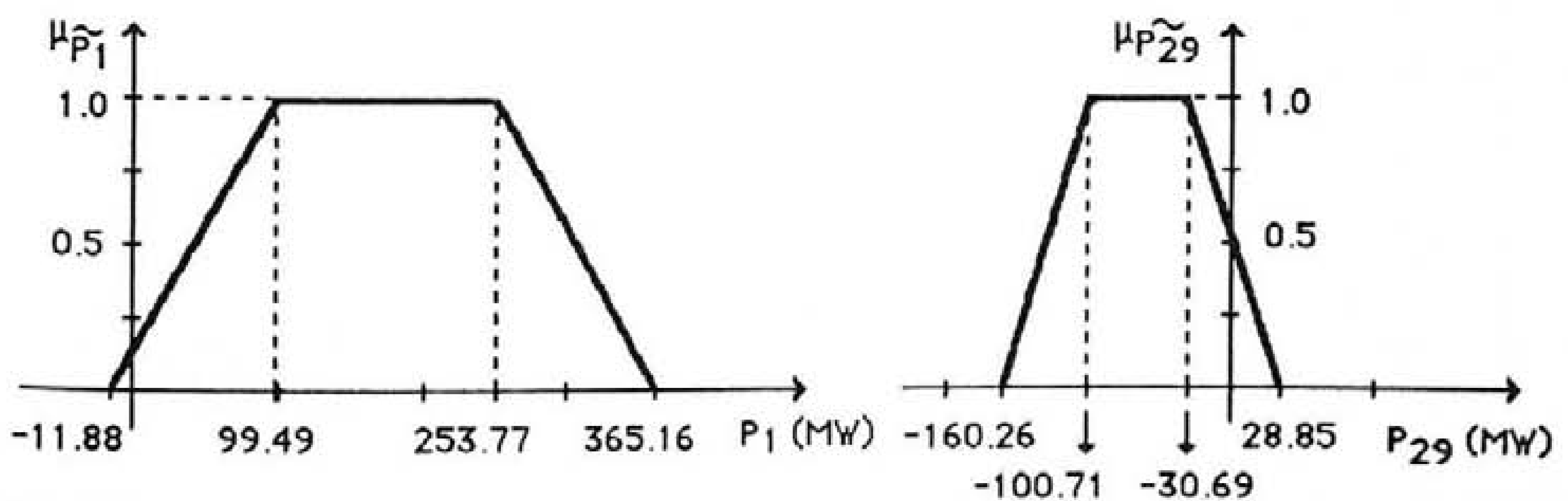
Fig. 8.8 - Função de pertinência de \tilde{P}_{g1} (modelo A).

barra.	Função de pertinência da fase de tensões (grau)			
	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄
2	-2.76	-1.87	-0.64	0.24
4	-18.90	-14.01	-7.19	-2.29
6	-25.66	-20.06	-12.61	-7.01
8	-34.33	-25.74	-13.25	-4.66
9	-24.41	-16.24	-5.63	2.54
15	-10.46	1.20	15.83	27.50
19	-9.12	2.27	16.60	27.99

Tab. 8.7 - Funções de pertinência da fase de tensões (modelo A).

ramo	nós extremos		Função de pertinência de trânsitos de pot. activa (MW)			
			a ₁	a ₂	a ₃	a ₄
1	1	2	-11.88	99.49	253.77	365.16
2	1	3	-4.52	60.59	141.82	206.94
7	3	24	-317.05	-262.98	-197.70	-143.64
8	4	9	-85.05	-29.12	46.23	102.16
9	5	10	-47.85	23.78	119.87	191.51
19	11	14	-164.01	-108.22	-34.55	21.23
23	14	16	-509.85	-455.90	-385.90	-331.95
24	15	16	-68.49	-19.27	36.89	86.11
29	16	19	-160.26	-100.71	-30.69	28.85
34	19	20	-242.44	-213.06	-178.83	-149.44

Tab. 8.8 - Funções de pertinência de trânsitos de potência activa (modelo A).

Fig. 8.9 - Função de pert. de \tilde{P}_1 (modelo A). Fig. 8.10 - Função de pert. de \tilde{P}_{29} (modelo A).

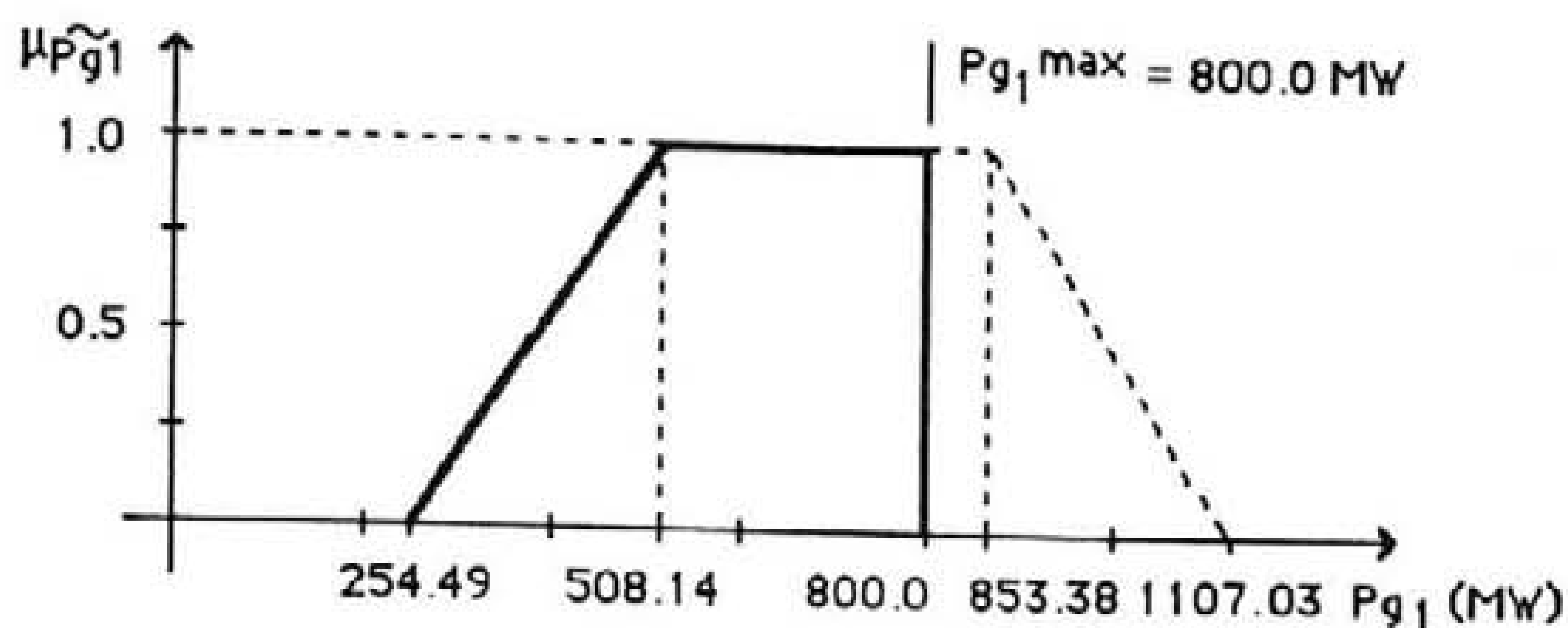


Fig. 8.11- Função de pertinência de \tilde{P}_{g1} (modelo C, $P_{g1}^{\max}=800.0 \text{ MW}$).

barra.	Função de pertinência da fase de tensões (grau)			
	a_1	a_2	a_3	a_4
2	-1.94	-1.83	-0.67	0.23
4	-14.69	-13.92	-7.28	-2.33
6	-21.04	-19.99	-12.68	-7.05
8	-27.96	-25.68	-13.31	-4.69
9	-17.69	-16.17	-5.69	2.51
15	-3.86	1.25	15.77	27.48
19	-2.43	2.33	16.54	27.97

Tab. 8.9 - Funções de pertinência da fase de tensões (modelo C, $P_{g1}^{\max}=800.0\text{MW}$).

ramo	nós extremos	Função de pertinência de trânsitos de pot. activa (MW)			
		a_1	a_2	a_3	a_4
1	1 2	-10.37	104.01	249.25	262.88
2	1 3	-4.35	60.97	141.82	162.12
7	3 24	-317.05	-262.92	-197.77	-155.52
8	4 9	-85.05	-29.12	46.23	60.00
9	5 10	-47.85	24.03	119.62	136.01
19	11 14	-164.01	-108.22	-34.55	21.23
23	14 16	-509.85	-455.90	-385.90	-331.95
24	15 16	-68.49	-19.27	36.89	86.11
29	16 19	-160.26	-100.71	-30.69	28.85
34	19 20	-242.44	-213.06	-178.83	-149.44

Tab. 8.10 - Funções de pert. de trânsitos de potência activa (modelo C, $P_{g1}^{\max}=800.0\text{MW}$).



Fig. 8.12 - Função de pertinência de \tilde{P}_1 (modelo C, $P_{g1\max}=800.0\text{MW}$).

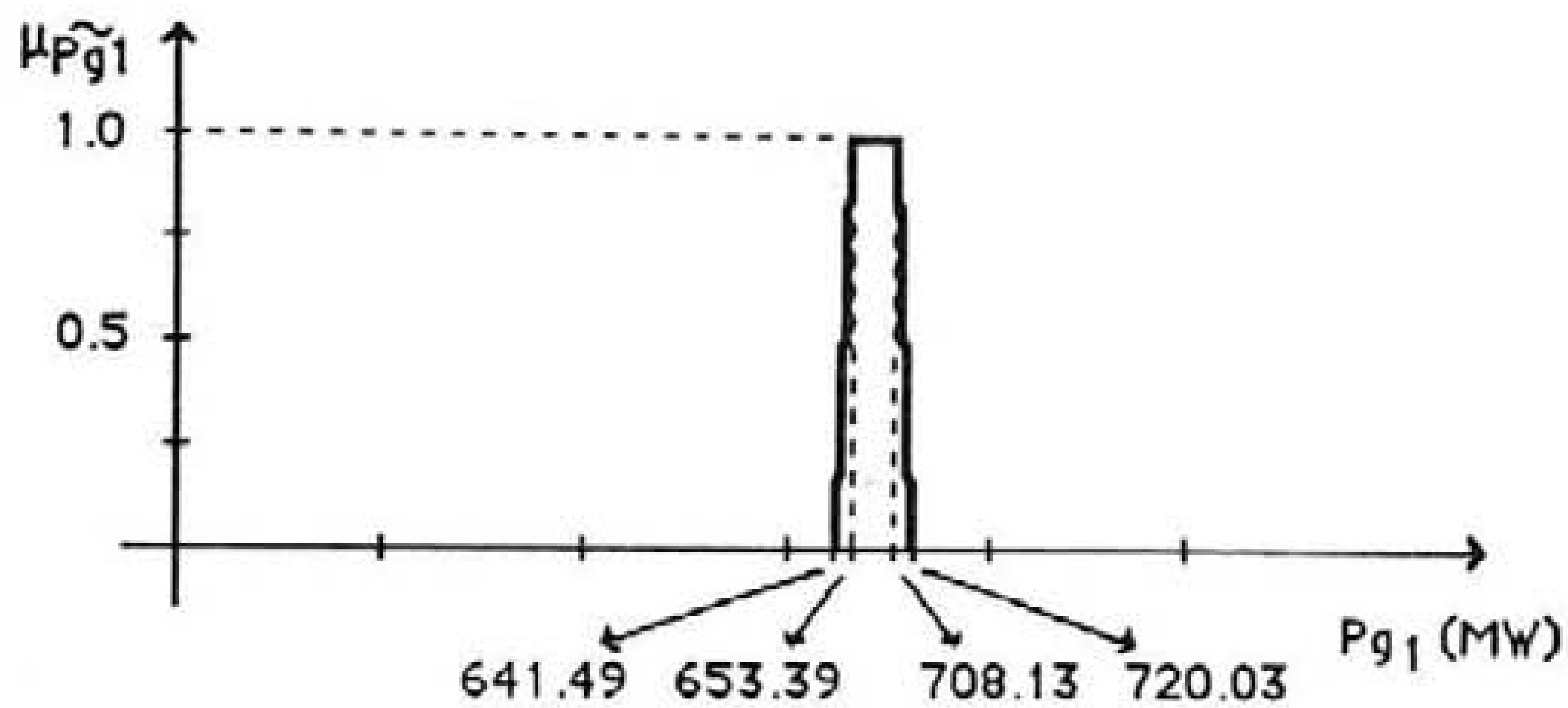


Fig. 8.13 - Função de pertinência de \tilde{P}_{g1} (modelo B).

barra.	Função de pertinência da fase de tensões (grau)			
	a_1	a_2	a_3	a_4
2	-1.59	-1.44	-1.06	-0.92
4	-12.54	-11.78	-9.42	-8.66
6	-18.59	-17.60	-15.07	-14.08
8	-24.58	-22.37	-16.62	-14.41
9	-14.05	-12.70	-9.17	-7.81
15	0.86	4.63	12.40	16.17
19	2.55	5.79	13.08	16.32

Tab. 8.11 - Funções de pertinência da fase de tensões (modelo B).

ramo	nós extremos		Função de pertinência de trânsitos de pot. activa (MW)			
			a ₁	a ₂	a ₃	a ₄
1	1	2	134.49	152.81	200.46	218.77
2	1	3	67.87	83.72	118.70	134.54
7	3	24	-286.12	-255.51	-205.17	-174.56
8	4	9	-17.99	-7.95	25.06	35.10
9	5	10	38.99	52.88	90.77	104.66
19	11	14	-150.84	-107.94	-34.83	8.06
23	14	16	-502.70	-455.90	-385.90	-339.10
24	15	16	-68.21	-18.93	36.55	85.83
29	16	19	-160.26	-100.71	-30.69	28.85
34	19	20	-242.44	-213.01	-178.83	-149.44

Tab. 8.12 - Funções de pertinência de trânsitos de potência activa (modelo B).

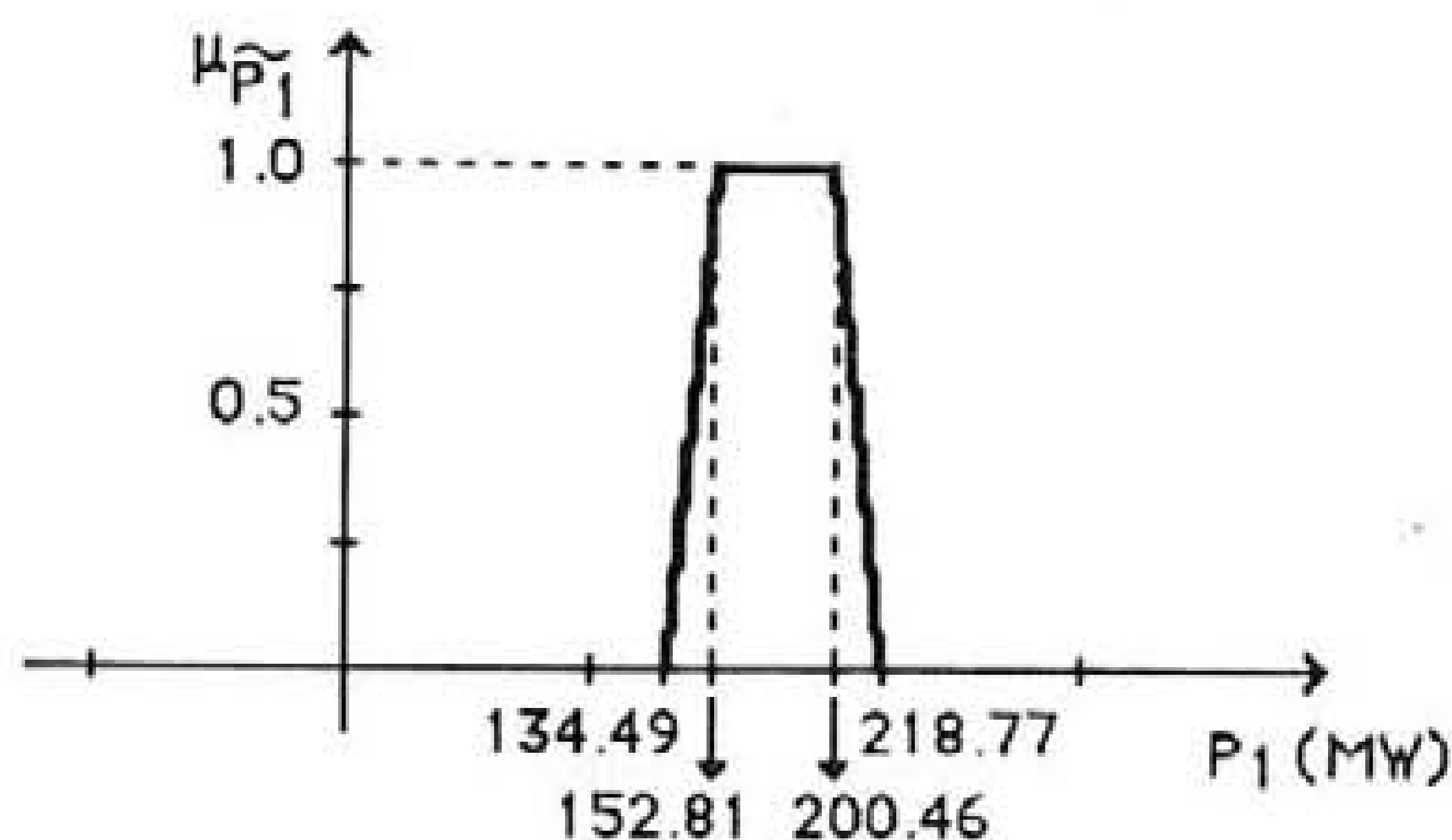


Fig. 8.14 - Função de pertinência de \tilde{P}_1 (modelo B).

8.2.3. Fluxo de potências impreciso utilizando o modelo AC incremental

O modelo AC incremental de fluxo de potências impreciso apresentado em 4.4.3 foi utilizado, em seguida, para obter um conhecimento mais completo do funcionamento do sistema. Os valores correspondentes ao módulo das tensões especificadas, à classificação dos barramentos do sistema e outros elementos necessários à realização deste estudo são referidos no Apêndice F.

De forma análoga ao realizado em 8.2.1 e 8.2.2, foram também analisadas três situações correspondentes à resolução da equação de equilíbrio de potências activas através da subtracção de números imprecisos (modelo A), da sua desconvolução (modelo B) e à imposição de um valor máximo da potência activa produzida no barramento 1 (modelo C). Desta forma as tabelas 8.13 a 8.17 apresentam funções de pertinência da potência activa

produzida no barramento 1, do módulo de tensões, da fase de tensões, de trânsitos de potência activa e de trânsitos de potência reactiva correspondentes ao modelo A. As tabelas 8.18 a 8.22 e 8.23 a 8.27 apresentam as funções de pertinência das grandezas referidas associados aos modelos C e B, respectivamente. Nestas tabelas os pares de valores a_1 e a_4 e a_2 e a_3 correspondem aos valores extremos dos cortes de nível 0.0 e 1.0 das funções de pertinência respectivas. As tabelas 8.13 a 8.17 (associadas ao modelo A) integram, ainda, os valores

Função de pertinência da pot. activa prod. no barra. 1 (MW)				Valores obtidos para pot. mínimas e máximas (MW)	
a_1	a_2	a_3	a_4		
225.27	494.91	866.54	1136.18	627.78	735.10

Tab. 8.13 - Função de pertinência da potência activa produzida no barramento 1 (modelo A).

barra.	Função de pertinência do módulo de tensões (kV)				Valores obtidos para pot. mínimas e máximas (kV)	
	a_1	a_2	a_3	a_4		
3	126.29	127.51	128.93	130.14	129.60	126.75
4	130.50	131.70	134.06	135.26	134.01	131.67
6	131.83	133.41	136.01	137.59	135.84	133.48
8	132.82	133.50	134.81	135.48	135.17	133.08
9	128.80	129.80	131.36	132.35	131.79	129.29
19	230.69	231.03	231.49	231.84	231.51	231.01
24	219.09	221.30	223.79	225.99	223.79	221.23

Tab. 8.14 - Funções de pertinência do módulo de tensões (modelo A).

barra.	Função de pertinência da fase de tensões (grau)				Valores obtidos para pot. mínimas e máximas (grau)	
	a_1	a_2	a_3	a_4		
2	-2.70	-1.85	-0.66	0.18	-1.14	-1.37
4	-19.11	-14.13	-7.07	-2.08	-9.56	-11.68
6	-26.37	-20.39	-12.28	-6.30	-15.28	-17.44
8	-35.76	-26.42	-12.57	-3.23	-17.60	-21.49
9	-25.34	-16.64	-5.22	3.47	-9.53	-12.40
15	-11.43	0.79	16.24	28.46	8.83	8.16
19	-10.08	1.86	17.00	28.96	9.70	9.12

Tab. 8.15 - Funções de pertinência da fase de tensões (modelo A).

obtidos para as grandezas em causa através de estudos determinísticos de fluxo de potências considerando perfis de potências especificadas constituídos, respectivamente, pelos valores mínimos e máximos dos conjuntos suporte das funções de pertinência correspondentes. Na figura 8.15, a finalizar, são representadas, de forma esquemática, as funções de pertinência dos trânsitos de potência activa em alguns ramos do sistema.

ramo	nós	extremos	Função de pert. de trânsitos pot. activa (MW)				Valores obtidos para pot. mín. e máx. (MW)	
			a ₁	a ₂	a ₃	a ₄		
1	1	2	-26.80	92.70	260.56	380.08	160.68	193.25
2	1	3	-7.79	59.11	143.30	210.21	90.82	111.92
7	3	24	-311.08	-260.85	-199.83	-149.61	-221.73	-238.77
8	4	9	-80.72	-27.70	44.81	97.83	3.13	14.15
9	5	10	-48.00	23.29	120.36	191.66	62.75	81.16
19	11	14	-161.35	-107.32	-35.46	18.57	-65.75	-76.98
23	14	16	-507.66	-455.14	-386.66	-334.14	-397.75	-444.01
24	15	16	-69.11	-19.45	37.07	86.73	6.66	11.02
29	16	19	-158.95	-100.28	-31.13	27.53	-61.51	-69.87
34	19	20	-241.87	-212.85	-179.03	-150.01	-185.68	-206.19

Tab. 8.16 - Funções de pertinência de trânsitos de potência activa (modelo A).

ramo	nós	extremos	Função de pert. de trânsitos pot. reactiva (MVar)				Valores obtidos para pot. mín. e máx. (MVar)	
			a ₁	a ₂	a ₃	a ₄		
1	1	2	-91.13	-71.48	-43.88	-24.22	-55.04	-60.39
2	1	3	44.19	49.73	55.75	61.29	48.61	57.42
7	3	24	-55.30	-32.04	-2.96	20.29	-15.00	-20.11
8	4	9	-19.02	-0.53	24.58	43.07	12.93	11.07
9	5	10	-32.56	-12.96	13.03	32.62	-0.01	0.16
19	11	14	-45.82	-34.95	-19.67	-8.80	-27.34	-27.41
23	14	16	-7.93	0.87	14.36	23.17	12.47	2.56
24	15	16	-12.81	-6.57	0.52	6.76	-2.75	-3.30
29	16	19	70.53	84.64	101.22	115.21	87.49	98.47
34	19	20	4.82	10.69	17.68	23.55	13.30	15.11

Tab. 8.17 - Funções de pertinência de trânsitos de potência reactiva (modelo A).

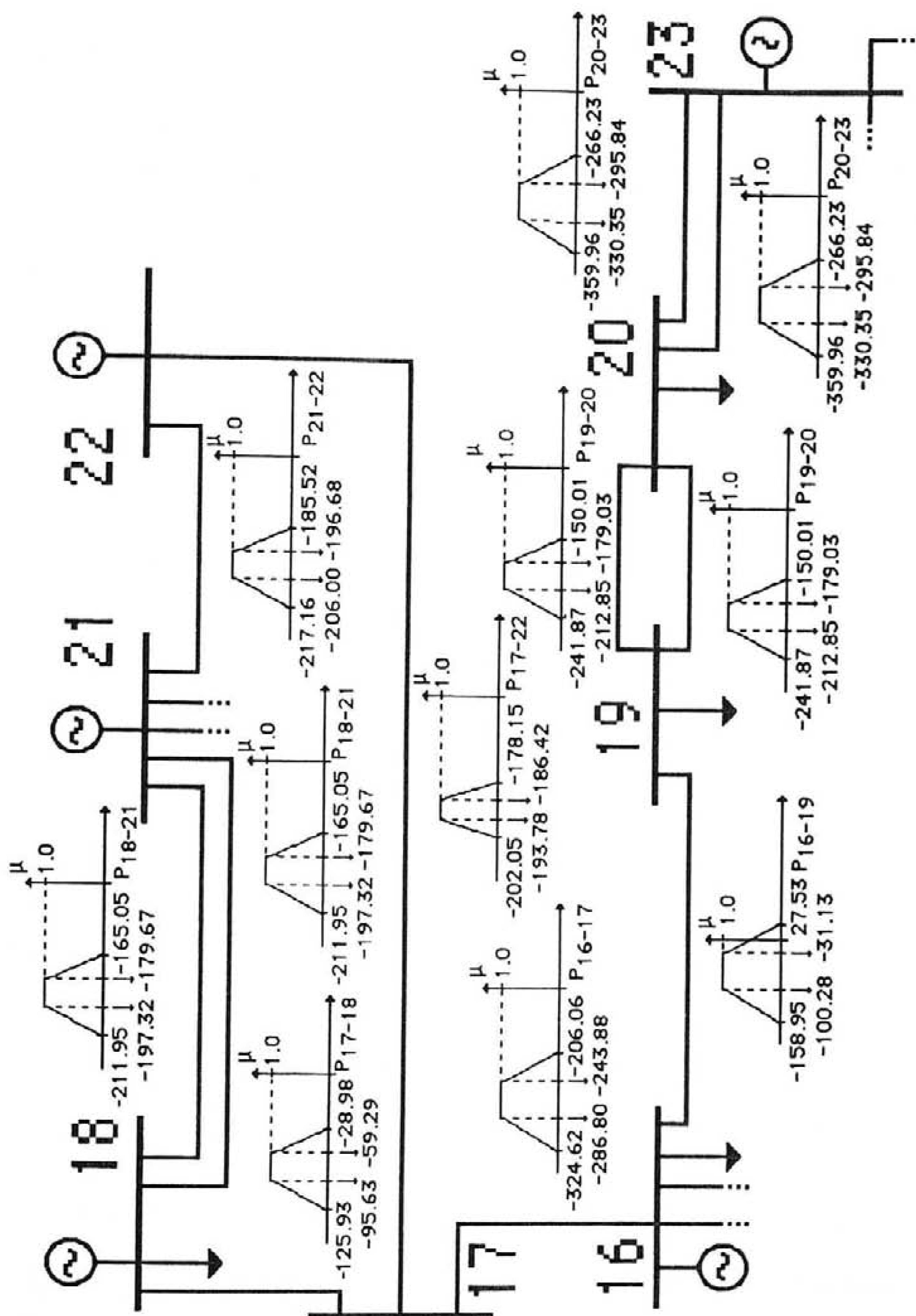


Fig. 8.15 - Representação gráfica da função de pertinência do trânsito de potência activa em alguns ramos do sistema (modelo A e valores em MW).

Função de pertença da potência activa prod. no barra. 1 (MW)			
a ₁	a ₂	a ₃	a ₄
225.27	494.91	800.00	800.00

Tab. 8.18 - Função de pertença da potência activa produzida no barramento 1 (modelo C , $P_{g1}^{\max}=800.0$ MW).

barra.	Função de pertença do módulo de tensões (kV)			
	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄
3	126.43	127.51	128.93	130.14
4	131.05	131.70	134.06	135.26
6	132.57	133.41	136.01	137.59
8	132.82	133.50	134.81	135.48
9	128.80	129.80	131.36	132.35
19	230.69	231.03	231.49	231.84
24	219.09	221.30	223.79	225.99

Tab. 8.19 - Funções de pertença do módulo de tensões (modelo C, $P_{g1}^{\max} = 800.0$ MW).

barra.	Função de pertença da fase de tensões (grau)			
	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄
2	-1.95	-1.85	-0.66	0.18
4	-15.02	-14.13	-7.07	-2.08
6	-21.66	-20.39	-12.28	-6.30
8	-29.26	-26.42	-12.57	-3.23
9	-18.51	-16.64	-5.22	3.47
15	-4.52	0.79	16.24	28.46
19	-3.09	1.86	17.00	28.96

Tab. 8.20 - Funções de pertença da fase de tensões (modelo C, $P_{g1}^{\max} = 800.0$ MW).

ramo	nós extremos		Função de pert. de trânsitos potência activa (MW)			
			a ₁	a ₂	a ₃	a ₄
1	1	2	-26.80	95.29	257.97	275.00
2	1	3	-7.79	59.11	143.30	163.75
7	3	24	-311.08	-260.85	-199.83	-161.01
8	4	9	-80.72	-27.70	44.81	59.70
9	5	10	-48.00	23.29	120.36	138.99
19	11	14	-161.35	-107.32	-35.46	18.57
23	14	16	-507.66	-455.14	-386.66	-334.14
24	15	16	-69.11	-19.45	37.07	86.73
29	16	19	-158.95	-100.28	-31.13	27.53
34	19	20	-241.87	-212.85	-179.03	-150.01

Tab. 8.21 - Funções de pert. de trânsitos de potência activa (modelo C, $P_{g1}^{\max}=800.0$ MW).

ramo	nós extremos		Função de pert. de trânsitos potência reactiva (MVar)			
			a ₁	a ₂	a ₃	a ₄
1	1	2	-73.85	-71.05	-44.30	-24.22
2	1	3	44.21	49.73	55.75	61.29
7	3	24	-43.51	-32.04	-2.96	20.29
8	4	9	-7.43	-0.53	24.58	43.07
9	5	10	-20.88	-12.96	13.03	32.62
19	11	14	-44.33	-34.95	-19.67	-8.80
23	14	16	-7.85	0.87	14.36	23.17
24	15	16	-12.81	-6.57	0.52	6.76
29	16	19	70.65	84.64	101.22	115.21
34	19	20	4.82	10.69	17.68	23.55

Tab. 8.22 - Funções de pert. de trânsitos de pot. reactiva (modelo C, $P_{g1}^{\max}=800.0$ MW).

Função de pertença da potência activa prod. no barra. 1 (MW)			
a ₁	a ₂	a ₃	a ₄
600.70	633.88	727.57	760.75

Tab. 8.23 - Função de pertença da potência activa produzida no barramento 1 (modelo B).

barra.	Função de pertença do módulo de tensões (kV)			
	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄
3	126.51	127.59	128.86	129.94
4	131.37	132.02	133.74	134.39
6	133.03	133.86	135.57	136.40
8	132.82	133.50	134.81	135.48
9	128.85	129.80	131.36	132.30
19	230.69	231.03	231.49	231.84
24	219.65	221.35	223.74	225.44

Tab. 8.24 - Funções de pertença do módulo de tensões (modelo B).

barra.	Função de pertença da fase de tensões (grau)			
	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄
2	-1.60	-1.45	-1.06	-0.91
4	-12.74	-11.89	-9.30	-8.45
6	-18.94	-17.80	-14.87	-13.73
8	-25.50	-22.86	-16.13	-13.49
9	-14.48	-12.91	-8.95	-7.38
15	0.68	4.52	12.50	16.35
19	2.49	5.68	13.19	16.38

Tab. 8.25 - Funções de pertença da fase de tensões (modelo B).

ramo	nós extremos	Função de pert. de trânsitos potência activa (MW)			
		a ₁	a ₂	a ₃	a ₄
1	1 2	128.00	149.05	204.22	225.27
2	1 3	67.64	84.00	118.42	134.77
7	3 24	-281.07	-253.35	-207.33	-179.61
8	4 9	-18.14	-7.87	24.98	35.25
9	5 10	37.25	51.79	91.86	106.40
19	11 14	-149.01	-107.06	-35.71	6.22
23	14 16	-500.97	-455.14	-386.66	-340.83
24	15 16	-68.85	-19.11	36.73	86.47
29	16 19	-158.95	-100.28	-31.13	27.53
34	19 20	-241.87	-212.85	-179.03	-150.01

Tab. 8.26 - Funções de pertença de trânsitos de potência activa (modelo B).

ramo	nós extremos		Função de pert. de trânsitos potência reactiva (MVar)			
			a ₁	a ₂	a ₃	a ₄
1	1	2	-65.67	-62.21	-53.14	-49.68
2	1	3	45.39	49.81	55.67	60.09
7	3	24	-35.09	-25.65	-9.35	0.08
8	4	9	1.42	6.18	17.86	22.62
9	5	10	-11.61	-6.16	6.22	11.68
19	11	14	-41.07	-33.16	-21.46	-13.55
23	14	16	-4.82	2.29	12.94	20.07
24	15	16	-12.78	-6.53	0.48	6.73
29	16	19	70.65	84.64	101.22	115.21
34	19	20	4.82	10.69	17.68	23.55

Tab. 8.27 - Funções de pertença de trânsitos de potência reactiva (modelo B).

8.2.4. Avaliação do desempenho do modelo AC incremental

A avaliação do desempenho do modelo AC incremental de fluxo de potências impreciso torna-se importante na medida em que se reconhece que as descrições imprecisas das grandezas em análise obtidas através da formulação proposta não estão isentas de erros. Este aspecto foi já analisado em 4.4.3.4 sendo agora apresentadas duas metodologias genéricas que permitirão construir a função de pertença de grandezas associadas ao problema de fluxo de potências impreciso. Estas metodologias procuram identificar os valores extremos de um conjunto de cortes de nível α que se considera suficientes para representar as grandezas em análise. A análise da qualidade dos resultados obtidos através do modelo AC revela-se importante visto permitir sedimentar e dar maior consistência ao trabalho realizado.

Processo de simulação por amostragem aleatória

Um processo de simulação por amostragem aleatória poderá ser utilizado para estimar os valores extremos do corte de nível α das diversas grandezas cuja descrição imprecisa é possível obter através da resolução de um problema AC de fluxo de potências impreciso. A obtenção destas estimativas será realizada considerando cortes de nível α dos números imprecisos associados às potências especificadas. Associando uma distribuição de probabilidade uniforme a cada um desses cortes torna-se possível sortear, para cada um deles, um número de cenários de potências especificadas tão elevado quanto se pretenda. Após realizar um estudo determinístico de fluxo de potências para cada um desses cenários deverão

ser actualizadas as estimativas correntes do valor mínimo e máximo do corte de nível α das grandezas em análise.

Este processo de reconstrução das funções de pertença envolve a realização de simulações para diversos cortes de nível α implicando, cada uma delas, a resolução de um número, em geral, elevado de estudos determinísticos de fluxo de potências. As estimativas obtidas para os valores extremos de cada corte de nível α poderão estar, ainda, associadas a erros. Com efeito, o carácter aleatório do sorteio referido poderá originar que não seja analisada a combinação de potências especificadas associada ao valor máximo ou mínimo do corte de nível α de uma grandeza.

Resolução de problemas de optimização não lineares

Os valores extremos de um corte de nível α de uma grandeza \tilde{w} poderão ser obtidos considerando o problema de optimização não linear (8.2) a (8.4) em que se pretende maximizar ou minimizar o valor de w_α sujeito a um conjunto de restrições.

$$\min (\max) w_\alpha = F(Z_\alpha, X_\alpha) \quad (8.2)$$

$$\text{suj} \quad G(Z_\alpha, X_\alpha) = 0.0 \quad (8.3)$$

$$Z_\alpha^{\min} \leq Z_\alpha \leq Z_\alpha^{\max} \quad (8.4)$$

Nesta formulação, X_α representa as variáveis de estado correspondentes ao módulo e fase das tensões e Z_α as variáveis de controlo associadas às potências especificadas. Em relação a estas são conhecidos os seus intervalos de variação correspondentes aos cortes de nível α respectivos (8.4). A restrição (8.3) representa as equações do modelo AC determinístico de fluxo de potências e $F(Z_\alpha, X_\alpha)$ corresponde à função a optimizar. Este problema de programação não linear integra-se na classe de problemas denominada de Fluxo de Potências Óptimo e poderá ser resolvido adoptando o algoritmo de Dommel-Tinney (ver, por exemplo, Carpentier 1979).

Uma formulação deste tipo poderá permitir obter estimativas dos valores extremos do corte de nível α de \tilde{w} que contêm, ainda, erros. Esta situação poderá ser devida a:

- existência de um erro de fecho do algoritmo de resolução do problema AC determinístico de fluxo de potências que deverá ser resolvido em cada iteração do algoritmo de Dommel-Tinney. Se esse erro for muito pequeno o problema de fluxo de potências poderá, por outro lado, apresentar uma convergência mais morosa;

- convergência para ótimos locais devido ao possível mau comportamento das funções a otimizar (em algumas delas figuram funções circulares). Por outro lado, esta situação poderá ocorrer, também, dado que o valor de uma variável z_α será fixado num dos seus valores extremos logo que o limite respectivo for violado.

Não se ignorando a possível ocorrência destes erros, a resolução de diversos problemas de optimização deste tipo permitirá reconstruir os números imprecisos que descrevem o comportamento das diversas grandezas em análise calculando os valores extremos de um conjunto dos seus cortes de nível α . Apesar dos erros que se admite possam, ainda, afectar as funções de pertença assim construídas considerou-se que os resultados obtidos por este processo constituem valores de referência ou padrão com os quais serão comparados os obtidos utilizando o algoritmo de fluxo de potências impreciso e o processo de simulação por amostragem aleatória.

Nas figuras 8.16 a 8.27 são apresentadas, de forma esquemática, as funções de pertença de diversas grandezas obtidas através do algoritmo AC de fluxo de potências impreciso considerando a resolução das equações de equilíbrio de potências activas e reactivas através da subtracção de números imprecisos (modelo A), por um lado, e da resolução de diversos problemas de optimização não linear, por outro. Assim, será possível obter uma primeira ideia dos erros associados ao modelo AC impreciso. Refira-se, ainda, que as funções de pertença do módulo da intensidade de corrente e da potência activa de perdas nos ramos 9 e 19 (figuras 22, 23, 25 e 26) obtidas utilizando o algoritmo AC de fluxo de potências impreciso excursionavam valores negativos. As funções de pertença apresentadas para estas grandezas resultam, assim, da aplicação do algoritmo referido em 4.4.3.4 no âmbito da análise de erros do modelo AC incremental de fluxo de potências impreciso.

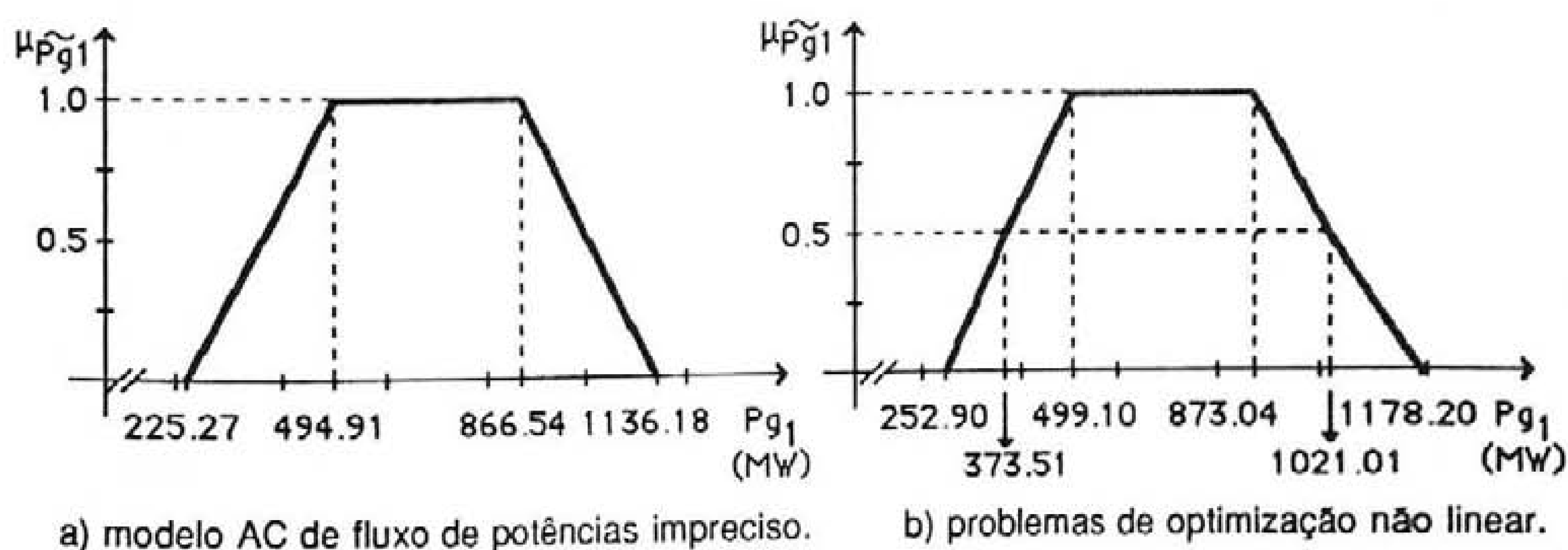
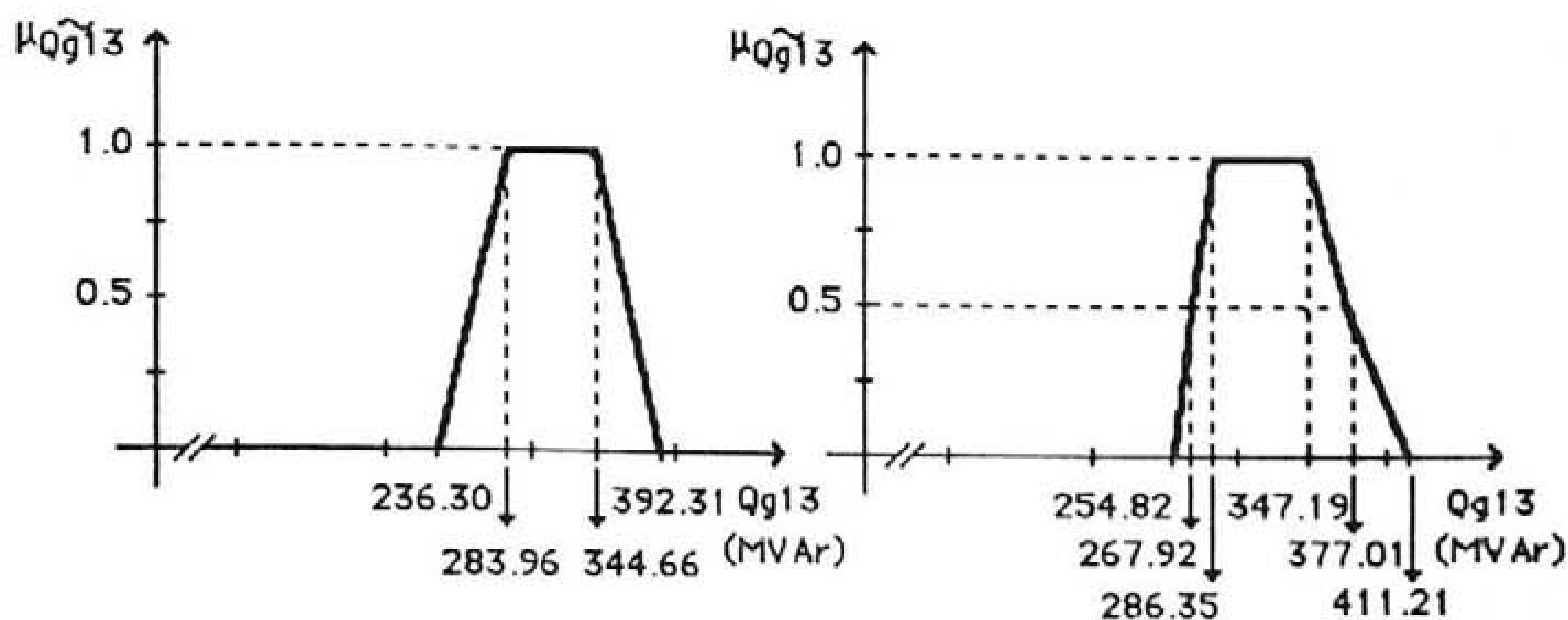
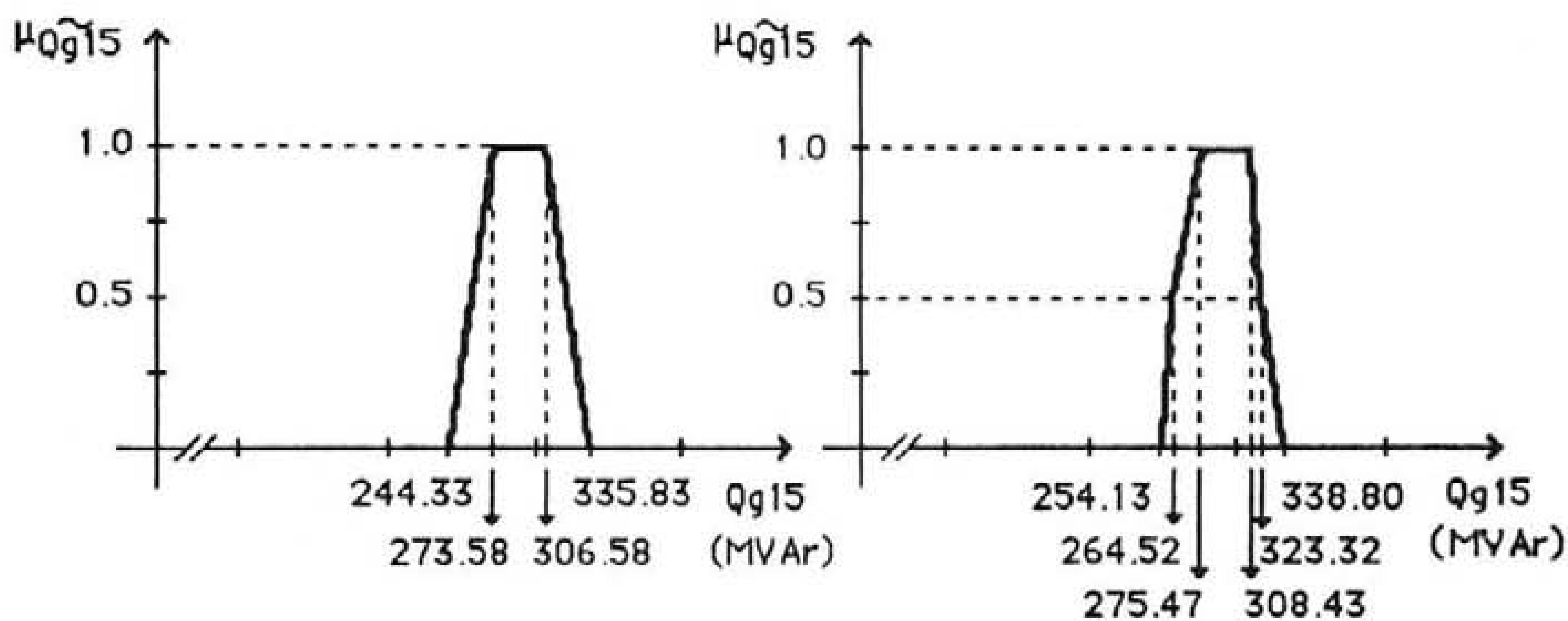


Fig. 8.16 - Potência activa produzida no barramento 1.



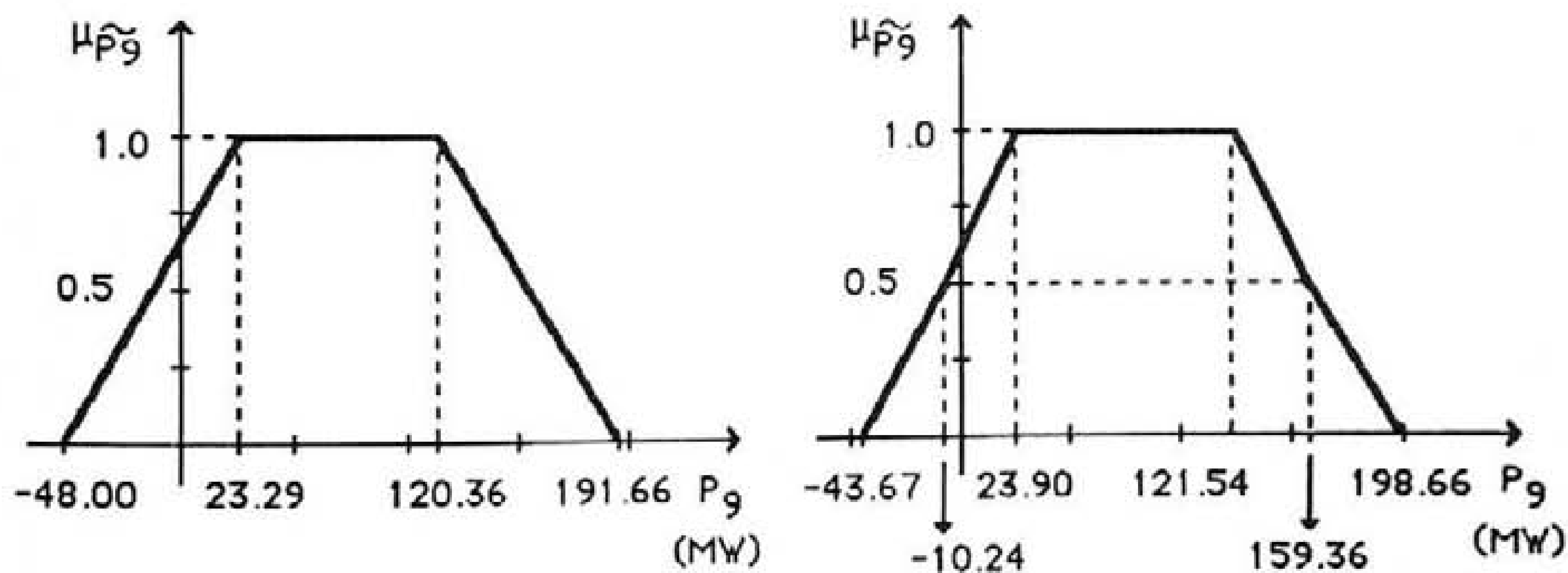
a) modelo AC de fluxo de potências impreciso. b) problemas de otimização não linear.

Fig. 8.17 - Potência reactiva produzida no barramento 13.



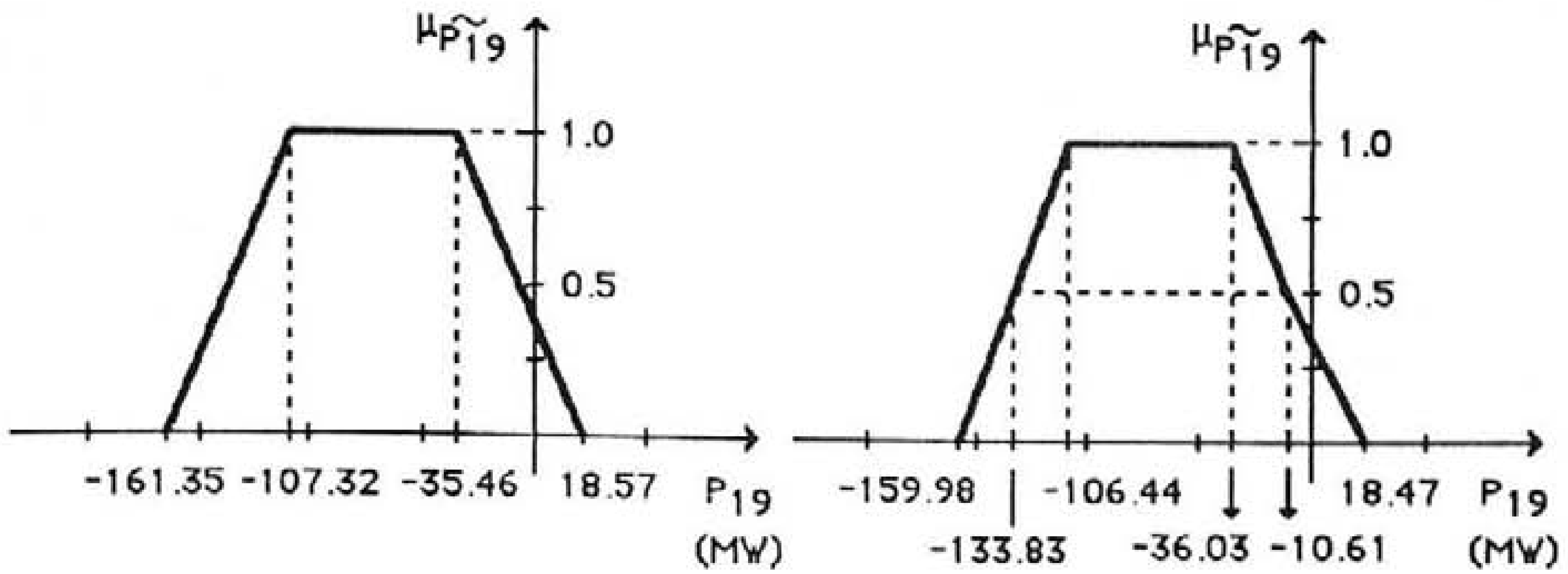
a) modelo AC de fluxo de potências impreciso. b) problemas de otimização não linear.

Fig. 8.18 - Potência reactiva produzida no barramento 15.



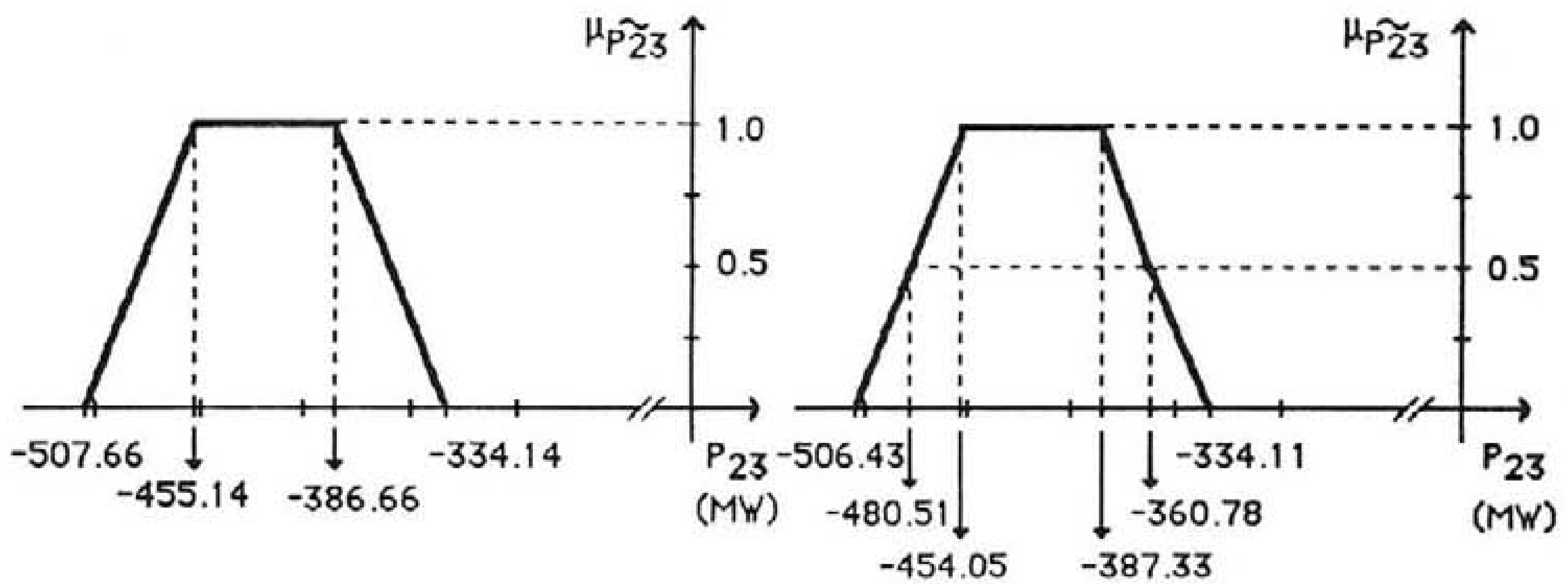
a) modelo AC de fluxo de potências impreciso. b) problemas de otimização não linear.

Fig. 8.19 - Trânsito de potência activa no ramo 9.



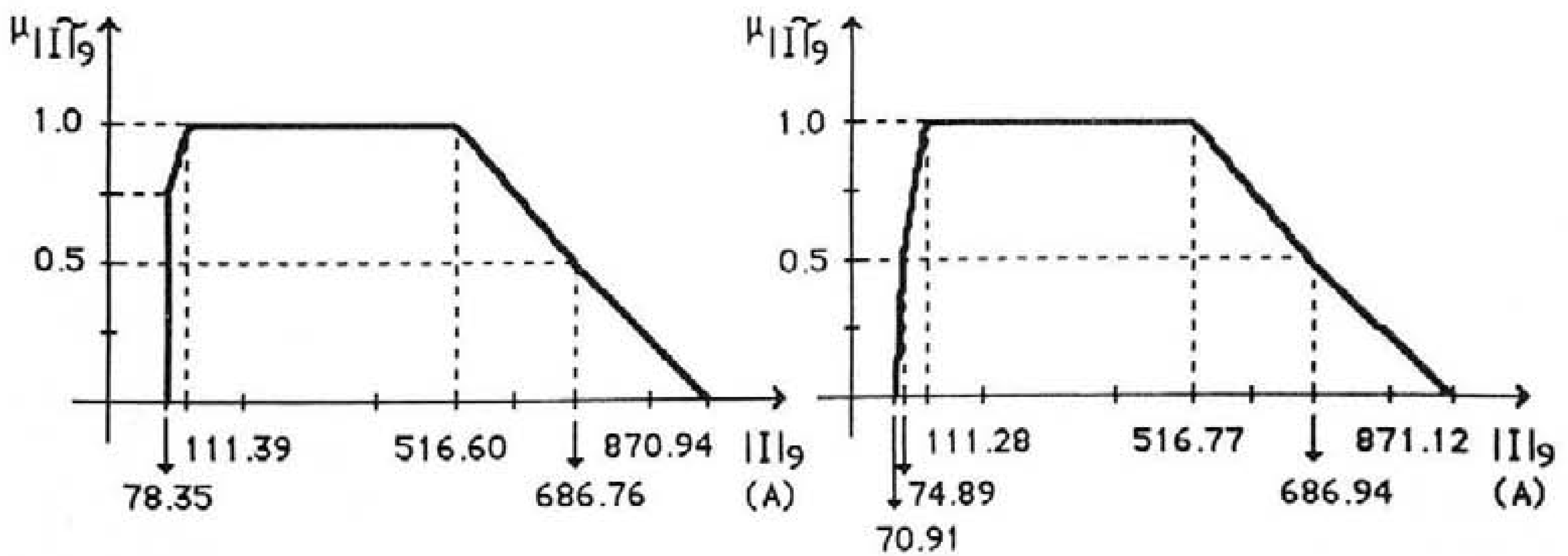
a) modelo AC de fluxo de potências impreciso. b) problemas de otimização não linear.

Fig. 8.20 - Trânsito de potência activa no ramo 19.



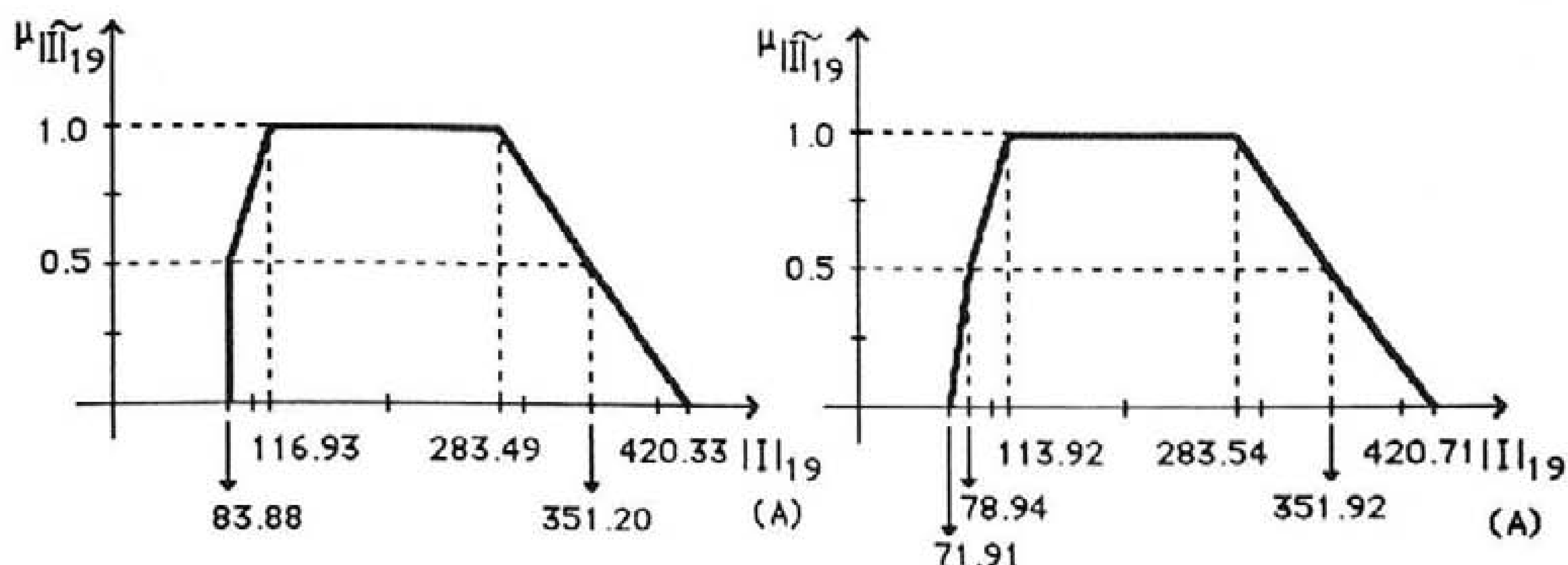
a) modelo AC de fluxo de potências impreciso. b) problemas de otimização não linear.

