



M₂₀₁₈

OTIMIZAÇÃO DAS ROTAS DE DISTRIBUIÇÃO DE GÁS COM ENFOQUE NA EFICIÊNCIA ENERGÉTICA

PEDRO SÉRGIO OLIVEIRA DA SILVA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO APRESENTADA

À FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO EM
ENGENHARIA QUÍMICA

Mestrado Integrado em Engenharia Química

***Otimização de rotas de distribuição de gás com
ênfase na eficiência energética***

Dissertação de Mestrado

de

Pedro Sérgio Oliveira da Silva

Desenvolvida no âmbito da unidade curricular de Dissertação

realizado em

Santos da Cunha



Orientador na FEUP: Prof. Fernando Martins

Orientadora na Santos da Cunha: Eng. Carla Pereira



Departamento de Engenharia Química

Julho de 2018

Agradecimentos

À minha mãe, os meus sinceros agradecimentos por tudo o que fez para que a minha formação académica fosse possível e pelos valores transmitidos ao longo da vida.

À Isabel, agradeço toda a amabilidade e empenho para me auxiliar no desenvolvimento desta dissertação.

Aos companheiros de jantares, Nelson e Souto, espero que os momentos que compartilhamos se continuem a repetir por muito mais tempo.

Ao Teté, Diogo, Joana Beatriz, Joana Martins, Carmen, Pedro, Milena, desejo poder continuar a contar convosco sempre que necessitar.

Ao Professor Fernando Martins fico-lhe grato pela oportunidade proporcionada e valores transmitidos desde que nos conhecemos. Mais que um excelente professor, é uma pessoa exemplar cujos princípios tento seguir.

Agradeço à Galp e à Santos da Cunha terem a amabilidade para me receberem num projeto tão aliciante, em especial, à Engenheira Carla Pereira e ao Engenheiro Alexandre Pereira por todos os bons momentos e discussões interessantes tidas ao longo do meu período na empresa.

Por fim, um muito obrigado a todos os colegas de curso que, por lapso, não mencionei e a todos os professores que contribuíram positivamente para a minha formação académica e pessoal.

O Prof. Fernando Gomes Martins, orientador desta dissertação, é membro integrado do LEPABE - Laboratório de Engenharia de Processos, Ambiente Biotecnologia e Energia, financiado por: Projeto POCI-01-0145-FEDER-006939 (Laboratório de Engenharia de Processos, Ambiente, Biotecnologia e Energia, UID/EQU/00511/2013) - financiado pelo Fundo Europeu de Desenvolvimento Regional (FEDER), através do COMPETE2020 - Programa Operacional Competitividade e Internacionalização (POCI) e por fundos nacionais através da Fundação para a Ciência e a Tecnologia I.P.; Projeto “LEPABE-2-ECO-INNOVATION”, com a referência NORTE-01-0145-FEDER-000005, cofinanciado pelo Programa Operacional Regional do Norte (NORTE 2020), através do Portugal 2020 e do Fundo Europeu de Desenvolvimento Regional (FEDER).

Resumo

O trabalho desenvolvido nesta dissertação tem como objetivo a otimização de rotas de distribuição de gás engarrafado. A eficiência energética e redução de emissões gasosas assumem uma importância crescente nas preocupações de um engenheiro químico. Para além da vertente económica, a preocupação com o ambiente e a escassez de recursos tornaram-se aspetos fundamentais que obrigam à otimização dos processos. A venda de gás engarrafado, pela maioria da sua atividade estar associada à logística da distribuição, tem particular interesse neste tema.

Procede-se à otimização das rotas utilizando uma variante de um algoritmo de Procura Local Adaptativa (PVA). Apesar do PVA conseguir desembaraçar-se de soluções iniciais insatisfatórias, uma solução inicial com melhor qualidade permite atingir resultados satisfatórios num menor número de iterações. Para tal, recorre-se ao algoritmo de poupanças de Clarke e Wright e a solução obtida sofre alterações provocadas por 4 heurísticas de melhoria sendo aceite de acordo com uma função probabilística. Caso a solução obtida seja melhor do que o ótimo atual, a sua probabilidade de aceitação é de 100%. Caso esta seja pior, a probabilidade de aceitação é de 50% no começo do tempo de computação, decrescendo linearmente até aos 0%. A aceitação de uma solução pior permite uma procura mais extensiva pelo ótimo global e a fuga de ótimos locais.

Apresentam-se duas soluções com eficiências distintas para satisfazer os diferentes graus de complexidade que podem surgir neste tipo de problemas. A primeira situação procede à otimização da ordem pela qual os clientes são visitados nas rotas atuais. A sua principal vantagem reside na facilidade de implementação uma vez que o quotidiano dos distribuidores não será afetado. A segunda situação abrange a criação de rotas distintas que permitam o maior grau de otimização possível. Apesar desta solução provocar alterações drásticas, a melhoria obtida é assinalável.

Da comparação das rotas criadas pelo segundo caso com as rotas originais, concluiu-se que a sua adoção traduz-se num decréscimo do consumo anual de gásóleo de 2418 L, de energia primária de 2,1 tep e das emissões gasosas de 6,5 t CO_{2eq}, estando a diminuição percentual situada nos 34,2%.

Palavras Chave (Tema): Eficiência energética; Emissões gasosas; Otimização de rotas; Programação Linear

Abstract

The work developed in this dissertation aims at the optimization of bottled gas distribution routes. Energy efficiency and reduction of gaseous emissions are topics of increasing relevance in a chemical engineer's daily routine. In addition to the economic aspect, the apprehension with the environment and the scarcity of resources have become fundamental aspects that compel the optimization of the processes. The sale of bottled gas has interest in this topic because the majority of its activity is related with distribution logistics.

The route optimization is achieved using a variant of the Adaptive Large Neighborhood Search. Although the ALNS can get rid of unsatisfactory initial solutions, an initial solution with better quality allows to reach satisfactory results in a smaller number of iterations. To achieve this, Clarke and Wright savings algorithm is used, and the solution obtained is subject to 4 improvement heuristics. This solution is accepted according to a probabilistic function. If the solution obtained is better than the current optimum, its probability of acceptance is 100%. If it is worse, the probability of acceptance is 50% at the beginning of computing time, decreasing linearly to 0%. This allows a more extensive search for global optimum and escaping from a local optimum.

It is presented two solutions with distinct efficiencies to meet the different degrees of complexity that can arise in this type of problems. The first situation optimizes the order in which customers are visited on the current routes. Its main advantage lies in the ease of implementation without affecting the daily life of the distributors.

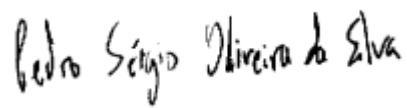
The second situation involves the development of new routes with the highest degree of optimization possible. Although this solution provokes drastic changes, the improvement obtained is remarkable.

Comparing the routes created by the second situation with the original routes, it was concluded that its adoption allows a decrease in annual consumption of diesel fuel of 2418 L, primary energy of 2,1 toe and gaseous emissions of 6,5 t CO_{2eq}. The percent decrease is 34,2%.

Keywords (Theme): Energy Efficiency; Gaseous emissions; Route optimization; Linear Programming

Declaração

Declara, sob compromisso de honra, que este trabalho é original e que todas as contribuições não originais foram devidamente referenciadas com identificação da fonte.



Pedro Sérgio Oliveira da Silva

Julho de 2018

Índice

Índice	i
Lista de Figuras	i
Lista de Tabelas	i
1 Introdução.....	3
1.1 Enquadramento e Apresentação do Projeto	3
1.2 Apresentação da Empresa	4
1.3 Contributos do Trabalho	5
1.4 Organização da Tese	5
2 Contexto e Estado da Arte	7
2.1 O problema de otimização de rotas	7
2.2 Formulação do problema com restrições de capacidade	7
2.3 Classificação dos problemas de otimização de rotas	9
2.3.1 Estrutura da rede de distribuição	9
2.3.2 Tipo dos pedidos de transporte.....	10
2.3.3 Restrições intrarota	10
2.3.4 Composição da frota e a sua localização	11
2.3.5 Restrições inter-rotas	11
2.3.6 Objetivos da otimização	12
2.3.7 Outras variantes.....	12
2.4 Algoritmos	13
2.4.1 Algoritmos exatos	14
2.4.2 Heurísticas clássicas	14
2.4.3 Metaheurísticas.....	15
3 Métodos.....	17
3.1 Formulação do problema	17
3.2 Implementação do algoritmo	20
3.2.1 Construção da solução inicial	21

3.2.2	Heurísticas de melhoria	22
3.2.3	Procura de Vizinhança Adaptativa	23
3.2.4	Aplicações informáticas desenvolvidas.....	26
4	Resultados e Discussão.....	29
4.1	Variação das vendas com a temperatura	29
4.1.1	Garrafas de butano de 13 kg	30
4.1.2	Garrafas de butano de 12 kg	31
4.1.3	Garrafa de propano 11 kg	31
4.1.4	Garrafa de propano de 45 kg.....	32
4.1.5	Garrafa de propano 11 kg Fase Líquida	33
4.2	Caracterização dos clientes.....	34
4.3	Caracterização da frota.....	36
4.4	Otimização das rotas	37
4.4.1	Caso 1 - Otimização das rotas atuais	38
4.4.2	Caso 2 - Criação de novas rotas	41
5	Conclusões	47
5.1	Objetivos Realizados	48
5.2	Outros Trabalhos Realizados.....	48
5.3	Limitações e Trabalho Futuro	48
5.4	Apreciação Final	48
	Referências	49
Anexo A	Frequência relativa de compras	53
Anexo B	Percentil dos 75% das quantidades compradas por cada cliente	67
Anexo C	Caso 1 - Rotas semanais da viatura A	79
Anexo D	Caso 1 - Rotas semanais da viatura B.....	85
Anexo E	Caso 1- Rotas semanais da viatura C	91
Anexo F	Caso 2 - Rotas semanais da viatura A	97
Anexo G	Caso 2 - Rotas semanais da viatura B.....	101

Lista de Figuras

<i>Figura 1 - Exemplo simplificado de uma rede logística.</i>	<i>3</i>
<i>Figura 2 - Exemplo de um problema de otimização de rotas com 14 clientes e viaturas com $Q = 10$. A quantidade comprada por cada cliente está representada em cada vértice [10].</i>	<i>8</i>
<i>Figura 3 - Diagrama resumo dos algoritmos utilizados no problema de otimização de rotas.</i>	<i>13</i>
<i>Figura 4 - Conceito de poupança.</i>	<i>21</i>
<i>Figura 5 - Heurística 1-OPT.</i>	<i>22</i>
<i>Figura 6 - Heurística 2-OPT.</i>	<i>23</i>
<i>Figura 7 - Heurística Permuta.</i>	<i>23</i>
<i>Figura 8 - Heurística Permuta de Viaturas.</i>	<i>23</i>
<i>Figura 9 - Diferença nas vizinhanças do PVV e PVA.</i>	<i>24</i>
<i>Figura 10 - a) Escolha dos vértices a remover; b) Remoção dos vértices das rotas; c) Construção de novas rotas.</i>	<i>25</i>
<i>Figura 11 - Demonstração da fuga de um ótimo local.</i>	<i>26</i>
<i>Figura 12 - Diagrama de blocos da interação entre os diversos módulos desenvolvidos.</i>	<i>27</i>
<i>Figura 13 - Análise da sazonalidade e do volume de vendas de garrafas de butano 13 kg.</i>	<i>30</i>
<i>Figura 14- Análise da sazonalidade e do volume de vendas de garrafas de butano 12 kg.</i>	<i>31</i>
<i>Figura 15 - Análise da sazonalidade e do volume de vendas de garrafas de propano 11 kg.</i>	<i>32</i>
<i>Figura 16- Análise da sazonalidade e do volume de vendas de garrafas de propano 45 kg.</i>	<i>33</i>
<i>Figura 17 - Análise da sazonalidade e do volume de vendas de garrafas de propano FL.</i>	<i>33</i>
<i>Figura 18 - Distribuição geográfica dos clientes da revenda.</i>	<i>34</i>
<i>Figura 19 - (a) Rota de quinta-feira original e (b) otimizada da viatura A.</i>	<i>38</i>
<i>Figura 20 - (a) Distribuição geográfica dos clientes de cada viatura e (b) grupos resultantes do algoritmo k-médias.</i>	<i>41</i>
<i>Figura 21 - (a) Distribuição geográfica dos clientes das viaturas A e B nas rotas atuais e (b) nas rotas otimizadas.</i>	<i>43</i>
<i>Figura 22 - (a) Resolução da situação assinalada a preto; (b) Resolução da situação assinalada a verde.</i>	<i>44</i>
<i>Figura 23 - Rota original de segunda-feira da viatura A.</i>	<i>79</i>
<i>Figura 24- Rota otimizada de segunda-feira da viatura A.</i>	<i>79</i>
<i>Figura 25 - Rota original de terça-feira da viatura A.</i>	<i>80</i>

<i>Figura 26 - Rota otimizada de terça-feira da viatura A.</i>	<i>80</i>
<i>Figura 27 - Rota original de quarta-feira da viatura A.</i>	<i>81</i>
<i>Figura 28 - Rota otimizada de quarta-feira da viatura A.</i>	<i>81</i>
<i>Figura 29 - Rota original de quinta-feira da viatura A.</i>	<i>82</i>
<i>Figura 30- Rota otimizada de quinta-feira da viatura A.</i>	<i>82</i>
<i>Figura 31 - Rota original de sexta-feira da viatura A.</i>	<i>83</i>
<i>Figura 32 - Rota otimizada de sexta-feira da viatura A.</i>	<i>83</i>
<i>Figura 33 - Rota original de sábado da viatura A.</i>	<i>84</i>
<i>Figura 34- Rota otimizada de sábado da viatura A.</i>	<i>84</i>
<i>Figura 35 - Rota original de segunda-feira da viatura B.</i>	<i>85</i>
<i>Figura 36 - Rota otimizada de segunda-feira da viatura B.</i>	<i>85</i>
<i>Figura 37 - Rota original de terça-feira da viatura B.</i>	<i>86</i>
<i>Figura 38 - Rota otimizada de terça-feira da viatura B.</i>	<i>86</i>
<i>Figura 39 - Rota original de quarta-feira da viatura B.</i>	<i>87</i>
<i>Figura 40 - Rota otimizada de quarta-feira da viatura B.</i>	<i>87</i>
<i>Figura 41 - Rota original de quinta-feira da viatura B.</i>	<i>88</i>
<i>Figura 42 - Rota otimizada de quinta-feira da viatura B.</i>	<i>88</i>
<i>Figura 43 - Rota original de sexta-feira da viatura B.</i>	<i>89</i>
<i>Figura 44 - Rota otimizada de sexta-feira da viatura B.</i>	<i>89</i>
<i>Figura 45 - Rota original de sábado da viatura B.</i>	<i>90</i>
<i>Figura 46 - Rota otimizada de sábado da viatura B.</i>	<i>90</i>
<i>Figura 47 - Rota original de segunda-feira da viatura C.</i>	<i>91</i>
<i>Figura 48 - Rota otimizada de segunda-feira da viatura C.</i>	<i>91</i>
<i>Figura 49 - Rota original de terça-feira da viatura C.</i>	<i>92</i>
<i>Figura 50 - Rota otimizada de terça-feira da viatura C.</i>	<i>92</i>
<i>Figura 51 - Rota original de quarta-feira da viatura C.</i>	<i>93</i>
<i>Figura 52 - Rota otimizada de quarta-feira da viatura C.</i>	<i>93</i>
<i>Figura 53 - Rota original de quinta-feira da viatura C.</i>	<i>94</i>
<i>Figura 54 - Rota otimizada de quinta-feira da viatura C.</i>	<i>94</i>
<i>Figura 55 - Rota original de sexta-feira da viatura C.</i>	<i>95</i>

<i>Figura 56 - Rota otimizada de sexta-feira da viatura C.</i>	<i>95</i>
<i>Figura 57 - Rota original de sábado da viatura C.</i>	<i>96</i>
<i>Figura 58 - Rota otimizada de sábado da viatura C.</i>	<i>96</i>
<i>Figura 59 - Rota proposta para segunda-feira da viatura A.</i>	<i>97</i>
<i>Figura 60 - Rota proposta para terça-feira da viatura A.</i>	<i>97</i>
<i>Figura 61 - Rota proposta para quarta-feira da viatura A.</i>	<i>98</i>
<i>Figura 62 - Rota proposta para quinta-feira da viatura A.</i>	<i>98</i>
<i>Figura 63 - Rota proposta para sexta-feira da viatura A.</i>	<i>99</i>
<i>Figura 64 - Rota proposta para sábado da viatura A.</i>	<i>99</i>
<i>Figura 65 - Rota proposta para segunda-feira da viatura B.</i>	<i>101</i>
<i>Figura 66 - Rota proposta para terça-feira da viatura B.</i>	<i>101</i>
<i>Figura 67 - Rota proposta para quarta-feira da viatura B.</i>	<i>102</i>
<i>Figura 68 - Rota proposta para quinta-feira da viatura B.</i>	<i>102</i>
<i>Figura 69 - Rota proposta para sexta-feira da viatura B.</i>	<i>103</i>
<i>Figura 70 - Rota proposta para sábado da viatura B.</i>	<i>103</i>

Lista de Tabelas

<i>Tabela 1 - Passos do algoritmo.....</i>	<i>21</i>
<i>Tabela 2 - Frequência relativa das compras por dia da semana.</i>	<i>35</i>
<i>Tabela 3 - Percentil dos 75% das compras de cada cliente por dia da semana e por tipologia de garrafa.</i>	<i>36</i>
<i>Tabela 4 - Dados sobre as viaturas disponíveis.</i>	<i>37</i>
<i>Tabela 5 - Otimização das rotas da Viatura A.....</i>	<i>39</i>
<i>Tabela 6 - Otimização das rotas da Viatura B.</i>	<i>39</i>
<i>Tabela 7 - Otimização das rotas da Viatura C.....</i>	<i>40</i>
<i>Tabela 8 - Eficiência energética e redução das emissões anuais.</i>	<i>40</i>
<i>Tabela 9 - Janelas temporais para cada dia semana.....</i>	<i>43</i>
<i>Tabela 10 - Otimização das rotas da Viatura A.</i>	<i>44</i>
<i>Tabela 11 - Otimização das rotas da Viatura B.</i>	<i>44</i>
<i>Tabela 12 - Eficiência energética e redução das emissões anuais.</i>	<i>45</i>
<i>Tabela 13 - Frequência relativa das compras por dia da semana (parte 1).</i>	<i>53</i>
<i>Tabela 14 - Frequência relativa das compras por dia da semana (parte 2).</i>	<i>54</i>
<i>Tabela 15 - Frequência relativa das compras por dia da semana (parte 3).</i>	<i>55</i>
<i>Tabela 16 - Frequência relativa das compras por dia da semana (parte 4).</i>	<i>56</i>
<i>Tabela 17 - Frequência relativa das compras por dia da semana (parte 5).</i>	<i>57</i>
<i>Tabela 18 - Frequência relativa das compras por dia da semana (parte 5).</i>	<i>58</i>
<i>Tabela 19 - Frequência relativa das compras por dia da semana (parte 6).</i>	<i>59</i>
<i>Tabela 20 - Frequência relativa das compras por dia da semana (parte 7).</i>	<i>60</i>
<i>Tabela 21 - Frequência relativa das compras por dia da semana (parte 8).</i>	<i>61</i>
<i>Tabela 22 - Frequência relativa das compras por dia da semana (parte 9).</i>	<i>62</i>
<i>Tabela 23 - Frequência relativa das compras por dia da semana (parte 10).</i>	<i>63</i>
<i>Tabela 24 - Frequência relativa das compras por dia da semana (parte 11).</i>	<i>64</i>
<i>Tabela 25 - Frequência relativa das compras por dia da semana (parte 12).</i>	<i>65</i>
<i>Tabela 26 - Percentil dos 75% das compras de cada cliente por dia da semana e por tipologia de garrafa (parte 1).</i>	<i>67</i>

<i>Tabela 27 - Percentil dos 75% das compras de cada cliente por dia da semana e por tipologia de garrafa (parte 2).</i>	68
<i>Tabela 28 - Percentil dos 75% das compras de cada cliente por dia da semana e por tipologia de garrafa (parte 2).</i>	69
<i>Tabela 29 - Percentil dos 75% das compras de cada cliente por dia da semana e por tipologia de garrafa (parte 3).</i>	70
<i>Tabela 30 - Percentil dos 75% das compras de cada cliente por dia da semana e por tipologia de garrafa (parte 4).</i>	71
<i>Tabela 31 - Percentil dos 75% das compras de cada cliente por dia da semana e por tipologia de garrafa (parte 5).</i>	72
<i>Tabela 32 - Percentil dos 75% das compras de cada cliente por dia da semana e por tipologia de garrafa (parte 6).</i>	73
<i>Tabela 33 - Percentil dos 75% das compras de cada cliente por dia da semana e por tipologia de garrafa (parte 6).</i>	74
<i>Tabela 34 - Percentil dos 75% das compras de cada cliente por dia da semana e por tipologia de garrafa (parte 7).</i>	75
<i>Tabela 35 - Percentil dos 75% das compras de cada cliente por dia da semana e por tipologia de garrafa (parte 8).</i>	76
<i>Tabela 36 - Percentil dos 75% das compras de cada cliente por dia da semana e por tipologia de garrafa (parte 10).</i>	77
<i>Tabela 37 - Percentil dos 75% das compras de cada cliente por dia da semana e por tipologia de garrafa (parte 1).</i>	78

Notação e Glossário

A	Conjunto de arcos	
a	Início da janela temporal	h
b	Término da janela temporal	h
c	Custo associado a um arco	€
d	Distância associada a um arco	km
f	Custos fixos	€
G	Rede de arcos e vértices	
K	Conjunto de viaturas	
L	Limite de horas laborais	h
m	Número de viaturas	
N	Vizinhança	
o	Depósito de origem	
P	Parâmetro de penalização	
Q	Capacidade de carga de uma viatura	kg
q	Carga associado a um pedido	kg
r	Depósito de regresso	
S	Subconjunto de vértices	
s	Duração do serviço	h
T	Hora de início do trabalho	h
t	Hora a que um cliente é visitado	h
V	Conjunto de vértices	
v	Tempo de violação da janela temporal	h
x	Variável de decisão que define se um arco pertence à rota	
y	Variável de decisão que define se um vértice pertence à rota	
z	Carga disponível num arco	kg

Letras gregas

β	Variável avaliada nas restrições intrarota	
η	Conceito de atração	
θ	Parâmetro que define a permissão para violar as restrições	
λ	Duração da viagem	h
ξ	Custo de penalidade	€
τ	Valor de feromonas	
Ψ	Pontuação da vizinhança na PVA	
Ω	Parâmetro que define o regresso da viatura ao depósito	
ω	Limite imposto nas restrições intrarota	

Índices

i	Cliente de partida de um determinado arco
j	Cliente de chegada de um determinado arco
k	Índice da viatura

Lista de Siglas

API	Application Programming Interface
PVA	Procura de Vizinhança Adaptativa
PVV	Procura de Vizinhança Variável
VBA	Visual Basic for Applications
WMS	Web Map Service

1 Introdução

1.1 Enquadramento e Apresentação do Projeto

Uma das áreas que tem despertado maior interesse na investigação operacional é a otimização de rotas. Na resolução deste tipo de problemas recorre-se à otimização combinatória e à programação linear inteira mista. O seu objetivo consiste na determinação do conjunto de rotas mais eficientes de modo a possibilitar o transporte de produtos através de uma rede de distribuição complexa.

A obtenção do ótimo global é NP-difícil (tempo polinomial não determinístico - difícil) portanto, a dimensão dos problemas que podem ser resolvidos otimamente utilizando programação matemática ou otimização combinatória é restrito [1]. Esta adversidade levou ao desenvolvimento de heurísticas que permitam a resolução de problemas com a complexidade e tamanho das aplicações reais, com soluções de elevada qualidade e num tempo de computação aceitável [2].

A distribuição de combustíveis por postos de abastecimento, planeamento das rotas dos autocarros e o serviço de recolha de resíduos sólidos urbanos são alguns dos exemplos onde a otimização de rotas assume um papel fundamental.

O transporte de fim de linha é particularmente importante, uma vez que envolve a entrega a diversos clientes dispersos geograficamente. Como se pode ver na Figura 1, o transporte de fim de linha exige um maior esforço de distribuição pois terão de ser abrangidos um maior número de clientes. A Santos da Cunha, sendo uma empresa que comercializa gás engarrafado, uma parcela significativa dos seus custos está relacionada com a logística da distribuição de fim de linha, o que torna pertinente proceder à sua otimização.

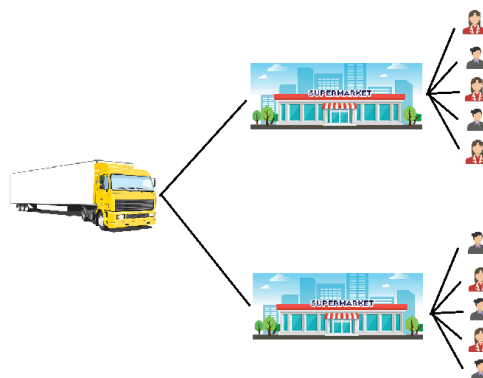


Figura 1 - Exemplo simplificado de uma rede logística.

O transporte de mercadorias representa uma parte significativa dos custos de várias empresas sendo prioritário proceder à sua minimização. A diminuição destes custos permite à empresa

reduzir o custo do produto, tornando-se mais competitiva relativamente à concorrência [3]. O sector dos transportes totaliza 10% do PIB europeu, pelo que poupanças mesmo inferiores a 5% acabam por ser significativas [4].

A melhoria da eficiência da logística dos transportes também apresenta uma extrema importância para o ambiente, sendo esta atividade responsável por 14 % das emissões totais de CO₂ e é a maior responsável pelas emissões de NO_x e SO₂ [5]. As emissões de CO₂ apresentam consequências diretas na saúde humana devido às doenças contraídas devido à poluição e consequências indiretas, como por exemplo, a destruição da camada de ozono [6].

1.2 Apresentação da Empresa

O início da atividade das empresas Santos da Cunha remonta ao ano de 1949. A empresa Sebastião Santos da Cunha, Lda. era o Agente Central para a cidade de Braga, da SACOR, que mais tarde viria a dar origem à PETROGAL e, atualmente, à GALP ENERGIA.

A cisão operada na empresa Sebastião Santos da Cunha, Lda., originou a criação da Coboleo - Distribuição de Combustíveis e Lubrificantes, Lda., constituída em 1988, com o objetivo de comercializar os produtos GALP, nomeadamente, os combustíveis líquidos, gasosos e lubrificantes, que a partir de 1988 passam a fazer parte da atividade da Coboleo. Para além destes produtos, a empresa comercializava ainda, material de queima, eletrodomésticos e prestava serviços de assistência técnica na área do gás.

Em 1998, com a entrada do novo sócio, Sr. Luís Santos da Cunha, atualmente sócio majoritário das empresas SANTOS DA CUNHA, inicia-se um processo de verticalização e especialização dos negócios existentes na Coboleo, ficando esta como negócio principal a comercialização de lubrificantes GALP. Esta estratégia teve por objetivo a modernização e rentabilização dos negócios, com a consequente melhoria na qualidade dos serviços prestados aos clientes.

Em dezembro de 1999 foi constituída a empresa Santos da Cunha 3 - Gás, Lda., tendo como principal atividade a comercialização de combustíveis gasosos GALP (gás garrafa e gás granel). É atualmente o maior cliente (1ª Linha) da Galp Energia no Norte.

Este negócio tem uma forte vertente de assistência técnica com real importância em toda a atividade, o que motivou a criação da empresa Santos da Cunha 4 Assiste - Serviços de Instalação de Gás, Lda., que para além dos serviços de assistência técnica na área do gás, instala redes de gás e aquecimentos centrais a gás e gasóleo.

No ano 2002 surge a empresa Santos da Cunha 6 - Logística e Transportes, Lda., que resulta da alteração da denominação social da empresa Dispetro - Distribuição e Comércio de Produtos Petrolíferos, Lda. Esta surgiu em 1991, por imposição da Petrogal, para efetuar a distribuição dos lubrificantes GALP nos distritos de Braga e Viana do Castelo para os seus clientes diretos. Atualmente, a atividade comercial sobrepõe-se à atividade de transportes, na medida em que esta é feita apenas para as empresas Santos da Cunha. A atividade comercial é bastante

diversificada, uma vez que comercializa lubrificantes das marcas ELF, FINA, CASTROL e TOTAL, combustíveis líquidos em quatro postos de abastecimento CEPSA e sete postos GALP, gásóleo de aquecimento ao domicílio e possui algumas coletivas de gás canalizado.

A empresa Gasilima - Distribuição de Gás, Combustíveis e Lubrificantes, Lda., foi constituída em outubro de 1998.

A sua principal atividade consiste na comercialização de combustíveis gasosos (gás garrafa e gás granel), no entanto, comercializa também acessórios para gás e equipamentos de queima. O objetivo primordial da constituição desta empresa, foi aumentar a quota de mercado do GALP GÁS no mercado de Viana do Castelo.

1.3 9+Contributos do Trabalho

A criação de novos algoritmos para a resolução de problemas de otimização de rotas é uma tarefa demorada e que exige um elevado tempo de investigação. Como o âmbito desta dissertação consiste na otimização de um problema real, decidi utilizar um algoritmo de Procura Local Adaptativa disponibilizado por Erdoğan e procedi à alteração dos parâmetros do algoritmo com intuito de obter a melhor solução possível [7]. O algoritmo para o cálculo da solução inicial foi substituído pelo método das poupanças de Clarke e Wright por este corresponder a uma heurística que permite obter uma solução inicial melhor.

Para proceder à otimização das rotas foi necessário caracterizar detalhadamente as vendas, os clientes e a frota. Recorri ao Tableau para fazer uma análise cuidada de toda a informação que considerei relevante para o sucesso do trabalho.

Adicionalmente, desenvolvi rotinas de VBA sempre que estas eram necessárias para o tratamento de dados, nomeadamente, uma rotina que permitisse converter moradas em coordenadas geográficas usando a API do Bing Maps e outra que permitisse criar uma rota num mapa e importar a imagem resultante.

1.4 Organização da Tese

O Capítulo 2 inicia-se com a definição do problema de otimização de rotas na Secção 2.1, seguindo para a formulação matemática do problema com restrições de capacidade na Secção 2.2. Na Secção 2.3 faz-se uma breve descrição do modo como podem ser classificados estes problemas enquanto na Secção 2.4 apresentam-se os algoritmos mais relevantes para a resolução deste tipo de problema.

A formulação do problema desta dissertação está presente no Capítulo 3. Na Secção 3.1 são explicadas as equações e inequações que caracterizam este problema. A descrição detalhada do algoritmo implementado para a resolução do problema encontra-se na Secção 3.2.

O Capítulo 4 é onde se encontram representados os resultados e procedeu-se à sua discussão. Esta capítulo inclui a caracterização das vendas (Secção 4.1), caracterização dos clientes (Secção 4.2), caracterização da frota (Secção 4.3) e as duas soluções distintas de rotas otimizadas (Secção 4.4).

No Capítulo 5 apresentam as conclusões relevantes do trabalho.

Por fim, o Capítulo 6 contém a avaliação do trabalho realizado. Neste capítulo comenta-se o grau de cumprimento dos objetivos inicialmente propostos (Secção 6.1) e são brevemente descritos trabalhos adicionais que tenham sido realizados, mas não tenham sido relevantes para a dissertação (Secção 6.2). São expostas as limitações e o trabalho futuro que seria interessante vir a ser desenvolvido (Secção 6.3) e é dada uma opinião pessoal sobre o trabalho (Secção 6.4).

2 Contexto e Estado da Arte

2.1 O problema de otimização de rotas

O problema de otimização de rotas foi introduzido pela primeira vez numa situação do quotidiano por Dantzig e Ramser em 1959, que consistia na otimização da rota de distribuição de gasolina aos postos de combustível. Os autores encontraram uma solução próxima da ótima utilizando programação linear. No entanto, como o problema era constituído apenas para um conjunto de 12 postos de combustível, concluíram que não existia aplicabilidade prática para o método proposto [8]. Apesar das conclusões deste trabalho não serem as desejadas, este veio a provar-se fundamental no despoletar de toda a investigação nesta área.

A versão mais estudada do problema de otimização de rotas é o problema com restrições de capacidade. Este problema pode ser definido da seguinte forma:

Sabendo: um conjunto de pedidos por parte dos clientes dispersados geograficamente e uma determinada frota homogénea onde cada viatura tem uma capacidade Q .

Objetivo: determinar um conjunto de rotas que permita satisfazer todos (ou alguns) os pedidos com a frota disponível ao mínimo custo possível. Em particular, decidir que viatura irá satisfazer determinado pedido e por que ordem, respeitando as restrições previamente impostas para se obter uma solução exequível [9].

2.2 Formulação do problema com restrições de capacidade

O problema pode ser representado por um grafo $G = (V, A)$ que representa a rede do problema de otimização de rotas, onde $V = \{V_0, V_1, \dots, V_n\}$ é o conjunto de vértices e $A = \{(V_i, V_j) : V_i, V_j \in V, i \neq j\}$ é o conjunto de arcos que liga os vértices todos entre si. No vértice V_0 está localizado o armazém onde se encontra disponível uma frota com m viaturas de capacidade Q . Cada cliente $i \in V \setminus \{V_0\}$ tem associado a si um pedido $0 < q_i \leq Q$, ou seja, só poderão ser considerados clientes cujos pedidos sejam inferiores à capacidade de uma viatura. Uma matriz de custos c_{ij} está associada ao conjunto de arcos A e o objetivo do problema é minimizar os custos totais das rotas. Na sua forma mais simples esta matriz dos custos é simétrica, isto é, o custo de ir de V_i para V_j é igual ao custo de ir de V_j para V_i .

As restrições associadas a este problema genérico são:

- Cada viatura inicia e termina a sua rota no armazém.
- Cada cliente é visitado apenas uma vez.
- O pedido associado a cada rota não pode exceder a capacidade de uma viatura.

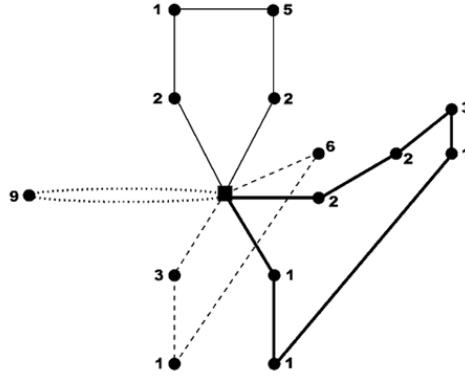


Figura 2 - Exemplo de um problema de otimização de rotas com 14 clientes e viaturas com $Q = 10$. A quantidade comprada por cada cliente está representada em cada vértice [10].

Na sua formulação matemática, o problema assume a seguinte estrutura:

$$\text{Minimizar } \sum_{(i,j)} c_{ij} x_{ij} \quad (2.1)$$

Sujeito a:

$$x_{0,j} = \{0,1,2\}, \quad \forall j \in V \setminus \{0\} \quad (2.2)$$

$$x_{i,j} = \{0,1\}, \quad \forall i, j \in V \setminus \{0\} \quad (2.3)$$

$$\sum_{j \in V \setminus \{0\}} x_{0j} = 2m \quad (2.4)$$

$$\sum_{i < n} x_{in} + \sum_{j > n} x_{nj} = 2, \quad \forall n \in V \setminus \{0\} \quad (2.5)$$

$$\sum_{\substack{i \in S, j \notin S \\ \vee i \notin S, j \in S}} x_{ij} \geq 2b(S), \quad S \subset V \setminus \{0\} \quad (2.6)$$

A função objetivo está representada na Equação 2.1 e consiste na minimização dos custos. A variável x_{ij} toma o valor 1 caso o arco faça parte da solução e o valor nulo na situação contrária. A restrição imposta pela Equação 2.2 indica que o arco que liga o armazém ao cliente pode não ser cruzado por nenhuma viatura, pode ser cruzado uma vez ou pode ser cruzado duas vezes, no caso desse cliente ser o único ponto na rota. A Equação 2.3 diz que os arcos entre dois vértices $V \setminus \{0\}$ só poderão ser cruzados uma vez, para assegurar que cada cliente só é visitado uma vez de modo a minimizar os custos.

A Equação 2.4 impõe uma restrição que garante que todas as viaturas que saem do armazém têm de regressar. Por sua vez, a Equação 2.5 garante simultaneamente que todos os clientes são visitados e que essa visita é realizada apenas por uma viatura.

