Resumo

Os métodos de Identificação no subespaco de estados constituem um novo ramo de técnicas no campo da Identificação de Sistemas no Espaço de Estados. Combinando, de uma forma única, ferramentas da Álgebra Linear (como as matrizes de dados de Hankel em blocos e as matrizes ortonormais), Análise Multivariada (Análise de Factores, Análise de Componentes Principais, Análise dos Variatos Canónicos), algoritmos da Álgebra Linear Numérica (decomposições QR, LQ, SVD) e conceitos da teoria dos sistemas (filtro de Kalman, ordem do sistema, matrizes do sistema), estes métodos propõem um enquadramento geométrico onde modelos aparentemente diferentes são tratados de urn mesmo modo. Ao contrário dos métodos clássicos (inspirados nos “Mínimos Quadrados “), estes algoritmos não são vítimas dos problemas causados por parametrizações a priori e por optimizações não-lineares, sendo caracterizados pela sua simplicidade, tanto conceptual como algorítmica — embora possam apresentar soluções sub-óptimas.

Uma das ideias por detrás da identificação nos subespacos é a da importância do estado para o processo da identificação. De facto, enquanto que, na identificação clássica, as estimativas do filtro de Kalman são obtidas apenas depois da estimação das matrizes do sistema, na identificação nos subespacos tem-se a ordem inversa: a sequência de estados do filtro de Kalman é determinada primeiro (quer implicita, quer explicitamente) a partir dos dados de entrada/saída, sem qualquer conhecimento prévio do modelo. Uma vez conhecida a sequência de estados, o problema de identificação passa a ser um problema linear de mínimos quadrados, em termos das matrizes do espaço de estados, desconhecidas. Uma vez que a sequência de estados pode ser calculada usando as ferramentas da Álgebra Linear Numérica, as implementações destes algoritmos são eficientes e robustas, de um ponto de vista numérico, sendo adequadas a sistemas e conjuntos de dados de elevada dimensão. A identificação nos subespaços de estados pode assim ser usada na identificação de sistemas de múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO), evitando-se assim o problema de longos tempos de execução, a medida que o número de parâmetros aumenta.

Outra ideia importante é a de não haver uma necessidade explicita de parametrização. De facto, os modelos obtidos pelos métodos de identificação nos subespaços de estados são modelos de espaços de estados completos, associados a uma certa base. Esta base é escolhida de forma a assegurar boas propriedades aos modelos (tal como a realização ser equilibrada, o que garante pouca sensibilidade face a perturbações). Consequentemente, o número de opções a serem tomadas, a nível do utilizador, é bastante reduzido. De facto, este apenas precisa de especificar dois parâmetros: o horizonte do filtro de Kalman e a ordem do sistema — podendo esta última ser estimada por inspecção dos valores singulares de uma certa matriz. Esta e urna grande vantagem, já que nos métodos clássicos de identificação de sistemas lineares o utilizador tem de tomar três decisões importantes:

- primeiro, há que escolher entre modelos paramétricos ou não paramétricos.

- depois, é preciso seleccionar o modelo e a ordem do modelo;

- finalmente é preciso seleccionar o método de estimação.

Estas decisões podem não ser simples de tornar, podendo constituir um verdadeiro desafio para o utilizador. Daí que a identificação no subespaço de estados seja vista corno uma abordagem “user-friendly”.

Os algoritmos de Identificação nos Subespacos de Estados possuem dois passos principais. No primeiro passo, e determinada, a partir dos dados de entrada-saída, uma base para o subespaço gerado pelas colunas de urna certa matriz, denominada de “matriz de observabilidade estendida”. A base, tal como aquele subespaco, tem dimensão n, a ordem do sistema a ser identificado. Urna vez conhecida a matriz de observabilidade estendida, é possível estimar (implicita ou explicitamente). a sequência de estados, havendo três abordagens que se destacam pela sua popularidade: a CVA, de Larimore (1990), a MOESP, proposta por Verhaegen (1994) e a N4SID, de Van Overschee e De Moor (1996). Cada uma destas abordagens recorre a urna decomposição em valores singulares de uma matriz diferente de projecções de subespaços gerados por matrizes de Hankel dos dados.