Fig. 8.21 - Trânsito de potência activa no ramo 23.



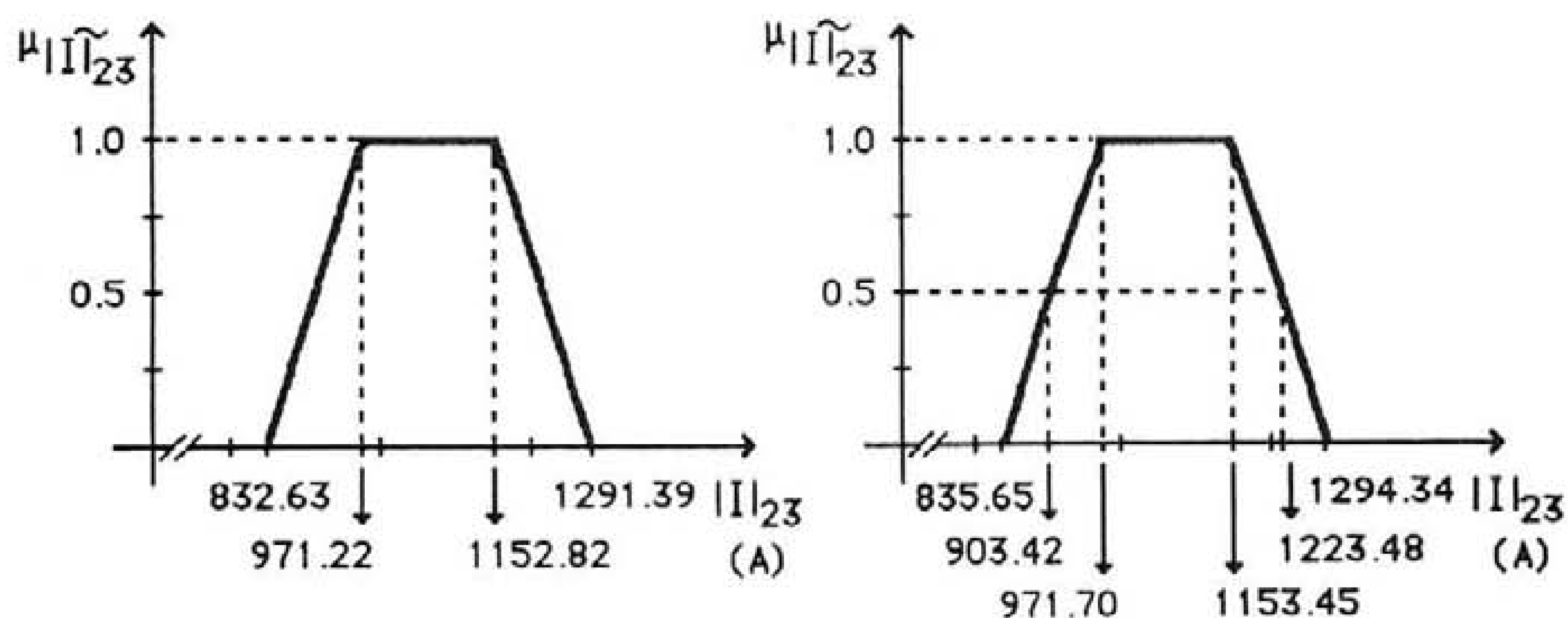
a) modelo AC de fluxo de potências impreciso. b) problemas de otimização não linear.

Fig. 8.22 - Módulo da intensidade de corrente no ramo 9.



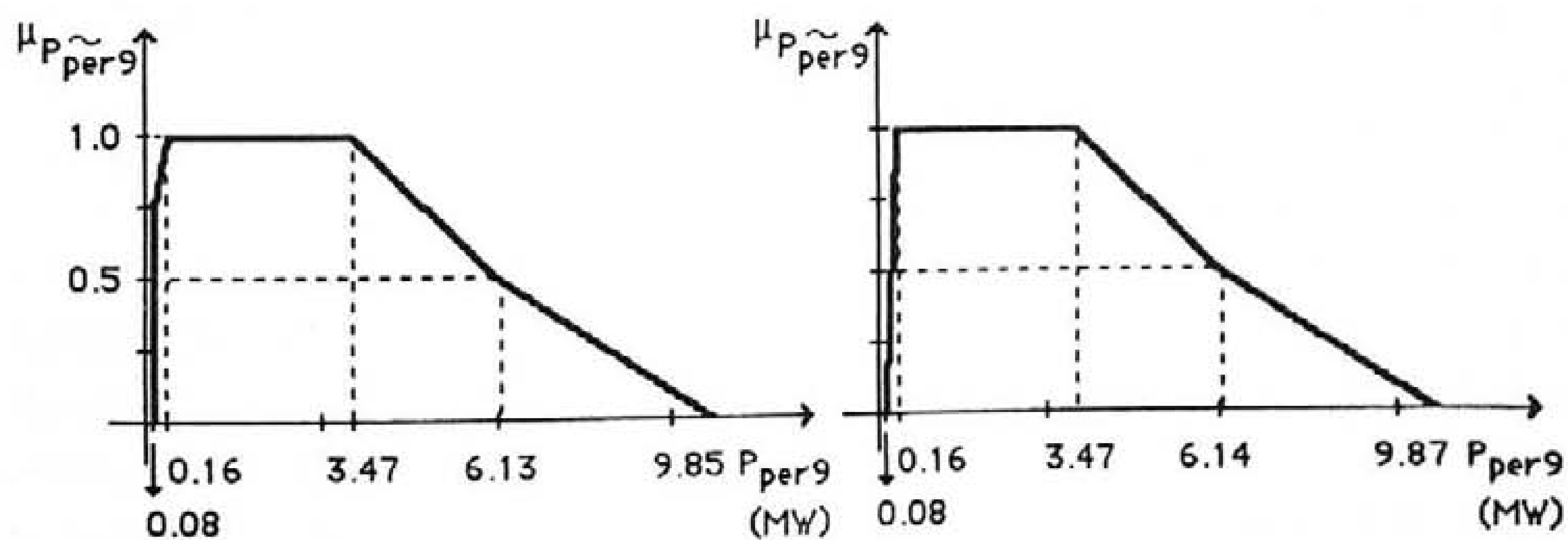
a) modelo AC de fluxo de potências impreciso. b) problemas de otimização não linear.

Fig. 8.23 - Módulo da intensidade de corrente no ramo 19.



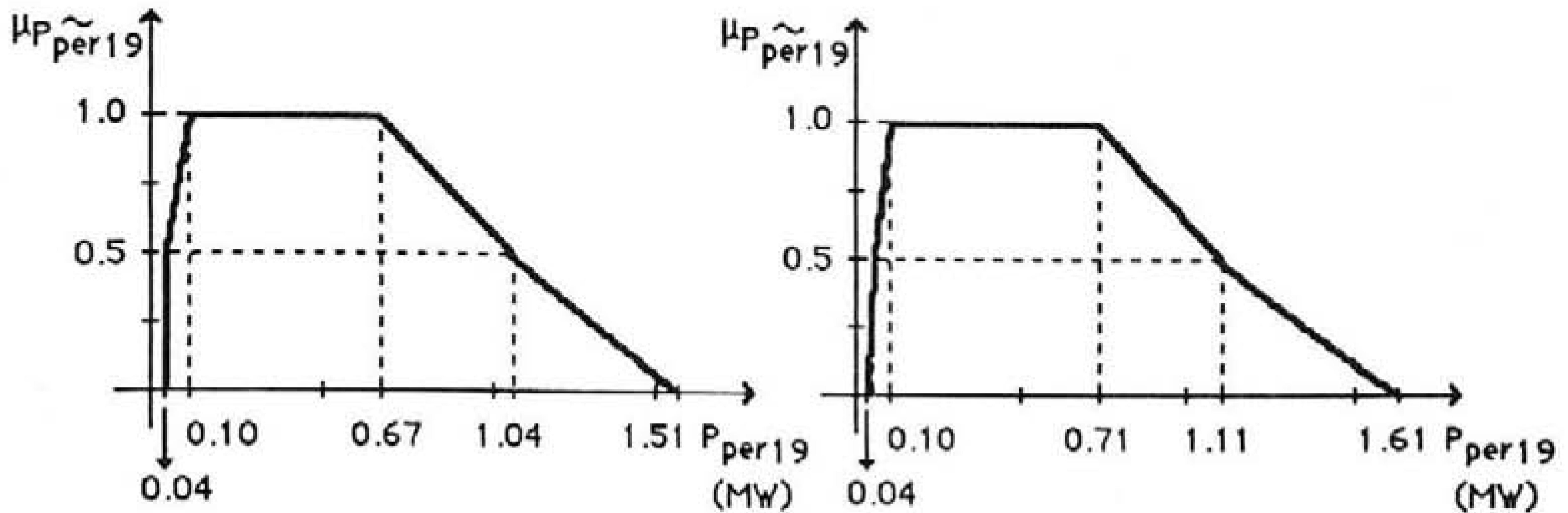
a) modelo AC de fluxo de potências impreciso. b) problemas de otimização não linear.

Fig. 8.24 - Módulo da intensidade de corrente no ramo 23.



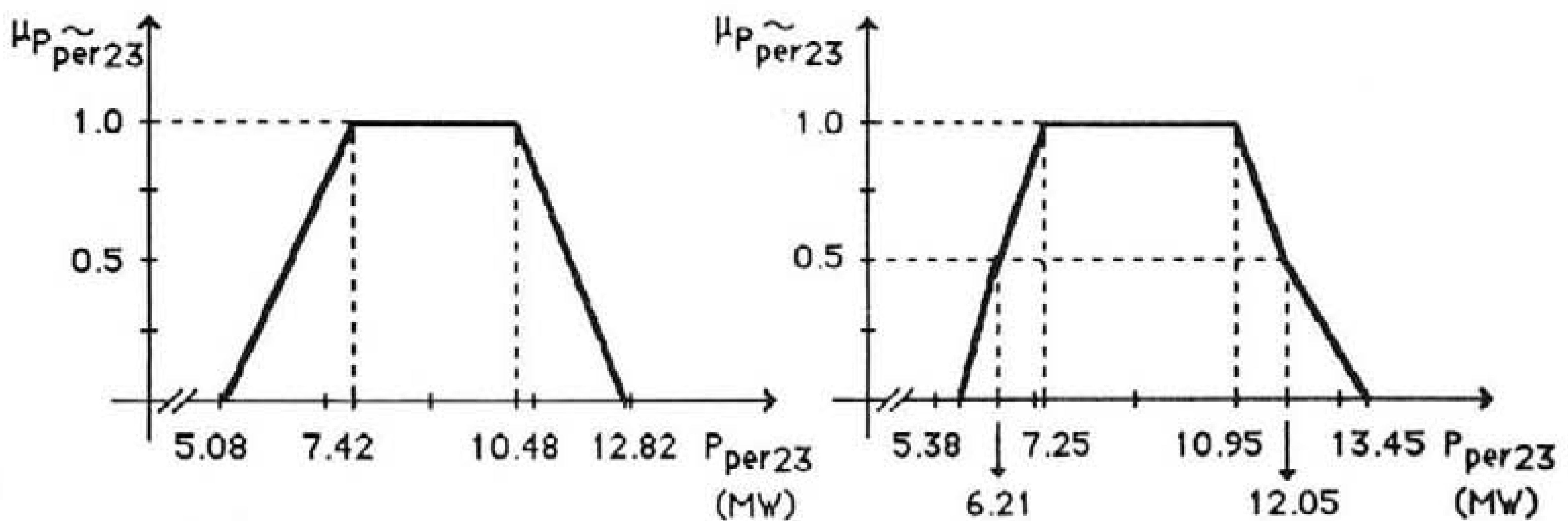
a) modelo AC de fluxo de potências impreciso. b) problemas de otimização não linear.

Fig. 8.25 - Potência activa de perdas no ramo 9.



a) modelo AC de fluxo de potências impreciso. b) problemas de otimização não linear.

Fig. 8.26 - Potência activa de perdas no ramo 19.



a) modelo AC de fluxo de potências impreciso. b) problemas de otimização não linear.

Fig. 8.27 - Potência activa de perdas no ramo 23.

O desempenho do modelo AC incremental de fluxo de potências impreciso foi avaliado de forma sistemática comparando as funções de pertinência de diversas grandezas através da utilização dos critérios apresentados no ponto 12 do Apêndice A no âmbito da ordenação de números imprecisos. Como já foi referido os resultados obtidos considerando a resolução de problemas de otimização não lineares (PNL) serão considerados como padrão com os quais serão comparados os obtidos através do algoritmo de fluxo de potências impreciso (FPI) e do processo de simulação por amostragem aleatória (SAA). Na tabela 8.28 são apresentados os erros relativos do "removal", valor central e amplitude das funções de pertinência da potência activa produzida no barramento 1. Nas tabelas 8.29 a 8.33 são apresentados os erros relativos médio e máximo obtidos para as funções de pertinência das potências reactivas produzidas, módulo das tensões, trânsitos de potência activa e reactiva e quadrado do módulo da intensidade de corrente.

grandeza	PNL / FPI		PNL / SAA	
	ϵ (%)		ϵ (%)	
Removal	2.61		19.11	
V. central	0.77		23.94	
Amplitude	1.55		35.40	

Tab. 8.28 - Erros relativos da função de pert. da potência activa produzida no barramento 1.

grandeza	PNL / FPI		PNL / SAA	
	$\epsilon_{med}(\%)$	$\epsilon_{max}(\%)$	$\epsilon_{med}(\%)$	$\epsilon_{max}(\%)$
Removal	2.47	8.59	6.41	22.54
V. central	1.05	5.15	8.66	28.98
Amplitude	7.80	9.96	23.34	59.25

Tab. 8.29 - Erros relativos das funções de pertença das potências reactivas produzidas.

grandeza	PNL / FPI		PNL / SAA	
	$\epsilon_{med}(\%)$	$\epsilon_{max}(\%)$	$\epsilon_{med}(\%)$	$\epsilon_{max}(\%)$
Removal	0.21	0.74	0.22	0.70
V. central	0.10	0.34	0.20	0.49
Amplitude	6.59	9.52	29.80	62.57

Tab. 8.30 - Erros relativos das funções de pertença do módulo das tensões.

grandeza	PNL / FPI		PNL / SAA	
	$\epsilon_{med}(\%)$	$\epsilon_{max}(\%)$	$\epsilon_{med}(\%)$	$\epsilon_{max}(\%)$
Removal	0.26	6.16	8.05	16.77
V. central	0.07	1.64	10.22	42.41
Amplitude	2.89	9.26	19.69	38.64

Tab. 8.31 - Erros relativos das funções de pertença dos trânsitos de potência activa.

grandeza	PNL / FPI		PNL / SAA	
	$\epsilon_{med}(\%)$	$\epsilon_{max}(\%)$	$\epsilon_{med}(\%)$	$\epsilon_{max}(\%)$
Removal	1.18	5.75	8.77	21.11
V. central	1.63	7.92	9.85	25.24
Amplitude	7.80	9.83	26.63	64.06

Tab. 8.32 - Erros relativos das funções de pertença dos trânsitos de potência reactiva.

grandeza	PNL / FPI		PNL / SAA	
	$\epsilon_{med}(\%)$	$\epsilon_{max}(\%)$	$\epsilon_{med}(\%)$	$\epsilon_{max}(\%)$
Removal	2.84	9.24	23.06	118.89
V. central	1.54	9.45	35.61	191.68
Amplitude	3.38	9.28	26.04	98.78

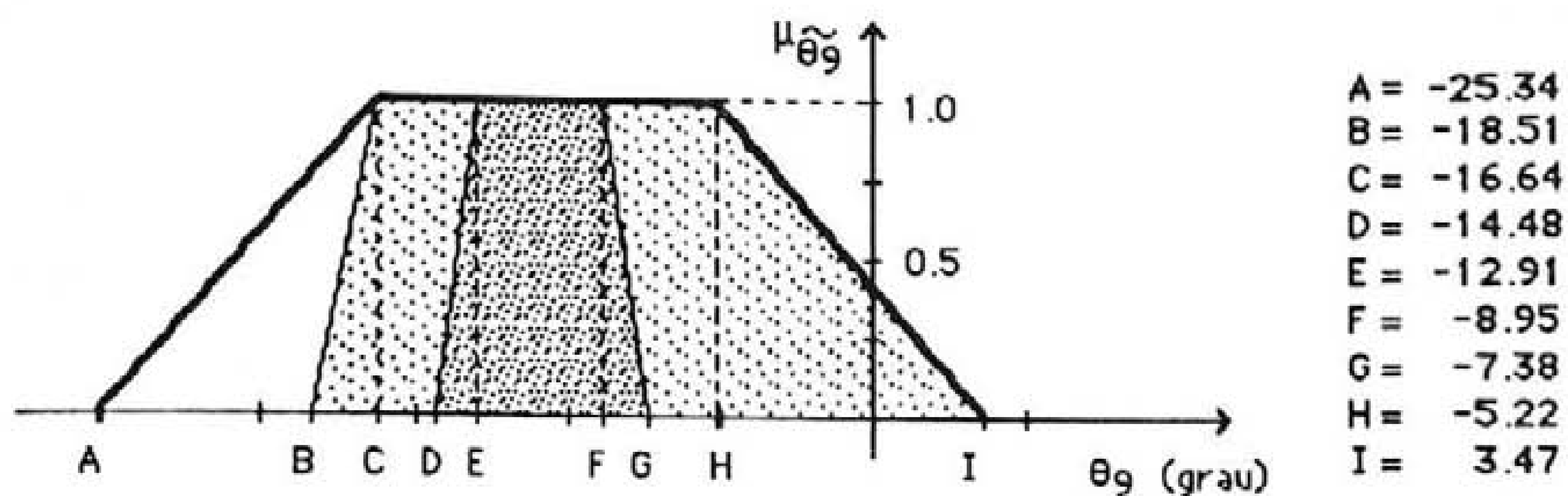
Tab. 8.33 - Erros relativos das funções de pertença do quadrado do módulo da intensidade de corrente.

8.2.5. Análise dos resultados

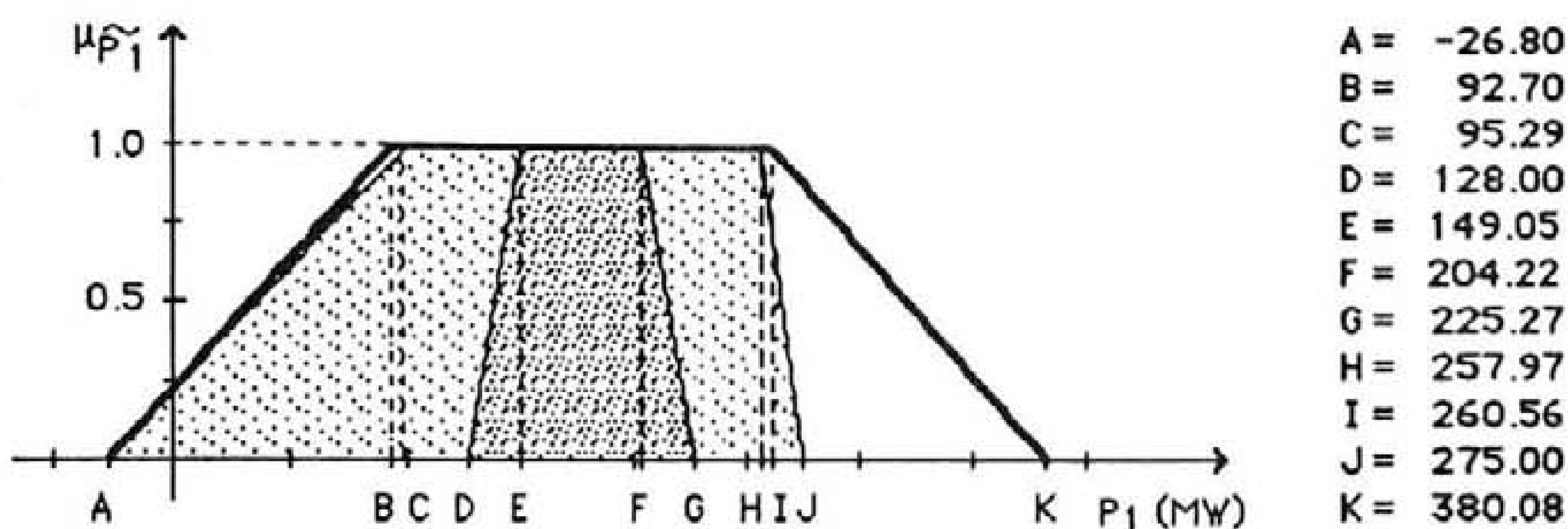
Os resultados apresentados nos pontos 8.2.1 a 8.2.4 permitem concluir:

- as funções de pertença da potência activa produzida no barramento 1, da fase das tensões e dos trânsitos de potência activa obtidas através dos modelos DC e AC incrementais são, em geral, aproximados. Esta situação pode ser constatada analisando, por exemplo, os resultados apresentados nas tabelas 8.7 e 8.15 ou 8.8 e 8.16. Os resultados obtidos utilizando o modelo DC impreciso afastam-se de forma mais significativa dos obtidos através do modelo AC incremental. Este facto, já conhecido no caso determinístico, é coerente com as aproximações inerentes ao modelo DC pelo que, em geral, a caracterização do ponto de funcionamento do sistema não deverá ser realizada através deste modelo. A apresentação de resultados a ele associados visa atingir objectivos de natureza didáctica exemplificando a utilização do modelo mais simplificado de fluxo de potências impreciso;

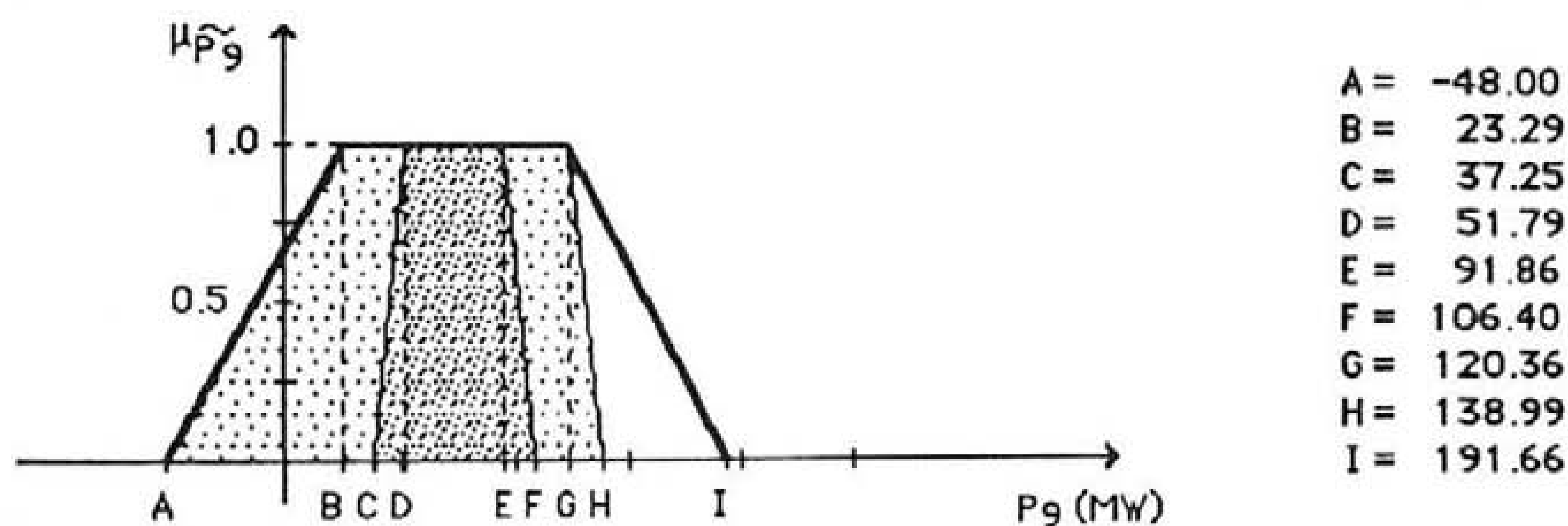
- as funções de pertença obtidas para as diversas grandezas considerando a resolução da equação de equilíbrio de potências activas (e reactivas no caso do modelo AC) através da subtracção de números imprecisos (modelo A) contêm as obtidas considerando a



a) Funções de pertinência da fase da tensão no barramento 9.



b) Funções de pertinência do trânsito de potência activa no ramo 1.



c) Funções de pertinência do trânsito de potência activa no ramo 9.

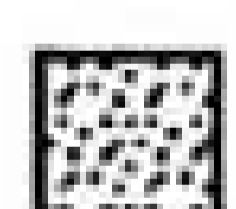
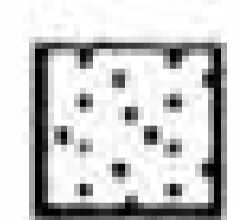
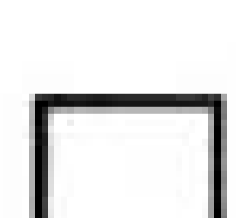
-  - área associada à função de pertinência obtida utilizando o modelo B;
-  - área que, em conjunto com a anterior, corresponde à função de pertinência obtida utilizando o modelo C ($P_{g1}^{\max} = 800.0 \text{ MW}$);
-  - área que, em conjunto com as anteriores, corresponde à função de pertinência obtida utilizando o modelo A;

Fig. 8.28 - Funções de pertinência da fase da tensão no barramento 9 e dos trânsitos de potência activa nos ramos 1 e 9 utilizando os modelos A, B e C.

especificação do valor máximo de 800.0 MW para a potência produzida no barramento 1 (modelo C). Por seu lado, estas contêm as funções de pertinência obtidas através da resolução das equações referidas utilizando o processo de desconvolução. Este facto pode ser constatado, por exemplo, considerando as funções de pertinência da fase da tensão do barramento 9 e do trânsito de potência activa nos ramos 1 e 9 apresentadas na figura 8.28. As três funções de pertinência apresentadas para cada uma destas grandezas foram obtidas utilizando o algoritmo AC de fluxo de potências impreciso considerando os modelos A, C e B referidos. Estes resultados são consistentes com as expectativas teóricas decorrentes do referido em 4.7 no âmbito da integração de dependências nodais nos modelos de fluxo de potências impreciso. Com efeito, a adopção, por exemplo, do operador subtracção de números imprecisos (associado ao modelo A) permite obter o conjunto suporte mais alargado para as grandezas em análise enquanto que a utilização da desconvolução de números imprecisos (associado ao modelo B) origina a menor amplitude do corte de nível α das funções de pertinência dessas grandezas;

- as funções de pertinência apresentadas na figura 28 c) permitem constatar, ainda, que a utilização do algoritmo de correcção apresentado em 4.7 por forma a considerar o valor máximo de 800.0 MW especificado para P_{g1} (modelo C) originou a alteração do valor máximo do corte de nível 0.0 da função de pertinência de \tilde{P}_g mas não provocou qualquer alteração no seu corte de nível 1.0. Esta situação é interessante visto que a especificação desse limite origina a modificação de todos os cortes de nível α da função de pertinência de \tilde{P}_{g1} em relação à situação em que esse limite não foi considerado (modelo A). Este aspecto poderá ser constatado considerando as funções de pertinência apresentadas nas tabelas 8.13 e 8.18. A não alteração do corte de nível 1.0 da função de pertinência de uma grandeza apesar de se alterar o conjunto de soluções admissíveis associado a esse corte poderá ser esclarecida considerando, por necessidade de representação, a situação a duas dimensões esquematizada na figura 8.29. Nesta figura encontram-se representados os cortes de nível 0.0 e 1.0 correspondentes à especificação das potências \tilde{P}_{g2} e \tilde{P}_{c3} , dadas pelos números imprecisos trapezoidais (8.5) e (8.6), relativas a um sistema possuindo três barramentos.

$$\tilde{P}_{g2} = (P_{g21}; P_{g22}; P_{g23}; P_{g24}) \quad (8.5)$$

$$\tilde{P}_{c3} = (P_{c31}; P_{c32}; P_{c33}; P_{c34}) \quad (8.6)$$

Consideremos que, não existindo qualquer limite especificado para a potência produzida no barramento 1, o valor máximo de uma grandeza \tilde{w} está associado aos pontos A e E em relação aos cortes de nível 0.0 e 1.0, respectivamente. Nestas situações, r_1 e r_2

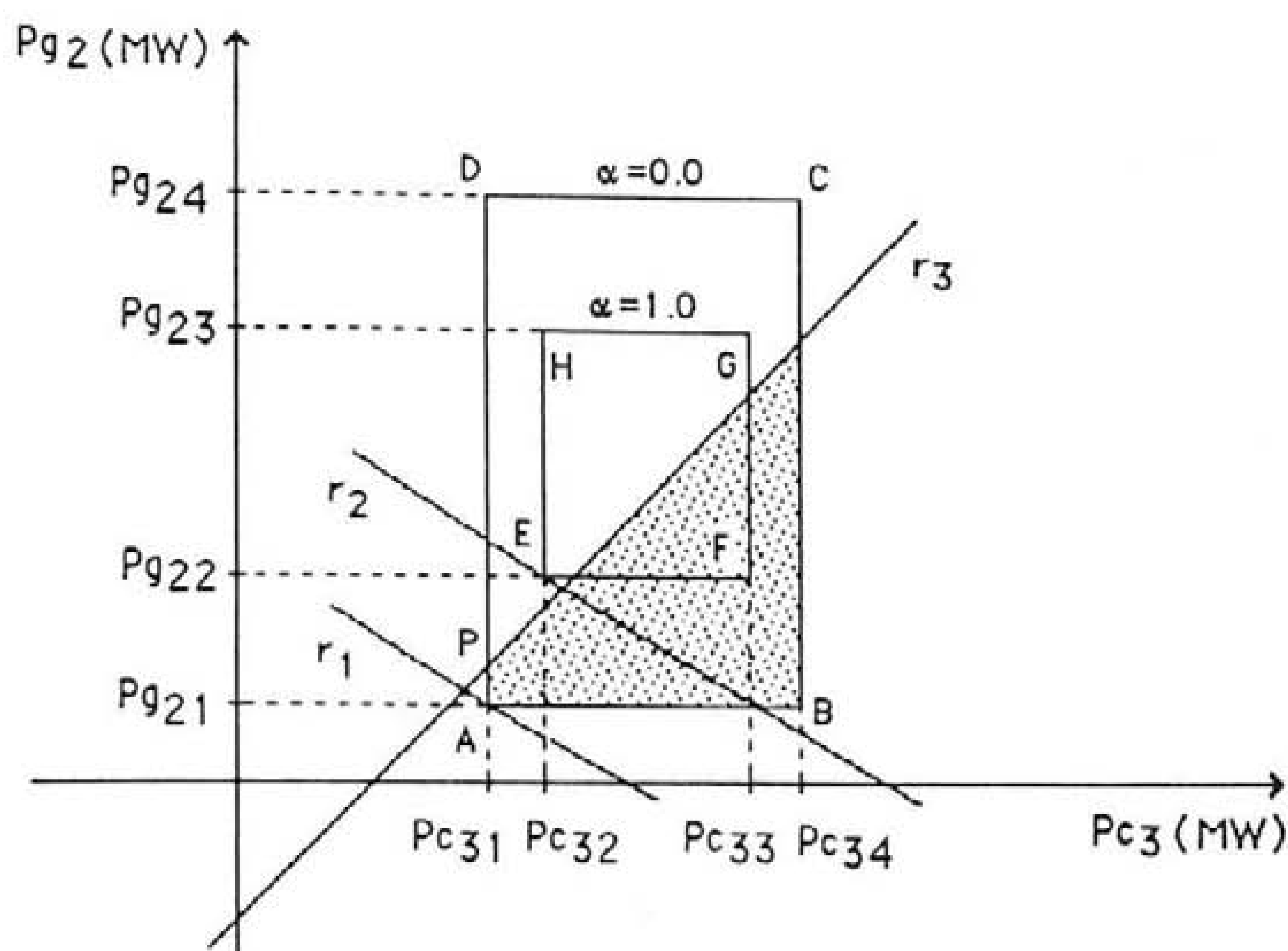


Fig. 8.29 - Processo de correcção associado à especificação de P_{g1}^{\max} .

$$P_{c3} - P_{g2} \leq P_{g1}^{\max} \quad (8.7)$$

correspondem a rectas de nível associadas ao valor, decrescente de A para E, dessa grandeza. A especificação de um valor máximo para P_{g1} permite incluir a restrição (8.7) (associada a r_3 na figura 8.29) e obtida através da equação de equilíbrio das potências activas, neste caso. Esta restrição elimina do conjunto de soluções admissíveis o espaço a sombreado na figura 8.29 pelo que o ponto A deixa de corresponder ao valor máximo do corte de nível 0.0 da grandeza em análise. De acordo com esta figura, o valor máximo referido passará a estar associado ao ponto P enquanto que o valor máximo do corte de nível 1.0 (ponto E) não sofre qualquer alteração;

- as funções de pertença obtidas através do modelo AC de fluxo de potências impreciso não possuem uma forma exactamente trapezoidal. Esta situação pode ser detectada utilizando métodos de optimização não linear para construir as funções de pertença de grandezas do modelo AC de fluxo de potências impreciso. Neste âmbito, as figuras 8.16 a 8.27 permitem evidenciar as alterações detectadas. Em relação a estas figuras é possível detectar que os ramos esquerdo e direito das funções de pertença apresentam curvaturas de natureza concâva e convexa, respectivamente. A este respeito convém sublinhar que o produto de números imprecisos trapezoidais, por exemplo, está associada a uma função de pertença cujos ramos esquerdo e direito apresentam um carácter concâvo e convexo, respectivamente.

A resolução de problemas de optimização não linear pode ser encarada como uma forma indirecta de obter as funções de pertença que seria possível construir através de um algoritmo iterativo e não incremental de fluxo de potências AC impreciso (não disponível nesta fase). Se esse algoritmo estivesse disponível a realização de operações de produto de números imprecisos, entre outras, seria a responsável pelo carácter não trapezoidal dos resultados obtidos;

- algumas funções de pertença do módulo e quadrado do módulo da intensidade de corrente e da potência activa de perdas (por exemplo, nos ramos 9 e 19) obtidas através do modelo AC de fluxo de potências impreciso excursionam valores negativos pelo que, nestas situações, foi utilizado o algoritmo correctivo referido em 4.4.3.4. As funções de pertença assim corrigidas (são apresentadas nas figuras 22, 23, 25 e 26 as referentes ao módulo da intensidade de corrente e à potência activa de perdas nos ramos 9 e 19) apresentam uma forma não trapezoidal e constituem boas aproximações das funções de pertença obtidas através da resolução de problemas de optimização não linear. Em relação às restantes funções de pertença verifica-se que a sua comparação com as obtidas através da resolução de problemas de optimização não linear não permite detectar erros significativos pelo que a aplicação do algoritmo correctivo referido não se justifica. A aplicação do algoritmo correctivo apresentado em 4.4.3.4 ficará assim restrita às funções de pertença do módulo e quadrado do módulo da intensidade de corrente e da potência activa de perdas que excursionem valores negativos;

- as figuras 8.16 a 8.27 permitem constatar que a aproximação trapezoidal se revela adequada, dentro da precisão inerente aos cálculos realizados, para a generalidade das situações analisadas. Neste âmbito, a análise das tabelas 8.28 a 8.33 revela que os erros obtidos comparando as funções de pertença construídas através da resolução de problemas de optimização não linear e do modelo AC de fluxo de potências impreciso são pequenos. Os erros mais elevados estão associados à amplitude das funções de pertença. Esta situação deverá ser interpretada considerando que os erros associados ao "removal" e ao valor central dependem da posição que ocupam, na recta real, as funções de pertença a comparar. Pelo contrário, os erros relativos que afectam a amplitude não consideram este aspecto pelo que, pequenas diferenças existentes entre duas funções de pertença, poderão originar erros muito elevados. A finalizar, refira-se que os erros obtidos em relação às funções de pertença construídas utilizando o processo de simulação por amostragem aleatória são muito significativos;

- os aspectos referidos no ponto anterior são importantes considerando o esforço de cálculo correspondente. A construção das funções de pertença através da resolução de problemas de optimização não linear revelou-se o processo mais moroso visto que exigiu, em média, a resolução de 12 estudos determinísticos de fluxo de potências para avaliar um valor

extremo de um corte de nível α de uma única grandeza. Considerando que existem 278 grandezas a avaliar (23 módulos de tensões, 15 fases de tensões, 9 potências reactivas produzidas,...), verifica-se que a obtenção de um corte de nível α de todas estas grandezas exige a realização de 6672 estudos determinísticos de fluxo de potências. Por outro lado, o processo de simulação por amostragem aleatória foi implementado realizando 5000 estudos determinísticos de fluxo de potências para avaliar um corte de nível α de todas as grandezas em análise. Deve sublinhar-se que a adopção de uma estratégia de simulação deste género não garante a obtenção de resultados aceitáveis, apesar de se realizar um número elevado de estudos determinísticos. O algoritmo AC de fluxo de potências impreciso exige, apenas, a realização de 1 estudo determinístico de fluxo de potências para obter as funções de pertença de todas as grandezas sendo os resultados comparáveis aos obtidos através do método de referência adoptado. Estas considerações demonstram a grande eficiência do algoritmo AC incremental de fluxo de potências impreciso sem comprometer a qualidade dos resultados. A eficiência referida poderá ser, ainda, avaliada considerando que o tempo de execução computacional do algoritmo AC de fluxo de potências impreciso é, em média, 40.0% superior ao associado a um estudo determinístico. Este valor não engloba a aplicação dos algoritmos apresentados em 4.4.3.4. e 4.7.2 no âmbito, respectivamente, da análise de erros e da especificação de dependências nodais ou limites de potências produzidas;

- os algoritmos de fluxo de potências impreciso permitem obter um conhecimento mais aprofundado do comportamento do sistema face às imprecisões especificadas. Este aspecto fica evidenciado considerando, por exemplo, que o conjunto suporte das funções de pertença obtidas através do modelo AC incremental de fluxo de potências impreciso adoptando o modelo A (tabelas 8.13 a 8.17) contém os valores obtidos através de dois estudos determinísticos de fluxo de potências realizados para os perfis de potências especificadas constituídos pelos valores mínimos e máximos respectivos. Esta situação é importante em ambiente de planeamento se se recordar que, com frequência, a realização de estudos determinísticos desse género é, ainda, considerada suficiente para caracterizar a gama de variação de grandezas associadas ao problema de fluxo de potências;

- a situação genérica referida no ponto anterior pode ser exemplificada, de forma mais consistente, considerando a função de pertença do trânsito de potência activa no ramo 1 obtida através do modelo AC de fluxo de potências impreciso e utilizando a subtracção de números imprecisos para resolver as equações de equilíbrio de potências activas e reactivas (modelo A). De acordo com a figura 8.30 verifica-se que, para diferentes perfis de potências especificadas, poderá ocorrer inversão do sentido deste trânsito de potência. A realização dos

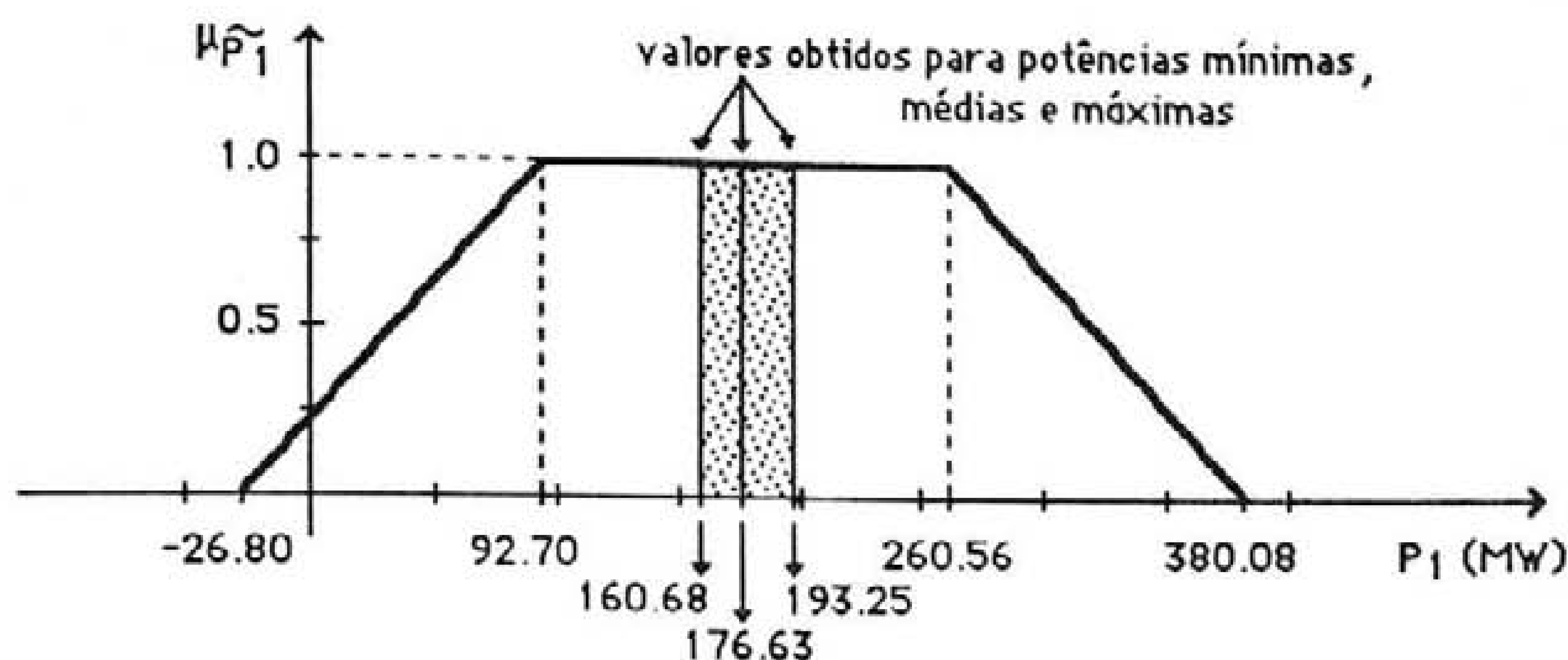


Fig. 8.30 - Função de pertinência do trânsito de potência activa no ramo 1.

estudos determinísticos associados aos perfis de potências especificadas constituídos pelos valores mínimos, médios (isto é, integrando os valores centrais das funções de pertinência respectivas) e máximos permite identificar um intervalo de variação desta grandeza com uma amplitude muito pequena quando comparada com a obtida através da metodologia imprecisa e que, além disso, não abrange valores negativos. Desta forma, a realização dos estudos determinísticos referidos não permitiria detectar a possibilidade de inversão assinalada.

8.3. Aplicação dos algoritmos de fluxo de potências óptimo Impreciso, planeamento flexível e avaliação de fiabilidade

Os algoritmos desenvolvidos no âmbito do fluxo de potências óptimo impreciso, planeamento flexível e avaliação de fiabilidade apresentados nos Capítulos 5 a 7 serão aplicados ao sistema "MRTS" considerando dois conjuntos de imprecisões associadas às potências de carga especificadas. Em primeiro lugar, as potências de carga foram representadas através de números imprecisos triangulares dados por (8.8) enquanto que no segundo conjunto de testes a apresentar foram considerados números imprecisos trapezoidais dados por (8.9). Nestas funções de pertinência $P_c^{ctr_i}$ representa o valor central especificado para a potência activa de carga ligada ao barramento i sendo estes elementos apresentados na Tabela F.5 do Apêndice F.

$$\tilde{P}_{c_i} = (0.925.P_c^{ctr_i}; P_c^{ctr_i}; P_c^{ctr_i}; 1.075.P_c^{ctr_i}) \quad (8.8)$$

$$\tilde{P}_{c_i} = (0.9.P_c^{ctr_i}; 0.95.P_c^{ctr_i}; 1.05.P_c^{ctr_i}; 1.1.P_c^{ctr_i}) \quad (8.9)$$

Em relação a estes dois conjuntos de potências de carga especificadas foi analisado o estado do sistema em que todos os componentes estão disponíveis (caso base) e os estados associados às situações de contingência seguintes:

- saída de serviço do ramo 5;
- saída de serviço do ramo 7;
- saída de serviço dos geradores 1/1, 2/2 e 21/1;
- saída de serviço dos geradores 7/3, 13/1 e 23/2.

8.3.1. 1º conjunto de testes

8.3.1.1. Fluxo de potências ótimo impreciso para o caso base

Numa primeira fase foi analisado o comportamento do sistema considerando que todos os componentes estão disponíveis (caso base). Nas tabelas 8.34 e 8.35 são apresentados os valores extremos dos cortes de nível 0.0 (a_1 e a_6), 0.5 (a_2 e a_5) e 1.0 (a_3 e a_4) das funções de pertinência das potências activas produzidas em geradores e dos trânsitos de potência activa em ramos do sistema obtidos através do algoritmo de fluxo de potências ótimo impreciso. Nas tabelas 8.36 e 8.37 são apresentados os valores extremos desses cortes considerando apenas os estudos parametrizados de fluxo de potências ótimo correspondentes aos segmentos que ligam a origem do referencial em que está representado o hiperparalelepípedo referido em 5.3.5 aos seus vértices associados aos valores mínimo e

Geradores barra. nº	Potência activa produzida (Fluxo de Pot. Opt. Impreciso) MW					
	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
7 1	0.0	0.0	0.0	0.0	8.43	16.88
7 2	183.12	191.56	200.00	200.00	200.00	200.00
7 3	200.00	200.00	200.00	200.00	200.00	200.00
13 1	302.67	333.80	364.79	364.79	394.00	394.00
18 1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
21 1	0.0	0.0	149.81	149.81	319.32	488.99
23 1	310.00	310.0	310.00	310.00	310.00	310.00
23 3	452.77	667.03	700.00	700.00	700.00	700.00

Tab. 8.34 - Cortes de nível 0.0, 0.5 e 1.0 de \tilde{P}_g (algoritmo de fluxo de potências ótimo impreciso).

máximo da potência de carga total. Por outro lado, nas tabelas 8.38 e 8.39 são apresentados os valores extremos dos cortes referidos obtidos através de um processo de simulação por amostragem aleatória. Para este efeito, foram associadas distribuições de probabilidade uniforme aos intervalos de variação das potências activas de carga correspondentes aos cortes de nível 0.0 e 0.5. Deste modo e para cada um destes cortes, foi possível sortear 5000 combinações de potências activas de carga que foram analisadas através de um estudo determinístico de fluxo de potências óptimo. Esta metodologia, apesar dos erros análogos aos referidos em 8.2.4, permite construir funções de pertinência por forma a avaliar a qualidade dos resultados obtidos através da aplicação do modelo de fluxo de potências óptimo impreciso desenvolvido.

ramo nº	Trânsito de potência activa (Fluxo de Pot. Opt. Impreciso) MW					
	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄	a ₅	a ₆
1	-13.96	-11.97	-9.10	-9.10	-6.05	-2.99
3	126.70	128.24	129.78	129.78	131.37	134.88
5	101.92	102.61	103.29	103.29	104.01	105.94
6	-60.15	-58.65	-53.12	-53.12	-46.89	-40.57
9	-10.68	-4.34	1.98	1.98	8.36	16.67
13	-65.92	-61.65	-57.37	-57.37	-53.08	-48.19
21	-329.92	-310.60	-291.27	-291.27	-270.42	-219.57
22	-184.63	-166.01	-147.39	-147.39	-126.47	-66.99
27	154.89	175.43	201.70	201.70	229.17	256.64
36	-471.14	-459.17	-440.66	-440.66	-421.69	-393.09

Tab. 8.35 - Cortes de nível 0.0, 0.5 e 1.0 de \tilde{P}_k (algoritmo de fluxo de potências óptimo impreciso).

Geradores barra. nº	Potência activa produzida (carga min/carga max) MW					
	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄	a ₅	a ₆
7 1	0.0	0.0	0.0	0.0	8.43	16.88
7 2	183.12	191.56	200.00	200.00	200.00	200.00
7 3	200.00	200.00	200.00	200.00	200.00	200.00
13 1	353.49	353.49	364.79	364.79	379.23	394.00
18 1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
21 1	0.0	0.0	149.81	149.81	319.32	488.99
23 1	310.00	310.00	310.00	310.00	310.00	310.00
23 3	452.77	667.03	700.00	700.00	700.00	700.00

Tab. 8.36 - Cortes de nível 0.0, 0.5 e 1.0 de \tilde{P}_g (carga min/carga max).

ramo nº	Trânsito de potência activa (carga min/carga max) MW					
	a1	a2	a3	a4	a5	a6
1	-12.88	-11.97	-9.10	-9.10	-6.05	-2.99
3	127.19	128.48	129.78	129.78	131.27	134.88
5	102.23	102.76	103.29	103.29	103.95	105.94
6	-58.65	-58.65	-53.12	-53.12	-46.84	-40.57
9	-10.18	-4.10	1.98	1.98	8.26	16.67
13	-65.76	-61.57	-57.37	-57.37	-53.12	-48.28
21	-320.06	-305.66	-291.27	-291.27	-270.42	-219.57
22	-170.67	-159.03	-147.39	-147.39	-126.47	-66.99
27	161.92	175.43	201.70	201.70	229.17	256.64
36	-451.09	-451.09	-440.66	-440.66	427.64	-393.09

Tab. 8.37 - Cortes de nível 0.0, 0.5 e 1.0 de \tilde{P}_k (carga min/carga max).

Geradores barra. nº.		Potência activa produzida (Amostragem Aleatória) MW					
		a1	a2	a3	a4	a5	a6
7	1	0.0	0.0	0.0	0.0	8.43	16.88
7	2	183.12	191.56	200.00	200.00	200.00	200.00
7	3	200.00	200.00	200.00	200.00	200.00	200.00
13	1	316.02	340.30	364.79	364.76	389.25	394.00
18	1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
21	1	0.0	54.24	149.81	149.81	244.28	338.56
23	1	310.00	310.00	310.00	310.00	310.00	310.00
23	3	641.33	700.00	700.00	700.00	700.00	700.00

Tab. 8.38 - Cortes de nível 0.0, 0.5 e 1.0 de \tilde{P}_g (amostragem aleatória).

ramo nº	Trânsito de potência activa (Amostragem Aleatória) MW					
	a1	a2	a3	a4	a5	a6
1	-26.79	-17.94	-9.10	-9.10	0.42	9.93
3	115.80	122.79	129.78	129.78	137.55	145.32
5	92.42	97.86	103.29	103.29	109.69	116.09
6	-72.56	-62.82	-53.12	-53.12	-42.77	-32.46
9	-13.68	-5.84	1.98	1.98	9.87	17.76
13	-73.15	-65.29	-57.37	-57.37	-49.38	-41.40
21	-316.34	-303.83	-291.27	-291.27	-278.51	-261.47
22	-172.24	-159.87	-147.39	-147.39	-136.07	-116.74
27	164.99	183.37	201.70	201.70	219.17	236.60
36	-464.77	-452.68	-440.66	-440.66	-428.21	-415.83

Tab. 8.39 - Cortes de nível 0.0, 0.5 e 1.0 de \tilde{P}_k (amostragem aleatória).

A função de pertinência da potência produzida no gerador 13/1 obtida através do algoritmo de fluxo de potências ótimo impreciso é mais alargada que a obtida considerando, apenas, os estudos parametrizados de fluxo de potências ótimo associados aos vértices correspondentes às combinações de carga mínima e máxima. As coordenadas do ponto (neste caso, um vértice) do hiperparalelepípedo referido em 5.3.5 que origina o valor mínimo dessa potência produzida são apresentadas em (8.10). Estas coordenadas são representadas pelos desvios de cada potência de carga em relação ao valor central da função de pertinência respectiva.

$$V_1 = (14.58; 13.09; 24.30; 10.03; 9.58; 18.36; 16.88; 23.08; \\ 23.62; 26.33 ; 0.0; 0.0; -35.77; 26.19; 42.70; -13.5; \\ ; 0.0; -44.96; -24.44; -17.28; 0.0; 0.0; 0.0; 0.0) \quad (8.10)$$

As funções de pertinência dos trânsitos de potência activa apresentadas na tabela 8.35 foram obtidas não considerando vértices de tipo III verificando-se, por outro lado, que algumas delas estão contidas nas funções de pertinência construídas através de um processo de amostragem aleatória. Identificando vértices do tipo referido associados ao trânsito de potência activa nos ramos 1, 5 e 9, por exemplo, é possível obter os cortes de nível 0.0, 0.5 e 1.0 apresentados na tabela 8.40. Estas funções de pertinência contêm, agora, as construídas através do processo de simulação por amostragem aleatória implementado. As coordenadas dos vértices do hiperparalelepípedo referido em 5.3.5 associados, por exemplo, ao valor máximo destes trânsitos de potência são dadas, respectivamente, por (8.11) a (8.13).

ramo nº	\tilde{P}_k (Fluxo de Pot. Opt. Impreciso) MW					
	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄	a ₅	a ₆
1	-34.56	-21.84	-9.10	-9.10	3.63	16.48
5	87.47	95.38	103.29	103.29	111.20	119.28
9	-19.65	-8.83	1.98	1.98	12.78	23.87

Tab. 8.40 - Cortes de nível 0.0, 0.5 e 1.0 das funções de pert. dos trânsitos de potência activa em ramos (algoritmo de fluxo de potências ótimo impreciso e vértices de tipo III).

$$V_2 = (-14.58; 13.09; -24.30; 10.03; -9.58; 18.36; 16.88; 23.08; \\ 23.62; 26.33 ; 0.0; 0.0; 35.77; 26.19; -42.70; 13.5; \\ ; 0.0; 44.96; 24.44; 17.28; 0.0; 0.0; 0.0; 0.0) \quad (8.11)$$

$$V_3 = (-14.58; -13.09; -24.30; -10.03; -9.58; 18.36; 16.88; 23.08; -23.62; 26.33; 0.0; 0.0; 35.77; 26.19; -42.70; 13.5; 0.0; 44.96; 24.44; 17.28; 0.0; 0.0; 0.0; 0.0) \quad (8.12)$$

$$V_4 = (-14.58; -13.09; -24.30; -10.03; -9.58; 18.36; 16.88; 23.08; -23.62; 26.33; 0.0; 0.0; 35.77; 26.19; -42.70; 13.5; 0.0; 44.96; 24.44; 17.28; 0.0; 0.0; 0.0; 0.0) \quad (8.13)$$

8.3.1.2. Estudo de alguns estados associados a situações de contingência

Saída de serviço do ramo 5

Nesta situação o sistema não tem capacidade para alimentar combinações de potências de carga correspondentes a cortes de nível α para $\alpha \in [0.0; 1.0]$. Os índices de exposição e robustez assumem, portanto, os valores 1.0 e 0.0 respectivamente e a função de pertença da potência de corte de carga é dada pelo número impreciso triangular (8.14).

$$\tilde{P}_{gc} = (51.44; 69.80; 69.80; 88.16) \text{ MW} \quad (8.14)$$

Em seguida, foi estudado o impacto de reforços da capacidade de transporte dos ramos 10 e 11 e de produção dos geradores 1/4, 2/4, 15/6, 22/5 e 24/3 no valor de l_{exp} e l_{rob} . De entre estas estratégias de reforço, verificou-se que apenas o aumento da capacidade do ramo 10 poderá diminuir o valor de l_{exp} . Os valores que esse reforço deverá assumir por forma a diminuir o valor de l_{exp} são indicados na tabela 8.41.

l_{exp} pretendido	ΔP_{10} (MW)
1.00	69.80
0.75	74.39
0.50	78.98
0.25	83.57
0.00	88.16

Tab. 8.41 - Reforços da capacidade de transporte do ramo 10.

Saída de serviço do ramo 7

Nesta situação os índices de exposição e robustez assumem, respectivamente, os valores 0.0 e 1.0. A função de pertinência da potência de corte de carga obtida através do algoritmo de fluxo de potências ótimo impreciso encontra-se esquematizada na figura 8.31 (traço forte). Nesta figura é, ainda, apresentada a função de pertinência obtida através de um processo de simulação por amostragem aleatória análogo ao referido em 8.3.1.1 e realizado em relação aos cortes de nível 0.0, 0.25, 0.5 e 0.75 (traço fino).

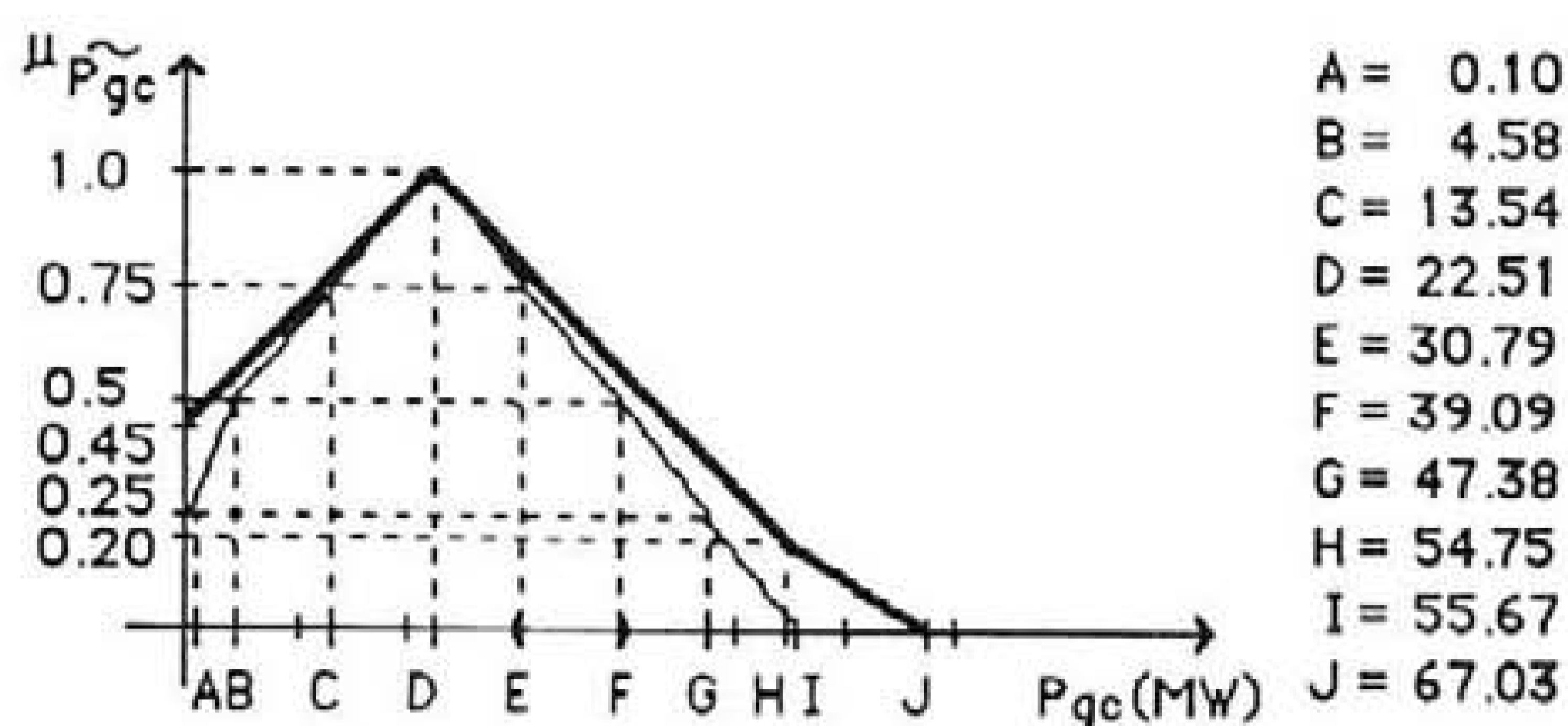


Fig. 8.31 - Função de pertinência da potência de corte de carga.

Na tabela 8.42 são apresentadas diversas estratégias possíveis de reforço da capacidade de componentes do sistema por forma a diminuir o valor do índice de exposição. Repare-se que a realização de reforços na capacidade de transporte do ramo 6 não permite diminuir valor desse índice para 0.5 ou valores inferiores. Por outro lado, verificou-se que o reforço da capacidade do ramo 11 ou dos geradores 15/6, 22/5 ou 23/3 não permitem diminuir o valor do índice de exposição.

componente a reforçar	μ_{exp} pretendido	ΔP (MW)
ramo 6	1.00	15.31
ramo 6	0.75	22.05
ramo 6	0.50	-
ramo 6	0.25	-
ramo 6	0.00	-

Tab. 8.42 - Valores de reforços da capacidade de alguns componentes.

componente a reforçar	I_{exp} pretendido	ΔP (MW)
gerador 1/4	1.00	79.30
gerador 1/4	0.75	114.21
gerador 1/4	0.50	149.12
gerador 1/4	0.25	184.03
gerador 1/4	0.00	218.95
gerador 2/4	1.00	90.11
gerador 2/4	0.75	127.54
gerador 2/4	0.50	166.53
gerador 2/4	0.25	205.52
gerador 2/4	0.00	244.51

Tab. 8.42 - Valores de reforços da capacidade de alguns componentes (cont.).