Por fim, a Equação 2.6 é a restrição de capacidade onde $b(S)$ é normalmente substituído por $\sum_{i \in S} \frac{q_i}{Q}$. Esta equação tem dois propósitos fundamentais: garantir que a capacidade da viatura não é violada e evitar a formação de sub-rotas, pois garante que cada subconjunto de clientes é conectado ao armazém.

Apesar desta formulação ser amplamente estudada, a sua aplicabilidade no mundo real acaba por ser reduzida. As simplificações assumidas neste problema, por exemplo, considerar uma frota homogénea quando a maioria das empresas dispõe de várias tipologias de viaturas, restringindo o seu uso em ambiente empresarial. Sendo assim, existiu a necessidade de estudar outras variantes do problema de otimização de rotas e as mais relevantes serão enunciadas no próximo capítulo [10].

2.3 Classificação dos problemas de otimização de rotas

Ao longo dos mais de 50 de anos que se passaram desde a introdução deste tipo de problemas por Dantzig e Ramser que foram surgindo diversas variantes do mesmo. Toth e Vigo definiram um conjunto de características que pretendem facilitar a classificação deste tipo de problemas, bem como a sua posterior modelação e resolução. Sendo assim, a classificação deste tipo de problemas é dada de acordo com [9]:

- Estrutura da rede de distribuição;
- Tipo dos pedidos de transporte;
- Restrições que afetam cada rota individualmente;
- Composição da frota e a sua localização;
- Restrições entre as diversas rotas;
- Objetivos da otimização.

2.3.1 Estrutura da rede de distribuição

Os problemas de otimização de rotas podem ser divididos em duas categorias principais: problemas de **arcos** e problemas de **nós**.

No problema de otimização de rotas com restrição de capacidade, as entregas ocorrem nos vértices do grafo por isso pode afirmar-se que se está na presença de um problema de nós.

Por outro lado, a recolha de resíduos sólidos urbanos, a distribuição de correio e a aquisição de imagens para serviços geoespaciais são exemplos de problemas onde a tarefa a desempenhar ocorre nos arcos e não nos vértices [11]. Até existe uma versão genérica que engloba vértices e arcos sendo denominado por problema de otimização de rotas geral [12].

A simetria dos custos da rede de distribuição é outro dos parâmetros que influencia o problema. As variantes mais simples apresentam a matriz de custos com simetria, porém essa assunção não é verificada em aplicações reais [13].

2.3.2 Tipo dos pedidos de transporte

O primeiro tipo de transporte é o serviço **de entrega e recolha** que consiste na entrega de um produto e na recolha do vasilhame após o cliente consumi-lo [14]. Um exemplo deste tipo de transporte está associado com o tema desta dissertação. Um cliente ao encomendar gás, o distribuidor vende a botija cheia e recolhe a que se encontra vazia.

Alguns serviços não exigem a entrega ou recolha de um determinado produto, mas sim a prestação de um serviço. Este tipo de transporte designa-se por **visita por agendamento** e pode ser exemplificado pelos serviços prestados pelos enfermeiros ao domicílio e pelos técnicos de manutenção [15].

No problema enunciado anteriormente foi colocada a restrição em que cada cliente é visitado apenas por uma viatura, no entanto há situações onde é impossível considerar essa restrição, nomeadamente quando o pedido do cliente excede a capacidade de uma viatura. Sendo assim, os tipos de pedidos também podem ser devidos em **problemas com carga dividida e sem carga dividida** [16].

Em determinadas áreas de negócio é impossível conhecer certas condições do sistema *a priori*, enquanto noutras áreas existe incerteza quanto às condições, mas podem ser descritas por um modelo probabilístico. O primeiro tipo de sistema intitula-se **dinâmico** e o segundo é um sistema **estocástico** [17, 18].

2.3.3 Restrições intrarota

Um dos aspetos fundamentais na modelação destes problemas de otimização são as restrições intrarota que permitem verificar se uma determinada rota é exequível ou não. Uma das restrições fundamentais são **restrições de capacidade** que inviabilizam rotas cujos pedidos excedam a capacidade da viatura. Considerando uma viatura k com uma capacidade Q pertencente a uma frota K , y_i^k um parâmetro que toma o valor 0 quando o cliente não é visitado pela viatura k e toma o valor 1 na situação oposta, e q_i a quantidade pedida pelo cliente i , a restrição de capacidade é dada por:

$$\sum_{i \in V} q_i y_i^k \leq Q, \forall k \in K \quad (2.7)$$

Outro tipo de restrição tipicamente aplicada é a **restrição de comprimento da rota**, isto é, uma entrega pode estar limitada pela distância, pela duração ou pelos custos associados. A restrição pode ser escrita da seguinte forma [19]:

$$\sum_{(i,j) \in A} \beta_{ij} x_{ij}^k \leq \omega, \forall k \in K \quad (2.8)$$

Sendo β_{ij} a distância, duração ou custos de distribuição entre dois vértices, x_{ij}^k toma o valor 1 ou 0 caso o arco seja cruzado ou não, respetivamente, e ω o limite imposto.

Um aspeto muito importante nas entregas são **janelas temporais**. Cada arco $(i, j) \in A$ tem um tempo de viagem associado t_{ij} e cada cliente $i \in V$ tem uma janela temporal $[a_i, b_i]$ para ser servido pela viatura k . Uma rota é exequível se o tempo em que um cliente é visitado, T_i^k , estiver dentro das janelas temporais previamente definidas [20].

$$a_i \leq t_i^k \leq b_i \quad \forall i \in V, k \in K \quad (2.9)$$

Uma variante interessante dos problemas com janelas temporais é quando o tempo de viagem, λ_{ij} , pode variar de acordo com o momento do dia em que essa viagem ocorre. Será expectável que uma viagem no centro de uma cidade tenha uma maior duração à hora de ponta. Sendo assim, é indicado definir os **tempos de viagem em função da hora do dia**, $\lambda_{ij}(t_i^k)$ [21].

2.3.4 Composição da frota e a sua localização

No problema com restrições de capacidade, as viaturas apresentavam características idênticas, estando na presença de uma frota homogénea. Simultaneamente, a frota estava toda situada num único armazém de onde partia e regressava no final da atividade.

Quando se considera uma frota homogénea e mais que um armazém diz-se que se está na presença de um **problema multidepósito**. Este tipo de problemas são caracterizados pela possibilidade da frota poder iniciar e terminar a sua rota em armazéns distintos [22]. Uma variante bastante pertinente do problema multidepósito consiste na utilização dos armazéns para reabastecimento de mercadorias [23].

Para além disso, a maioria das frotas existentes nas empresas são **frotas heterogéneas**. Sendo P o número de viaturas distintas, uma frota heterogénea K pode ser dividida em P subconjuntos de frotas homogéneas, $K = K^1 \cup K^2 \cup \dots \cup K^P$ [24].

2.3.5 Restrições inter-rotas

Na Secção 2.4.3 referiram-se as restrições intrarrotas (restrições locais) que permitem determinar se uma rota é exequível e se todas as rotas respeitam as restrições de capacidade, distância e janelas temporais. No entanto, não será muito correto de um ponto de vista de ética profissional se a solução ótima indicar que um trabalhador percorra uma distância consideravelmente maior do que outro. Para eliminar estas situações existem as restrições inter-rotas (restrições globais), onde a exequibilidade de uma determinada solução depende do modo como as rotas interagem entre si.

A primeira restrição enunciada será a da **distribuição equitativa das tarefas**. Bodin, Maniezzo e Mingozzi declaram que a diferença entre a duração máxima e mínima de uma solução não deve exceder um limite previamente estabelecido [25].

Uma segunda restrição deve-se à **competição de diversas viaturas por recursos limitados globalmente**. Num problema multidepósito, as viaturas podem regressar a qualquer armazém mas provavelmente não existirão recursos logísticos para acolher todas as viaturas num único armazém [26, 27].

O último exemplo de restrições inter-rotas trata das situações em que as diversas rotas têm dependências de horários entre si e foi descrito por Drexl. Estas restrições são denominadas por **restrições de sincronismo** [28-30].

2.3.6 Objetivos da otimização

O problema de otimização de rotas mais estudado é o da minimização de custos associado a uma rede distribuição e insere-se nos problemas **mono-objetivo**. Contudo, poderão ocorrer situações onde existem vários objetivos organizados **hierarquicamente** ou problemas de otimização **multiobjetivo** [9].

A otimização **mono-objetivo** é o problema mais comum e consiste na minimização de uma única função objetivo como os custos ou na maximização de lucros.

A **otimização hierárquica** é extremamente importante quando se pretendem otimizar recursos que conflituem entre si. A minimização da distância percorrida, do tempo de atividade e do número de viaturas são um exemplo de objetivos conflituosos. A minimização da distância levará a que uma viatura percorra estradas secundárias que normalmente têm limites de velocidade inferiores, levando ao aumento do tempo de atividade. O **custo associado ao número de viaturas e de trabalhadores** é normalmente o custo maioritário, portanto é o valor **otimizado em primeiro lugar**. Com este valor fixo, otimiza-se a segunda função objetivo. Caso exista mais funções objetivo, a metodologia repete-se [31].

Por fim, a **otimização multiobjetivo** é um tipo de problema onde se tenta obter um compromisso entre os diversos parâmetros a otimizar [32].

2.3.7 Outras variantes

Toth e Vigo [9] classificaram os problemas de otimização de rotas da forma previamente descrita e com um rigor bastante assinalável. Para além disso, exemplificam alguns casos menos típicos, mas de interesse bastante pertinente para o tema desta dissertação.

Gröer *et al.* definiram um tipo de **problema baseado na consistência da rota quando um serviço ocorre com uma periodicidade definida** [33]. A ideia inerente a este problema é que um determinado cliente deve ser visitado pelo mesmo distribuidor à mesma hora sempre que

necessitar de um serviço ou produto. A atribuição de uma rota com uma região e clientes próximos ao distribuidor pode influenciar positivamente as vendas [34]. Este problema é bastante relevante pois esta dissertação tem como objetivo otimizar rotas de distribuição de garrafas de gás e o seu *modus operandi* enquadra-se plenamente nesta definição.

2.4 Algoritmos

Desde a publicação de Dantzig e Ramser em 1959 que a investigação e desenvolvimento nesta área despoletou de forma bastante acentuada [8]. A sua notória relevância para os problemas do mundo real leva a que cada vez mais sejam explorados problemas mais complexos, o que cria uma necessidade crescente por algoritmos cada vez mais sofisticados que permitam obter soluções com maior qualidade, num intervalo de tempo mais curto e com o maior número de restrições possíveis.

O propósito deste capítulo é enunciar e fazer uma breve descrição dos algoritmos mais utilizados na resolução deste tipo de problemas.

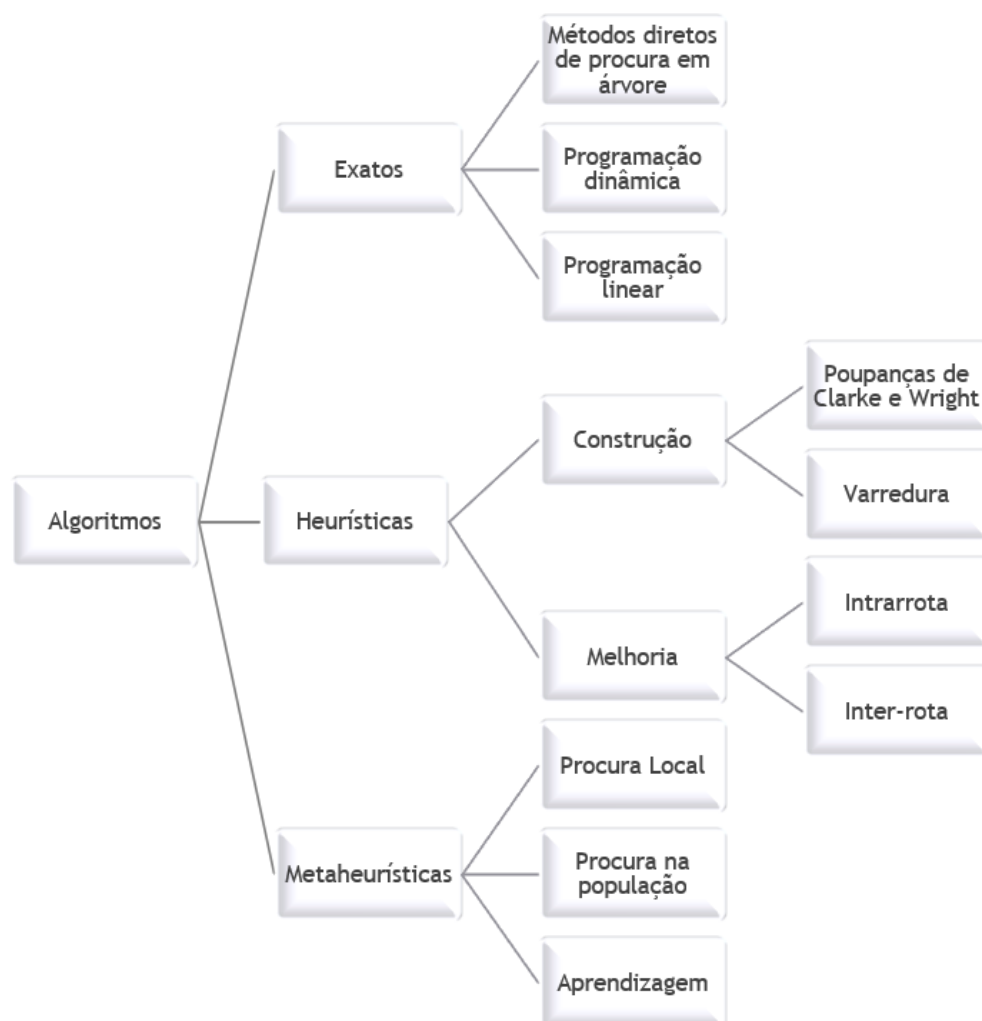


Figura 3 - Diagrama resumo dos algoritmos utilizados no problema de otimização de rotas.

2.4.1 Algoritmos exatos

Os algoritmos exatos, como o próprio nome indica, permitem obter o ótimo global, porém a sua aplicabilidade ainda é bastante reduzida em situações reais devido ao seu elevado tempo de computação [35]. Estes podem ser divididos em:

- Métodos diretos de procura em árvore;
- Programação dinâmica;
- Programação linear.

Os métodos diretos de procura em árvore podem ser divididos por ramificação nos arcos [36], ramificações nas rotas [37] e árvores centradas de k-grau e q-rotas [38].

A programação dinâmica tem como subcategorias a programação dinâmica geral [39] e a relaxação no espaço de estados [40]. Por sua vez, a programação linear é uma categoria muito ampla e que tem recolhido grande parte do esforço de investigação. No entanto, as suas categorias mais relevantes são a formulação de fluxo de viaturas, formulação de fluxo de recursos e a formulação de definição de partições [41].

2.4.2 Heurísticas clássicas

As heurísticas clássicas permitem obter soluções que respeitam as restrições impostas num tempo razoável, com uma exatidão aceitável e com uma simplicidade e flexibilidade excelentes [42]. A exatidão é definida como o desvio da solução obtida para o ótimo global. Associada a este conceito surge a consistência da solução, isto é, são preferidas heurísticas que funcionem sempre bem. A simplicidade deve-se ao facto de as heurísticas serem fáceis de compreender e implementar. A flexibilidade das heurísticas deve ser suficiente para tratar problemas com diversas restrições que permitem englobar a maioria das situações do mundo real. A inclusão de termos de penalidade na função objetivo permite lidar com estas restrições adicionais e estabelecer alguma flexibilidade numérica [43].

As heurísticas clássicas podem ser divididas em heurísticas de construção e de melhoria. As heurísticas de construção preocupam-se em obter uma solução que respeite todas as restrições, mas não se preocupa em melhorar a solução após esse processo. Dentro destas heurísticas destaca-se o algoritmo das poupanças de Clarke e Wright [44].

Este algoritmo apresenta elevada robustez e consegue ter uma exatidão aceitável para problemas de tamanho reduzido e médio. Mesmo para problemas de maior dimensão é muitas vezes utilizado como primeira estimativa [45].

As heurísticas de melhoria alteram certas características da solução obtida pelas heurísticas de construção na tentativa de encontrar uma solução melhor. A maioria das heurísticas de melhoria são de procura local e foram descritas detalhadamente por Funke *et al.* [46].

2.4.3 Metaheurísticas

Metaheurísticas são algoritmos de resolução semelhantes às heurísticas clássicas, porém permitem o deterioramento da solução e até soluções não exequíveis. Nos últimos anos tem existido um forte desenvolvimento neste capítulo sendo uma tarefa árdua enumerar todas as metaheurísticas criadas. Consequentemente, serão enunciados os princípios fundamentais em que estas podem ser segmentadas e é importante realçar que os novos algoritmos emergentes provêm de híbridos de vários segmentos [47].

Os **algoritmos de procura local** iniciam numa solução x_1 e movem-se a cada iteração t de x_t para x_{t+1} na sua vizinhança $N(t)$. Se $f(x)$ for o custo associado a x , $f(x_{t+1})$ não é necessariamente inferior a $f(x_t)$ portanto deve existir cuidado para não existirem ciclos intermináveis [9]. Os algoritmos de procura local mais relevantes são o **Recozimento Simulado** [48, 49], **Recozimento Determinístico** [50], **Procura Tabu** [51, 52] e **Procura de Vizinhança Variável** [53].

Enquanto os algoritmos anteriores surgiram devido à necessidade de fugirem de ótimos locais e evitarem ciclos intermináveis, os **algoritmos baseados na população** tiveram inspiração em fenómenos naturais. Os **algoritmos genéticos** são o tipo mais conhecido de **algoritmos baseados na população**, que geram soluções de alta qualidade utilizando conceitos como a mutação, cruzamento e seleção [54].

Por fim, a última categoria de metaheurísticas são os **algoritmos baseados na aprendizagem** e baseiam-se em repetir o que deu soluções satisfatórias anteriormente e evitar o que deu soluções negativas. A **otimização da colónia das formigas** é o algoritmo que se destaca e utiliza o conceito de atração, $\eta_{ij} = \tau_{ij}^\alpha - s_{ij}^\beta$, sendo τ_{ij} o valor de feromonas que mede a qualidade da combinação entre i e j nas iterações anteriores e α e β são parâmetros introduzidos pelo utilizador. O conceito de poupanças, s_{ij} , é calculado através de $s_{ij} = c_{i0} + c_{0j} - c_{ij}$, onde c corresponde ao custo [55].

A elevada qualidade destas metaheurísticas despertou o interesse dos investigadores e começaram a ser combinadas na tentativa de realçarem as suas melhores qualidades originando **híbridos**.

Nos algoritmos híbridos destacam-se o **algoritmo baseado na população e procura local**, também denominado por **programação de memória adaptativa** [56], **híbridos meta-meta** que consistem na combinação de diversas metaheurísticas [57], **híbridos com vizinhanças grandes** [58], **híbridos com solucionadores matemáticos** [59] e **algoritmos em paralelo** [60].

3 Métodos

3.1 Formulação do problema

Por se tratar de uma situação real, o problema proposto apresenta uma complexidade elevada. Este problema envolve **janelas temporais, restrições de capacidade e frota heterogênea**.

Erdoğan apresentou uma formulação do problema onde tentou englobar todas as variantes possíveis, sendo esta adaptada para o problema em questão [7]. Sendo V_D o conjunto de vértices que contém o(s) depósito(s), V_C o conjunto de vértices que contém os clientes a visitar e $V = V_D \cup V_C$. Sendo assim, $G = (V, A)$ corresponde à rede que liga todos os clientes e depósitos entre si. Associado a um determinado cliente $i \in V_C$ define-se a quantidade a entregar como q_i , tempo de serviço como s_i e a janela temporal da entrega $[a_i, b_i]$.

Ao conjunto de viaturas K estão associados diversos tipos de viaturas $k \in K$ que têm como depósito de origem $o^k \in V_D$, uma capacidade Q , a hora de início de trabalho como T^k , os custos fixos de utilização de uma viatura como f^k , o tempo limite de trabalho como L^k e o depósito de regresso como r^k .

Na rede $G = (V, A)$, associado a cada arco $(i, j) \in A$ existe uma distância d_{ij} , uma duração de viagem λ_{ij} e um custo c_{ij}^k que varia de acordo com a viatura responsável por atravessar esse arco. Este custo inclui a componente relativa ao consumo de combustível e o custo associado ao trabalhador. A componente relativa à manutenção da viatura foi desprezada por não existirem dados suficientes.

Caso as viaturas $k \in K$ tenham de regressar ao depósito no final do trabalho, Ω assume o valor de 1 e é nulo no caso contrário. Adicionalmente, θ é igual a 1 quando as janelas temporais podem ser violadas tendo associado a si um custo de penalidade ξ por unidade de tempo e 0 quando esta restrição não poder ser violada.

Com o problema devidamente enunciado é possível passar para a escolha das variáveis de decisão. Uma das variáveis de decisão é x_{ij}^k que assume o valor de 1 caso a viatura k atravesse o arco (i, j) e 0 no caso contrário. Do mesmo modo, define-se y_i^k caso a viatura k visite o vértice i . A quantidade de produto transportada por uma viatura k no arco (i, j) é definida como z_{ij}^k . Por fim, define-se como t_i^k a hora a que a viatura k visita o vértice i e v_i como o tempo em que a janela temporal foi violada.

Sendo assim, é possível proceder à formulação matemática do problema:

$$\text{Min } f_{obj} = \sum_{(i,j) \in A} \sum_{k \in K} c_{ij}^k x_{ij}^k + \sum_{j \in V_C} \sum_{k \in K} f^k x_{o^k,j}^k + \xi \sum_{i \in V} v_i \quad (3.1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{k \in K} y_i^k = 1, \quad \forall i \in V_C \quad (3.2)$$

$$\sum_{h \in S, w \in V \setminus S} x_{hw}^k \geq y_i^k, \quad \forall i \in V_C, k \in K, S \subset V: o^k \in S, i \in V \setminus S \quad (3.3)$$

$$\sum_{h \in S, w \in V \setminus S} x_{hw}^k \geq \Omega y_i^k, \quad \forall i \in V_C, k \in K, S \subset V: i \in S, r^k \in V \setminus S \quad (3.4)$$

$$\sum_{j \in V_C} x_{o^k,j}^k \leq 1, \quad \forall k \in K \quad (3.5)$$

$$\sum_{j \in V \setminus \{i\}} z_{ji}^k - \sum_{j \in V \setminus \{i\}} z_{ij}^k = q_i y_i^k, \quad \forall i \in V_C, k \in K \quad (3.6)$$

$$\sum_{j \in V_C} z_{o^k,j}^k = \sum_{i \in V_C} q_i y_i^k, \quad \forall k \in K \quad (3.7)$$

$$t_i^k + (\lambda_{ij} + s_i) x_{ij}^k - L^k (1 - x_{ij}^k) \leq t_j^k, \quad \forall (i,j) \in A: j \in V_C, k \in K \quad (3.8)$$

$$a_i \leq t_i^k \leq b_i - s_i + v_i, \quad \forall i \in V_C, k \in K \quad (3.9)$$

$$v_i \leq P\Omega, \quad \forall i \in V_C \quad (3.10)$$

$$t_{o^k}^k = T_k, \quad \forall k \in K \quad (3.11)$$

$$t_i^k + (\lambda_{ij} + s_i) x_{ij}^k \leq b_{r,k} + v_{r,k} + P(1 - \Omega), \quad \forall (i,j) \in A: j \in V_C, k \in K \quad (3.12)$$

$$z_{ij}^k \leq Q^k x_{ij}^k, \quad \forall (i,j) \in A, k \in K \quad (3.13)$$

$$\sum_{i \in V_C} s_i y_i^k + \sum_{(i,j) \in A} \lambda_{ij} x_{ij}^k \leq L^k, \quad \forall k \in K \quad (3.14)$$

$$x_{ij}^k \in \{0,1\}, \quad \forall (i,j) \in A, k \in K \quad (3.15)$$

$$y_i^k \in \{0,1\}, \quad \forall i \in V_C, k \in K \quad (3.16)$$

$$v_i \geq 0, \quad \forall i \in V_C \quad (3.17)$$

$$z_{ij}^k \geq 0, \quad \forall (i,j) \in A, k \in K \quad (3.18)$$

A **Equação 3.1** enuncia a função objetivo do problema proposto e pretende-se proceder à sua minimização. Esta função inclui todos os custos considerados relevantes no problema, assim como o termo de penalidade para permitir algum grau de relaxamento na resolução numérica do problema. Sem este termo poderiam haver problemas sem qualquer solução que respeitassem simultaneamente as restrições todas.

A minimização simultânea dos custos c_{ij}^k e do número de viaturas são objetivos conflituosos. Para resolver este tipo de problema, diversos autores apresentaram uma minimização hierárquica onde primeiro é minimizado o número de viaturas e, posteriormente, o custo [61].

A integração dos custos fixos f^k na função objetivo permite resolver esse problema sem ter de se recorrer a uma otimização hierárquica. Estes custos fixos pretendem refletir o esforço que a empresa terá de suportar para ter mais viaturas e distribuidores.

As restrições impostas ao problema permitem limitar o problema às condições operacionais existentes. A **Equação 3.2** assegura que cada cliente é visitado uma única vez.

As **Equações 3.3 e 3.4** são responsáveis, respetivamente, por estabelecerem uma ligação entre o depósito de origem da viatura k e os clientes visitados e asseguram que a viatura tem de regressar ao seu depósito se assim for definido.

A **Equação 3.5** assegura que cada viatura pode ser utilizada no máximo uma vez. Esta restrição não tem como objetivo prioritário a minimização de custos, mas sim uma distribuição equitativa do trabalho. Certamente não será justo uma viatura fazer 1 rota, voltar ao armazém para recarregar e fazer uma nova rota, mesmo que essa seja a opção mais rentável. O tema desta dissertação não se foca na gestão de recursos humanos, mas sim na otimização das rotas com os recursos existentes. Caso se conclua que existem viaturas excedentes, as decisões a serem tomadas competem unicamente à empresa.

As **Equações 3.6 e 3.7** representam a conservação de fluxo de encomendas. A diferença entre a quantidade transportada no arco à saída do cliente e a transportada à entrada tem de corresponder ao total encomendado por este.

A **Equação 3.8** baseia-se na eliminação de sub-rotas de Miller-Tucker-Zemlin [62].

A **Equação 3.9** estabelece os limites das janelas temporais no cliente e introduz o termo da penalização. O cálculo da penalização encontra-se descrito na Equação 3.10 e o parâmetro P tem um valor suficientemente elevado para só se violar a restrição das janelas temporais caso não haja outra alternativa.

A **Equação 3.11** define a hora de início de trabalho para cada viatura k , enquanto a **Equação 3.12** assegura que as viaturas regressam ao depósito antes do final do seu horário de trabalho.

A **Equação 3.13** assegura o cumprimento da restrição de capacidade, ou seja, nenhum cliente pode ter uma encomenda superior à capacidade uma viatura.

A **Equação 3.14** pretende limitar o tempo de trabalho de uma viatura. O horário de trabalho pode ser das 9 horas às 18 horas, no entanto, o tempo efetivo de trabalho são apenas 8 horas.

As **Equações 3.15 e 3.16** atribuem valores binários às variáveis em questão, pois os arcos e os clientes ou são visitados e têm o valor 1 ou não são e têm o valor nulo.

Por fim, as **Equações 3.17 e 3.18** asseguram que o período que as janelas temporais são excedidas e que as quantidades encomendadas apenas podem assumir valores nulos ou positivos.

3.2 Implementação do algoritmo

A maioria dos algoritmos foca-se na resolução eficaz de uma das variantes apresentada na **Secção 2.4**, sendo pouco robustos quando o nível de complexidade do problema aumenta. Os problemas de otimização de rotas de situações reais exigem que sejam abordadas variantes conjuntas, o que levou à criação de um algoritmo robusto, eficaz e flexível por parte de Pisinger [63].

O que torna este algoritmo particularmente importante é a sua elevada flexibilidade sem ter associada uma perda de desempenho. Para além destas restrições, é possível inserir restrições multidepósito, atribuir uma viatura a um cliente específico e resolver problemas abertos.

Erdoğan desenvolveu uma variante da **Procura de Vizinhaça Adaptativa** (PVA) de Pisinger e disponibilizou o código em VBA (*Visual Basic for Applications*) que serviu de base para o trabalho desenvolvido devido à sua elevada exatidão e versatilidade [7].

Este problema distingue-se do problema que foi enunciado na **Secção 2.3** pois apresenta um grau de complexidade bastante superior.

Uma descrição geral do funcionamento do algoritmo está presente na Tabela 1.

O **Ponto 1** do algoritmo consiste na introdução dos dados relativos ao problema. Estes dados são: localização dos clientes e armazém, quantidades encomendas por cada cliente, janelas temporais associadas a cada pedido, tipos de viaturas diferentes, consumo de combustível, capacidade, número de viaturas e o horário de trabalho.

De seguida, cria-se a matriz de distâncias referida no **Ponto 2**. Num problema com n clientes e 1 armazém esta matriz tem dimensão $(n + 1) \times (n + 1)$ pois pretende calcular a distância entre todas as combinações possíveis de locais.

Tabela 1 - Passos do algoritmo.

1. **Introduzir** dados dos clientes, armazém e frota.
2. **Construir** a matriz de distâncias entre os pontos a inserir nas rotas incluindo o armazém.
3. **Construir** uma primeira solução utilizando o método das poupanças de Clarke e Wright e guardar como *solução_temporária*.
4. **Melhorar** a solução anterior utilizando 4 heurísticas de melhoria.
5. **Guardar** *solução_temporária* como *solução_ótima*.
6. Procura de Vizinhaça Adaptativa
Repetir
 - a. **Destruir** a *solução_temporária* removendo vértices aleatórios.
 - b. **Reparar** a *solução_temporária* utilizando heurísticas construtivas para inserir os vértices.
 - c. Melhorar a solução anterior utilizando 4 heurísticas de melhoria.
 - d. **Se** *solução_temporária* for melhor que *solução_ótima* **então**
 - e. Guardar *solução_temporária* como *solução_ótima*.
 - f. **Senão**
 - g. Substituir *solução_temporária* pela *solução_ótima* com uma probabilidade p .
7. **Até ao tempo de computação limite.**
8. **Devolver** *solução_ótima*.

3.2.1 Construção da solução inicial

No **Ponto 3** calcula-se uma primeira solução, utilizando o método das poupanças de Clarke e Wright. Este algoritmo tem duas versões, uma em série e outra em paralelo. Na versão em série, apenas uma rota é construída de cada vez, enquanto na versão em paralelo pode-se construir várias rotas simultaneamente. A versão utilizada neste problema é a versão em paralelo pois, na maioria dos casos, permite obter melhores soluções e num tempo de computação mais reduzido [64]. Apesar dos resultados obtidos por este algoritmo deteriorarem-se com o aumento da complexidade, a qualidade da solução inicial não tem grande importância pois o método de funcionamento do PVA permite recuperar facilmente de uma solução inicial menos favorável [38].

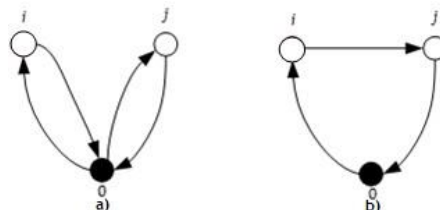


Figura 4 -Conceito de poupança.

Supondo que 2 clientes i e j são visitados em rotas separadas de acordo com a Figura 4 (a). A distância percorrida, d_1 , é então dada por:

$$d_1 = d_{0i} + d_{i0} + d_{0j} + d_{j0} \quad (3.19)$$

Um cenário alternativo encontra-se representado na Figura 4 (b). No caso em que os dois clientes são visitados na mesma rota, a distância percorrida, d_2 , é:

$$d_2 = d_{0i} + d_{ij} + d_{j0} \quad (3.20)$$

A diferença entre estes dois caminhos dá a poupança possível, S_{ij} :

$$S_{ij} = d_1 - d_2 = d_{i0} + d_{0j} - d_{ij} \quad (3.21)$$

As poupanças calculam-se para todas as combinações de clientes, sendo estas posteriormente ordenadas por ordem decrescente. O algoritmo une os clientes i e j correspondentes à maior poupança S_{ij} sem violar as restrições impostas pelo problema até que não haja mais pontos para unir. Este algoritmo tem uma complexidade temporal $O(n^2 \log n)$ e uma complexidade de armazenamento $O(n^2)$ [65].

3.2.2 Heurísticas de melhoria

No **Ponto 4** utilizam-se heurísticas de melhoria que efetuam alterações na solução de modo a atingir um ótimo melhor. As heurísticas de melhoria utilizadas foram as propostas por Erdoğan: 1-OPT, 2-OPT, Permuta e Permuta de Viatura [7].

A heurística **1-OPT** tenciona verificar se a remoção de um ponto de uma rota e sua inserção noutra provoca uma melhoria da solução.

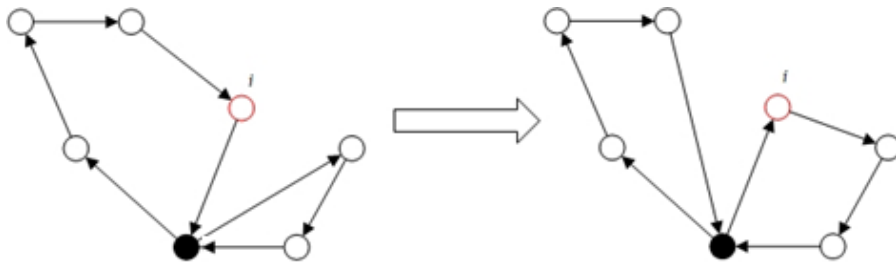


Figura 5 - Heurística 1-OPT.

A heurística **2-OPT** foi proposta por Croes em 1958, com o intuito de eliminar situações em que a rota se cruzava em si mesma. Na Figura 6 removeram-se dois arcos da rota, substituindo-os por dois novos arcos e alterando o sentido da rota no segmento que não está ligado ao depósito [66].

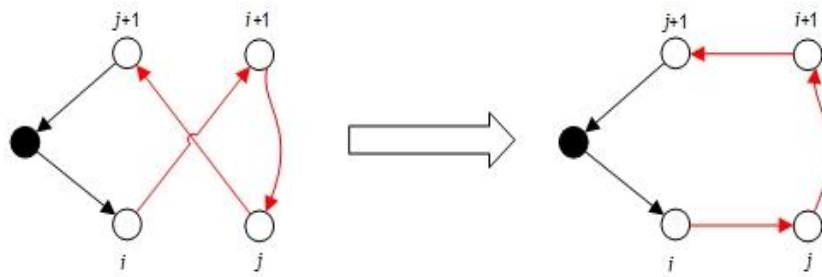


Figura 6 - Heurística 2-OPT.

Na heurística **Permuta**, um nó é removido da primeira rota para a segunda e outro nó é transferido no sentido inverso.

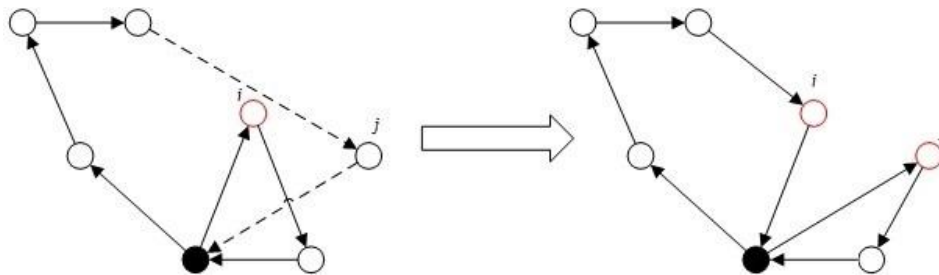


Figura 7 - Heurística Permuta.

Por fim, a heurística **Permuta de Viaturas** tenta trocar todos os clientes de rotas com viaturas diferentes e é apenas relevante para ao caso de frotas heterogêneas. Esta solução é então gravada como solução ótima.

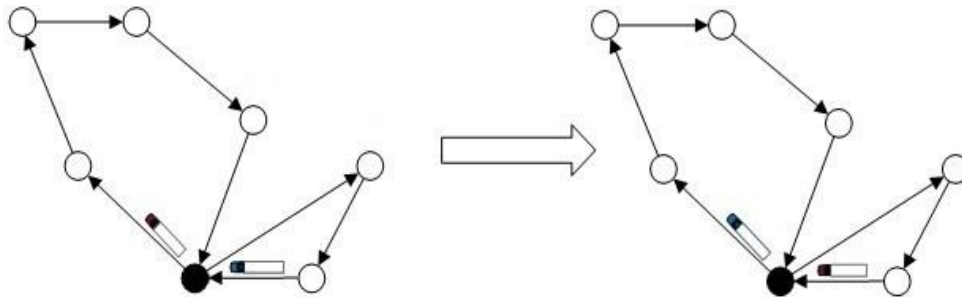


Figura 8 - Heurística Permuta de Viaturas.