Finalmente, no segundo passo dos algoritmos de identificação nos subespaços de estados, são estimadas as matrizes do sistema. Para tal, existem várias estratégias (Larimore, 1990; Verhaegen, 1994; Van Overschee e De Moor, 1996; Viberg, 1991;. ..), todas recorrendo a matriz de observabilidade estendida (directa ou indirectamente, no caso de haver cálculo explicito das sequências dos estados) e a projecções das matrizes dos dados.

Nesta tese, iremos concentrar-nos em algumas questões relacionadas com o problema de identificação no subespaço de estados, nomeadamente abordagens recursivas, a simplificação de algumas técnicas mais “pesadas”, em termos computacionais e novas perspectivas no estudo das técnicas de estimação das matrizes do sistema.

Abstract

The subspace state-space system identification methods form a new branch of techniques in the state-space system identification field. Combining, in a unique way, Linear Algebra tools (block Hankel data matrices, orthonormal matrices), geometric concepts (orthogonal and oblique projections, principal angles and directions), Multivariate Analysis (Principal Component Analysis, Canonical Variate Analysis), Numerical Linear Algebra algorithms (QR decomposition, Singular Value Decomposition) and System Theory concepts (Kalman filter states, system order, system matrices), they propose a geometrical framework where apparently different models are treated in a unified manner. Unlike the classical methods (“least squares” inspired), these algorithms do not suffer from the problems caused by a priori parametrization and non-linear optimizations and they are characterized by a conceptual and algorithmic simplicity — although they can present sub-optimal solutions.

One of the main ideas behind subspace identification is the importance of the state for the identification procedure. While in classical identification the Kalman filter estimates are obtained only after the estimation of system matrices, in subspace identification we have the reverse order: the Kalman filter state sequence is determined first (implicitly or explicitly) from input/output data, without knowing the model. Knowing the state sequence, the identification problem is therefore linearized and becomes a linear least squares problem in the unknown state-space matrices. As the state sequence can be computed using the numerical linear algebra tools, the implementations are numerically efficient and robust, well suited for and large scale systems and large data sets. The subspace identification can be readily extended to multi-input multi-output (MIMO) systems and the problem of long running time, as the number of parameters become large, is avoided.

Another important idea is that there is no explicit need for parameterizations In fact, the subspace models are fill state-space models, within a certain basis with good properties (such as balanced realization, which guarantees insensitivity to perturbations). As a consequence, the number of user choices is greatly reduced and the user only needs to specify two parameters: the Kalman filter horizon and the order of the system — which can be estimated by inspection of the singular values of a certain matrix. This is a major advantage, since in classical linear system identification the user has to take three important — and challenging — decisions: first choosing between parametric and nonparametric models, then selecting the type of the model and the model order, and finally selecting the parameter estimation method.

Subspace Identification algorithms basically have two steps. In the first step, a basis for the column space of a certain matrix, the extended observability matrix, is determined from the input-output data. The dimension of this subspace is equal to n, the order of the system to be identified. Knowing the extended observability matrix, one can estimate (explicitly or implicitly) the state sequence. There are three main algorithms: CVA (Larimore, 1990), MOESP (Verhaegen, 1994) and N4SID (Van Overschee and De Moor, 1996). Each implements the singular value decomposition of a different matrix, obtained by projecting rowspaces of data block Hankel matrices. For the second step, the estimation of the system matrices, several strategies exist (Larimore, 1990; Verhaegen, 1994; Van Overschee and De Moor, 1996; Viberg, 1991).

In this thesis, we will focus our attention to several issues concerning the subspace identification problem: recursive approaches, simplifying some bottleneck techniques, presenting a new insight to the estimation of the system matrices.