Em seguida, foi analisado o comportamento do sistema considerando um limite impreciso para o trânsito de potência activa no ramo 6. Foi especificado para este limite o número impreciso triangular dado por (8.15). De acordo com os resultados apresentados na tabela 8.42, o valor com grau de pertença 1.0 e o valor máximo do corte de nível 0.75 foram obtidos adicionando ao limite corrente (175.0 MW) os reforços de 15.31MW e de 22.05 MW, respectivamente. O valor máximo do corte de nível 0.0 foi obtido prolongando o segmento que liga os dois pontos anteriores até intersectar o eixo das abcissas (figura 8.32). O valor mínimo deste corte foi obtido considerando que o número impreciso pretendido deveria ser simétrico em relação ao seu valor central.

$$\tilde{P}_6^{\max} = (162.5; 190.5; 190.5; 218.5) \text{ MW} \quad (8.15)$$

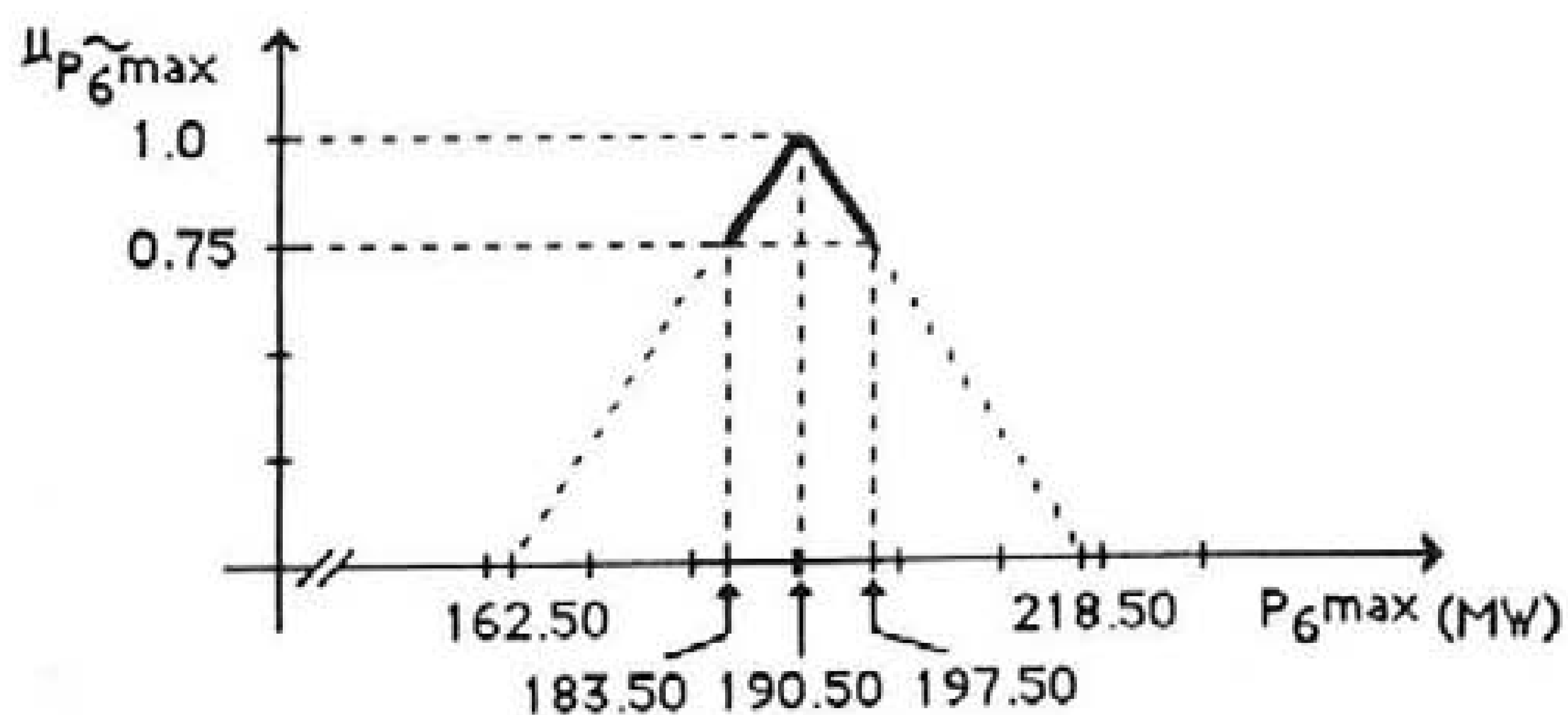


Fig. 8.32 - Limite impreciso do trânsito de potência activa no ramo 6.

Realizando um novo estudo de fluxo de potências óptimo impreciso obtém-se um valor nulo para o corte de carga associado a cortes de nível α superiores a 0.56. A função de pertinência correspondente encontra-se esquematizada a traço forte na figura 8.33. Este resultado é consistente com os valores de reforços apresentados na tabela 8.42. Com efeito, foi aí assinalada a impossibilidade de diminuir o valor do índice de exposição do sistema para 0.5 ou valores inferiores através da realização de reforços na capacidade de transporte do ramo 6. Na figura 8.33 encontra-se representada a traço fino a função de pertinência obtida através de um processo de amostragem aleatória. O índice de exposição do sistema obtido através do processo de amostragem aleatória (0.45) revela-se optimista visto que o algoritmo de fluxo de potências óptimo impreciso permite obter o valor 0.56 para esta grandeza.

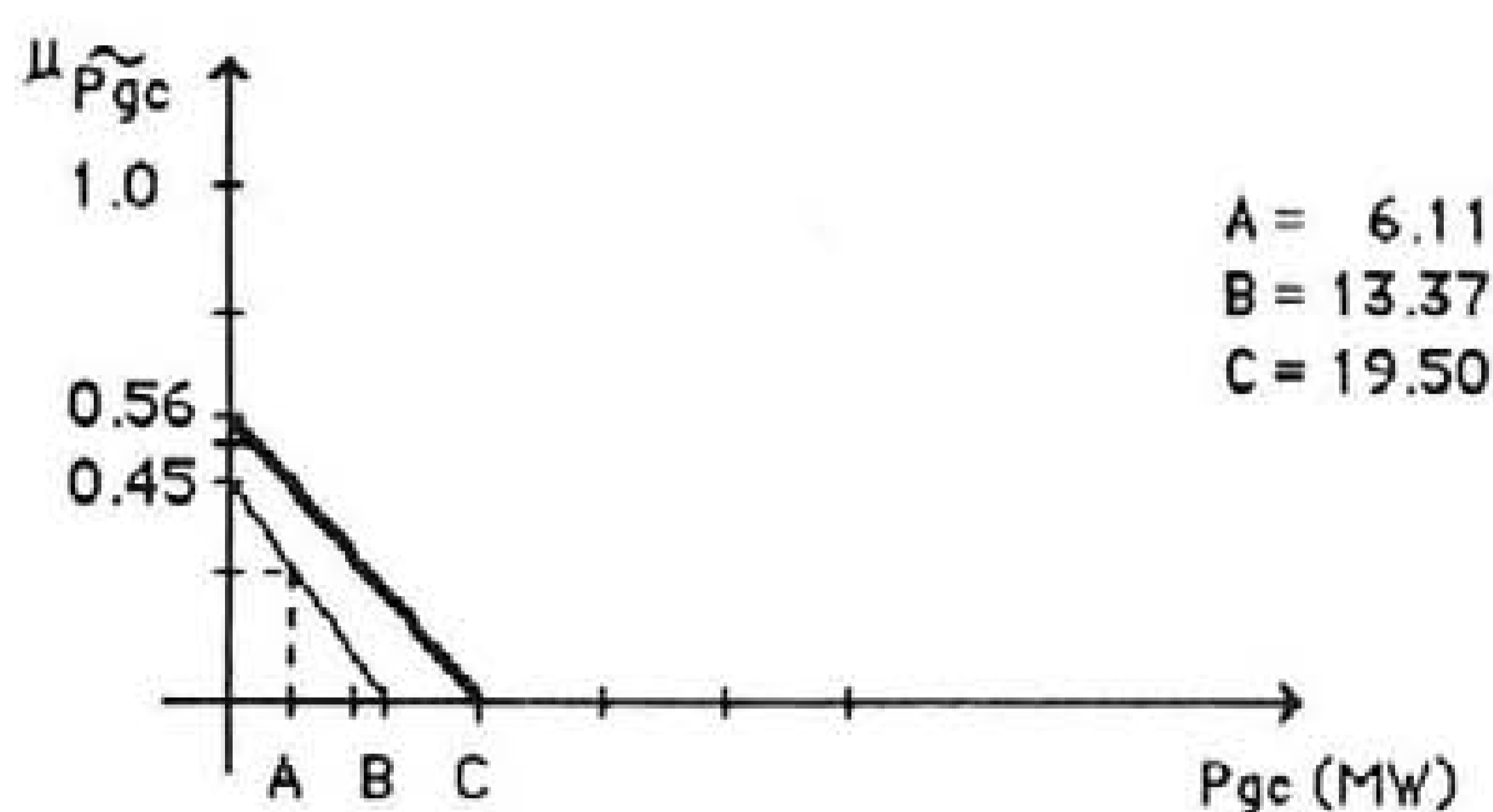


Fig. 8.33 - Função de pertinência da potência de corte de carga.

Saída de serviço dos geradores 1/1, 2/2 e 21/1

Nesta situação o sistema tem capacidade para alimentar todas as combinações de potências de carga possíveis pelo que os índices de exposição e de robustez têm o valor 0.0 e 1.0, respectivamente. Nas tabelas 8.43 e 8.44 são apresentados os valores extremos dos cortes de nível 0.0 (a_1 e a_6), 0.5 (a_2 e a_5) e 1.0 (a_3 e a_4) das funções de pertinência da potência activa produzida em geradores e dos trânsitos de potência activa em ramos do sistema obtidos através da utilização do algoritmo de fluxo de potências óptimo impreciso. De forma análoga ao referido em 8.3.1.1, são ainda apresentados os valores extremos desses cortes obtidos através da realização dos estudos parametrizados de fluxo de potências óptimo correspondentes aos vértices associados aos valores mínimo e máximo da potência de carga total (tabelas 8.45 e 8.46) e através de um processo de simulação por amostragem aleatória (tabelas 8.47 e 8.48).

Geradores barra. nº	Potência activa produzida (Fluxo de Pot. Opt. Impreciso) MW					
	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄	a ₅	a ₆
7 1	0.0	0.0	0.0	0.0	8.43	16.88
7 2	0.0	191.56	200.00	200.00	200.00	200.00
7 3	199.31	200.00	200.00	200.00	200.00	200.00
13 1	275.20	328.85	360.01	360.01	391.16	394.00
18 1	0.0	64.92	234.56	234.56	404.30	642.72
21 1	fora de serviço					
23 1	310.00	310.00	310.00	310.00	310.00	310.00
23 3	532.77	700.00	700.00	700.00	700.00	700.00

Tab. 8.43 - Cortes de nível 0.0, 0.5 e 1.0 de \tilde{P}_g (algoritmo de fluxo de potências óptimo impreciso).

ramo nº	Trânsito de potência activa (Fluxo de Pot. Opt. Impreciso) MW					
	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄	a ₅	a ₆
1	-9.29	-7.35	-4.38	-4.38	-1.41	8.22
3	99.55	101.84	107.58	107.58	113.31	119.05
5	83.00	84.38	87.84	87.84	91.30	94.75
6	-59.14	-56.89	-51.00	-51.00	-45.11	-11.56
9	-34.95	-30.74	-20.21	-20.21	-9.68	0.84
13	-152.57	-59.82	-55.35	-55.35	-50.88	-46.53
21	-378.28	-325.96	-306.56	-306.56	-287.16	-245.27
22	-240.13	-178.81	-160.13	-160.13	-141.44	-90.71
27	179.20	199.43	226.34	226.34	253.24	317.29
36	-458.33	-445.69	-426.65	-426.65	-407.61	-350.79

Tab. 8.44 - Cortes de nível 0.0, 0.5 e 1.0 de \tilde{P}_k (algoritmo de fluxo de potências óptimo impreciso).

Geradores barra. nº	Potência activa produzida (carga min/carga max) MW					
	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄	a ₅	a ₆
7 1	0.0	0.0	0.0	0.0	8.43	16.88
7 2	200.00	191.56	200.00	200.00	200.00	200.00
7 3	200.00	200.00	200.00	200.00	200.00	200.00
13 1	341.49	345.78	360.01	360.01	374.25	394.00
18 1	0.0	64.92	234.56	234.56	404.30	636.52
21 1	fora de serviço					
23 1	310.00	310.00	310.00	310.00	310.00	310.00
23 3	532.77	700.00	700.00	700.00	700.00	700.00

Tab. 8.45 - Cortes de nível 0.0, 0.5 e 1.0 de \tilde{P}_g (carga min/carga max).

ramo nº	Trânsito de potência activa (carga min/carga max) MW					
	a1	a2	a3	a4	a5	a6
1	-9.36	-7.35	-4.38	-4.38	-1.41	3.78
3	105.08	106.19	107.58	107.58	108.96	111.39
5	86.78	87.25	87.84	87.84	88.43	89.67
6	-59.14	-56.89	-51.00	-51.00	-45.11	-29.31
9	-31.34	-26.39	-20.21	-20.21	-14.03	-6.82
13	-92.48	-59.57	-55.35	-55.35	-51.13	-46.62
21	-347.83	-321.11	-306.56	-306.56	-292.01	-245.27
22	-193.78	-171.90	-160.13	-160.13	-148.35	-90.71
27	178.78	199.43	226.34	226.34	253.24	294.71
36	-443.80	-439.81	-426.65	-426.65	-413.49	-389.19

Tab. 8.46 - Cortes de nível 0.0, 0.5 e 1.0 de \tilde{P}_k (carga min/carga max).

Geradores barra. nº	Potência activa produzida (Amostragem Aleatória) MW					
	a1	a2	a3	a4	a5	a6
7 1	0.0	0.0	0.0	0.0	8.43	16.88
7 2	103.51	191.56	200.00	200.00	200.00	200.00
7 3	200.00	200.00	200.00	200.00	200.00	200.00
13 1	311.08	335.54	360.01	360.01	384.49	394.00
18 1	43.35	138.97	234.56	234.56	328.87	433.59
21 1	fora de serviço					
23 1	310.00	310.00	310.00	310.00	310.00	310.00
23 3	700.00	700.00	700.00	700.00	700.00	700.00

Tab. 8.47 - Cortes de nível 0.0, 0.5 e 1.0 de \tilde{P}_g (amostragem aleatória).

ramo nº	Trânsito de potência activa (Amostragem Aleatória) MW					
	a1	a2	a3	a4	a5	a6
1	-22.08	-13.23	-4.38	-4.38	5.11	14.62
3	95.58	100.58	107.58	107.58	115.36	123.14
5	76.97	82.40	87.84	87.84	94.25	100.65
6	-70.11	-60.56	-51.00	-51.00	-40.78	-30.49
9	-35.88	-28.05	-20.21	-20.21	-12.31	-4.40
13	-99.25	-63.27	-55.35	-55.35	-47.36	-39.37
21	-335.45	-319.14	-306.56	-306.56	-293.76	-280.96
22	-185.11	-172.62	-160.13	-160.13	-148.70	-137.27
27	189.77	208.05	226.34	226.34	243.55	271.63
36	-450.80	-323.28	-426.65	-426.65	-330.62	-399.78

Tab. 8.48 - Cortes de nível 0.0, 0.5 e 1.0 de \tilde{P}_k (amostragem aleatória).

Em relação a este estado do sistema, o algoritmo de fluxo de potências óptimo impreciso permite construir funções de pertença da potência activa produzida nos geradores 7/2, 13/1 e 18/1 mais alargadas que as obtidas considerando, apenas, a realização de estudos parametrizados de fluxo de potências óptimo associados aos vértices correspondentes às combinações de potências de carga mínima e máxima do sistema. As coordenadas do ponto do hiperparalelepípedo associado à combinação de potências de carga que originam o valor mínimo da potência activa produzida nos geradores 7/2 e 13/1 são dadas por (8.16).

$$V_5 = (14.58; 13.09; 24.30; 10.03; 9.58; 18.36; 16.88; -23.08; \\ 23.62; -26.33 ; 0.0; 0.0; 35.77; -26.19; 42.70; -13.5; \\ ; 0.0; 44.96; -24.44; -17.28; 0.0; 0.0; 0.0; 0.0) \quad (8.16)$$

As funções de pertença dos trânsitos de potência activa apresentadas na tabela 8.40 foram obtidas não considerando vértices de tipo III. Identificando vértices deste tipo associados ao trânsito de potência activa nos ramos 1, 5 e 9 obtêm-se os cortes de nível 0.0, 0.5 e 1.0 apresentados na tabela 8.49. As coordenadas dos vértices associados, por exemplo, ao valor máximo destes trânsitos de potência são dadas, respectivamente, por (8.17) a (8.19).

ramo nº	\tilde{P}_k (Fluxo de Pot. Opt. Impreciso) MW					
	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄	a ₅	a ₆
1	-29.79	-17.09	-4.38	-4.38	8.31	21.01
5	72.03	79.94	87.84	87.84	95.74	103.73
9	-41.82	-31.02	-20.21	-20.21	-9.41	1.51

Tab. 8.49 - Cortes de nível 0.0, 0.5 e 1.0 das funções de pert. dos trânsitos de potência activa em ramos (algoritmo de fluxo de potências óptimo impreciso e vértices de tipo III).

$$V_6 = (-14.58; 13.09; -24.30; 10.03; -9.58; 18.36; 16.88; 23.08; \\ 23.62; 26.33 ; 0.0; 0.0; 35.77; 26.19; -42.70; 13.5; \\ ; 0.0; 44.96; 24.44; 17.28; 0.0; 0.0; 0.0; 0.0) \quad (8.17)$$

$$V_7 = (-14.58; -13.09; -24.30; -10.03; -9.58; 18.36; 16.88; 23.08; \\ -23.62; 26.33 ; 0.0; 0.0; 35.77; 26.19; -42.70; 13.5; \\ ; 0.0; 44.96; 24.44; 17.28; 0.0; 0.0; 0.0; 0.0) \quad (8.18)$$

$$\begin{aligned}
 V_8 = & (-14.58; -13.09; -24.30; -10.03; -9.58; 18.36; 16.88; 23.08; \\
 & -23.62; 26.33 ; 0.0; 0.0; 35.77; 26.19; -42.70; 13.5; \\
 & ; 0.0; 44.96; 24.44; 17.28; 0.0; 0.0; 0.0; 0.0) \quad (8.19)
 \end{aligned}$$

Saída de serviço dos geradores 7/3, 13/1 e 23/2

A saída de serviço destes geradores origina a perda da capacidade do sistema alimentar algumas combinações de potências de carga com grau de pertinência inferior a 0.70 pelo que os índices de exposição e robustez assumem, respectivamente, os valores 0.70 e 0.30. Na figura 8.34 é apresentada a função de pertinência da potência de corte de carga obtida através do algoritmo de fluxo de potências óptimo impreciso (traço forte). A traço fino é apresentada a função de pertinência obtida para a potência de corte de carga através de um processo de simulação por amostragem aleatória. Este processo de simulação conduz a um valor optimista do índice de exposição (0.52) se comparado com o obtido através do algoritmo de fluxo de potências óptimo impreciso (0.70).

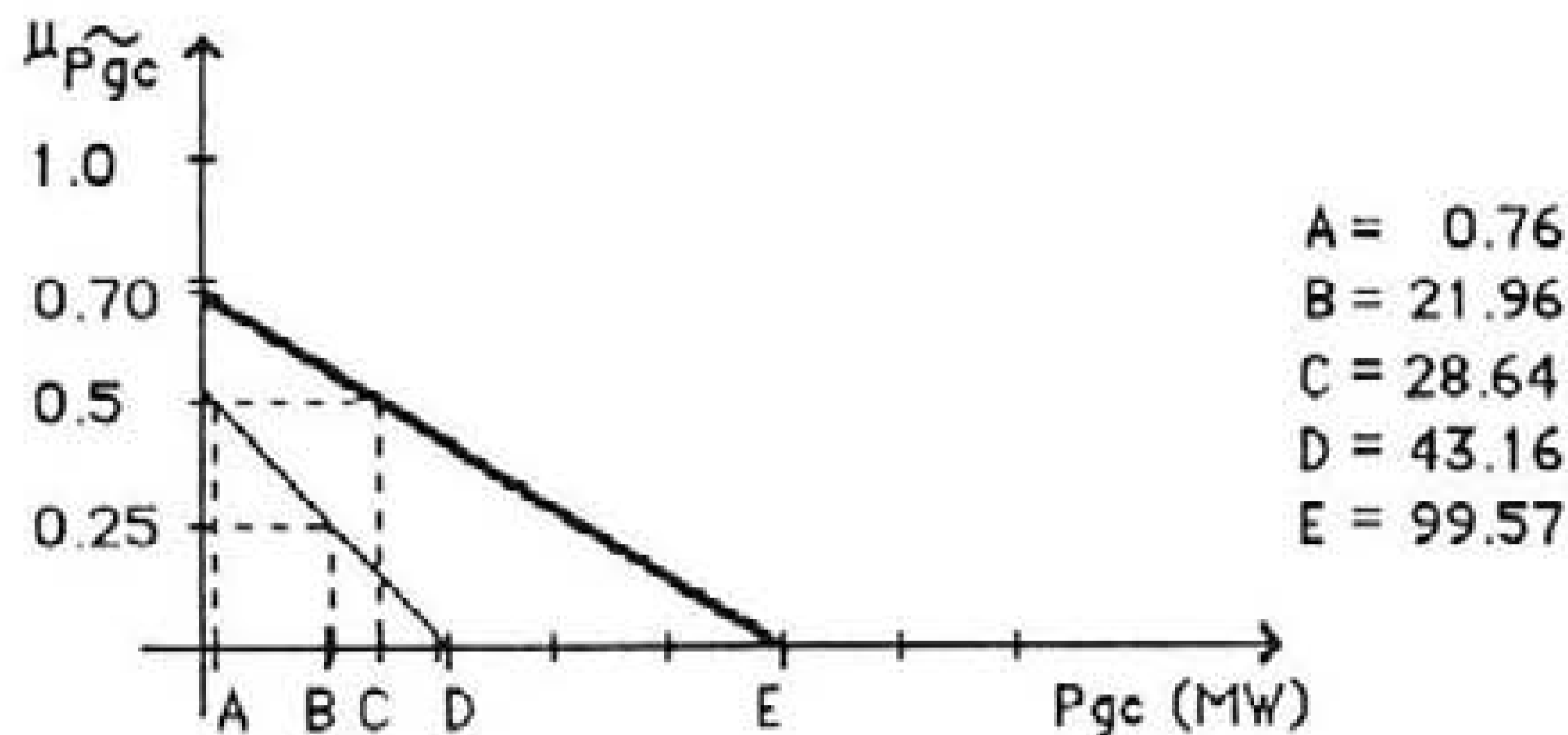


Fig. 8.34 - Função de pertinência da potência de corte de carga.

Foram, em seguida, analisadas diversas estratégias de reforço do sistema por forma a diminuir o valor do índice de exposição. Na tabela 8.50 são apresentados os valores obtidos para o reforço a efectuar na capacidade de alguns componentes do sistema de modo a diminuir o índice de exposição para o valor especificado. Verificou-se que reforços na capacidade dos geradores 15/6 e 22/5 e de transmissão dos ramos 11 ou 28 não permitem diminuir o valor desse índice. Por outro lado, verifica-se que a realização de reforços nos geradores 1/4 e 2/4 não permite diminuir o índice de exposição para 0.0.

componente a reforçar	l _{exp} pretendido	Δ P (MW)
ramo 23	0.50	22.27
ramo 23	0.25	49.84
ramo 23	0.0	77.40
gerador 1/4	0.50	59.15
gerador 1/4	0.25	-
gerador 1/4	0.0	-
gerador 2/4	0.50	58.55
gerador 2/4	0.25	203.07
gerador 2/4	0.0	-
gerador 23/3	0.50	108.35
gerador 23/3	0.25	241.28
gerador 23/3	0.0	374.20

Tab. 8.50 - Valores de reforços da capacidade de alguns componentes.

8.3.1.3. Avaliação da fiabilidade do sistema

A fiabilidade do sistema em análise foi avaliada, utilizando a metodologia apresentada no Capítulo 7 por forma a estimar os valores esperados dos índices de exposição e robustez e da função de pertinência da potência de corte de carga e a estimar a função de pertinência da probabilidade de corte de carga. A simulação foi realizada considerando valores para a imprecisão relativa máxima admissível associada ao valor esperado da potência de corte de carga e para a probabilidade mínima associada à truncagem da tabela das probabilidades das acumuladas das potências fora de serviço de 0.1 e 10^{-8} , respectivamente.

O valor esperado da função de pertinência da potência de corte de carga devida, apenas, a deficiências do sistema produtor é dada pelo número impreciso triangular (8.20).

$$E(\tilde{P}_{gcg}) = (0.86; 4.19; 4.19; 17.23) \text{ MW} \quad (8.20)$$

A estimativa do valor esperado da função de pertinência da potência de corte de carga e a estimativa da função de pertinência da probabilidade de corte de carga encontram-se esquematizadas nas figuras 8.35 e 8.36 e os valores esperados dos índices de exposição e robustez são dados por (8.21) e (8.22).

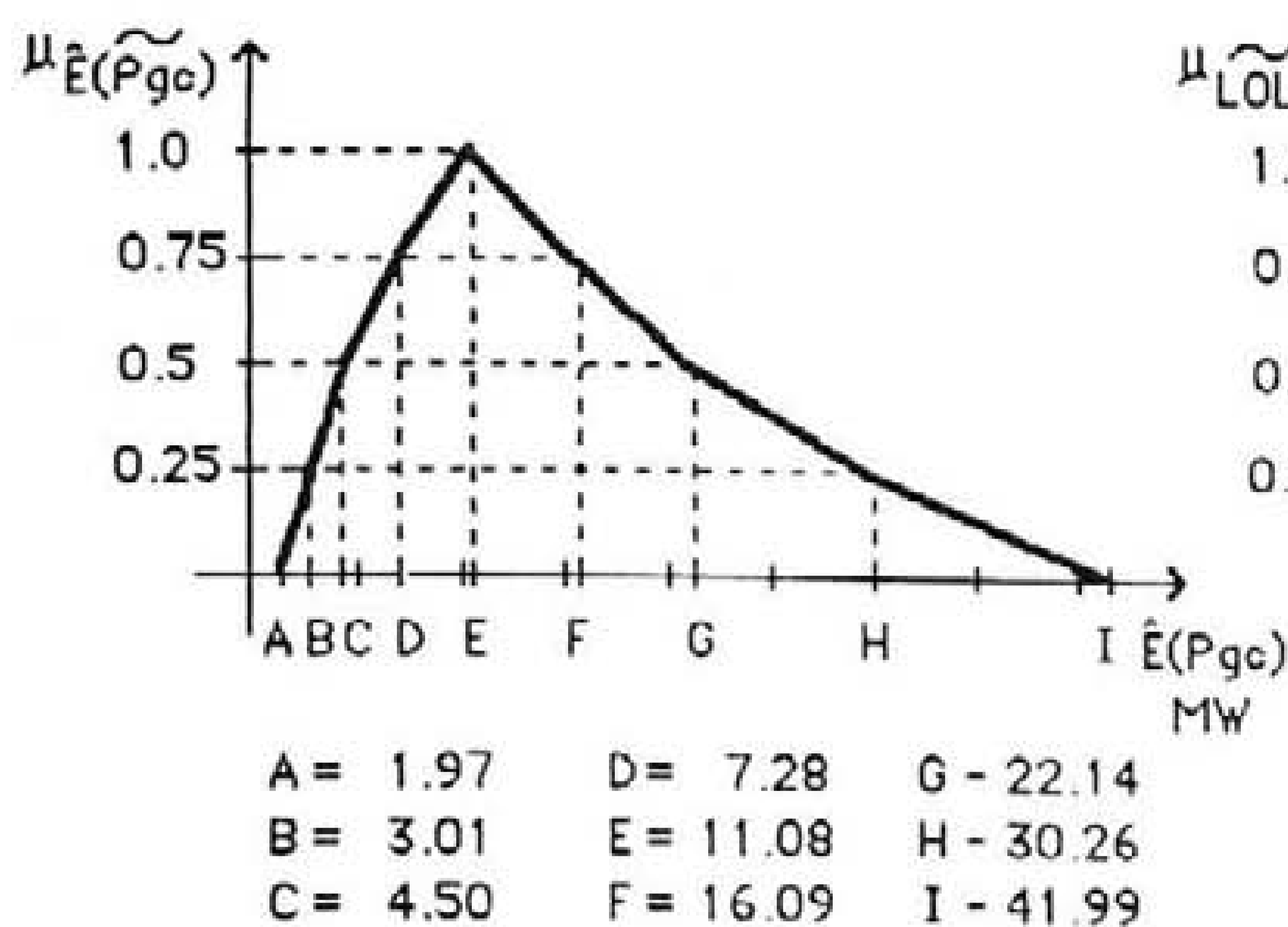


Fig. 8.35 - Estimativa da potência de corte de carga.

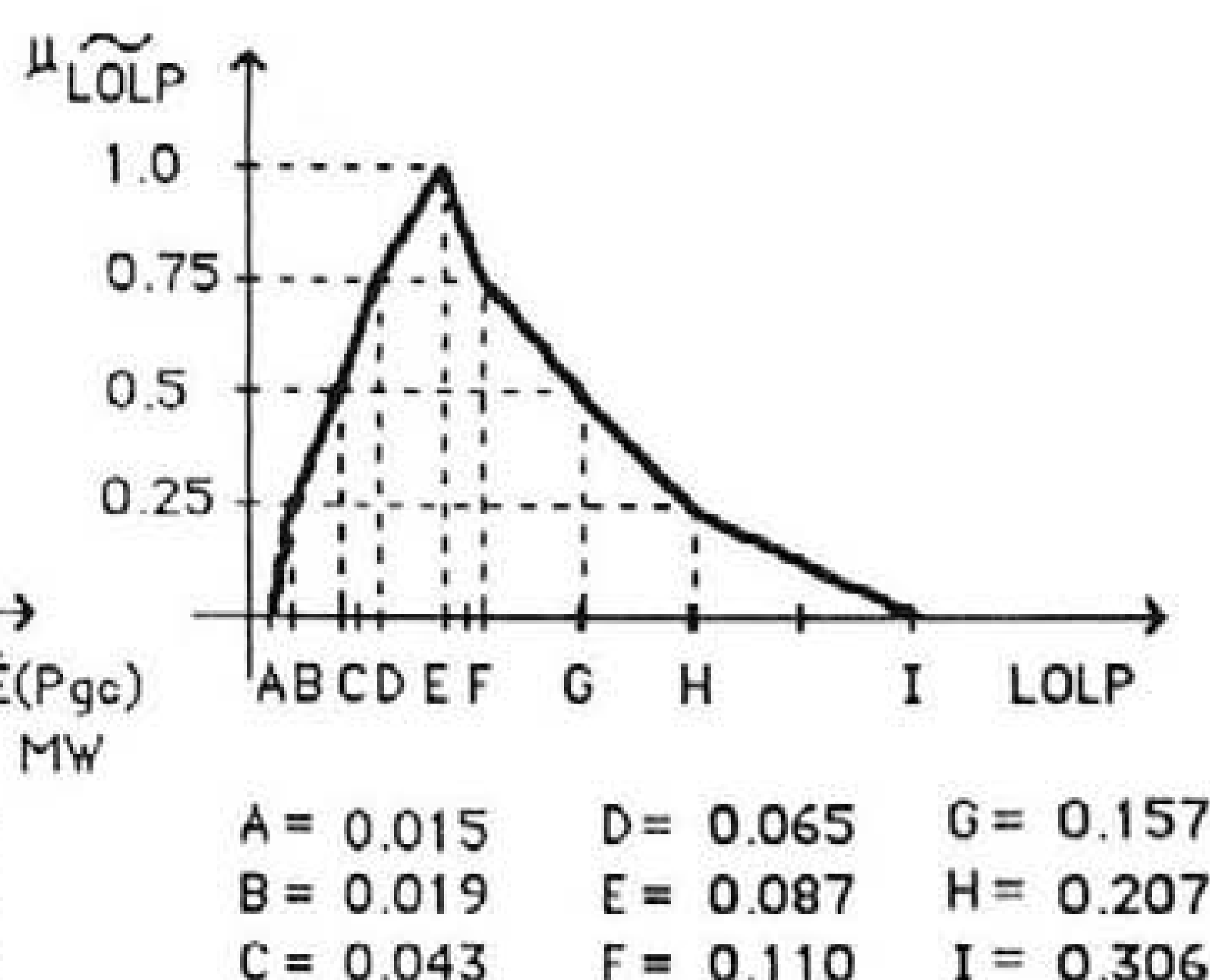


Fig. 8.36 - Estimativa da probabilidade de corte de carga.

$$\hat{E}(I_{exp}) = 0.161 \quad (8.21)$$

$$\hat{E}(I_{rob}) = 0.839 \quad (8.22)$$

O processo de simulação, utilizando variável de controlo e amostragem antitética, converge após serem analisados 716 estados do sistema. A não utilização de qualquer destas técnicas de aceleração de convergência exige a análise de 3258 estados por forma a obter a mesma imprecisão relativa. Este facto pode ser traduzido pela diminuição do tempo de execução computacional do processo de avaliação de fiabilidade do sistema em análise para cerca de 22.0% do associado ao processo de simulação não utilizando qualquer técnica de aceleração da convergência.

Finalmente, foram realizadas simulações análogas considerando que cada estado amostrado era analisado estudando, apenas, as combinações de potências activas de carga localizadas sobre o segmento que, passando pela origem do referencial associado ao hiperparalelepípedo contendo as combinações de potências de carga possíveis, une os vértices associados aos valores mínimo e máximo dessa potência. As estimativas obtidas para os índices de exposição e de robustez são dadas por (8.23) e (8.24) e nas figuras 8.37 e 8.38 são apresentadas a estimativa do valor esperado da função de pertinência da potência de corte de carga e a estimativa da função de pertinência da probabilidade de corte de carga.

$$\hat{E}(I_{exp}) = 0.159 \quad (8.23)$$

$$\hat{E}(I_{rob}) = 0.841 \quad (8.24)$$

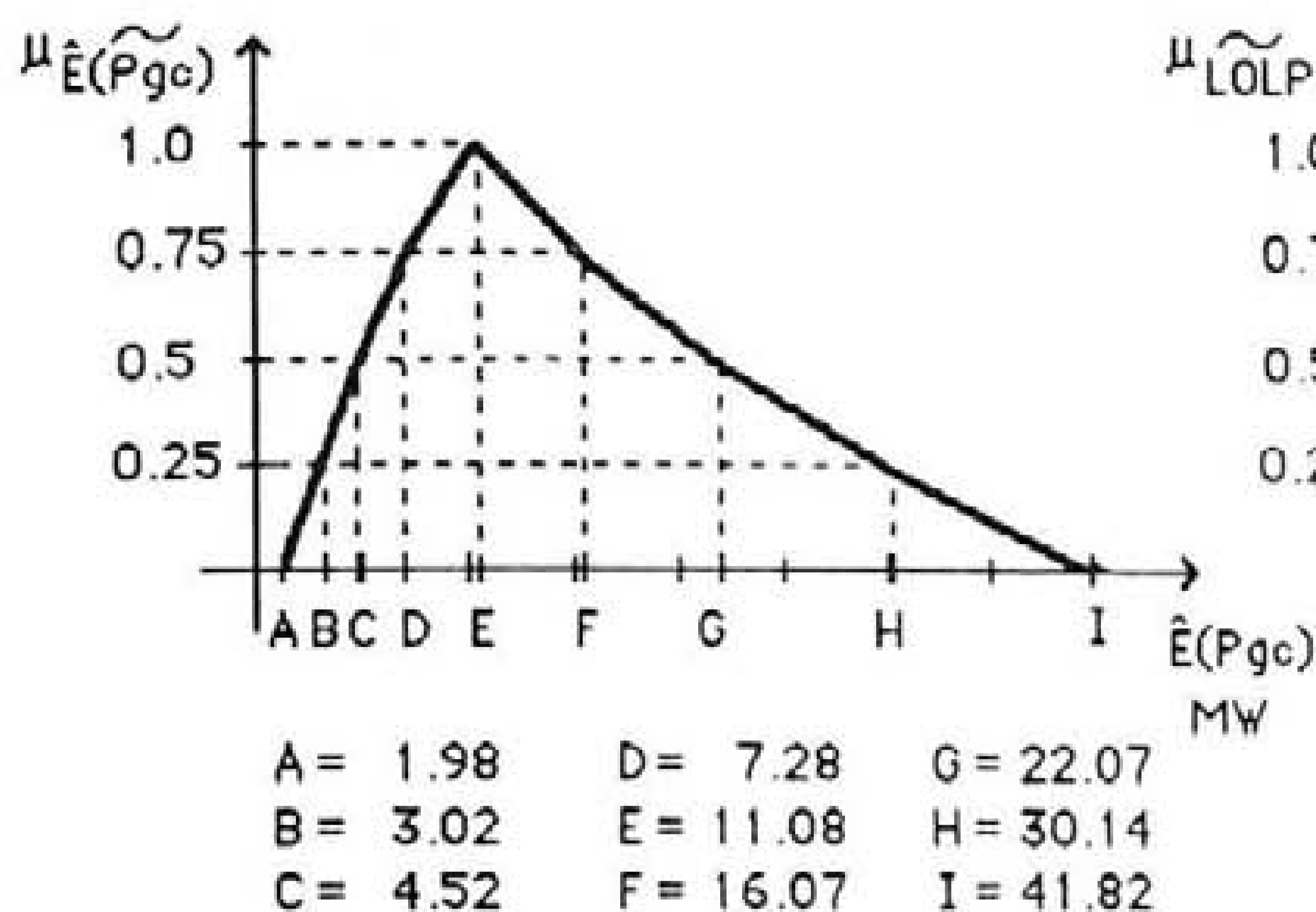


Fig. 8.37 - Estimativa da potência de corte de carga.

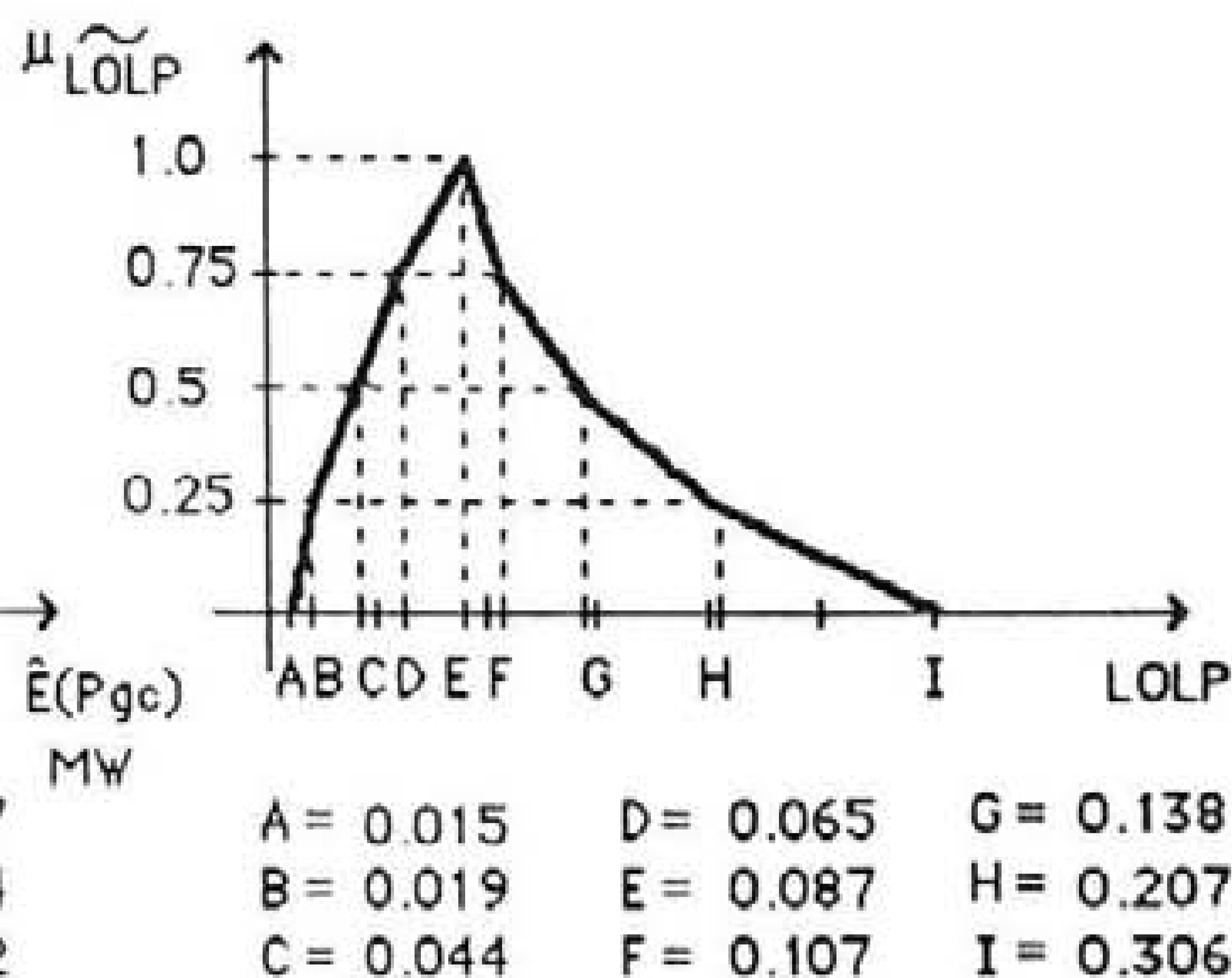


Fig. 8.38 - Estimativa da probabilidade de corte de carga.

8.3.2. 2º conjunto de testes

8.3.2.1. Fluxo de potências ótimo impreciso para o caso base

Em primeiro lugar, foi analisado o comportamento do sistema considerando que todos os componentes estão disponíveis (caso base). Nas tabelas 8.51 e 8.52 são apresentados os valores extremos dos cortes de nível 0.0 (a_1 e a_6), 0.5 (a_2 e a_5) e 1.0 (a_3 e a_4) das funções de pertinência das potências activas produzidas em geradores e dos trânsitos de potência activa em ramos obtidos através do algoritmo de fluxo de potências ótimo impreciso. De forma análoga ao realizado em 8.3.1.1, nas tabelas 8.53 e 8.54 são apresentados os valores extremos desses cortes obtidos através da realização dos estudos parametrizados de fluxo de potências ótimo associados aos vértices do hiperparalelepípedo referido em 5.3.5 correspondentes aos valores mínimo e máximo da potência activa de carga do sistema. São, ainda, apresentados os valores extremos dos cortes de nível α referidos obtidos através de um processo de simulação por amostragem aleatória (tabelas 8.55 e 8.56) análogo ao descrito em 8.3.1.1.

Geradores barra. nº	Potência activa produzida (Fluxo de Pot. Opt. Impreciso) MW					
	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄	a ₅	a ₆
7 1	0.0	0.0	0.0	11.25	16.87	22.50
7 2	177.50	183.12	188.75	200.00	200.00	200.00
7 3	200.00	200.00	200.00	200.00	200.00	200.00
13 1	281.92	302.67	323.43	394.00	394.00	394.00
18 1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
21 1	0.0	0.0	0.0	375.88	489.48	612.16
23 1	310.00	310.00	310.00	310.00	310.00	310.00
23 3	330.04	452.68	575.32	700.00	700.00	700.00

Tab. 8.51 - Cortes de nível 0.0, 0.5 e 1.0 de \tilde{P}_g (algoritmo de fluxo de potências óptimo impreciso).

ramo nº	Trânsito de potência activa (Fluxo de Pot. Opt. Impreciso) MW					
	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄	a ₅	a ₆
1	-15.25	-13.96	-12.57	-5.03	-2.99	-0.73
3	114.80	118.32	122.12	137.43	141.26	145.09
5	94.28	96.39	98.68	107.90	110.21	112.52
6	-61.96	-60.63	-58.83	-44.75	-40.56	-35.42
9	-25.77	-19.05	-12.06	16.02	23.05	30.07
13	-69.29	-66.31	-63.33	-51.41	-48.28	-45.00
21	-342.80	-329.92	-317.04	-247.80	-219.56	-191.32
22	-197.04	-184.63	-172.22	-97.13	-66.98	-36.82
27	141.43	154.89	168.99	238.32	256.64	276.37
36	-477.48	-471.14	-463.16	-415.36	-393.06	-360.94

Tab. 8.52 - Cortes de nível 0.0, 0.5 e 1.0 de \tilde{P}_k (algoritmo de fluxo de potências óptimo impreciso).

Geradores barra. nº	Potência activa produzida (carga min/carga max) MW					
	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄	a ₅	a ₆
7 1	0.0	0.0	0.0	11.25	16.87	22.50
7 2	177.50	183.12	188.75	200.00	200.00	200.00
7 3	200.00	200.00	200.00	200.00	200.00	200.00
13 1	352.30	352.30	352.30	394.00	394.00	394.00
18 1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
21 1	0.0	0.0	0.0	375.88	489.49	612.16
23 1	310.00	310.00	310.00	310.00	310.00	310.00
23 3	330.04	452.68	575.32	700.00	700.00	700.00

Tab. 8.53 - Cortes de nível 0.0, 0.5 e 1.0 de \tilde{P}_g (carga min/carga max).

ramo nº	Trânsito de potência activa (carga min/carga max) MW					
	a1	a2	a3	a4	a5	a6
1	-13.30	-12.88	-12.45	-5.03	-2.99	-0.73
3	126.56	127.19	128.05	132.28	134.88	137.48
5	102.03	102.23	102.58	104.49	105.94	107.40
6	-58.66	-58.66	-58.66	-44.75	-40.56	-35.42
9	-14.01	-10.18	-6.13	10.87	16.67	22.46
13	-68.49	-65.76	-62.96	-51.56	-48.28	-45.00
21	-330.90	-320.05	-310.46	-247.80	-219.56	-191.32
22	-181.25	170.67	-162.91	-97.13	-66.98	-36.82
27	154.10	161.93	169.76	238.32	256.64	274.37
36	-452.14	452.14	-452.14	-423.30	-393.06	-360.94

Tab. 8.54 - Cortes de nível 0.0, 0.5 e 1.0 de \tilde{P}_k (carga min/carga max).

Geradores barra. nº.	nº	Potência activa produzida (Amostragem Aleatória) MW					
		a1	a2	a3	a4	a5	a6
7	1	0.0	0.0	0.0	11.25	16.87	22.50
7	2	177.50	183.12	188.75	200.00	200.00	200.00
7	3	200.00	200.00	200.00	200.00	200.00	200.00
13	1	299.71	316.02	332.32	394.00	394.00	394.00
18	1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
21	1	0.0	0.0	22.15	275.32	338.56	400.98
23	1	310.00	310.00	310.00	310.00	310.00	310.00
23	3	548.58	641.33	700.00	700.00	700.00	700.00

Tab. 8.55 - Cortes de nível 0.0, 0.5 e 1.0 de \tilde{P}_g (amostragem aleatória).

ramo nº	Trânsito de potência activa (Amostragem Aleatória) MW					
	a1	a2	a3	a4	a5	a6
1	-32.58	-26.79	-20.89	3.35	9.93	16.39
3	111.15	115.80	120.46	140.14	145.32	150.50
5	88.80	92.42	96.04	111.82	116.09	120.36
6	-77.52	-72.56	-66.08	-39.35	-32.46	-25.58
9	-18.90	-13.68	-8.46	12.50	17.76	23.02
13	-78.34	-73.15	-67.93	-46.72	-41.40	-36.08
21	-324.69	-316.34	-307.98	-274.23	-261.47	-241.08
22	-180.52	-172.24	-163.96	-132.28	-116.74	-91.88
27	152.76	164.99	177.23	224.96	236.60	248.23
36	-472.81	-464.77	-456.74	-424.11	-415.83	-407.55

Tab. 8.56 - Cortes de nível 0.0, 0.5 e 1.0 de \tilde{P}_k (amostragem aleatória).

A função de pertença da potência activa produzida no gerador 13/1 obtida utilizando o algoritmo de fluxo de potências óptimo impreciso é mais alargada que a construída considerando, apenas, os estudos parametrizados associados aos vértices correspondentes às cargas mínima e máxima do sistema. As coordenadas do ponto do hiperparalelepípedo referido em 5.3.5 associados ao valor mínimo desta potência são dadas por (8.25).

$$V_1 = (19.44; 17.46; 32.40; 13.38; 12.78; 24.48; 22.50; 30.78; \\ 31.50; 35.10 ; 0.0; 0.0; -47.70; 34.92; 57.06; -19.00; \\ ; 0.0; -59.94; -32.58; -23.04; 0.0; 0.0; 0.0; 0.0) \quad (8.25)$$

As funções de pertença dos trânsitos de potência activa apresentadas na tabela 8.44 foram obtidas não considerando vértices de tipo III. Identificando vértices deste tipo associados ao trânsito de potência activa nos ramos 1, 5 e 9 é possível obter os cortes de nível 0.0, 0.5 e 1.0 apresentados na tabela 8.57. As coordenadas dos vértices associados, por exemplo, ao valor máximo destes trânsitos de potência são dadas por (8.26) a (8.28), respectivamente.

ramo nº	\hat{P}_k (Fluxo de Pot. Opt. Impreciso) MW					
	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄	a ₅	a ₆
1	-42.59	-34.56	-26.09	7.88	16.48	25.24
5	82.19	87.47	92.74	113.84	119.28	124.77
9	-26.86	-19.65	-12.44	16.40	23.87	31.42

Tab. 8.57 - Cortes de nível 0.0, 0.5 e 1.0 das funções de pert. dos trânsitos de potência activa em ramos (algoritmo de fluxo de potências óptimo impreciso e vértices de tipo III).

$$V_2 = (-19.44; 17.46; -32.40; 13.38; -12.78; 24.48; 22.50; 30.78; \\ ; 31.50; 35.10 ; 0.0; 0.0; 47.70; 34.92; -57.06; 19.00; \\ ; 0.0; 59.94; 32.58; 23.04; 0.0; 0.0; 0.0; 0.0) \quad (8.26)$$

$$V_3 = (-19.44; -17.46; -32.40; -13.38; -12.78; 24.48; 22.50; 30.78; \\ ; -31.50; 35.10 ; 0.0; 0.0; 47.70; 34.92; -57.06; 19.00; \\ ; 0.0; 59.94; 32.58; 23.04; 0.0; 0.0; 0.0; 0.0) \quad (8.27)$$

$$\begin{aligned}
 V_4 = & (-19.44; -17.46; -32.40; -13.38; -12.78; 24.48; 22.50; 30.78; \\
 & ; -31.50; 35.10 ; 0.0; 0.0; 47.70; 34.92; -57.06; 19.00; \\
 & ; 0.0; 59.94; 32.58; 23.04; 0.0; 0.0; 0.0; 0.0) \quad (8.28)
 \end{aligned}$$

8.3.2.2. Estudo de alguns estados associados a situações de contingência

De forma análoga ao realizado em 8.3.1.2 serão analisados, em seguida, alguns estados do sistema correspondentes a situações de contingência.

Saída de serviço do ramo 5

Nesta situação o sistema não tem capacidade para alimentar qualquer combinação de potências de carga. Os índices de exposição e de robustez assumem, portanto, os valores 1.0 e 0.0 respectivamente e a função de pertença da potência de corte de carga é dada pelo número impreciso trapezoidal (8.29).

$$\tilde{P}_{gc} = (45.32; 57.56; 82.04; 94.28) \text{ MW} \quad (8.29)$$

De forma análoga ao realizado em 8.3.1.2, foi analisado o impacto de reforços da capacidade de transporte de energia dos ramos 10 e 11 e de produção dos geradores 1/4, 2/4, 15/6, 22/5 e 24/3 no valor de l_{exp} e de l_{rob} . De entre estas hipóteses, verificou-se que apenas o reforço da capacidade de transporte do ramo 10 poderá diminuir o valor do índice referido. Os valores que esse reforço deverá assumir por forma a diminuir o índice de exposição são indicados na tabela 8.58.

l_{exp} pretendido	ΔP_{10} (MW)
1.00	82.04
0.75	85.10
0.50	88.16
0.25	91.22
0.00	94.28

Tab. 8.58 - Reforços da capacidade de transporte do ramo 10.

Saída de serviço do ramo 7

Nesta situação os índices de exposição e robustez assumem, respectivamente, os valores 0.0 e 1.0. A função de pertinência da potência de corte de carga obtida através do algoritmo de fluxo de potências ótimo impreciso encontra-se esquematizada na figura 8.39 a traço forte. Nesta figura e a traço fino encontra-se representada a função de pertinência obtida através de um processo de simulação por amostragem aleatória.

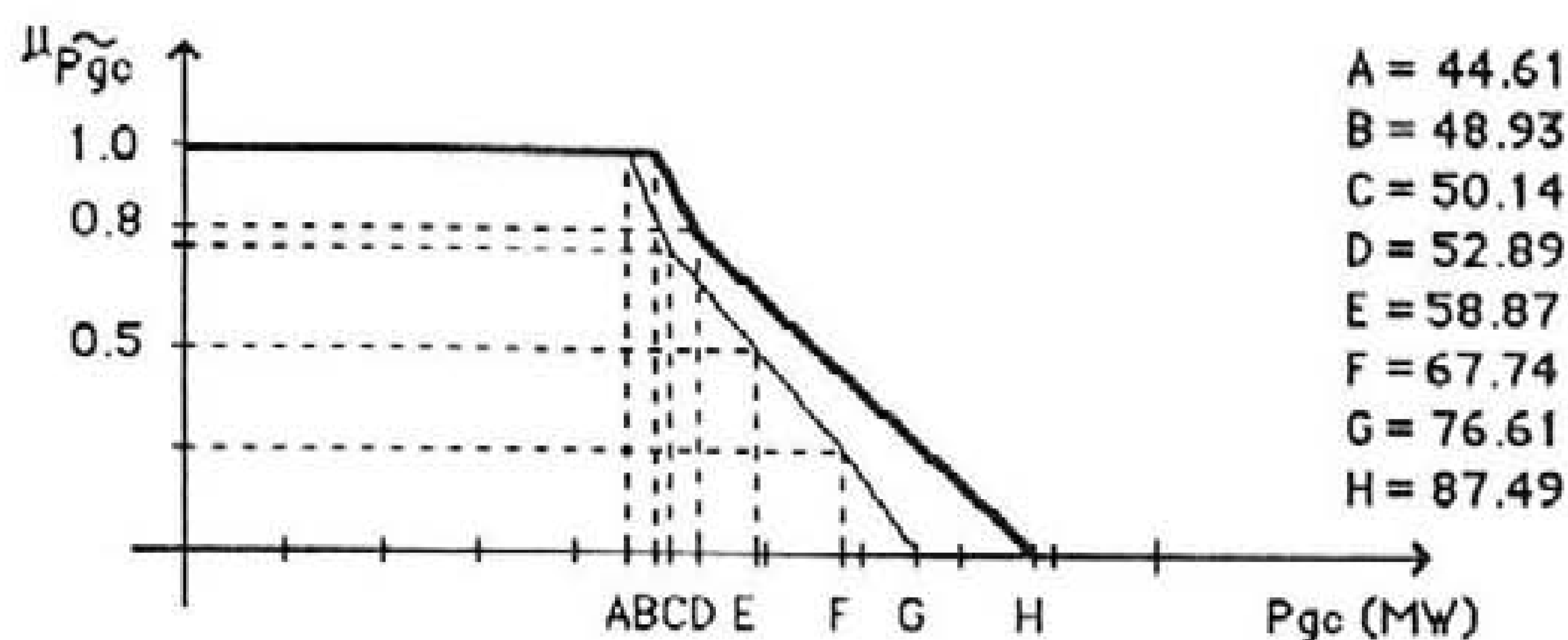


Fig. 8.39 - Função de pertinência da potência de corte de carga.

Na tabela 8.59 são apresentadas diversas estratégias de reforço da capacidade de componentes do sistema por forma a diminuir o valor do índice de exposição. O reforço das capacidades dos geradores 1/4 ou 2/4 não permitem diminuir o índice de exposição para 0.0. Verificou-se, ainda, que o reforço da capacidade dos ramos 6, 10, 11 e 18 ou dos geradores 15/6, 22/5 ou 23/3 não permitem diminuir o valor do índice de exposição.

componente a reforçar	l_{exp} pretendido	ΔP (MW)
gerador 1/4	1.00	172.40
gerador 1/4	0.75	195.67
gerador 1/4	0.50	218.95
gerador 1/4	0.25	-
gerador 1/4	0.00	-
gerador 2/4	1.00	193.53
gerador 2/4	0.75	218.52
gerador 2/4	0.50	244.51
gerador 2/4	0.25	-
gerador 2/4	0.00	-

Tab. 8.59 - Valores de reforços da capacidade de alguns componentes.

Saída de serviço dos geradores 1/1, 2/2 e 21/1

Ao contrário do referido em 8.3.1.2 em relação a esta contingência, o sistema revela agora incapacidade para alimentar combinações de potências de carga com grau de pertença inferior a 0.36. Por esta razão, os índices de exposição e robustez têm o valor 0.36 e 0.64, respectivamente. A função de pertença da potência de corte de carga obtida através do algoritmo de fluxo de potências óptimo impreciso encontra-se esquematizada na figura 8.40 (traço forte). A traço fino é apresentada a função de pertença obtida através de um processo de simulação por amostragem aleatória. A adopção deste processo de simulação conduziria ao valor de 0.02 para o índice de exposição do sistema. Este valor revela-se optimista se comparado com o obtido através do algoritmo de fluxo de potências óptimo impreciso (0.36).

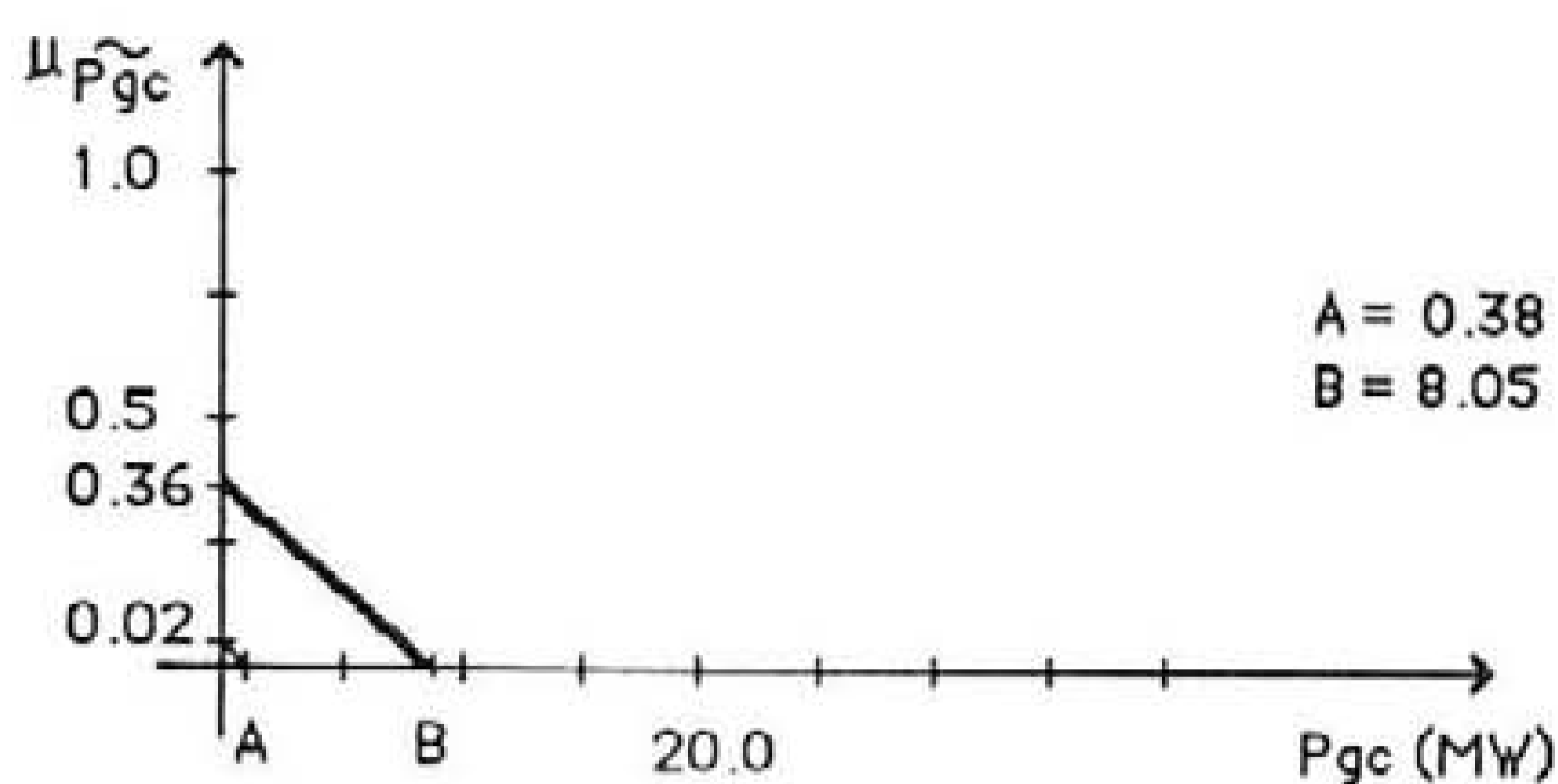


Fig. 8.40 - Função de pertença da potência de corte de carga.

Foi, em seguida, analisado o comportamento do sistema face à realização de reforços na capacidade de alguns componentes. Na tabela 8.60 são indicados os reforços a efectuar na capacidade de transporte do ramo 10 e de produção dos geradores 1/4, 2/4 e

componente a reforçar	l_{exp} pretendido	ΔP (MW)
ramo 10	0.25	1.88
ramo 10	0.00	6.25
gerador 1/4	0.25	9.60
gerador 1/4	0.00	31.95
gerador 2/4	0.25	8.39
gerador 2/4	0.00	27.90
gerador 15/6	0.25	299.12
gerador 15/6	0.00	-

Tab. 8.60 - Valores de reforços da capacidade de alguns componentes.

15/6 por forma a diminuir o valor do índice de exposição. Verificou-se, ainda, que o reforço da capacidade de transporte dos ramos 12, 17 e 23 e de produção dos geradores 22/5 e 23/3 não permitem diminuir o valor desse índice.

Saída de serviço dos geradores 7/3, 13/1 e 23/2

A saída de serviço destes geradores origina a perda da capacidade do sistema alimentar combinações de potências de carga com grau de pertinência 1.0, pelo que os índices de exposição e robustez assumem os valores 1.0 e 0.0, respectivamente. A função de pertinência da potência de corte de carga obtida através do algoritmo de fluxo de potências óptimo impreciso encontra-se esquematizada, a traço forte, na figura 8.41. Nesta figura e a traço fino, é apresentada a função de pertinência desta grandeza obtida através de um processo de simulação por amostragem aleatória.