3.2.3 Procura de Vizinhança Adaptativa

O **Ponto 6** corresponde ao início do ciclo que constitui o algoritmo designado por Procura de Vizinhança Adaptativa. Este algoritmo foi proposto como uma melhoria ao algoritmo de Procura de Vizinhança Variável (PVV). Em PVV, quando um ótimo local é atingido usando uma vizinhança N_1 , o tamanho da vizinhança aumenta para N_2 e assim sucessivamente. Quando se encontra um ótimo melhor, a vizinhança é novamente reduzida e é expandida a partir desse ponto. Por outro lado, o algoritmo PVA procura soluções em vizinhanças diferentes, em vez de expandir a vizinhança original. Isto deve-se às vizinhanças serem originadas pela destruição e reparação da solução. Em cada iteração, um algoritmo é escolhido para destruir a solução e outro para a

reparar. As heurísticas construtivas utilizadas nesta etapa devem ser preferencialmente rápidas, de modo a construir uma solução partindo de uma solução parcial.

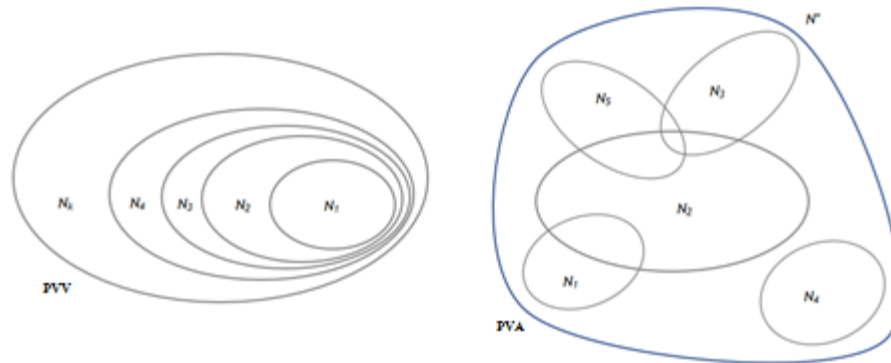


Figura 9 - Diferença nas vizinhanças do PVV e PVA.

Pisinger definiu que a escolha das vizinhanças a destruir e a reparar realiza-se utilizando uma escolha de roleta. Uma dada vizinhança N_i tem uma pontuação Ψ_i que é proporcional à sua contribuição para a solução. A probabilidade de escolha de uma determinada população N_i é dada por:

$$\frac{\Psi_i}{\sum_i \Psi_j} \quad (3.22)$$

As vizinhanças que sofrem a destruição e reparação têm processos de seleção diferentes. A cada y iterações, as pontuações são recalculadas, sendo que este parâmetro é definido pelo utilizador. É de salientar que é definida uma pontuação mínima para que todas as vizinhanças tenham probabilidade de serem escolhidas e ser recolhida informação relativamente ao seu desempenho [67].

Apesar da metodologia proposta por Pisinger possuir um maior fundamento matemático, a **remoção dos vértices é feita selecionando aleatoriamente entre 10 a 30% dos vértices e removendo-os da solução**. Esta alternativa apresenta resultados bastante satisfatórios e diminui a complexidade numérica. Adicionalmente, esta eliminação tem a vantagem de diversificar a procura.

As **heurísticas construtivas** para reparação implementadas foram a **heurística básica ambiciosa (greedy)** e a **heurística do arrependimento (regret)**, sendo escolhidas com igual probabilidade.

A **heurística básica ambiciosa** insere os vértices removidos na rota mais barata possível. No caso da função objetivo ser maximizar lucros, a inserção ocorre na rota mais rentável, mesmo que essa não corresponda à mais barata.

Matematicamente, sendo $\Delta fobj_{i,k}$ a variação provocada na função objetivo inserindo o ponto i na rota k de um total de rotas K , no caso de minimização de custos o ponto i será inserido na rota que respeitar a seguinte condição:

$$\min_{i \in U, k \in K} \Delta fobj_{i,k} \quad (3.23)$$

Caso o ponto não possa ser inserido na rota por violar alguma restrição, $\Delta fobj_{i,k} = \infty$.

A **heurística do arrependimento** tem como objetivo combater um problema associado com a heurística anterior que deixava os pontos mais problemáticos para o final da construção onde não há grande margem de manobra para corrigir a situação. Esta heurística tenta prever qual o melhor local onde colocar determinado ponto [68].

Designa-se por $\Delta fobj_{i,2}$ o valor obtido por inserir o ponto i na segunda rota mais barata e $\Delta fobj_{i,1}$ inserindo-o na mais barata. Em cada iteração, o ponto i é colocado de acordo com:

$$\max_{i \in U} \Delta fobj_{i,2} - \Delta fobj_{i,1} \quad (3.24)$$

Esta heurística foi definida por Pisinger como **Arrependimento-2**, pois compara as perdas geradas ao associar um determinado ponto à segunda melhor rota em vez da melhor. De modo similar foi definida a heurística **Arrependimento-q** que consiste em identificar as perdas por associar o ponto às $q - 1$ melhores rotas, em vez de associar à melhor.

$$\max_{i \in U} \sum_{h=2}^q \Delta fobj_{i,h} - \Delta fobj_{i,1} \quad (3.25)$$

Comparativamente à **Arrependimento-2**, esta heurística tem como vantagem permitir determinar mais antecipadamente quando a colocação de um ponto num local favorável fica limitada. No entanto, o esforço computacional aumenta consideravelmente o que levou à utilização da **Arrependimento-2** [63]. A Figura 10 retrata o processo de destruição e construção inerente à Procura de Vizinhança Adaptativa.

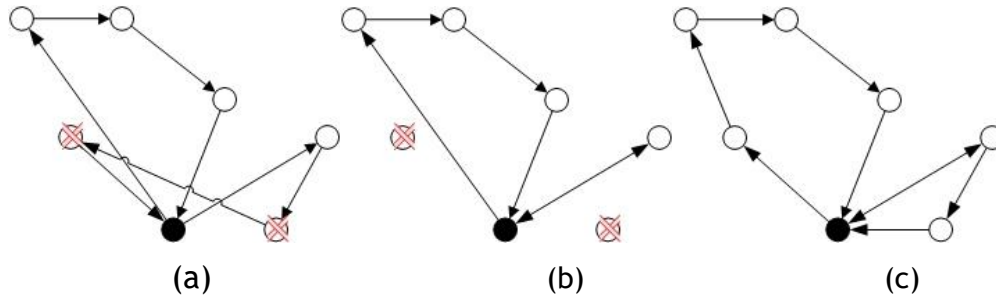


Figura 10 - a) Escolha dos vértices a remover; b) Remoção dos vértices das rotas; c) Construção de novas rotas.

As heurísticas de melhoria previamente enunciadas são aplicadas a esta solução. Caso a solução obtida seja melhor que a anteriormente gravada, esta solução passa a ser considerada ótima. Se a solução for pior, atribui-se uma probabilidade dessa solução ser escolhida para evitar que o algoritmo fique preso num ótimo local. Esta probabilidade é de 50% inicialmente e vai decrescendo com o tempo de computação até ser nula quando este terminar [69].

$$P(sol_ótima = sol_temp) = \begin{cases} 1, & \text{se } sol_temp \text{ for melhor que o } \acute{o}timo \\ 0,5 \times \frac{t_{limite} - t_{decorrido}}{t_{limite}}, & \text{se } sol_temp \text{ for pior que o } \acute{o}timo \end{cases} \quad (3.26)$$

Na Figura 11 representa-se esquematicamente o modo como o algoritmo procede para evitar que fique preso num ótimo local. A solução inicial obtida pelas poupanças de Clarke e Wright sofre as mudanças aplicadas pelas heurísticas de melhoria e irá, na maioria dos casos, tender para um mínimo local. Se não existir uma probabilidade de aceitar uma solução pior do que a anterior, o algoritmo irá ficar preso neste local. No entanto, caso exista essa probabilidade, a situação pior é aceite e a vizinhança da solução é totalmente alterada. A aplicação das heurísticas de melhoria a esta solução fazê-la tender para ótimos cada vez melhores.

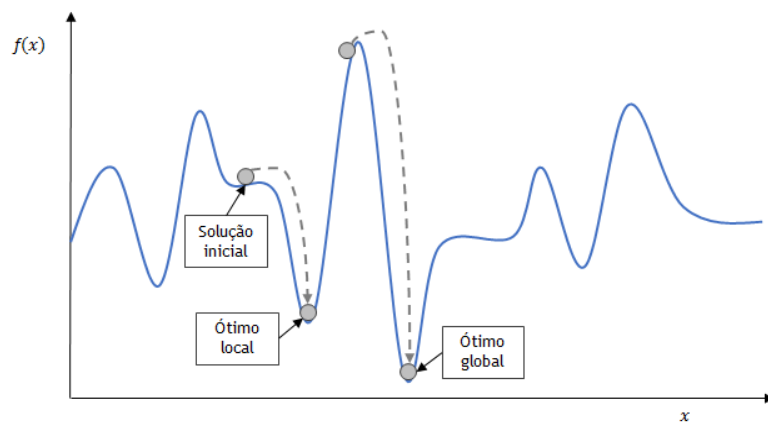


Figura 11 - Demonstração da fuga de um ótimo local.

3.2.4 Aplicações informáticas desenvolvidas

O problema proposto levou à criação de diversos módulos de VBA que permitiram tratar os dados disponíveis e obter a informação desejada. A Figura 12 apresenta as interações entre os módulos desenvolvidos nesta dissertação.

O processo da otimização de rotas inicia-se com a elaboração de uma folha de cálculo com o registo das compras dos clientes da empresa num determinado período de tempo e com e com as moradas.

A informação comercial é tratada no Tableau [70], dadas as suas ferramentas de inteligência empresarial, sendo gerado um ficheiro .xls no final da análise. A informação referente às moradas foi tratada com recurso à API do Bing Maps [71]. Para tal, desenvolveu-se um módulo de VBA para efetuar a conversão da morada em coordenadas geoespaciais. Posteriormente, a matriz de distâncias obtém-se com o retorno da distância do caminho mais curto entre cada par de clientes. A informação proveniente do Tableau e a matriz de distâncias são enviadas para o módulo com o algoritmo de poupanças de Clarke e Wright. Esta solução inicial é sujeita às mudanças provocadas pelas heurísticas presentes na Procura de Vizinhaça Adaptativa. De salientar que as informações relativas à frota foram incorporadas diretamente no código.

Após terminar o tempo de computação, é gerada um mapa com a rota obtida, novamente com o auxílio do Bing Maps.

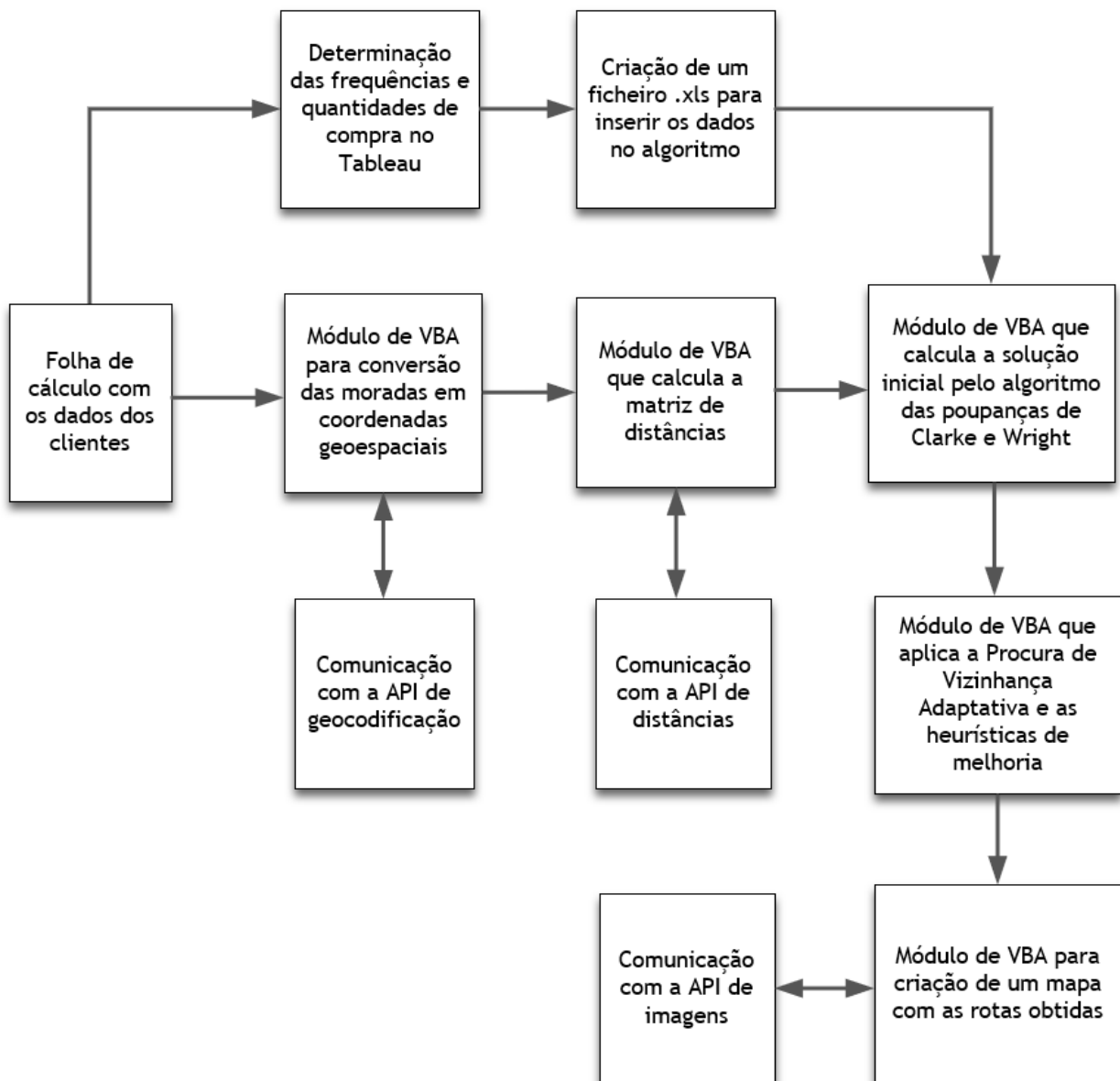


Figura 12 - Diagrama de blocos da interação entre os diversos módulos desenvolvidos.

4 Resultados e Discussão

O problema proposto consistiu na otimização das rotas de distribuição de gás engarrafado da empresa Santos da Cunha. O negócio desta empresa incide, essencialmente, na venda de gás engarrafado. Para além dos custos administrativos, uma fração significativa dos custos da atividade provém de toda a logística associada à distribuição de gás. A eficiência energética e a redução das emissões gasosas assumem uma importância crescente na área dos transportes, devido às potenciais poupanças e à perseveração do ambiente. Assim sendo, é de extrema importância proceder à otimização de todo o processo de distribuição.

Uma etapa importante do processo de otimização de rotas é conhecer as políticas de distribuição implementadas na empresa, caracterizar as vendas, os clientes e a frota para que seja possível identificar onde existem oportunidades de melhoria. A caracterização pretende identificar padrões de consumo, frequências de abastecimento, variação das vendas ao longo do ano e como a atividade é afetada pela sazonalidade subjacente ao negócio. A caracterização da frota permite conhecer em detalhe os recursos disponíveis para a atividade a otimizar.

A venda de gás engarrafado pode ser dividida em duas categoriais principais: **venda ao domicílio** e **revenda**. A distinção entre estas categorias faz-se, essencialmente, porque no domicílio a venda é efetuada ao consumidor final, enquanto na revenda o cliente funciona como um intermediário que irá interagir com o consumidor final. Alguns exemplos de pontos de revenda são mercearias, cafés e grandes superfícies comerciais.

Esta primeira classificação permitiu definir que apenas os clientes pertencentes à revenda iriam ser sujeitos ao problema de otimização de rotas. Isto deve-se, essencialmente, ao facto destes clientes serem previamente conhecidos, terem frequências de abastecimento definidas e haverem bastantes dados que permitam caracterizá-los com detalhe. Relativamente ao domicílio, grandes partes têm frequências de abastecimento bastante reduzidas e os dados existentes não permitem tirar informação com relevância estatística.

Enquanto a revenda tem rotas definidas para cada dia da semana, a venda ao domicílio desloca uma das viaturas designadas para esta atividade sempre que seja rececionado um pedido de um cliente, ou seja, não existem rotas.

4.1 Variação das vendas com a temperatura

A primeira análise centrou-se no estudo da variação do volume de vendas com a temperatura e a taxa de retorno, isto é, estudar quais os tipos de garrafas que são afetados pela sazonalidade do negócio. A taxa de retorno é definida como a razão entre a quantidade de garrafas

transportadas em cada viatura e a quantidade que regressa ao armazém no final do horário de trabalho.

A ideia por detrás deste estudo é verificar se as vendas variam significativamente ao longo do ano. Caso as vendas apresentem variações significativas, os recursos necessários para realizar a distribuição também serão distintos. Por exemplo, distribuir 1000 garrafas de gás exige um maior esforço por parte da empresa do que distribuir 100 garrafas.

Adicionalmente, a taxa de retorno pretende verificar se as viaturas transportam garrafas em excesso. O transporte de uma quantidade de garrafas superior à vendida, aumenta desnecessariamente o consumo de combustível. Não é adequado transportar exatamente a quantidade vendida sob pena de perder novas oportunidades de negócio, no entanto, não é eficiente transportar 30 ou 40% de garrafas em excesso.

4.1.1 Garrafas de butano de 13 kg

A primeira tipologia de garrafas analisada foi a garrafa de Butano de 13 kg, sendo esta a garrafa mais comum para uso doméstico. A análise de dados presente nesta dissertação foi realizada recorrendo ao Tableau [70].

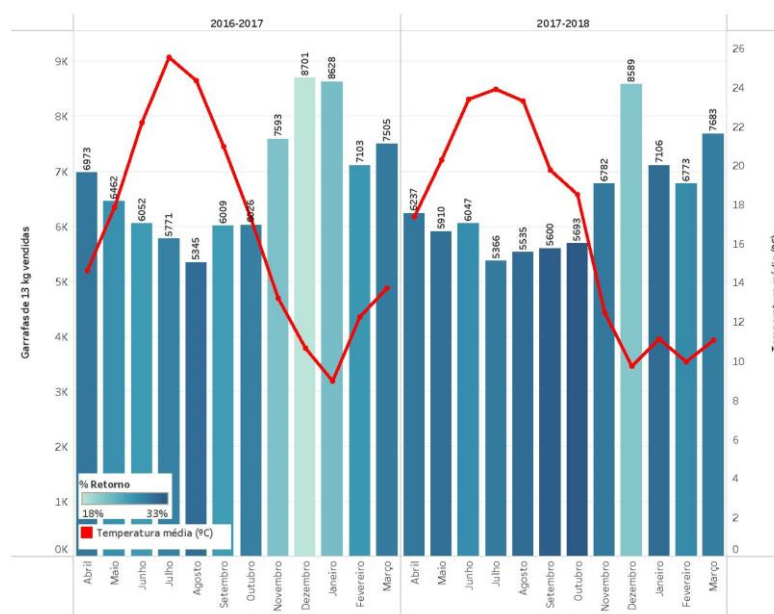


Figura 13 - Análise da sazonalidade e do volume de vendas de garrafas de butano 13 kg.

De acordo com a Figura 13, os meses correspondentes ao inverno apresentam um maior volume de vendas e, simultaneamente, uma menor taxa de retorno. Esta conclusão já seria expectável, visto que nos meses mais frios o consumo de energia para aquecimento aumenta significativamente.

No caso de se comparar o desempenho do mesmo mês em anos distintos, as conclusões já se tornam mais complexas. Por exemplo, o mês de dezembro de 2016 teve um maior volume de vendas do que dezembro de 2017, apesar de ter sido um mês mais quente. Isto deve-se a fatores externos que têm bastante influência nas vendas, nomeadamente, a concorrência, o poder de compra e a existência de campanhas promocionais que podem aumentar significativamente as vendas num determinado mês.

4.1.2 Garrafas de butano de 12 kg

A garrafa de gás butano de 12 kg, mais conhecida por Pluma, é uma garrafa para uso doméstico cuja sua maior característica é apresentar um design elegante e um peso bastante mais reduzido do que a garrafa tradicional de 13 kg. Esta tipologia de garrafa também apresenta uma sazonalidade bastante notória como se comprova pela Figura 14.

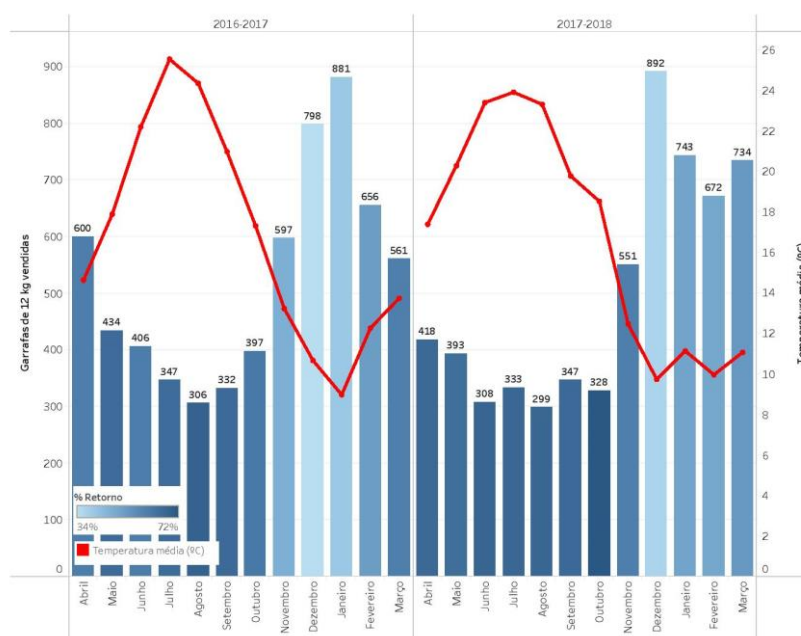


Figura 14 - Análise da sazonalidade e do volume de vendas de garrafas de butano 12 kg.

4.1.3 Garrafa de propano 11 kg

A garrafa de propano de 11 kg é mais adequada para quem tem um uso de gás mais intensivo, nomeadamente na área da restauração, hotelaria e moradias. As garrafas de propano permitem utilizações tão diversas como o aquecimento de água, aquecimento de interiores e cozinhar. A flexibilidade proporcionada por esta forma de energia permite o abastecimento de instalações de gás a partir de um número variável de garrafas, acondicionadas em cabinas exteriores para uma maior segurança e comodidade.

O volume de vendas desta tipologia de garrafas também é fortemente influenciado pela temperatura.

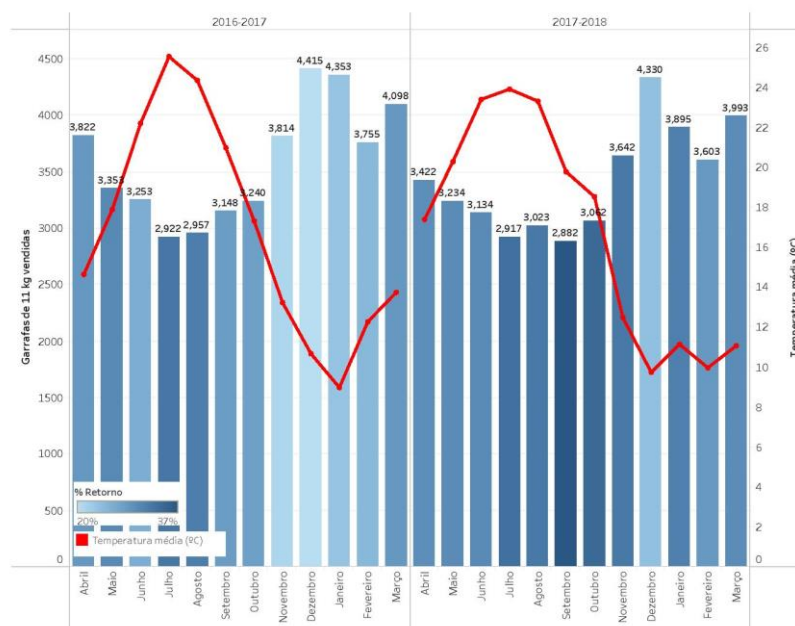


Figura 15 - Análise da sazonalidade e do volume de vendas de garrafas de propano 11 kg.

4.1.4 Garrafa de propano de 45 kg

Esta tipologia de garrafa serve o mesmo propósito da garrafa anterior sendo que a única diferença está no seu peso. Como é uma garrafa com aproximadamente 4 vezes a quantidade gás da anterior será expectável que seja utilizada em atividades com um uso bastante considerável de gás.

Sendo que este tipo de garrafa é utilizado maioritariamente na indústria e na restauração, a sua sazonalidade não é tão notória como para as garrafas anteriores, pois estas atividades necessitam de energia para desenvolverem as suas atividades, independentemente da temperatura ambiente. O volume de vendas nos meses frios é superior pois algum do gás será utilizado para aquecimento, no entanto, a sazonalidade não é tão evidente como as tipologias referidas anteriormente.

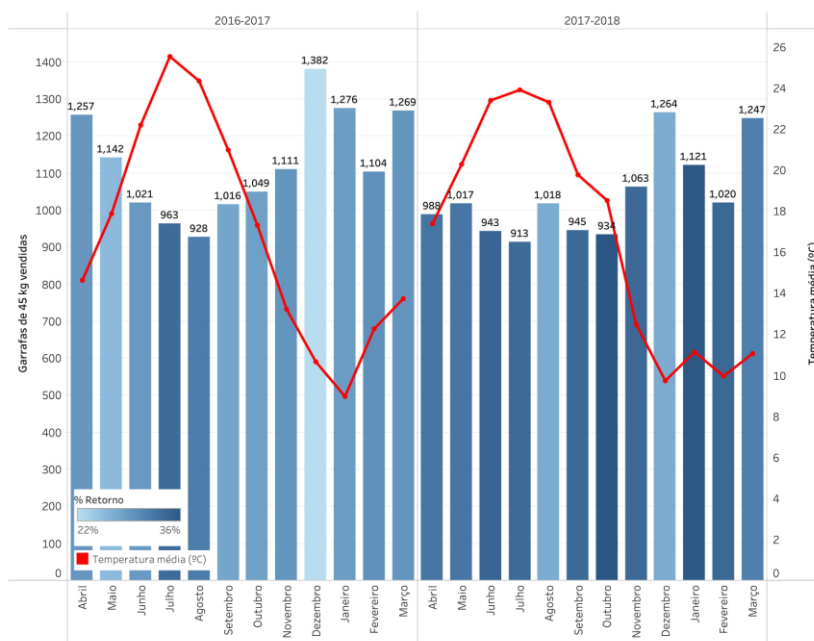


Figura 16 - Análise da sazonalidade e do volume de vendas de garrafas de propano 45 kg.

4.1.5 Garrafa de propano 11 kg Fase Líquida

A garrafa de propano 11 kg FL possui um tubo na válvula diretamente até ao fundo da garrafa que permite que o propano seja consumido na fase líquida. Este gás é essencialmente usado em motores de combustão por possuir um custo inferior ao gasóleo e à gasolina e pelos seus produtos de combustão serem menos nocivos para o ambiente.

Na Figura 17 é possível ver que esta tipologia de garrafa não tem sazonalidade por ser utilizado maioritariamente em empilhadores e máquinas industriais.

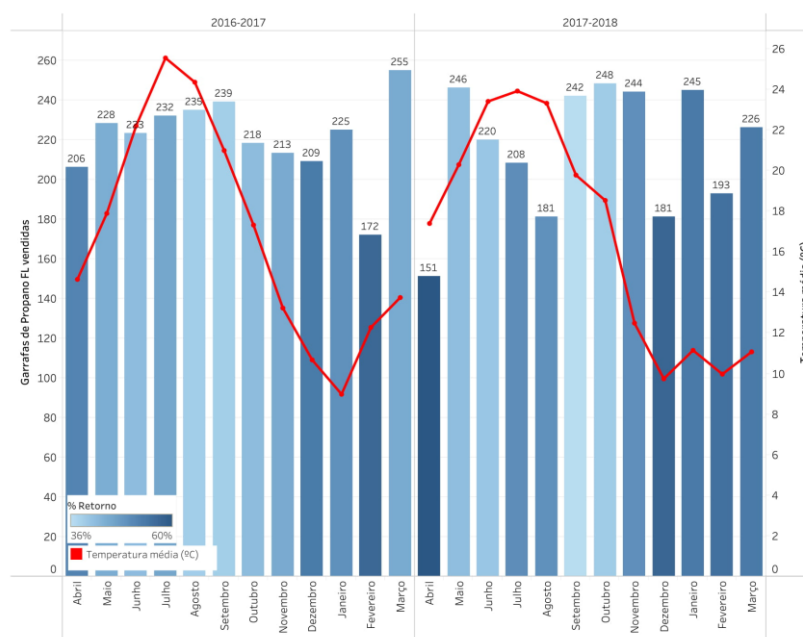


Figura 17 - Análise da sazonalidade e do volume de vendas de garrafas de propano FL.

4.2 Caracterização dos clientes

A caracterização dos clientes apresenta um papel fundamental na otimização de rotas pois permite definir a localização geográfica de cada cliente, prever quais os dias da semana mais propícios a realizarem uma compra e quais as quantidades compradas. Na Figura 18 está representada a localização geográfica dos clientes pertencentes à revenda sendo o tamanho do seu marcador proporcional ao volume de compras. A localização geográfica de cada cliente foi obtida com recurso à API (*Application Programming Interface*) do Bing Maps. Para tal, desenvolveu-se uma rotina em VBA que converte uma lista de moradas nas respetivas coordenadas cartesianas. Esses pontos foram posteriormente inseridos no Tableau, onde se recorreu ao WMS (*Web Map Service*) disponibilizado pela Terrestris para alterar o fundo do mapa.

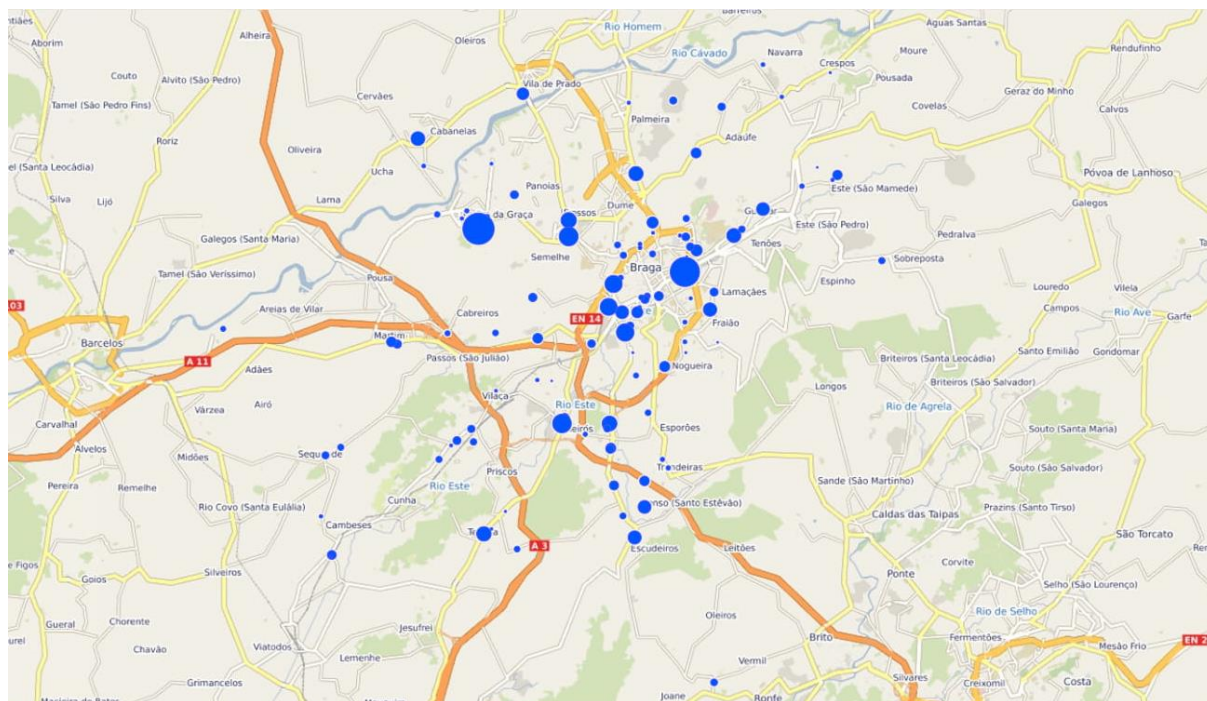
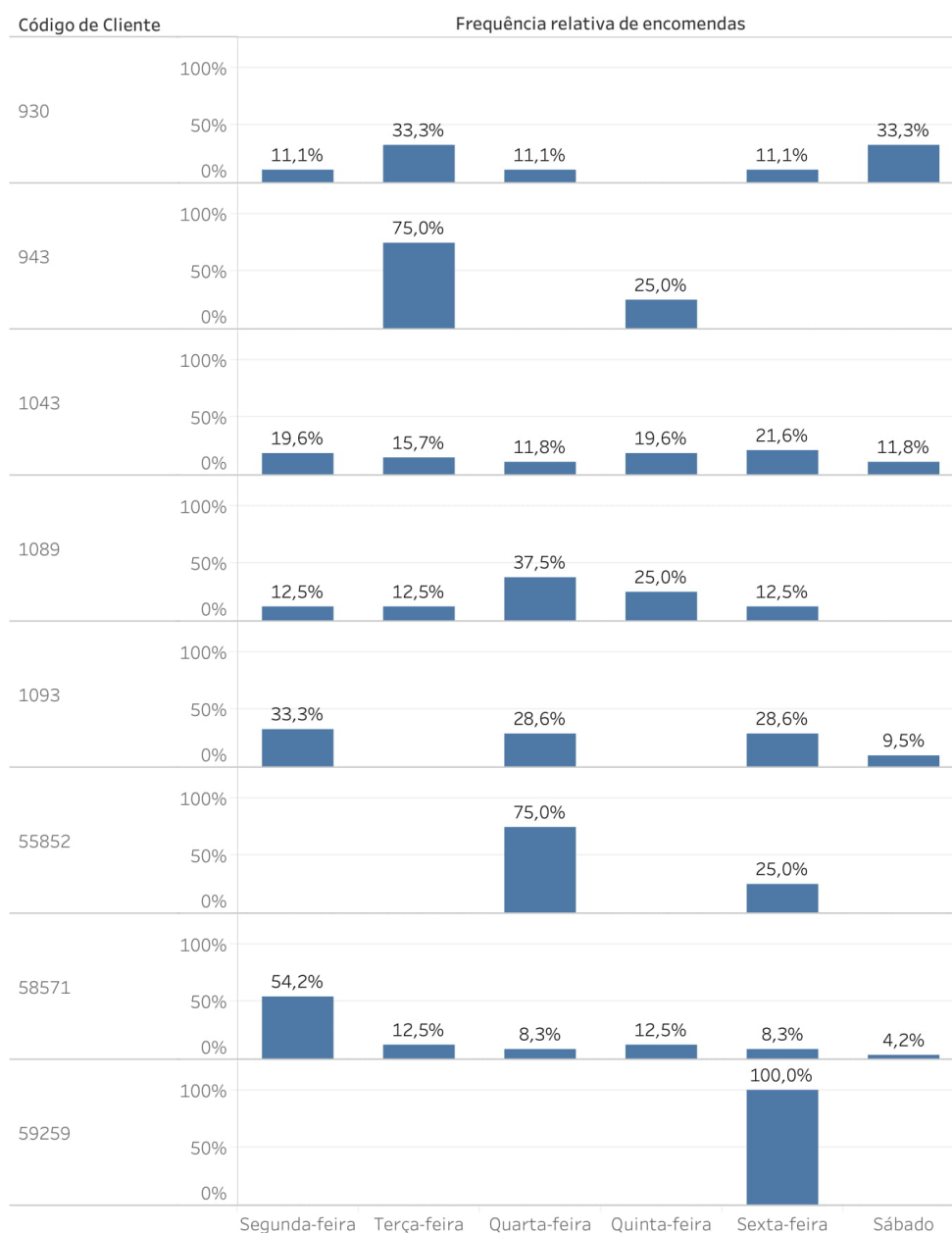


Figura 18 - Distribuição geográfica dos clientes da revenda.