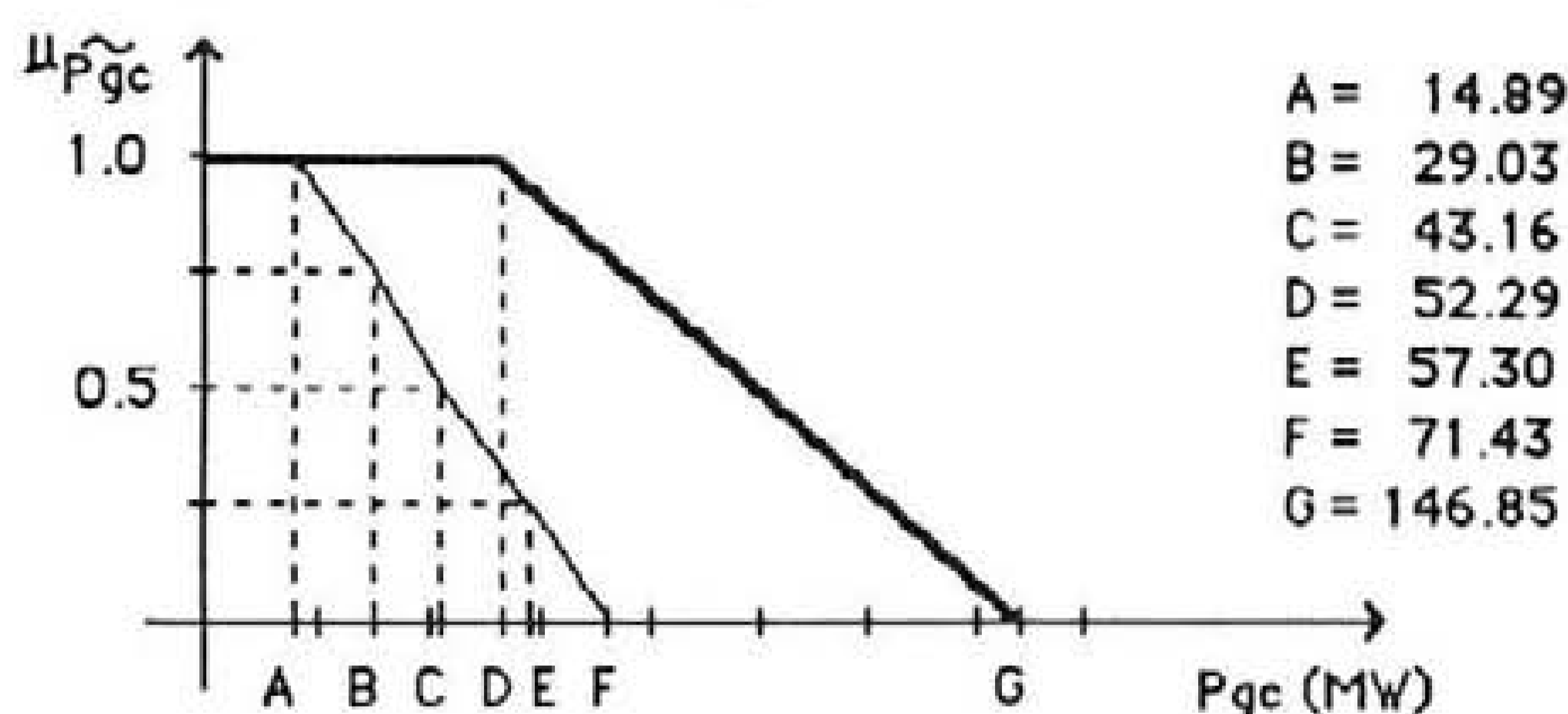


Fig. 8.41 - Função de pertinência da potência de corte de carga.

Foram, em seguida, analisadas diversas estratégias de reforço do sistema por forma a diminuir o valor do índice de exposição. Na tabela 8.61 apresentam-se os valores obtidos para o reforço a efectuar na capacidade de alguns componentes do sistema de modo a diminuir o índice de exposição para o valor especificado. Verificou-se, ainda, que reforços na capacidade de transporte dos ramos 11 e 28 e dos geradores 1/4, 2/4, 15/6 e 22/5 não permitem diminuir o valor desse índice. Por outro lado, a realização de reforços da capacidade do ramo 23 não permite diminuir o índice de exposição para 0.0.

Uma análise mais cuidada deste estado do sistema permite concluir que a realização de reforços na capacidade de transporte do ramo 23 não permite atingir o índice de exposição 0.0 dado que outros componentes do sistema originam novos estrangulamentos na

sua capacidade para acomodar mais imprecisão. Um desses componentes é o ramo 28. Deste modo, admitindo a realização de reforços, de forma sucessiva, na capacidade de transporte dos ramos 23 e 28 torna-se possível obter o valor 0.0 para o índice de exposição. Os reforços a efectuar seriam, neste caso, de 114.15 e 0.86 MW, respectivamente.

componente a reforçar	l_{exp} pretendido	ΔP (MW)
ramo 23	1.00	40.65
ramo 23	0.75	59.02
ramo 23	0.50	77.40
ramo 23	0.25	95.78
ramo 23	0.0	-
gerador 23/3	1.0	196.97
gerador 23/3	0.75	285.59
gerador 23/3	0.50	374.20
gerador 23/3	0.25	462.82
gerador 23/3	0.0	551.43

Tab. 8.61 - Valores de reforços da capacidade de alguns componentes.

8.3.2.3. Avaliação da fiabilidade do sistema

A fiabilidade do sistema face à imprecisão especificada para as potências de carga sob a forma de números imprecisos triapezoidais foi analisada em seguida. A fiabilidade foi avaliada estimando o valor esperado dos índices de exposição e de robustez e da função de pertença da potência de corte de carga e estimando, também, a função de pertença da probabilidade de corte de carga. A simulação foi realizada considerando valores para a imprecisão relativa e probabilidade mínima associada à truncagem da tabela das probabilidades acumuladas das potências fora de serviço iguais aos especificados em 8.3.1.3.

O valor esperado da função de pertença da potência de corte de carga devida, apenas, a deficiências do sistema produtor é dado pelo número impreciso trapezoidal (8.30). A estimativa do valor esperado da função de pertença da potência de corte de carga e a estimativa da função de pertença da probabilidade de corte de carga encontram-se esquematizadas nas figuras 8.42 e 8.43 e os valores esperados dos índices de exposição e robustez são dados por (8.31) e (8.32).

$$E(\tilde{P}_{gcg}) = (0.49; 1.45; 11.43; 24.95) \text{ MW} \quad (8.30)$$

$$\hat{E}(I_{exp}) = 0.288 \quad (8.31)$$

$$\hat{E}(I_{rob}) = 0.712 \quad (8.32)$$

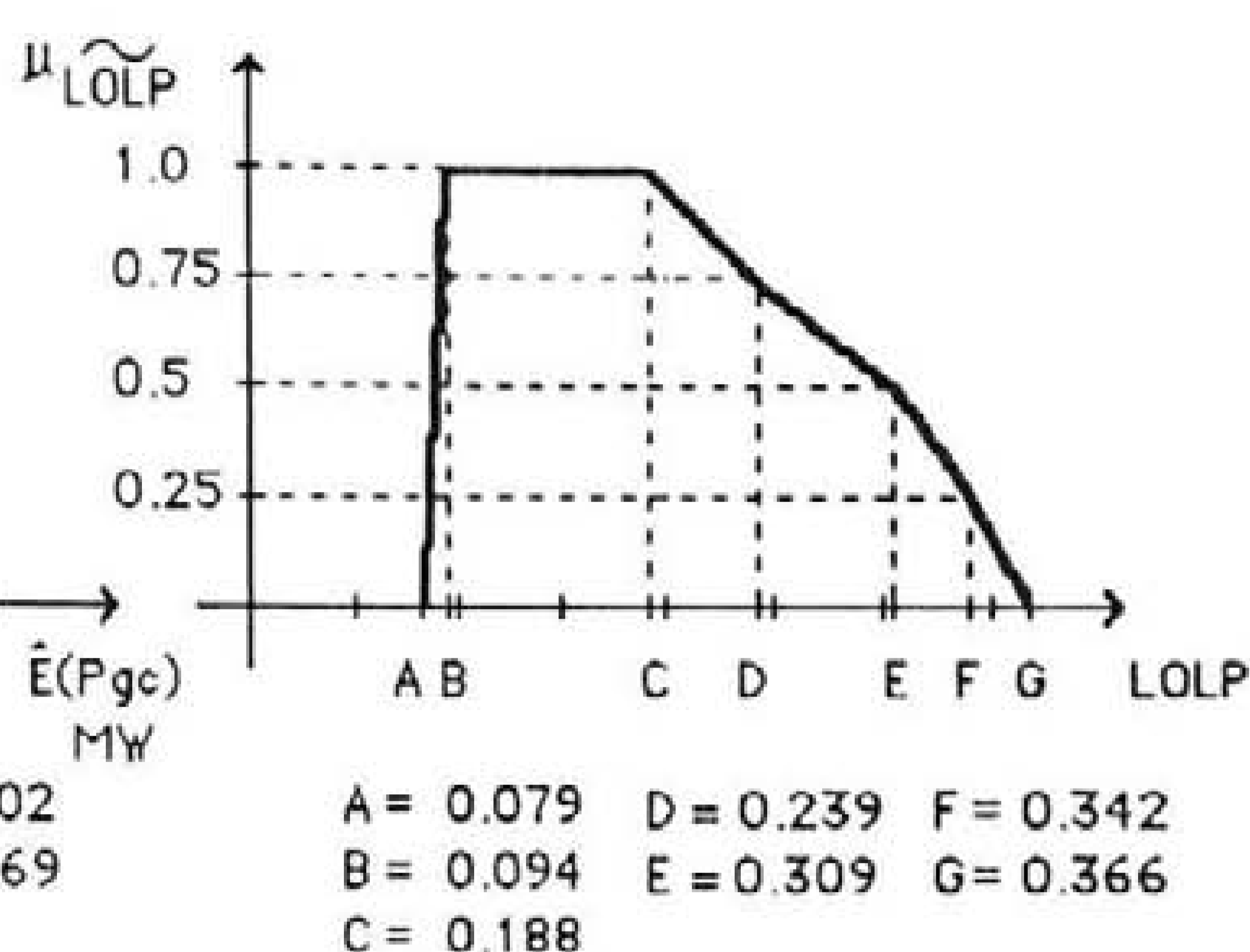
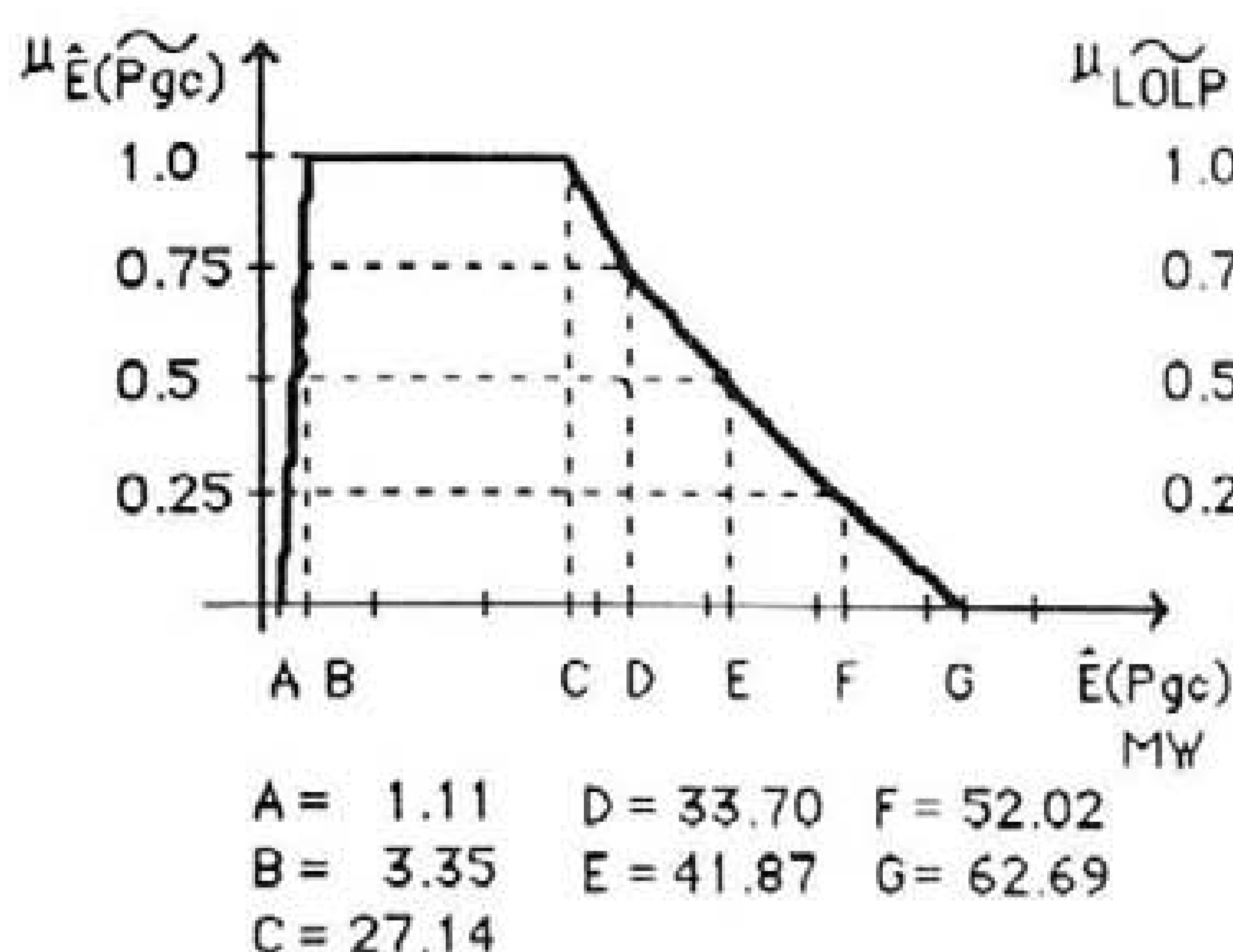


Fig. 8.42 - Estimativa da potência de corte carga.

Fig. 8.43 - Estimativa da probabilidade de corte de carga.

O processo de simulação utilizando variável de controlo e amostragem antitética, por um lado, e não considerando técnicas de aceleração de convergência, por outro, converge após analisar o mesmo número de estados que o referido 8.3.1.3. Esta situação é explicada pelo facto de a convergência ser avaliada em relação à amostra de valores da potência de corte de carga obtida a partir do estudo determinístico inicial de fluxo de potências óptimo realizado ao analisar cada estado amostrado através do algoritmo de fluxo de potências óptimo impreciso. Nas situações analisadas em 8.3.1 e 8.3.2 os valores centrais das funções de pertinência das potências de carga são iguais pelo que a amostra referida não se altera.

Finalmente, foram realizadas simulações análogas considerando que cada estado amostrado era analisado estudando apenas as combinações de potências de carga localizadas sobre o segmento que, passando pela origem do referencial associado ao hiperparalelepípedo contendo as combinações de potências de carga possíveis, une os vértices associados aos valores mínimo e máximo destas potências. As estimativas obtidas para o valor esperado dos índices de exposição e robustez são dadas por (8.33) e (8.34) e nas figuras 8.44 e 8.45 encontram-se esquematizadas a estimativa do valor esperado da função de pertinência da potência de corte de carga e a estimativa da função de pertinência da probabilidade de corte de carga.

$$\hat{E}(I_{exp}) = 0.284 \quad (8.33)$$

$$\hat{E}(I_{rob}) = 0.716 \quad (8.34)$$

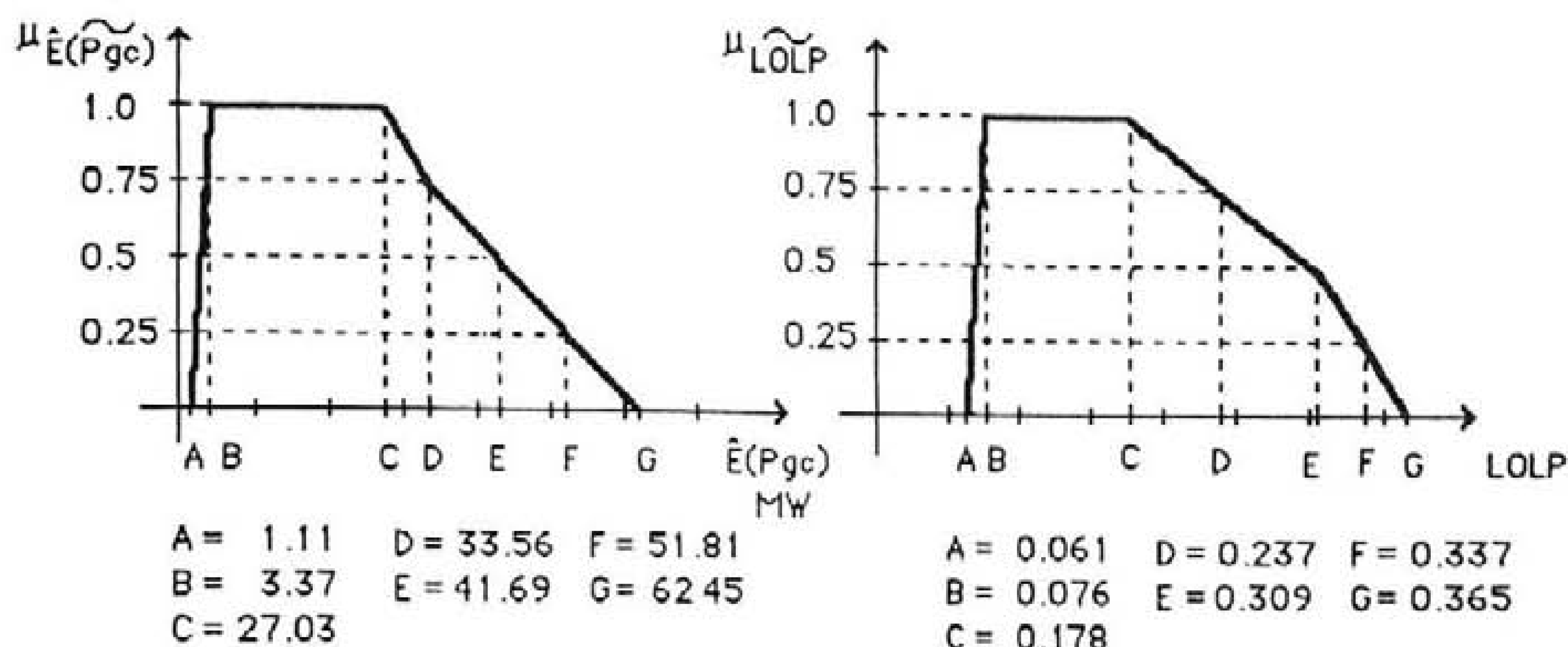


Fig. 8.44 - Estimativa da potência de corte carga.

Fig. 8.45 - Estimativa da probabilidade de corte de carga.

8.3.3. Análise dos resultados

Os resultados apresentados permitem afirmar:

- a metodologia de fluxo de potências ótimo impreciso permite obter funções de pertinência que, para algumas grandezas, são mais alargadas que as construídas realizando, apenas, estudos parametrizados de fluxo de potências ótimo em relação aos vértices associados aos valores mínimo e máximo da potência de carga total do sistema. Esta situação ocorre em relação a potências produzidas e, também, a trânsitos de potência activa;

- a consideração de vértices de tipo III permite alargar, em alguns casos de forma significativa, as funções de pertinência de trânsitos de potência activa. Estão nesta situação as funções de pertinência dos trânsitos de potência activa no ramo 1, referidas no 1º conjunto de testes, quando todos os componentes estão em serviço e quando os geradores 1/1, 2/2 e 21/1 estão fora de serviço. Ocorre, também, em relação aos ramos 1 e 5 no 2º conjunto de testes quando todos os componentes estão em serviço;

- a identificação de vértices de tipo III permite, em algumas situações detectar a possibilidade de inversão do sentido do trânsito de potência activa. Esta situação ocorre em relação ao trânsito de potência activa no ramo 1 quando todos os componentes estão em serviço em relação aos dois conjuntos de testes apresentados;

- por outro lado, numa situação em que são realizados, apenas, os estudos parametrizados de fluxo de potências óptimo correspondentes aos vértices de carga mínima e máxima o problema poderia ser simplificado realizando apenas estudos determinísticos de fluxo de potências óptimo para as potências de carga associadas a esses vértices. Esta simplificação não é, em geral, válida como se pode constatar analisando as figuras 8.46 a 8.49. Na figura 8.46 está representada a trajectória dos valores óptimos da potência activa produzida no gerador 13/1 obtida no 2º conjunto de testes quando todos os componentes estão em serviço e quando a potência de carga total do sistema varia desde o seu valor mínimo até ao máximo. Verifica-se que o valor mínimo do corte de nível 1.0 é inferior ao valor obtido considerando a combinação de valores mínimos ou máximos da potência de carga, pelo que, aplicando o operador máximo se obtém a função de pertinência representada na figura 8.47. De forma análoga, na figura 8.48 está representada a trajectória dos valores óptimos do trânsito de potência activa no ramo 6 obtida na mesma situação. Na figura 8.49 está representada a função de pertinência que resulta da aplicação do operador máximo à trajectória anterior;

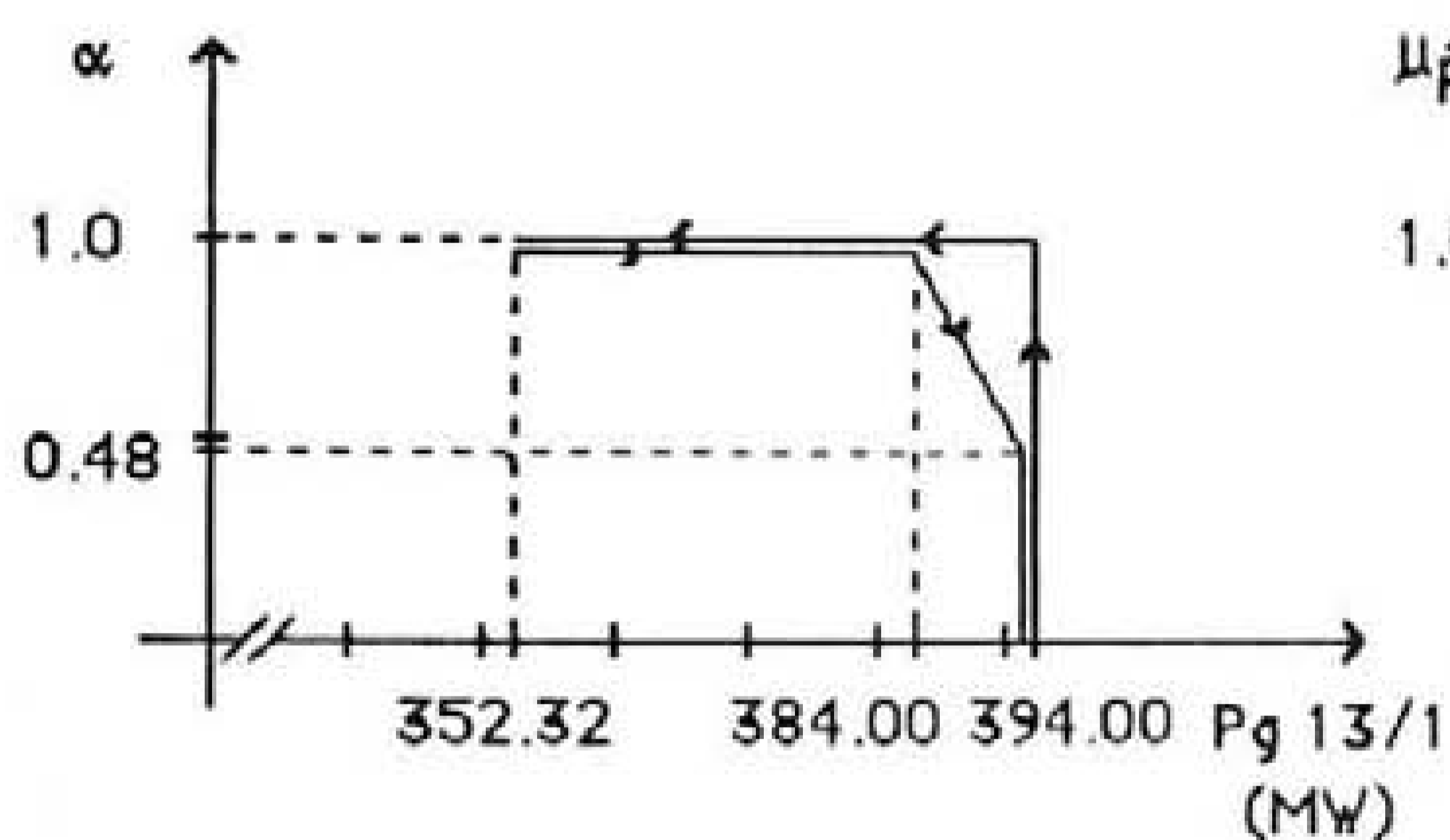


Fig. 8.46 - Trajectória dos valores óptimos da potência prod. no gerador 13/1.

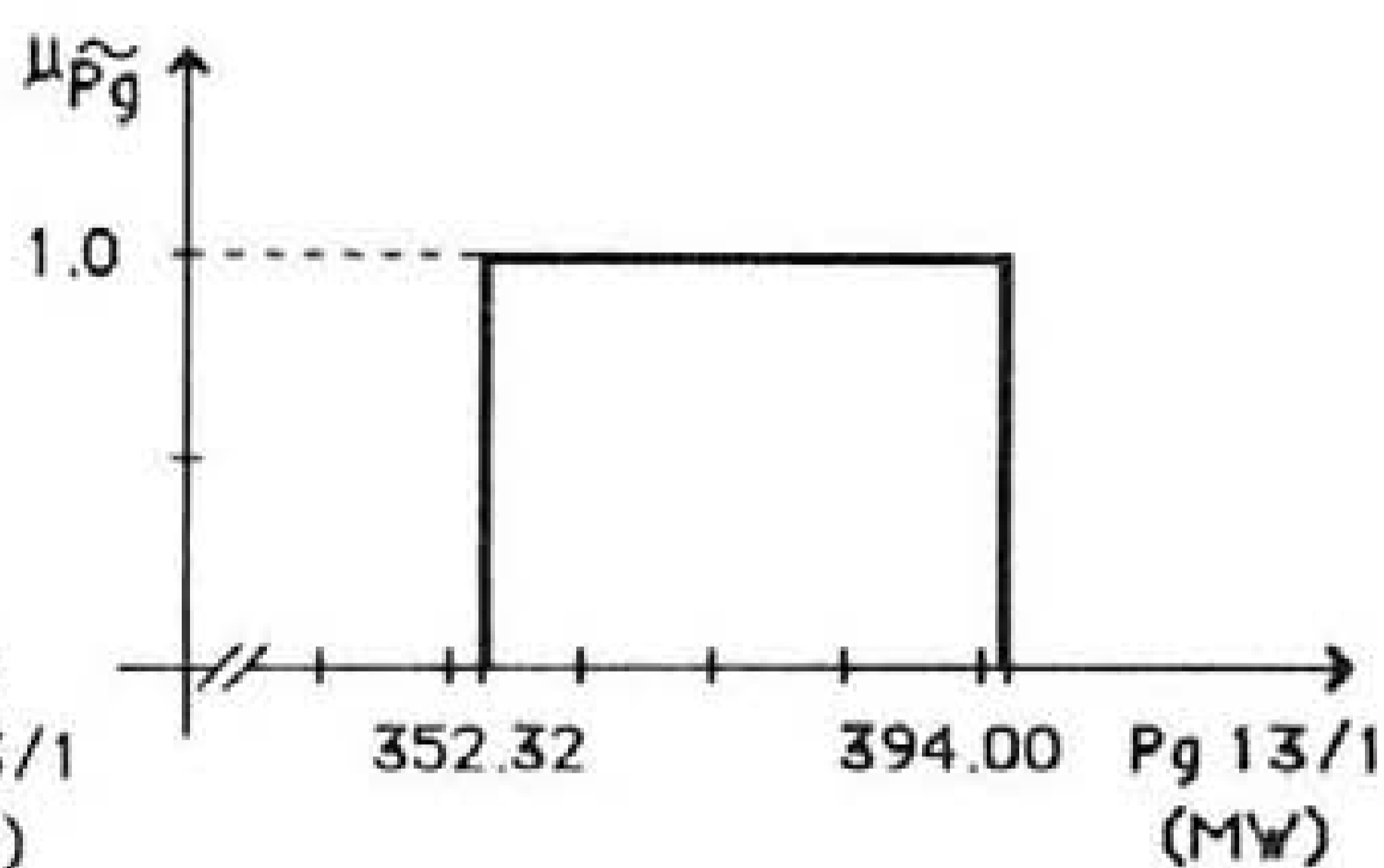


Fig. 8.47 - Função de pertinência resultante da aplicação do operador máximo.

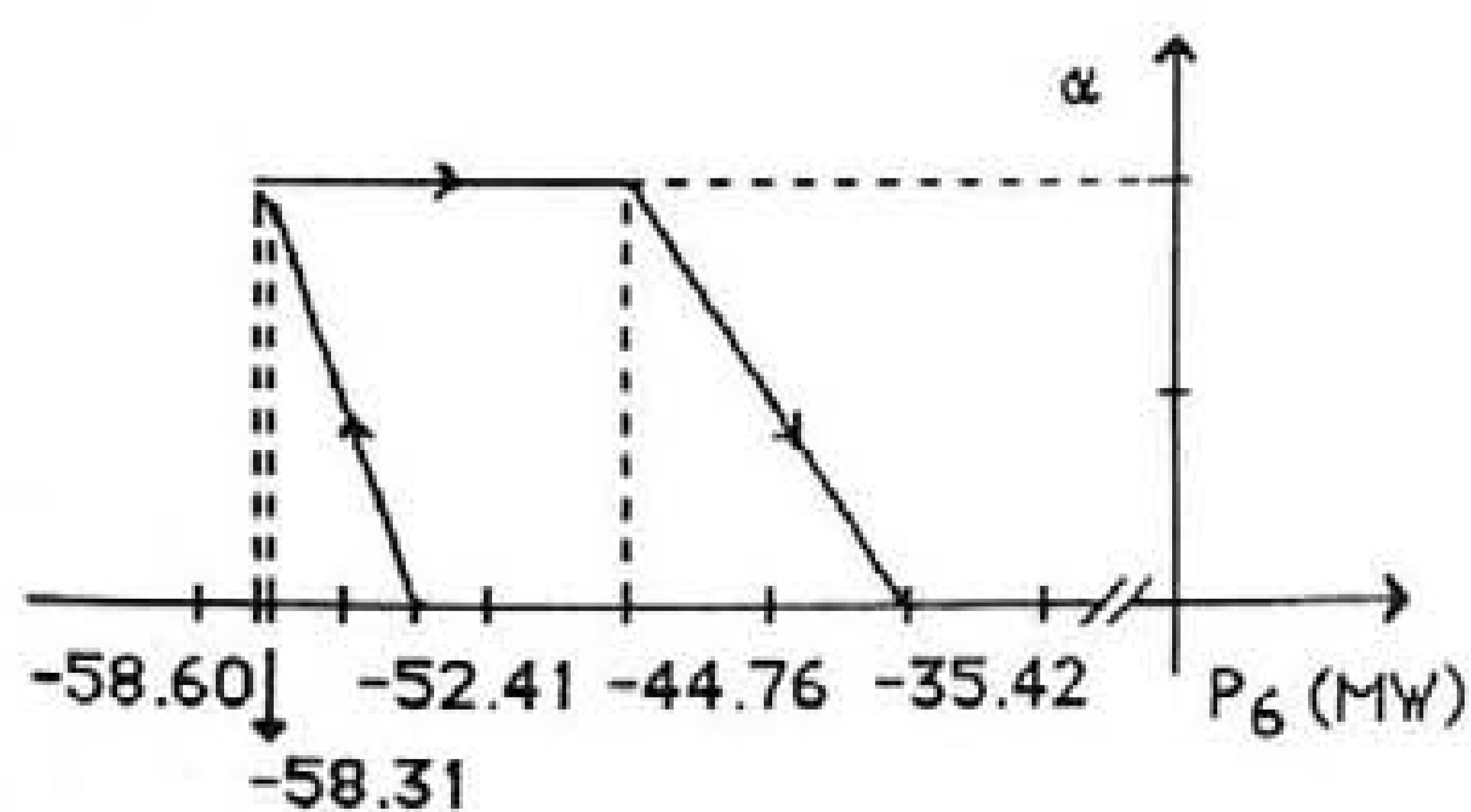


Fig. 8.48 - Trajectória dos valores óptimos do trânsito de potência activa no ramo 6.

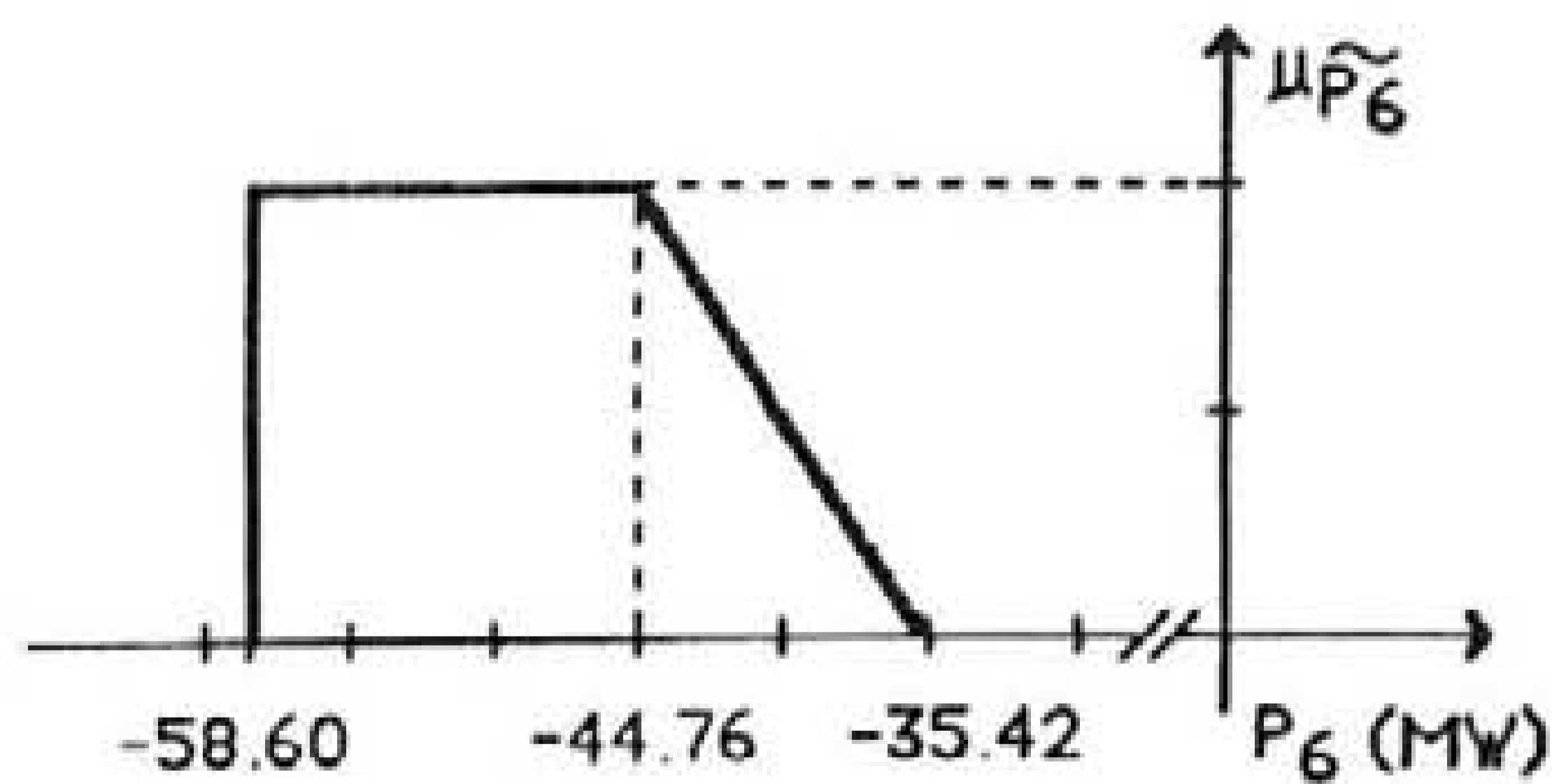


Fig. 8.49 - Função de pertinência resultante da aplicação do operador máximo.

- os pontos anteriores permitem realfirmar a existência de grandezas (potências produzidas e trânsitos de potência activa) cujos valores extremos não estão associados às combinações de potências de carga mínima ou máxima. Estes aspectos são relevantes quando se sabe que, com frequência, os estudos de planeamento são realizados analisando, apenas, as potências de carga consideradas centrais ou típicas ou, em certos casos, as combinações de potências de carga mínima e máxima. Verifica-se que estas simplificações não permitem, em geral, avaliar correctamente o intervalo de variação de diversas grandezas;

- em relação à potência de corte de carga verifica-se, ao contrário do referido anteriormente, que a realização dos estudos parametrizados de fluxo de potências óptimo envolvendo as potências de carga extremas do sistema foi suficiente para avaliar, sem erros significativos, o seu comportamento. Esta conclusão é comprovada, em relação a este sistema, pelo facto de as estimativas dos valores esperados dos índices de exposição e de robustez e da função de pertença da potência de corte de carga e, também, da estimativa da função de pertença da probabilidade de corte de carga obtidas utilizando o modelo de fluxo de potências óptimo impreciso ou realizando apenas os estudos parametrizados de fluxo de potências óptimo referidos anteriormente não diferirem de forma significativa;

- em geral, a adopção de um processo de simulação por amostragem aleatória não permite construir de forma adequada as funções de pertença das potências activas produzidas e das potências de corte de carga, apesar do esforço de cálculo computacional inerente à realização de 5000 estudos determinísticos de fluxo de potências óptimo para cada corte de nível α estudado. Em relação às potências activas produzidas, este facto torna-se evidente ao analisar os resultados apresentados nas tabelas 8.38, 8.47 e 8.55 e comparando-os, respectivamente, com os apresentados nas tabelas 8.34, 8.43 e 8.51. No que se refere às potências de corte de carga, as funções de pertença apresentadas nas figuras 8.31, 8.34, 8.39, 8.40 e 8.41 são significativas a este respeito. Desta forma, a adopção de um processo de simulação deste género pode conduzir a valores optimistas e, portanto, incorrectos, do índice de exposição do sistema. As situações associadas às figuras 8.34 e 8.40 são, a este respeito, esclarecedoras;

- a forma assimétrica das estimativas da função de pertença da probabilidade de corte de carga e do valor esperado da função de pertença da potência de corte de carga pode ser explicada considerando que o sistema em análise apresenta valores centrais das potências de carga elevados sendo a exploração efectuada em valores próximos dos máximos admissíveis. Deste modo, a consideração de imprecisões originando cenários em que a potência de carga total pode sofrer incrementos provoca aumentos da potência de corte de carga. Esta situação

reflecte-se no ramo direito da função de pertença da probabilidade de corte de carga e do valor esperado da função de pertença da potência de corte de carga originando a assimetria referida. Por outro lado, esta assimetria acentua-se à medida que as imprecisões aumentam;

- a forma das estimativas das funções de pertença referidas no ponto anterior varia quando a imprecisão aumenta. Verifica-se que, no 1º conjunto de testes, estas funções de pertença são representadas por curvas associadas aos ramos esquerdo e direito assumindo um carácter concávo e convexo, respectivamente. No 2º conjunto de testes as não linearidades são mais atípicas podendo mesmo detectar-se uma zona concáva no ramo direito destas funções de pertença. O comportamento descrito está relacionado com o facto de, à medida que a imprecisão aumenta, o número de estados em que ocorre potência de corte de carga não nula para pequenos valores de α aumentar, também. Esta situação explica o carácter convexo do ramo direito das funções de pertença referidas e obtidas no 1º conjunto de testes. No entanto, para imprecisões mais elevadas (como as associadas ao 2º conjunto de testes) existe um número significativo de estados do sistema em relação aos quais o corte de carga assume um valor elevado e não nulo, em geral, para o corte de nível 1.0. Esta situação dilui, ou poderá mesmo inverter, o efeito de pequenos cortes de carga com valores não nulos apenas para pequenos valores de α ;

- o facto de os ramos das funções de pertença da potência de corte de carga e da probabilidade de corte de carga serem não lineares indica que não é suficiente realizar estudos determinísticos de fluxo de potências óptimo para os valores extremos dos cortes de nível 0.0 e 1.0 para avaliar o seu andamento. O conhecimento mais pormenorizado destas funções de pertença exige, pelo menos, a realização de estudos parametrizados de fluxo de potências óptimo envolvendo os vértices de carga mínima e máxima do hiperparalelepípedo referido em 5.3.5;

- a realização do estudo determinístico inicial de fluxo de potências óptimo ocupa uma parcela significativa do tempo de cálculo necessário à realização de um estudo de fluxo de potências óptimo impreciso. Em média, verificou-se que, para cada situação analisada (caso base e saída de serviço do ramo 5, ramo 7, geradores 1/1, 2/2 e 21/1, e geradores 7/3, 13/1 e 23/2), foram identificados 6 vértices do hiperparalelepípedo referido em 5.3.6 e que o tempo de execução computacional de um estudo de fluxo de potências óptimo impreciso se revelou 50.0% superior ao do correspondente estudo determinístico inicial de fluxo de potências óptimo. Considerando potências de carga representadas por números imprecisos trapezoidais, verifica-se que a construção das funções de pertença das diversas grandezas, através da estimativa dos cortes de nível 0.0, 0.25, 0.5, 0.75 e 1.0 por processos de simulação por amostragem aleatória, foi efectuada realizando 25000 estudos determinísticos de fluxo de potências óptimo (5000 estudos para cada corte). Um cálculo simples permite

verificar que, obtendo melhores resultados, o algoritmo de fluxo de potências óptimo impreciso desenvolvido apresenta um tempo de execução computacional de, cerca de, 0.006% do associado ao processo de simulação referido;

- a avaliação de fiabilidade em ambiente impreciso poderia ser realizada efectuando, para cada estado sorteado através do método de Monte Carlo, um conjunto de simulações por amostragem aleatória por forma a estimar os Índices de exposição e robustez e a função de pertença da potência de corte de carga. A utilização do algoritmo de fluxo de potências óptimo impreciso desenvolvido para analisar cada estado sorteado, permitindo obter resultados de melhor qualidade, está associada a um tempo de execução computacional que, analisando o mesmo número de estados do sistema, se situa, ainda, em cerca de 0.006% do tempo correspondente à simulação descrito no início deste comentário.

8.4. Resumo e conclusões

Neste Capítulo os algoritmos de fluxo de potências, de fluxo de potências óptimo e as metodologias associadas ao planeamento flexível e à avaliação de fiabilidade de um sistema eléctrico de energia em ambiente impreciso foram aplicadas estudando o comportamento de um sistema teste. Os resultados apresentados e a experiência adquirida através da análise de outras situações permitem sublinhar algumas conclusões globais:

- os algoritmos desenvolvidos e, nomeadamente os algoritmos de fluxo de cargas impreciso e de fluxo de potências óptimo impreciso, permitem obter um conhecimento mais aprofundado do comportamento do sistema face às imprecisões especificadas;

- o desempenho dos algoritmos referidos revela-se bastante satisfatório se se considerarem os resultados obtidos através de metodologias tradicionais tais como o método de simulação por amostragem aleatória ou a resolução de problemas de optimização não linear no caso do modelo AC de fluxo de potências impreciso;

- os algoritmos desenvolvidos apresentam uma eficiência computacional que se torna importante sublinhar considerando que a qualidade dos resultados não é comprometida;

- os exercícios de planeamento flexível apresentados permitem realçar as potencialidades resultantes da integração de conceitos da análise de risco ordenando e sistematizando a informação ao dispôr do planeador no que se refere a estratégias possíveis de reforço da capacidade de alguns componentes do sistema;

- os resultados apresentados em relação à avaliação de fiabilidade do sistema permitem sublinhar a viabilidade de integração de conceitos da teoria dos conjuntos imprecisos e elementos da teoria das probabilidades de modo a representar, de forma mais adequada, as imprecisões associadas aos dados do problema. Este aspecto poderá revelar-se

fundamental em acções de planeamento a longo prazo em que a realização de estudos representando as potências de carga a alimentar através de valores médios ou típicos se poderá revelar pouco ajustada;

- as técnicas de aceleração de convergência implementadas no âmbito da metodologia de avaliação de fiabilidade desenvolvida revelam-se bastante eficientes ao permitirem diminuir de forma significativa o tempo de execução computacional respectivo.

Desta forma, considera-se que os resultados apresentados permitem demonstrar o flexibilidade, inovação e aplicabilidade das metodologias e algoritmos desenvolvidos no âmbito do planeamento da expansão de sistema eléctricos de energia.

CAPÍTULO 9

Conclusões e perspectivas de desenvolvimento

Capítulo 9

Conclusões e perspectivas de desenvolvimento

9.1. Síntese do trabalho desenvolvido

Pode considerar-se que o trabalho de investigação que deu origem a esta dissertação se orientou segundo dois eixos que se torna importante referir.

Em primeiro lugar foi estudada a modelização e a integração de dados representados sob a forma de conjuntos imprecisos, em geral, e de números imprecisos, em particular, em diversos problemas relacionados com o funcionamento de sistemas eléctricos de energia. Desta forma:

a) foram desenvolvidos diversos modelos e apresentados algoritmos de resolução do problema de fluxo de potências;

b) foi modelizada a introdução de dependências nodais ou limites de potências produzidas no problema de fluxo de potências impreciso através de modelos lineares e desenvolvido um algoritmo eficiente para a resolução deste problema;

c) foi modelizado e apresentado um algoritmo de resolução do problema de fluxo de potências óptimo impreciso.

A vertente referida em b) permite integrar um primeiro conceito de admissibilidade nos resultados obtidos através dos algoritmos de fluxo de potências impreciso ao eliminar soluções associadas a valores das potências produzidas que ultrapassem os limites especificados. A metodologia de fluxo de potências óptimo impreciso, finalmente, permite integrar considerações de carácter económico e limites técnicos associados a potências produzidas em geradores e a trânsitos de potências nos ramos do sistema.

Após ter desenvolvido algumas ferramentas básicas de análise de sistemas eléctricos de energia considerando dados expressos sob a forma de números imprecisos tornou-se possível encarar um segundo conjunto de preocupações associadas a problemas mais específicos do planeamento da expansão de sistemas eléctricos de energia. Deste modo, os conceitos de robustez e exposição foram generalizados por forma a descrever o risco das decisões de planeamento em ambiente impreciso. A par de considerações associadas ao esforço de investimento exigido, os índices de exposição e robustez apresentados foram utilizados

para ordenar diversas estratégias de reforço da capacidade de produção de geradores e de transmissão de ramos do sistema. Finalmente, o algoritmo de fluxo de potências óptimo impreciso referido foi integrado numa metodologia de avaliação da fiabilidade permitindo obter informações importantes num ambiente de ajuda à decisão no planeamento de expansão de sistemas eléctricos de energia.

9.2. Conclusões genéricas e aspectos de inovação

As metodologias desenvolvidas e a sua aplicação, de acordo com o referido no Capítulo 8, a um sistema teste conhecido, permitem formular um conjunto de conclusões genéricas que se apresentam em seguida:

a) os modelos e algoritmos apresentados integram, de forma eficiente, dados representados por conjuntos imprecisos, em geral, e por números imprecisos, em particular. Os resultados obtidos no que se refere, nomeadamente, aos algoritmos de fluxo de potências impreciso, fluxo de potências óptimo impreciso e avaliação de fiabilidade reflectem a imprecisão dos dados sendo possível obter descrições mais adequadas e completas do comportamento de diversas grandezas num ambiente de planeamento da expansão do sistema;

b) as descrições imprecisas associadas aos resultados de diversos algoritmos desenvolvidos permitem obter um conhecimento mais pormenorizado do comportamento do sistema, identificando, com alguma frequência, situações que podem influenciar o processo de planeamento e que poderiam não ser detectadas recorrendo a metodologias clássicas. Este facto pode ser comprovado considerando a detecção da possibilidade de inversão de trânsitos de potência em ramos do sistema ou a obtenção de índices de exposição e robustez mais correctos quando comparados com os estimados através de processos de simulação por amostragem aleatória. Estes aspectos permitem salientar as insuficiências das metodologias de índole determinística que, apesar de poderem envolver a realização de milhares de estudos, podem conduzir à adopção de decisões menos ajustadas;

c) os modelos apresentados são caracterizados, em geral, pela sua simplicidade, facilidade de utilização e flexibilidade. A utilização da operação de convolução subjacente ao Princípio da Extensão (referido no ponto 6 do Apêndice A) permite, com efeito, simplificar os modelos tornando a sua utilização eficiente. Estes aspectos podem ser comparados com a complexidade associada à operação de convolução de distribuições de probabilidade. Por outro lado, as ferramentas matemáticas utilizadas são bem conhecidas e diversificadas e integram métodos de resolução de sistemas de equações não lineares (por exemplo, o método de Newton-Raphson) e algoritmos da área da investigação operacional (por exemplo, as formas Primal e Dual do Método do Simplex e programação paramétrica). Todos estes factores, concorrem, sem dúvida, para tornar eficiente a aplicação dos modelos desenvolvidos;

d) apesar de fornecerem resultados de melhor qualidade, verifica-se que os algoritmos de fluxo de potências impreciso, de fluxo de potências óptimo impreciso e de avaliação de fiabilidade se revelam muito eficientes se comparados com metodologias tradicionais tais como, a realização de simulações por amostragem aleatória ou a resolução de problemas de optimização não linear (no caso do modelo AC incremental de fluxo de potências impreciso). A este respeito, revela-se paradigmático das potencialidades dos modelos apresentados o facto de o algoritmo de fluxo de potências óptimo impreciso exigir a resolução de, apenas, um estudo determinístico de fluxo de potências óptimo fornecendo, por outro lado, melhores resultados que os obtidos através da resolução de vários milhares de estudos determinísticos integrados numa simulação por amostragem aleatória;

e) os algoritmos e modelos utilizando conjuntos imprecisos podem ser encarados como permitindo analisar, de uma só vez, um número infinito de cenários subjacentes às descrições imprecisas dos dados. Desta forma, antevêm-se grandes potencialidades neste tipo de estudos por forma a substituir, de modo mais eficiente, as metodologias de planeamento por análise prospectiva de cenários. Aliás, a adopção de modelos envolvendo conjuntos imprecisos pode ser interpretada como realizando, de forma ordenada e sistemática, uma análise de sensibilidade em relação a uma solução inicial do problema em estudo;

f) na sequência do referido no ponto anterior, pode considerar-se que os algoritmos desenvolvidos constituem um conjunto de ferramentas no âmbito do planeamento flexível. Por exemplo, o valor dos reforços a efectuar em componentes do sistema deverá tornar possível encaixar a imprecisão subjacente a todos os cortes de nível α superiores ao índice de exposição especificado. Neste sentido, o algoritmo de cálculo de reforços desenvolvido possui a flexibilidade necessária para tornar seguro o funcionamento do sistema em todos os cenários de potências de carga subjacentes aos cortes referidos;

g) a ausência, em relação aos conjuntos imprecisos, de algumas propriedades válidas na álgebra dos números reais (por exemplo, a ausência de elemento oposto em relação às operações de adição e produto de números imprecisos) exige um grande cuidado na concepção de modelos e na interpretação de resultados. Um exemplo desta situação é referido na análise dos resultados apresentados no ponto 6 do Capítulo 4.

Os modelos e algoritmos desenvolvidos apresentam, por outro lado, um elevado grau de inovação que pode ser apreciado em diversas vertentes:

a) em primeiro lugar, não pode deixar de ser referido o carácter globalmente inovador, no âmbito dos sistemas de energia, que o trabalho de investigação apresentado nesta dissertação confere ao tratamento da informação e à sua integração em diversos estudos e modelos. Os conjuntos imprecisos, utilizados de forma intensa neste trabalho, apresentam potencialidades importantes no tratamento de novas fontes de imprecisão dos conhecimentos

podendo originar a concepção de verdadeiros sistemas de apoio à decisão no planeamento de expansão de sistemas de energia. O carácter inovador e o interesse destas metodologias foi reconhecido em diversos fóruns de relevo na área científica de que constituem exemplo as comunicações apresentadas no 10th PSCC, PICA 91 e publicada no "IEEE Transactions on Power Systems";

b) os conjuntos imprecisos ao permitirem integrar conhecimentos possuindo uma natureza vaga ou incompleta revelam-se, também, aptos a modelizar as potências produzidas em fontes de energia independentes - centrais mini-hídricas, aerogeradores,... . Acresce, por imperativos legais, que em Portugal a empresa responsável pela produção, transporte e distribuição de energia se encontra obrigada a adquirir a energia assim produzida. Por esta razão, estas fontes são por vezes designadas por fontes não controladas no sentido em que os centros de despacho não lhes poderão especificar o valor da potência a produzir. Todavia, poderá ser possível dispor de descrições imprecisas das potências a produzir por essas fontes. Assim, os algoritmos de fluxo de potências impreciso e de fluxo de potências óptimo impreciso poderão ganhar novos campos de aplicação no âmbito do planeamento de exploração de sistemas eléctricos de energia caracterizando, por exemplo, o comportamento possível das fontes controladas face à imprecisão inerente às descrições qualitativas referidas;

c) a utilização dos conjuntos imprecisos permite, só por si, sistematizar a informação disponível promovendo a sua apresentação de forma mais perceptível ao utilizador. Este esforço de sistematização encontra-se, também, presente na definição, em ambiente impreciso, de índices de exposição e de robustez do sistema face à imprecisão especificada para as potências de carga e às saídas de serviço de componentes do sistema. Os índices referidos são, ainda, utilizados, de forma original, na sistematização da informação associada aos reforços da capacidade de produção de geradores e de transporte de energia de ramos do sistema. Em conjunto com os investimentos associados à realização desses reforços, os elementos referidos poderão permitir a adopção de decisões fundamentadas em informação mais completa e adequada;

d) a metodologia de avaliação de fiabilidade apresentada no Capítulo 7, ao aplicar a um problema concreto um modelo integrando conceitos probabilísticos (modelizando a saída de serviço de componentes do sistema) e conjuntos imprecisos (modelizando as potências de carga), representa uma abordagem inovadora e em que se realiza uma síntese de conhecimentos de diversas áreas científicas. Estes aspectos não podem deixar de ser realçados pelo contributo e abertura de novos horizontes que poderão proporcionar.

9.3. Desenvolvimentos futuros

Pode considerar-se que as actividades associadas ao género humano nunca estarão terminadas dado que, de outro modo, a própria capacidade criativa que distingue a nossa

espécie dos restantes seres vivos ficaria reduzida de forma irremediável. Por esta razão, não deverá estranhar-se que um trabalho de investigação, tal como o que deu origem a esta dissertação, possua, também, esta natureza inacabada pelo que são enumerados, em seguida, alguns temas que se considera poderem constituir novos pontos de partida ou permitir aprofundar conhecimentos:

a) em primeiro lugar, deve referir-se não ter sido estudado o comportamento do modelo AC incremental de fluxo de potências impreciso em situações próximas do colapso de tensão. O aprofundamento deste aspecto revela-se importante por forma a caracterizar, de um modo mais completo, as potencialidades do modelo referido;

b) os números imprecisos podem modelizar, de forma ajustada, um número infinito de cenários associados a conjuntos suporte contínuos e caracterizando o comportamento de diversas grandezas. Todavia, existem situações em que a adopção de conjuntos suporte descontínuos se torna conveniente. Kaufmann e Gupta (1988) definem "Quantidades Imprecisas" podendo este conceito ser utilizado para modelizar o comportamento referido. Assim, antevê-se como importante a generalização dos algoritmos desenvolvidos por forma a integrar dados representados por "Quantidades Imprecisas";

c) o modelo de fluxo de potências óptimo impreciso desenvolvido deverá ser encarado como uma primeira modelização do problema não considerando, por exemplo, qualquer estimativa da potência activa de perdas nos ramos do sistema. A integração de uma estimativa dessa grandeza é encarada como desejável por forma a aperfeiçoar o modelo apesar de, numa segunda fase, se considerar que o desenvolvimento de um modelo de fluxo de potências óptimo impreciso de natureza AC constituirá o objectivo a atingir;

d) o algoritmo de fluxo de potências óptimo impreciso desenvolvido não permite incluir imprecisões no conhecimento dos custos de produção dos diversos geradores do sistema apesar de ser conhecida a influência que alterações dos seus valores originam nas soluções. A utilização do "removal" da função de pertença dos custos de produção (referido no ponto 12 do Apêndice A) pode constituir uma primeira abordagem a este problema. Todavia, um estudo mais aprofundado deste tema revela-se necessário;

e) o algoritmo de cálculo de reforços apresentado no Capítulo 6 possui um carácter interactivo notório no sentido em que o planeador deverá indicar os componentes que, de forma isolada ou em conjunto, admite reforçar. As estratégias de reforço assim identificadas não estão, em geral, associadas aos menores valores dos reforços a realizar para obter o valor especificado para o índice de exposição. Neste sentido, constitui uma importante área de investigação o desenvolvimento de algoritmos que permitam identificar, de forma automática e optimizada, esses reforços;

f) por outro lado, os reforços referidos no ponto anterior permitem, apenas, diminuir o risco das decisões de planeamento num único dos seus possíveis estados de

residência. Neste sentido, a metodologia de avaliação da fiabilidade deverá ser aperfeiçoada estimando índices que, de forma global, permitam obter informação acerca da influência de reforços nos valores esperados estimados, por exemplo, para os índices de exposição e robustez;

g) constitui uma prática corrente em muitas empresas da área de produção e transporte de energia eléctrica dispor de um conjunto de contingências que são monitorizadas com grande frequência. Estas contingências são seleccionadas considerando a probabilidade de ocorrência respectiva apesar de ser conhecido que este critério pode não permitir identificar as mais severas. Os índices de exposição e robustez referidos poderão ser utilizados, de forma complementar ao critério probabilístico anterior, para seleccionar as contingências a monitorizar. O estudo e aprofundamento deste novo critério, não dependente de informação de natureza probabilística, poderá constituir uma área de desenvolvimento e aplicação importante do trabalho apresentado nesta dissertação;

h) diversos autores consideram que nem sempre será possível especificar de forma exacta a função de pertença de diversas grandezas. Desta forma, o utilizador poderia pretender reflectir nos estudos a imprecisão que, ele próprio, considera afectar o valor da função de pertença de cada elemento do conjunto suporte de um conjunto impreciso. O conceito de conjunto impreciso de tipo 2 (ver, por exemplo, Dubois e Prade, 1980) permite modelizar esta situação pelo se abrem novas perspectivas de investigação no desenvolvimento de modelos, por exemplo, de fluxo de potências e de fluxo de potências óptimo impreciso. Este constituirá, sem dúvida, um novo salto qualitativo na fronteira do conhecimento.

i) por último, refira-se que a utilização dos conjuntos imprecisos poderá permitir o desenvolvimento de sistemas de apoio à decisão integrando computação simbólica e numérica. Com efeito, os conjuntos imprecisos poderão ser utilizados como interface entre conhecimentos expressos de forma qualitativa, por um lado, e quantitativa, por outro, visto possuírem a capacidade para condensar e tornar compreensíveis grandes quantidades de informação. Neste sentido, as metodologias apresentadas e, nomeadamente, a interface linguística delineada no Capítulo 3 podem ser encaradas como etapas preliminares tendo em vista a integração de variáveis linguísticas em diversos modelos. A implementação de sistemas de apoio à decisão possuindo estas características exige, como se compreende, a realização de novos e intensos esforços de investigação.

A identificação destes temas poderá revelar-se importante no aprofundamento da área de investigação em que o trabalho que deu origem a esta dissertação se situa fundamentando, assim, a esperança de que novas contribuições possam surgir no futuro.

Bibliografia

- AJJARAPU, V., CARR, J., RAMSHAW, R., (1989), "Security Constrained Optimal Reactive Power Dispatch", *Electric Power Systems Research*, vol. 16, n° 3.
- ALLAN, R., BORKOWSKA, B., GRIGG, C., (1974), "Probabilistic Analysis of Power Flows", *Proceedings IEE*, vol. 121, n° 12.
- ALLAN, R., GRIGG, C., AL-SHAKARCHI, R., (1976), "Numerical Techniques in Probabilistic Load Flow Problems", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 10.
- ALLAN, R., AL-SHAKARCHI, R., (1976), "Probabilistic AC Load Flow", *Proceedings IEE*, vol. 123, n° 6.
- ALLAN, R., AL-SHAKARCHI, R., (1977), "Probabilistic Techniques in AC Load Flow Analysis", *Proceedings IEE*, vol. 124, n° 2.
- ALLAN, R., LEITE DA SILVA, A., BURCHETT, R., (1981), "Evaluation Methods and Accuracy in Probabilistic Load Flow Solutions", *IEEE Trans. PAS*, vol. PAS-100, n° 5.
- ALLAN, R., LEITE DA SILVA, A., (1981), "Probabilistic Load Flow Using Multilinearizations", *IEE Proceedings*, vol. 120, Part C, n° 5.
- ALLAN, R., BILLINTON, R., (1988), "Concepts of Power System Reliability Evaluation", *Electrical Power & Energy Systems*, vol. 10, n° 3.
- ALSAÇ, O., STOTT, B., (1974), "Optimal Load Flow with Steady State Security", *IEEE Trans. PAS*, vol. PAS-93, n°3.
- ALSAÇ, O., BRIGHT, J., PRAIS, M., STOTT, B., (1990), "Further developments in LP-Based Optimal Power Flow", *IEEE Trans. PWRS*, vol. PWRS-5, n° 3.
- ANDERS, G., (1981), "Generation Planning Model with Reliability Constraints", *IEEE Trans. PAS*, vol. PAS-100, n° 12.
- ANDERS, G., J., ENDRENYI, J., PEREIRA, M., PINTO, L., (1990), "Techniques de Simulation Rapides par la Méthode de Monte Carlo pour les Etudes de Fiabilité des Réseaux", *CIGRE*, 1990.
- AOKI, K., SATOH, T., (1984), "New Algorithms for Classic Economic Load Dispatch", *IEEE Trans. PAS*, vol. PAS-103, n° 6.
- AOKI, K., NISHIKORI, A., (1984), "An Algorithm for Constrained Load Flow", *IEEE Trans. PAS*, vol. PAS-103, n° 5.
- AOKI, K., KANEZASHI, M., (1985), "A Modified Newton Method for Optimal Power Flow Using Quadratic Approximated Power Flow", *IEEE Trans. PAS*, vol. PAS-104, n° 8.

- AOKI, S., NISHIKORI, A., YOKOYAMA, R., (1987), "Constrained Load Flow Using Recursive Quadratic Programming", IEEE Trans. PWRS, vol. PWRS-2, nº 1.
- ASPERGIS, D., WHITE, D., SCHWEPPE, F., METTLER, M., MERRIL, H., (1982), "Energy Strategy Planning for Electric Utilities: Part II Smarte Methodology Case Study", IEEE Trans. PAS, vol. PAS-101, nº 2.
- BANON, G., (1981), "Distinction Between Several Subsets of Fuzzy Measures", Fuzzy Sets and Systems, vol. 5.
- BARCELO, N., LEMMON, W., (1988), "Standardized Sensitivity Coefficients for Power Systems Analysis", IEEE Trans. PWRS, vol. PWRS-3, nº 4,.
- BÁRCIA, P., BAPTISTA, J., (1982), "Nota Técnica 4/82 - EXEP/DEPR, Programa Zanzibar, Metodologia", Electricidade de Portugal, EDP-EP.
- BENNON, R., JUVES, J., MELIOPOULOS, A., (1982), "Use of Sensitivity Analysis in Automated Transmission Planning", IEEE Trans. PAS, vol. PAS-101, nº 1.
- BERG, G., SHARAF, T., (1985), "Dynamic Transmission Planning under Uncertainty", Electric Power Systems Research, vol. 8, nº 2.
- BERRY, P., DUNNET, R., (1989), "Contingency Contrained Economic Dispatch Algorithm for Transmission Planning", IEE Proceedings, vol. 136, Part C, nº 4.
- BEZDECK, J. C., (1981), **Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms**, Plenum Press, New York.
- BILLINTON, R., ALLAN, R., (1985), **Reliability Evaluation of Engineering Systems, Concepts and Techniques**, Pitman Advanced Publishing Program, Boston.
- BILLINTON, R., KHAN, E., AGARWAL, S., (1989), "Contingency Cut-Off Criteria in Transmission System Adequacy Assessment", IEE Proceedings, vol. 136, Part C, nº 4,.
- BILLINTON, R., KUMAR, S.,(1990),"Indices for Use in Composite Generation and Transmission System Adequacy Evaluation",Electrical Power & Energy Systems,vol. 12,nº 3.
- BOSH, P., (1985), "Optimal Dynamic Dispatch Owing to Spinning-Reserve and Power-Rate Limits", IEEE Trans. PAS, vol. PAS-104, nº 12.
- BOSKOWSKA, B., (1974), "Probabilistic Load Flow", IEEE Trans. PAS, vol. PAS-93, nº 3.
- BOTH, R., (1972 a), "Power System Simulation Model Based on Probability Analysis", IEEE Trans. PAS, vol. PAS-91, nº 1.
- BOTH, R., (1972 b), "Optimal Generation Planning Considering Uncertainty", IEEE Trans. PAS, vol. PAS 91, nº 1.
- BOX, G., JENKINS, G., (1976), **Time Series Analysis, Forecasting and Control**, Revised Edition, Holden-Day, London.
- BUCKLEY, J. J., QU, Y., (1991 a), "Solving Fuzzy Equations: A New Solution Concept", Fuzzy Sets and Systems, vol. 39.
- BUCKLEY, J. J., QU, Y., (1991 b), "Solving Systems of Linear Fuzzy Equations", Fuzzy Sets and Systems, vol. 43.

- BURCHETT, R., HAPP, H., VIERATH, D., WIRGAU, K., (1982), "Developments in Optimal Power Flow", IEEE Trans. PAS, vol. PAS-101, n° 2.
- BURCHETT, R., HAPP, H., VIERATH, D., (1984), "Quadratically Convergent Optimal Power Flow", IEEE Trans. PAS, vol. PAS-103, n° 11.
- CARPENTIER, J., (1979), "Optimal Power Flows", Electrical Power & Energy Systems, vol. 1, n° 1.
- CARPENTIER, J., MERLIN, A., (1982), "Optimization Methods in Planning and Operation" Electrical Power & Energy Systems, vol. 4, n° 1.
- CHAMOREL, P., GERMOND, A., (1982), "An Efficient Constrained Power Flow Technique Based on Active-Reactive Decoupling and the Use of Linear Programming", IEEE Trans. PAS, vol. PAS-101, n° 1.
- CHANG, C., CHUNG, T., LO, K., (1990), "Application of Pattern Recognition Technique to Power System Security Analysis and Optimization", IEEE Trans. PWRS, vol. PWRS-5, n° 3.
- CHONG, C., MALHAMI, R., (1984), "Statistical Synthesis of Physically Based Load Models with Applications to Cold Load Pickup", IEEE Trans. PAS, vol. PAS-103, n° 7.
- CHOWDHURY, B., RAHMAN, S., (1990), "A Review of Recent Advances in Economic Dispatch", IEEE Trans. PWRS, vol. PWRS-5, n° 4.
- CLÍMACO, J., ANTUNES, C., (1990), "A Comparison of Microcomputer Implemented Interactive MOLP Methods Based on a Case Study", Readings in Multiple Criteria Decision Aid, C. Bana e Costa (ed), Springer Verlag, Berlin.
- COLUCCI, E., COMELLINI, E., FRACASSI, G., GELLI, G., INVERNIZZI, A., SILVESTRI, M., (1985), "Improvements in ENEL's Statistical Methods for Load Evaluation", CIRED 85, Brighton.
- COMEFORD, R., GELLINGS, C., (1982), "The Application of Classical Forecasting Techniques to Load Management", IEEE Trans. PAS, vol. PAS-101, n° 12.
- CONEJO, A., CARAMANIS, M., BLOOM, J., (1990), "An Efficient Algorithm for Optimal Reservoir Utilization in Probabilistic Production Costing", IEEE Trans. PWRS, vol. PWRS-5, n° 2.
- CONTAXIS, G., DELKIS, L., KORRES, G., (1986), "Decoupled Optimal Load Flow Using Linear or Quadratic Programming", IEEE Trans. PWRS, vol. PWRS-1, n° 2.
- DAVEY, J., SAKS, J., CUNNINGHAM, G., PRIEST, K., (1973), "Practical Application of Weather Sensitive Load Forecasting to System Planning", IEEE Trans. PAS, vol. PAS-92, n° 3.
- DECHAMPS, C., JAMOULLE, E., (1980), "Interactive Computer Program for Planning the Expansion of Meshed Transmission Network", Electrical Power & Energy Systems, vol. 2, n° 2.
- DEEB, N., SHAHIDEHPOUR, S., (1988), "An Efficient Technique for Reactive Power Dispatch Using a Revised Linear Programming Approach", Electric Power Systems Research, vol. 15, n° 2.

- DEEB, N., SHAHIDEHPOUR, S., (1991), "Decomposition Approach for Minimising Real Power Losses in Power Systems", IEE Proceedings, vol. 138, Part C, n° 1.
- DEHDASHTI, A., TUDOR, J., SMITH, M., (1982), "Forecasting of Hourly Load by Pattern Recognition - A Deterministic Approach", IEEE Trans. PAS, vol. PAS-101, n° 9.
- DEMPSTER, M., (1969), "Distributions in Intervals and Linear Programming", Topics in Interval Analysis, E. Hansen (ed), Oxford University Press, Oxford.
- DEO, N., (1974), **Graph Theory with Applications to Engineering and Computer Science**, Prentice Hall, London.
- DILLON, J. (1971), "An Expository Review of Bernoullian Decision Theory in Agriculture: Is Utility Futility?", Review of Marketing and Agricultural Economics, vol. 39, n° 1.
- DISHKANT, H., (1981), "About membership Function Estimation", Fuzzy Sets and Systems, vol. 5.
- DODU, J., MERLIN, A., (1979), "Recent Improvements of the Mexico Model for Probabilistic Planning Studies", Electrical Power & Energy Systems, vol. 1, n° 1.
- DOPAZO, J., KLITIN, O., SASSON, A., (1975), "Stochastic Load Flows", IEEE Trans. PAS, vol. PAS-94, n° 2.
- DUBOIS, D., PRADE, H. (1979), "Fuzzy Real Algebra: Some Results", Fuzzy Sets and Systems, vol. 2.
- DUBOIS, D., PRADE, H., (1980), **Fuzzy Sets and Systems-Theory and Applications**, Academic Press, New York.
- DUBOIS, D., PRADE, H.,(1981), "Additions of Interactive Fuzzy Numbers", IEEE Trans. on Automatic Control, vol. AC-26, n° 4.
- DUBOIS, D., PRADE, H. (1982), "The Use of Fuzzy Numbers in Decision Analysis", Fuzzy Information and Decision Processes, M. Gupta e E. Sanchez (eds), North Holland, Amsterdam.
- DUBOIS, D., PRADE, H., (1986), "Fuzzy Sets and Statistical Data", European Journal of Operational Research, vol. 25.
- DUBOIS, D., PRADE, H., (1987), **Théorie des Possibilités - Applications à la Representation des Connaissances en Informatique**, (2^e Édition), Masson, Paris.
- ECONOMAKOS, E., (1979), "Application of Fuzzy Concepts to Power Demand Forecasting", IEEE Trans. SMC, vol. SMC-9, n° 10.
- EJEBE, G., NWODO, T., (1981), "Flexible Programming Approach to Security Constrained Economic Dispatch", Electrical Power & Energy Systems, vol. 3, n° 2.
- EKWUE, A., CORY, B., (1984), "Transmission System Expansion Planning by Interactive Methods", IEEE Trans. PAS, vol. PAS-103, n° 7.
- EKWUE, A., ADAMS, R., (1989), "Optimal Power Rescheduling for System Security Using Stochastic Second-Order Load Flow", Electrical Power & Energy Systems, vol. 11, n° 4.
- EL-HAWARY, M., DIAS, L., (1987 a), "Incorporation of Load Models in Load Flow Studies: Form of Model Effects", IEE Proceedings, vol.134, Part C, n° 1.

- EL-HAWARY, M., DIAS, L., (1987 b), "Bus Sensitivity to Load-Model Parameters in Load Flow Studies", IEE Proceedings, vol. 134, Part C, n° 4.
- EL-HAWARY, M., MBAMALU, G., (1988), "Stochastic Optimal Load Flow Using Newton Raphson Iterative Technique", Electric Machines & Power Systems, vol. 15, n°6.
- EL-HAWARY, M., MBAMALU, G., (1989), "Stochastic Optimal Load Flow Using a Combined Quasi-Newton and Conjugate Gradient Technique", Electrical Power & Energy Systems, vol. 11, n° 2.
- EL-HAWARY, M., DIAS, L., (1990), "A Comparison of Load Models and their Effect on the Convergence of Newton's Power Flows", Electrical Power & Energy Systems, vol. 12, n° 1.
- EL-HARVARY, M., RAVINDRANATH, K., (1990), "Selection of Objectives in Minimum Loss Power Flow in Hydrothermal Electric Power Systems", Electrical Power & Energy Systems, vol. 12, n°4.
- EL-HAWARY, M., MBAMALU, G., (1991), "A Comparison of Probabilistic Perturbation and Deterministic Based Optimal Power Flow Solutions" IEEE Trans. PWRS, vol. PWRS-6, n° 3,.
- ELANGO VAN, S., (1983), "New Approach for Real Power Loss Minimisation", IEE Proceedings, vol. 130, Part C, n° 6.
- FEINTUCH, P., (1983), "Power System Expansion Planning at EDF", Electrical Power & Energy Systems, vol. 5, n° 2.
- FÉRIET, J. K., (1982), "Interpretation of Membership Functions of Fuzzy Sets in Terms of Plausibility and Belief", Fuzzy Information and Decision Processes, M. Gupta e E. Sanches (eds), North Holland, Amsterdam.
- FERNANDES, R., HAPP, H., WIRGAU, K., (1980), "Optimal Reactive Power Flow for Improved System Operations", Electrical Power & Energy Systems, vol. 2, n° 3.
- FERREIRA, L., PÜTTGEN, H., (1987), "Adjoint Network Sensitivity Based Performance Index Evaluation for Large Scale Contingency Events", Electric Power Systems Research, vol. 13, n° 3.
- FOX, B., MCCRACKEN, H., (1982), "Load-Curtailment Model for Economic Loading of Thermal Generators", IEE Proceedings, vol. 129, Part C, n° 6.
- FREELING, A., (1980), "Fuzzy Sets and Decision Analysis", IEEE Trans. SMC, vol. SMC-10, n° 7.
- FREKSA, C., (1982), "Linguistic Description of Human Judgments in Expert Systems and Soft Sciences", Approximate Reasoning in Decision Analysis, M. Gupta e E. Sanchez (eds), North Holland, Amsterdam.
- GAL, T., (1979), *Postoptimal Analysis, Parametric Programming and Related Topics*, Mcgraw-Hill, New York.
- GERAGHTY, D., LATHROP, J., MERRIL, H., SMITH, D., WHITE, M. (1984) "Strategic Planning: Why Do We Need It?", IEEE Trans. PAS. vol. PAS-103, n° 7.

- GIRAS, T., TALUKDAR, S., (1981), "Quasi Newton Method for Optimal Power Flows", *Electrical Power & Energy Systems*, vol. 3, n° 2.
- GOH, T., ONG, H., (1985), "A Study on the Accuracy of Time Series Modeling of Daily Power Demand", *Electric Power Systems Research*, vol. 9, n° 1.
- GOMEZ, A., BETANCOURT, R., (1990), "Implementation of the Fast Decoupled Load Flow on a Vector Computer", *IEEE Trans. PWRS*, vol. PWRS-5, n° 3.
- GRIBIK, P., SHIRMOHAMMADI, D., HAO, S., THOMAS, C., (1990), "Optimal Power Flow Sensitivity Analysis", *IEEE Trans. PWRS*, vol. PWRS-5, n° 3.
- GUOYU, X., GALIANA, F., LOW, S., (1985), "Decoupled Economic Dispatch Using the Participation Factors Load Flow", *IEEE Trans. PAS*, vol. PAS-104, n° 6.
- HAGAN, M., BEHR, S., (1987), "The Time Series Approach to Short Term Load Forecasting", *IEEE Trans. PWRS*, vol. PWRS-2, n° 3.
- HAMOUD, G., BILLINTON, R., (1982), "Uncertainty Considerations in Frequency and Duration Analysis for Radial and Two Interconnected Systems", *IEEE Trans. PAS*, vol. PAS-101, n° 10.
- HAMOUD, G. BILLINTON, R., (1983), "Parameter Uncertainty in Generating Capacity Reliability Evaluation", *Electrical Power & Energy Systems*, vol. 5, n° 3.
- HANSEN, E. , (1969 a), "On Linear Algebraic Equations with Interval Coefficients", *Topics in Interval Analysis*, E. Hansen (ed), Oxford University Press, Oxford.
- HANSEN, E., (1969 b), "On Solving Two Point Boudary Value Problems Using Interval Arithmetic", *Topics in Interval Analysis*, E. Hansen (ed), Oxford University Press, Oxford.
- HAPP, H., (1982), "Parallel Processing in Power Systems", *Electrical Power & Energy Systems*, vol. 4, n° 1.
- HEYDT, G., KHOTANZAD, A., KARAHBAKHSIAN, N., (1981), "A Method for the Forecasting of the Probability Density Function of Power System Loads", *IEEE Trans. PAS*, vol. PAS-100, n° 12.
- HISDAL, E., (1985), "Reconciliation of the Yes-No Versus Grade of Membership Dualism in Human Thinking", *Approximate Reasoning in Expert Systems*, M. Gupta, A. Kandel, W. Bandler e J. Kiszka (eds), Elsevier Science Publishers, Amsterdam.
- HÖHLE. U., STOUT, L., (1991), "Foundations of Fuzzy Sets", *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 40.
- INOUE, H., (1991), "A Strong Law of Large Numbers for Fuzzy Random Sets", *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 41.
- IRISARRI, G., SASSON, A., LEVNER, D., (1979), "Automatic Contingency Selection for On-Line Security Analysis - Real Time Tests", *IEEE Trans. PAS*, vol. PAS-98, n° 5.
- IRVING, M., STERLING, M., (1983), "Economic Dispatch of Active Power with Constraint Relaxation", *IEE Proceedings*, vol. 130, Part C, n° 4.
- IRWIN, G., MONTEITH, W., BEATTIE, W., (1986), "Statistical Electricity Demand Modelling from Consumer Billing Data", *IEE Proceedings*, vol. 133, Part C, n° 9.

- ISODA, H., SATO, Y., (1985), "On-line Load Dispatching Control with Security Constraints at the Tohoku Electric Power Company", IEEE Trans. PAS, vol. PAS-104, n° 6.
- JAIN, R., (1976), "Decisionmaking in the Presence of Fuzzy Variables", IEEE Trans. SMC, vol. SMC-6, n° 10.
- JAIN, R., (1980), "Fuzzyism and Real Word Problems", Fuzzy Sets - Theory and Applications to Policy Analysis and Information Sciences, P. Wang e S. Chang (eds), Plenum Press, New York.
- KANDEL, A., BYATT, W., (1980), "Fuzzy Processes", Fuzzy Sets and Systems, vol. 4.
- KANDEL, A. (1986), **Fuzzy Mathematical Techniques with Applications**, Addison-Wesley Publishing Company, Amsterdam.
- KARAKI, S., SARTAWI, M., HAMDAN, A., AL-HAFI, N., (1985), "Computer Aided Power Transmission Planning", Electric Power Systems Research, vol. 9, n° 2.
- KAUFMAN, A., (1975), **Introduction to the Theory of Fuzzy Subsets**, vol. I, Academic Press, New York.
- KAUFMANN, A., GUPTA, M. M., (1988), **Fuzzy Mathematical Models In Engineering and Management Science**, North Holland, Amsterdam.
- KLIR, G., FOLGER, T., (1988), **Fuzzy Sets, Uncertainty and Information**, Prentice Hall, New Jersey.
- KRUSE, R., (1982), "The Strong Law of Large Numbers for Fuzzy Random Variables", Information Sciences, n° 28.
- KWAKERNAAK, H., (1978), "Fuzzy Random Variables - I. Definitions and Theorems", Information Sciences, n° 15,.
- LAUGHTON, M., (1982), "Power and Energy Systems Planning", Electrical Power & Energy Systems, vol. 4, n° 1.
- LEE, S., HICKS, K., HNYLLICZA, E., (1977), "Transmission Expansion by Branch-and-Bound Integer Programming with Optimal Cost-Capacity Curves", IEEE Trans. PAS, vol. PAS-93, n° 5.
- LEE, K., PARK, Y., ORTIZ, J., (1985), "A United Approach to Optimal Real and Reactive Power Dispatch", IEEE Trans. PAS, vol. PAS-104, n° 5.
- LEITE DA SILVA, A., ARIENTI, V., ALLAN, R., (1984), "Probabilistic Load Flow Considering Dependence Between Input Nodal Powers", IEEE Trans. PAS, vol. 103, n° 6.
- LEITE DA SILVA, A., ALLAN, R., SOARES, S., ARIENTI, V., (1985), "Probabilistic Load Flow Considering Network Outages", IEE Proceedings, vol. 132, Part C, n° 3.
- LEITE DA SILVA, A., ARIENTI, V., (1990), "Probabilistic Load Flow by a Multilinear Simulation Algorithm", IEE Proceedings, vol. 137, Part C, n° 4.

- LIN, C., CHOU, C., (1991), "Hierarchical Economic Dispatch for Multi-Area Power Systems", *Electric Power Systems Research*, vol. 20, nº 3.
- LIPOWSKI, J., CHARALAMBOUS, C., (1981), "Solution of Optimal Load Flow Problem by Modified Recursive Quadratic Programming Method", *IEE Proceedings*, vol. 128, Part C, nº 5.
- LLENA, J., (1985), "On Fuzzy Linear Programming", *European Journal of Operational Research*, vol. 22.
- LO, K., ALI, H., (1990), "A Two Stage Linearized Mathematical Model for Power System Optimization", *Electric Power Systems Research*, vol. 18, nº 3.
- LO, K., ZHU, S., (1991), "A Decoupled Quadratic Programming Approach for Optimal Power Dispatch", *Electric Power Systems Research*, vol. 22, nº 1.
- LOWEN, R., (1980), "Convex Fuzzy Sets", *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 3.
- MABUCHI, S., (1988), "An Approach to the Comparison of Fuzzy Subsets with an α -cut Dependent Index", *IEEE Trans. SMC*, vol. SMC-18, nº 2.
- MANICHAIKUL, Y., SHWEPPE, F., (1979), "Physically Based Industrial Electric Load", *IEEE Trans. PAS*, vol. PAS-98, nº 4.
- MARNAY, C., STRAUSS, T., (1991), "Effectiveness of Antithetic Sampling and Stratified Sampling in Monte Carlo Chronological Production Cost Modeling", *IEEE Trans. PWRS*, vol. PWRS-6, nº 2.
- MATOS, M., (1988), **Ajuda à Decisão Multicritério - Novas Contribuições**, dissertação de doutoramento, FEUP, Porto.
- MELIOPOULOS, A., WEBB, R., BENNON, R., JUVES, J., (1982), "Optimal Long Transmission Planning with AC Load Flow", *IEEE Trans. PAS*, vol. PAS-101, nº 10.
- MERRILL, H., SCHWEPPE, F., WHITE, D., (1982), "Energy Strategy Planning for Electric Utilities: Part 1, Smarte Methodology", *IEEE Trans. PAS*, vol. PAS-101, nº 2.
- MERRILL, H., WOOD, A., (1990), "Risk and Uncertainty in Power System Planning", 10th PSCC, Graz.
- MEYER, P., (1972), **Probabilidade, Aplicações à Estatística**, Ao Livro Técnico, S.A., Rio de Janeiro.
- MILLER, G., (1968), **The Psychology of Communication**, Penguin Press, London.
- MIRANDA, V., MATOS, M., (1987), "Determinação de Diagramas de Carga Imprecisos Úteis ao Planeamento da Distribuição de Energia Eléctrica", IO 87, Coimbra.
- MIRANDA, V., MATOS, M., (1989), "Distribution System Planning with Fuzzy Models and Techniques", CIRED 89, Brighton.
- MIRANDA, V., MATOS, M., SARAIVA, J., (1989), "Análise de Redes com um Novo Conceito: Fluxo de Cargas Impreciso", ENDIEL 89, Porto.
- MIRANDA, V., MATOS, M., SARAIVA, J., (1990 a), "Fuzzy Load Flow New Algorithms Incorporating Uncertain Generation and Load Representation", 10th PSCC, Graz.

- MIRANDA, V., MATOS, M. A., SARAIVA, J., (1990 b), "Incertezas na Geração e Cargas Incorporadas em Estudos de Fluxo de Cargas", 1^{as} Jornadas Hispano Lusas de Ingeniería Electrica, Vigo.
- MIRANDA, V., (1990), "Calculs de Fiabilité dans les Réseaux de Distribution avec des Indices Flous", Journée d'Études Réseaux Ruraux a Moyenne Tension: Evolution et Perspectives, Paris.
- MIRANDA, V., (1991), "Using Fuzzy Reliability Indices in a Decision Aid Environment for Establishing Interconnection and Switching Location Policies", CIRED 91, Liege.
- MIRANDA, V., PINTO, L., (1991), "Um Modelo para a Consideração de Incertezas na Operação de Sistemas Eléctricos", SNTPEE - Seminário Nacional de Produção, Transmissão e Distribuição de Energia Eléctrica, Brasil.
- MIRANDA, V., MATOS, M., SARAIVA, J., (1991), "Power System Modelling with Fuzzy Concepts", ERCIM Workshops on Decision Support Methods and Applications, Lisboa.
- MIRANDA, V., SARAIVA, J., (1992), "Fuzzy Modelling of Power System Optimal Load Flow", IEEE Trans. PWRS, vol. PWRS-7, n^o 2; também em Proceedings PICA 91, Baltimore.
- MONTICELLI, A., PEREIRA, M., CUNHA, S., PARKER, B., PRAÇA, J., (1982), "Interactive Transmission Network Planning Using a Least-Effort Criterion", IEEE Trans. PAS, vol. PAS-101, n^o 10.
- MOORE, R., (1969 a), "Introduction to Algebraic Problems", Topics in Interval Analysis, E. Hansen (ed), Oxford University Press, Oxford.
- MOORE, R., (1969 b), "Introduction to Continuous Problems", Topics in Interval Analysis, E. Hansen (ed), Oxford University Press, Oxford.
- MOORE, R., (1979), **Methods and Applications of Interval Analysis**, SIAM, Philadelphia.
- MOROZOWSKI, M., MELO, A., PEREIRA, M., PINTO, L., RAMOS, D., (1990), "Priority Evaluation and Ranking of Transmission System Projects Computer Models and Results", IEEE Trans. PWRS, vol. PWRS-5, n^o 3.
- MURTAGH, B., (1981), **Advanced Linear Programming: Computation and Practice**, McGraw-Hill, New York.
- NAHMIAS, S., (1978), "Fuzzy Variables", Fuzzy Sets and Systems, vol. 1.
- NASSAR, M., GRUBER, S., (1986), "Stochastic End-User Model for Forecasting Load Statistics", Electrical Power & Energy Systems, vol. 8, n^o 3.
- NEYER, A., WU, F., IMHOF, K., (1990), "Object-Oriented Programming for Flexible Software: Example of Load Flow", IEEE Trans. PWRS, vol. PWRS 5, n^o 3.
- NICKEL, K., (1969), "Triplex-Algol and Applications", Topics in Interval Analysis, E. Hansen (ed), Oxford University Press, Oxford.

- NIIMURA, T., YOKOYAMA, R., (1991), "An Approximate Reasoning Approach for Optimal Dynamic Dispatch of Thermal Generating Units Including Auxiliary Control", IEEE Trans. PWRS, vol. PWRS-6, n° 2.
- NOLA, A., VENTRE, A., (1982), "Ordering via Fuzzy Entropy", Fuzzy Information and Decision Processes, M. Gupta e E. Sanchez (eds), North Holland, Amsterdam.
- NORDLUND, P., SJELVGREN, D., PEREIRA, M., BUBENKO, J. (1987), "Generation Expansion Planning for Systems with a High Share of Hydro Power", IEEE Trans. PWRS, vol. PWRS-2, n° 1.
- OLIVEIRA, C., PEREIRA, M., CUNHA, S.,(1989), "A Technique for Reducing Computational Effort in Monte Carlo Based Composite Reliability Evaluation", IEEE Trans. PWRS, vol. PWRS-4, n° 4.
- OYAMA, T., KITAHARA, T., SERIZAWA, Y., (1990), "Parallel Processing for Power System Analysis Using Band Matrix", IEEE Trans. PWRS, vol. PWRS-5, n° 3.
- PALANISWAMY, K., SHARMA, J., (1985), "Optimum Load Shedding Taking into Account of Voltage and Frequency Characteristics of Loads", IEEE Trans. PAS, vol. PAS-104, n° 6.
- PALANICHAMY, C., SRIKRISHANA, K., (1991), "Simple Algorithm for Economic Power Dispatch", Electric Power Systems Research, vol. 21, n° 2.
- PARK, Y., LEE, K., YOUN, L., (1985), "New Analytical Approach for Long-Term Generation Expansion Planning Based on Maximum Principle and Gaussian Distribution Function", IEEE Trans. PAS, vol. PAS-104, n° 2.
- PARK, D., EL-SHARKAWI, M., MARKS, R., ATLAS, L., DAMBORG, M., (1991), "Electric Load Forecasting Using an Artificial Neural Network", IEEE Trans. PWRS, vol. PWRS-6, n° 2.
- PEREIRA, M., PINTO, L., (1982), "A Decomposition Approach to the Economic Dispatch of Hydrothermal Systems", IEEE Trans. PAS, vol. PAS-101, n° 10.
- PEREIRA, M., PINTO, L., CUNHA, S., OLIVEIRA, G., (1985), "A Decomposition Approach to Automated Generation/Transmission Expansion Planning", IEEE Trans. PAS, vol. PAS-104, n° 11.
- PEREIRA, M., PINTO, L., (1985), "Application of Sensitivity Analysis of Load Supplying Capability to Interactive Transmission Expansion Planning", IEEE Trans. PAS, vol. PAS-104, n° 2.
- PEREIRA, M., PINTO, L., MONTICELLI, A., (1987), "Economic Dispatch with Security Constrained Rescheduling", Electrical Power & Energy Systems, vol. 9, n° 2.
- PEREIRA, M., PINTO, L., (1992), "A New Computational Tool for Composite Reliability Evaluation", IEEE Trans. PWRS, vol. PWRS-7, n° 1.
- PEREIRA, M., MACIEIRA, M., OLIVEIRA, G., PINTO, L., (1992), "Combining Analytical Models and Monte-Carlo Techniques in Probabilistic Power System Analysis", IEEE Trans. PWRS, vol. PWRS-7, n° 1.

- PEREIRA, M., BALU, N., (1992), "Composite Generation/Transmission Reliability Evaluation", Proceedings IEEE, vol. 80, nº 4.
- PRATI, N., (1991), "About the Axiomatizations of Fuzzy Set Theory", Fuzzy Sets and Systems, vol. 39.
- PRESTON, E., GRADY, W., (1991), "Efficient Method for Calculating Power System Production Cost and Reliability", IEE Proceedings, vol. 138, Part C, nº 3.
- RAFIAN, M., STERLING, M., IRVING, M., (1985), "Decomposed Load-Flow Algorithm Suitable for Parallel Processor Implementation", IEE Proceedings, vol. 132, Part C, nº 6.
- RAMANATHAN, R., (1985), "Fast Economic Dispatch Based on the Penalty Factors from Newton's Method", IEEE Trans. PAS, vol. PAS-104, nº 7.
- RELIABILITY TEST SYSTEM TASK FORCE, (1979), "IEEE Reliability Test System", IEEE Trans. PAS, vol. PAS-98, nº 6.
- ROSS, D., KIM, S., (1980), "Dynamic Economic Dispatch of Generation", IEEE Trans. PAS, vol. PAS-99, nº 6.
- SAATY, T., (1986), "Scaling the Membership Functions", European Journal of Operational Research, vol. 25.
- SANGHVI, A., SHAVEL, I., SPANN, R., (1982), "Strategic Planning for Power System Reliability and Vulnerability: An Optimization Model for Resource Planning Under Uncertainty", IEEE Trans. PAS, vol. PAS-101, nº 6.
- SARAIVA, J., MIRANDA, V., (1991 a), "Representação de Fontes Aditivas em Redes de Distribuição de Energia Utilizando Conjuntos Imprecisos", 1º ELAB, Porto.
- SARAIVA, J., MIRANDA, V., (1991 b), "Estudo do Desempenho de um Modelo de Fluxo de Cargas Impreciso", 2ªs Jornadas Luso-Espanholas de Engenharia Electrotécnica, Coimbra.
- SARAIVA, J., MIRANDA, V., MATOS, M., (1991), "Generation and Load Uncertainties Incorporated in Load Flow Studies", MELECON 91, Ljubljana.
- SAWEY, R., ZINN, C., (1977), "A Mathematical Model for Long Range Expansion Planning of Generation and Transmission in Electric Utility Systems", IEEE Trans. PAS, vol. PAS-96, nº2.
- SCHÄFER, K., SCHWARTZE, C., VERSTEGE, J., (1991), "Contex: An Expert System for Contingency Selection", Electric Power Systems Research, vol. 22, nº 3.
- SCHWEPPE, F., MERRILL, H., (1987), "Multiple Objective Trade Off Analysis in Power System Planning", 9th PSCC, Cascais.
- SEIFU, A., SALON, S., LIST, G., (1989), "Optimization of Transmission Line Planning Including Security Constraints", IEEE Trans. PWRS, vol. PWRS-4, nº 4.
- SERNA, C., DURÁN, J., CAMARGO, A., (1978), "A Model for Expansion Planning of Transmission Systems: A Practical Application Example", IEEE Trans. PAS, vol. PAS-97, nº 2.

- SHARAF, T., BERG, G., (1982), "Reliability Optimization for Transmission Expansion Planning", IEEE Trans. PAS, vol. PAS-101, n° 7.
- SHOULTS, R., SUN, D., (1982), "Optimal Power Flow Based upon P-Q Decomposition", IEEE Trans. PAS, vol. PAS-101, n° 2.
- SHUAIB, A., ELAMIN, I. (1987), "Dynamic Data System Modelling of Electrical Power Demand", Electrical Power & Energy Systems, vol. 9, n° 3.
- SILVERT, W., (1979), "Symmetric Summation: A Class of Operations on Fuzzy Sets", IEEE Trans. SMC, vol. SMC-9, n°10.
- SMETS, P., (1982 a), "Probability of a Fuzzy Event: An Axiomatic Approach", Fuzzy Sets and Systems, vol. 7.
- SMETS, P., (1982 b), "Subjective Probability and Fuzzy Measures", Fuzzy Information and Decision Processes, M. Gupta e E. Sanchez (eds), North Holland, Amsterdam.
- STEIN, W., TALATI, K., (1981), "Convex Fuzzy Random Variables", Fuzzy Sets and Systems, vol. 6.
- STERLING, M., (1978), **Power System Control**, IEE Control Engineering Series 6, Peter Peregrinus Ltd, Exeter.
- STOTT, B., (1972), "Decoupled Newton Load Flow", IEEE Trans. PAS, vol. PAS-91, n° 5.
- STOTT, B., ALSAÇ, O., (1974), "Fast Decoupled Load Flow", IEEE Trans. PAS, vol. PAS-93, n° 3.
- STOTT, B., (1974), "Review of Load Flow Calculation Methods", Proceedings IEEE, vol. 62.
- STOTT, B., HOBSON, E., (1978 a), "Power System Security Control Calculations Using Linear Programming: Part 1", IEEE Trans. PAS, vol. PAS-97, n° 5.
- STOTT, B., HOBSON, E., (1978 b), "Power System Security Control Calculations Using Linear Programming: Part 2", IEEE Trans. PAS, vol. PAS-97, n° 5.
- STOTT, B., MARINHO, J., (1979), "Linear Programming for Power System Network Security Applications", IEEE Trans. PAS, vol. PAS-98, n° 3.
- STOTT, B., ALSAÇ, O., MARINHO, J., (1980), "The Optimal Power Flow Problem", Electric Power Problems: The Mathematical Challenge, A. Erisman, K. Neves e M. Dwarakanath (eds), SIAM, Philadelphia.
- STOTT, B., ALSAÇ, O., ALVARADO, F., (1985), "Analytical and Computational Improvements in Performance-Index Ranking Algorithms for Networks", Electrical Power & Energy Systems, vol. 7, n° 3.
- STOTT, B., ALSAÇ, O., MONTICELLI, A., (1987), "Security Analysis and Optimization", Proceedings of the IEEE, vol. 75, n° 12.
- SU, C., LEE, T., WU, T., HUANG, C., (1986), "Production Costing and Reliability Evaluation for Composite System with Outages and Uncertainties", Electric Power Systems Research, vol. 10, n° 3.
- SULLIVAN, R., (1977), **Power System Planning**, Mcgraw-Hill, New York;

- TAHA, H., (1976), **Operations Research - An Introduction**, 2nd Ed., Collier MacMillan Publishers, London.
- TAMBURRINI, G., TERMINI, S., (1982), "Some Foundational Problems in the Formalization of Vagueness", *Fuzzy Information and Decision Processes*, M. Gupta e E. Sanchez (eds), North Holland, Amsterdam.
- TASK FORCE ON BULK POWER SYSTEM RELIABILITY OF THE IEEE-PES, (1988), "Bulk Power System Reliability Concepts and Applications", *IEEE Trans. PWRS*, vol. PWRS-3, n° 1.
- THÖLE, U., ZIMMERMANN, H.-J., ZYSNO, P., (1979), "On the Suitability of Minimum and Product Operators for the Intersection of Fuzzy Sets", *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 2.
- TOMSOVIC, K., (1992), "A Fuzzy Linear Programming Approach to the Reactive Power/Voltage Control Problem", *IEEE Trans. PWRS*, vol. PWRS-7, n° 1.
- TURKSEN, I. B., (1991), "Measurement of Membership Functions and their Acquisition", *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 40.
- VLAHOVIC, V., VUJOSEVIC, I., (1987), "Long Term Forecasting: a Critical Review of Extrapolation Methods", *Electrical Power & Energy Systems*, vol. 9, n° 1.
- WANG, L., XIANG, N., WANG, S., HUANG, M., (1989), "Parallel Reduced Gradient Optimal Power Flow Solution", *Electric Power Systems Research*, vol. 17, n° 1.
- WATSON, S., WEISS, J., DONNELL, M., (1979), "Fuzzy Decision Analysis", *IEEE Trans. SMC*, vol. SMC-9, n°1.
- WILLIS, H., NORTHCOTE-GREEN, J., (1982), "A Hierarchical Recursive Method for Substantially Improving Trending of Small Area Load Forecasting", *IEEE Trans. PAS*, vol. PAS-101, n° 6.
- WILLIS, H., SCHAUER, A., NORTHCOTE-GREEN, J., VISMOR, T., (1983), "Forecasting Distribution System Loads Using Curve Shape Clustering", *IEEE Trans. PAS*, vol. PAS-102, n° 4.
- WILLIS, A., POWELL, R., WALL, D., (1984), "Load Transfer Coupling Regression Curve-Fitting for Distribution Load Forecasting", *IEEE Trans. PAS*, vol. PAS-103, n° 5.
- WISMER, D., CHATTERY, R., (1978), **Introduction to Nonlinear Optimization - A Problem Solving Approach**, North Holland, New York.
- WOOD, W., (1982), "Spinning Reserve Constrained Static and Dynamic Economic Dispatch", *IEEE Trans. PAS*, vol. PAS-101, n° 2.
- YAGER, R., (1980 a), "On the Lack of Inverses in Fuzzy Arithmetic", *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 4.
- YAGER, R., (1980 b), "On a General Class of Fuzzy Connectives", *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 4.
- YAGER, R., (1991), "Connectives and Quantifiers in Fuzzy Sets", *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 40.

- YIN, X., GERMAY, N., (1991), "Investigations on Solving the Load Flow Problem by Genetic Algorithms", *Electric Power Systems Research*, vol. 22, n° 3.
- YU, D., FAGAN, J., FOOTE, B., ALY, A., (1986), "An Optimal Load Flow Study by the Generalized Reduced Gradient Approach", *Electric Power Systems Research*, vol. 10, n° 1.
- YUAN, Y., (1991), "Criteria for Evaluating Fuzzy Ranking Methods", *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 44.
- ZADEH, L., (1965), "Fuzzy Sets", *Information and Control*, n° 8.
- ZADEH, L., (1968), "Probability Measures of Fuzzy Events", *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, vol. 23.
- ZADEH, L., (1973), "Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes", *IEEE Trans. SMC*, vol. SMC-3, n°1.
- ZADEH, L. (1978), "Fuzzy Sets as a Basis for a Theory of Possibility", *Fuzzy Sets and Systems*, vol 1.
- ZADEH, L., (1985), "The Role of Fuzzy Logic in the Management of Uncertainty in Expert Systems". *Approximate Reasoning in Expert Systems*, M. Gupta, A. Kandel, W. Bandler e J. Kiszka (eds), Elsevier Science Publishers, Amsterdam.
- ZIMMERMANN, H.-J., (1985), **Fuzzy Set Theory and Its Applications**, Kluwer-Nijhoff Publishing, Boston.
- ZIMMERMANN, H.-J., (1987), **Fuzzy Set, Decison Making and Expert Systems**, Kluwer Academic Publishers, Boston.

Apêndice A

Conjuntos imprecisos - conceitos, definições e regras operativas básicas

A.1. Algumas definições

A teoria dos conjuntos imprecisos, cujas bases foram formuladas por Zadeh (1965), pode ser encarada como uma extensão da lógica n-valente quando o número de valores lógicos admissíveis tende para infinito. Este aspecto pode ser apreciado de forma mais efectiva recordando que na lógica de Boole são utilizados dois valores lógicos, passando, por exemplo, a três nas lógicas trivalentes e, finalmente, a um número infinito quando se consideram conjuntos imprecisos. Deste modo, pode afirmar-se que, dado um universo X e um subconjunto X_1 de X , o grau de pertença de um elemento x_1 ao conjunto X_1 tomará valores:

- no conjunto $\{0,1\}$ na lógica de Boole;
- no conjunto $\{0, 0.5, 1\}$, por exemplo, em lógicas trivalentes;
- no intervalo $[0.0, 1.0]$ no caso dos conjuntos imprecisos normalizados.

Um conjunto impreciso \tilde{A} é, portanto, caracterizado por uma função de pertença $\mu_{\tilde{A}}(x)$ associando a cada elemento x_1 o seu grau de compatibilidade com \tilde{A} . Neste sentido, a transição entre as situações extremas de pertença e não pertença de x_1 ao conjunto \tilde{A} processa-se de forma gradual ao contrário do que ocorre na teoria de conjuntos clássica associada à lógica de Boole. O conjunto impreciso \tilde{A} pode ser definido através de um conjunto de pares ordenados em que, a cada valor x_1 , se associa o seu grau de pertença $\mu_{\tilde{A}}(x_1)$ (A.1.1).

$$\tilde{A} = \{(x_1, \mu_{\tilde{A}}(x_1)), x_1 \in X_1\} \quad (\text{A.1.1})$$

Outras definições, não contraditórias com a anterior, foram adoptadas por diversos investigadores. Assim, por exemplo, Bezdek (1981), Dubois e Prade (1987), Kaufmann e Gupta (1988) definem conjunto impreciso através da sua função de pertença e Llena (1985) define um conjunto impreciso como o grafo $\{(x_1, \mu_{\tilde{A}}(x_1))\}$ associado a

$X \in [0.0, 1.0]$. A definição (A.1.1) permite, ainda, verificar que um conjunto impreciso pode ser encarado como uma extensão dos conjuntos clássicos ou rígidos cuja função de pertença pode ser considerada como uma aplicação de X_1 no conjunto $\{0, 1\}$.

O corte de nível α de um conjunto impreciso \tilde{A} define-se como o conjunto clássico ou rígido A_α cujos elementos possuem um grau de pertença a \tilde{A} não inferior a α (A.1.2). Um conjunto impreciso \tilde{A} pode ser representado através dos seus cortes de nível α utilizando (A.1.3). Nesta expressão $\mu_{A_\alpha}(x_1)$ é dado por (A.1.4).

$$A_\alpha = \{ x_1 \in X_1 : \mu_{\tilde{A}}(x_1) \geq \alpha \} \quad (\text{A.1.2})$$

$$\mu_{\tilde{A}}(x_1) = \sup_{\alpha \in [0.0, 1.0]} \min(\alpha, \mu_{A_\alpha}(x_1)) \quad (\text{A.1.3})$$

$$\mu_{A_\alpha}(x_1) = \begin{cases} 1.0 & \text{sse } x_1 \in A_\alpha \\ 0.0 & \text{sse } x_1 \notin A_\alpha \end{cases} \quad (\text{A.1.4})$$

O conjunto suporte de um conjunto impreciso \tilde{A} é definido como o conjunto de valores de X_1 que possuem grau de pertença não nulo em relação a \tilde{A} (A.1.5).

$$S(\tilde{A}) = \{ x_1 \in X_1 : \mu_{\tilde{A}}(x_1) > 0.0 \} \quad (\text{A.1.5})$$

Um conjunto impreciso \tilde{A} é convexo sse for válido (A.1.6). Esta definição significa que, para quaisquer valores x_1 e x_2 , o grau de pertença de x_i tal que $x_1 \leq x_i \leq x_2$ deverá ser não inferior ao menor dos graus de pertença de x_1 e x_2 . Deste modo, o conjunto impreciso representado na figura A.1 é convexo e o representado em A.2 é não convexo.

$$\forall x_1, x_2, \forall \lambda \in [0.0, 1.0] \quad \mu_{\tilde{A}}(\lambda \cdot x_1 + (1.0 - \lambda) \cdot x_2) \geq \min(\mu_{\tilde{A}}(x_1), \mu_{\tilde{A}}(x_2)) \quad (\text{A.1.6})$$

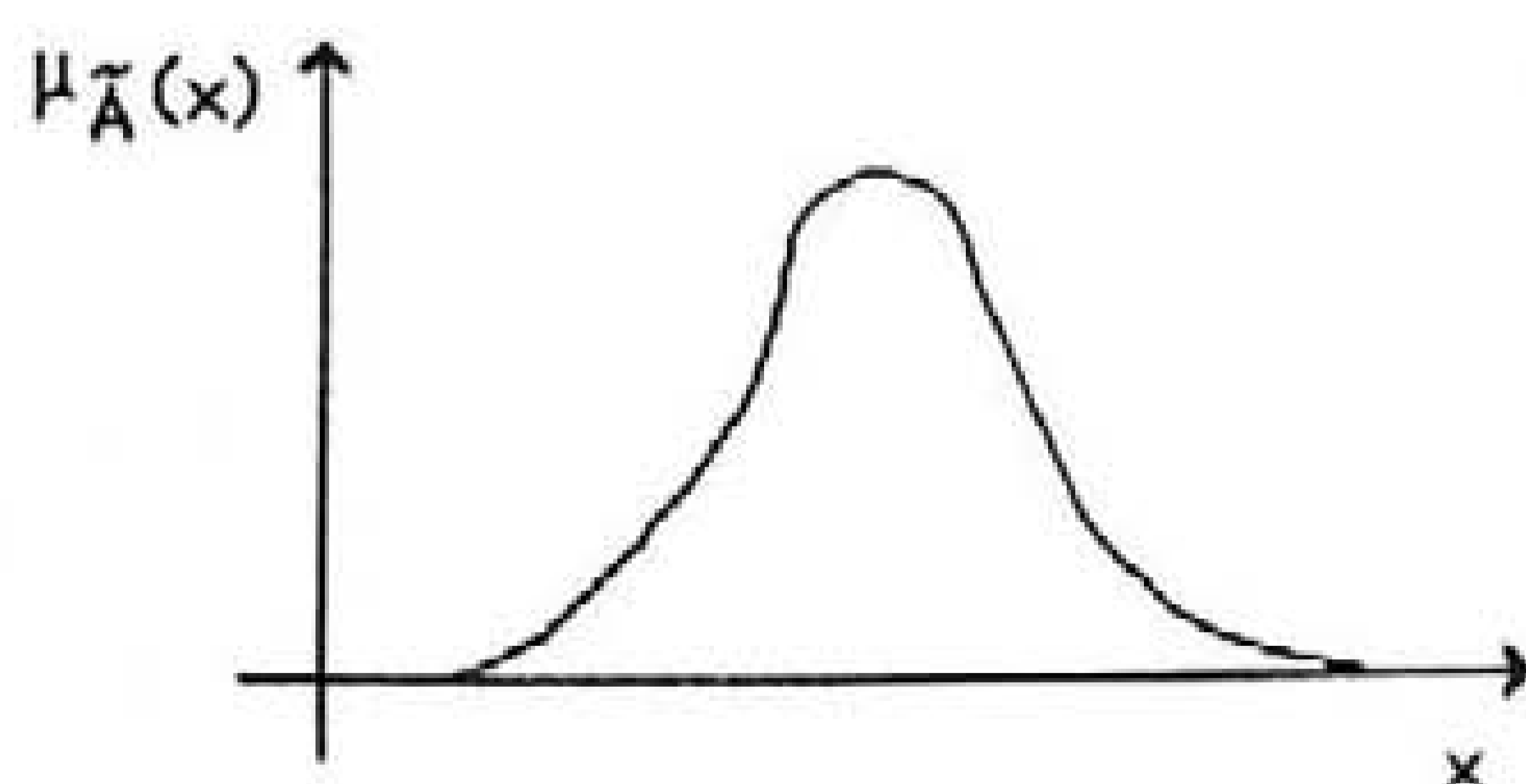


Fig. A.1 - Conjunto impreciso convexo.

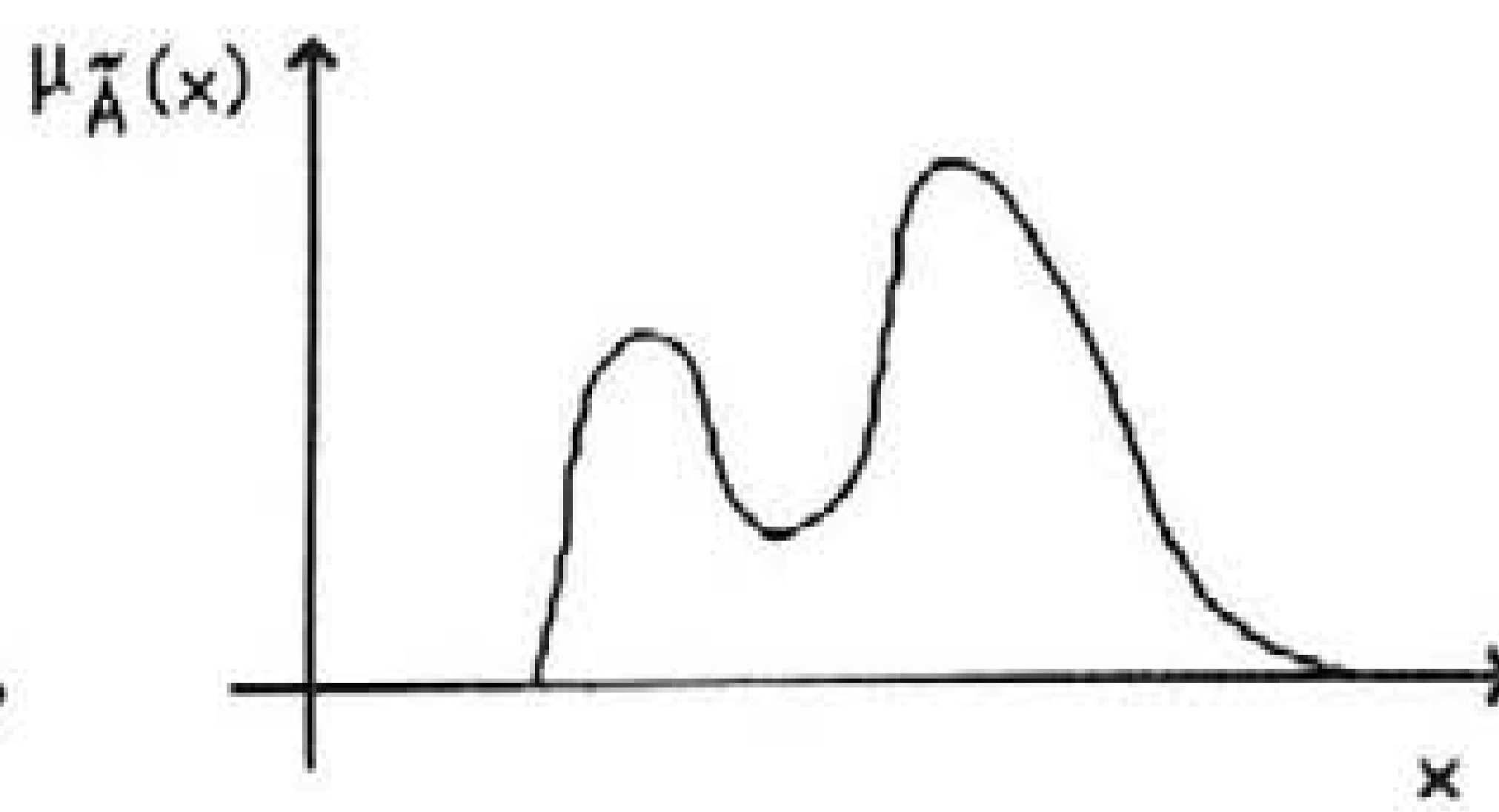


Fig. A.2 - Conjunto impreciso não convexo.

A.2. Teoria das Possibilidades

Um conjunto impreciso pode, em certas circunstâncias, ser interpretado como estando associado a uma distribuição de possibilidade e, desse modo, a sua função de pertença corresponderá a uma função de distribuição de possibilidade. A formulação dos conceitos básicos associados à Teoria das Possibilidades deve-se a Zadeh (1978). A adopção, no âmbito da Teoria das Possibilidades, de alguns operadores análogos aos propostos por Zadeh (1965) para os conjuntos imprecisos tem originado que, com alguma frequência, os conceitos de distribuição de possibilidade e de conjunto impreciso não sejam distinguidos de forma conveniente.

Zadeh (1978) formulou o postulado básico da teoria das possibilidades:

" Se \tilde{A} é um subconjunto impreciso de X caracterizado por uma função de pertença $\mu_{\tilde{A}}(x): X \rightarrow [0.0,1.0]$, então a proposição " Y é \tilde{A} " induz uma distribuição de possibilidade Π_Y que é igual a \tilde{A} . De forma equivalente, " Y é \tilde{A} " pode ser traduzido através da equação possibilística (A.2.1)."

$$\Pi_Y = \mu_{\tilde{A}} \quad (\text{A.2.1})$$

Significa, isto, que a proposição " Y é \tilde{A} " tem o efeito de restringir os valores que Y pode assumir através da distribuição de possibilidade Π_Y identificada com $\mu_{\tilde{A}}$.

As teorias das possibilidades e das probabilidades representam dois tipos distintos de incerteza. Smets (1982 b) esclarece que, no âmbito da teoria das probabilidades, todos os acontecimentos se encontram bem definidos e que o conceito de probabilidade se destina a quantificar a incerteza acerca do evento que irá ocorrer. Por outro lado, a teoria das possibilidades está associada a entidades que não estão definidas de forma precisa pelo que, por vezes, não é possível seleccionar a confiança a atribuir a um conhecimento de entre os valores da lógica clássica. Neste sentido, a incerteza de uma informação possui, no âmbito da teoria das possibilidades, uma natureza distinta da associada aos conceitos probabilísticos visto não existir um carácter frequencista ou estatístico.

Zadeh (1978) esclarece que a relação existente entre as distribuições de possibilidade e de probabilidade deriva do facto de a impossibilidade implicar improbabilidade mas não o recíproco. Zadeh (1978) enunciou esta relação heurística sob a forma do Princípio da Consistência segundo o qual:

Princípio da Consistência - A distribuição de possibilidade de uma grandeza actua como limite superior da distribuição de probabilidade de tal modo que um evento impossível também é improvável mas um evento improvável pode não ser impossível.

No quadro A.1 apresentam-se os aspectos distintivos fundamentais existentes entre as teorias das probabilidades e das possibilidades. Neste quadro, a modelização da probabilidade da reunião de acontecimentos através da soma das suas probabilidades pressupõe a existência de independência e não interacção entre eles. A restrição apresentada para a teoria das probabilidades significa que a soma das probabilidades de um conjunto de acontecimentos independentes cuja reunião é o universo X é 1.0.

	Teoria das Probabilidades	Teoria das Possibilidades
Reunião	soma	máximo
Intersecção	produto	mínimo
Restrições especiais	$\sum_{\forall x \in X} p(x) = 1.0$	

Quadro A.1 - Aspectos distintivos fundamentais das teorias das probabilidades e das possibilidades.

As dificuldades associadas à teoria das probabilidades e referidas no ponto 2.2 do Capítulo 2 podem ser relacionadas com a existência de um conjunto de axiomas e restrições demasiado fortes de que é um exemplo a restrição referida anteriormente. Deste modo, a teoria das probabilidades confere, quando comparada com a das possibilidades, poucos graus de liberdade para os indivíduos expressarem as suas experiências e conhecimentos subjectivos.

A.3. Relações e operações sobre conjuntos imprecisos

A função de pertença é um componente fundamental de um conjunto impreciso sendo as operações sobre estes conjuntos normalmente definidas através de relações entre estas funções. Zadeh (1965) propôs as definições seguintes para as operações de reunião, intersecção e complementação de conjuntos imprecisos:

Sejam \tilde{A} e \tilde{O} dois conjuntos imprecisos a que estão associados as funções de pertença $\mu_{\tilde{A}}(x)$ e $\mu_{\tilde{O}}(x)$, respectivamente. As funções de pertença dos conjuntos $\tilde{A} \cup \tilde{O}$, $\tilde{A} \cap \tilde{O}$ e $C\tilde{A}$ são definidas por (A.3.1) (A.3.2) e (A.3.3).

$$\mu_{\tilde{A} \cup \tilde{O}}(x) = \max \{ \mu_{\tilde{A}}(x) , \mu_{\tilde{O}}(x) \} \quad x \in X \quad (\text{A.3.1})$$

$$\mu_{\tilde{A} \cap \tilde{O}}(x) = \min \{ \mu_{\tilde{A}}(x) , \mu_{\tilde{O}}(x) \} \quad x \in X \quad (\text{A.3.2})$$

$$\mu_{C\tilde{A}}(x) = 1.0 - \mu_{\tilde{A}}(x) \quad x \in X \quad (\text{A.3.3})$$

Considerando, ainda, os conjuntos imprecisos \tilde{A} e \tilde{O} , as relações de igualdade e de inclusão são definidas através de (A.3.4) e (A.3.5), respectivamente.

$$\tilde{A} = \tilde{O} \quad \text{sse} \quad \mu_{\tilde{A}}(x) = \mu_{\tilde{O}}(x) \quad \forall x \in X \quad (\text{A.3.4})$$

$$\tilde{A} \supseteq \tilde{O} \quad \text{sse} \quad \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \mu_{\tilde{O}}(x) \quad \forall x \in X \quad (\text{A.3.5})$$

As definições (A.3.1), (A.3.2) e (A.3.3) permitem esclarecer a diferença fundamental existente entre os conjuntos clássicos ou rígidos e os conjuntos imprecisos. Na lógica de Boole verificam-se os princípios da não contradição e do 3º excluído que, considerando o isomorfismo existente entre a lógica de Boole e a teoria de conjuntos clássica, se podem expressar por (A.3.6) e (A.3.7), respectivamente.

$$A \cap CA = \emptyset \quad (\text{A.3.6})$$

$$A \cup CA = X \quad (\text{A.3.7})$$

Na teoria dos conjuntos imprecisos os princípios referidos não são válidos. Considerando o princípio da não contradição, o grau de pertença de x a $\bar{A} \cap C\bar{A}$, de acordo com (A.3.2) e (A.3.3), é dado por (A.3.8) ou, de uma forma equivalente, por (A.3.9). Deste modo, conclui-se que um elemento x pode possuir, em simultâneo, graus de pertença não nulos a um conjunto impreciso e ao seu complementar.

$$\mu_{\bar{A} \cap C\bar{A}}(x) = \min \{ \mu_{\bar{A}}(x), 1.0 - \mu_{\bar{A}}(x) \} \quad (\text{A.3.8})$$

$$\mu_{\bar{A} \cap C\bar{A}}(x) = \begin{cases} \mu_{\bar{A}}(x) & \text{se } \mu_{\bar{A}}(x) \leq 1.0 - \mu_{\bar{A}}(x) \Leftrightarrow \mu_{\bar{A}}(x) \leq 0.5 \\ 1.0 - \mu_{\bar{A}}(x) & \text{se } \mu_{\bar{A}}(x) > 1.0 - \mu_{\bar{A}}(x) \Leftrightarrow \mu_{\bar{A}}(x) > 0.5 \end{cases} \quad (\text{A.3.9})$$

Em relação ao princípio do 3º excluído, de acordo com (A.3.1) e (A.3.3), o grau de pertença de x a $\bar{A} \cup C\bar{A}$ é dado por (A.3.10) o que significa que a reunião de um conjunto impreciso com o seu complementar pode não permitir reconstituir o universo X .

$$\mu_{\bar{A} \cup C\bar{A}}(x) = \begin{cases} \mu_{\bar{A}}(x) & \text{se } \mu_{\bar{A}}(x) \geq 1.0 - \mu_{\bar{A}}(x) \Leftrightarrow \mu_{\bar{A}}(x) \geq 0.5 \\ 1.0 - \mu_{\bar{A}}(x) & \text{se } \mu_{\bar{A}}(x) < 1.0 - \mu_{\bar{A}}(x) \Leftrightarrow \mu_{\bar{A}}(x) < 0.5 \end{cases} \quad (\text{A.3.10})$$

A.4. Selecção dos operadores a utilizar

As definições apresentadas por Zadeh para a reunião, intersecção e complementação de conjuntos imprecisos foram posteriormente reestabelecidas por Bellman e Giertz. Estes investigadores formularam um conjunto de axiomas, referidos por Zimmermann (1985), a partir dos quais se pode concluir que as definições (A.3.1), (A.3.2) e (A.3.3) são as únicas que os verificam. As definições apresentadas para estes operadores não são, no entanto, únicas visto poderem ser formulados outros conjuntos de axiomas associados a outros operadores. Neste sentido, Zimmermann (1985) apresenta, não só, várias outras hipóteses alternativas tais como os operadores de Hamacher, Yager, Giles, soma e produto algébrico, mas também, os axiomas associados aos operadores de Hamacher. Yager (1991) apresenta um conjunto significativo de relações e operadores sobre conjuntos imprecisos.

Por outro lado, Zimmermann (1985) apresenta um operador, designado por "Operador γ ", correspondendo a uma combinação do produto algébrico (modelizando a intersecção) e da soma algébrica (modelizando a reunião). Este operador integra um

parâmetro de compensação, γ , variando no intervalo $[0.0;1.0]$ de tal forma que o resultado da agregação tende para a soma ou produto algébricos de acordo com o valor de γ .