Apesar de existirem rotas definidas na empresa, os clientes são visitados ocasionalmente em dias que não têm necessidade de realizar encomendas. O facto de terem de voltar a ser visitados em dias fora da rota inicialmente idealizada aumenta consideravelmente os custos de distribuição. Para tal, considerou-se necessário determinar quais os dias da semana mais propícios para um cliente realizar uma compra.

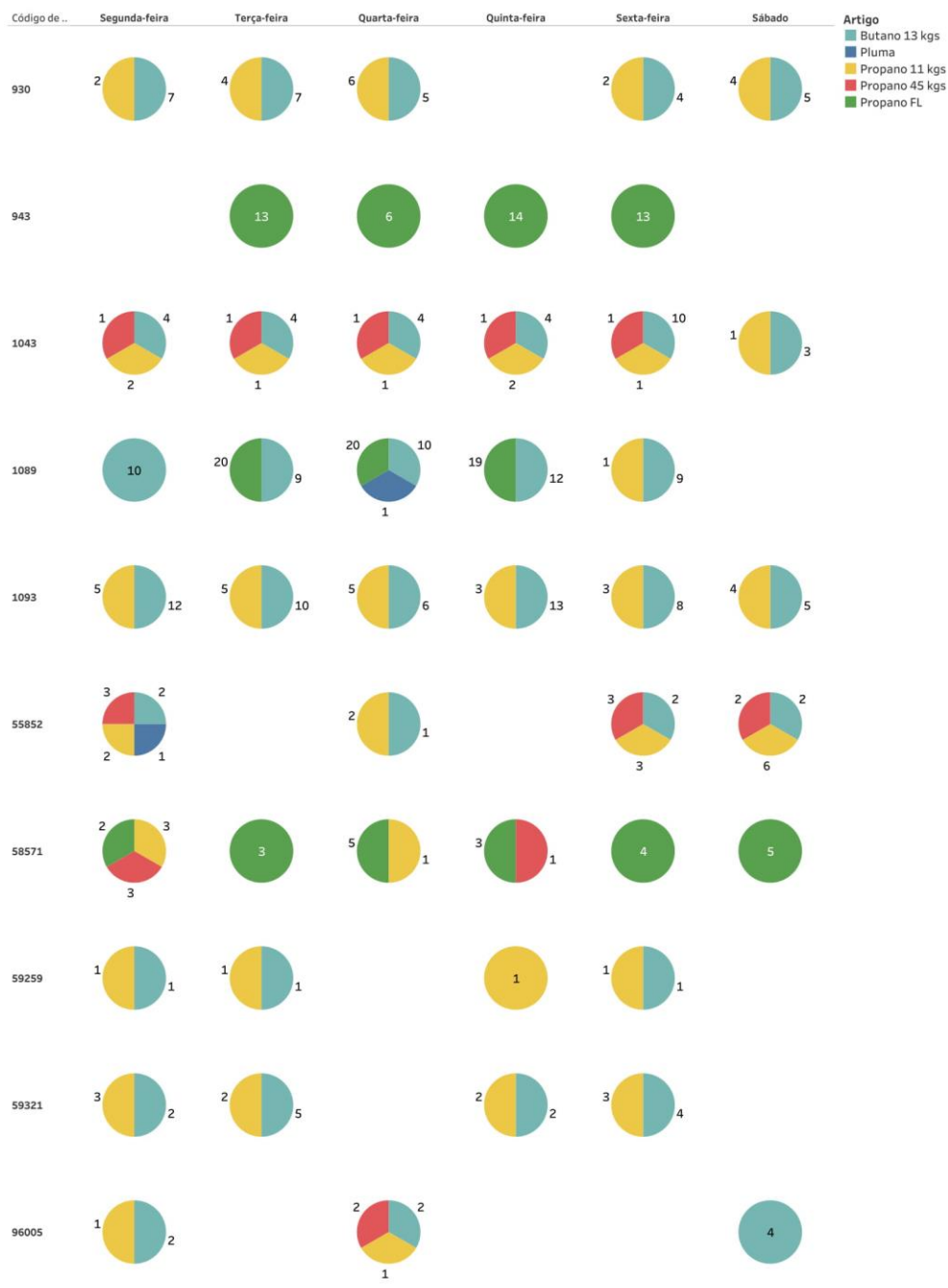
A Tabela 2 é um pequeno excerto da tabela disponível no Anexo A. Esta tabela permite identificar os diferentes tipos de clientes. O cliente 59259 só efetua compras à sexta-feira, o cliente 1093 realiza à segunda, quarta e sexta-feira, podendo ocasionalmente comprar ao sábado, e o cliente 1043 realiza compras a qualquer dia da semana.

Tabela 2 - Frequência relativa das compras por dia da semana.



Adicionalmente, também é relevante saber as quantidades compradas por tipologia de garrafa nesses dias da semana. Estas quantidades foram inseridas no algoritmo implementado para garantir que os clientes de uma rota não excedem a capacidade uma viatura. Os valores apresentados na Tabela 3 são correspondentes ao percentil dos 75% do volume de compras por dia da semana de cada cliente. Ao serem escolhidos os valores médios, poderia ocorrer o caso de a quantidade transportada não servir para satisfazer os pedidos dos clientes. A escolha do percentil dos 75% serve para estabelecer uma margem de segurança para evitar estes inconvenientes. As compras de todos os clientes podem ser consultadas na íntegra no Anexo B.

Tabela 3 - Percentil dos 75% das compras de cada cliente por dia da semana e por tipologia de garrafa.



4.3 Caracterização da frota

A frota de uma empresa de distribuição é um dos seus recursos mais importantes. A qualidade de uma frota influencia o serviço prestado, os custos associados e a satisfação do cliente.

A frota disponível na empresa é apresentada na Tabela 4.

Tabela 4 - Dados sobre as viaturas disponíveis.

Viatura	Marca	Modelo	Cilindrada (cc)	Carga útil (kg)	Consumo médio (L/100 km)	Ano	Atividade
A	Isuzu	NQR	5193	3100	15,6	2008	Revenda
B	Toyota	Dyna	4613	2760	17,2	2005	Revenda
C	Toyota	Dyna	2494	930	11,2	2004	Revenda
D	Mitsubishi	Canter	3908	3460	13,1	2009	Domicílio
E	Mercedes	Sprinter 314 CDI	2143	1160	16,7	2016	Domicílio
F	Toyota	Dyna	2494	930	13,1	2004	Domicílio

Como é possível verificar, a maioria das viaturas têm uma idade considerável, o que aumenta os seus consumos e os custos de manutenção.

Os consumos médios foram calculados usando informação recolhida pela empresa durante o ano de 2017. Estes valores diferem dos estipulados pelos fabricantes pois, o consumo da viatura é afetado pela carga transportada e pelo desgaste sofrido, e estes fatores não são tidos em conta nas especificações das marcas.

As viaturas associadas à revenda têm uma carga útil maior, excetuando a viatura C. Como este trabalho pretende otimizar as rotas relativas à revenda, serão somente consideradas as três primeiras viaturas. A utilização das outras viaturas na revenda não será uma alternativa considerada devido à sua carga útil ser insuficiente para as exigências da atividade.

4.4 Otimização das rotas

Após a caracterização detalhada das necessidades de cada cliente, procedeu-se à otimização das rotas da revenda.

Na caracterização dos clientes deu-se ênfase à análise por dia da semana, mas não se respondeu a uma questão pertinente, que se relaciona com a periodicidade da entrega. Olhando para o último cliente representado na Figura 18, conclui-se que apenas efetua compras à sexta-feira. No entanto, será que esse cliente compra todas as sextas-feiras? Será que não compra apenas quinzenalmente?

De facto, esse estudo foi realizado e existem situações em que os clientes compram apenas quinzenalmente. Em termos de otimização numérica seria expectável que esses clientes fossem visitados numa rota quinzenal, no entanto há que ter em conta o fator comercial inerente à visita ao cliente. O mercado da venda de gás engarrafado é um mercado extremamente competitivo, com constantes atualizações de preços e campanhas promocionais, portanto, caso um cliente não seja visitado todas as semanas, mesmo não efetuando qualquer compra, facilmente se traduz na perda do cliente.

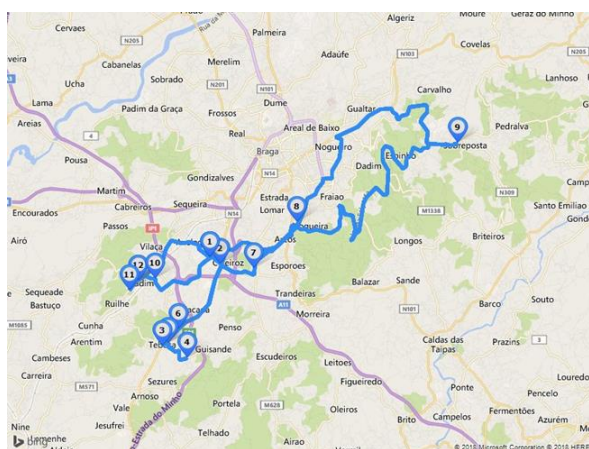
Relativamente à otimização de rotas foram definidas duas soluções distintas. Uma das soluções consiste em otimizar a ordem de visita dos clientes das rotas existentes. Esta solução tem o intuito de ser uma solução que encontre pouca oposição por parte dos distribuidores pois provoca-lhes poucas alterações no seu dia a dia. A segunda solução implementada já tem um grau de complexidade mais elevado, implicará alterações consideráveis ao dia a dia dos distribuidores, nomeadamente, os clientes visitados serão outros e as rotas distintas.

4.4.1 Caso 1 - Otimização das rotas atuais

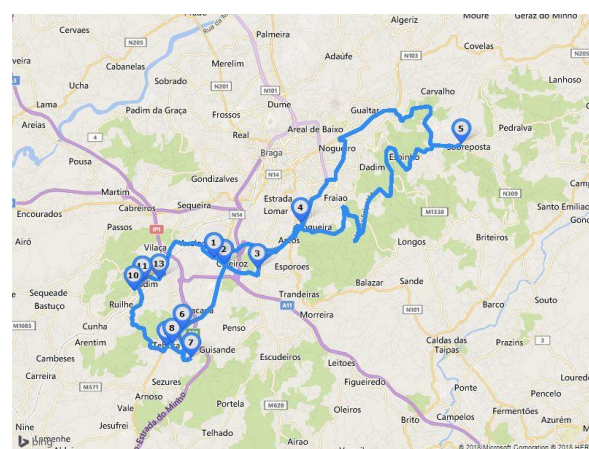
A revenda é servida por três viaturas, tendo cada uma delas uma rota distinta por dia da semana, de segunda a sábado. Uma destas viaturas serve exclusivamente a cidade de Braga, enquanto as restantes operam nos arredores da cidade. O objetivo deste caso é identificar oportunidades de melhoria sem alterar os clientes visitados por cada distribuidor. Nos dias em que se acompanhou os distribuidores, foi possível verificar que existe uma ligação afetiva entre os distribuidores e os clientes e esse facto tem influência nas vendas.

Será que é possível minimizar a distância percorrida alterando apenas a ordem de visita dos clientes? Para tal, **inseriram-se os clientes das rotas atuais na rotina desenvolvida e procedeu-se à determinação da ordem de visita que minimiza a distância.** Apesar da função objetivo ser a minimização dos custos, neste problema será equivalente à minimização da distância. Este problema usa a restrição do limite de horas de trabalho associada e janelas temporais, sempre que sejam relevantes. As restrições de capacidade são desnecessárias pois não é alterada a constituição das rotas, só a sua ordem. Se as rotas atuais são exequíveis com a capacidade das viaturas, certamente, a alteração da ordem da visita não inviabilizará o processo.

Na Figura 19 compara-se a rota original de quinta-feira com a que foi possível obter após otimizar a ordem de visita dos clientes.



(a)



(b)

Figura 19 - (a) Rota de quinta-feira original e (b) otimizada da viatura A.

Note-se que a cada cliente foi atribuído um número que indica a ordem da visita, correspondendo o número 1 ao depósito, o número 2 ao primeiro cliente visitado e assim sucessivamente.

A maior diferença nas duas rotas apresentadas está na parte mais a sul do mapa. Na rota original (Figura 19 (a)) esta zona é dividida em dois grupos sendo visitados estes clientes em alturas diferentes do dia. Assim, a viatura A visita os clientes localizados em sudoeste, de seguida desloca-se a nordeste, para depois regressar praticamente ao mesmo local. Por outro lado, a rota otimizada uniu estes clientes numa única trajetória que engloba todos os clientes desta zona, resultando uma rota com um aspeto mais uniforme. As restantes rotas estão comparadas nos Anexos C, D e E.

As Tabelas 5, 6 e 7 apresentam as diminuições das distâncias das rotas de cada viatura, após a otimização da ordem de visita dos clientes.

Tabela 5 - Otimização das rotas da Viatura A.

	Distância original (km)	Distância otimizada (km)	Redução
Segunda	47,7	40,4	15,4%
Terça	56,1	51,0	9,1%
Quarta	46,3	38,5	16,8%
Quinta	48,2	43,0	10,9%
Sexta	90,1	70,5	21,7%
Sábado	35,6	34,0	4,7%
Total	324,0	277,3	14,4%

Tabela 6 - Otimização das rotas da Viatura B.

	Distância original (km)	Distância otimizada (km)	Redução
Segunda	50,5	32,8	34,9%
Terça	48,1	36,3	24,6%
Quarta	47,2	33,0	30,0%
Quinta	47,2	40,5	14,2%
Sexta	64,0	46,8	26,8%
Sábado	37,2	30,2	18,8%
Total	294,2	219,7	25,3%

Tabela 7 - Otimização das rotas da Viatura C.

	Distância original (km)	Distância otimizada (km)	Redução
Segunda	54,4	32,4	40,4%
Terça	23,1	21,4	7,2%
Quarta	54,4	32,4	40,4%
Quinta	23,1	21,4	7,2%
Sexta	54,4	32,4	40,4%
Sábado	23,1	21,4	7,2%
Total	232,5	161,0	30,5%

A distância semanal percorrida pelas viaturas da **revenda diminui de 850,8 km para 658,4 km**, o que se traduz num **decréscimo de 22,6%**.

A engenharia química tem um papel fundamental na redução de consumos e na eficiência energética. Para quantificar estes indicadores, calculou-se a redução do consumo de gasóleo (L), a redução do consumo de energia primária (tep) e as reduções das emissões utilizando, respetivamente, as seguintes equações:

$$\frac{\text{Redução da distância semanal (km)} \times 52 \text{ semanas} \times \text{consumo médio} \left(\frac{\text{L}}{100 \text{ km}} \right)}{100} \quad (4.1)$$

$$\frac{\text{Redução do consumo de gasóleo (L)} \times 0,835 \frac{\text{t}}{1000 \text{ L}} \times 1,045 \frac{\text{tep}}{\text{t}}}{1000} \quad (4.2)$$

$$\frac{\text{Redução do consumo de energia primária (tep)} \times 3089,2 \frac{\text{kg CO}_{2\text{eq}}}{\text{tep}}}{1000} \quad (4.3)$$

Os fatores de conversão utilizados foram retirados do Despacho nº 17313/2008. A Tabela 8 mostra que esta otimização leva a um **decréscimo do consumo de gasóleo de 1458 L**, uma **diminuição do consumo de energia primária de 1,3 tep** e uma **redução de emissões gasosas de 3,9 t CO_{2eq}**.

Tabela 8 - Eficiência energética e redução das emissões anuais.

	Redução do consumo de gasóleo (L)	Redução do consumo de energia primária (tep)	Redução das emissões de CO ₂ (t CO _{2eq})
Viatura A	378,8	0,3	1,0
Viatura B	666,3	0,6	1,8
Viatura C	412,9	0,4	1,1
Total	1458,0	1,3	3,9

4.4.2 Caso 2 – Criação de novas rotas

Como já foi referido, o Caso 1 pretende apresentar melhorias sem comprometer a funcionalidade da empresa. Ao longo do período da dissertação foram detetadas algumas anomalias relativamente às rotas atuais.

O maior problema associado às rotas deve-se ao facto de a um cliente estar associado a um determinado distribuidor. Isto obriga a que uma viatura faça deslocações assinaláveis quando podia o pedido podia ter sido satisfeito por um distribuidor mais próximo.

Na Figura 20 (a) é possível verificar o problema salientado. O conjunto de pontos assinalados são servidos por duas viaturas diferentes. Ainda mais relevante, a viatura B desloca-se diariamente àquela região pois encontram-se localizados um conjunto de clientes com elevado volume de compras e que exigem um abastecimento diário. Esta região encontra-se no limite da área de negócios da empresa logo a deslocação é das maiores possíveis. Sendo assim, não é possível encontrar uma justificação para esta situação, excetuando, as rotas atuais não serem as mais adequadas.

Por mero exercício comparativo, aplicou-se o algoritmo de agrupamentos k-médias ao conjunto de localizações dos clientes e o resultado é visível na Figura 20 (b). Definiu-se que o algoritmo iria escolher 5 regiões por ser a divisão que aparenta estar presente na Figura 20 (a). Existe um grupo de clientes centrado na cidade de Braga, e os restantes clientes encontram-se distribuídos nos 4 vértices dos arredores da cidade.

Comparando as 2 regiões assinaladas, o algoritmo k-médias comprova que esses clientes pertencem ao mesmo grupo, portanto faria sentido estes pertencerem à mesma rota.

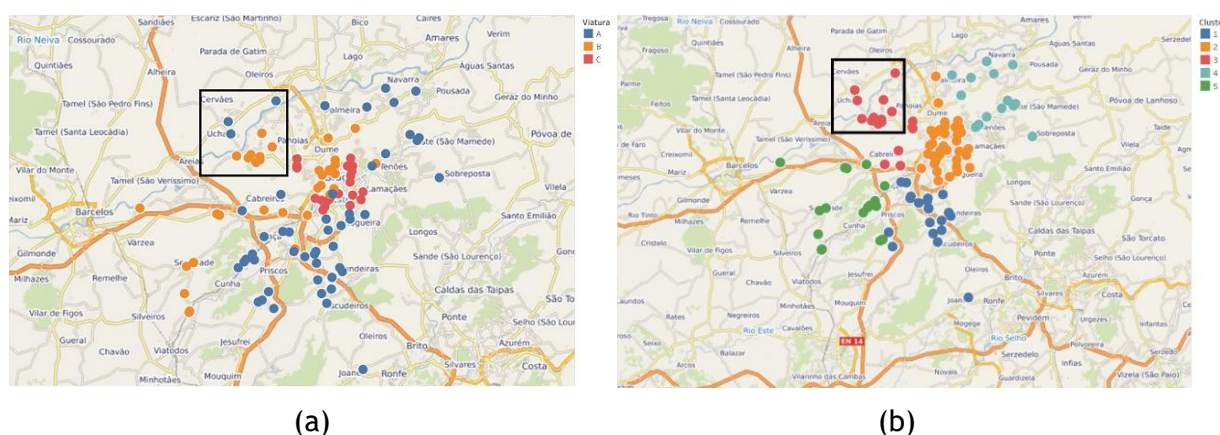


Figura 20 - (a) Distribuição geográfica dos clientes de cada viatura e (b) grupos resultantes do algoritmo k-médias.

Esta análise comprovou que existem aspetos a melhorar e, portanto, procedeu-se à criação de novas rotas. As considerações fundamentais assumidas neste estudo foram:

- Os clientes que são visitados apenas uma vez por semana, podem ser visitados a qualquer dia, desde que o seu estabelecimento esteja aberto e o período entre abastecimentos seja constante.
- Os clientes que, segundo o Anexo B, têm mais probabilidade de realizar compras assinaláveis, terão ordem de visita prioritária na sua rota, desde que isso não aumente significativamente o custo da distribuição. Com esta consideração pretende-se libertar carga das viaturas o mais rápido possível, pois sabe-se que uma viatura com menos peso tem menos desgaste e consome menos combustível.
- Para clientes visitados duas vezes por semana, foi assumido que um dos dias da visita pode ser antecipado ou adiado por um dia. Isto é, se as visitas tiverem agendadas para terça e sexta, assume-se como viável a visita à quarta e sexta ou à terça e quinta. O motivo por detrás desta consideração é dar alguma liberdade às rotas e não as restringir em demasia.
- Um cliente não tem de ser sempre visitado pela mesma viatura. Se um cliente comprar gás duas vezes por semana, essas vendas podem ser efetuadas por distribuidores distintos, desde que isso provoque poupanças significativas.
- A frequência de abastecimento de um cliente tem de ser obrigatoriamente cumprida. A otimização foi apenas aplicada às rotas das viaturas A e B. A viatura C está responsável, maioritariamente, por clientes no centro de Braga. Caso esses clientes fossem atribuídos às outras viaturas, estas iriam perder imenso tempo no trânsito e decidiu-se que o mais correto seria designar uma viatura como responsável pelo centro da cidade e as restantes pelos arredores.

Algumas das considerações efetuadas foram efetuadas apenas após o término do cálculo do algoritmo. A variação do consumo com a carga transportada pela viatura só é conhecida qualitativamente. Apesar de terem sido contactadas os concessionários das viaturas, foi impossível arranjar uma correlação que relacionasse o consumo com a carga.

Desde modo, sempre que a colocação de um cliente com elevado volume de compras numa posição inicial da rota não provoque um aumento da distância superior a 5%, essa opção é tida como válida.

O algoritmo implementado apenas prevê a otimização de várias rotas diárias, no entanto, a otimização de vários dias em simultâneo não é suportada. Para suprimir esta limitação, considera-se que o tempo limite de trabalho, L^k , é de 35 horas (7 horas diárias $\times$ 5 dias) e utilizam-se 10 viaturas, para possibilitar que as duas viaturas façam os 5 dias de trabalho.

De seguida, define-se que cada par de viaturas opera de acordo com as janelas temporais descritas na Tabela 9. Isto permite simular a otimização de toda a semana em simultâneo. A mesma metodologia é aplicada aos clientes. Um cliente que seja provável ser efetuar compras

a uma terça-feira, é visitado numa janela temporal [7 h;14 h]. De modo análogo, um cliente que possa ser visitado à quinta ou à sexta-feira tem uma janela temporal associada [21 h;35 h].

Tabela 9 - Janelas temporais para cada dia semana

	a_i (horas)	b_i (horas)
Segunda	0	7
Terça	7	14
Quarta	14	21
Quinta	21	28
Sexta	28	35

A situação visível na Figura 21 (a), onde os clientes de ambas as viaturas estavam distribuídos aleatoriamente por diversas regiões, é praticamente inexistente. Os grupos originados são semelhantes aos que o algoritmo k-médias previu. A sobreposição que ainda existe deve-se aos clientes que, mesmo pertencentes à mesma região geográfica, têm dias de compra distintos.

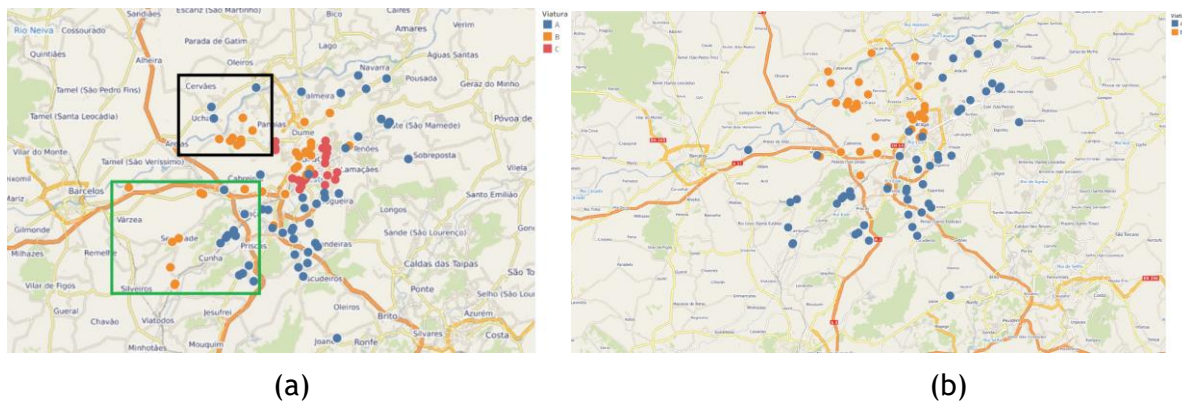


Figura 21 - (a) Distribuição geográfica dos clientes das viaturas A e B nas rotas atuais e (b) nas rotas otimizadas.

De salientar, que apesar de a viatura A cobrir uma área geográfica significativamente maior, a distância percorrida por ambas as viaturas é idêntica. A **viatura B** visita diariamente um conjunto de clientes localizados a noroeste, o que origina a que as suas rotas sejam sempre próximas desse local. Por outro lado, a **viatura A** visita diariamente diferentes regiões.

A Figura 22 demonstra como foram resolvidas das situações assinaladas na Figura 21 (a).

Como é visível, ambas as situações foram resolvidas sem causar qualquer perturbação às rotas. Nenhuma das viaturas faz desvios desnecessários, a distância é reduzida significativamente e a distribuição fica mais eficiente tanto em questão de distância como em tempo.

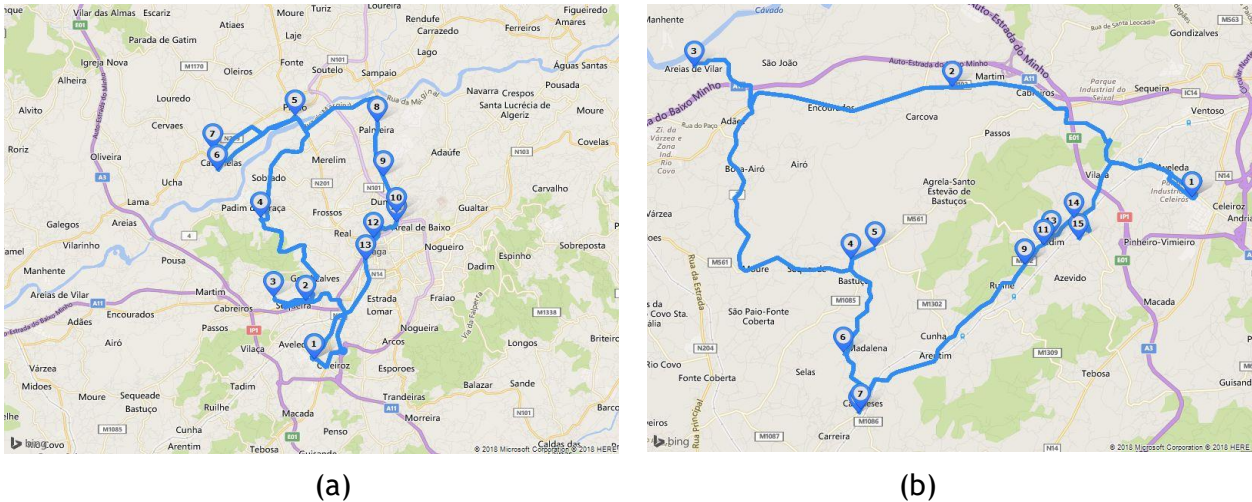


Figura 22 - (a) Resolução da situação assinalada a preto; (b) Resolução da situação assinalada a verde.

Nas Tabelas 9 e 10 apresentam-se os resultados da criação de novas rotas, sendo que estas podem ser consultadas nos Anexos F e G.

Tabela 10 - Otimização das rotas da Viatura A.

	Distância original (km)	Distância otimizada (km)	Redução
Segunda	47,7	34,5	27,7%
Terça	56,1	30,0	46,5%
Quarta	46,3	34,1	26,3%
Quinta	48,2	32,3	33,0%
Sexta	90,1	29,3	67,5%
Sábado	35,6	32,2	9,6%
Total	324,0	192,7	40,5%

Tabela 11 - Otimização das rotas da Viatura B.

	Distância original (km)	Distância otimizada (km)	Redução
Segunda	50,5	30,4	39,8%
Terça	48,1	37,0	23,1%
Quarta	47,2	26,5	43,9%
Quinta	47,2	28,6	39,4%
Sexta	64,0	38,8	39,4%
Sábado	37,2	28,3	23,9%
Total	294,2	189,1	35,7%

A criação de novas rotas apresenta um aumento acentuado da eficiência da logística associada à distribuição de gás. A distância semanal percorrida pelo conjunto de viaturas da revenda diminuiu de 850,8 km para 543,2 km.

A inconveniência associada à aplicação destas medidas deve-se à obrigatoriedade de um período de adaptação às novas rotas, no entanto, as suas vantagens são notórias. A Tabela 11 comprova que a aplicação destas rotas **diminui o consumo anual de gasóleo em 2418 L**, o **consumo de energia primária em 2,1 tep** e **reduz as emissões em 6,5 t CO_{2eq}**. Esta diminuição traduz-se num **decréscimo de 36,2% relativamente às rotas originais** e de **17,5% em relação às rotas desenvolvidas na Secção 4.4.1**.

Tabela 12 - Eficiência energética e redução das emissões anuais.

	Redução do consumo de gasóleo (L)	Redução do consumo de energia primária (tep)	Redução das emissões de CO ₂ (t CO _{2eq})
Viatura A	1065,1	0,9	2,9
Viatura B	940,0	0,8	2,5
Viatura C	412,9	0,4	1,1
Total	2418,0	2,1	6,5

5 Conclusões

Neste trabalho pretendeu-se quantificar o impacto da otimização de rotas relativamente à eficiência energética e às emissões de CO₂. A distribuição de gás engarrafado é uma atividade que concentra grande parte dos seus recursos em toda a logística associada à venda de gás, portanto, proceder à otimização de rotas é vital em termos económicos e ambientais.

A alteração das rotas exige um período de adaptação por parte dos distribuidores. Para reduzir a resistência que estas alterações poderiam originar, foram apresentadas duas soluções com diferentes graus de desempenho e de dificuldade de adaptação.

A otimização de rotas obrigou a um estudo detalhado de toda a atividade da empresa. Tópicos como a sazonalidade do negócio, taxa de retorno por viatura, volume de vendas por tipologia de garrafa, frequência e quantidades compradas por cada cliente, foram detalhadamente analisados para ser possível proceder à otimização.

O algoritmo implementado consistiu numa adaptação do algoritmo disponibilizado por Erdoğan. O cálculo da solução inicial foi alterado para o método das poupanças de Clarke e Wright e alguns dos parâmetros do algoritmo tiveram os seus valores alterados para permitir a melhor otimização possível.

A primeira alternativa consistiu em otimizar a ordem de visita dos clientes nas rotas atualmente implementadas na empresa. Esta solução exige pouca mudança no quotidiano dos distribuidores e apresenta uma redução do consumo de gasóleo de 1458 L, do consumo de energia primária em 1,3 tep e das emissões em 3,9 t CO_{2eq}. Estas reduções correspondem a um decréscimo percentual de 22,6% relativamente às rotas originais.

Apesar desta solução apresentar melhorias assinaláveis, não resolveu alguns dos problemas presentes nas rotas, nomeadamente, o facto de existirem clientes residentes na mesma área geográfica que eram visitados por viaturas distintas. Este problema obrigava a serem percorridas distâncias excessivas. Para tal, procedeu-se à criação de novas rotas para tornar a atividade mais eficiente. As novas rotas permitem à empresa reduzir o consumo anual de gasóleo em 2418 L, do consumo de energia primária em 2,1 tep e das emissões em 6,5 t CO_{2eq}. Estes valores correspondem a uma diminuição de 36,2% para as rotas originais e de 17,5% para a alternativa anterior.

O trabalho desenvolvido possibilitou demonstrar que uma definição apropriada das rotas é um dos aspetos fundamentais nas empresas do sector dos transportes, possibilitando elevadas poupanças e uma contribuição assinalável para a preservação do meio ambiente.

5.1 Objetivos Realizados

O objetivo desta dissertação consistia na otimização das rotas da distribuição de gás tendo em vista a eficiência energética. A distribuição da empresa encontra-se dividida em dois segmentos: revenda e venda ao domicílio.

Para a revenda apresentaram-se duas sugestões de melhoria com diferentes reduções de consumo. Relativamente ao domicílio, tendo em conta o modo de operação do negócio, foi impossível aplicar a otimização de rotas porque, na realidade, não existem rotas.

5.2 Outros Trabalhos Realizados

A procura pela otimização das rotas levou ao estudo de situações que se relevaram infrutíferas. A mais relevante diz respeito à venda ao domicílio. Esta atividade não tem rotas definidas, portanto estudou-se se a troca das viaturas existentes por viaturas mais eficientes seria proveitosa. Atendendo a que a distância percorrida pelas viaturas é reduzida, aspeto pouco comum na área dos transportes, esta tentativa de otimização demonstrou-se inviável. Tendo-se concluído que mesmo com poupanças elevadas, tanto a nível de consumo como de manutenção, o período de retorno seria incomportável. Deste modo, a compra de viaturas mais eficientes só deverá de ser realizada quando as atuais terminarem a sua vida útil.

5.3 Limitações e Trabalho Futuro

Os principais problemas que limitaram o trabalho pretenderam-se com a qualidade dos dados disponíveis e com o período curto para desenvolver o projeto que não permitiu o estudo de soluções adicionais. A elevada concorrência no mercado também impossibilitou a alteração do modo de operação da venda ao domicílio sob risco de as medidas implementadas poderem levar à perda de clientes.

O trabalho futuro passará pela implementação da melhoria às outras empresas do grupo Santos da Cunha, quer a nível da distribuição de gás como a nível da distribuição de lubrificantes. Adicionalmente, será necessário supervisionar o sucesso da implementação das rotas atuais e implementar alterações sempre que necessário.

5.4 Apreciação Final

Tendo em conta as adversidades encontradas na realização deste trabalho, tais como a dificuldade em encontrar dados que pudessem ter informação relevante, é possível afirmar que as tarefas propostas foram desenvolvidas com sucesso. A redução de consumos energéticos e de emissões de 36,2% é assinalável e superou as expectativas inicialmente estabelecidas.

Referências

1. Hasle, G., K.A. Lie, e E. Quak, *Geometric Modelling, Numerical Simulation, and Optimization: Applied Mathematics at SINTEF*. 2007: Springer Science & Business Media.
2. Hoffman, K.L., *Combinatorial optimization: Current successes and directions for the future*. Journal of computational and applied mathematics, 2000. **124**(1-2): p. 341-360.
3. Toro, O., M. Eliana, Z. Escobar, H. Antonio, e E. Granada, *Literature review on the vehicle routing problem in the green transportation context*. Luna Azul, 2016(42): p. 362-387.
4. Rodrigue, J.-P., C. Comtois, e B. Slack, *The geography of transport systems*. 2016: Routledge.
5. McKinnon, A.C., e A. Woodburn, *Logistical restructuring and road freight traffic growth*. Transportation, 1996. **23**(2): p. 141-161.
6. Bektaş, T., e G. Laporte, *The pollution-routing problem*. Transportation Research Part B: Methodological, 2011. **45**(8): p. 1232-1250.
7. Erdoğan, G., *An open source Spreadsheet Solver for Vehicle Routing Problems*. Computers & Operations Research, 2017. **84**: p. 62-72.
8. Dantzig, G.B., e J.H. Ramser, *The truck dispatching problem*. Management science, 1959. **6**(1): p. 80-91.
9. Toth, P., e D. Vigo, *The vehicle routing problem*. 2002: SIAM.
10. Laporte, G., *What you should know about the vehicle routing problem*. Naval Research Logistics (NRL), 2007. **54**(8): p. 811-819.
11. Dror, M., *Arc routing: theory, solutions and applications*. 2012: Springer Science & Business Media.
12. Orloff, C., *A fundamental problem in vehicle routing*. Networks, 1974. **4**(1): p. 35-64.
13. Guan, M., *On the windy postman problem*. Discrete Applied Mathematics, 1984. **9**(1): p. 41-46.
14. Sankaran, J.K., e R.R. Ubgade, *Routing tankers for dairy milk pickup*. Interfaces, 1994. **24**(5): p. 59-66.
15. Desrosiers, J., Y. Dumas, M.M. Solomon, e F. Soumis, *Time constrained routing and scheduling*. Handbooks in operations research and management science, 1995. **8**: p. 35-139.
16. Dror, M., e P. Trudeau, *Split delivery routing*. Naval Research Logistics (NRL), 1990. **37**(3): p. 383-402.
17. Psaraftis, H.N., *Dynamic vehicle routing: Status and prospects*. Annals of operations research, 1995. **61**(1): p. 143-164.
18. Bertsimas, D.J., e G. Van Ryzin, *A stochastic and dynamic vehicle routing problem in the Euclidean plane*. Operations Research, 1991. **39**(4): p. 601-615.
19. Laporte, G., Y. Nobert, e M. Desrochers, *Optimal routing under capacity and distance restrictions*. Operations research, 1985. **33**(5): p. 1050-1073.
20. Cordeau, J.-F., e G.d.é.d.r.e.a.d. décisions, *The VRP with time windows*. 2000: Montréal: Groupe d'études et de recherche en analyse des décisions.
21. Haghani, A., e S. Jung, *A dynamic vehicle routing problem with time-dependent travel times*. Computers & operations research, 2005. **32**(11): p. 2959-2986.