O carácter mais ou menos compensatório de um operador é um dos aspectos a considerar ao seleccionar os modelos a utilizar para agregar conjuntos imprecisos. Este aspecto torna-se relevante se se considerar que a teoria dos conjuntos imprecisos não é puramente formal mas poderá ser utilizada para modelizar fenómenos reais pelo que a representação da realidade não deverá originar graves distorções dos fenómenos em análise. Esta situação torna-se ainda mais delicada quando se sabe que os conjuntos imprecisos podem ser utilizados para obter uma representação matemática de proposições formuladas por seres humanos de tal forma que essa informação possa ser integrada em cálculos subsequentes. Por esta razão deverão ser utilizados os operadores que melhor representem as diversas fases do raciocínio humano de tal forma que justificações axiomáticas podem não ser suficientes. Neste âmbito, Thöle et al (1979) analisaram, por via experimental, a adequação dos operadores mínimo e produto lógico para modelizar a intersecção de conjuntos imprecisos com base nas respostas de estudantes de uma escola superior alemã. Nos resultados foi detectado que a função de pertença da intersecção poderia ser superior ao mínimo das funções de pertença a agregar. Nas conclusões deste estudo, é referido que nenhum destes dois operadores permite modelizar a intersecção de forma adequada parecendo, em todo o caso, ser preferível o operador mínimo. Por outro lado, Turksen (1991) descreve, de forma detalhada, um conjunto de metodologias a utilizar para medir e adquirir funções de pertença exigindo diversos níveis de discriminação.

Alguns critérios têm sido apresentados de modo a seleccionar de forma mais apropriada os operadores a utilizar:

- força axiomática;
- verificação experimental;
- adaptabilidade;
- eficácia numérica;
- grau de compensação;
- intervalo de valores que a função de pertença resultante pode assumir;
- comportamento do processo de agregação;
- nível de discriminação exigido para as funções de pertença.

Os dois primeiros possuem carácter formal e experimental, respectivamente, enquanto os restantes podem ser considerados como de índole pragmática. Uma análise e descrição detalhada do seu significado podem ser encontradas em Zimmermann (1987).

A.5. Números imprecisos

Define-se número impreciso como um conjunto impreciso normalizado e convexo definido sobre a recta real tal que a sua função de pertença é contínua por intervalos. Um número impreciso \tilde{A} é positivo se a sua função de pertença verifica (A.5.1) e negativo se for válido (A.5.2). Se (A.5.3) se verificar o número impreciso \tilde{A} é não negativo sendo não positivo se ocorrer (A.5.4)

$$\forall x \leq 0.0 \quad \mu_{\tilde{A}}(x) = 0.0 \quad (\text{A.5.1})$$

$$\forall x \geq 0.0 \quad \mu_{\tilde{A}}(x) = 0.0 \quad (\text{A.5.2})$$

$$\forall x < 0.0 \quad \mu_{\tilde{A}}(x) = 0.0 \quad (\text{A.5.3})$$

$$\forall x > 0.0 \quad \mu_{\tilde{A}}(x) = 0.0 \quad (\text{A.5.4})$$

De entre os diversos tipos de números imprecisos serão em seguida definidos números imprecisos triangulares, trapezoidais e na representação LR.

Um número impreciso \tilde{A} para o qual se verifica (A.5.5) é denominado número triangular. Um número deste tipo, tal como o representado na figura A.3, poderá ser utilizado para modelizar o conhecimento impreciso de um valor numérico a_2 admitindo, para este efeito, que os valores pertencentes ao intervalo $]a_1, a_2[\cup]a_3, a_4[$ são ainda representações possíveis da grandeza associada possuindo, todavia, graus de compatibilidade inferior ao de a_2 .

$$A_{\alpha} = [a_1 + \alpha \cdot (a_2 - a_1) ; a_4 + \alpha \cdot (a_3 - a_4)] \quad \wedge \quad a_2 = a_3 \quad (\text{A.5.5})$$

Se se verificar (A.5.6) um número impreciso \tilde{A} é denominado número trapezoidal. Um número deste tipo pode ser utilizado para modelizar a imprecisão associada ao conhecimento do intervalo de valores assumido por uma grandeza. Neste sentido, os valores pertencentes ao intervalo $[a_2, a_3]$ têm um valor de pertença 1.0 o que indica que são, igualmente, concretizações possíveis e com credibilidade máxima dessa grandeza. Os valores pertencentes aos intervalos $]a_1, a_2[$ e $]a_3, a_4[$ são, ainda, concretizações possíveis mas

associadas a graus de credibilidade inferiores. Na figura A.4 está representado um número deste tipo. De forma simbólica, um número deste tipo pode ser representado por (A.5.7). Esta representação pode ser, igualmente, utilizada para números triangulares considerando que $a_2 = a_3$. Por outro lado, um número impreciso trapezoidal degenera num número impreciso rectangular se $a_1 = a_2 \wedge a_3 = a_4$.

$$A_\alpha = [a_1 + \alpha \cdot (a_2 - a_1) ; a_4 + \alpha \cdot (a_3 - a_4)] \quad (\text{A.5.6})$$

$$\tilde{A} = (a_1; a_2; a_3; a_4) \quad (\text{A.5.7})$$

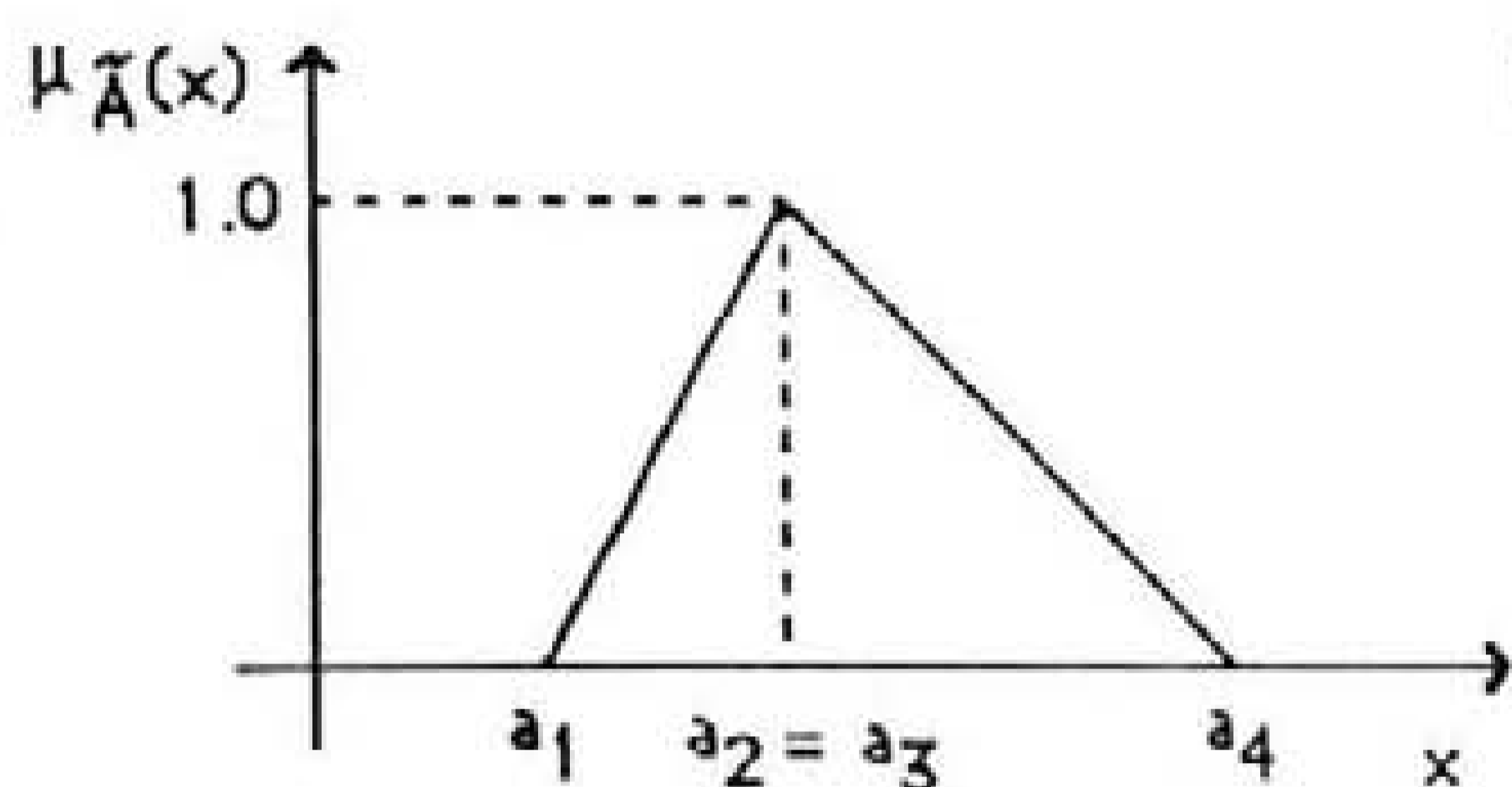


Fig. A.3 - Número impreciso triangular.

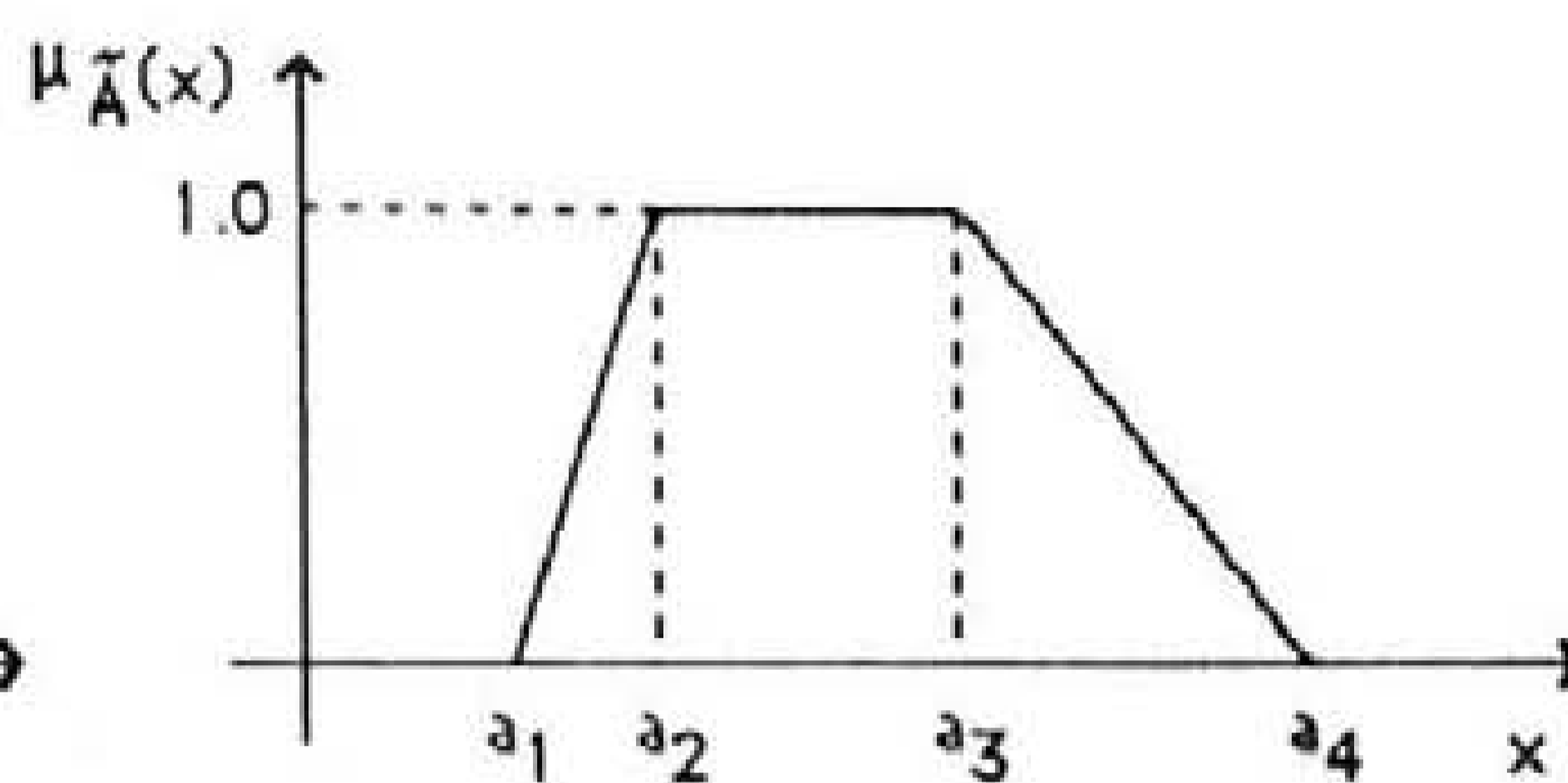


Fig. A.4 - Número impreciso trapezoidal.

Dubois e Prade (1979) sugeriram um novo tipo de números imprecisos que designaram por números LR. Estes números são definidos por intermédio de funções, designadas de referência, possuindo as propriedades seguintes:

$$- f(-x) = f(x) \quad (\text{A.5.8})$$

$$- f(0.0) = 1.0 \quad (\text{A.5.9})$$

$$- f \text{ é decrescente em } [0.0; +\infty[\quad (\text{A.5.10})$$

Utilizando funções L e R possuindo as propriedades referidas estes autores definem número impreciso \tilde{A} na representação LR como um número impreciso cuja função de pertinência é dada por (A.5.11). Um número deste tipo é denotado por (A.5.12).

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} L((m-x)/\alpha) & x \leq m \text{ e } \alpha > 0.0 \\ R((x-m)/\beta) & x \geq m \text{ e } \beta > 0.0 \end{cases} \quad (\text{A.5.11})$$

$$\tilde{A} = (m, \alpha, \beta)_{LR} \quad (\text{A.5.12})$$

L e R representam funções de referência associadas, respectivamente, aos ramos esquerdo e direito (Left e Right em língua inglesa) do número impreciso em análise. O valor

médio de \tilde{A} corresponde a m , isto é, ao valor com grau de pertença 1.0. Os valores α e β são designados de margens esquerda e direita. Quando os valores das margens referidas são nulos o número \tilde{A} é determinístico e quando assumem o valor $+\infty$ o número degenera na recta real. Esta constitui, a par dos números triangulares, uma representação adequada para um número aproximadamente igual a m .

A.6. Princípio da Extensão

O Princípio da Extensão é um dos mais importantes da teoria dos conjuntos imprecisos visto permitir generalizar operações e funções matemáticas definidas em termos determinísticos.

Princípio da Extensão - Seja X o produto cartesiano dos universos X_1, X_2, \dots, X_r e sejam $\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_r$ r conjuntos imprecisos definidos, respectivamente, em X_1, X_2, \dots, X_r . Um conjunto impreciso \tilde{O} em Y é definido por (A.6.1) e a sua função de pertença é dada por (A.6.2).

$$\tilde{O} = \{(y, \mu_{\tilde{O}}(y)) : y=f(x_1, x_2, \dots, x_r), (x_1, x_2, \dots, x_r) \in X\} \quad (\text{A.6.1})$$

$$\mu_{\tilde{O}}(y) = \begin{cases} \sup_{y=f(x_1, x_2, \dots, x_r)} \min \{\mu_{\tilde{A}_1}(x_1), \mu_{\tilde{A}_2}(x_2), \dots, \mu_{\tilde{A}_r}(x_r)\} & (\text{A.6.2}) \\ 0 & \text{se } f^{-1}(y) = \emptyset \end{cases}$$

De acordo com este princípio, o grau de pertença de um valor y_1 dado (A.6.3) ao conjunto impreciso \tilde{O} é, pelo menos, dado por (A.6.4). Existindo várias combinações de valores de x_1, x_2, \dots, x_r que originem, através de f , o mesmo valor de y , o grau de pertença de y_1 corresponderá ao supremo do conjunto integrando os graus de pertença dessas diferentes combinações.

$$y_1 = f(x_{11}, x_{21}, \dots, x_{r1}) \quad x_{11} \in X_1; x_{21} \in X_2; \dots; x_{r1} \in X_r; \quad (\text{A.6.3})$$

$$\mu_{\tilde{O}}(y_1) = \min \{\mu_{\tilde{A}_1}(x_{11}), \mu_{\tilde{A}_2}(x_{21}), \dots, \mu_{\tilde{A}_r}(x_{r1})\} \quad (\text{A.6.4})$$

Se $r=1$ o Princípio da Extensão reduz-se a (A.6.5) e (A.6.6).

$$\tilde{O} = \{(y, \mu_{\tilde{O}}(y)) : y=f(x_1), x_1 \in X_1\} \quad (\text{A.6.5})$$

$$\mu_{\tilde{O}}(y) = \sup_{y=f(x_1)} \mu_{\tilde{A}_1}(x_1) \quad (\text{A.6.6})$$

A.7. Definições, teoremas, e propriedades de uma operação binária sobre números imprecisos

A operação binária genérica φ será estendida aos conjuntos imprecisos utilizando o Princípio da Extensão apresentado em A.6. Para este efeito serão definidas operação crescente e decrescente e apresentado um teorema enunciado e demonstrado por Dubois e Prade (1979 e 1980).

Seja φ uma operação binária definida de R^2 em R . Esta operação diz-se crescente se e só se (A.7.1) for válido para todo o par, (x_1, x_2) e (y_1, y_2) , de elementos de R^2 . Diz-se decrescente se e só se (A.7.2) se verificar.

$$(x_1 > y_1) \wedge (x_2 > y_2) \Rightarrow \varphi(x_1, x_2) > \varphi(y_1, y_2) \quad (\text{A.7.1})$$

$$(x_1 > y_1) \wedge (x_2 > y_2) \Rightarrow \varphi(x_1, x_2) < \varphi(y_1, y_2) \quad (\text{A.7.2})$$

Dubois e Prade (1979) demonstraram que o teorema seguinte se aplica à extensão da operação φ aos números imprecisos:

Teorema A.1 - Sejam \tilde{A}_1, \tilde{A}_2 dois números imprecisos cujas funções de pertença são sobrejectivas e definidas de R em $[0,0,1,0]$. Seja φ uma operação binária contínua e crescente ou decrescente. Então, a extensão $\varphi(\tilde{A}_1, \tilde{A}_2)$ é um número impreciso cuja função de pertença é sobrejectiva e definida de R em $[0,0,1,0]$.

A função de pertença do número impreciso $\varphi(\tilde{A}_1, \tilde{A}_2)$ pode ser obtida através da aplicação do Princípio da Extensão (A.7.3).

$$\mu_{\varphi(\tilde{A}_1, \tilde{A}_2)}(z) = \begin{cases} \sup_{z = \varphi(x, y)} \min(\mu_{\tilde{A}_1}(x), \mu_{\tilde{A}_2}(y)) \\ 0 \quad \text{se } \varphi^{-1}(z) = \emptyset \end{cases} \quad (\text{A.7.3})$$

A operação binária φ goza das propriedades seguintes:

- para qualquer operação φ que goze da propriedade comutativa a operação estendida goza, também, dessa propriedade;
- para qualquer operação φ que goze da propriedade associativa a operação estendida goza, também, dessa propriedade;

- a operação estendida φ é distributiva em relação à reunião de conjuntos imprecisos (A.7.4);

$$\varphi(\bar{A}_1, \bar{A}_2 \cup \bar{A}_3) = \varphi(\bar{A}_1, \bar{A}_2) \cup \varphi(\bar{A}_1, \bar{A}_3) \quad (\text{A.7.4})$$

- a reunião de conjuntos imprecisos não é distributiva em relação à operação estendida φ ;

- a operação estendida φ não é distributiva em relação à intersecção de conjuntos imprecisos.

Dubois e Prade (1979) apresentaram, ainda, um algoritmo que permite calcular a função de pertença de $\varphi(\bar{A}_1, \bar{A}_2)$ baseando-se na decomposição da função de pertença dos operandos naquilo que os autores designam por "partes constantes, decrescentes e crescentes".

A.8. Operações aritméticas sobre números imprecisos

Em seguida serão definidas as extensões aos números imprecisos de operações aritméticas unárias (produto de \bar{A} por um escalar real, quociente entre 1.0 e \bar{A} e valor absoluto de \bar{A}) e binárias (adição, subtracção, produto e quociente). Em relação às operações estendidas adição e produto serão referidas as propriedades respectivas.

A.8.1 Operações unárias

A extensão aos conjuntos imprecisos de operações unárias realiza-se utilizando o Princípio da Extensão formulado para $r=1$ (A.6.5) e (A.6.6). As operações produto de um número impreciso \bar{A} por uma escalar real, quociente entre 1.0 e \bar{A} e valor absoluto de \bar{A} são definidas por (A.8.1), (A.8.2) e (A.8.3), respectivamente. Nestas definições $\mu_{\bar{A}}(x)$ representa a função de pertença de \bar{A} e σ um escalar real.

$$\mu_{\sigma\bar{A}}(x) = \mu_{\bar{A}}(x/\sigma) \quad \forall \sigma \in R/\{0\} \quad (\text{A.8.1})$$

$$\mu_{1.0/\bar{A}}(x) = \mu_{\bar{A}}(1.0/x) \quad \forall x \in R/\{0\} \quad (\text{A.8.2})$$

$$\mu_{|\bar{A}|}(x) = \begin{cases} \max(\mu_{\bar{A}}(x), \mu_{\bar{A}}(-x)) & \text{se } x \geq 0.0 \\ 0.0 & \text{se } x < 0.0 \end{cases} \quad (\text{A.8.3})$$

De acordo com estas definições pode afirmar-se que:

- o produto de um número impreciso por um escalar real goza da propriedade distributiva em relação à adição de números imprecisos (A.8.4). No entanto, a distributividade do produto de um número impreciso por um escalar real em relação à adição de números reais não se verifica (A.8.5);

$$\sigma. (\tilde{A}_1 \oplus \tilde{A}_2) = (\sigma.\tilde{A}_1) \oplus (\sigma.\tilde{A}_2) \quad (\text{A.8.4})$$

$$\tilde{A} .(\sigma_1 + \sigma_2) \neq (\sigma_1.\tilde{A}) \oplus (\sigma_2.\tilde{A}) \quad (\text{A.8.5})$$

- se o número impreciso \tilde{A} é não positivo ou não negativo então o quociente entre 1.0 e \tilde{A} é não convexo pelo que não é, também, um número impreciso;

- o número impreciso associado ao valor absoluto de \tilde{A} é não negativo.

A.8.2. Operações binárias

A extensão aos conjuntos imprecisos de operações binárias realiza-se utilizando o Princípio da Extensão formulado para $r=2$ (A.6.1) e (A.6.2).

Adição

A operação binária adição é, de acordo com a definição (A.7.1), uma operação crescente pelo que $\varphi(\tilde{A}_1, \tilde{A}_2) = \tilde{A}_1 \oplus \tilde{A}_2$ é um número impreciso cuja função de pertença é dada por (A.8.6).

$$\mu_{\tilde{A}_1 \oplus \tilde{A}_2}(z) = \sup_{z=x+y} \min(\mu_{\tilde{A}_1}(x), \mu_{\tilde{A}_2}(y)) \quad (\text{A.8.6})$$

Esta operação estendida goza das propriedades seguintes:

1. comutatividade;

2. associatividade;

$$3. - (\tilde{A}_1 \oplus \tilde{A}_2) = (-\tilde{A}_1) \oplus (-\tilde{A}_2) \quad (\text{A.8.7})$$

4. O número determinístico 0 é o elemento neutro da adição estendida, isto é, verifica-se (A.8.8).

$$\tilde{A}_1 \oplus 0 = \tilde{A}_1 \quad \forall \tilde{A}_1 \quad (\text{A.8.8})$$

5. Dado um número impreciso \tilde{A} , não existe nenhum número impreciso que a ele adicionado permita obter o valor 0. Neste sentido, nenhum número impreciso possui oposto em relação à adição estendida pelo que o conjunto dos números imprecisos associado a esta operação não possui estrutura de grupo.

Subtração

A operação binária subtração não é uma operação crescente nem decrescente pelo que o Teorema A.1 não pode ser aplicado de imediato. Esta operação pode, no entanto, ser redefinida considerando (A.8.9) pelo que, aplicando o Princípio da Extensão, se obtém, de forma sucessiva, (A.8.10) a (A.8.12).

$$\tilde{A}_1 \ominus \tilde{A}_2 = \tilde{A}_1 \oplus (\ominus \tilde{A}_2) \quad (\text{A.8.9})$$

$$\mu_{\tilde{A}_1 \ominus \tilde{A}_2}(z) = \sup_{z=x-y} \min(\mu_{\tilde{A}_1}(x), \mu_{\tilde{A}_2}(y)) = \quad (\text{A.8.10})$$

$$= \sup_{z=x+y} \min(\mu_{\tilde{A}_1}(x), \mu_{\tilde{A}_2}(-y)) = \quad (\text{A.8.11})$$

$$= \sup_{z=x+y} \min(\mu_{\tilde{A}_1}(x), \mu_{\ominus \tilde{A}_2}(y)) \quad (\text{A.8.12})$$

Produto

O produto de dois números ambos não negativos é uma operação binária crescente sendo decrescente se forem ambos não positivos. Em qualquer destas duas situações o teorema A.1 garante que o produto de dois números imprecisos, $\tilde{A}_1 \otimes \tilde{A}_2$, é um número impreciso cuja função de pertença, de acordo com o Princípio da Extensão, é dada por (A.8.13). De acordo com (A.8.13), o produto de dois números impreciso ambos positivos ou ambos negativos é um número impreciso positivo.

$$\mu_{\tilde{A}_1 \otimes \tilde{A}_2}(z) = \sup_{z=xy} \min(\mu_{\tilde{A}_1}(x), \mu_{\tilde{A}_2}(y)) \quad (\text{A.8.13})$$

O produto de dois números, sendo um dos quais não positivo e outro não negativo, não é uma operação crescente nem decrescente pelo que, de forma análoga à utilizada em relação à subtracção, o produto de dois números imprecisos nestas condições deverá ser redefinido através de (A.8.14).

$$\tilde{A}_1 \otimes \tilde{A}_2 = -((- \tilde{A}_1) \otimes \tilde{A}_2) \quad (\text{A.8.14})$$

Esta operação estendida goza das propriedades seguintes:

1. comutatividade;

2. associatividade;

$$3. - (\tilde{A}_1 \otimes \tilde{A}_2) = (-\tilde{A}_1) \otimes (\tilde{A}_2) \quad (\text{A.8.15})$$

4. O número determinístico 1 é o elemento neutro do produto estendido, isto é, verifica-se (A.8.16).

$$\tilde{A}_1 \otimes 1 = \tilde{A}_1 \quad \forall \tilde{A}_1 \quad (\text{A.8.16})$$

5. Dado um número impreciso \tilde{A} , não existe nenhum número impreciso que por ele multiplicado permita obter o valor 1. Neste sentido nenhum número impreciso possui oposto em relação ao produto estendido pelo que o conjunto dos números imprecisos associado a esta operação não possui estrutura de grupo.

Quociente

A operação binária quociente não é crescente nem decrescente. Sendo \tilde{A}_1 e \tilde{A}_2 números, respectivamente, não negativo e positivo (ou não positivo e negativo) esta operação pode ser redefinida através de (A.8.17). Aplicando o Princípio da Extensão obtém-se, de forma sucessiva, (A.8.18) a (A.8.20).

$$\tilde{A}_1 \odot \tilde{A}_2 = \tilde{A}_1 \otimes (\tilde{A}_2)^{-1} \quad (\text{A.8.17})$$

$$\mu_{\tilde{A}_1 \odot \tilde{A}_2}(z) = \sup_{z=x/y} \min(\mu_{\tilde{A}_1}(x), \mu_{\tilde{A}_2}(y)) = \quad (\text{A.8.18})$$

$$= \sup_{z=xy} \min(\mu_{\tilde{A}_1}(x), \mu_{\tilde{A}_2}(1/y)) = \quad (\text{A.8.19})$$

$$= \sup_{z=xy} \min(\mu_{\tilde{A}_1}(x), \mu_{\tilde{A}_2}^{-1}(y)) \quad (\text{A.8.20})$$

De forma análoga ao referido em relação ao produto, pode ser definida a operação quociente de dois números imprecisos sendo \tilde{A}_1 não negativo e \tilde{A}_2 negativo ou sendo \tilde{A}_1 não positivo e \tilde{A}_2 positivo.

A finalizar, refira-se que Dubois e Prade (1979) demonstraram o teorema seguinte relativo à distributividade do produto sobre a adição estendidas.

Teorema A.2 - Seja \tilde{A}_1 um número impreciso não negativo ou não positivo. Sejam \tilde{A}_2 e \tilde{A}_3 números imprecisos ambos não positivos ou ambos não negativos. Nestas condições verifica-se (A.8.21).

$$\tilde{A}_1 \otimes (\tilde{A}_2 \oplus \tilde{A}_3) = (\tilde{A}_1 \otimes \tilde{A}_2) \oplus (\tilde{A}_1 \otimes \tilde{A}_3) \quad (\text{A.8.21})$$

Se \tilde{A}_2 e \tilde{A}_3 possuírem sinais contrários a propriedade de enlace referida não é válida.

A.9. Expressões para o cálculo rápido das operações estendidas sobre números imprecisos trapezoidais

Em relação a certos tipos de números imprecisos é possível obter expressões que permitem calcular, de forma eficiente, a função de pertença resultante de uma operação unária ou binária realizada sobre números imprecisos. As funções de pertença assim obtidas são, em alguns casos, aproximadas e noutros correspondem a expressões exactas. Em seguida, serão apresentadas expressões para calcular a função de pertença de operações realizadas sobre números trapezoidais. Em relação às operações referidas serão utilizados como operandos os números imprecisos trapezoidais (A.9.1) e (A.9.2). As funções de pertença respectivas são dadas por (A.9.3) e (A.9.4).

$$\tilde{A}_1 = (a_{11}; a_{12}; a_{13}; a_{14}) \quad (\text{A.9.1})$$

$$\tilde{A}_2 = (a_{21}; a_{22}; a_{23}; a_{24}) \quad (\text{A.9.2})$$

$$\mu_{\tilde{A}_1}(x) = \begin{cases} (x-a_{11})/(a_{12}-a_{11}) & \text{se } a_{11} \leq x \leq a_{12} \\ 1.0 & \text{se } a_{12} \leq x \leq a_{13} \\ (a_{14}-x)/(a_{14}-a_{13}) & \text{se } a_{13} \leq x \leq a_{14} \end{cases} \quad (\text{A.9.3})$$

$$\mu_{\tilde{A}_2}(x) = \begin{cases} (x-a_{21})/(a_{22}-a_{21}) & \text{se } a_{21} \leq x \leq a_{22} \\ 1.0 & \text{se } a_{22} \leq x \leq a_{23} \\ (a_{24}-x)/(a_{24}-a_{23}) & \text{se } a_{23} \leq x \leq a_{24} \end{cases} \quad (\text{A.9.4})$$

De acordo com o referido em A.5, estas expressões são ainda aplicáveis a números imprecisos triangulares ou rectangulares.

A.9.1. Adição de dois números imprecisos

Utilizando o algoritmo referido em A.7 e baseado no teorema A.1 é possível obter a função de pertença de $\tilde{A}_1 \oplus \tilde{A}_2$ dada por (A.9.5). O número impreciso obtido é, ainda, trapezoidal e pode ser representado por (A.9.6).

$$\mu_{\tilde{A}_1 \oplus \tilde{A}_2}(x) = \begin{cases} (z - (a_{11}+a_{21})) / ((a_{12} + a_{22}) - (a_{11} + a_{21})) & \text{se } z \in [a_{11} + a_{21}; a_{12} + a_{22}] \\ 1.0 & \text{se } z \in [a_{12} + a_{22}; a_{13} + a_{23}] \\ ((a_{14}+a_{24}) - z) / ((a_{14} + a_{24}) - (a_{13} + a_{23})) & \text{se } z \in [a_{13} + a_{23}; a_{14} + a_{24}] \end{cases} \quad (\text{A.9.5})$$

$$\tilde{A}_1 \oplus \tilde{A}_2 = (a_{11}+a_{21}; a_{12} + a_{22}; a_{13} + a_{23}; a_{14} + a_{24}) \quad (\text{A.9.6})$$

A.9.2. Produto por um escalar

Consideremos o número impreciso trapezoidal \tilde{A}_1 referido em A.9. Seja σ um escalar real positivo. A função de pertença de $\sigma.\tilde{A}_1$ é dada por (A.9.7). Este número impreciso é, ainda, trapezoidal e pode ser representado por (A.9.8).

$$\mu_{\sigma.\tilde{A}_1}(z) = \begin{cases} (z - \sigma.a_{11}) / (\sigma.a_{12} - \sigma.a_{11}) & \text{se } \sigma.a_{11} \leq z \leq \sigma.a_{12} \\ 1.0 & \text{se } \sigma.a_{12} \leq z \leq \sigma.a_{13} \\ (\sigma.a_{14} - z) / (\sigma.a_{14} - \sigma.a_{13}) & \text{se } \sigma.a_{13} \leq z \leq \sigma.a_{14} \end{cases} \quad (\text{A.9.7})$$

$$\sigma.\tilde{A}_1 = (\sigma.a_{11}; \sigma.a_{12}; \sigma.a_{13}; \sigma.a_{14}) \quad (\text{A.9.8})$$

Sendo σ um escalar real negativo, a função de pertença de $\sigma.\tilde{A}_1$ é dada por (A.9.9) e o número trapezoidal obtido pode ser representado por (A.9.10).

$$\mu_{\sigma.\tilde{A}_1}(z) = \begin{cases} (z - \sigma.a_{14})/(\sigma.a_{13} - \sigma.a_{14}) & \text{se } \sigma.a_{14} \leq z \leq \sigma.a_{13} \\ 1.0 & \text{se } \sigma.a_{13} \leq z \leq \sigma.a_{12} \\ (\sigma.a_{11} - z)/(\sigma.a_{11} - \sigma.a_{12}) & \text{se } \sigma.a_{12} \leq z \leq \sigma.a_{11} \end{cases} \quad (\text{A.9.9})$$

$$\sigma.\tilde{A}_1 = (\sigma.a_{14}; \sigma.a_{13}; \sigma.a_{12}; \sigma.a_{11}) \quad (\text{A.9.10})$$

A.9.3. Subtracção de dois números imprecisos

Consideremos, de novo, os números imprecisos apresentados em A.9. Como foi referido em A.8 a operação binária subtracção é não crescente e não decrescente. No entanto, esta operação pode ser realizada considerando (A.9.11) e as expressões obtidas para as funções de pertença da adição de dois números imprecisos e do produto de um número impreciso pelo escalar real $\sigma=-1.0$. A função de pertença de $\tilde{A}_1 \ominus \tilde{A}_2$ é dada por (A.9.12). Este número impreciso é, ainda, trapezoidal e pode ser representado por (A.9.13).

$$\tilde{A}_1 \ominus \tilde{A}_2 = \tilde{A}_1 \oplus (-1.0 \cdot (\tilde{A}_2)) \quad (\text{A.9.11})$$

$$\mu_{\tilde{A}_1 \ominus \tilde{A}_2}(x) = \begin{cases} (z - (a_{11} - a_{24})) / ((a_{12} - a_{23}) - (a_{11} - a_{24})) & \text{se } z \in [a_{11} - a_{24}; a_{12} - a_{23}] \\ 1.0 & \text{se } z \in [a_{12} - a_{23}; a_{13} - a_{22}] \\ ((a_{14} - a_{21}) - z) / ((a_{14} - a_{21}) - (a_{13} - a_{22})) & \text{se } z \in [a_{13} - a_{22}; a_{14} - a_{21}] \end{cases} \quad (\text{A.9.12})$$

$$\tilde{A}_1 \ominus \tilde{A}_2 = (a_{11} - a_{24}; a_{12} - a_{23}; a_{13} - a_{22}; a_{14} - a_{21}) \quad (\text{A.9.13})$$

A.9.4. Produto de dois números imprecisos

O produto de dois números imprecisos trapezoidais não é, em geral, um número impreciso deste tipo sendo possível demonstrar que os ramos esquerdo e direito da função de pertença de $\tilde{A}_1 \otimes \tilde{A}_2$ são representados por curvas concâva e convexa, respectivamente (figura A.5). Este carácter não linear está associado à presença de termos quadráticos na expressão da função de pertença. Se esses termos não lineares forem desprezados a expressão exacta

degenera na função de pertença de um número impreciso trapezoidal (a traço forte na figura A.5). Na generalidade das situações práticas, esta aproximação revela-se suficiente.

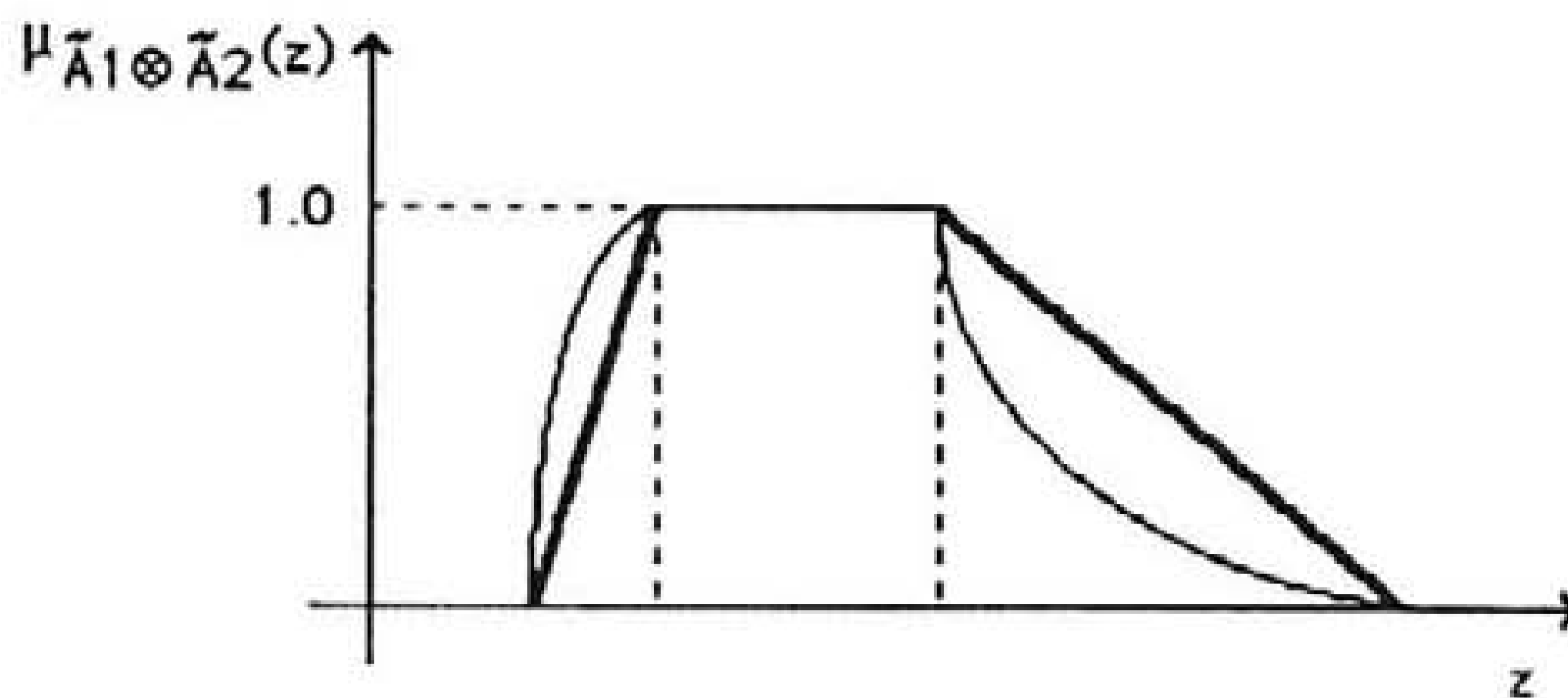


Fig. A.5 - Funções de pertença exacta e aproximada de $\tilde{A}_1 \otimes \tilde{A}_2$ (a traço mais forte estão representadas as aproximações à função de pertença exacta)

Sendo \tilde{A}_1 e \tilde{A}_2 números imprecisos trapezoidais não negativos verifica-se que a operação produto é crescente pelo que o teorema A.1 se aplica de imediato. A função de pertença de $\tilde{A}_1 \otimes \tilde{A}_2$ aproximada por um número trapezoidal é dada por (A.9.14) e esse número é representado por (A.9.15).

$$\mu_{\tilde{A}_1 \otimes \tilde{A}_2}(x) \equiv \begin{cases} (z - a_{11} \cdot a_{21}) / (a_{12} \cdot a_{22} - a_{11} \cdot a_{21}) & \text{se } z \in [a_{11} \cdot a_{21}; a_{12} \cdot a_{22}] \\ 1.0 & \text{se } z \in [a_{12} \cdot a_{22}; a_{13} \cdot a_{23}] \\ (a_{14} \cdot a_{24} - z) / (a_{14} \cdot a_{24} - a_{13} \cdot a_{23}) & \text{se } z \in [a_{13} \cdot a_{23}; a_{14} \cdot a_{24}] \end{cases} \quad (\text{A.9.14})$$

$$\tilde{A}_1 \otimes \tilde{A}_2 \equiv (a_{11} \cdot a_{21}; a_{12} \cdot a_{22}; a_{13} \cdot a_{23}; a_{14} \cdot a_{24}) \quad (\text{A.9.15})$$

Sendo \tilde{A}_1 e \tilde{A}_2 números imprecisos ambos não positivos o produto $\tilde{A}_1 \otimes \tilde{A}_2$ pode ser obtido considerando (A.9.16). Os números imprecisos $-\tilde{A}_1$ e $-\tilde{A}_2$ são ambos não negativos pelo que o número impreciso trapezoidal que aproxima $\tilde{A}_1 \otimes \tilde{A}_2$ é representado por (A.9.17).

$$\tilde{A}_1 \otimes \tilde{A}_2 = (-\tilde{A}_1) \otimes (-\tilde{A}_2) \quad (\text{A.9.16})$$

$$\tilde{A}_1 \otimes \tilde{A}_2 \equiv (a_{14} \cdot a_{24}; a_{13} \cdot a_{23}; a_{12} \cdot a_{22}; a_{11} \cdot a_{21}) \quad (\text{A.9.17})$$

Sendo \tilde{A}_1 um número impreciso trapezoidal não positivo e \tilde{A}_2 um número impreciso trapezoidal não negativo a operação $\tilde{A}_1 \otimes \tilde{A}_2$ pode ser redefinida através de (A.9.18). Os números imprecisos trapezoidais $-\tilde{A}_1$ e \tilde{A}_2 são ambos não negativos pelo que o número impreciso trapezoidal que aproxima $\tilde{A}_1 \otimes \tilde{A}_2$ é dado por (A.9.19).

$$\tilde{A}_1 \otimes \tilde{A}_2 = -((- \tilde{A}_1) \otimes (\tilde{A}_2)) \quad (\text{A.9.18})$$

$$\begin{aligned} \tilde{A}_1 \otimes \tilde{A}_2 &\equiv (-a_{14}.a_{21}; -a_{13}.a_{22}; -a_{12}.a_{23}; -a_{11}.a_{24}) \\ &= (a_{11}.a_{24}; a_{12}.a_{23}; a_{13}.a_{22}; a_{14}.a_{21}) \end{aligned} \quad (\text{A.9.19})$$

A.9.5. Quociente entre 1.0 e um número impreciso

Ao construir a expressão exacta da função de pertença do quociente de 1.0 com um número impreciso trapezoidal surgem, também, termos não lineares pelo que o número impreciso resultante não é trapezoidal. No entanto, é possível obter uma aproximação trapezoidal para esta operação unária que, em geral, se revela suficiente. Sendo \tilde{A}_1 um número impreciso trapezoidal positivo ou negativo, o número impreciso trapezoidal que aproxima \tilde{A}_1^{-1} é representado por (A.9.20).

$$\tilde{A}_1^{-1} \equiv (1/a_{14}; 1/a_{13}; 1/a_{12}; 1/a_{11}) \quad (\text{A.9.20})$$

A.9.6. Quociente de dois números imprecisos

Sejam \tilde{A}_1 e \tilde{A}_2 números imprecisos trapezoidais, respectivamente, não negativo e positivo. O seu quociente pode ser obtido considerando (A.9.21). O número impreciso resultante não é trapezoidal mas é possível obter um número impreciso trapezoidal que o aproxime. De acordo com (A.9.15) e (A.9.20) essa aproximação de $\tilde{A}_1 \otimes \tilde{A}_2$ é representada por (A.9.22).

$$\tilde{A}_1 \otimes \tilde{A}_2 = \tilde{A}_1 \otimes (\tilde{A}_2)^{-1} \quad (\text{A.9.21})$$

$$\tilde{A}_1 \otimes \tilde{A}_2 \equiv (a_{11}/a_{24}; a_{12}/a_{23}; a_{13}/a_{22}; a_{14}/a_{21}) \quad (\text{A.9.22})$$

Sendo \tilde{A}_1 e \tilde{A}_2 números imprecisos trapezoidais, respectivamente, não positivo e negativo o seu quociente pode ser obtido considerando (A.9.23). O número impreciso trapezoidal que aproxima $\tilde{A}_1 \otimes \tilde{A}_2$ é representado por (A.9.24).

$$\tilde{A}_1 \otimes \tilde{A}_2 = [-(\tilde{A}_1)] \otimes [-(\tilde{A}_2)]^{-1} \quad (\text{A.9.23})$$

$$\tilde{A}_1 \otimes \tilde{A}_2 \equiv (a_{14}/a_{21}; a_{13}/a_{22}; a_{12}/a_{23}; a_{11}/a_{24}) \quad (\text{A.9.24})$$

Finalmente, sendo \tilde{A}_1 um número impreciso trapezoidal não positivo e \tilde{A}_2 um número impreciso trapezoidal positivo a operação $\tilde{A}_1 \otimes \tilde{A}_2$ pode ser realizada considerando (A.9.25). O número impreciso trapezoidal que aproxima este quociente é representado por (A.9.26).

$$\tilde{A}_1 \otimes \tilde{A}_2 = -[(-\tilde{A}_1) \otimes (\tilde{A}_2)^{-1}] \quad (\text{A.9.25})$$

$$\tilde{A}_1 \otimes \tilde{A}_2 \equiv (a_{11}/a_{21}; a_{12}/a_{22}; a_{13}/a_{23}; a_{14}/a_{24}) \quad (\text{A.9.26})$$

A.9.7. Operações envolvendo números imprecisos e determinísticos

Um número determinístico pode ser considerado como um caso particular do número impreciso trapezoidal \tilde{A}_1 dado por (A.9.1) desde que se verifique (A.9.27).

$$a_{11} = a_{12} = a_{13} = a_{14} \quad (\text{A.9.27})$$

As expressões apresentadas nos pontos anteriores podem, portanto, ser aplicadas quando um dos operandos for um número determinístico. A título de exemplo, consideremos que \tilde{A}_1 é um número real positivo e \tilde{A}_2 é um número impreciso trapezoidal, também, positivo. O produto $\tilde{A}_1 \otimes \tilde{A}_2$ é, neste caso um número impreciso trapezoidal representado por (A.9.28). Esta situação degenera, portanto, no produto de um número impreciso por um escalar real positivo.

$$\tilde{A}_1 \otimes \tilde{A}_2 = (a_{11}.a_{21}; a_{11}.a_{22}; a_{11}.a_{23}; a_{11}.a_{24}) \quad (\text{A.9.28})$$

A.10. Alguns tópicos sobre resolução de equações e sistemas de equações algébricas com coeficientes imprecisos

Seja $P(X)$ o conjunto dos números imprecisos. Foi já referido que os pares ordenados $(P(X), \oplus)$ e $(P(X), \otimes)$ não possuem estrutura de grupo visto que os elementos desse conjunto não possuem, em geral, oposto em relação às operações adição e produto estendidas. Desta forma, o terno ordenado $(P(X), \oplus, \otimes)$ não é um corpo, desde logo porque não

constitui um anel. Este aspecto revela-se importante quando se utilizam números imprecisos em algumas aplicações devido à impossibilidade de resolver equações algébricas simples.

Consideremos, por exemplo, a equação algébrica (A.10.1) em que \tilde{A} e \tilde{O} são números imprecisos trapezoidais representados por (A.10.2) e (A.10.3). Pretende-se determinar, se existir, o número impreciso \tilde{X} que satisfaça (A.10.1).

$$\tilde{A} \oplus \tilde{X} = \tilde{O} \quad (\text{A.10.1})$$

$$\tilde{A} = (a_1; a_2; a_3; a_4) \quad (\text{A.10.2})$$

$$\tilde{O} = (o_1; o_2; o_3; o_4) \quad (\text{A.10.3})$$

A inexistência de elemento oposto de \tilde{A} em relação à adição não permite resolver esta equação adicionando a ambos os seus membros o número $-\tilde{A}$. Se se procede de forma análoga à utilizada na resolução de equações algébricas de coeficientes reais deveria ser calculada a expressão (A.10.4) de tal forma que seria obtido o número impreciso (A.10.5). No entanto, a adição deste número impreciso a \tilde{A} não permite, em geral, reconstituir o número impreciso \tilde{O} (A.10.6).

$$\tilde{X} = \tilde{O} \ominus \tilde{A} \quad (\text{A.10.4})$$

$$(x_1; x_2; x_3; x_4) = (o_1 - a_4; o_2 - a_3; o_3 - a_2; o_4 - a_1) \quad (\text{A.10.5})$$

$$\begin{aligned} (a_1; a_2; a_3; a_4) \oplus (o_1 - a_4; o_2 - a_3; o_3 - a_2; o_4 - a_1) = \\ = (o_1 + a_1 - a_4; o_2 + a_2 - a_3; o_3 + a_3 - a_2; o_4 + a_4 - a_1) \end{aligned} \quad (\text{A.10.6})$$

Adoptando a subtracção de números imprecisos, a expressão (A.10.6) permite evidenciar que:

- o número impreciso (A.10.5) é solução de (A.10.1) se e só se \tilde{A} for determinístico. Com efeito, (A.10.6) torna-se igual a \tilde{O} se a condição (A.10.7) for verificada. Por outro lado, sendo \tilde{A} um número impreciso trapezoidal verifica-se a condição (A.10.8). A conjunção de (A.10.7) e de (A.10.8) permite afirmar que o número impreciso \tilde{A} deverá ser determinístico (A.10.9) por forma a satisfazer a equação (A.10.1).

$$a_1 = a_4 \wedge a_2 = a_3 \quad (\text{A.10.7})$$

$$a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq a_4 \quad (\text{A.10.8})$$

$$a_1 = a_2 = a_3 = a_4 \quad (\text{A.10.9})$$

- o número impreciso (A.10.6) apresenta maior imprecisão que \tilde{O} . Com efeito considerando (A.10.8) verifica-se a condição (A.10.10) pelo que se pode concluir (A.10.11). O número impreciso X dado por (A.10.6) pode ser considerado a solução de (A.10.12). Esta equação pode ser interpretada como uma versão relaxada da equação inicial (A.10.1).

$$a_1 \leq a_4 \wedge a_2 \leq a_3 \quad (\text{A.10.10})$$

$$o_1 + a_1 - a_4 \leq o_1 \wedge o_2 + a_2 - a_3 \leq o_2 \wedge o_3 + a_3 - a_2 \geq o_3 \wedge o_4 + a_4 - a_1 \geq o_4 \quad (\text{A.10.11})$$

$$\tilde{A} \oplus X \supseteq \tilde{O} \quad (\text{A.10.12})$$

A solução da equação inicial, quando existir, poderá ser obtida considerando as condições lineares (A.10.13) pelo que o número impreciso \tilde{X} é dado por (A.10.14). A operação, designada de desconvolução, subjacente a esta resolução nem sempre se pode realizar uma vez que a condição de existência (A.10.15) nem sempre se verifica.

$$a_1 + x_1 = o_1 \wedge a_2 + x_2 = o_2 \wedge a_3 + x_3 = o_3 \wedge a_4 + x_4 = o_4 \quad (\text{A.10.13})$$

$$\tilde{X} = (o_1 - a_1; o_2 - a_2; o_3 - a_3; o_4 - a_4) \quad (\text{A.10.14})$$

$$o_1 - a_1 \leq o_2 - a_2 \leq o_3 - a_3 \leq o_4 - a_4 \quad (\text{A.10.15})$$

Yager (1980 a) analisa esta questão considerando que, em diversas situações, é suficiente o conhecimento de uma solução que torna aproximadamente verdadeira a equação em análise. Este autor propõe um algoritmo que permite determinar o grau com que uma solução proposta satisfaz essa equação.

Mais recentemente, Buckley e Qu (1991 a e b) analisam o problema da resolução, não apenas, de equações algébricas de coeficientes imprecisos, mas também, de sistemas de equações lineares. Estes autores argumentam que o Princípio da Extensão e a aritmética dos números imprecisos se revelam demasiado restritivos originando que muitas equações e sistemas de equações envolvendo coeficientes imprecisos não tenham solução. Para ultrapassar essas limitações propõem que a resolução de equações algébricas, nomeadamente quadráticas, com coeficientes imprecisos se realize utilizando:

- a Teoria das Possibilidades construindo a distribuição de possibilidade dos valores numéricos que satisfazem a equação em causa. Esta via pode ser encarada como um desenvolvimento do algoritmo apresentado por Yager (1980 a);

- números imprecisos complexos e números imprecisos complexos generalizados garantindo que qualquer equação quadrática com coeficientes imprecisos possua solução.

Estes autores apresentam, também, diversos algoritmos para obter soluções de sistemas de equações lineares com coeficientes e termo independente imprecisos:

- utilizando conceitos da Teoria das Possibilidades numa clara extensão dos algoritmos referidos em relação a equações algébricas:

- sugerindo processos de estender aos conjuntos imprecisos, o conceito clássico de inversa de uma matriz;

- descrevendo a metodologia clássica que desdobra esse sistema de equações nos cortes de nível α respectivos. Este algoritmo pode ser encarado como uma extensão aos sistemas de equações lineares da operação de desconvolução apresentada em relação a equações lineares.

Os trabalhos referidos são exemplo, não exaustivo, de publicações versando esta problemática. As características destes trabalhos demonstram que esta é uma área de investigação actual onde se espera que novas contribuições possam ajudar a solucionar problemas de carácter teórico associados à teoria dos conjuntos imprecisos.

A.11. Cálculo de uma combinação linear de números imprecisos. Sua relação com problemas de programação linear

As regras operacionais da aritmética dos números imprecisos permitem calcular o resultado da combinação linear de diversos números imprecisos. Pretende-se, agora, evidenciar a relação existente entre o número impreciso assim obtido e a solução óptima de alguns problemas de programação linear.

Consideremos a função de variável imprecisa definida por (A.11.1) em que \tilde{O}_i representa um número impreciso trapezoidal dado por (A.11.2). Pretende-se obter o intervalo associado ao corte de nível $\alpha \in [0.0; 1.0]$ de \tilde{f} .

$$\tilde{f} = \sum_{i=1}^n a_i \cdot \tilde{O}_i \quad a_i \in \mathbb{R} \quad (\text{A.11.1})$$

$$\tilde{O}_i = (o_{i1}; o_{i2}; o_{i3}; o_{i4}) \quad (\text{A.11.2})$$

O número impreciso \tilde{O}_i pode ser reescrito considerando os valores extremos do seu corte de nível α ($o_{i\alpha}^{\min}$ e $o_{i\alpha}^{\max}$) através (A.11.3).

$$O_{i\alpha} = [o_{i\alpha}^{\min}; o_{i\alpha}^{\max}] \quad (\text{A.11.3})$$

$$o_{i\alpha}^{\min} = o_{i1} + \alpha \cdot (o_{i2} - o_{i1}) \quad (\text{A.11.4})$$

$$o_{i\alpha}^{\max} = o_{i4} + \alpha \cdot (o_{i3} - o_{i4}) \quad (\text{A.11.5})$$

A função \tilde{f} pode ser decomposta na adição de duas funções agrupando \tilde{f}_1 os termos associados a coeficientes a_i positivos (termos com índice $i=1\dots m$) e \tilde{f}_2 os termos associados a coeficientes a_i negativos (termos com índice $i=m+1\dots n$). Considerando as regras da aritmética dos números imprecisos, o corte de nível α destas funções é dado por (A.11.6) e (A.11.7) pelo que o corte de nível α de \tilde{f} é dado por (A.11.8).

$$f_{1\alpha} = \left[\sum_{i=1}^m a_i \cdot o_{i\alpha}^{\min}; \sum_{i=1}^m a_i \cdot o_{i\alpha}^{\max} \right] \quad (\text{A.11.6})$$

$$f_{2\alpha} = \left[\sum_{i=m+1}^n a_i \cdot o_{i\alpha}^{\max}; \sum_{i=m+1}^n a_i \cdot o_{i\alpha}^{\min} \right] \quad (\text{A.11.7})$$

$$f_{\alpha} = \left[\sum_{i=1}^m a_i \cdot o_{i\alpha}^{\min} + \sum_{i=m+1}^n a_i \cdot o_{i\alpha}^{\max}; \sum_{i=1}^m a_i \cdot o_{i\alpha}^{\max} + \sum_{i=m+1}^n a_i \cdot o_{i\alpha}^{\min} \right] \quad (\text{A.11.8})$$

Este corte de nível α corresponde ao intervalo de maior amplitude que é possível obter considerando a gama de variação possível admitida para cada número \tilde{O}_i . Com efeito, o valor mínimo (ou máximo) do corte de nível α de \tilde{f} pode ser calculado resolvendo o problema de programação linear (A.11.9) e (A.11.10).

$$\min (\max) \quad f_{\alpha} = \sum_{i=1}^m a_i \cdot o_i + \sum_{i=m+1}^n a_i \cdot o_i \quad (\text{A.11.9})$$

$$\text{su}j \quad o_{i\alpha}^{\min} \leq o_i \leq o_{i\alpha}^{\max} \quad (\text{A.11.10})$$

Não existindo nenhuma restrição envolvendo mais do que uma variável o_i , verifica-se que:

- o valor máximo de f_α , f_α^{\max} , é obtido considerando o valor máximo de o_i se $a_i > 0$ (termos associados a $i=1\dots m$) e o valor mínimo se $a_i < 0$ (termos associados a $i=m+1\dots n$);
- o valor mínimo de f , f_α^{\min} , é obtido considerando o valor mínimo de o_i se $a_i > 0$ (termos associados a $i=1\dots m$) e o valor máximo se $a_i < 0$ (termos associados a $i=m+1\dots n$);

As expressões obtidas para f_α^{\max} e f_α^{\min} resultantes da aplicação destas regras são iguais às obtidas com as regras da aritmética dos números imprecisos. Esta situação demonstra que a aritmética dos números imprecisos permite construir, para cada corte de nível α de expressões lineares do tipo de (A.11.1), o intervalo de maior amplitude considerando todas as combinações de valores subjacentes a cada número impreciso.

A.12. Ordenação de números imprecisos

O problema associado à ordenação de conjuntos imprecisos, em geral, e de números imprecisos, em particular, tem sido analisado por diversos autores sendo reconhecida a importância desta questão no âmbito da comparação e selecção de alternativas em processos de decisão. Nesta área, por exemplo, Dubois e Prade (1982), Nola e Ventre (1982), Mabuchi (1988) e Yuan (1991) apresentam diversas metodologias de comparação de conjuntos imprecisos.

Por outro lado, Kaufmann e Gupta (1988) apresentam um conjunto de três critérios que permitem ordenar, em geral, de forma não estrita, um conjunto de números imprecisos. Estes critérios são o "Removal", o valor central e a amplitude de um número impreciso.

O "Removal" de \tilde{A} em relação a um número real k , $Rem(\tilde{A}, k)$, é definido pelo valor médio dos "Removal" à esquerda e à direita que, de acordo com a figura A.6, correspondem, respectivamente, às áreas A_1 e A_1+A_2 .

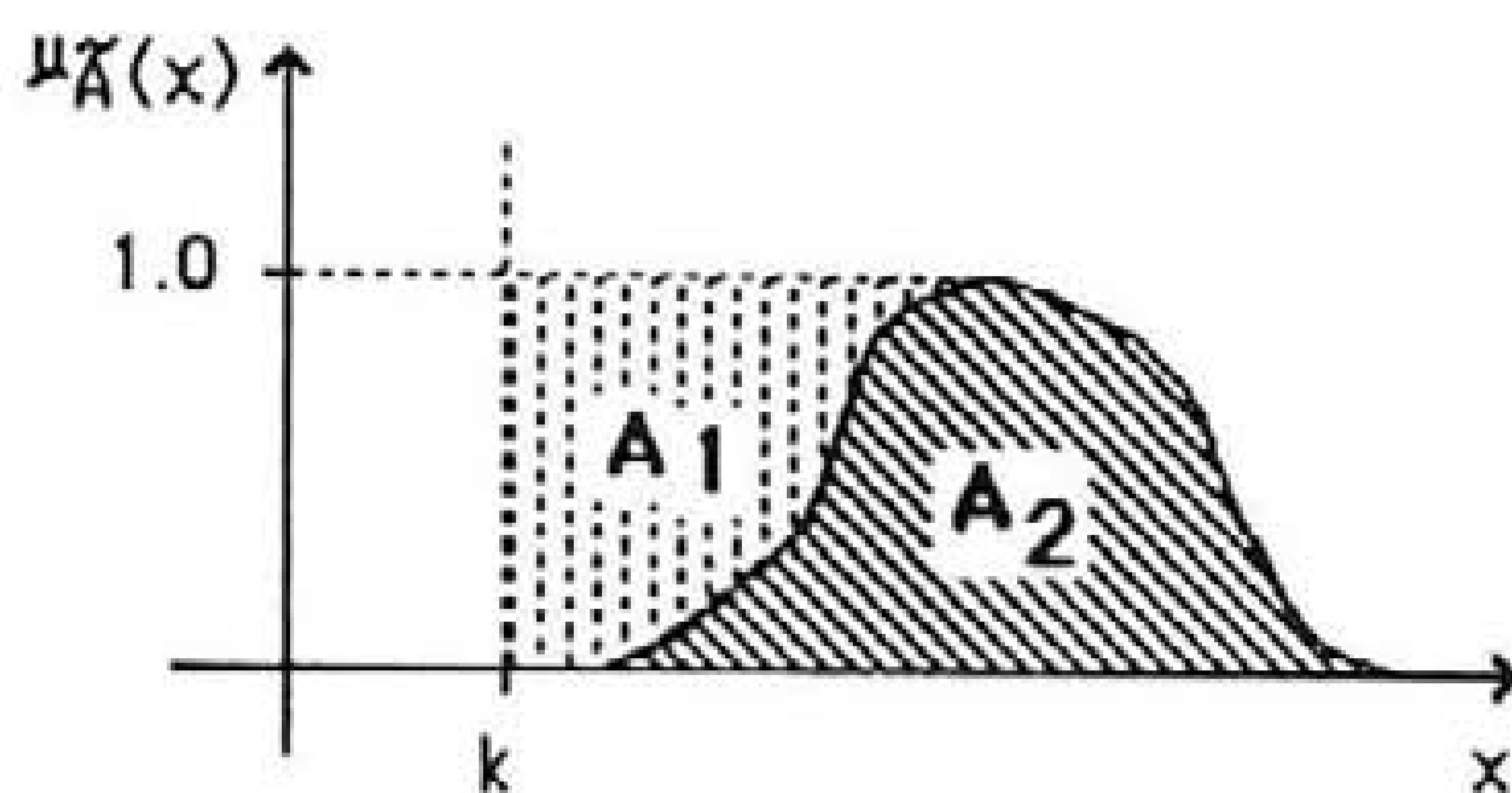


Fig. A.6 - "Removal" à esquerda e à direita de \tilde{A} em relação a k .