22. Renaud, J., G. Laporte, e F.F. Boctor, *A tabu search heuristic for the multi-depot vehicle routing problem*. Computers & Operations Research, 1996. **23**(3): p. 229-235.
23. Tarantilis, C., e C. Kiranoudis, *Distribution of fresh meat*. Journal of Food Engineering, 2002. **51**(1): p. 85-91.
24. Baldacci, R., M. Battarra, e D. Vigo, *Routing a heterogeneous fleet of vehicles*, em *The vehicle routing problem: latest advances and new challenges*. 2008, Springer. p. 3-27.
25. Bodin, L., V. Maniezzo, e A. Mingozzi, *Street routing and scheduling problems*, em *Handbook of Transportation Science*. 1999, Springer. p. 395-432.
26. Rieck, J., J. Zimmermann, e T. Gather, *Mixed-integer linear programming for resource leveling problems*. European Journal of Operational Research, 2012. **221**(1): p. 27-37.
27. Hempsch, C., e S. Irnich, *Vehicle routing problems with inter-tour resource constraints*, em *The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and New Challenges*. 2008, Springer. p. 421-444.
28. Drexel, M., *Synchronization in vehicle routing—a survey of VRPs with multiple synchronization constraints*. Transportation Science, 2012. **46**(3): p. 297-316.
29. Goel, A., e F. Meisel, *Workforce routing and scheduling for electricity network maintenance with downtime minimization*. European Journal of Operational Research, 2013. **231**(1): p. 210-228.
30. Salazar-Aguilar, M.A., A. Langevin, e G. Laporte, *Synchronized arc routing for snow plowing operations*. Computers & Operations Research, 2012. **39**(7): p. 1432-1440.
31. Bräysy, O., e M. Gendreau, *Vehicle routing problem with time windows, Part I: Route construction and local search algorithms*. Transportation science, 2005. **39**(1): p. 104-118.
32. Jozefowiez, N., F. Semet, e E.-G. Talbi, *Multi-objective vehicle routing problems*. European journal of operational research, 2008. **189**(2): p. 293-309.
33. Groër, C., B. Golden, e E. Wasil, *The consistent vehicle routing problem*. Manufacturing & service operations management, 2009. **11**(4): p. 630-643.
34. Smilowitz, K., M. Nowak, e T. Jiang, *Workforce management in periodic delivery operations*. Transportation Science, 2013. **47**(2): p. 214-230.
35. Raff, S., *Routing and scheduling of vehicles and crews: The state of the art*. Computers & Operations Research, 1983. **10**(2): p. 63-211.
36. Dantzig, G., R. Fulkerson, e S. Johnson, *Solution of a large-scale traveling-salesman problem*. Journal of the operations research society of America, 1954. **2**(4): p. 393-410.
37. Christofides, N., A. Mingozzi, e P. Toth, *Exact algorithms for the vehicle routing problem, based on spanning tree and shortest path relaxations*. Mathematical programming, 1981. **20**(1): p. 255-282.
38. Fukasawa, R., H. Longo, J. Lygaard, M.P. de Aragão, M. Reis, E. Uchoa, e R.F. Werneck, *Robust branch-and-cut-and-price for the capacitated vehicle routing problem*. Mathematical programming, 2006. **106**(3): p. 491-511.
39. Laporte, G., e Y. Nobert, *Exact algorithms for the vehicle routing problem*, em *North-Holland Mathematics Studies*. 1987, Elsevier. p. 147-184.
40. Christofides, N., A. Mingozzi, e P. Toth, *State-space relaxation procedures for the computation of bounds to routing problems*. Networks, 1981. **11**(2): p. 145-164.
41. Magnanti, T.L., J.F. Shapiro, e M.H. Wagner, *Generalized linear programming solves the dual*. Management science, 1976. **22**(11): p. 1195-1203.

42. Cordeau, J.-F., M. Gendreau, G. Laporte, J.-Y. Potvin, e F. Semet, *A guide to vehicle routing heuristics*. Journal of the Operational Research society, 2002. **53**(5): p. 512-522.
43. Wiki4City. VRP - Wiki4City. [Acedido a 05-06-2018]; Disponível em http://wiki4city.ieis.tue.nl/index.php?title=VRP#cite_note-ref_3-2.
44. Clarke, G., e J.W. Wright, *Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points*. Operations research, 1964. **12**(4): p. 568-581.
45. Altinel, İ.K., e T. Öncan, *A new enhancement of the Clarke and Wright savings heuristic for the capacitated vehicle routing problem*. Journal of the Operational Research Society, 2005. **56**(8): p. 954-961.
46. Funke, B., T. Grünert, e S. Irnich, *Local search for vehicle routing and scheduling problems: Review and conceptual integration*. Journal of heuristics, 2005. **11**(4): p. 267-306.
47. Gendreau, M., e J.-Y. Potvin, *Handbook of metaheuristics*. Vol. 2. 2010: Springer.
48. Osman, I.H., *Metastrategy simulated annealing and tabu search algorithms for the vehicle routing problem*. Annals of operations research, 1993. **41**(4): p. 421-451.
49. Kuo, Y., *Using simulated annealing to minimize fuel consumption for the time-dependent vehicle routing problem*. Computers & Industrial Engineering, 2010. **59**(1): p. 157-165.
50. Bräysy, O., W. Dullaert, G. Hasle, D. Mester, e M. Gendreau, *An effective multirestart deterministic annealing metaheuristic for the fleet size and mix vehicle-routing problem with time windows*. Transportation Science, 2008. **42**(3): p. 371-386.
51. Gendreau, M., A. Hertz, e G. Laporte, *A tabu search heuristic for the vehicle routing problem*. Management science, 1994. **40**(10): p. 1276-1290.
52. Zachariadis, E.E., C.D. Tarantilis, e C.T. Kiranoudis, *A guided tabu search for the vehicle routing problem with two-dimensional loading constraints*. European Journal of Operational Research, 2009. **195**(3): p. 729-743.
53. Kytöjoki, J., T. Nuortio, O. Bräysy, e M. Gendreau, *An efficient variable neighborhood search heuristic for very large scale vehicle routing problems*. Computers & operations research, 2007. **34**(9): p. 2743-2757.
54. Prins, C., *A simple and effective evolutionary algorithm for the vehicle routing problem*. Computers & Operations Research, 2004. **31**(12): p. 1985-2002.
55. Bell, J.E., e P.R. McMullen, *Ant colony optimization techniques for the vehicle routing problem*. Advanced engineering informatics, 2004. **18**(1): p. 41-48.
56. Taillard, É.D., L.M. Gambardella, M. Gendreau, e J.-Y. Potvin, *Adaptive memory programming: A unified view of metaheuristics*. European Journal of Operational Research, 2001. **135**(1): p. 1-16.
57. Festa, P., e M.G. Resende, *GRASP: An annotated bibliography*, em *Essays and surveys in metaheuristics*. 2002, Springer. p. 325-367.
58. Pisinger, D., e S. Ropke, *Large neighborhood search*, em *Handbook of metaheuristics*. 2010, Springer. p. 399-419.
59. Boschetti, M.A., V. Maniezzo, M. Roffilli, e A.B. Röhrer. *Matheuristics: Optimization, simulation and control*. em *International Workshop on Hybrid Metaheuristics*. 2009. Springer.
60. Crainic, T.G., e M. Toulouse, *Parallel strategies for meta-heuristics*, em *Handbook of metaheuristics*. 2003, Springer. p. 475-513.

61. Gambardella, L.M., É. Taillard, e G. Agazzi. *Macsvrptw: A multiple colony system for vehicle routing problems with time windows*. em *New ideas in optimization*. 1999. Citeseer.
62. Desrochers, M., e G. Laporte, *Improvements and extensions to the Miller-Tucker-Zemlin subtour elimination constraints*. *Operations Research Letters*, 1991. **10**(1): p. 27-36.
63. Pisinger, D., e S. Ropke, *A general heuristic for vehicle routing problems*. *Computers & operations research*, 2007. **34**(8): p. 2403-2435.
64. Lysgaard, J., *Clarke & Wright's savings algorithm*. Department of Management Science and Logistics, The Aarhus School of Business, 1997. **44**.
65. Altinkemer, K., e B. Gavish, *Parallel savings based heuristics for the delivery problem*. *Operations Research*, 1991. **39**(3): p. 456-469.
66. Croes, G.A., *A method for solving traveling-salesman problems*. *Operations research*, 1958. **6**(6): p. 791-812.
67. Ropke, S., e D. Pisinger, *An adaptive large neighborhood search heuristic for the pickup and delivery problem with time windows*. *Transportation science*, 2006. **40**(4): p. 455-472.
68. Potvin, J.-Y., e J.-M. Rousseau, *A parallel route building algorithm for the vehicle routing and scheduling problem with time windows*. *European Journal of Operational Research*, 1993. **66**(3): p. 331-340.
69. Duque-Antón, M., *Constructing efficient simulated annealing algorithms*. *Discrete Applied Mathematics*, 1997. **77**(2): p. 139-159.
70. Software, T. *Tableau Software: Business Intelligence and Analytics*. [Acedido a 17-02-2018]; Disponível em <https://www.tableau.com/>.
71. Microsoft, *Map API Services for Every Need | Bing Maps for Enterprise - Microsoft*. [Acedido a 17-02-2018]; Disponível em <https://www.microsoft.com/en-us/maps/choose-your-bing-maps-api/>.

Anexo A Frequência relativa de compras

Tabela 13 - Frequência relativa das compras por dia da semana (parte 1).

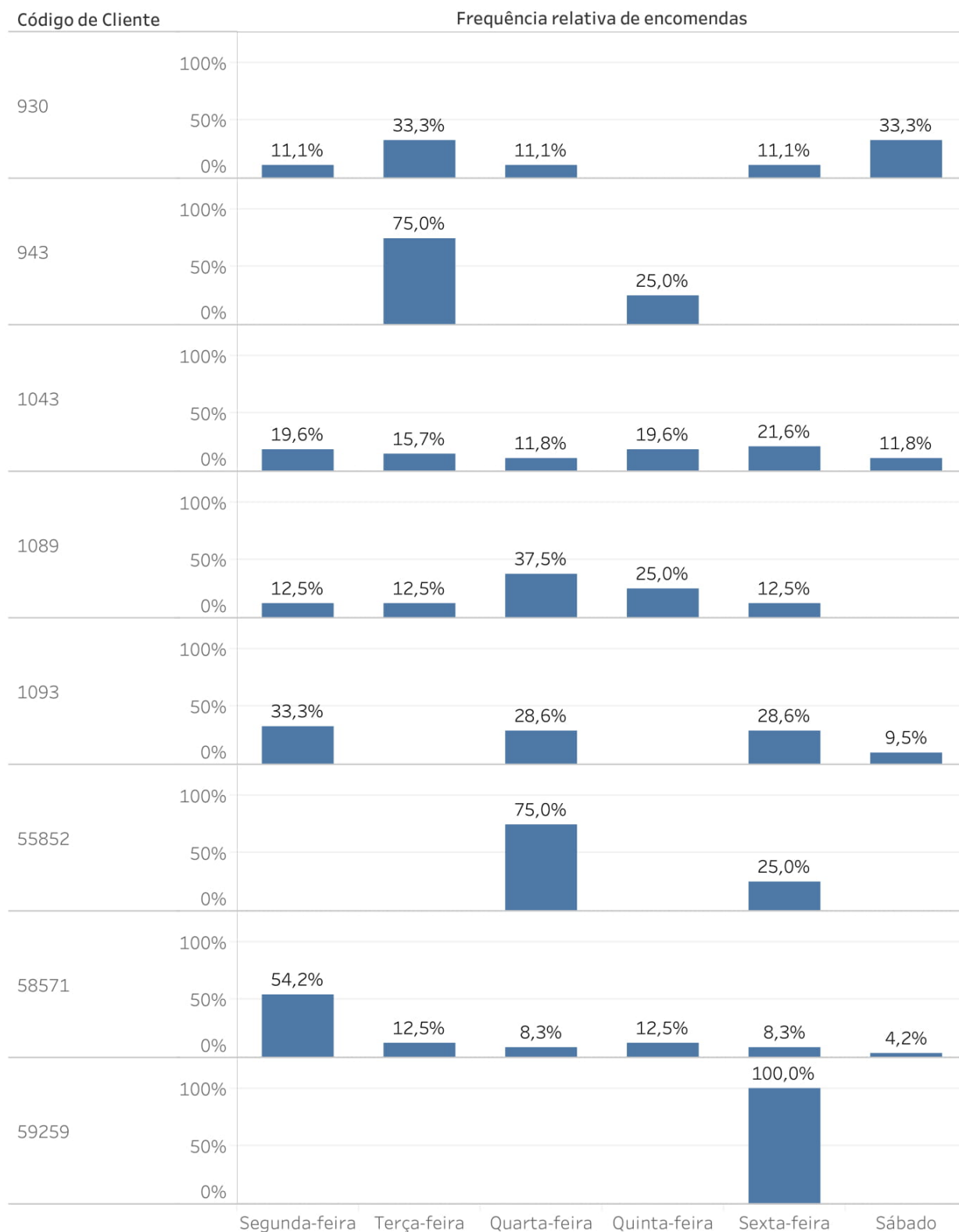


Tabela 14 - Frequência relativa das compras por dia da semana (parte 2).

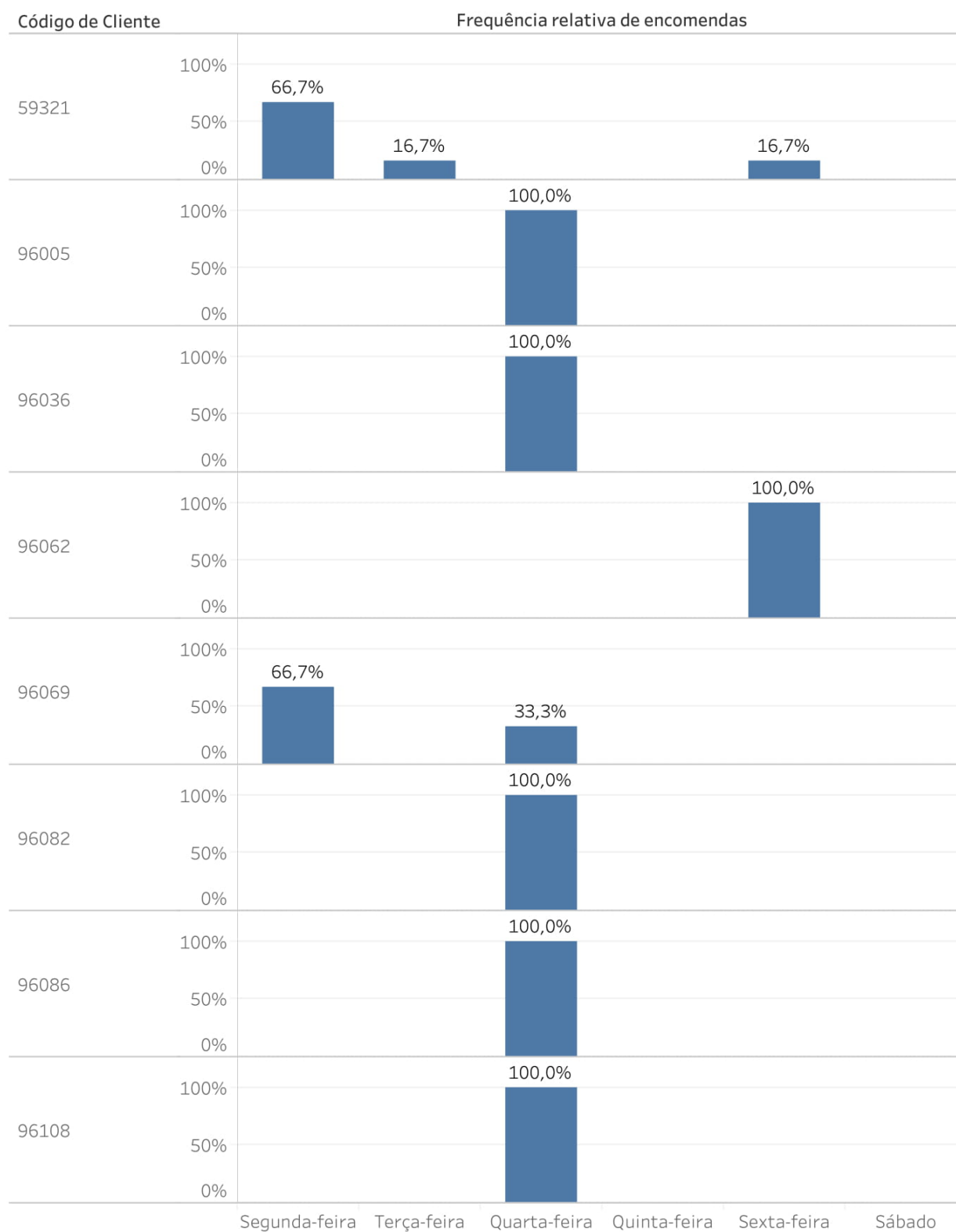


Tabela 15 - Frequência relativa das compras por dia da semana (parte 3).

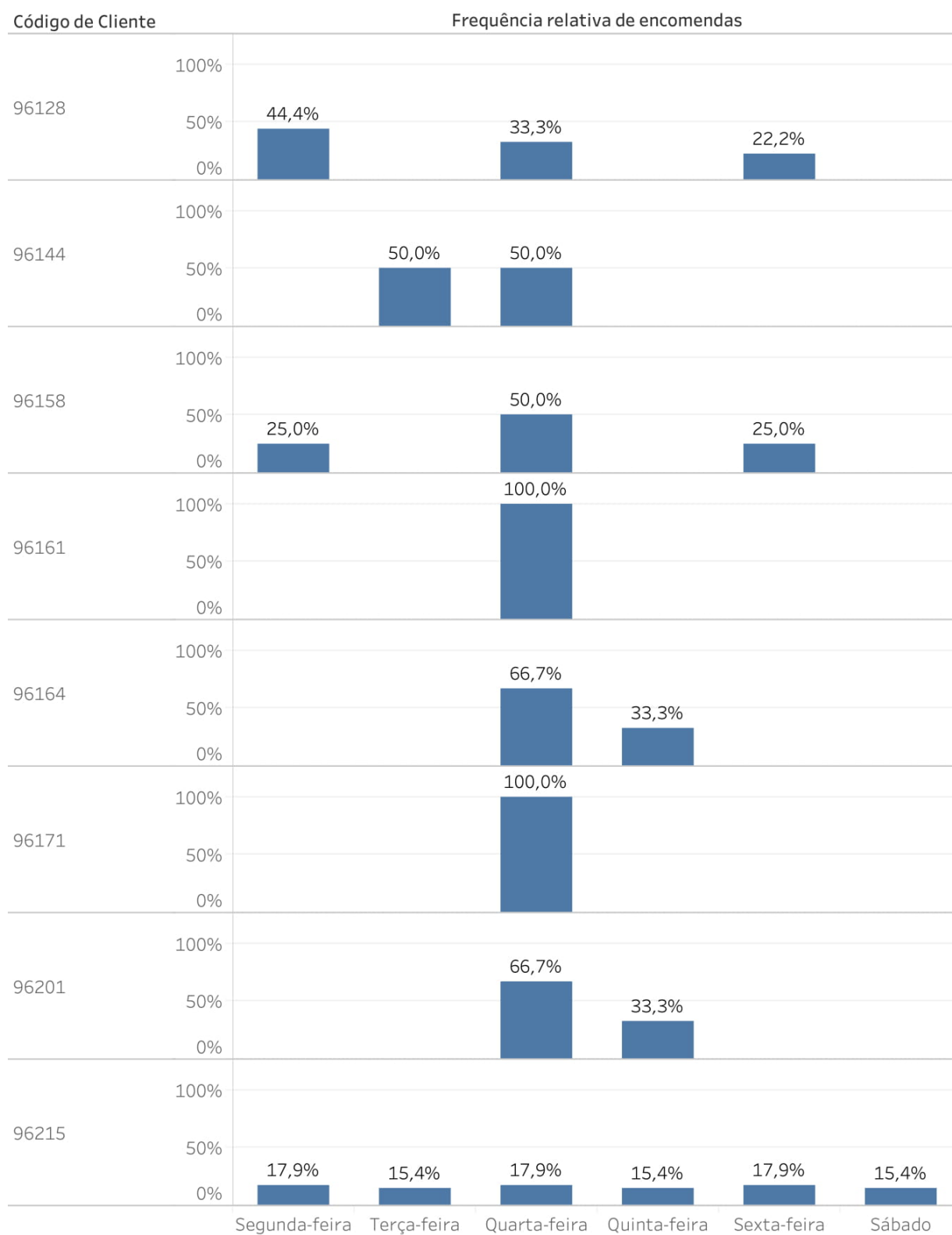


Tabela 16 - Frequência relativa das compras por dia da semana (parte 4).

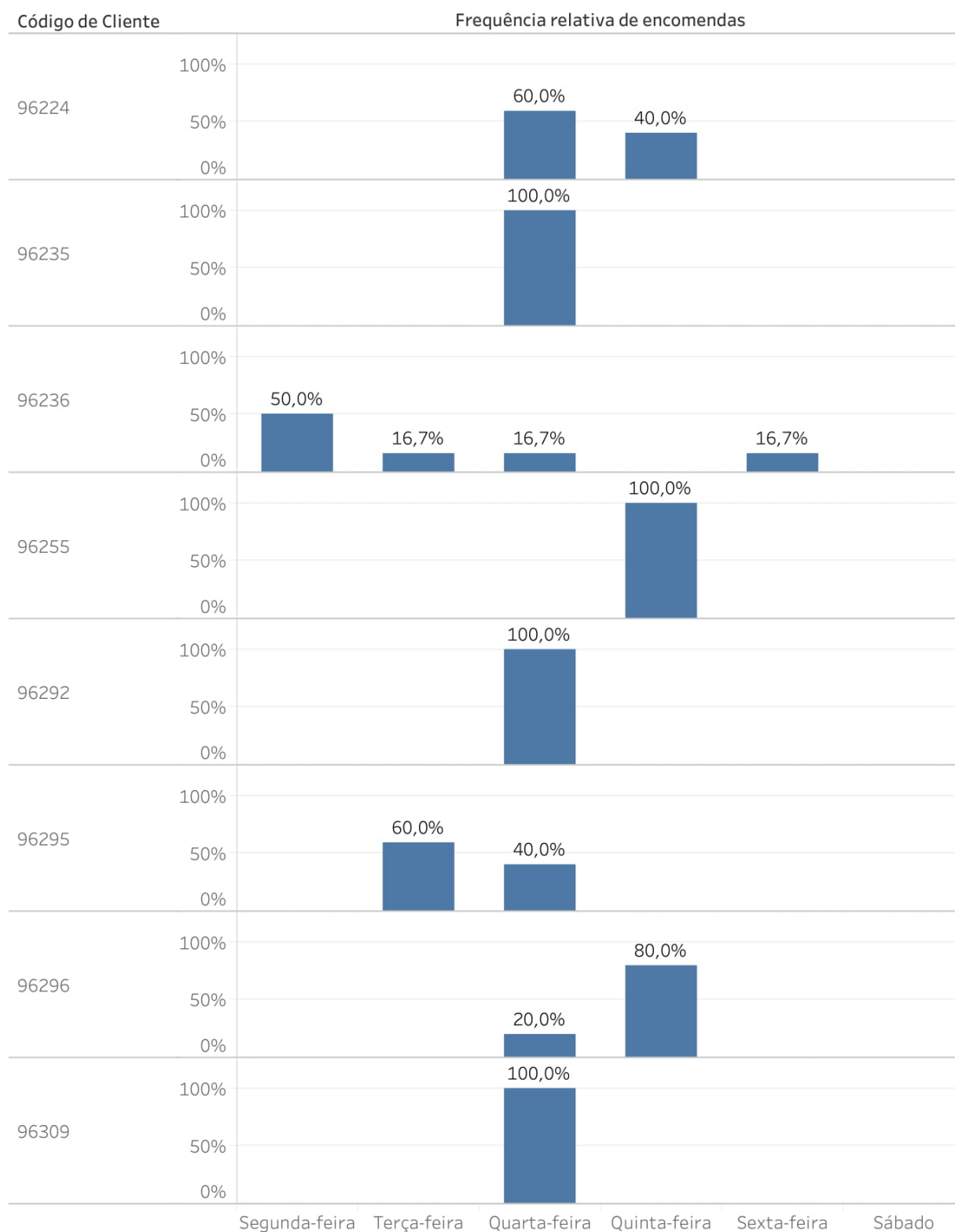


Tabela 17 - Frequência relativa das compras por dia da semana (parte 5).

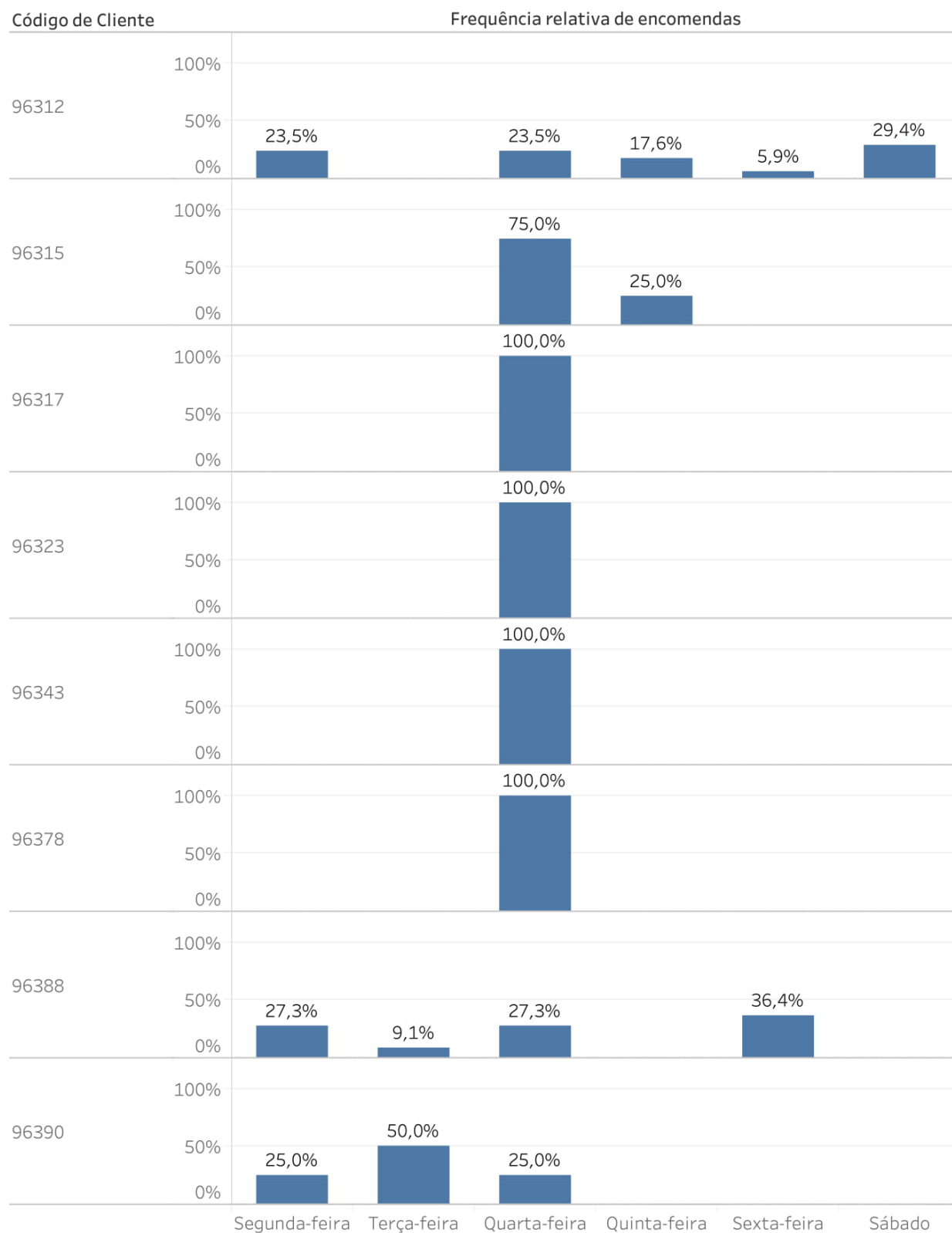


Tabela 18 - Frequência relativa das compras por dia da semana (parte 5).

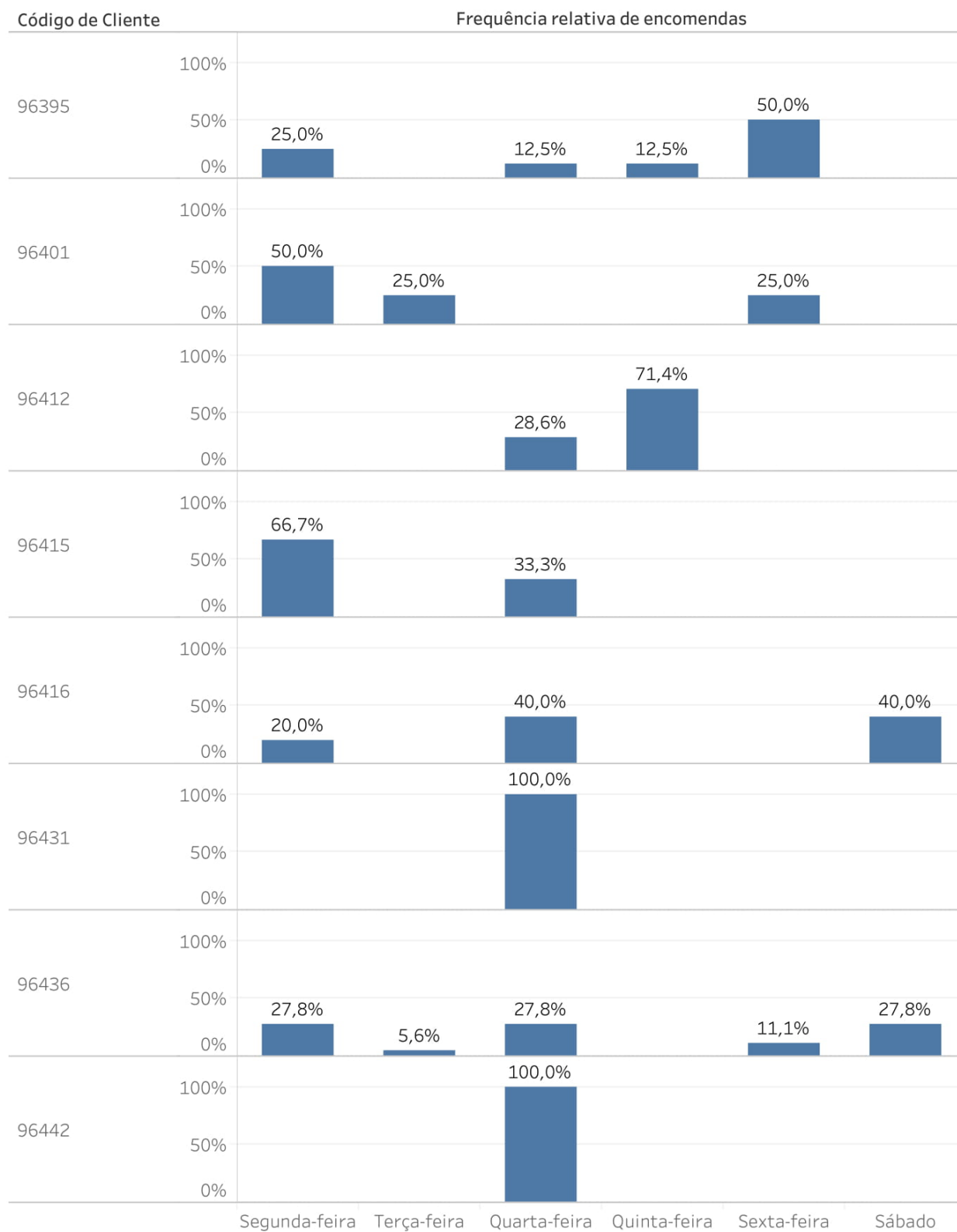


Tabela 19 - Frequência relativa das compras por dia da semana (parte 6).

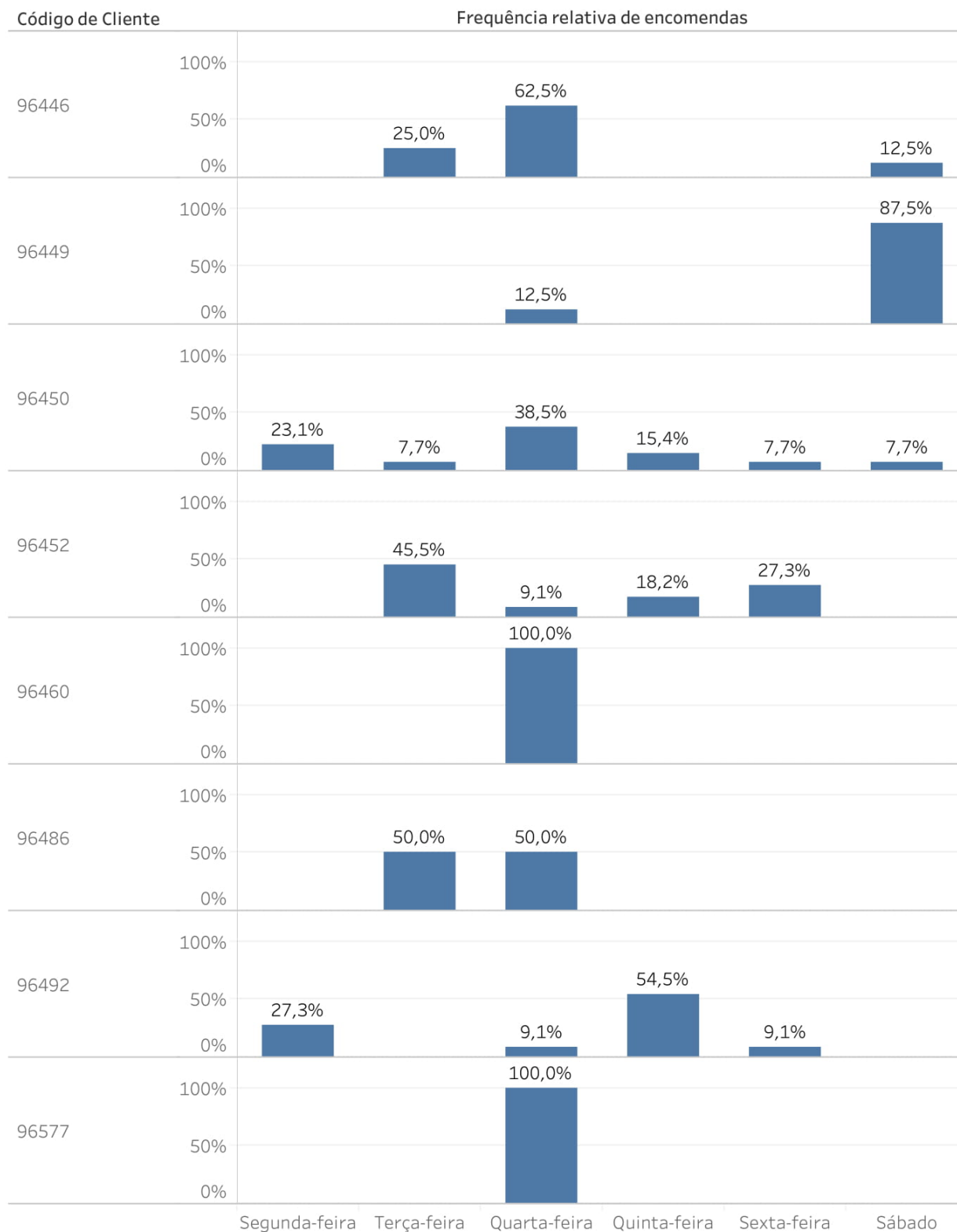


Tabela 20 - Frequência relativa das compras por dia da semana (parte 7).