O valor do "Removal" de \tilde{A} em relação a k , $\text{Rem}(\tilde{A}, k)$, pode ser considerado como estando associado à distância de \tilde{A} a k . A ordenação obtida através da aplicação deste critério não é estrita visto não estabelecer, em geral, uma correspondência injectiva entre um conjunto de números imprecisos e o conjunto R . Na tentativa de eliminar situações de empate poderá ser utilizado o valor central dos números imprecisos a distinguir. O valor central de um número impreciso \tilde{A} , A^{ctr} , corresponde ao valor médio do corte de nível 1.0 da função de pertença respectiva. Situações de empate posteriores à aplicação deste segundo critério poderão ser, eventualmente, eliminadas através da amplitude dos números imprecisos em causa. A amplitude de \tilde{A} , $\text{Amp}(\tilde{A})$, corresponde à diferença dos valores máximo e mínimo do corte de nível 0.0 de \tilde{A} .

Em relação ao número impreciso trapezoidal \tilde{A} dado por (A.12.1), o "Removal" de \tilde{A} face a $k=0.0$ é dado por (A.12.2).

$$\tilde{A} = (a_1; a_2; a_3; a_4) \quad (\text{A.12.1})$$

$$\text{Rem}(\tilde{A}, k=0.0) = (a_1 + a_2 + a_3 + a_4)/4 \quad (\text{A.12.2})$$

Como foi referido a aplicação sucessiva destes três critérios não garante a obtenção de uma ordenação estrita de um conjunto de números imprecisos. Todavia, a experiência tem demonstrado que a sua aplicação fornece resultados, em geral, satisfatórios.

Apêndice B

Elementos de programação linear e de análise de pós-otimização

Neste apêndice serão expostos alguns conceitos e algoritmos relativos à resolução de problemas de programação linear. A par dos algoritmos associados à forma matricial do Método do Simplex Primal e Dual será realizada uma referência a metodologias inseridas num ambiente de análise de pós-otimização tais como programação paramétrica e multi-paramétrica.

B.1. Forma matricial do quadro do Simplex

Utilizando notação matricial, o problema genérico de programação linear pode ser formulado por (B.1.1) a (B.1.3). De acordo com esta formulação, pretende-se identificar a solução representada por um vector X que, satisfazendo as restrições do problema (B.1.2) e (B.1.3), minimize o atributo representado pela função objectivo z (B.1.1).

$$\min z = c^t \cdot X \quad (\text{B.1.1})$$

$$\text{suj } A \cdot X = b \quad (\text{B.1.2})$$

$$X \geq 0 \quad (\text{B.1.3})$$

Esta formulação é genérica uma vez que qualquer restrição de desigualdade se pode transformar numa restrição de igualdade utilizando variáveis de folga. O problema apresentado possui m restrições, n_v variáveis de decisão sendo n_{vt} o número total de variáveis (incluindo variáveis de folga e artificiais). A matriz A possui dimensão $m \times n_{vt}$ e característica m considerando que as equações (B.1.2) são linearmente independentes.

Os vectores X e c e a matriz A podem ser decompostos, de acordo com (B.1.4) a (B.1.6). Nestas expressões X_b , c_b e B_b representam os componentes de X , c e A associados às variáveis básicas. Por outro lado, X_r , c_r e R_b estão associados às variáveis não básicas.

$$X = [X_b \mid X_r]^t \quad (\text{B.1.4})$$

$$c = [c_b \mid c_r]^t \quad (\text{B.1.5})$$

$$A = [B_b \mid R_b] \quad (\text{B.1.6})$$

Considerando as partições anteriores o problema de otimização apresentado pode ser reescrito obtendo-se (B.1.7) a (B.1.9).

$$\min z = c_b^t \cdot X_b + c_r^t \cdot X_r \quad (\text{B.1.7})$$

$$\text{sujeito a } B_b \cdot X_b + R_b \cdot X_r = b \quad (\text{B.1.8})$$

$$X_b \geq 0, X_r \geq 0 \quad (\text{B.1.9})$$

Sendo nulo o valor das variáveis não básicas é possível obter o valor das variáveis básicas através da expressão (B.1.10). A função objectivo pode expressar-se em termos das variáveis não básicas obtendo-se, assim, (B.1.11). Os coeficientes de X_r , associados à primeira parcela de (B.1.11), são designados por custos reduzidos e correspondem à diminuição do valor da função objectivo que será obtida por unidade do valor de uma variável não básica quando essa variável entrar na base.

$$X_b = B_b^{-1} \cdot b - B_b^{-1} \cdot R_b \cdot X_r \quad (\text{B.1.10})$$

$$\begin{aligned} z &= c_b \cdot B_b^{-1} \cdot b - c_b \cdot B_b^{-1} \cdot R_b \cdot X_r + c_r \cdot X_r = \\ &= [c_r - c_b \cdot B_b^{-1} \cdot R_b] \cdot X_r + c_b \cdot B_b^{-1} \cdot b \end{aligned} \quad (\text{B.1.11})$$

Considerando as expressões (B.1.10) e (B.1.11) é possível obter o quadro do Simplex na forma matricial (Q.B.1).

	X_b	X_r	
X_b	I	$B_b^{-1} \cdot R_b$	$B_b^{-1} \cdot b$
z	0	$c_r - c_b \cdot B_b^{-1} \cdot R_b$	$-c_b \cdot B_b^{-1} \cdot b$

Quadro B.1- Forma matricial do quadro do Simplex.

B.2. O algoritmo do Simplex Primal

Uma vez identificada uma base inicial, o algoritmo do Simplex Primal pode ser resumido nos pontos seguintes:

1º - Obter o vector dos custos reduzidos das variáveis não básicas dado por (B.2.1).

$$\Pi^t = c_r - c_b \cdot B_b^{-1} \cdot R_b \quad (\text{B.2.1})$$

2º - Seleccionar a variável de entrada na base. Seja j o índice da variável não básica associada ao custo reduzido mais negativo, Π_j . Se nenhum custo reduzido é negativo o processo iterativo terminou tendo sido identificada uma solução óptima e admissível. Caso contrário, a variável a entrar na base tem índice $q=j$.

3º - Actualizar a coluna da variável de entrada. Seja a^q a coluna associada à variável de índice q lida no quadro inicial. A coluna actualizada para a base corrente é dada por (B.2.2).

$$a^{q \text{ act}} = B_b^{-1} \cdot a^q \quad (\text{B.2.2})$$

4º - Identificar a variável de saída da base. Será a variável básica cuja condição de não negatividade é violada em primeiro lugar à medida que o valor da variável de índice q se eleva a partir de 0.0. A variável de índice p que irá sair da base é identificada considerando (B.2.3). Nesta expressão β_i representa o valor corrente da variável de índice i . Se não existir nenhuma variável básica nas condições anteriores o processo iterativo terminou pelo que o problema tem solução não limitada. De outro modo, a variável de índice p sairá da base.

$$\beta_i / a^{q \text{ act}}_p = \min \{ \beta_i / a^{q \text{ act}}_i, a^{q \text{ act}}_i > 0.0 \quad i=1, \dots, m \} \quad (\text{B.2.3})$$

5º - Pivotação - a matriz B_b^{-1} será actualizada recorrendo a (B.2.4). A matriz E e o vector v são dados, respectivamente por (B.2.5) e (B.2.6). O vector e_i , para $i \neq p$, possui o valor 0.0 em todas as suas linhas excepto na i em que figura o valor 1.0. Após proceder à actualização de B_b^{-1} deverá regressar-se ao 1º ponto deste algoritmo.

$$B_b^{-1 \text{ act}} = E \cdot B_b^{-1} \quad (\text{B.2.4})$$

$$E = [e_1, e_2, \dots, e_{p-1}, v, e_{p+1}, \dots, e_m] \quad (\text{B.2.5})$$

$$v = \begin{bmatrix} -a^{q \text{ act}}_i / a^{q \text{ act}}_p & i \neq p \wedge i=1, \dots, m \\ 1.0 / a^{q \text{ act}}_p & i=p \end{bmatrix} \quad (\text{B.2.6})$$

B.3. O algoritmo do Simplex Dual

A forma Dual do Método do Simplex é utilizada, com grande frequência, num ambiente de pós-optimização em que se dispõe de uma solução óptima mas não admissível de um problema de programação linear. A não admissibilidade pode ser devida à introdução no problema de uma nova restrição que não seja satisfeita pela solução óptima corrente ou estar relacionada com a variação do valor de um parâmetro num problema de programação

paramétrica. O algoritmo da forma Dual do Método do Simplex inicia-se, precisamente, numa solução óptima mas não admissível e evolui de acordo com os pontos seguintes:

1º - Seleccionar, de acordo com (B.3.1) a linha pivot, isto é, a variável que sairá da base. O teste referido será realizado para todas as variáveis básicas que tenham a sua condição de não negatividade violada sendo escolhida a associada à maior violação. Nesta expressão β_i representa o valor actual da variável básica de índice i . Se não existir nenhuma variável assumindo um valor negativo a solução corrente é óptima e admissível pelo que o processo iterativo terminou. Caso contrário a variável que sairá da base tem índice p .

$$\beta_p = \min \{ \beta_i \} \quad (\text{B.3.1})$$

2º - Seleccionar, de acordo com (B.3.2), a variável não básica que irá entrar na base. Nesta expressão $a_j^{\text{act}}_p$ representa o elemento da linha p da coluna da variável não básica de índice j actualizada de acordo com (B.3.3). O teste referido será realizado para todas as variáveis não básicas para as quais $a_j^{\text{act}}_p$ é negativo. Se não existir nenhuma variável não básica tal que $a_j^{\text{act}}_p$ seja negativo, o problema é impossível. Caso contrário, seja q o índice da variável resultante do teste (B.3.2).

$$\theta = \min \{ \Pi_j / |a_j^{\text{act}}_p|, a_j^{\text{act}}_p < 0.0 \} \quad (\text{B.3.2})$$

$$a_j^{\text{act}} = B_b^{-1} \cdot a_j \quad (\text{B.3.3})$$

3º - Realizar a actualização da matriz B_b^{-1} através de um processo idêntico ao descrito para a forma Primal do algoritmo do Método do Simplex. Ao realizar esta actualização a variável de índice p sairá da base sendo substituída pela variável de índice q .

B.4. Integração de novas restrições num problema de programação linear

Consideremos, de novo, o problema de programação linear (B.1.1) a (B.1.3) para o qual é conhecida uma solução óptima e admissível associada a $[B_b]^{-1}$ e a $[X_b]$ tal que se verifica a relação (B.4.1). O problema referido possui m restrições sendo nvt o número total das suas variáveis.

$$[B_b] \cdot [X_b] = [b] \quad (\text{B.4.1})$$

Consideremos que, num ambiente de pós-optimização, se pretende integrar no problema n novas restrições. Os coeficientes destas restrições podem ser agrupados nas matrizes $[N_b]$, $[I]$ e $[N_r]$. A matriz $[N_b]$ (de dimensão $n \times m$) contém os coeficientes das

variáveis que pertencem à base na solução óptima referida anteriormente. A matriz identidade [I] (de dimensão $n \times n$) contém os coeficientes das variáveis que irão integrar a base corrente do problema aumentado. A matriz $[N_r]$ (de dimensão $n \times (nvt-m)$) contém os coeficientes das variáveis não básicas do problema inicial nas n novas restrições. O vector $[b_1]$ representa os termos independentes das n novas restrições. Sendo [S] o vector das variáveis associadas aos coeficientes de [I], as restrições do problema podem ser reescritas por forma a obter (B.4.2).

$$\begin{bmatrix} B_b & 0 & R_b \\ N_b & I & N_r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_b \\ S \\ X_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b \\ b_1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.4.2})$$

Sendo nulo o valor das variáveis não básicas ($[X_r]=0.0$), o valor das variáveis pertencentes aos vectores $[X_b]$ e [S] será dado por (B.4.3) ou, o que é equivalente, por (B.4.4).

$$\begin{bmatrix} X_b \\ S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_b & 0 \\ N_b & I \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} b \\ b_1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.4.3})$$

$$\begin{bmatrix} X_b \\ S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_b^{-1} & 0 \\ -N_b \cdot B_b^{-1} & I \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b \\ b_1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.4.4})$$

Desta forma, é possível calcular o valor das variáveis associadas ao vector [S]. A solução do problema aumentado permanece óptima podendo, no entanto, ser não admissível desde que uma variável de [S] assuma um valor negativo. A utilização da forma Dual do Método do Simplex permitirá, eventualmente, ultrapassar a não admissibilidade entretanto detectada.

B.5. Algumas notas sobre programação paramétrica

Uma das técnicas mais usuais numa análise de pós-optimização é a programação paramétrica. Esta área da investigação operacional envolve algoritmos que permitem avaliar o comportamento da solução óptima de um problema de programação linear se ocorrerem variações contínuas de algumas grandezas do problema. Neste âmbito podem ser simuladas, por exemplo, variações de elementos do vector c ou do vector b . Nestas notas serão apenas analisadas alterações no vector dos termos independentes das restrições do problema.

Um problema de programação linear envolvendo a parametrização dos elementos do vector b poderá ser formulado de acordo com (B.5.1) a (B.5.3) pretendendo-se obter a solução óptima (dependente do parâmetro γ) à medida que o valor de γ se altera.

$$\min z = c^t \cdot X \quad (B.5.1)$$

$$\text{suj } A \cdot X = b + \gamma \cdot b' \quad (B.5.2)$$

$$X \geq 0 \quad (B.5.3)$$

Procedendo de forma semelhante ao descrito em B.1 pode ser construído o quadro do Simplex na sua forma matricial associado a este problema (Quadro B.1). Neste quadro, evidencia-se que a existência de termos independentes função de um parâmetro γ se reflecte no valor das variáveis básicas e da função objectivo. Tendo obtido a solução óptima associada a um valor de γ verifica-se que este parâmetro origina a variação linear do valor das variáveis básicas de tal modo que algumas delas poderão violar a sua condição de não negatividade pelo que a base actual deixará de ser admissível. Deste modo, ao resolver um problema deste género pretende-se identificar as gamas de variação do parâmetro γ e a base óptima e admissível associada a cada uma delas. Por outro lado, este quadro permite também evidenciar que os custos reduzidos das variáveis não básicas não dependem de γ pelo que a condição de optimalidade não se altera. Deste modo, a base corrente permanece óptima ainda que a variação do parâmetro γ origine a sua não admissibilidade.

	X_b	X_r	
X_b	I	$B_b^{-1} \cdot R_b$	$B_b^{-1} \cdot (b + \gamma \cdot b')$
z	0	$c_r - c_b \cdot B_b^{-1} \cdot R_b$	$-c_b \cdot B_b^{-1} \cdot (b + \gamma \cdot b')$

Quadro B.2- Forma matricial do quadro do Simplex envolvendo a parametrização do vector de termos independentes das restrições.

Após identificar a solução óptima associada a um valor de γ , por exemplo $\gamma=0.0$, é possível obter o intervalo $[\gamma_a; \gamma_b]$ para o qual a base actual permanece admissível. Os extremos deste intervalo são obtidos considerando a condição de não negatividade das variáveis básicas dada por (B.5.4).

$$B_b^{-1} \cdot (b + \gamma \cdot b') \geq 0.0 \quad (B.5.4)$$

Para valores de $\gamma < \gamma_a$ existe, pelo menos, uma variável básica em relação à qual a condição de não negatividade respectiva é violada pelo que a solução corrente permanece ótima mas torna-se não admissível. Esta não admissibilidade poderá ser ultrapassada realizando uma iteração da forma Dual do Método do Simplex em que sai da base a variável que assume, em primeiro lugar, um valor negativo à medida que o valor de γ diminui. De forma análoga, para valores de $\gamma > \gamma_b$ a solução ótima corrente torna-se não admissível visto que, pelo menos, uma variável básica assumiria um valor negativo. Ao realizar uma iteração da forma Dual do Método do Simplex deverá sair da base a variável que assumir um valor negativo, em primeiro lugar, à medida que o valor de γ aumenta. Este procedimento poderá ser aplicado de novo para as bases obtidas após realizar as iterações da forma Dual do Método do Simplex referidas. Deste modo, é possível obter a gama de variação do parâmetro γ associada às bases ótimas e admissíveis identificadas.

B.6. Algumas notas sobre programação multiparamétrica

A resolução de problemas de programação paramétrica envolvendo diversos parâmetros apresenta dificuldades acrescidas em relação à situação em que existia apenas um parâmetro. São conhecidos, em todo o caso, diversos trabalhos em que são analisados problemas de programação multiparamétrica associados à parametrização do vector de termos independentes e do vector de custos. Gal (1979) apresenta um algoritmo desenvolvido por C. Van de Panne e A. Whinston para resolver um problema de programação multiparamétrica formulado por (B.6.1) a (B.6.3). Nesta formulação, Δ é um vector integrando s parâmetros e F é uma matriz de dimensão $m \times s$.

$$\min z = c^t \cdot X \quad (\text{B.6.1})$$

$$\text{suj } A \cdot X = b + F \cdot \Delta \quad (\text{B.6.2})$$

$$X \geq 0 \quad (\text{B.6.3})$$

O vector Δ deverá satisfazer, ainda, as restrições (B.6.4) que podem expressar, por exemplo, os limites extremos de variação de cada um dos parâmetros envolvidos no problema. G é uma matriz de dimensão $r \times s$ definindo uma região M tal que $R^s \supseteq M$.

$$G \cdot \Delta \leq d \quad (\text{B.6.4})$$

Pretende-se identificar a região K , $R^s \supseteq K$, tal que o problema (B.6.1) a (B.6.3):

- possui solução finita e ótima para cada $\Delta \in K$;
- não tem solução para R^s/K .

Sendo M o conjunto de vectores que verificam a condição (B.6.4) verifica-se que K^* dado por (B.6.5) é o conjunto de todos os vectores Δ admissíveis, isto é, que verificando as restrições (B.6.4) estão associados a bases óptimas e admissíveis do problema (B.6.1) a (B.6.3).

$$K^* = K \cap M \quad (\text{B.6.5})$$

Gal (1979) demonstra, entre outros resultados, que:

- a região K^* forma um conjunto poliédrico convexo e fechado;
- a função $z_{\min}(\Delta)$, associada ao valor óptimo de z obtido para cada $\Delta \in K^*$, é convexa em K^* ;

O algoritmo apresentado por Gal (1979) pretende identificar, de forma sistemática, as regiões associadas a bases óptimas e admissíveis do problema anterior. Gal (1979) define bases vizinhas como bases tais que a realização de uma única iteração da forma Dual do Método do Simplex permite passar de uma para a outra e vice-versa. Deste modo, verifica-se que duas bases vizinhas diferem apenas de uma variável básica. Este autor representa as bases óptimas e admissíveis através de um grafo não orientado $G(S, X)$ em que:

- S representa o conjunto de vértices. Um vértice ρ_i está associado aos índices de um conjunto de variáveis básicas formando uma base óptima e admissível para, pelo menos, um vector $\Delta \in K^*$;
- $X(\rho_i)$ representa o conjunto de vértices que estão ligados ao vértice ρ_i através de um ramo. Existe um ramo ligando os nós ρ_i e ρ_j desde que as bases a eles associadas sejam vizinhas. Nesta situação esses dois nós são considerados adjacentes;
- a distância entre os nós ρ_m e ρ_n é dada pelo número de elementos de ρ_m (isto é, os índices das variáveis que são básicas na base associada a ρ_m) que são diferentes dos elementos de ρ_n (isto é, os índices das variáveis que são básicas na base associada a ρ_n).

Gal (1979) demonstra que, partindo de uma região R_{ρ_0} associada à base ρ_0 , e identificando regiões vizinhas R_{ρ} associadas a bases óptimas e admissíveis ainda não consideradas, se gera um subgrafo de $G(S, X)$, $G_0(S_0, X_0)$, conexo e se verifica (B.6.6). Não ocorrendo degenerescência dual, isto é, não havendo solução óptima não única, em relação a nenhuma região R_{ρ} , verifica-se que G e G_0 coincidem.

$$\bigcup_{\rho \in S_0} R_{\rho} = K^* \quad (\text{B.6.6})$$

O algoritmo que permite identificar de forma sistemática as regiões R_p verificando (B.6.6) e as bases óptimas e admissíveis associadas pode agora ser resumido considerando os pontos seguintes:

1º - Determinar um vértice ρ_0 associado a uma base óptima e admissível na região R_0 ;

2º - Inicializar o conjunto V_0 contendo os vértices que pertencem ao grafo na iteração corrente (B.6.7).

$$V_0 = \{\rho_0\} \quad (\text{B.6.7})$$

3º - Inicializar o conjunto W_0 contendo todos os vértices $T(\rho_0)$ tais que, partindo da base óptima e admissível associada ao vértice ρ_0 se pode obter as associadas aos vértices $T(\rho_0)$ através de uma iteração da forma Dual do Método do Simplex (B.6.8). Deste modo, o grafo deverá possuir ramos ligando o vértice ρ_0 aos vértices $T(\rho_0)$.

$$W_0 = \{T(\rho_0)\} \quad (\text{B.6.8})$$

3º - Consideremos que se realizou a iteração $k-1$ na qual foi identificado o vértice ρ_{k-1} e construídos os conjuntos V_{k-1} e W_{k-1} .

- a) Se $W_{k-1} = \emptyset$ então $V_{k-1} = S_0$ pelo que o processo iterativo terminou;
- b) Se $W_{k-1} \neq \emptyset$, seleccionar o vértice $\rho_k \in W_{k-1}$ possuindo a menor distância em relação a ρ_{k-1} .
- c) Formar os conjuntos V_k e W_k dados por (B.6.9) e (B.6.10) respectivamente e regressar a a) incrementando k de uma unidade.

$$V_k = V_{k-1} \cup \{\rho_k\} \quad (\text{B.6.9})$$

$$W_k = (W_{k-1} \cup \{T(\rho_k)\}) / V_k \quad (\text{B.6.10})$$

O esforço computacional associado à aplicação deste algoritmo está relacionado com o número de parâmetros envolvidos. Com efeito, a existência de um número crescente de parâmetros origina, em geral, que o número de regiões R necessárias para que se verifique (B.6.6) aumente e que uma dada região possua um número crescente de regiões vizinhas. Por estas razões a aplicação deste algoritmo a situações reais, em que o número de parâmetros é elevado, torna-se incomportável tendo em conta o esforço computacional associado.

Apêndice C

Demonstração da validade do algoritmo de solução do problema de programação linear apresentado em 4.7.2

Consideremos o problema de programação linear formulado em 4.7.2 e associado à determinação do valor mínimo do corte de nível α de uma grandeza \tilde{w} expressa, de forma linear, em função das potências injectadas nos barramentos de um sistema eléctrico de energia.

$$\min \Delta w_{\alpha} = \sum_{j=1}^{nb-1} s_j \cdot (\Delta P g_{\alpha j}^{+} - \Delta P g_{\alpha j}^{-} - \Delta P c_{\alpha j}^{+} + \Delta P c_{\alpha j}^{-}) \quad (C.1)$$

$$\text{su}j \quad -\Delta P g_{\alpha j}^{+} + \Delta P g_{\alpha j}^{-} + v f g_{j1} = -\Delta P g_{\alpha j}^{\min} \quad j=1, \dots, nb \quad (C.2)$$

$$\Delta P g_{\alpha j}^{+} - \Delta P g_{\alpha j}^{-} + v f g_{j2} = \Delta P g_{\alpha j}^{\max} \quad j=1, \dots, nb \quad (C.3)$$

$$-\Delta P c_{\alpha j}^{+} + \Delta P c_{\alpha j}^{-} + v f c_{j1} = -\Delta P c_{\alpha j}^{\min} \quad j=1, \dots, nb \quad (C.4)$$

$$\Delta P c_{\alpha j}^{+} - \Delta P c_{\alpha j}^{-} + v f c_{j2} = \Delta P c_{\alpha j}^{\max} \quad j=1, \dots, nb \quad (C.5)$$

$$\sum_{j=1}^{nb} (\Delta P g_{\alpha j}^{+} - \Delta P g_{\alpha j}^{-}) = \sum_{j=1}^{nb} (\Delta P c_{\alpha j}^{+} - \Delta P c_{\alpha j}^{-}) \quad (C.6)$$

O algoritmo apresentado em 4.7.2 corresponde à implementação da forma Dual do Método do Simplex partindo de uma solução óptima mas não admissível identificada através da utilização das regras da aritmética dos números imprecisos. A demonstração da validade desse algoritmo exige, nomeadamente, a verificação de que, em cada uma das suas iterações, se obtém uma nova solução ainda óptima mas possivelmente não admissível. Quando, numa iteração do algoritmo referido, não forem violados os limites das potências produzidas e de carga especificados e for verificada a equação de equilíbrio de potências activas a solução corrente será admissível pelo que o processo iterativo terá terminado.

Consideremos a solução associada a (C.7) em que as variáveis de índice i , k , l e m correspondem a coeficientes s_i , s_k , s_l e s_m que verificam (C.8). Esta solução foi obtida

através da aritmética dos números imprecisos pelo que é óptima e admissível em relação ao problema (C.1), a (C.5). Por outro lado, a integração no quadro do Simplex de (C.6) não altera os custos reduzidos das variáveis não básicas pelo que a solução (C.7) permanece ainda óptima do problema (C.1) a (C.6). Essa solução poderá ser não admissível desde que não verifique (C.6).

$$\begin{aligned}
 & \Delta P_{g_{\alpha i}} = \Delta P_{g_{\alpha i}}^{\max} \quad \wedge \quad \Delta P_{C_{\alpha i}} = \Delta P_{C_{\alpha i}}^{\min} \quad \wedge \\
 & \wedge \quad \Delta P_{g_{\alpha k}} = \Delta P_{g_{\alpha k}}^{\min} \quad \wedge \quad \Delta P_{C_{\alpha k}} = \Delta P_{C_{\alpha k}}^{\max} \quad \wedge \\
 & \wedge \quad \Delta P_{g_{\alpha l}} = \Delta P_{g_{\alpha l}}^{\min} \quad \wedge \quad \Delta P_{C_{\alpha l}} = \Delta P_{C_{\alpha l}}^{\max} \quad \wedge \\
 & \wedge \quad \Delta P_{g_{\alpha m}} = \Delta P_{g_{\alpha m}}^{\min} \quad \wedge \quad \Delta P_{C_{\alpha m}} = \Delta P_{C_{\alpha m}}^{\max}
 \end{aligned} \tag{C.7}$$

$$s_j < 0.0 \quad \wedge \quad s_m > s_l > s_k \geq 0.0 \tag{C.8}$$

De acordo com o algoritmo apresentado em 4.7.2, a verificação da admissibilidade de (C.7) é realizada recalculando o valor de $\Delta P_{g_{\alpha k}}$ através de (C.6). O valor obtido (C.9) poderá violar, ou não, o seu limite mínimo ou máximo. Se nenhum desses limites for violado a solução corrente é admissível pelo que o processo de correcção terá terminado. Serão analisadas, em seguida, as situações em que um dos limites de $\Delta P_{g_{\alpha k}}$ é violado.

$$\begin{aligned}
 \Delta P_{g_{\alpha k}} = & \Delta P_{C_{\alpha i}}^{\min} + \Delta P_{C_{\alpha k}}^{\max} + \Delta P_{C_{\alpha l}}^{\max} + \Delta P_{C_{\alpha m}}^{\max} + \\
 & - \Delta P_{g_{\alpha i}}^{\max} - \Delta P_{g_{\alpha l}}^{\min} - \Delta P_{g_{\alpha m}}^{\min}
 \end{aligned} \tag{C.9}$$

I - Violação de $\Delta P_{g_{\alpha k}}^{\max}$

Nesta situação o valor de $\Delta P_{g_{\alpha k}}$ é positivo pelo que o quadro do Simplex correspondente permitiria obter a solução e os custos reduzidos das variáveis não básicas apresentados na tabela C.1. Considerando (C.8), os custos reduzidos apresentados nesta tabela assumem valores não negativos pelo que a solução corrente é óptima. Nesta tabela, E_1 corresponde ao valor de $\Delta P_{g_{\alpha k}}$ dado por (C.9).

A matriz B_b , constituída pelas colunas das variáveis básicas e correspondente à solução apresentada na tabela C.1, é dada por (C.10). As submatrizes A_1 a A_8 são dadas, respectivamente, por (C.11) a (C.18).

Variáveis básicas valor		Variáveis não básicas custo reduzido	
vfg_{i1}	$\Delta P_{g_{\alpha i}}^{\max} - \Delta P_{g_{\alpha i}}^{\min}$	$\Delta P_{g_{\alpha i}^-}$	0.0
$\Delta P_{g_{\alpha i}^+}$	$\Delta P_{g_{\alpha i}}^{\max}$	$\Delta P_{c_{\alpha i}^+}$	0.0
$\Delta P_{c_{\alpha i}^-}$	$-\Delta P_{c_{\alpha i}}^{\min}$	$\Delta P_{g_{\alpha m}^+}$	0.0
vfc_{i2}	$\Delta P_{c_{\alpha i}}^{\max} - \Delta P_{c_{\alpha i}}^{\min}$	$\Delta P_{c_{\alpha m}^-}$	0.0
$\Delta P_{g_{\alpha m}^-}$	$-\Delta P_{g_{\alpha m}}^{\min}$	$\Delta P_{g_{\alpha l}^+}$	0.0
vfg_{m2}	$\Delta P_{g_{\alpha m}}^{\max} - \Delta P_{g_{\alpha m}}^{\min}$	$\Delta P_{c_{\alpha l}^-}$	0.0
vfc_{m1}	$\Delta P_{c_{\alpha m}}^{\max} - \Delta P_{c_{\alpha m}}^{\min}$	$\Delta P_{g_{\alpha k}^-}$	0.0
$\Delta P_{c_{\alpha m}^+}$	$\Delta P_{c_{\alpha m}}^{\max}$	$\Delta P_{c_{\alpha k}^-}$	0.0
$\Delta P_{g_{\alpha l}^-}$	$-\Delta P_{g_{\alpha l}}^{\min}$	vfg_{i2}	$s_k - s_i$
vfg_{l2}	$\Delta P_{g_{\alpha l}}^{\max} - \Delta P_{g_{\alpha l}}^{\min}$	vfc_{i1}	$s_k - s_i$
vfc_{l1}	$\Delta P_{c_{\alpha l}}^{\max} - \Delta P_{c_{\alpha l}}^{\min}$	vfg_{m1}	$s_m - s_k$
$\Delta P_{c_{\alpha l}^+}$	$\Delta P_{c_{\alpha l}}^{\max}$	vfc_{m2}	$s_m - s_k$
vfg_{k1}	$E_1 - \Delta P_{g_{\alpha k}}^{\min}$	vfg_{l1}	$s_l - s_k$
vfg_{k2}	$\Delta P_{g_{\alpha k}}^{\max} - E_1$	vfc_{l2}	$s_l - s_k$
vfc_{k1}	$\Delta P_{c_{\alpha k}}^{\max} - \Delta P_{c_{\alpha k}}^{\min}$	vfc_{k2}	0.0
$\Delta P_{c_{\alpha k}^+}$	$\Delta P_{c_{\alpha k}}^{\max}$		
$\Delta P_{g_{\alpha k}^+}$	E_1		

Tab. C.1 - Solução corrente e custos reduzidos.

A submatriz A_1 possui estrutura bloco diagonal estando, cada um dos seus blocos, associado a variáveis correspondentes a potências produzidas e de carga assumindo, respectivamente, os seus limites máximo e mínimo. Em relação à solução apresentada na tabela C.1 verifica-se que A_1 integra uma submatriz A_g dada por (C.19) e associada aos coeficientes das variáveis correspondentes às potências produzidas e de carga no barramento de índice i . De forma análoga, cada bloco de A_2 integra os coeficientes das variáveis correspondentes a potências produzidas e de carga que assumem, respectivamente, os seus limites mínimo e máximo. As potências correspondentes aos barramentos de índice l e m exemplificam esta situação na solução apresentada na tabela C.1. Por outro lado, as submatrizes A_3 e A_4 integram coeficientes das variáveis básicas associadas ao barramento de índice k , isto é, ao barramento correspondente à potência produzida ou de carga que, na iteração corrente, está a ser alvo do processo de correcção. Estes coeficientes estão associados às restrições de limites das potências referidas. A finalizar, verifica-se que A_5 a A_8 integram os coeficientes das variáveis básicas na equação de equilíbrio de potências activas (C.6) permitindo obter o valor actualizado da potência que foi sujeita ao processo de correcção. A_5 e A_6 contêm tantos subvectores dados, respectivamente, por (C.21) e (C.22) quantos os blocos que integram A_1 e A_2 .

$$B_b = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_3 & A_4 \\ A_5 & A_6 & A_7 & A_8 \end{bmatrix} \quad (\text{C.10})$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} A_9 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & A_9 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & A_9 \end{bmatrix} \quad (\text{C.11})$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} A_{10} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & A_{10} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & A_{10} \end{bmatrix} \quad (\text{C.12})$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 1.0 & -1.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 \end{bmatrix} \quad (\text{C.13})$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} -1.0 \\ 1.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \end{bmatrix} \quad (\text{C.14})$$

$$A_5 = [A_{11} \quad A_{11} \quad \dots \quad A_{11}] \quad (\text{C.15})$$

$$A_6 = [A_{12} \quad A_{12} \quad \dots \quad A_{12}] \quad (\text{C.16})$$

$$A_7 = [0.0 \quad 0.0 \quad 0.0 \quad -1.0] \quad (\text{C.17})$$

$$A_8 = [1.0] \quad (\text{C.18})$$

$$A_9 = \begin{bmatrix} 1.0 & -1.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & -1.0 & 1.0 \end{bmatrix} \quad (\text{C.19})$$

$$A_{10} = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ -1.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 1.0 & -1.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 \end{bmatrix} \quad (\text{C.20})$$

$$A_{11} = \begin{bmatrix} 0.0 & 1.0 & 1.0 & 0.0 \end{bmatrix} \quad (C.21)$$

$$A_{12} = \begin{bmatrix} -1.0 & 0.0 & 0.0 & -1.0 \end{bmatrix} \quad (C.22)$$

De acordo com o algoritmo apresentado, a violação de $\Delta P_{g\alpha k}^{\max}$ é ultrapassada fixando o valor de $\Delta P_{g\alpha k}$ no limite violado e corrigindo, em seguida, o valor de $\Delta P_{c\alpha k}$. O valor de $\Delta P_{c\alpha k}$ deverá ser calculado através de (C.6) obtendo-se, neste caso, (C.23).

$$\begin{aligned} \Delta P_{c\alpha k} = & -\Delta P_{c\alpha i}^{\min} - \Delta P_{c\alpha l}^{\max} - \Delta P_{c\alpha m}^{\max} + \\ & + \Delta P_{g\alpha i}^{\max} + \Delta P_{g\alpha l}^{\min} + \Delta P_{g\alpha m}^{\min} + \Delta P_{g\alpha k}^{\max} \end{aligned} \quad (C.23)$$

O valor obtido para $\Delta P_{c\alpha k}$ poderá não violar os seus limites podendo, em todo o caso, assumir um valor positivo ou negativo. No primeiro caso, a solução e os custos reduzidos obtidos através do quadro do Simplex correspondente são apresentados na tabela C.2. No segundo, esses elementos são apresentados na tabela C.3. Nestas tabelas, E_2 corresponde ao valor de $\Delta P_{c\alpha k}$ dado por (C.23).

Variáveis básicas valor		Variáveis não básicas custo reduzido	
vfg _{i1}	$\Delta P_{g\alpha i}^{\max} - \Delta P_{g\alpha i}^{\min}$	$\Delta P_{g\alpha i}^-$	0.0
$\Delta P_{g\alpha k}^+$	$\Delta P_{g\alpha i}^{\max}$	$\Delta P_{c\alpha i}^+$	0.0
$\Delta P_{c\alpha i}^-$	$-\Delta P_{c\alpha i}^{\min}$	$\Delta P_{g\alpha m}^+$	0.0
vfc _{i2}	$\Delta P_{c\alpha i}^{\max} - \Delta P_{c\alpha i}^{\min}$	$\Delta P_{c\alpha m}^-$	0.0
$\Delta P_{g\alpha m}^-$	$-\Delta P_{g\alpha m}^{\min}$	$\Delta P_{g\alpha l}^+$	0.0
vfg _{m2}	$\Delta P_{g\alpha m}^{\max} - \Delta P_{g\alpha m}^{\min}$	$\Delta P_{c\alpha l}^-$	0.0
vfc _{m1}	$\Delta P_{c\alpha m}^{\max} - \Delta P_{c\alpha m}^{\min}$	$\Delta P_{g\alpha k}^-$	0.0
$\Delta P_{c\alpha m}^+$	$\Delta P_{c\alpha m}^{\max}$	$\Delta P_{c\alpha k}^-$	0.0
$\Delta P_{g\alpha l}^-$	$-\Delta P_{g\alpha l}^{\min}$	vfg _{i2}	$s_k - s_i$
vfg _{l2}	$\Delta P_{g\alpha l}^{\max} - \Delta P_{g\alpha l}^{\min}$	vfc _{i1}	$s_k - s_i$
vfc _{l1}	$\Delta P_{c\alpha l}^{\max} - \Delta P_{c\alpha l}^{\min}$	vfg _{m1}	$s_m - s_k$
$\Delta P_{c\alpha l}^+$	$\Delta P_{c\alpha l}^{\max}$	vfc _{m2}	$s_m - s_k$
vfg _{k1}	$\Delta P_{g\alpha k}^{\max} - \Delta P_{g\alpha k}^{\min}$	vfg _{l1}	$s_l - s_k$
vfc _{k2}	$\Delta P_{c\alpha k}^{\max} - E_2$	vfc _{l2}	$s_l - s_k$
vfc _{k1}	$E_2 - \Delta P_{c\alpha k}^{\min}$	vfg _{k2}	0.0
$\Delta P_{g\alpha k}^+$	$\Delta P_{g\alpha k}^{\max}$		
$\Delta P_{c\alpha k}^+$	E_2		

Tab. C.2 - Solução corrente e custos reduzidos.

Variáveis básicas valor		Variáveis não básicas custo reduzido	
vfg_{i1}	$\Delta P_{g_{\alpha i}}^{\max} - \Delta P_{g_{\alpha i}}^{\min}$	$\Delta P_{g_{\alpha i}^-}$	0.0
$\Delta P_{g_{\alpha i}^+}$	$\Delta P_{g_{\alpha i}}^{\max}$	$\Delta P_{c_{\alpha i}^+}$	0.0
$\Delta P_{c_{\alpha i}^-}$	$-\Delta P_{c_{\alpha i}}^{\min}$	$\Delta P_{g_{\alpha m}^+}$	0.0
vfc_{i2}	$\Delta P_{c_{\alpha i}}^{\max} - \Delta P_{c_{\alpha i}}^{\min}$	$\Delta P_{c_{\alpha m}^-}$	0.0
$\Delta P_{g_{\alpha m}^-}$	$-\Delta P_{g_{\alpha m}}^{\min}$	$\Delta P_{g_{\alpha l}^+}$	0.0
vfg_{m2}	$\Delta P_{g_{\alpha m}}^{\max} - \Delta P_{g_{\alpha m}}^{\min}$	$\Delta P_{c_{\alpha l}^-}$	0.0
vfc_{m1}	$\Delta P_{c_{\alpha m}}^{\max} - \Delta P_{c_{\alpha m}}^{\min}$	$\Delta P_{g_{\alpha k}^-}$	0.0
$\Delta P_{c_{\alpha m}^+}$	$\Delta P_{c_{\alpha m}}^{\max}$	$\Delta P_{c_{\alpha k}^+}$	0.0
$\Delta P_{g_{\alpha l}^-}$	$-\Delta P_{g_{\alpha l}}^{\min}$	vfg_{i2}	$s_k - s_i$
vfg_{l2}	$\Delta P_{g_{\alpha l}}^{\max} - \Delta P_{g_{\alpha l}}^{\min}$	vfc_{i1}	$s_k - s_i$
vfc_{l1}	$\Delta P_{c_{\alpha l}}^{\max} - \Delta P_{c_{\alpha l}}^{\min}$	vfg_{m1}	$s_m - s_k$
$\Delta P_{c_{\alpha l}^+}$	$\Delta P_{c_{\alpha l}}^{\max}$	vfc_{m2}	$s_m - s_k$
vfg_{k1}	$\Delta P_{g_{\alpha k}}^{\max} - \Delta P_{g_{\alpha k}}^{\min}$	vfg_{l1}	$s_l - s_k$
vfc_{k2}	$\Delta P_{c_{\alpha k}}^{\max} - E_2$	vfc_{l2}	$s_l - s_k$
vfc_{k1}	$E_2 - \Delta P_{c_{\alpha k}}^{\min}$	vfg_{k2}	0.0
$\Delta P_{g_{\alpha k}^+}$	$\Delta P_{g_{\alpha k}}^{\max}$		
$\Delta P_{c_{\alpha k}^-}$	$-E_2$		

Tab. C.3 - Solução corrente e custos reduzidos.

Em qualquer destas situações e atendendo a (C.8), verifica-se que os custos reduzidos das variáveis não básicas são não negativos pelo que a solução obtida preserva o carácter óptimo.

Consideremos, agora, que o valor de $\Delta P_{c_{\alpha k}}$ indicado na tabela C.3 viola o seu limite mínimo. Neste caso, o algoritmo apresentado indica que o valor de $\Delta P_{c_{\alpha k}}$ deverá ser fixado em $\Delta P_{c_{\alpha k}}^{\min}$ e se deverá proceder à correcção do valor de uma nova potência produzida ou de carga que esteja associada ao menor coeficiente s_j não negativo de entre os associados às variáveis ainda não corrigidas. Por outro lado, a violação do limite mínimo de uma potência de carga (ou máximo de uma potência produzida) apenas poderá ser ultrapassado aumentando o valor de uma potência produzida ou diminuindo o valor de uma potência de carga. Desta forma, as potências produzidas e de carga associadas aos coeficientes s_j e s_k não poderão ser alvo de correcções. As primeiras porque estão associadas a um coeficiente negativo que origina a adopção, através da solução obtida com a aritmética dos números imprecisos, dos

valores de $\Delta P_{g\alpha i}^{\max}$ e $\Delta P_{c\alpha i}^{\min}$ e as segundas visto que, devido à correcção realizada, assumem os valores $\Delta P_{g\alpha k}^{\max}$ e $\Delta P_{c\alpha k}^{\min}$. Desta forma, poderão ser alvo de correcção as potências associadas aos barramentos de índice l ou m. O algoritmo em análise e a condição (C.8), permitem seleccionar a potência produzida ou de carga associada ao barramento de índice l.

Consideremos que foi corrigido o valor de $\Delta P_{g\alpha l}$. O valor de $\Delta P_{g\alpha l}$ pode ser recalculado utilizando (C.6) obtendo-se, assim, (C.24). O valor do desvio desta potência produzida poderá ser negativo ou positivo. No primeiro caso, a solução e aos custos reduzidos obtidos através do quadro do Simplex correspondente são apresentados na tabela C.4. No segundo, esses elementos são apresentados na tabela C.5. Nestas tabelas E_3 corresponde ao valor de $\Delta P_{g\alpha l}$ dado por (C.24).

$$\Delta P_{g\alpha l} = \Delta P_{c\alpha i}^{\min} + \Delta P_{c\alpha m}^{\max} + \Delta P_{c\alpha l}^{\max} + \Delta P_{c\alpha k}^{\min} + \Delta P_{g\alpha i}^{\max} - \Delta P_{g\alpha m}^{\min} - \Delta P_{g\alpha k}^{\max} \quad (C.24)$$

Variáveis básicas valor		Variáveis não básicas custo reduzido	
vfg_{i1}	$\Delta P_{g\alpha i}^{\max} - \Delta P_{g\alpha i}^{\min}$	$\Delta P_{g\alpha i}^-$	0.0
$\Delta P_{g\alpha i}^+$	$\Delta P_{g\alpha i}^{\max}$	$\Delta P_{c\alpha i}^+$	0.0
$\Delta P_{c\alpha i}^-$	$-\Delta P_{c\alpha i}^{\min}$	$\Delta P_{g\alpha l}^+$	0.0
vfc_{i2}	$\Delta P_{c\alpha i}^{\max} - \Delta P_{c\alpha i}^{\min}$	$\Delta P_{c\alpha l}^-$	0.0
vfg_{k1}	$\Delta P_{g\alpha k}^{\max} - \Delta P_{g\alpha k}^{\min}$	$\Delta P_{g\alpha l}^+$	0.0
$\Delta P_{g\alpha k}^+$	$\Delta P_{g\alpha k}^{\max}$	$\Delta P_{c\alpha l}^-$	0.0
$\Delta P_{c\alpha k}^-$	$-\Delta P_{c\alpha k}^{\min}$	$\Delta P_{g\alpha k}^-$	0.0
vfc_{k2}	$\Delta P_{c\alpha k}^{\max} - \Delta P_{c\alpha k}^{\min}$	$\Delta P_{c\alpha k}^+$	0.0
$\Delta P_{g\alpha m}^-$	$-\Delta P_{g\alpha m}^{\min}$	vfg_{i2}	$s_l - s_i$
vfg_{m2}	$\Delta P_{g\alpha m}^{\max} - \Delta P_{g\alpha m}^{\min}$	vfc_{i1}	$s_l - s_i$
vfc_{m1}	$\Delta P_{c\alpha m}^{\max} - \Delta P_{c\alpha m}^{\min}$	vfg_{k2}	$s_l - s_k$
$\Delta P_{c\alpha m}^+$	$\Delta P_{c\alpha m}^{\max}$	vfc_{k1}	$s_l - s_k$
vfg_{l1}	$E_3 - \Delta P_{g\alpha l}^{\min}$	vfg_{m1}	$s_m - s_l$
vfg_{l2}	$\Delta P_{g\alpha l}^{\max} - E_3$	vfc_{m2}	$s_m - s_l$
vfc_{l1}	$\Delta P_{c\alpha l}^{\max} - \Delta P_{c\alpha l}^{\min}$	vfc_{l2}	0.0
$\Delta P_{c\alpha l}^+$	$\Delta P_{c\alpha l}^{\max}$		
$\Delta P_{g\alpha l}^-$	$-E_3$		

Tab. C.4 - Solução corrente e custos reduzidos.

Variáveis básicas valor		Variáveis não básicas custo reduzido	
vfg_{i1}	$\Delta P_{g_{\alpha i}}^{\max} - \Delta P_{g_{\alpha i}}^{\min}$	$\Delta P_{g_{\alpha i}^-}$	0.0
$\Delta P_{g_{\alpha i}^+}$	$\Delta P_{g_{\alpha i}}^{\max}$	$\Delta P_{c_{\alpha i}^+}$	0.0
$\Delta P_{c_{\alpha i}^-}$	$-\Delta P_{c_{\alpha i}}^{\min}$	$\Delta P_{g_{\alpha k}^-}$	0.0
vfc_{i2}	$\Delta P_{c_{\alpha i}}^{\max} - \Delta P_{c_{\alpha i}}^{\min}$	$\Delta P_{c_{\alpha k}^+}$	0.0
vfg_{k1}	$\Delta P_{g_{\alpha k}}^{\max} - \Delta P_{g_{\alpha k}}^{\min}$	$\Delta P_{g_{\alpha m}^+}$	0.0
$\Delta P_{g_{\alpha k}^+}$	$\Delta P_{g_{\alpha k}}^{\max}$	$\Delta P_{c_{\alpha m}^-}$	0.0
$\Delta P_{c_{\alpha k}^-}$	$-\Delta P_{c_{\alpha k}}^{\min}$	$\Delta P_{g_{\alpha l}^-}$	0.0
vfc_{k2}	$\Delta P_{c_{\alpha k}}^{\max} - \Delta P_{c_{\alpha k}}^{\min}$	$\Delta P_{c_{\alpha l}^-}$	0.0
$\Delta P_{g_{\alpha m}^-}$	$-\Delta P_{g_{\alpha m}}^{\min}$	vfg_{i2}	$s_j - s_i$
vfg_{m2}	$\Delta P_{g_{\alpha m}}^{\max} - \Delta P_{g_{\alpha m}}^{\min}$	vfc_{i1}	$s_j - s_i$
vfc_{m1}	$\Delta P_{c_{\alpha m}}^{\max} - \Delta P_{c_{\alpha m}}^{\min}$	vfg_{k2}	$s_l - s_k$
$\Delta P_{c_{\alpha m}^+}$	$\Delta P_{c_{\alpha m}}^{\max}$	vfc_{k1}	$s_l - s_k$
vfg_{l1}	$E_3 - \Delta P_{g_{\alpha l}}^{\min}$	vfg_{m1}	$s_m - s_l$
vfg_{l2}	$\Delta P_{g_{\alpha l}}^{\max} - E_3$	vfc_{m2}	$s_m - s_l$
vfc_{l1}	$\Delta P_{c_{\alpha l}}^{\max} - \Delta P_{c_{\alpha l}}^{\min}$	vfc_{l2}	0.0
$\Delta P_{c_{\alpha l}^+}$	$\Delta P_{c_{\alpha l}}^{\max}$		
$\Delta P_{g_{\alpha l}^+}$	E_3		

Tab. C.5 - Solução corrente e custos reduzidos.

Em qualquer destas situações, verifica-se que os custos reduzidos das variáveis não básicas são não negativos pelo que a solução permanece óptima. A violação do limite máximo de $\Delta P_{g_{\alpha l}}$ exigiria a realização de uma nova iteração do algoritmo apresentado por forma a corrigir o valor de $\Delta P_{c_{\alpha l}}$. A matriz B_b correspondente a este ponto do processo iterativo é apresentada em (C.25) em que A_1 a A_8 são submatrizes dadas por (C.11) a (C.18) e O corresponde a matrizes nulas de diversas dimensões.

$$B_b = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_3 & A_4 \\ A_5 & A_6 & A_7 & A_8 \end{bmatrix} \quad (C.25)$$

Desta forma, foi atingida uma situação análoga à associada à solução apresentada na tabela C.1. Com efeito, a estrutura de B_b não se altera em relação à correspondente a (C.10). As únicas modificações estão associadas à dimensão das submatrizes A_1 , A_2 , A_5 e A_6 . As dimensões de A_1 e A_5 aumentam devido à alteração dos valores assumidos pelas variáveis

$\Delta P_{g\alpha k}$ e $\Delta P_{c\alpha k}$. Desta forma, uma nova submatriz A_9 é integrada em A_1 e um novo subvector A_{11} é incluído em A_5 . Por outro lado, as dimensões de A_2 e A_6 diminuem devido à eliminação em cada uma delas, respectivamente, de uma submatriz A_{10} e de um subvector A_{12} . No entanto, A_1 e A_2 mantêm a estrutura bloco diagonal já assinalada. Assim, um novo ciclo iterativo envolveria a realização de um conjunto de operações análogas às apresentadas.

Verificou-se, anteriormente, que o algoritmo apresentado em 4.7.2 permite obter novas soluções que preservam o seu carácter óptimo. A condição de optimalidade é garantida através da selecção das potências produzidas ou de carga a corrigir que estejam associadas a valores não negativos e não decrescentes dos coeficientes s_j . A condição de admissibilidade será assegurada quando, numa iteração do algoritmo, o valor da potência produzida ou de carga que foi objecto do processo de correcção não violar os limites respectivos.

Consideremos, agora, que o processo de correcção associado ao valor da potência de produzida no barramento de índice l não tinha permitido ultrapassar a não admissibilidade pelo que o valor de $\Delta P_{g\alpha l}$ viola o seu limite máximo. Consideremos, assim, que o processo iterativo prosseguia sendo realizadas correcções no valor de $\Delta P_{g\alpha l}$, $\Delta P_{c\alpha l}$, $\Delta P_{g\alpha m}$ e, finalmente, no valor de $\Delta P_{c\alpha m}$. Para este efeito, os valores de $\Delta P_{g\alpha l}$, $\Delta P_{c\alpha l}$ e $\Delta P_{g\alpha m}$ foram fixados, respectivamente, em $\Delta P_{g\alpha l}^{\max}$, $\Delta P_{c\alpha l}^{\min}$ e $\Delta P_{g\alpha m}^{\max}$. Em seguida, o valor $\Delta P_{c\alpha m}$ foi recalculado utilizando (C.6). Consideremos que o valor assim obtido para $\Delta P_{c\alpha m}$ é negativo e que, além disso, viola o seu limite mínimo. Nesta situação, a variável $v_{fc_{m1}}$ assume um valor negativo pelo que a solução corrente permanece não admissível. A solução correspondente a esta situação é apresentada na tabela C.6 correspondendo E_4 ao valor de $\Delta P_{c\alpha m}$ dado por (C.26).

$$\begin{aligned} \Delta P_{c\alpha m} = & \Delta P_{g\alpha i}^{\max} + \Delta P_{g\alpha k}^{\max} + \Delta P_{g\alpha l}^{\max} + \Delta P_{g\alpha j}^{\max} + \\ & - \Delta P_{c\alpha i}^{\min} - \Delta P_{c\alpha k}^{\min} - \Delta P_{c\alpha l}^{\min} \end{aligned} \quad (C.26)$$

Uma nova iteração da forma Dual do Método do Simplex poderá, apenas, ser realizada se existir uma variável não básica que, na linha associada a $v_{fc_{m1}}$, possua um coeficiente negativo. Consideremos um sistema eléctrico em que as potências produzidas e de carga associadas a todos os barramentos possuindo coeficiente s_j não negativo foram já corrigidas ou, sem perda de generalidade, um sistema possuindo, apenas, barramentos de índice i , k , l e m já referidos.

Variáveis básicas valor		Variáveis não básicas custo reduzido	
vfg_{i1}	$\Delta P_{g_{\alpha i}}^{\max} - \Delta P_{g_{\alpha i}}^{\min}$	$\Delta P_{g_{\alpha i}^-}$	0.0
$\Delta P_{g_{\alpha i}^+}$	$\Delta P_{g_{\alpha i}}^{\max}$	$\Delta P_{c_{\alpha i}^+}$	0.0
$\Delta P_{c_{\alpha i}^-}$	$-\Delta P_{c_{\alpha i}}^{\min}$	$\Delta P_{g_{\alpha k}^-}$	0.0
vfc_{i2}	$\Delta P_{c_{\alpha i}}^{\max} - \Delta P_{c_{\alpha i}}^{\min}$	$\Delta P_{c_{\alpha k}^+}$	0.0
vfg_{k1}	$\Delta P_{g_{\alpha k}}^{\max} - \Delta P_{g_{\alpha k}}^{\min}$	$\Delta P_{g_{\alpha m}^-}$	0.0
$\Delta P_{g_{\alpha k}^+}$	$\Delta P_{g_{\alpha k}}^{\max}$	$\Delta P_{c_{\alpha m}^+}$	0.0
$\Delta P_{c_{\alpha k}^-}$	$-\Delta P_{c_{\alpha k}}^{\min}$	$\Delta P_{g_{\alpha l}^-}$	0.0
vfc_{k2}	$\Delta P_{c_{\alpha k}}^{\max} - \Delta P_{c_{\alpha k}}^{\min}$	$\Delta P_{c_{\alpha l}^+}$	0.0
vfg_{l1}	$\Delta P_{g_{\alpha l}}^{\max} - \Delta P_{g_{\alpha l}}^{\min}$	vfg_{i2}	$s_m - s_i$
$\Delta P_{g_{\alpha l}^+}$	$\Delta P_{g_{\alpha l}}^{\max}$	vfc_{i1}	$s_m - s_i$
$\Delta P_{c_{\alpha l}^-}$	$-\Delta P_{c_{\alpha l}}^{\min}$	vfg_{k2}	$s_m - s_k$
vfc_{l2}	$\Delta P_{c_{\alpha l}}^{\max} - \Delta P_{c_{\alpha l}}^{\min}$	vfc_{k1}	$s_m - s_k$
vfg_{m1}	$\Delta P_{g_{\alpha l}}^{\max} - \Delta P_{g_{\alpha l}}^{\min}$	vfg_{l2}	$s_m - s_l$
$\Delta P_{g_{\alpha m}^+}$	$\Delta P_{g_{\alpha l}}^{\max}$	vfc_{l1}	$s_m - s_l$
vfc_{m1}	$E_4 - \Delta P_{c_{\alpha l}}^{\min}$	vfg_{m2}	0.0
vfc_{m2}	$\Delta P_{c_{\alpha l}}^{\max} - E_4$	-	-
$\Delta P_{c_{\alpha m}^-}$	$-E_4$	-	-

Tab. C.6 - Solução corrente e custos reduzidos.

A matriz B_b constituída pelas colunas das variáveis básicas e correspondente à solução apresentada na tabela C.6 é dada por (C.27). Nesta matriz A_{13} a A_{18} são dados, respectivamente, por (C.28) a (C.33) e O representa matrizes nulas de diversas dimensões. De acordo com a solução apresentada na tabela C.6, verifica-se que vfc_{m1} é básica na linha 15 o que, em relação a (C.27), corresponde à terceira linha das submatrizes A_{14} e A_{15} .

$$B_b = \begin{bmatrix} A_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_{13} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{13} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_{14} & A_{15} \\ A_{16} & A_{16} & A_{16} & A_{17} & A_{18} \end{bmatrix} \quad (C.27)$$

$$A_{13} = \begin{bmatrix} 1.0 & -1.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & -1.0 & 1.0 \end{bmatrix} \quad (C.28)$$

$$A_{14} = \begin{bmatrix} 1.0 & -1.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 \end{bmatrix} \quad (C.29)$$

$$A_{15} = \begin{bmatrix} 0.0 \\ 0.0 \\ 1.0 \\ -1.0 \end{bmatrix} \quad (C.30)$$

$$A_{16} = [0.0 \quad 1.0 \quad 1.0 \quad 0.0] \quad (C.31)$$

$$A_{17} = [0.0 \quad 1.0 \quad 0.0 \quad 0.0] \quad (C.32)$$

$$A_{18} = [1.0] \quad (C.33)$$

Após obter a inversa da matriz (C.27), a coluna de uma variável não básica, de índice j , actualizada para a base corrente, $R_b^{j \text{ act}}$, pode ser calculada através de (C.34). Nesta expressão R_b^j representa a coluna integrando os coeficientes dessa variável no problema (C.1) a (C.6).

$$R_b^{j \text{ act}} = B_b^{-1} \cdot R_b^j \quad (C.34)$$

Consideremos, em primeiro lugar, as variáveis $\Delta P g_{\alpha j}^-$ ($j = i, k, l, m$). A coluna R_b^j é, neste caso, dada por (C.35). Nesta expressão a submatriz A_{19} , dada por (C.36), figura na posição correspondente às linhas em que são básicas as variáveis associadas ao barramento de índice j e O representa vectores nulos de dimensão 4. A substituição de (C.35) em (C.34) permitiria verificar que o coeficiente de $R_b^{j \text{ act}}$ associado a vfc_{m1} é não negativo.

$$R_b^j = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ A_{19} \\ \vdots \\ 0 \\ -1.0 \end{bmatrix} \quad (C.35)$$

$$A_{19} = \begin{bmatrix} 1.0 \\ -1.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \end{bmatrix} \quad (C.36)$$

Consideremos, agora, as variáveis $\Delta P c_{\alpha j}^+$ ($j = i, k, l, m$). A coluna respectiva associada ao quadro inicial é, ainda, dada por (C.35) considerando que A_{19} é, agora, dado por

(C.37). Procedendo de um modo análogo ao descrito em relação a $\Delta P_{g_{\alpha j}}$ verifica-se que o coeficiente de R_b^j act associado a vfc_{m1} é, ainda, não negativo.

$$A_{19} = \begin{bmatrix} 0.0 \\ 0.0 \\ -1.0 \\ 1.0 \end{bmatrix} \quad (C.37)$$

A coluna das variáveis vfg_{j2} ($j= i, k, l, m$) e vfc_{j1} ($j= i, k$ e l) actualizada para a base corrente pode ser, também, obtida através (C.34) considerando que o elemento da última linha do vector (C.35) é nulo e que A_{19} é dado, respectivamente, por (C.38) e (C.39). O coeficiente associado à linha em que vfc_{m1} é básica permanece, ainda, não negativo.

$$A_{19} = \begin{bmatrix} 0.0 \\ 1.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \end{bmatrix} \quad (C.38)$$

$$A_{19} = \begin{bmatrix} 0.0 \\ 0.0 \\ 1.0 \\ 0.0 \end{bmatrix} \quad (C.39)$$

Portanto, verifica-se que na linha associada à variável a sair da base não existem coeficientes negativos associados às colunas das variáveis não básicas pelo que, nestas condições, o problema não tem solução admissível.