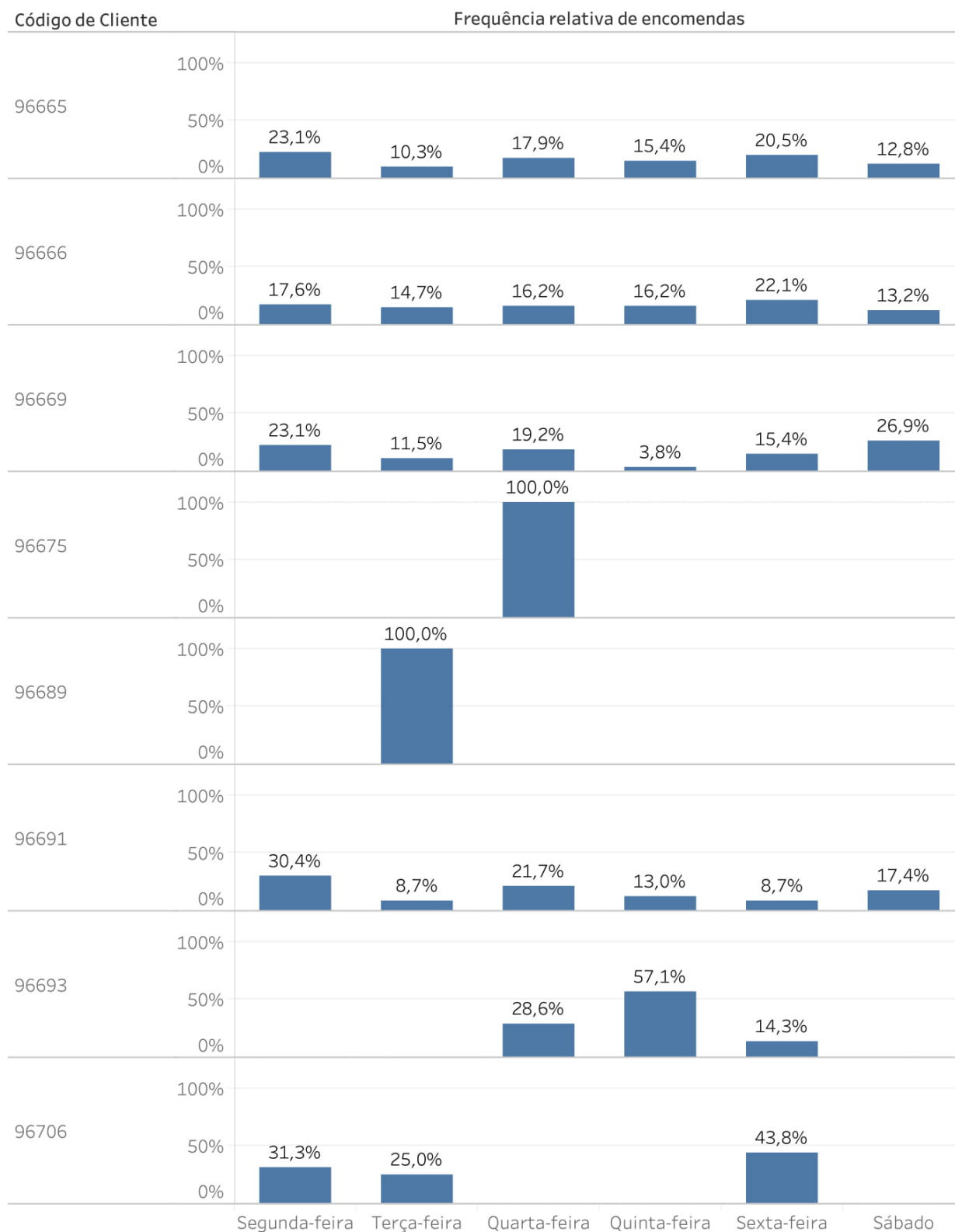


Tabela 21 - Frequência relativa das compras por dia da semana (parte 8).

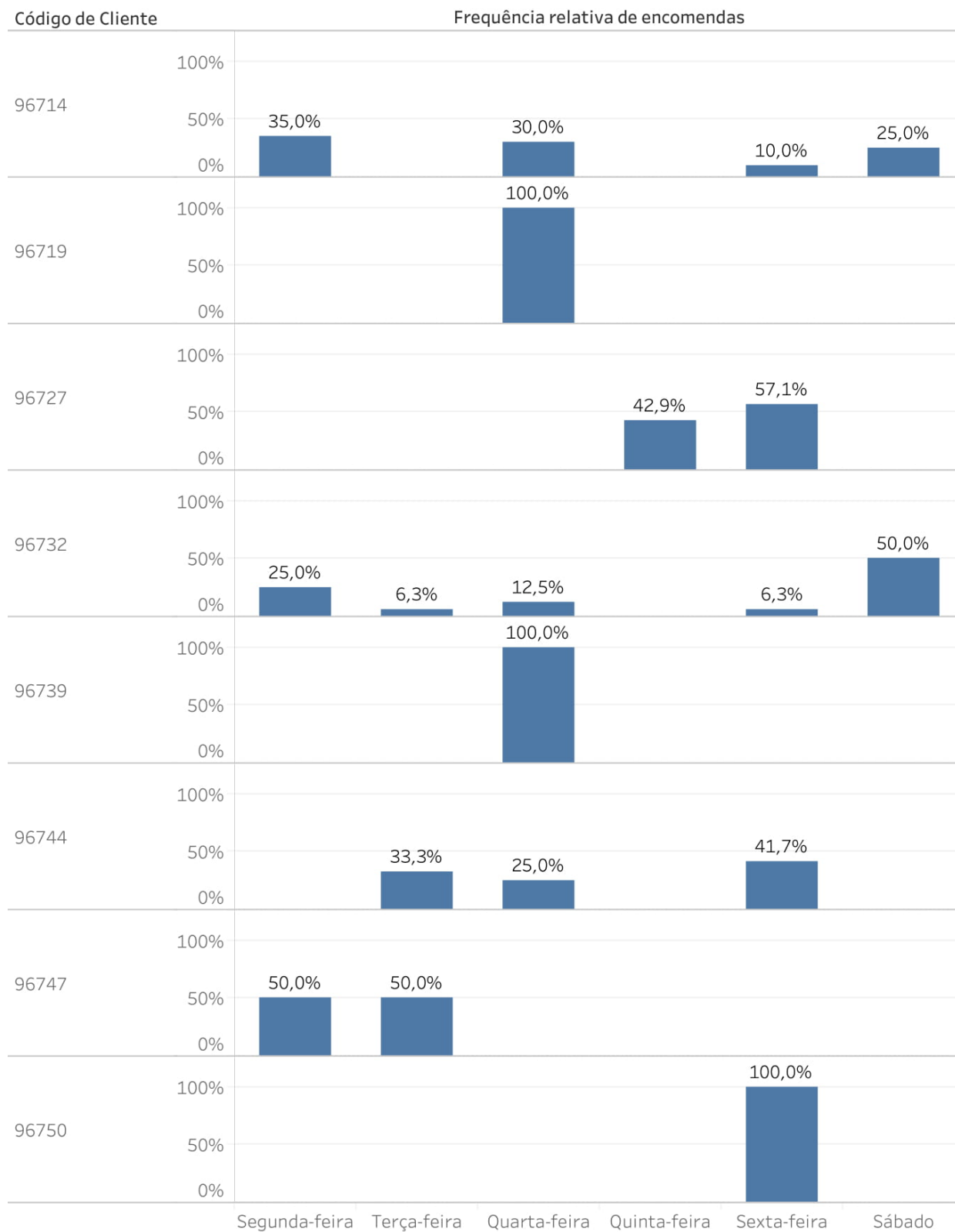


Tabela 22 - Frequência relativa das compras por dia da semana (parte 9).



Tabela 23 - Frequência relativa das compras por dia da semana (parte 10).

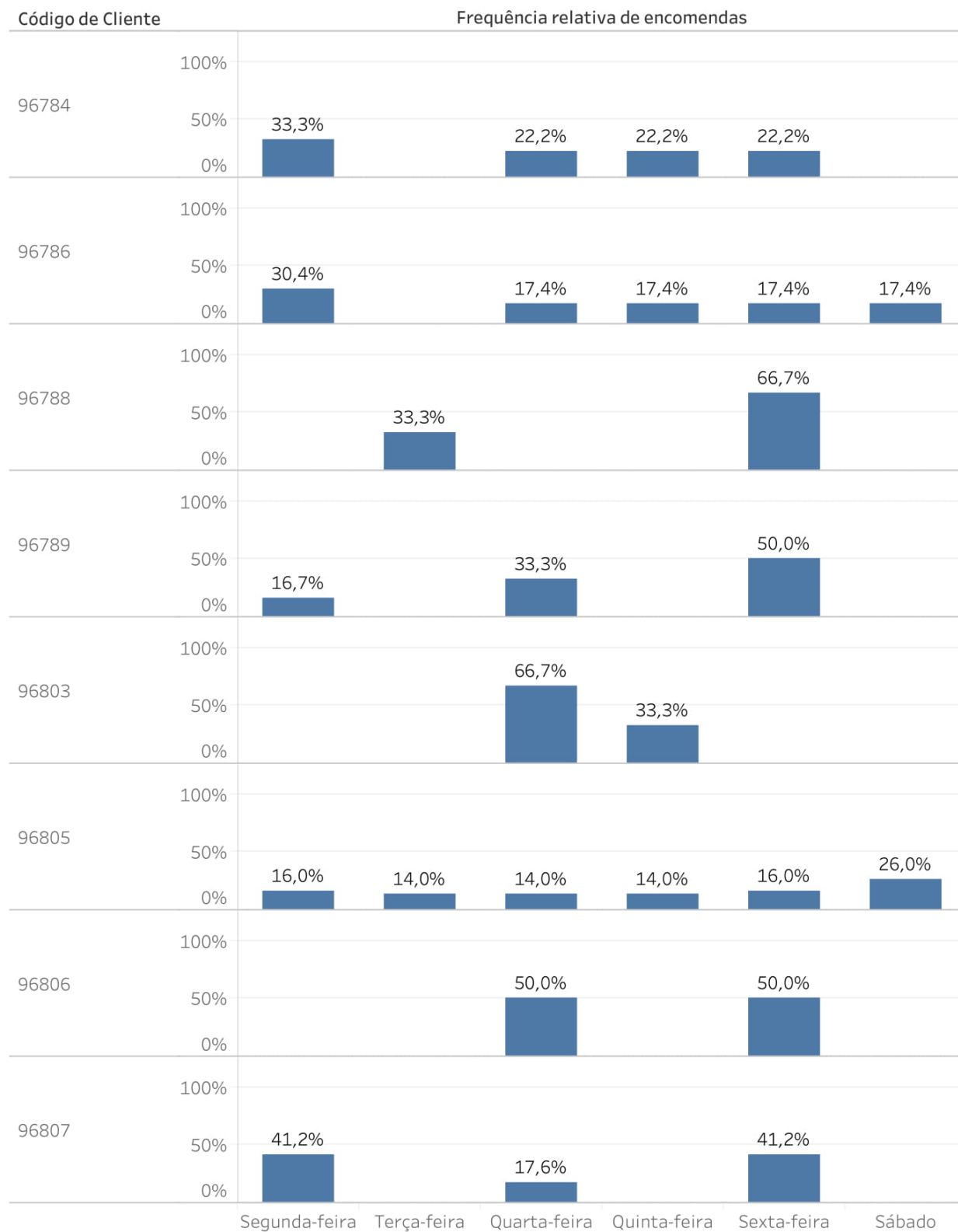


Tabela 24 - Frequência relativa das compras por dia da semana (parte 11).

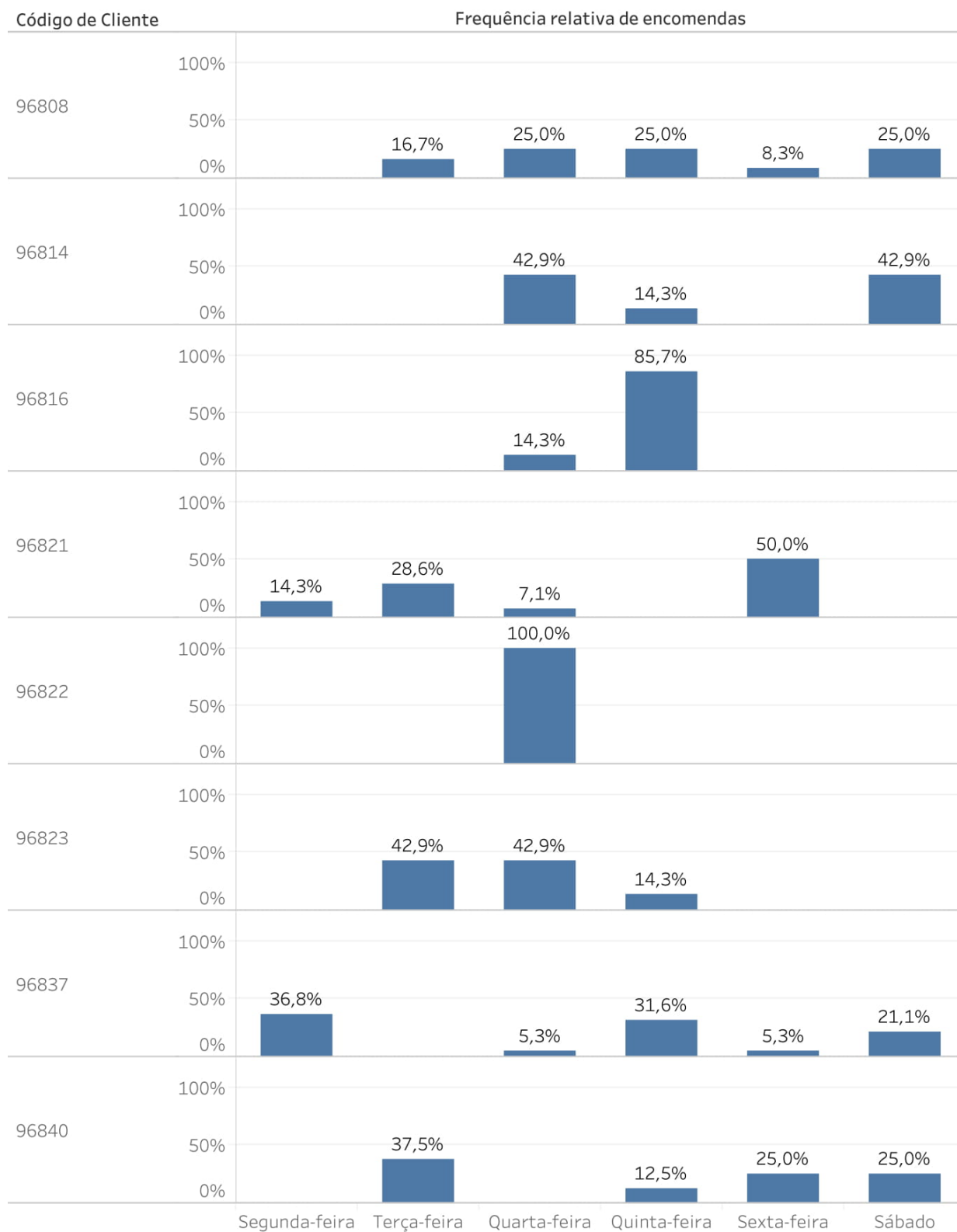
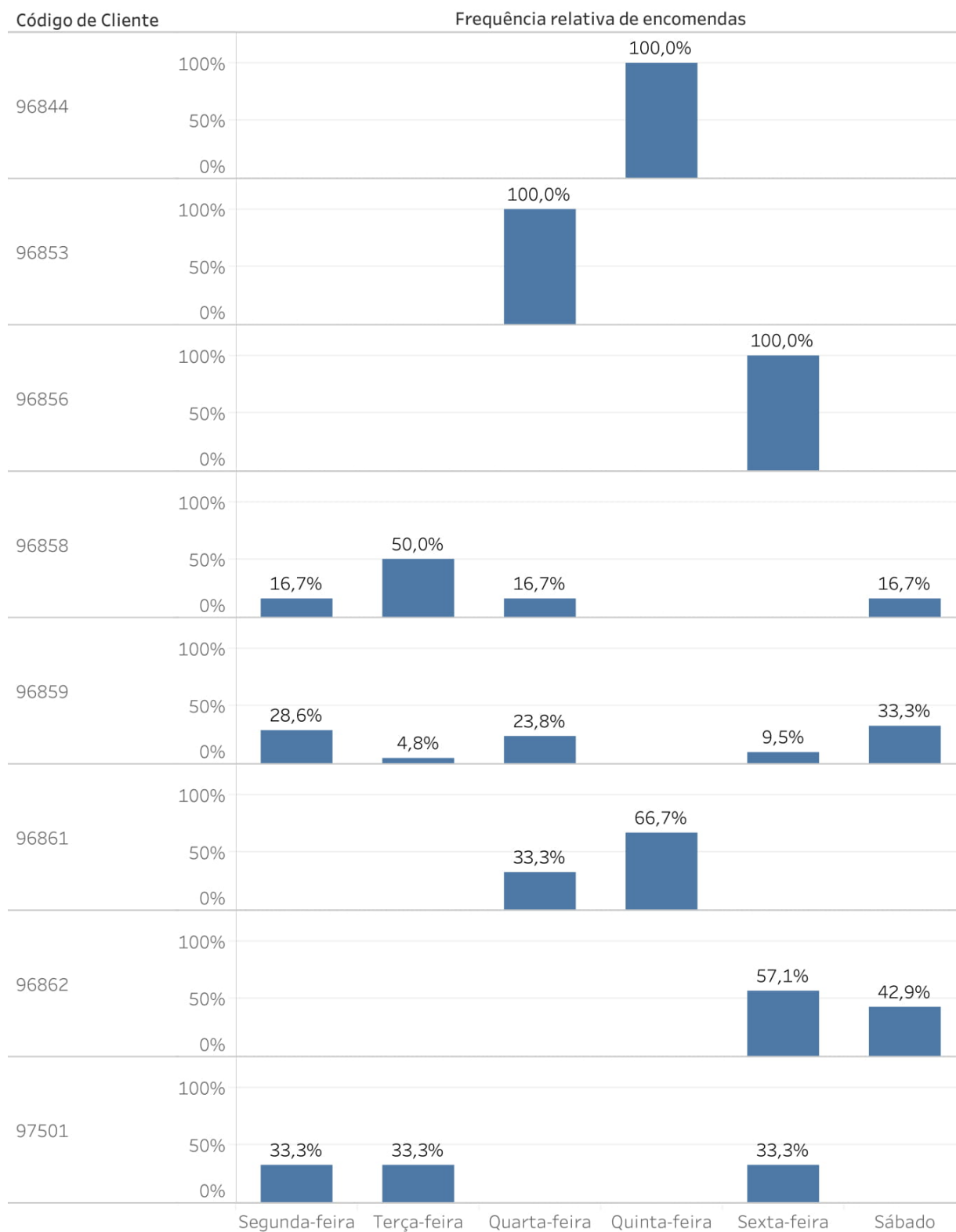


Tabela 25 - Frequência relativa das compras por dia da semana (parte 12).



Anexo B Percentil dos 75% das quantidades compradas por cada cliente

Tabela 26 - Percentil dos 75% das compras de cada cliente por dia da semana e por tipologia de garrafa (parte 1).

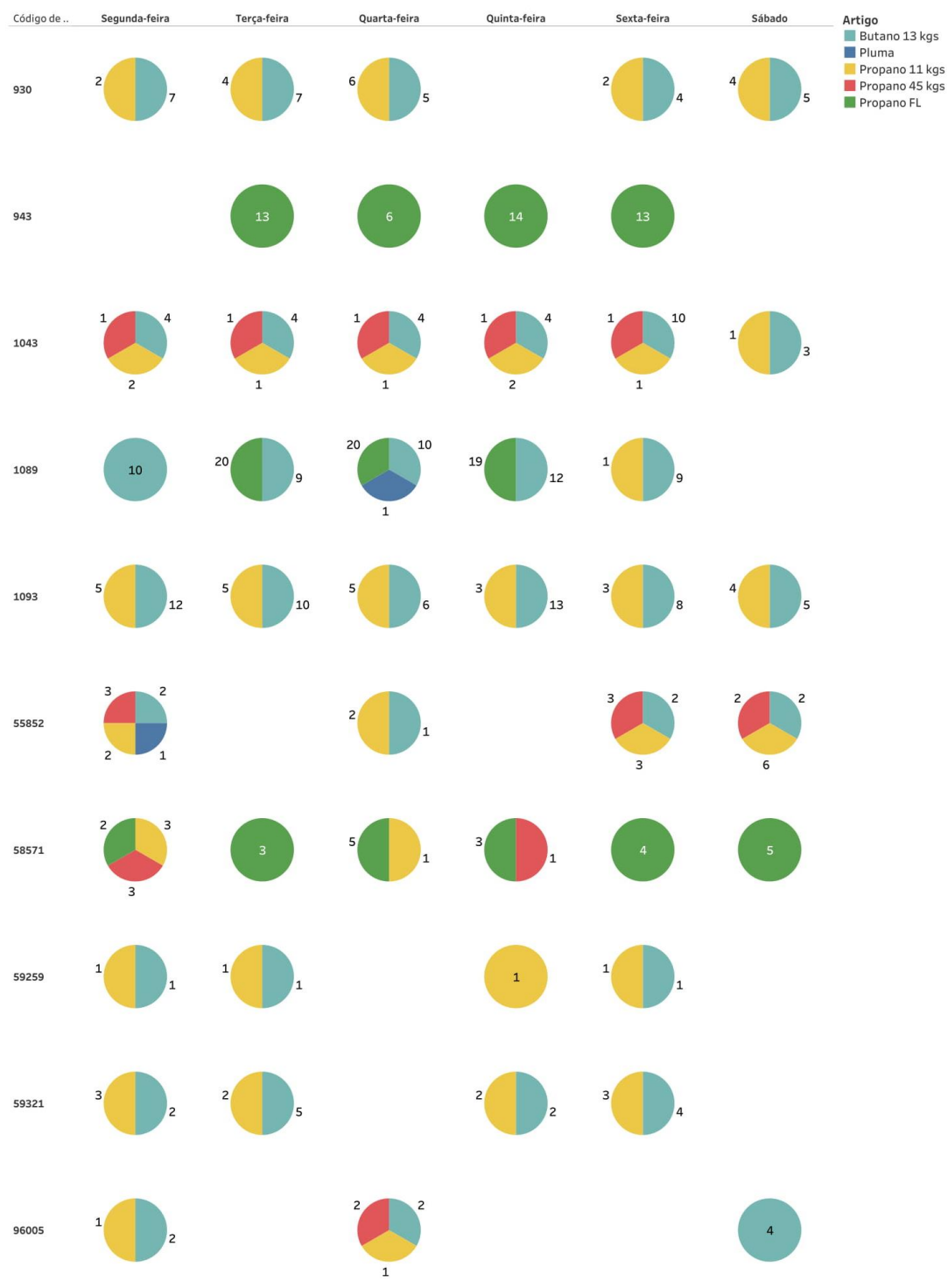


Tabela 27 - Percentil dos 75% das compras de cada cliente por dia da semana e por tipologia de garrafa (parte 2).

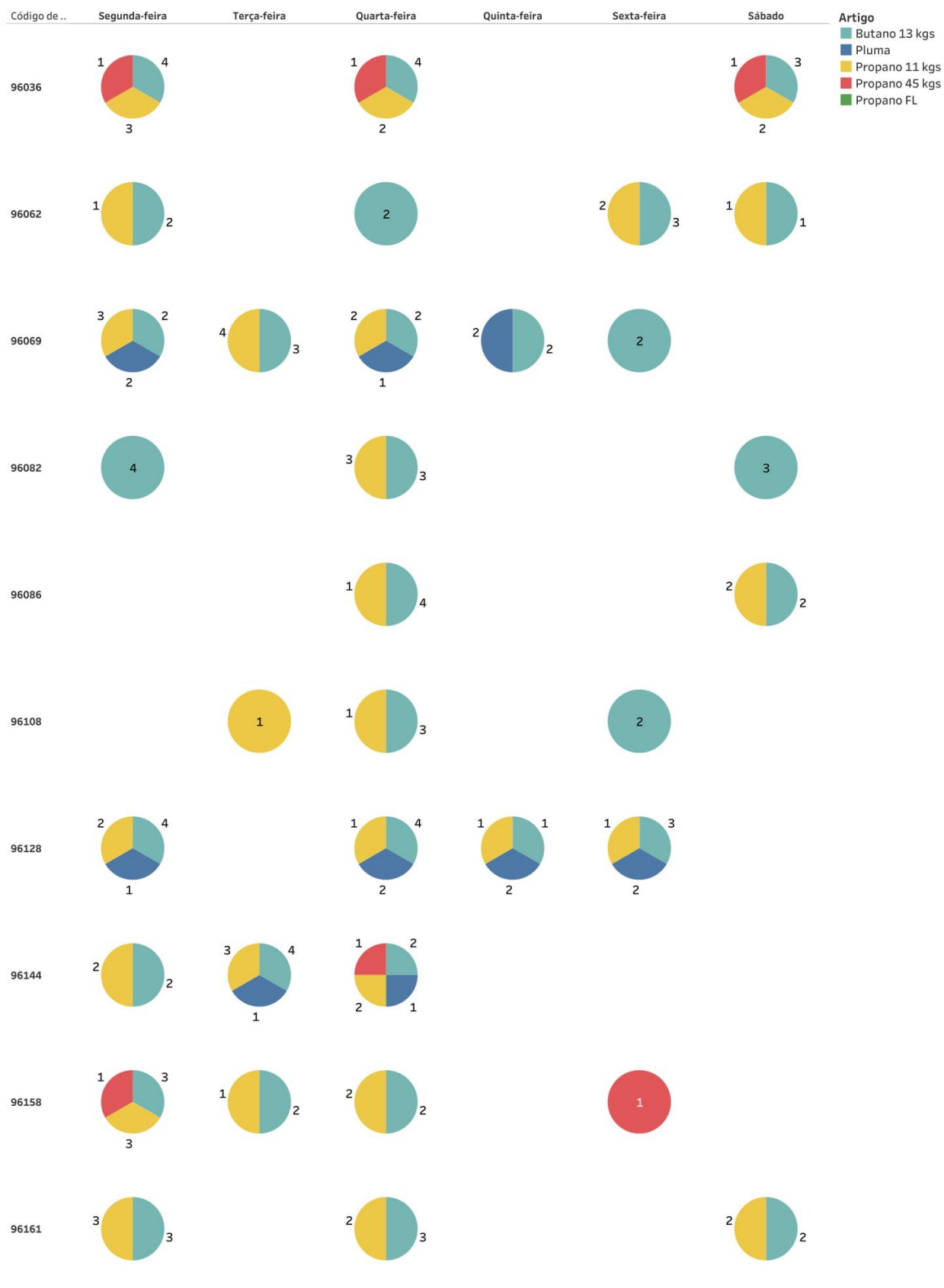


Tabela 28 - Percentil dos 75% das compras de cada cliente por dia da semana e por tipologia de garrafa (parte 2).

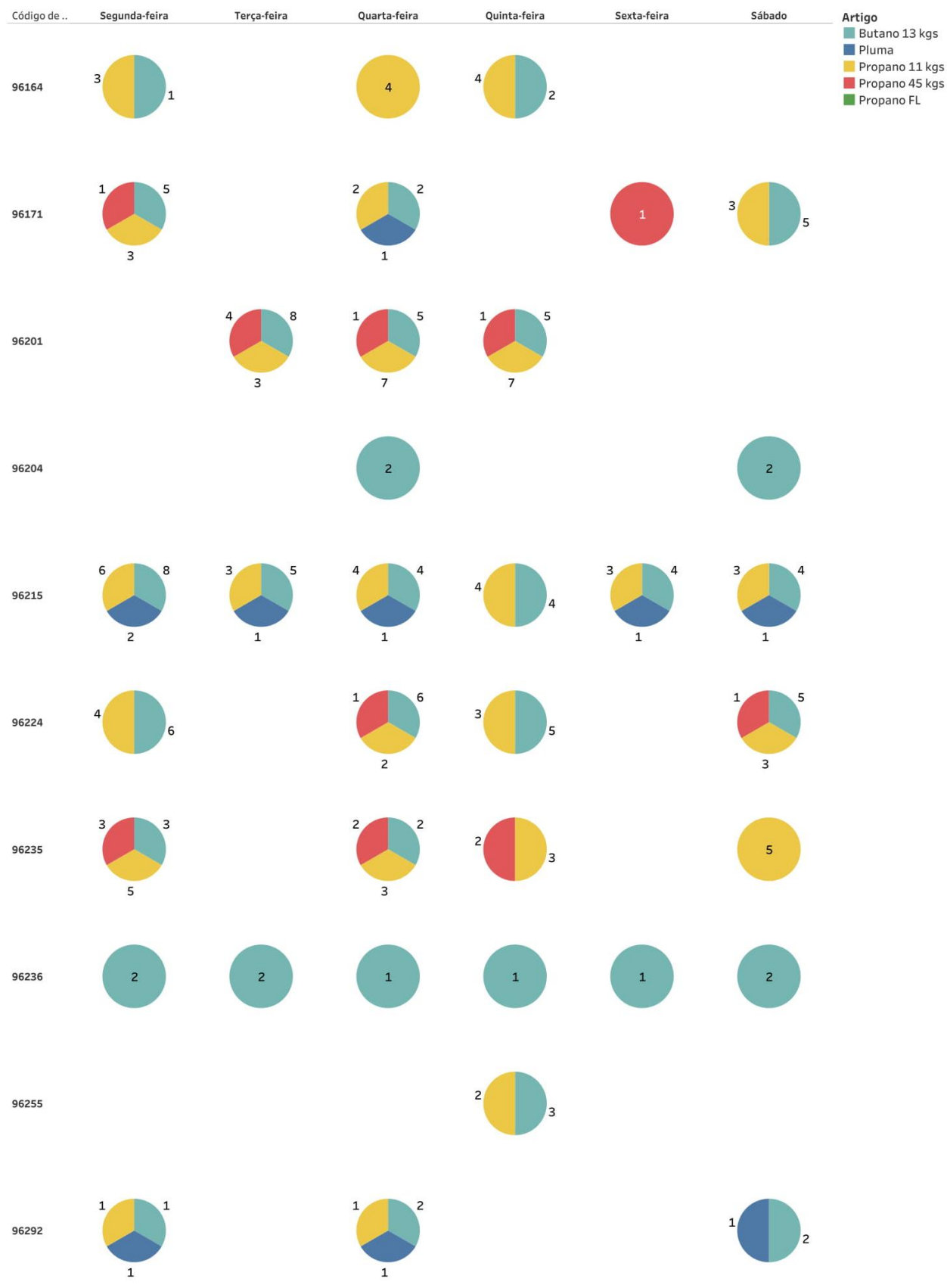


Tabela 29 - Percentil dos 75% das compras de cada cliente por dia da semana e por tipologia de garrafa (parte 3).

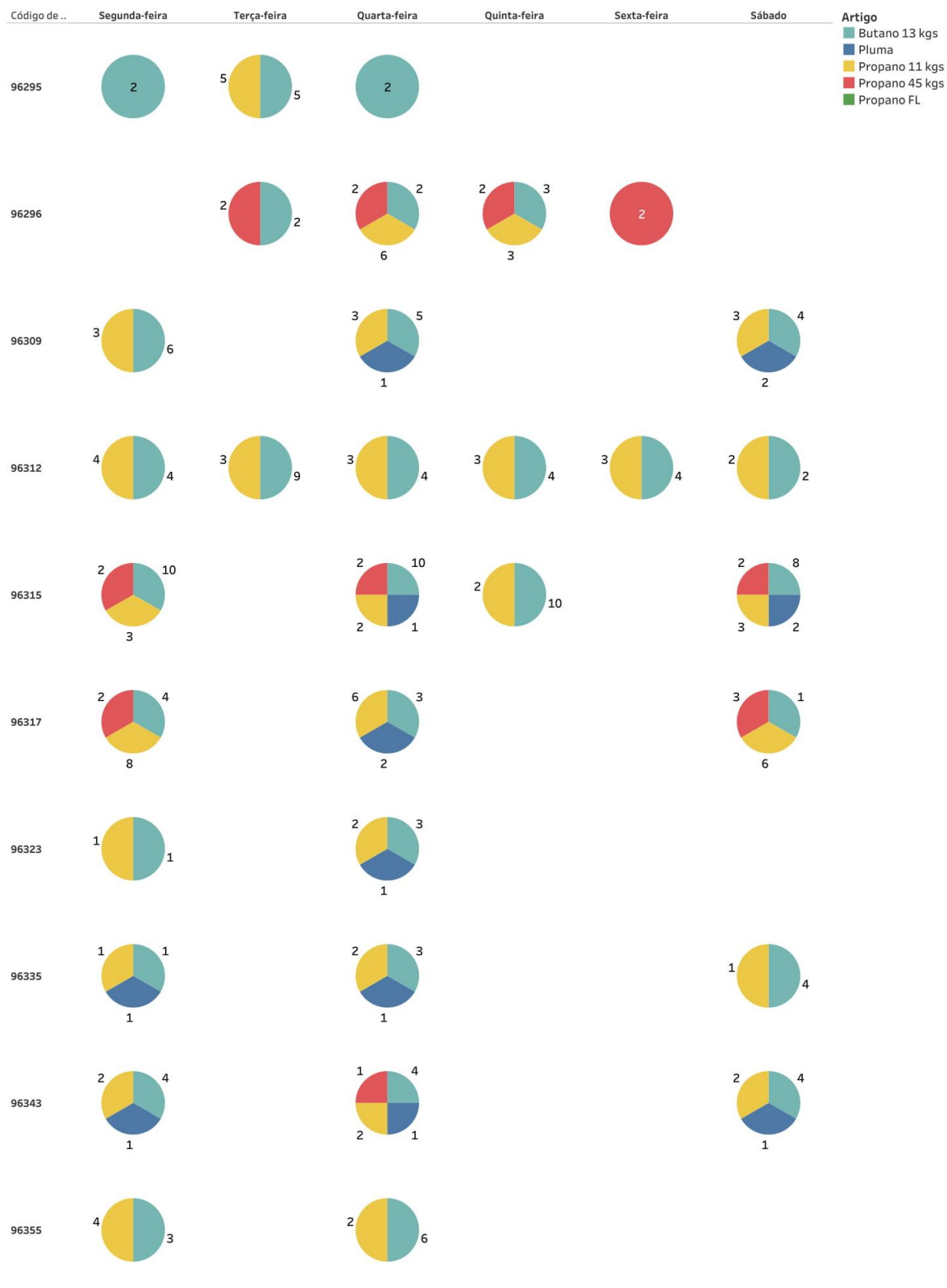


Tabela 30 - Percentil dos 75% das compras de cada cliente por dia da semana e por tipologia de garrafa (parte 4).

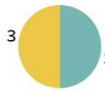
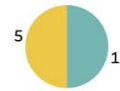
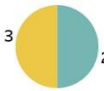
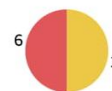
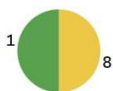
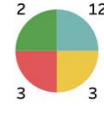
Código de ..	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira	Sábado	Artigo
							Butano 13 kgs Pluma Propano 11 kgs Propano 45 kgs Propano FL
96372							
96377							
96378							
96388							
96390							
96395							
96401							
96412							
96415							
96416							

Tabela 31 - Percentil dos 75% das compras de cada cliente por dia da semana e por tipologia de garrafa (parte 5).

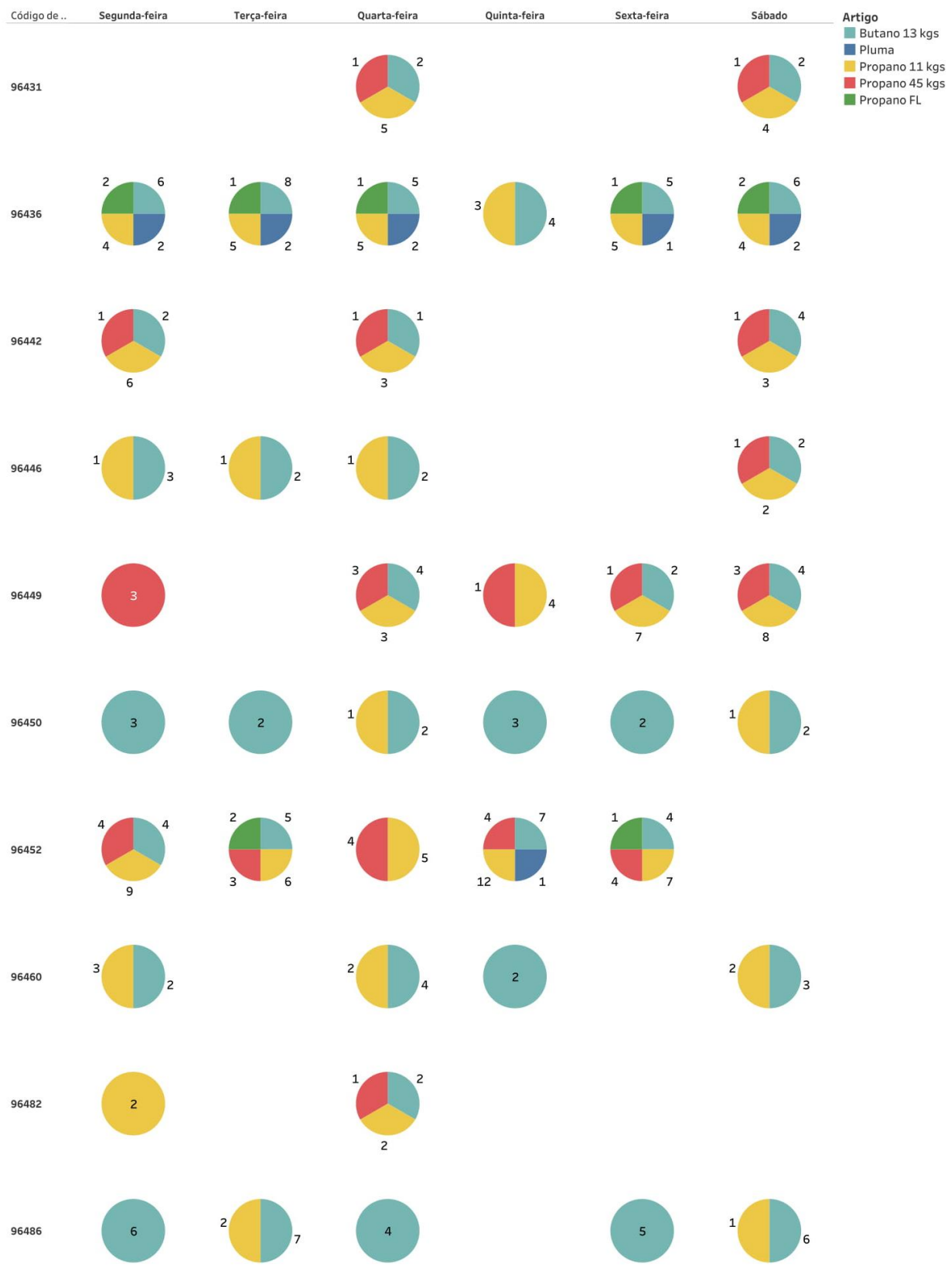


Tabela 32 - Percentil dos 75% das compras de cada cliente por dia da semana e por tipologia de garrafa (parte 6).

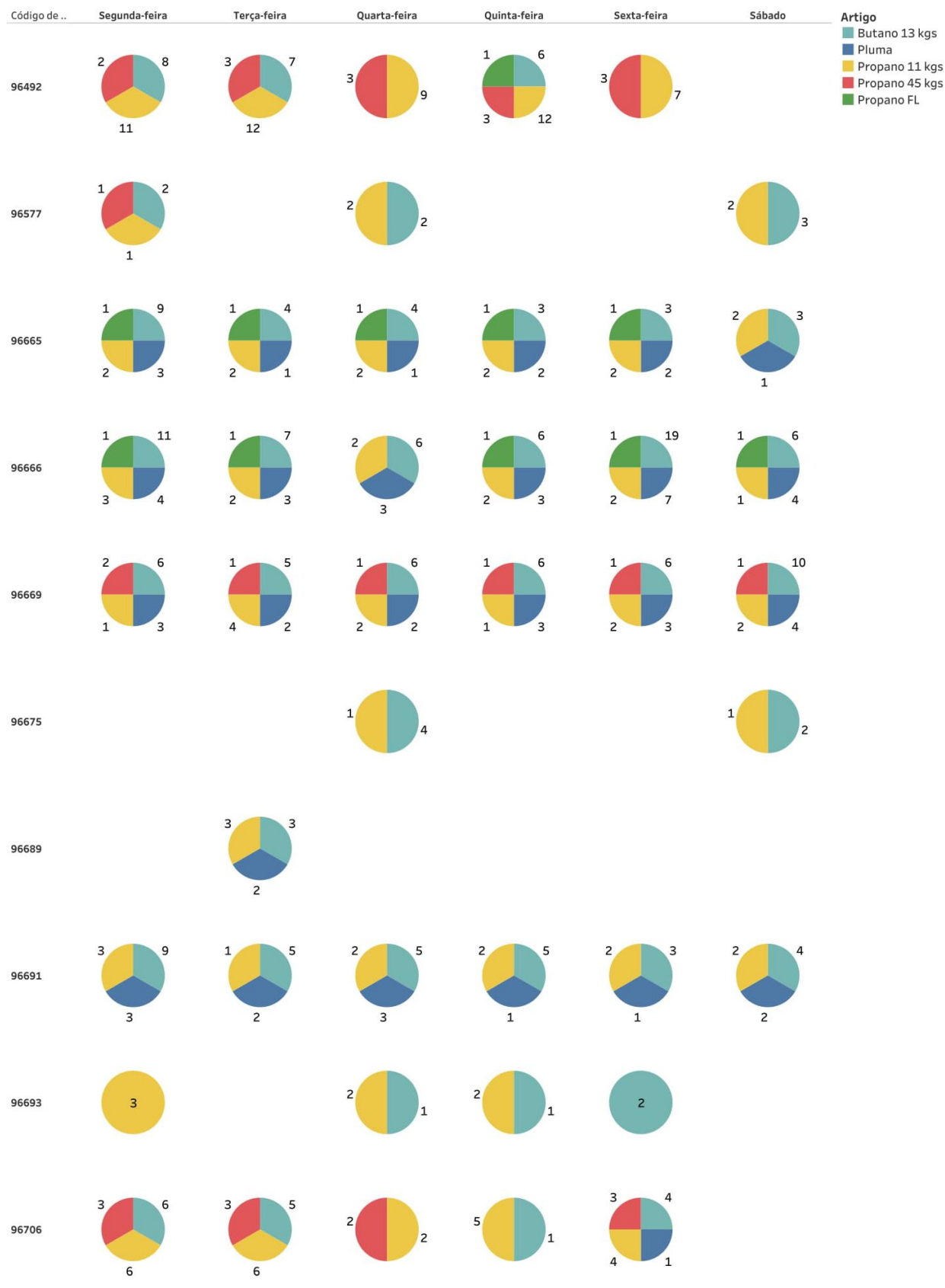


Tabela 33 - Percentil dos 75% das compras de cada cliente por dia da semana e por tipologia de garrafa (parte 6).

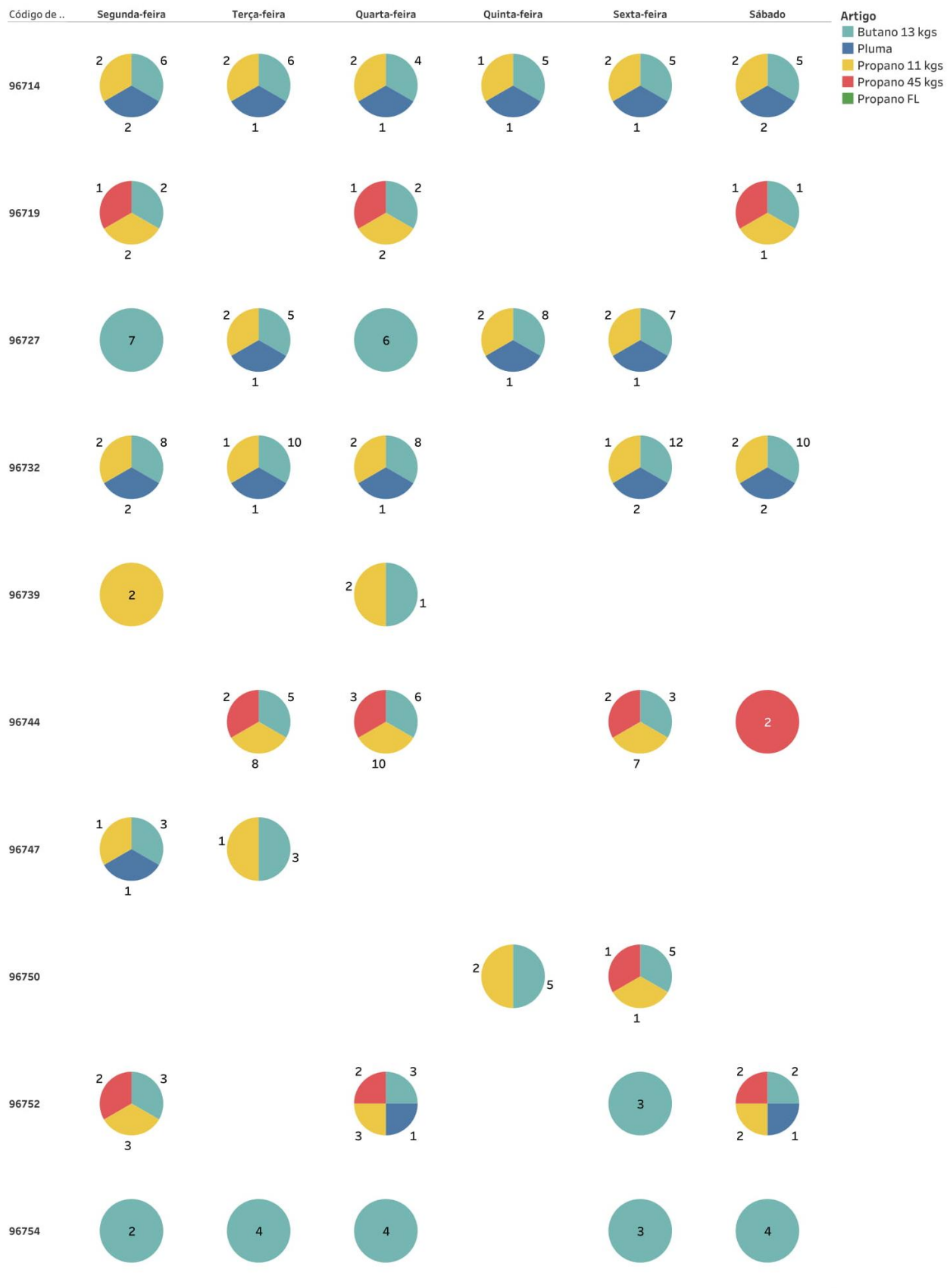


Tabela 34 - Percentil dos 75% das compras de cada cliente por dia da semana e por tipologia de garrafa (parte 7).

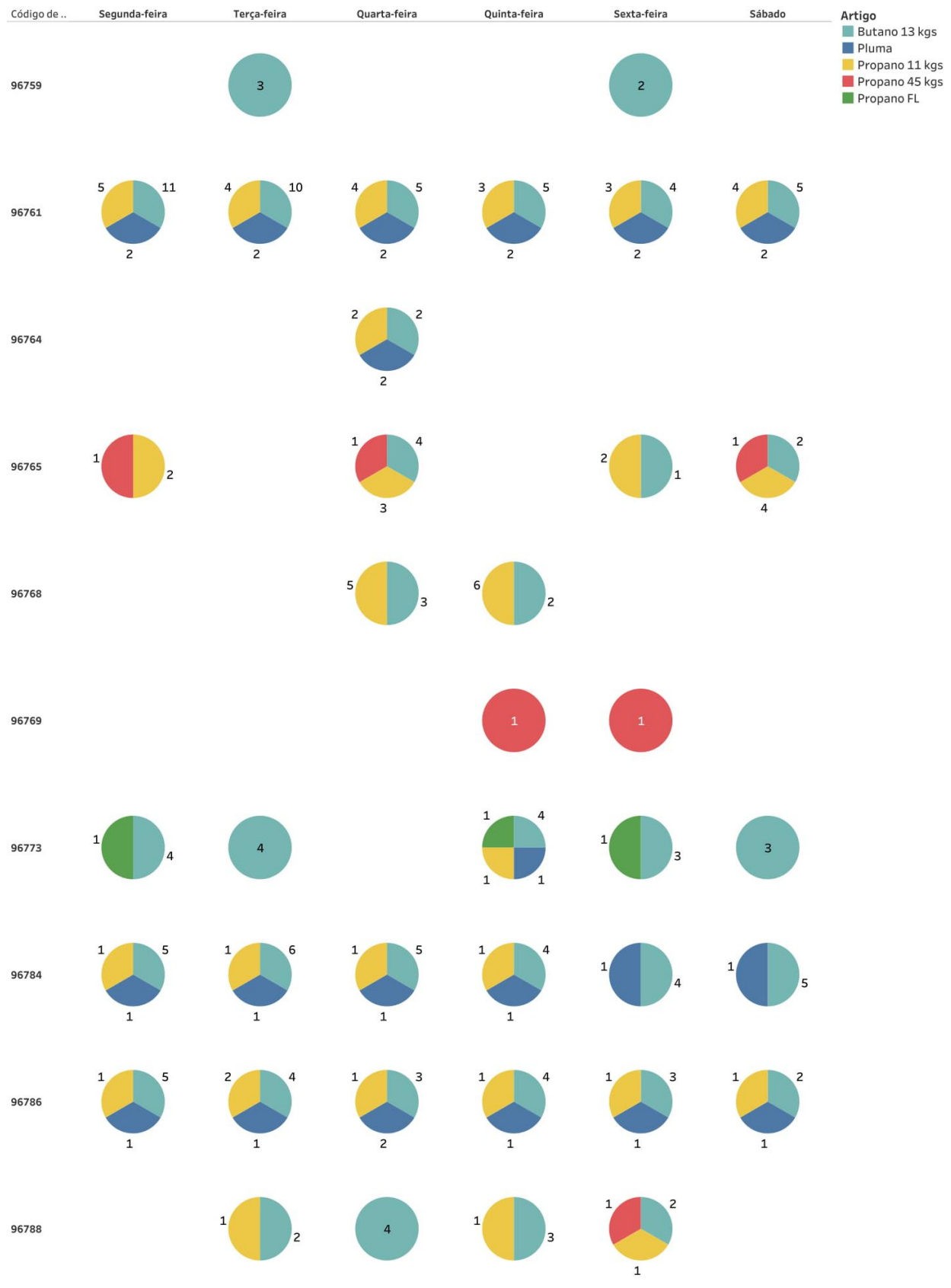


Tabela 35 - Percentil dos 75% das compras de cada cliente por dia da semana e por tipologia de garrafa (parte 8).

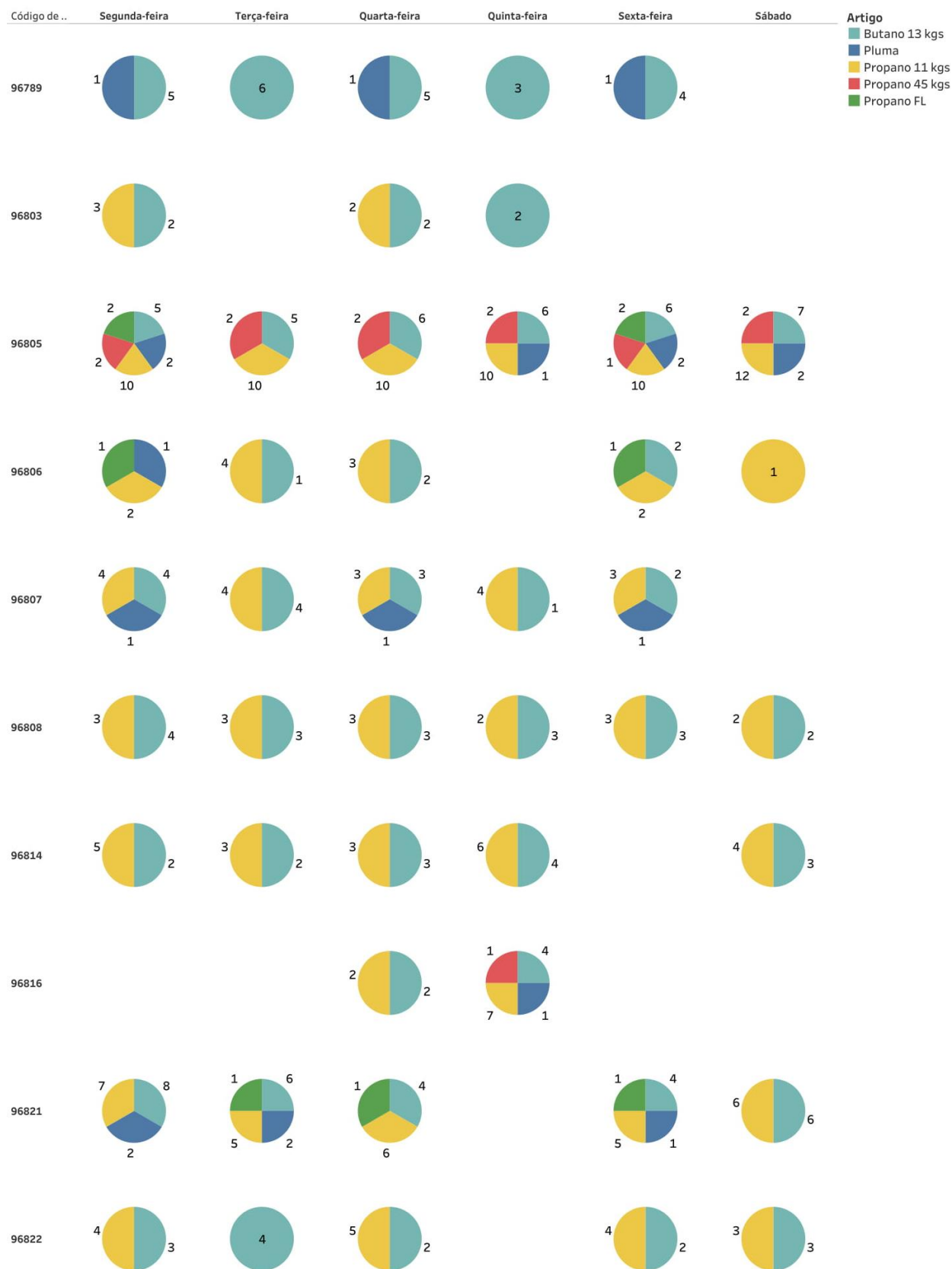


Tabela 36 - Percentil dos 75% das compras de cada cliente por dia da semana e por tipologia de garrafa (parte 10).

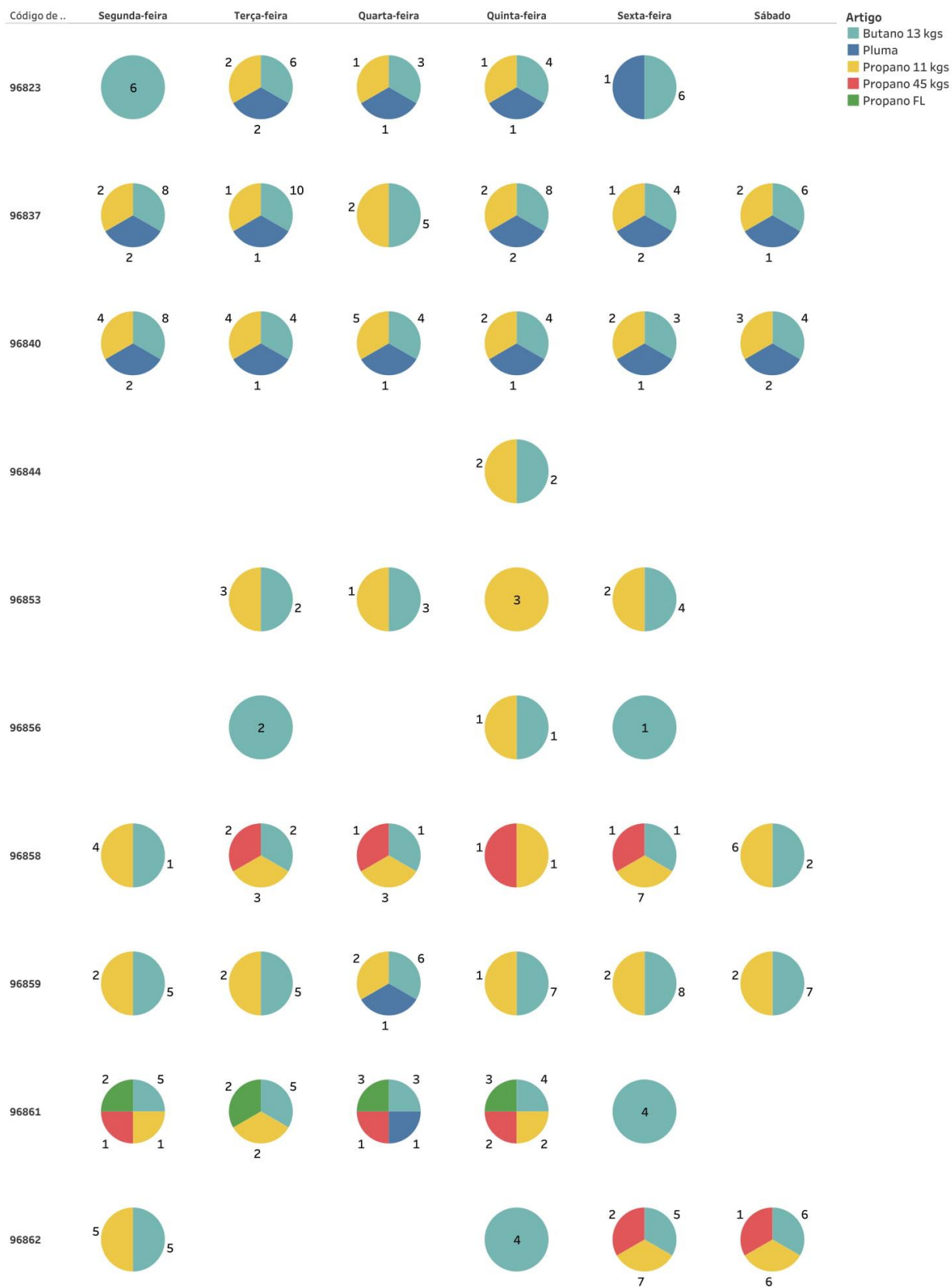


Tabela 37 - Percentil dos 75% das compras de cada cliente por dia da semana e por tipologia de garrafa (parte 1).



Anexo C Caso 1 - Rotas semanais da viatura A

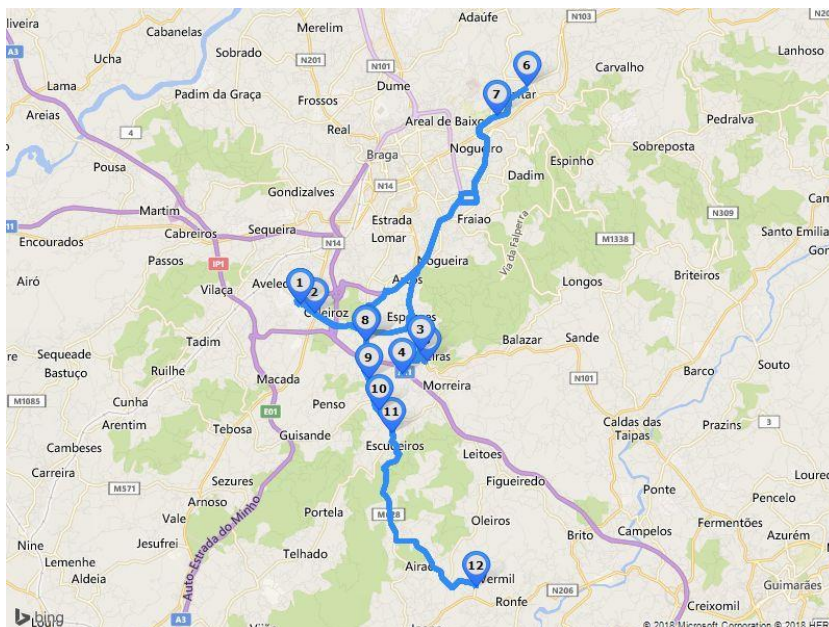


Figura 23 - Rota original de segunda-feira da viatura A.

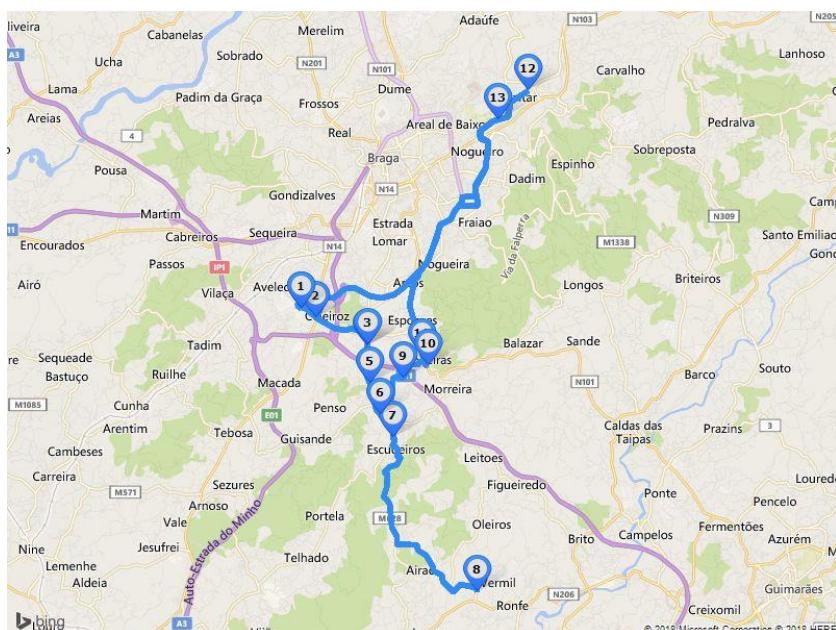


Figura 24- Rota otimizada de segunda-feira da viatura A.

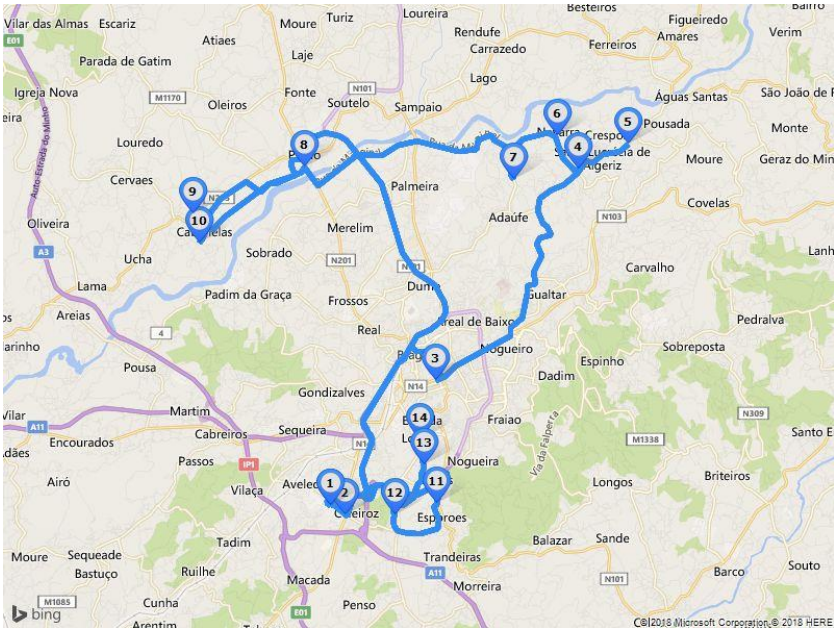


Figura 25 - Rota original de terça-feira da viatura A

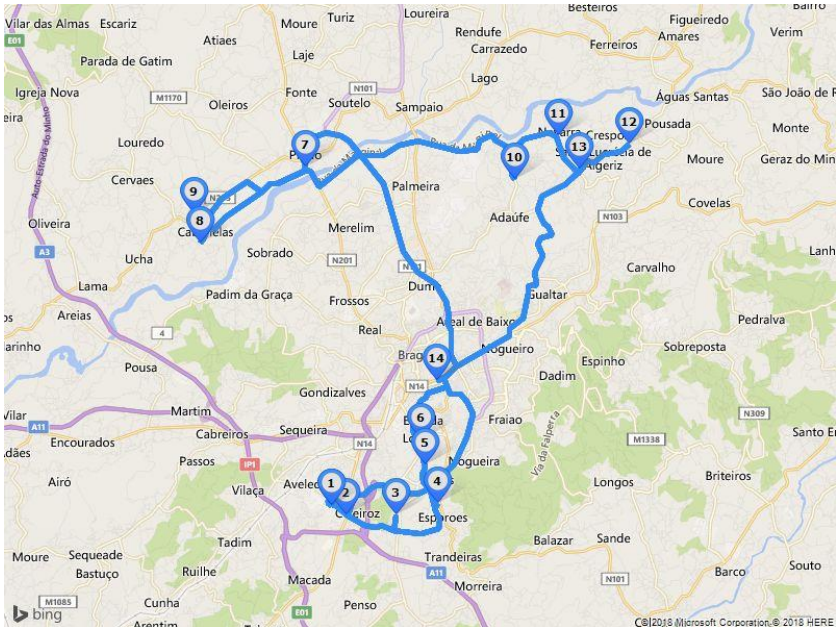


Figura 26 - Rota otimizada de terça-feira da viatura A.

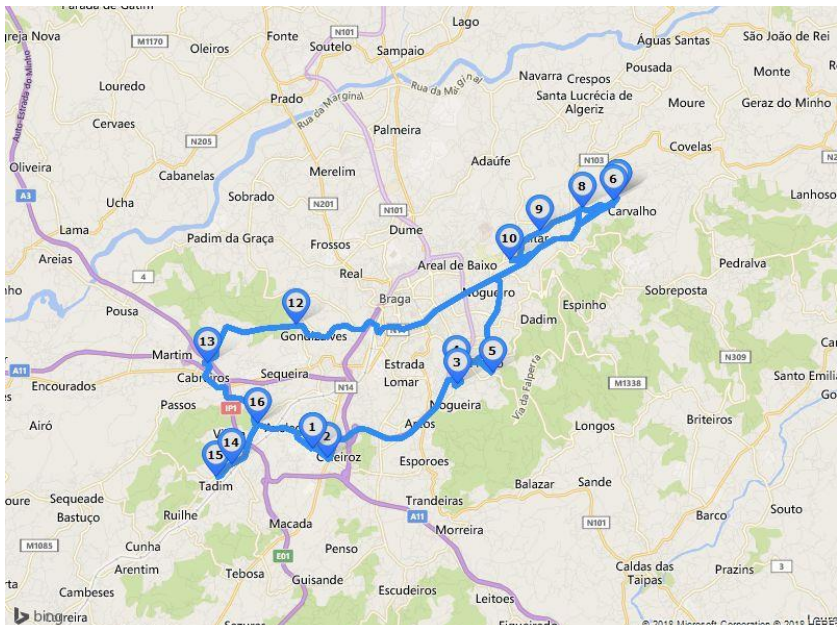


Figura 27 - Rota original de quarta-feira da viatura A.

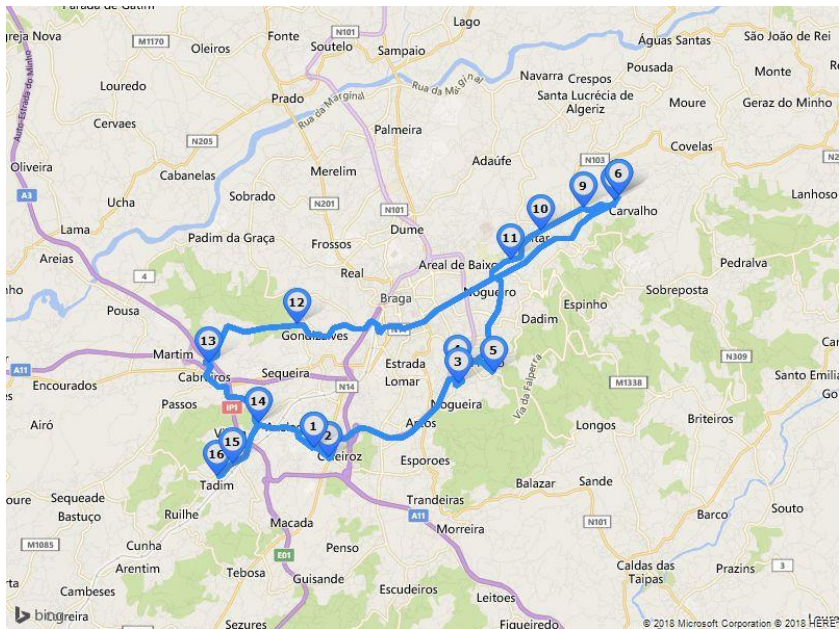


Figura 28 - Rota otimizada de quarta-feira da viatura A.

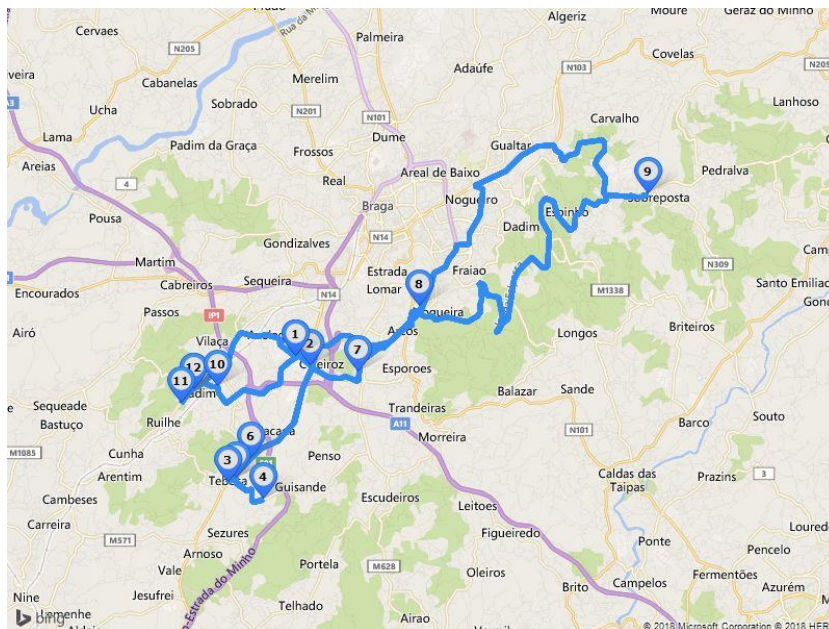


Figura 29 - Rota original de quinta-feira da viatura A.

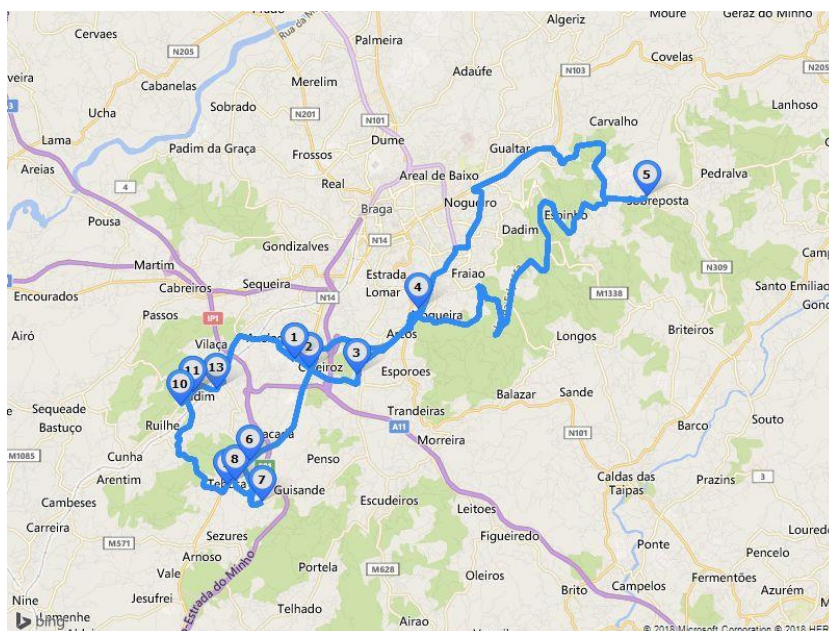


Figura 30- Rota otimizada de quinta-feira da viatura A.