II - Violação de $\Delta P_{g_{\alpha i}}^{\min}$

A realização de uma análise semelhante à anterior permitiria verificar que o algoritmo apresentado permite identificar soluções que preservam o carácter óptimo desde que as potências produzidas ou de carga a corrigir, em iterações sucessivas, estejam associadas a valores não positivos e não crescentes dos coeficientes s_j . Deste modo, a violação do limite mínimo de uma potência produzida (ou máximo de uma potência de carga) poderá ser ultrapassada diminuindo o valor de outras potências produzidas ou aumentando o valor de outras potências de carga. De uma forma análoga ao referido em I, a condição de admissibilidade estará garantida quando, numa iteração do algoritmo, o valor da variável a corrigir obtido através de (C.6) não violar os limites respectivos.

Apêndice D

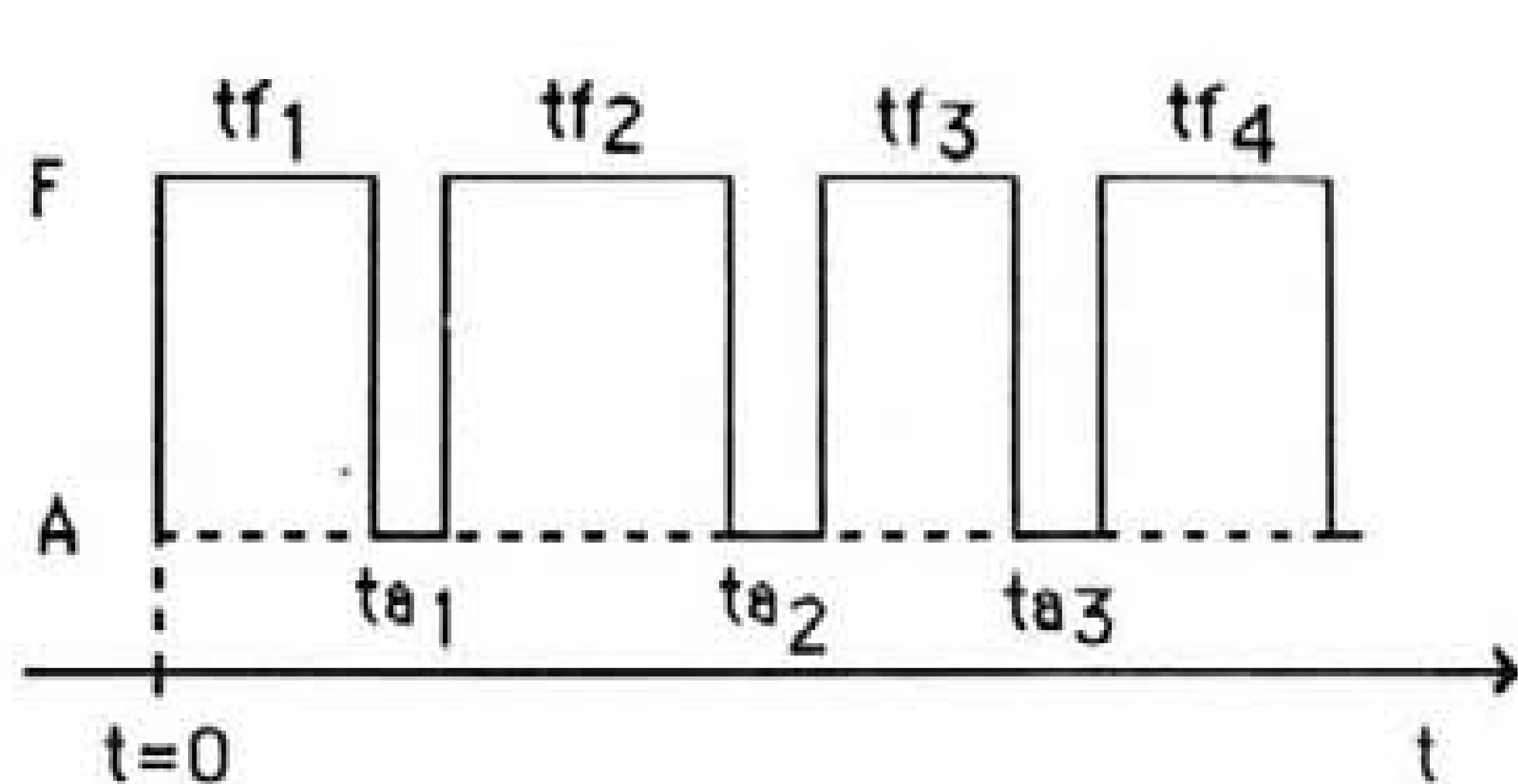
Conceitos genéricos sobre avaliação da fiabilidade de um sistema eléctrico de energia

D.1. Fiabilidade de um componente - conceitos genéricos

Os componentes dos sistemas, em geral, e dos sistemas eléctricos de energia, em particular, não são ideais verificando-se a sua saída de serviço devido a avaria ou à necessidade de realização de acções de manutenção programada. Esta situação origina que os sistemas eléctricos operem, durante intervalos de tempo significativos, em situação de contingência podendo originar cortes de carga mais ou menos significativos. Sendo a alimentação dos consumidores com elevada qualidade e continuidade um dos objectivos fundamentais dos modernos sistemas eléctricos de energia torna-se importante avaliar a influência das saídas de serviço dos componentes na qualidade de serviço do sistema.

O conceito de fiabilidade de um componente tem natureza probabilística uma vez que os acontecimentos associados à saída de serviço dos componentes possuem um carácter aleatório dependendo, em geral, de um grande número de factores. Em relação a estas ocorrências verifica-se que se dispõe, em geral, de informação abundante, por exemplo, em registos do comportamento dos componentes quando integrados no sistema. Por outro lado, a integração de novos componentes nos sistemas eléctricos de energia exige a realização de diversos tipos de ensaios pelo que os fabricantes fornecem, com frequência, estimativas para algumas grandezas importantes num processo de avaliação da fiabilidade.

A existência desta informação abundante permite utilizar métodos estatísticos para estimar, por exemplo, o tempo médio de funcionamento, o tempo médio de avaria (ou de reparação) e a probabilidade de funcionamento e de avaria de um componente. Atendendo à figura D.1, e assumindo o modelo de residência de um componente em dois de estados (de funcionamento e de avaria com perda total da capacidade de desempenhar a função que lhe está destinada), é possível definir estas grandezas através das expressões (D.1.1) a (D.1.4), respectivamente.



tf_i - tempo de funcionamento;
 ta_i - tempo de avaria;
 A - estado de avaria;
 F - estado de funcionamento;
 nf - número de vezes que F ocorreu;
 na - número de vezes que A ocorreu;

Fig. D.1 - Esquema da história de um componente de um sistema

$$m = \left(\sum_{i=1}^{nf} tf_i \right) / nf \quad (D.1.1)$$

$$r = \left(\sum_{i=1}^{na} ta_i \right) / na \quad (D.1.2)$$

$$p(F) = m / (m+r) \quad (D.1.3)$$

$$p(A) = r / (m+r) \quad (D.1.4)$$

Neste sentido, fiabilidade de um componente poderá ser considerada como a capacidade desse componente desempenhar de forma adequada a função para que foi concebido sob as condições de operação previstas e nos momentos ou intervalos de tempo em que tal é exigido. Assim, a fiabilidade de um componente pode ser definida como a probabilidade desse componente não avariar até ao instante t .

Definindo taxa de avaria de um componente no instante t como a probabilidade desse componente avariar no intervalo de tempo $[t; t+\Delta t]$ dividida por Δt (quando Δt tende para zero), a fiabilidade desse componente, $R(t)$, é dada por (D.1.5). Admitindo que a taxa de avarias é constante esta expressão reduz-se a (D.1.6). A função densidade de probabilidade associada é exponencial e dada por (D.1.7). O valor médio desta distribuição de probabilidade é dado por (D.1.8) pelo que o tempo médio de funcionamento de um componente possuindo um taxa de avarias constante corresponde ao inverso da sua taxa de avarias (D.1.9).

$$R(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t) \cdot dt} \quad t \geq 0.0 \quad (D.1.5)$$

$$R(t) = e^{-\lambda \cdot t} \quad t \geq 0.0 \quad (D.1.6)$$

$$f(t) = -\frac{dR(t)}{dt} = \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot t} \quad t \geq 0.0 \quad (D.1.7)$$

$$E(t) = 1/\lambda \quad (D.1.8)$$

$$m = 1/\lambda \quad (D.1.9)$$

D.2. Avaliação da fiabilidade de um sistema eléctrico de energia através do Método de Monte Carlo

D.2.1. Conceitos genéricos

A avaliação da fiabilidade de um sistema, em geral, e de um sistema eléctrico de energia, em particular, pode ser realizada utilizando métodos analíticos (por exemplo método dos cortes mínimos, de frequência e duração,...) ou métodos de simulação como o Método de Monte Carlo.

O Método de Simulação de Monte Carlo avalia a fiabilidade de um sistema constituído por um determinado número de componentes sorteando um número, em geral, elevado de estados do sistema. Cada estado é definido por um vector x (D.2.1) cujo elemento x_i representa o estado do componente i (disponível ou indisponível).

$$x = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n] \quad (D.2.1)$$

Consideremos que cada componente poderá residir em dois estados - de avaria com perda total da capacidade para que foi concebido e de disponibilidade - e que as suas avarias ocorrem de forma aleatória e são independentes. Considerando, sem perda de generalidade, que os componentes de índice 1, 2, ..., n_1 estão disponíveis e os possuindo índice n_1+1 , n_1+2 , ..., n estão indisponíveis, a probabilidade de ocorrência deste estado, $p(x)$, é dada por (D.2.2). Nesta expressão $p_i(A)$ representa a probabilidade de avaria do componente i .

$$p(x) = \left[\prod_{i=1}^{n_1} (1.0 - p_i(A)) \right] \cdot \left[\prod_{i=n_1+1}^n (p_i(A)) \right] \quad (D.2.2)$$

Nos estados referidos alguns componentes poderão estar indisponíveis sendo analisado o comportamento do sistema em face dessas indisponibilidades através da avaliação de uma função genérica $F(x)$. O objectivo da análise probabilística consiste em calcular o valor esperado de $F(x)$ dado por (D.2.3) em que x representa um dos estados em que o sistema poderá residir e $p(x)$ é a probabilidade de ocorrência desse estado. O conjunto X representa o universo de estados do sistema.

$$E(F) = \sum_{x \in X} F(x) \cdot p(x) \quad (D.2.3)$$

Os sistemas que, em geral, se pretende analisar são constituídos por um número muito elevado de componentes pelo que, considerando que cada um deles poderá estar disponível ou residir no estado de avaria, o número de elementos de X cresce de forma explosiva. Por esta razão, torna-se impraticável enumerar todos os possíveis estados do sistema pelo que a utilização de (D.2.3) para calcular o valor esperado de $F(x)$ se revela pouco adequada.

O Método de Monte Carlo permite estimar o valor esperado de $F(x)$, $\hat{E}(F(x))$, considerando, apenas, uma amostra de X constituída por N elementos (D.2.4). Neste caso, são sorteados N estados considerando a distribuição de probabilidade dos componentes do sistema.

$$\hat{E}(F) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N F(x_i) \quad (D.2.4)$$

D.2.2. Erro da estimativa e avaliação da convergência da simulação

O valor obtido através de (D.2.4) não é o valor exacto de $E(F)$ visto que foi calculado considerando uma amostra de X . A utilização de uma amostra diferente ou constituída por um número mais elevado de elementos conduziria, em geral, a resultados diferentes. Esta constatação levanta duas questões significativas:

- por um lado, torna-se importante avaliar o erro da estimativa de $E(F)$ associado à amostra de X analisada;

- por outro lado, sendo esse erro elevado pode pretender-se estimar a dimensão da amostra que garanta a obtenção de um erro não superior a um valor especificado.

A imprecisão associada à estimativa (D.2.4) pode ser medida pela variância de $\hat{E}(F)$ (D.2.5) em que $V(F)$ é a variância de F estimada através de (D.2.6). Considerando (D.2.4) e (D.2.5) define-se imprecisão relativa ou coeficiente de variação da estimativa de $E(F)$ ao valor dado por (D.2.7).

$$V(\hat{E}(F)) = \frac{V(F)}{N} \quad (D.2.5)$$

$$\hat{V}(F) = \frac{1}{N-1} \cdot \sum_{i=1}^N (F(x_i) - \hat{E}(F))^2 \quad (D.2.6)$$

$$\beta^2 = \frac{V(\hat{E}(F))}{\hat{E}(F)^2} \quad (\text{D.2.7})$$

Substituindo (D.2.5) em (D.2.7) é possível obter (D.2.8). Esta expressão permite concluir que a dimensão da amostra, N , depende da variância da estimativa e da imprecisão máxima admitida pelo utilizador, β . A dimensão da amostra poderá ser reduzida, mantendo a mesma a imprecisão, adoptando técnicas que permitam reduzir o valor da variância.

$$N = \frac{V(F)}{(\beta \cdot \hat{E}(F))^2} \quad (\text{D.2.8})$$

D.2.3. Técnicas de aceleração da convergência da simulação

Como foi referido no ponto anterior, a utilização de técnicas de redução da variância poderá permitir reduzir o esforço computacional associado à realização de uma simulação de Monte Carlo. Este tema tem sido alvo da atenção de diversos investigadores sendo conhecidos, entre outros, os trabalhos publicados por Oliveira et al (1989), Anders et al (1990), Marnay e Strauss (1991), Pereira e Pinto (1992) e Pereira et al (1992). De entre as diversas técnicas de redução da variância destacam-se a estratificação, amostragem por importância, amostragem antitética e variável de controlo. Nos pontos seguintes serão analisadas, de forma detalhada, as duas últimas técnicas referidas.

D.2.3.1. Amostragem Antitética

Esta técnica de redução da variância baseia-se na utilização de dois estimadores $F_1(x)$ e $F_2(x)$ que podem ser agregados originando um terceiro estimador $F_3(x)$ (D.2.9). A variância de $F_3(x)$ pode expressar-se através de (D.2.10) em função das variâncias de $F_1(x)$ e de $F_2(x)$ e da covariância respectiva. Se os dois estimadores iniciais estiverem negativamente correlacionados, isto é, se a covariância respectiva for negativa, verifica-se que a variância de $F_3(x)$ é inferior à que seria obtida se as variáveis aleatórias associadas a $F_1(x)$ e a $F_2(x)$ fossem independentes.

$$F_3(x) = (F_1(x) + F_2(x))/2 \quad (\text{D.2.9})$$

$$V(F_3) = (V(F_1) + V(F_2) + 2 \cdot \text{COV}(F_1, F_2))/4 \quad (\text{D.2.10})$$

Esta técnica de redução da variância poderá ser implementada de acordo com os pontos seguintes:

- é sorteado um vector x associado a um estado do sistema através da obtenção de uma sequência de números pseudo-aleatórios dada por (D.2.11);

$$u_1; u_2; \dots; u_n \quad (D.2.11)$$

- a partir da sequência (D.2.11) são obtidos os números pseudo-aleatórios complementares dos anteriores para 1.0. Deste modo, dispõe-se de uma nova sequência de números (D.2.12) designada por sequência antitética da inicial. Esta nova sequência define o estado antitético do inicial;

$$1.0-u_1; 1.0-u_2; \dots; 1.0-u_n \quad (D.2.12)$$

Consideremos que foram obtidos N pares de sequências de números pseudo-aleatórios de acordo com (D.2.11) e (D.2.12). Após avaliar a função $F(x)$ para as $2.N$ sequências obtidas é possível construir uma nova amostra de $F(x)$ constituída pela semi-soma de cada um dos pares de valores de $F(x)$. Existindo uma correlação negativa entre o valor de $F(x)$ associado ao primeiro estado e o associado ao segundo estado de cada um desses pares é possível obter uma estimativa para a variância de uma amostra inferior à que seria calculada se esta técnica não fosse utilizada.

D.2.3.2. Variável de controlo

Seja $Z(x)$ uma função que permite obter, por via analítica, uma estimativa de $F(x)$ para cada estado do sistema e cujo valor médio, calculado pela mesma via, é $E(Z)$. A função $Z(x)$ será considerada uma função de regressão e deverá permitir obter uma estimativa para o valor de $F(x)$. Sendo $\xi(x)$ a diferença existente entre $F(x)$ e $Z(x)$ (D.2.13), pode ser definido um novo estimador, $F^*(x)$, através de (D.2.14).

$$\xi(x) = F(x) - Z(x) \quad (D.2.13)$$

$$\begin{aligned} F^*(x) &= \xi(x) + E(Z) = \\ &= F(x) - Z(x) + E(Z) \end{aligned} \quad (D.2.14)$$

Os valores médios de $F(x)$ e de $F^*(x)$ são iguais e a variância de $F^*(x)$ é dada por (D.2.15). Deste modo, se o coeficiente de correlação entre $Z(x)$ e $F(x)$ for positivo e elevado, isto é, se $Z(x)$ constituir uma boa aproximação de $F(x)$, o valor de $V(\xi)$ será pequeno pelo que a variância de $F^*(x)$ será inferior à de $F(x)$.

$$V(F^*) = V(\xi) \quad (D.2.15)$$

A implementação desta técnica exige o cálculo de $Z(x)$ para cada estado analisado e a obtenção por via analítica do valor esperado de $Z(x)$. A estimativa do valor esperado de $F(x)$ pode ser, então, obtida através de (D.2.16).

$$E(F) = E(Z) + \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N [F(x_i) - Z(x_i)] \quad (D.2.16)$$

D.3. Implementação prática do Método de Monte Carlo na avaliação da fiabilidade de um sistema eléctrico de energia

A avaliação da fiabilidade de um sistema eléctrico de energia constituído por subsistemas de produção e de transporte pode ser realizada através da análise de um elevado número de estados do sistema obtendo-se, a partir da agregação dos resultados associados a cada estado, estimativas do valor de grandezas úteis, por exemplo, num processo de planeamento. O tipo de simulação a realizar depende da grandeza a estimar. Se se pretender avaliar a sobrecarga num ramo do sistema poderá realizar-se, para cada estado, um estudo de fluxo de potências enquanto que a obtenção de estimativas da probabilidade de corte de carga e dos valores esperados da potência de corte de carga e da energia não fornecida exige a realização de estudos de fluxo de potências óptimo.

A selecção dos estados a analisar num processo de simulação de Monte Carlo poderá ser realizada considerando:

- apenas a probabilidade de saída de serviço por avaria de cada componente. Neste caso, é obtida uma sequência de números pseudo-aleatórios u_i ($i=1\dots n$) estando um componente i indisponível se se verificar (D.3.1). Esta estratégia de sorteio permite, num processo de simulação em que cada estado é analisado através de um fluxo de potências óptimo, obter estimativas da probabilidade de corte de carga e do valor esperado da potência de corte de carga;

$$u_i < p_i(A) \quad (D.3.1)$$

- algoritmos em que, utilizando as taxas de avaria e de reparação de cada componente, se realiza uma simulação cronológica da operação do sistema durante um período de tempo, em geral, longo. Neste caso, para além das estimativas da probabilidade de corte de

carga e do valor esperado da potência de corte de carga, é possível estimar o valor esperado da energia não fornecida.

Estas estratégias de sorteio podem ser mais elaboradas por forma a considerar acções de manutenção programada em relação a determinados equipamentos, avarias com causa comum ou a acção de agentes atmosféricos considerando taxas de avaria sob tempo adverso.

As técnicas de redução da variância referidas anteriormente podem ser incorporadas de forma simples na primeira estratégia de simulação delineada. A realização de amostragem antitética pode ser implementada simulando um conjunto de pares de estados do sistema em que a disponibilidade/indisponibilidade dos componentes é avaliada considerando uma sequência de números pseudo-aleatórios para o primeiro estado desse par e a sequência antitética para o segundo.

A implementação da técnica de redução de variância associada à variável de controlo exige a utilização de uma função que constitua uma boa aproximação da função a estimar. Consideremos que $F(x)$ corresponde à potência de corte de carga. Num sistema eléctrico de energia integrando subsistemas de produção e de transporte pode considerar-se que o valor de $F(x)$ resulta de:

- deficiências do sistema produtor considerando que todos os componentes do sistema de transporte estão em serviço;
- deficiências do sistema de transporte considerando que todos os componentes do sistema produtor estão em serviço;
- saídas de serviço simultâneas de componentes dos subsistemas produtor e de transporte.

Poderá ser obtida uma estimativa de $F(x)$ calculando a potência de corte de carga devida, apenas, a deficiências do sistema produtor. Neste caso, o valor de $Z(x)$ correspondente ao estado i é dado por (D.3.2) em que P_{c_i} e $P_g^{\max}(x)$ correspondem aos valores da carga total do sistema e da soma das capacidades dos geradores disponíveis - representadas pelas suas potências nominais - referentes a este estado.

$$Z(x_i) = \begin{cases} P_{c_i} - P_g^{\max}(x) & \text{se } P_{c_i} > P_g^{\max}(x) \\ 0.0 & \text{se } P_{c_i} \leq P_g^{\max}(x) \end{cases} \quad (\text{D.3.2})$$

O valor esperado de $Z(x)$ poderá ser calculado através da construção da tabela das probabilidades acumuladas das potências fora de serviço a que será feita referência no ponto 4 deste Apêndice.

Em alguns sistemas a utilização da potência de corte de carga devida apenas a deficiências do sistema produtor poderá não constituir uma aproximação suficiente para a potência de corte de carga do sistema. Esta situação poderá ocorrer quando se verificarem estrangulamentos no subsistema de transporte originando a incapacidade do sistema alimentar a carga. Nestes casos poderá ser necessário utilizar uma função $Z(x)$ mais complexa. Pereira e Pinto (1992) descrevem uma função $Z(x)$ que, considerando as saídas de serviço dos geradores, integra também limitações associadas ao subsistema de transporte.

As duas técnicas de redução de variância referidas podem ser combinadas devendo, para tanto, cada um dos pares de estados sorteados numa simulação integrando amostragem antitética ser analisado considerando a variável de controlo seleccionada.

D.4. Tabela das probabilidades acumuladas das potências fora de serviço

D.4.1. Aspectos genéricos

O planeamento de um subsistema produtor de energia eléctrica, e nomeadamente das suas expansões, deverá ser realizado por forma a existir capacidade de produção suficiente para alimentar a carga considerando, eventualmente, o seu crescimento a um ritmo superior ao previsto ainda que se verifique a saída de serviço de um ou mais geradores. Esta condição pode ser encarada como a situação óptima que os planeadores gostariam de ver verificada. Na prática, procura-se atingir um equilíbrio entre a situação ideal em que não ocorre corte de carga por mais severa que seja a contingência que afecte o subsistema produtor e o esforço financeiro associado à obtenção de uma nova diminuição do valor do corte de carga. A tabela das probabilidades acumuladas das potências fora de serviço tem sido utilizada para avaliar a fiabilidade de um subsistema produtor permitindo calcular o valor esperado da potência de corte de carga devida a insuficiências no subsistema referido.

Consideremos que a cada gerador do sistema está associado um modelo de residência em dois estados correspondentes à operação e a avaria com perda total da capacidade de produção respectiva. Assumindo que as saídas de serviço dos geradores devido a avaria ocorrem de forma aleatória e estão associadas a acontecimentos independentes, a fiabilidade desses componentes é modelizada através dos modelos probabilísticos apresentados no ponto 1 deste Apêndice.

Seja x (D.4.1) um estado de um subsistema produtor integrando n geradores e definido através da combinação de n_1 geradores que estão disponíveis e $n-n_1$ geradores que estão indisponíveis devido à ocorrência de avaria. A probabilidade de ocorrência do estado x , $p(x)$, é dada por (D.2.2) em que $p_i(A)$ representa a probabilidade do gerador i avariar.

$$x = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n] \quad (D.4.1)$$

A potência de corte de carga no estado x devido apenas a insuficiências no subsistema produtor, $P_{gcg}(x)$, pode ser calculada através de (D.3.2). Seja P_g^{\max} a potência total instalada no sistema. A potência que está fora de serviço no estado x , $P_{gf}(x)$, pode ser obtida através de (D.4.2). Deste modo, é possível reescrever (D.3.2) por forma a obter uma expressão função de $P_{gf}(x)$ (D.4.3).

$$P_{gf}(x) = P_g^{\max} - P_{gcg}(x) \quad (D.4.2)$$

$$P_{gcg}(x) = \begin{cases} P_{ct} - P_g^{\max} + P_{gf}(x) & \text{se } P_{ct} > P_g^{\max} - P_{gf}(x) \\ 0.0 & \text{se } P_{ct} \leq P_g^{\max} - P_{gf}(x) \end{cases} \quad (D.4.3)$$

Considerando estas expressões, o valor esperado da potência de corte de carga devida, apenas, a insuficiências do subsistema produtor pode ser calculado através de (D.4.4) em que X representa o conjunto dos estados em que o subsistema referido poderá residir.

$$E(P_{gcg}) = \sum_{x \in X} P_{gcg}(x) \cdot p(x) \quad (D.4.4)$$

A existência nos modernos sistemas eléctricos de um número elevado de geradores instalados origina que o número de elementos de X seja elevado. Com efeito, o número de estados possíveis de um subsistema produtor integrando n geradores é 2^n assumindo, para cada máquina, o modelo de residência em dois estados. Por outro lado, é possível existir mais do que um estado a que esteja associada a mesma potência de corte de carga e, portanto, a mesma potência fora de serviço. Sendo n_e o número de estados associados à potência de corte de carga $P_{gcg}(x)$, a probabilidade de ocorrência desta potência é dada por (D.4.5) assumindo que estes estados estão associados a acontecimentos independentes.

$$p(P_{gcg}(x)) = \sum_{i=1}^{n_e} p(x) \quad (D.4.5)$$

Estes factos tornam necessário a implementação computacional de algoritmos eficientes que permitam calcular estas probabilidades e, portanto, obter o valor esperado da potência de corte de carga devida apenas a deficiências do subsistema produtor (D.4.4). A construção da tabela das probabilidades acumuladas das potências fora de serviço permite atingir este objectivo visto que a sua construção pode ser realizada de forma sistemática e eficiente em termos computacionais. Por outro lado, a expressão (D.4.3) permite estabelecer uma relação directa entre um valor da potência fora de serviço e o valor da potência de corte de carga associado pelo que a tabela referida poderá ser, também, encarada como uma tabela das probabilidades das potências de corte de carga devidas, apenas, a deficiências do subsistema produtor.

D.4.2. Construção da tabela das probabilidades acumuladas das potências fora de serviço

Consideremos que o componente i possuindo capacidade P^{\max}_i , correspondente à sua potência nominal, e probabilidade de avaria $p_i(A)$ será o primeiro a ser incluído na tabela referida. A tabela das probabilidades acumuladas das potências fora de serviço, associada a esta primeira iteração, encontra-se reproduzida na tabela D.1.

Potência fora de serviço	Probabilidade
0.0	$1.0 - p_i(A)$
P^{\max}_i	$p_i(A)$

Tab. D.1 - Inicialização da tabela das probabilidades acumuladas das potências fora de serviço.

Após proceder à sua inicialização, a tabela das probabilidades acumuladas das potências fora de serviço poderá ser construída de forma sistemática utilizando a expressão recursiva (D.4.6) e integrando um componente de cada vez.

$$p(P_{gf}) = p^*(P_{gf}) \cdot (1.0 - p_i(A)) + p^*(P_{gf} - P^{\max}_i) \cdot p_i(A) \quad (D.4.6)$$

Nesta expressão:

- $p(P_{gf})$ - probabilidade de no sistema estar fora de serviço uma potência igual a P_{gf} após incluir o componente i na tabela;

- $p^*(P_{gf})$ - probabilidade de no sistema estar fora de serviço uma potência igual a P_{gf} antes de incluir o componente i na tabela;
- P_{max_i} - potência nominal do componente i que se pretende incluir na tabela ;
- $p^*(P_{gf}-P_{max_i})$ - probabilidade de no sistema estar fora de serviço uma potência igual a $P_{gf}-P_{max_i}$ antes de incluir o componente i na tabela;
- $p_i(A)$ - probabilidade de saída de serviço por avaria do componente i a incluir na tabela.

A análise da expressão anterior permite verificar que:

- uma potência fora de serviço poderá ser formada considerando que a tabela já inclui essa potência antes de o novo componente ser integrado e este não avaria;
- o sistema tem uma potência $P_{gf}-P_{max_i}$ fora de serviço antes de o componente i ser incluído e este avaria.

Os sistemas produtores reais possuem um número de componentes, em geral, bastante elevado pelo que o número de possíveis potências fora de serviço poderá aumentar de tal forma que a construção da tabela anterior se poderá realizar à custa de um esforço computacional elevado. Por esta razão, é usual proceder, por exemplo, à truncagem da tabela. Esta técnica está associada à eliminação das potências fora de serviço possuindo probabilidade de ocorrência inferior a um valor mínimo especificado pelo utilizador.

Apêndice E

Avaliação do carácter conexo do subsistema de transporte de um sistema eléctrico de energia

E.1. Aspectos genéricos

A avaliação da fiabilidade de um sistema eléctrico de energia integrando subsistemas de produção e de transporte exige a simulação de um número elevado de estados associados a situações de contingência. A saída de serviço de um ou mais componentes do subsistema de transporte poderá originar que os elementos restantes não formem uma estrutura conexas. Nestas condições, existe pelo menos um par de barramentos do sistema para os quais não é possível identificar um conjunto de ramos que os ligue. O problema associado à exploração de um sistema em ilhas devido à ocorrência de uma contingência tem sido alvo da atenção de muitos investigadores pela gravidade das perturbações que podem surgir. Também num ambiente de simulação computacional de contingências este problema pode ocorrer. Considerando os problemas físicos e numéricos associados à divisão de um sistema em ilhas torna-se importante detectar se, face a uma contingência, ocorrerá uma situação deste género. Os estados assim detectados não serão analisados considerando a complexidade associada à modelização do comportamento do sistema nessas situações. Esta avaliação pode ser realizada de forma eficiente utilizando alguns conceitos da Teoria de Grafos que se apresentam, de forma resumida, nos pontos seguintes.

E.2. Algumas definições e teoremas da Teoria de Grafos

Serão apresentadas, em seguida, definições de alguns conceitos da Teoria de Grafos considerados importantes. No final deste ponto serão apresentados dois teoremas relativos a árvores de um grafo. Ao longo desta apresentação considera-se que um grafo é não orientado, excepto se for realizada alguma referência em contrário.

Definição - Um caminho de um grafo G é uma sequência alternada de vértices e ramos de tal forma que qualquer ramo é incidente com os vértices, que nessa sequência, o precede e lhe sucede.

Definição - Uma passagem de um grafo G é um caminho em que nenhum vértice aparece mais do que uma vez.

Definição - Um circuito de um grafo G é um caminho fechado no qual nenhum vértice (excepto o primeiro e o último) aparece mais do que uma vez.

Definição - Um grafo G diz-se conexo ou ligado se existir pelo menos uma passagem entre qualquer par de vértices de G .

Definição - Uma árvore de um grafo G é um grafo conexo sem circuitos.

Definição - Uma dendrite, ou árvore de cobertura total, é uma árvore de um grafo G que contém todos os vértices de G .

Deve notar-se que uma dendrite se define apenas em relação a grafos conexos visto que uma árvore é, por definição, conexa e num grafo não conexo possuindo n vértices não é possível encontrar um subgrafo conexo possuindo, também, n vértices.

Teorema - Qualquer grafo conexo possui, pelo menos, uma dendrite.

Teorema - Uma dendrite de um grafo conexo G possuindo n vértices integra $n-1$ ramos.

De acordo com estas definições e com os teoremas anteriores o carácter conexo de um grafo poderá ser avaliado através da identificação de uma dendrite. Se for possível identificar um subgrafo deste tipo o grafo G é conexo. Se não existir, pelo menos, uma dendrite o grafo G é não conexo.

E.3. Construção de uma dendrite ou árvore de cobertura total

Deo (1974) apresenta alguns algoritmos para identificar uma dendrite de um grafo G . Pela facilidade de implementação computacional, destaca-se, de entre eles, o Algoritmo de Prim. Este algoritmo exige a atribuição de um peso a cada ramo do grafo não orientado por forma a construir uma matriz P de dimensão $n \times n$ (n representa o número de vértices do grafo). A matriz P deverá ser construída de acordo com as indicações seguintes:

- o elemento P_{ij} corresponderá ao peso atribuído ao ramo que liga o vértice i ao vértice j ;
- se nenhum ramo ligar os vértices i e j os elementos P_{ij} e P_{ji} não serão utilizados;

- existindo diversos ramos ligando os vértices i e j poderá ser atribuído a P_{ij} , por exemplo, o mais elevado dos pesos desse ramos;
- as posições correspondentes à diagonal principal não são utilizadas visto que, mesmo que existam ramos ligando um vértice a si próprio, uma dendrite não deverá possuir circuitos;
- a matriz P é simétrica em relação à diagonal principal.

O Algoritmo de Prim especifica que, começando no vértice v_i , se deverá seleccionar o vértice adjacente v_j a que corresponda, na linha i da matriz P , o ramo r_k associado ao menor peso. Forma-se, assim, um subgrafo constituído pelos vértices v_i e v_j e pelo ramo r_k . O processo é repetido em relação a este subgrafo tendo o cuidado de seleccionar, em cada iteração, um vértice de tal modo que o novo subgrafo não contenha qualquer circuito. O processo termina quando o subgrafo associado à iteração corrente possuir $n-1$ vértices.

O processo iterativo terminará numa iteração em que não é possível identificar vértices, ainda não incluídos no subgrafo corrente, que sejam adjacentes em relação a, pelo menos, um vértice desse subgrafo e cuja inclusão não origine um novo subgrafo possuindo circuitos. Nestas condições, sendo o número de vértices do subgrafo corrente inferior a $n-1$ o grafo G é não conexo.

E.4. Implementação do algoritmo anterior na análise do carácter conexo dos subsistema de transporte de um sistema eléctrico de energia

A avaliação do carácter conexo do subsistema de transporte de um sistema eléctrico de energia poderá ser realizada construindo o grafo não orientado associado a este subsistema. Para este efeito, o grafo referido deverá ser obtido considerando que:

- aos barramentos do sistema eléctrico estarão associados vértices desse grafo;
- os ramos do sistema eléctrico (linhas aéreas, cabos subterrâneos e transformadores) corresponderão aos ramos do grafo. Cada ramo do grafo é definido pelos vértices extremos do ramo do subsistema de transporte correspondente;
- os nr ramos do subsistema de transporte em análise são numerados, de forma consecutiva, de 1 até nr . Um ramo do grafo possui o mesmo número de ordem que o ramo correspondente no subsistema de transporte em análise;
- o peso a atribuir ao ramo de índice k ($k=1, \dots, nr$) corresponde ao seu número de ordem, isto é, a k .

Uma vez construído o grafo associado ao subsistema de transporte em análise, poderá ser utilizado o algoritmo referido em E.3 por forma a avaliar o seu carácter conexo.

Consideremos, por último, que no subsistema de transporte em análise existem k_n ramos, de índice $k=k_1, k_2, \dots, k_n$, colocados em paralelo, isto é, que possuem os mesmos barramentos extremos (barramentos de índice i e j). Esta situação reflecte-se, em termos do grafo, na existência de k_n ramos com os índices $k=k_1, k_2, \dots, k_n$ entre os vértices i e j . No entanto, qualquer par destes ramos forma um circuito pelo que não poderá pertencer, em simultâneo, a uma dendrite do grafo em análise. Desta forma, a avaliação do carácter conexo de um grafo poderá ser realizada analisando o subgrafo obtido a partir do inicial eliminando todos os ramos ligando os vértices i e j excepto um deles. Ao construir a matriz P referida em E.3 esta situação poderá ser considerada se P_{ij} e P_{ji} corresponderem, por exemplo, ao número de ordem mais elevado dos k_n ramos que ligam os vértices i e j .

Apêndice F

Dados dos sistemas eléctricos estudados nos Capítulos 4 a 8

F.1. Dados do sistema "3 Barras"

Na figura F.1 está representado o esquema unifilar do sistema eléctrico de energia utilizado nos Capítulos 4 a 7 com o objectivo de ilustrar e clarificar conceitos, metodologias e algoritmos apresentados. Este sistema apresenta algumas adaptações ao longo desses Capítulos por forma a tornar mais claros e ilustrativos os exemplos referidos. As características deste sistema que permanecem inalteradas ao longo dos Capítulos 4 a 7 serão apresentadas em seguida. Em cada situação particular associada a esses Capítulos serão referidos os elementos necessários para a resolução completa dos exemplos apresentados.

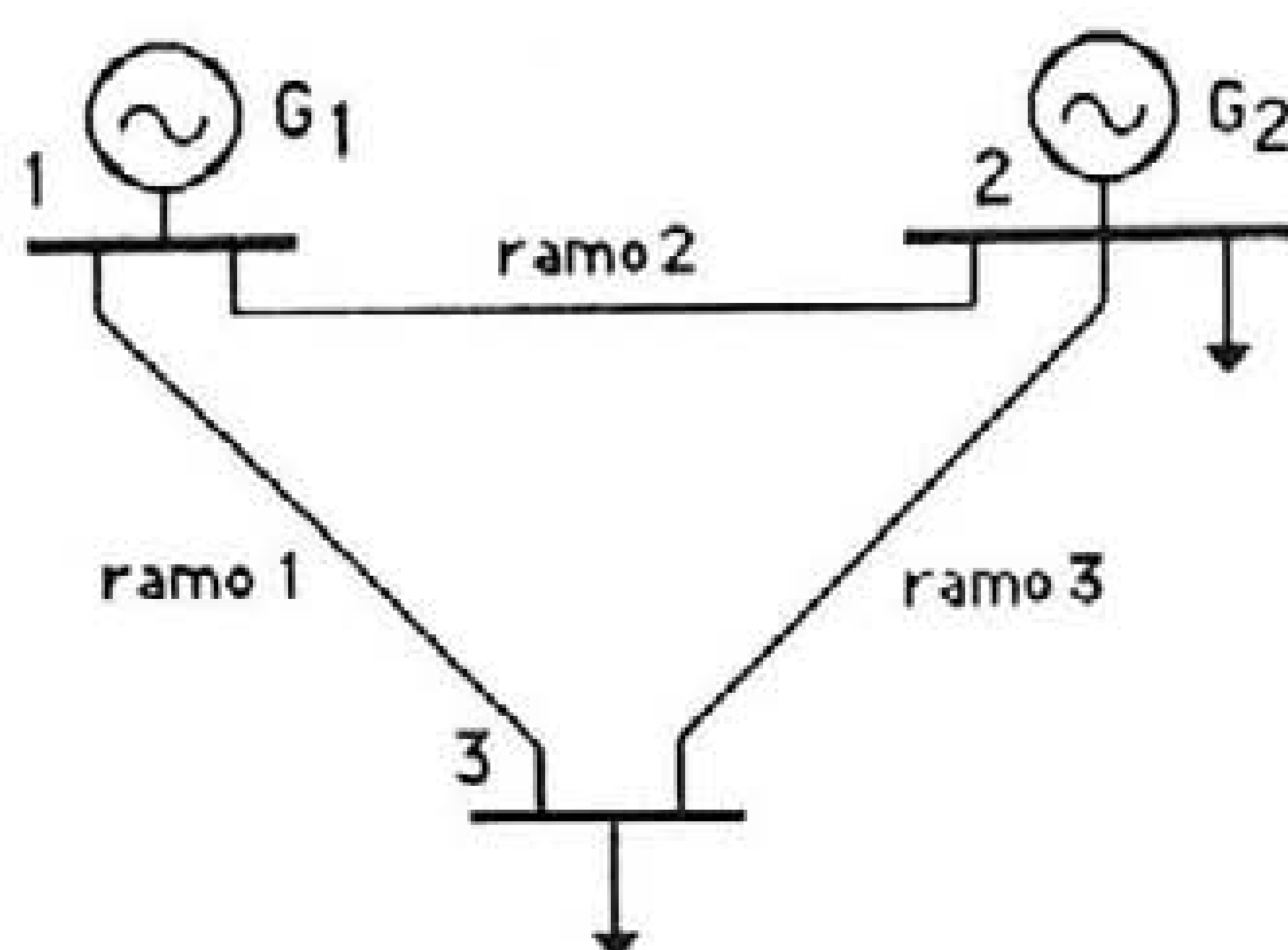


Fig. F.1 - Esquema unifilar do sistema "3 Barras".

Em relação a este sistema foram adoptados os valores de 10.0 MVA e 10.0 kV para potência e tensão de base, respectivamente. Na tabela F.1 são apresentadas as características dos ramos do sistema. Nas tabelas F.2 e F.3 são apresentadas as probabilidades de saída de serviço por avaria dos geradores e ramos do sistema, respectivamente.

ramo	nós extremos		r (pu)	x (pu)	ysh/2 (pu)
1	1	3	0.05	1.0	0.0
2	1	2	0.05	1.0	0.0
3	2	3	0.05	1.0	0.0

Tab. F.1 - Resistência, reactância e semi-admitância shunt dos ramos do sistema.

gerador	prob. de saída de serviço
1	0.1
2	0.1

Tab. F.2 - Probabilidades de saída de serviço por avaria dos geradores do sistema.

ramo	nós extremos	prob. de saída de serviço
1	1 3	0.01
2	1 2	0.01
3	2 3	0.01

Tab. F.3 - Probabilidades de saída de serviço por avaria dos ramos do sistema.

F.2. Dados do sistema MRTS ("Modified Reliability Test System")

As metodologias e algoritmos apresentados nos Capítulos 4 a 7 foram testadas utilizando o sistema "Modified Reliability Test System - MRTS" cujo esquema unifilar é apresentado na figura F.2. Este sistema teste é baseado no "IEEE Reliability Test System - RTS" (Reliability Test System Task Force 1979) tendo sido propostas algumas alterações às suas características tal como é possível apreciar, por exemplo, em Oliveira et al (1989). As alterações realizadas consistiram no aumento da potência de carga (os valores originais do sistema "RTS" foram aumentados de 80%) e do valor máximo das potências produzidas pelos geradores do sistema (os valores originais do sistema RTS foram duplicados). Estas alterações foram originadas pela constatação de que, no sistema original, os valores esperados da probabilidade de corte de carga e da potência de corte de carga eram dominados pela ocorrência de saídas de serviço de componentes do subsistema produtor. Ao realizar as alterações referidas mantendo inalterados, por outro lado, os limites dos trânsitos de potência activa nos ramos do sistema pretendeu-se equilibrar as componentes devidas a deficiências nos subsistemas produtor e de transporte de energia nos valores esperados da probabilidade de corte de carga e da potência de corte de carga. Em relação a este sistema foi adoptada a potência de base de 500.0 MVA.

Na tabela F.4 são apresentadas as características dos geradores do sistema, nomeadamente, os valores das potências mínima e máxima e o custo marginal de produção adoptado considerando, para cada um deles, uma função custo linear.

Nas tabelas F.5 e F.6 são apresentados os valores centrais e modificadores linguísticos associados às funções de pertença das potências activas e reactivas de carga especificadas. Na tabela F.7 são apresentados os valores centrais e modificadores linguísticos associados às funções de pertença das potências activas e reactivas produzidas especificadas e o módulo da tensão especificado nos barramentos de tipo PV e REF. Os barramentos não referidos na tabela F.7 são de tipo PQ. Por outro lado, nos diversos estudos realizados a fase da tensão no barramento 1 foi seleccionada para referência dos argumentos tendo sido especificado o valor de 0.0 grau. O sistema MRTS possui bancos de reactâncias ligados aos barramentos 6 e 14 tendo, no estudo apresentado no Capítulo 8, sido consideradas as admitâncias possuindo os valores de -0.1 e 0.2 pu, respectivamente.

Na tabela F.8 são apresentadas as características das linhas aéreas e cabos do sistema (nós extremos, tensão nominal, resistência, reactância, semi-admitância shunt e valor máximo da potência activa transmitida). As características dos transformadores são apresentadas na tabela F.9.

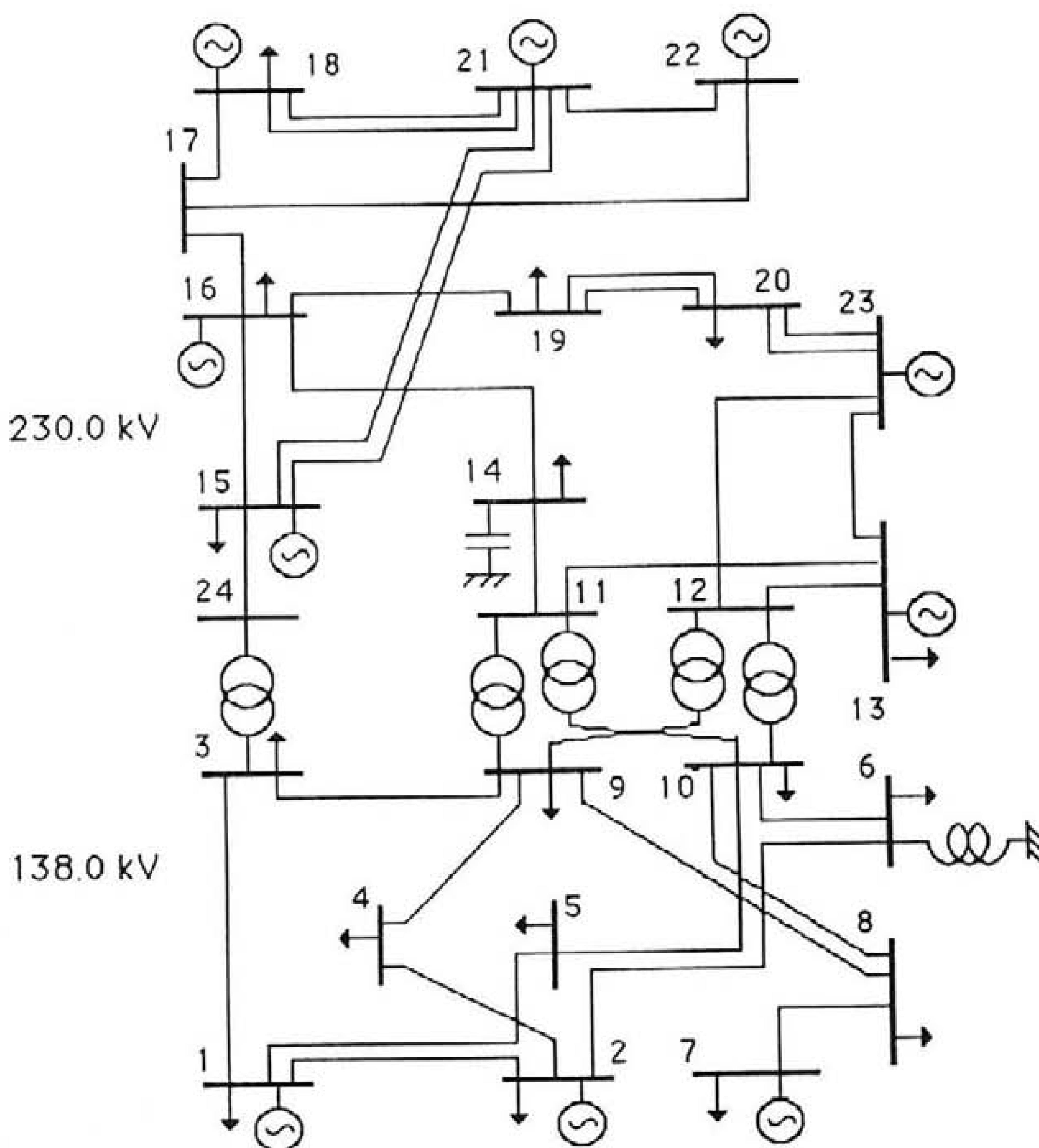


Fig. F.2 - Esquema unifilar do sistema "MRTS".

barra.	nº máq.	pot. min. (MW)	pot. max (MW)	custo (\$/MWh)
1	1	0.0	40.0	3.0
1	2	0.0	40.0	3.0
1	3	0.0	152.0	4.0
1	4	0.0	152.0	4.0
2	1	0.0	40.0	3.0
2	2	0.0	40.0	3.0
2	3	0.0	152.0	4.0
2	4	0.0	152.0	4.0
7	1	0.0	200.0	5.0
7	2	0.0	200.0	5.0
7	3	0.0	200.0	5.0
13	1	0.0	394.0	6.0
13	2	0.0	394.0	6.0
13	3	0.0	394.0	6.0
15	1	0.0	24.0	2.0
15	2	0.0	24.0	2.0
15	3	0.0	24.0	2.0
15	4	0.0	24.0	2.0
15	5	0.0	24.0	2.0
15	6	0.0	310.0	6.0
16	1	0.0	310.0	5.5
18	1	0.0	800.0	9.0
21	1	0.0	800.0	8.0
22	1	0.0	100.0	2.0
22	2	0.0	100.0	2.0
22	3	0.0	100.0	2.0
22	4	0.0	100.0	2.0
22	5	0.0	100.0	2.0
22	6	0.0	100.0	2.0
23	1	0.0	310.0	5.0
23	2	0.0	310.0	5.0
23	3	0.0	700.0	7.0

Tab. F.4 - Dados dos geradores.

barra.	$P_c^{ctr_i}$ (MW)	modificador linguístico	barra.	$P_c^{ctr_i}$ (MW)	modificador linguístico
1	194.4	alguma	13	477.0	pouca
2	174.6	bastante	14	349.2	alguma
3	324.0	pouca	15	570.6	pouca
4	133.8	muita	16	180.0	bastante
5	127.8	bastante	17	0.0	nenhuma
6	244.8	nenhuma	18	599.4	pouca
7	225.0	bastante	19	325.8	alguma
8	307.8	alguma	20	230.4	nenhuma
9	315.0	pouca	21	0.0	nenhuma
10	351.0	alguma	22	0.0	nenhuma
11	0.0	nenhuma	23	0.0	nenhuma
12	0.0	nenhuma	24	0.0	nenhuma

Tab. F.5 - Valores centrais e mod. linguísticos associados às potências activas de carga.

barra.	$Q_c^{ctr_i}$ (MVAr)	modificador linguístico	barra.	$Q_c^{ctr_i}$ (MVAr)	modificador linguístico
1	39.6	alguma	13	97.2	pouca
2	36.0	bastante	14	70.2	alguma
3	66.6	pouca	15	115.2	pouca
4	27.0	muita	16	36.0	bastante
5	25.2	bastante	17	0.0	nenhuma
6	50.4	nenhuma	18	122.4	pouca
7	45.0	bastante	19	66.6	alguma
8	63.0	alguma	20	46.8	nenhuma
9	64.8	pouca	21	0.0	nenhuma
10	72.0	alguma	22	0.0	nenhuma
11	0.0	nenhuma	23	0.0	nenhuma
12	0.0	nenhuma	24	0.0	nenhuma

Tab. F.6 - Valores centrais e mod. linguísticos associados às potências reactivas de carga.

barra.	tipo	Vsp (pu)	Pg ^{ctr_i} (MW)	modificador linguístico	Qg ^{ctr_i} (MVar)	modificador linguístico
1	REF	1.075	-	-	-	-
2	PV	1.075	300.0	pouca	-	-
7	PV	1.075	400.0	alguma	-	-
13	PV	1.025	700.0	nenhuma	-	-
15	PV	1.025	300.0	pouca	-	-
16	PV	1.025	270.0	bastante	-	-
18	PV	1.025	300.0	alguma	-	-
21	PV	1.025	700.0	alguma	-	-
22	PQ	1.025	400.0	pouca	150.0	pouca
23	PV	1.025	1200.0	pouca	-	-

Tab. F.7 - Valores centrais e modificadores linguísticos associados às potências produzidas e módulo da tensão especificado nos barramentos de tipo PV e REF.

ramo	nós	extremos	tipo	V _n (kV)	r (pu)	x (pu)	ysh/2 (pu)	p _{máx} (MW)
1	1	2	cabo	138.0	0.0130	0.0695	0.04611	175.0
2	1	3	l. aérea	138.0	0.2730	1.0560	0.00572	175.0
3	1	5	l. aérea	138.0	0.1090	0.4225	0.00229	175.0
4	2	4	l. aérea	138.0	0.1640	0.6335	0.00343	175.0
5	2	6	l. aérea	138.0	0.2485	0.9600	0.00520	175.0
6	3	9	l. aérea	138.0	0.1540	0.5950	0.00322	175.0
8	4	9	l. aérea	138.0	0.1340	0.5185	0.00281	175.0
9	5	10	l. aérea	138.0	0.1140	0.4415	0.00239	175.0
10	6	10	cabo	138.0	0.0695	0.3025	0.24590	175.0
11	7	8	l. aérea	138.0	0.0795	0.3070	0.00166	175.0
12	8	9	l. aérea	138.0	0.2135	0.8255	0.00447	175.0
13	8	10	l. aérea	138.0	0.2135	0.8255	0.00447	175.0
18	11	13	l. aérea	230.0	0.0305	0.2380	0.00999	500.0
19	11	14	l. aérea	230.0	0.0270	0.2090	0.00879	500.0
20	12	13	l. aérea	230.0	0.0305	0.2380	0.00999	500.0
21	12	23	l. aérea	230.0	0.0620	0.4830	0.02030	500.0

Tab. F.8 - Características das linhas aéreas e cabos do sistema.

ramo	nós	extremos	tipo	V_n (kV)	r (pu)	x (pu)	$ysh/2$ (pu)	$p_{m\acute{a}x}$ (MW)
22	13	23	l. aérea	230.0	0.0555	0.4325	0.01818	500.0
23	14	16	l. aérea	230.0	0.0250	0.1945	0.00818	500.0
24	15	16	l. aérea	230.0	0.0110	0.0865	0.00364	500.0
25	15	21	l. aérea	230.0	0.0315	0.2450	0.01030	500.0
26	15	21	l. aérea	230.0	0.0315	0.2450	0.01030	500.0
27	15	24	l. aérea	230.0	0.0335	0.2595	0.01091	500.0
28	16	17	l. aérea	230.0	0.0165	0.1295	0.00545	500.0
29	16	19	l. aérea	230.0	0.0150	0.1155	0.00485	500.0
30	17	18	l. aérea	230.0	0.0090	0.0720	0.00303	500.0
31	17	22	l. aérea	230.0	0.0675	0.5265	0.02212	500.0
32	18	21	l. aérea	230.0	0.0165	0.1295	0.00545	500.0
33	18	21	l. aérea	230.0	0.0165	0.1295	0.00545	500.0
34	19	20	l. aérea	230.0	0.0255	0.1980	0.00833	500.0
35	19	20	l. aérea	230.0	0.0255	0.1980	0.00833	500.0
36	20	23	l. aérea	230.0	0.0140	0.1080	0.00455	500.0
37	20	23	l. aérea	230.0	0.0140	0.1080	0.00455	500.0
38	21	22	l. aérea	230.0	0.0435	0.3390	0.01424	500.0

Tab. F.8 - Características das linhas aéreas e cabos do sistema (cont.).

ramo	nós	extremos	tipo	V_{np}/V_{ns} (kV)	r (pu)	x (pu)	$ysh/2$ (pu)	$p_{m\acute{a}x}$ (MW)
7	3	24	transf.	138.0/230.0	0.0	0.4195	0.0	400.0
14	9	11	transf.	138.0/230.0	0.0	0.4195	0.0	400.0
15	9	12	transf.	138.0/230.0	0.0	0.4195	0.0	400.0
16	10	11	transf.	138.0/230.0	0.0	0.4195	0.0	400.0
17	10	12	transf.	138.0/230.0	0.0	0.4195	0.0	400.0

Tab. F.9 - Características dos transformadores do sistema.

Nas tabelas F.10 e F.11 são apresentadas, respectivamente, as probabilidades de saída de serviço por avaria dos geradores e ramos do sistema. Na tabela F.12 é apresentada a probabilidade de saída de serviço, por avaria com causa comum, dos ramos 1 e 2 do sistema.

barra.	nº máq.	prob. saída serv.	barra.	nº máq.	prob. saída serv.
1	1	0.1	15	3	0.02
1	2	0.1	15	4	0.02
1	3	0.02	15	5	0.02
1	4	0.02	15	6	0.04
2	1	0.1	16	1	0.04
2	2	0.1	18	1	0.12
2	3	0.02	21	1	0.12
2	4	0.02	22	1	0.01
7	1	0.04	22	2	0.01
7	2	0.04	22	3	0.01
7	3	0.04	22	4	0.01
13	1	0.05	22	5	0.01
13	2	0.05	22	6	0.01
13	3	0.05	23	1	0.04
15	1	0.02	23	2	0.04
15	2	0.02	23	3	0.08

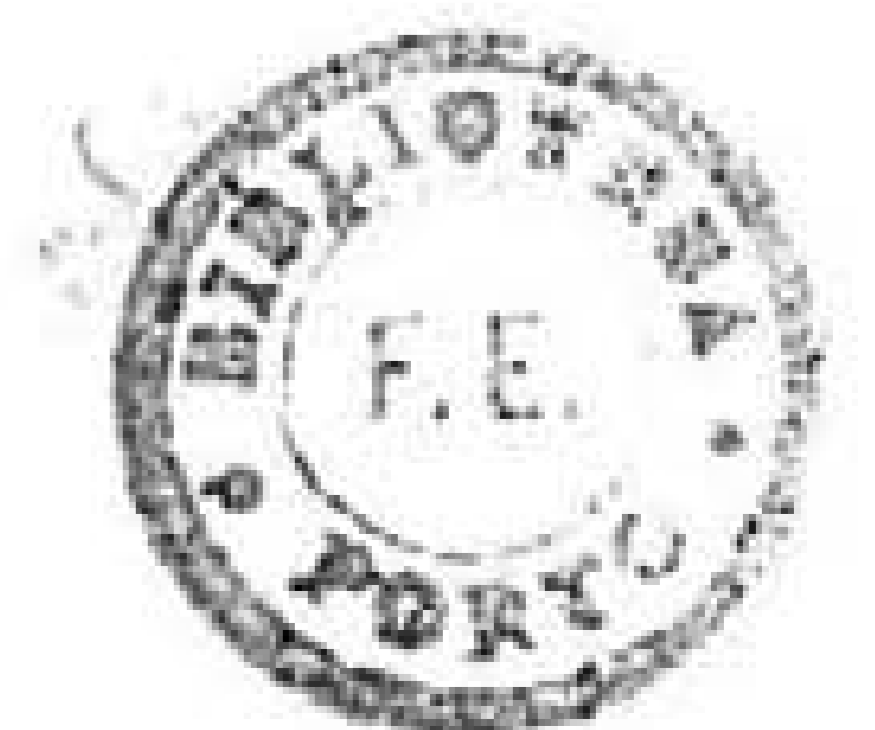
Tab. F.10 - Probabilidades de saída de serviço por avaria dos geradores do sistema.

ramo	nós extremos	prob. saída serv.	ramo	nós extremos	prob. saída serv.		
1	1	2	0.00044	20	12	13	0.00050
2	1	3	0.00059	21	12	23	0.00065
3	1	5	0.00038	22	13	23	0.00062
4	2	4	0.00045	23	14	16	0.00048
5	2	6	0.00055	24	15	16	0.00041
6	3	9	0.00043	25	15	21	0.00052
7	3	24	0.00175	26	15	21	0.00052
8	4	9	0.00041	27	15	24	0.00052
9	5	10	0.00039	28	16	17	0.00044
10	6	10	0.00132	29	16	19	0.00043
11	7	8	0.00034	30	17	18	0.00040
12	8	9	0.00050	31	17	22	0.00068
13	8	10	0.00050	32	18	21	0.00044
14	9	11	0.00175	33	18	21	0.00044
15	9	12	0.00175	34	19	20	0.00048
16	10	11	0.00175	35	19	20	0.00048
17	10	12	0.00175	36	20	23	0.00043
18	11	13	0.00050	37	20	23	0.00043
19	11	14	0.00049	38	21	22	0.00057

Tab. F.11 - Probabilidades de saída de serviço por avaria dos ramos do sistema.

ramo	nós extremos	ramo	nós extremos	prob. de saída de serviço (causa comum)		
1	1	2	2	1	3	0.5

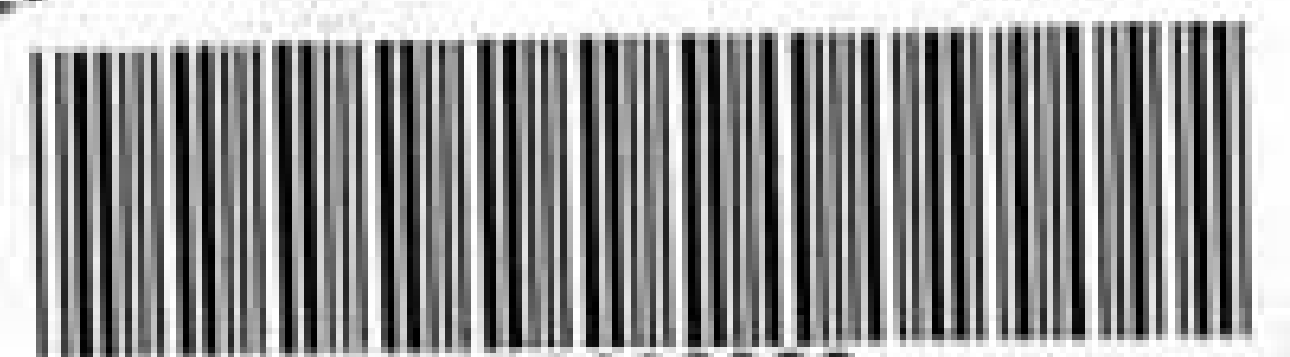
Tab. F.12 - Probabilidade de saída de serviço por avaria com causa comum.





FACULDADE DE ENGENHARIA
UNIVERSIDADE DO PORTO

BIBLIOTECA



000006282