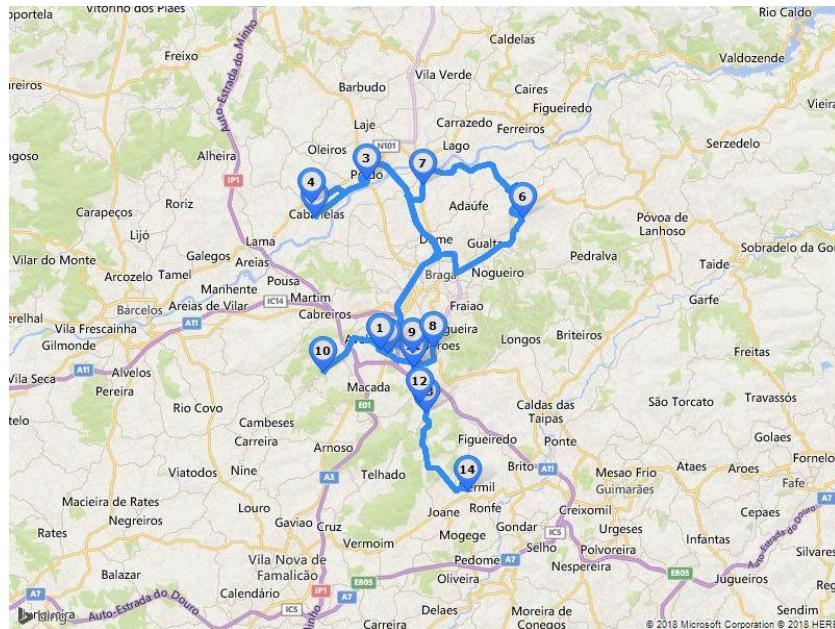


Figura 31 - Rota original de sexta-feira da viatura A.

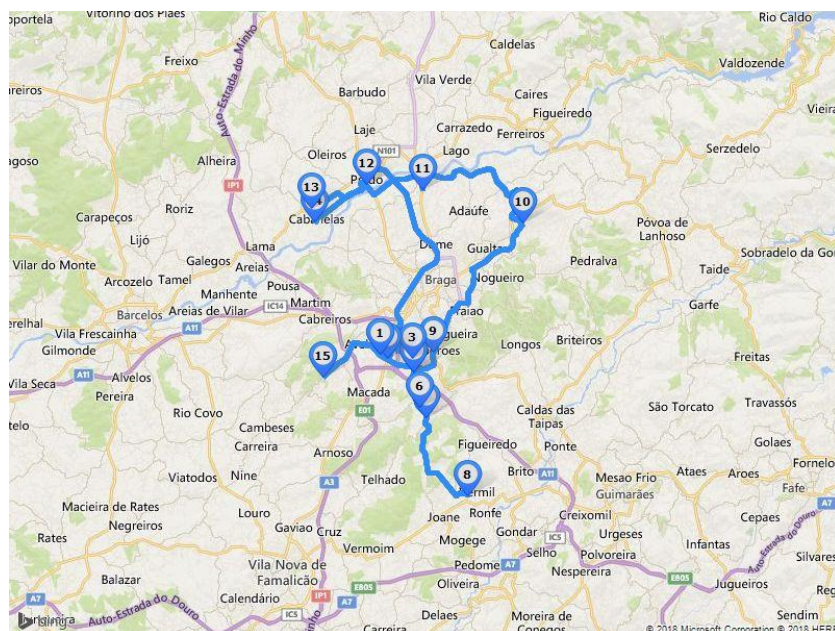


Figura 32 - Rota otimizada de sexta-feira da viatura A.

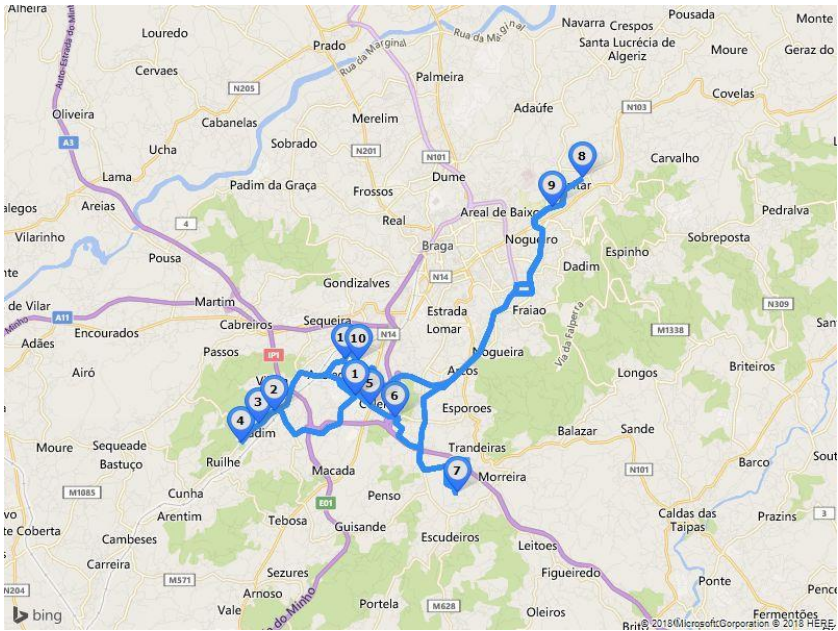


Figura 33 - Rota original de sábado da viatura A.

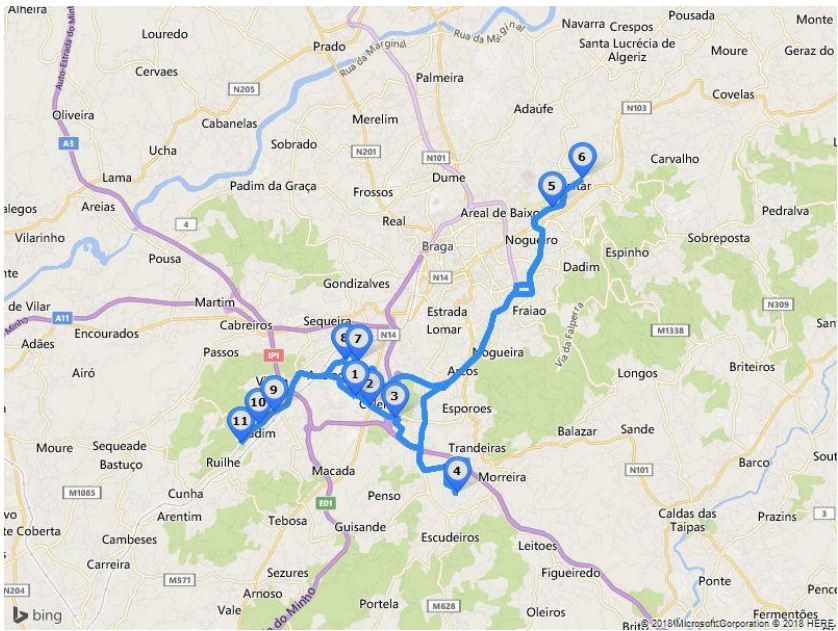


Figura 34- Rota otimizada de sábado da viatura A.

Anexo D Caso 1 - Rotas semanais da viatura B

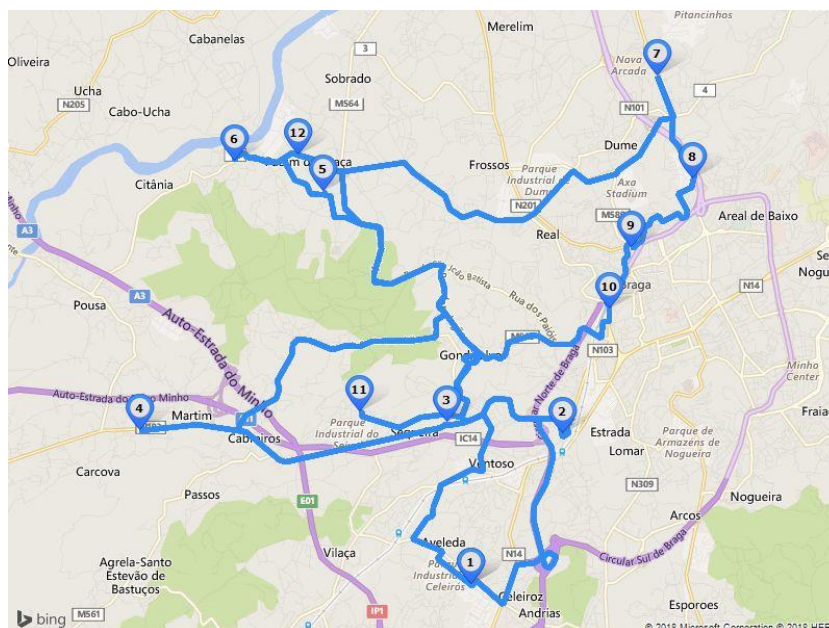


Figura 35 - Rota original de segunda-feira da viatura B.

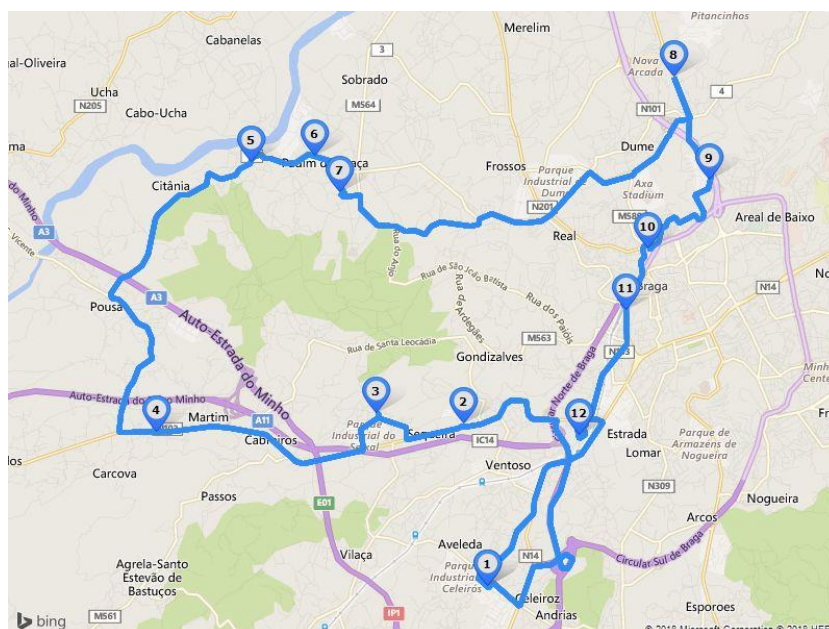


Figura 36 - Rota otimizada de segunda-feira da viatura B.

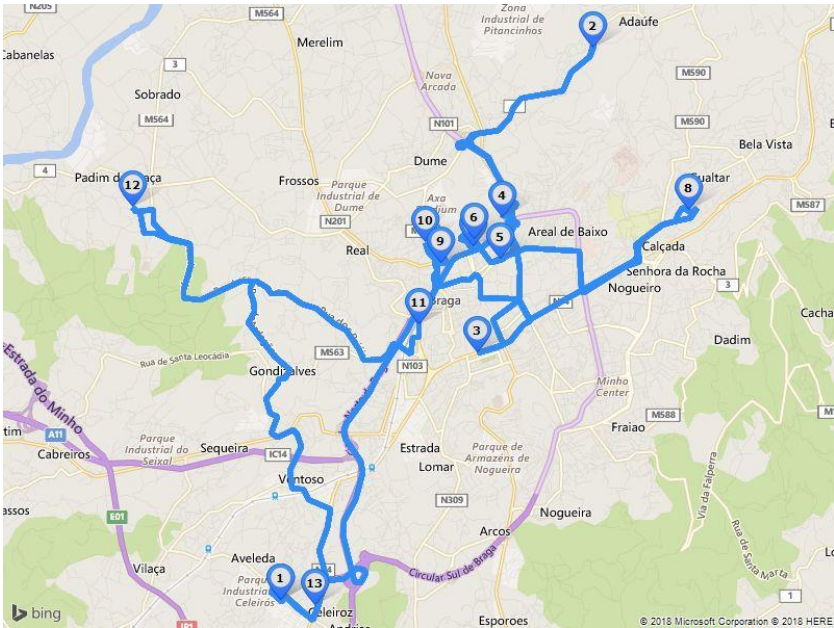


Figura 37 - Rota original de terça-feira da viatura B.

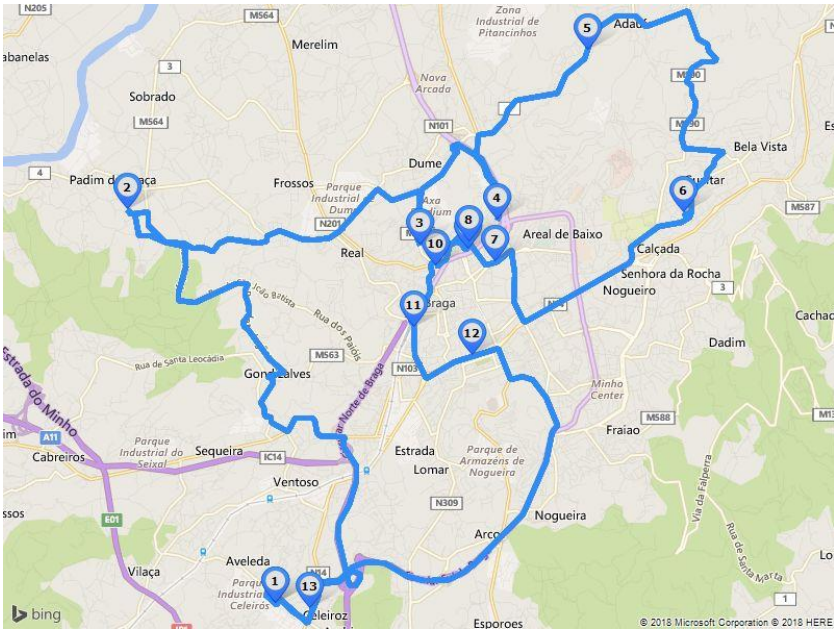


Figura 38 - Rota otimizada de terça-feira da viatura B.

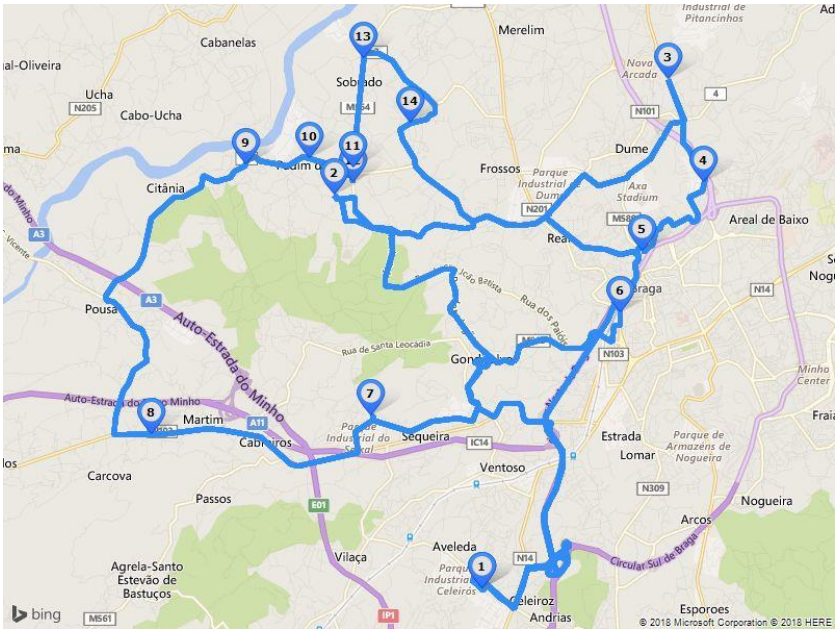


Figura 39 - Rota original de quarta-feira da viatura B.

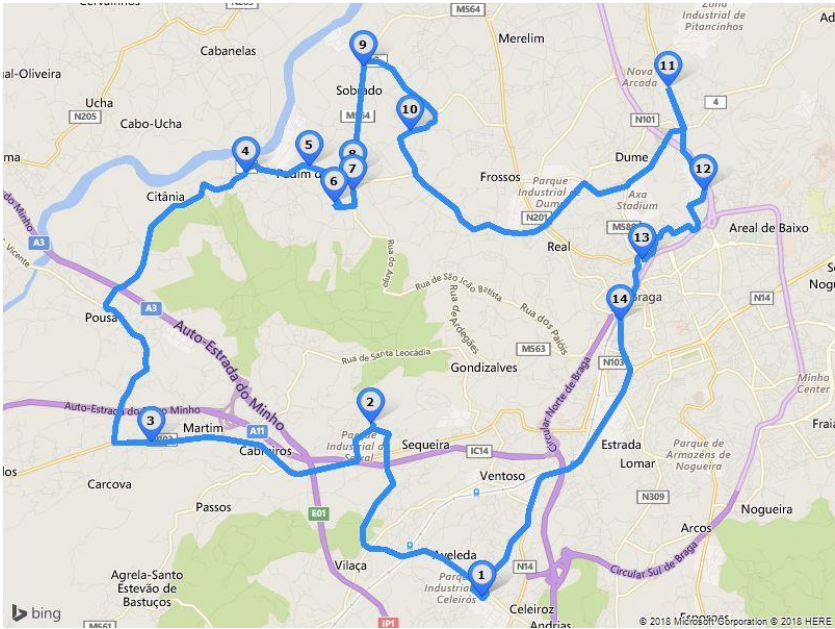


Figura 40 - Rota otimizada de quarta-feira da viatura B.

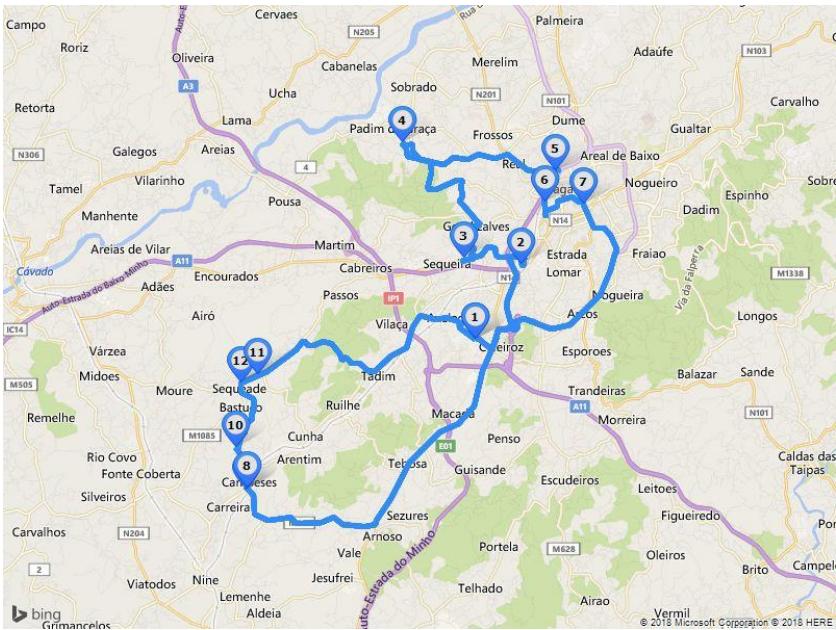


Figura 41 - Rota original de quinta-feira da viatura B.

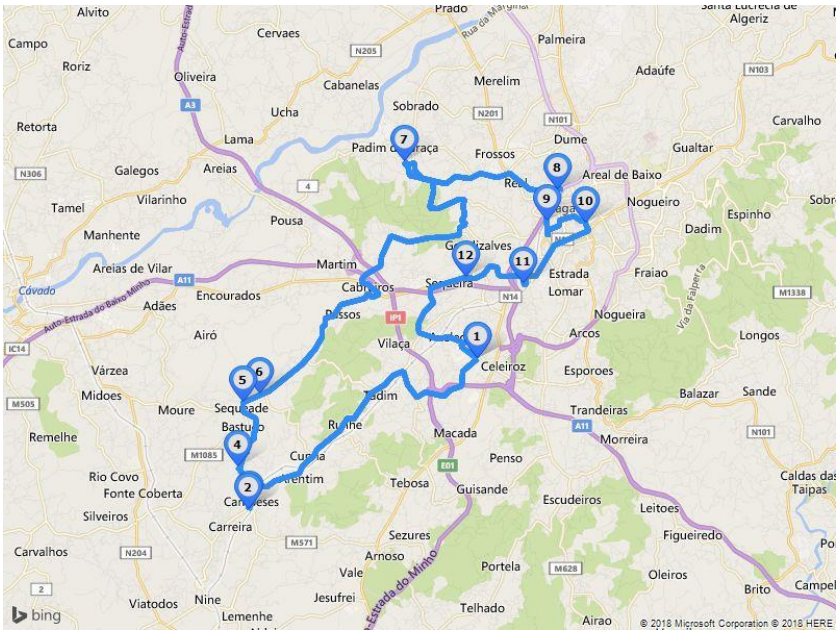


Figura 42 - Rota otimizada de quinta-feira da viatura B.

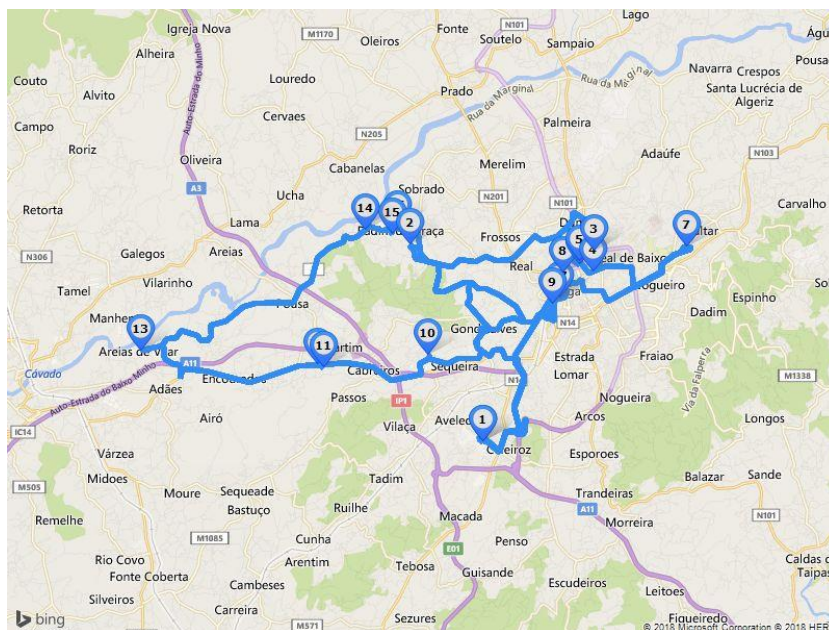


Figura 43 - Rota original de sexta-feira da viatura B.

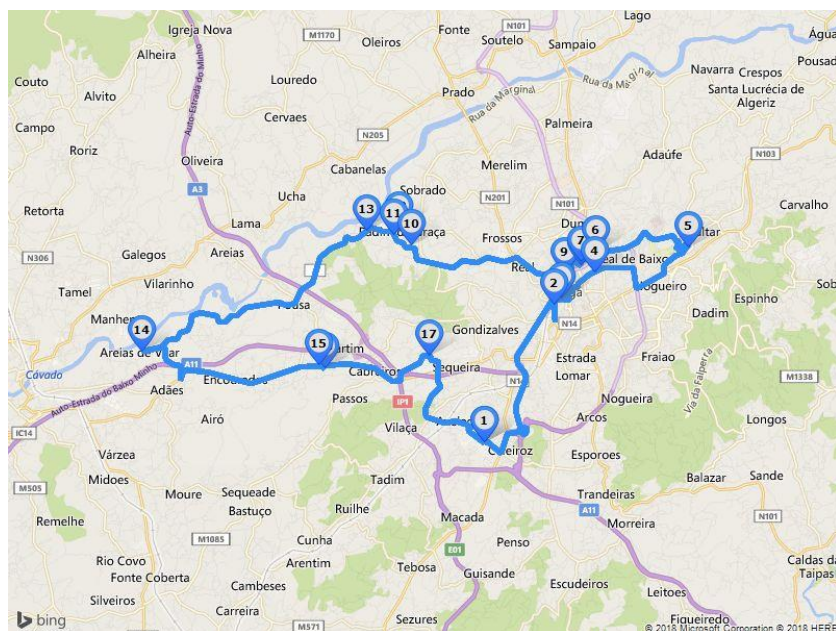


Figura 44 - Rota otimizada de sexta-feira da viatura B.

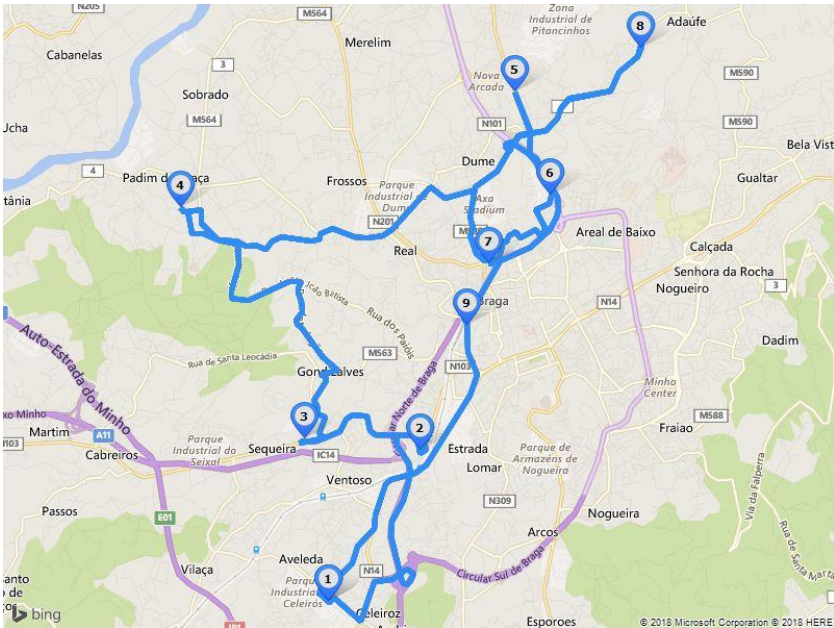


Figura 45 - Rota original de sábado da viatura B.

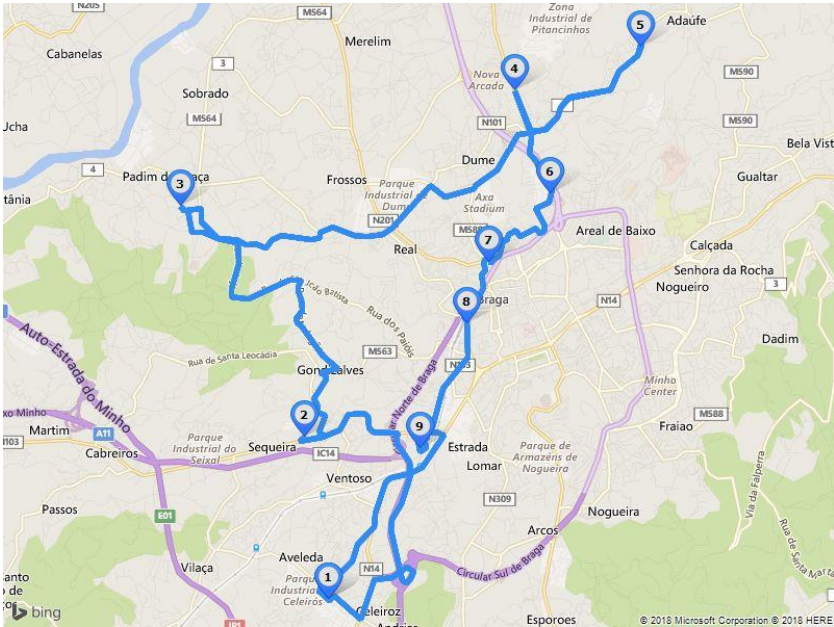


Figura 46 - Rota otimizada de sábado da viatura B.

Anexo E Caso 1- Rotas semanais da viatura C

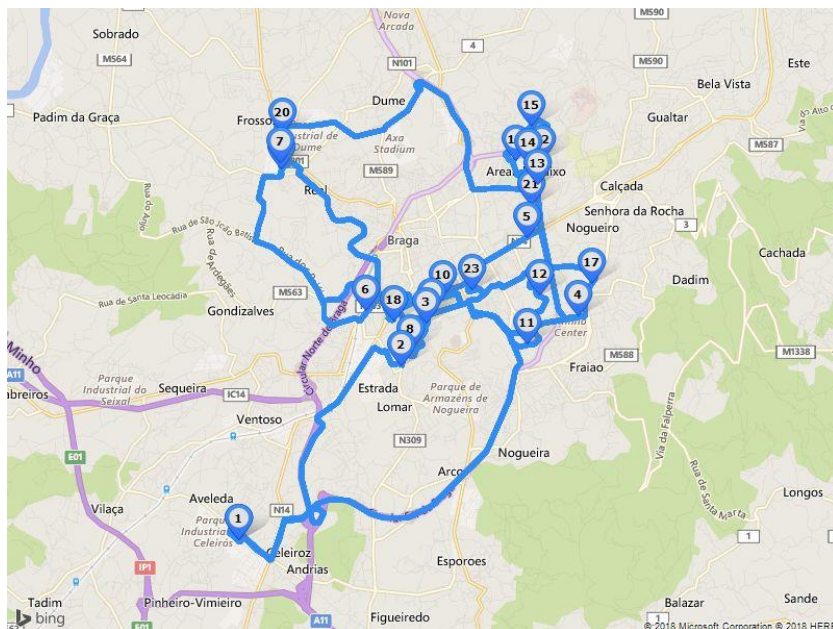


Figura 47 - Rota original de segunda-feira da viatura C.

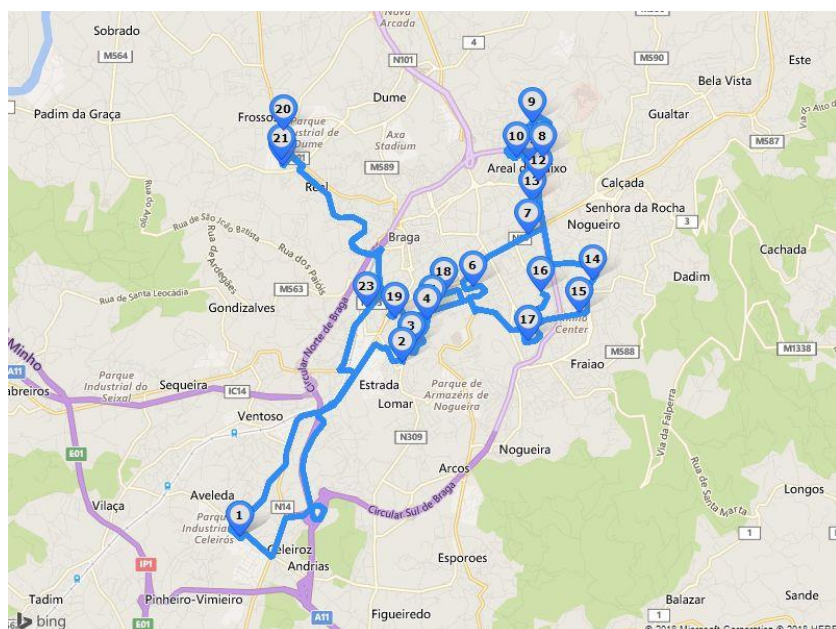


Figura 48 - Rota otimizada de segunda-feira da viatura C.

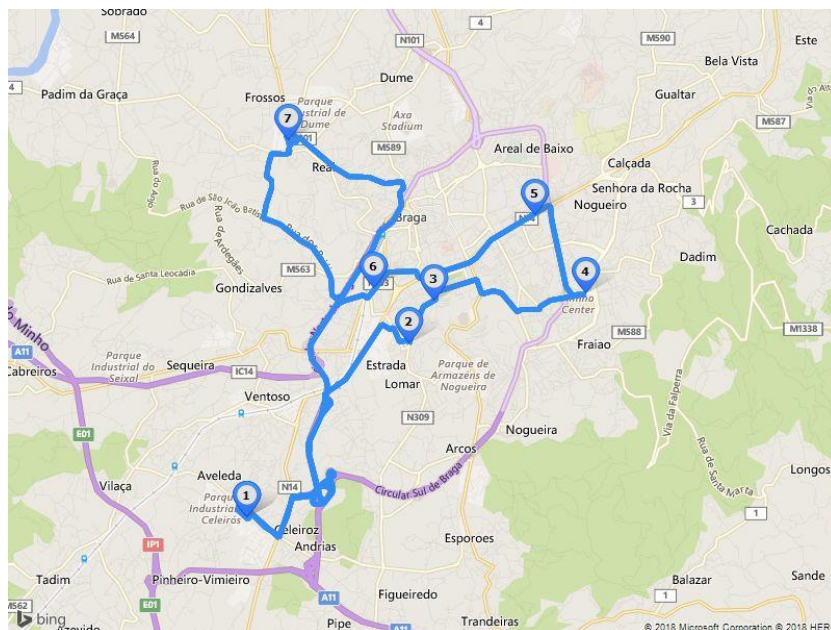


Figura 49 - Rota original de terça-feira da viatura C.

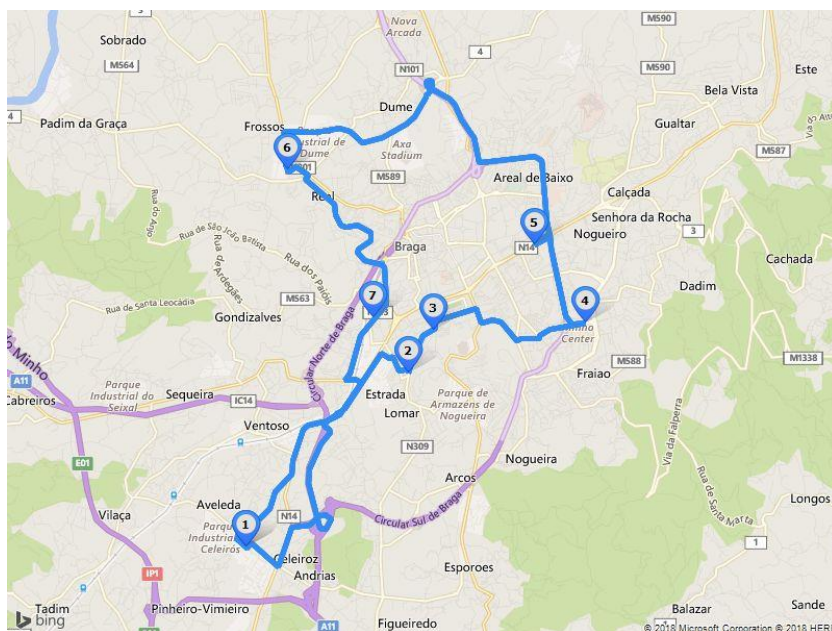


Figura 50 - Rota otimizada de terça-feira da viatura C.

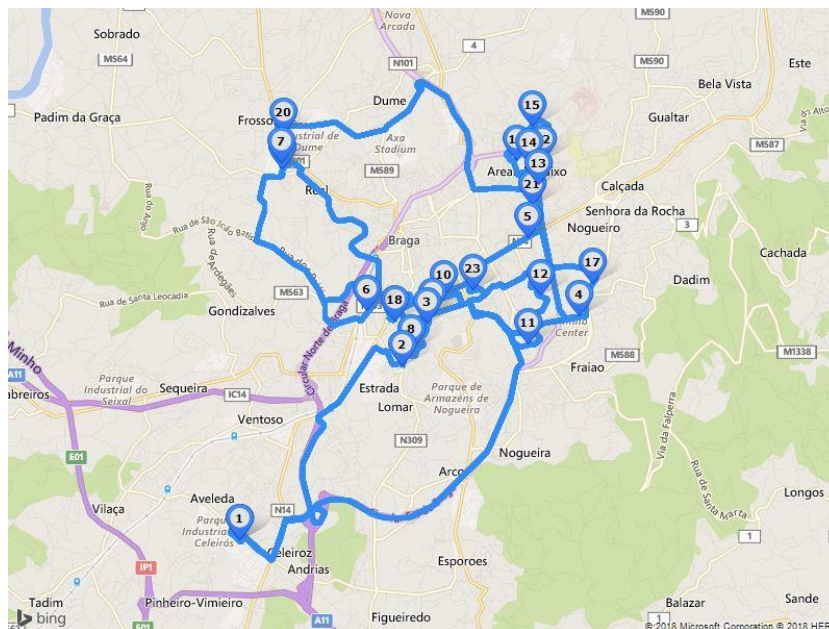


Figura 51 - Rota original de quarta-feira da viatura C.

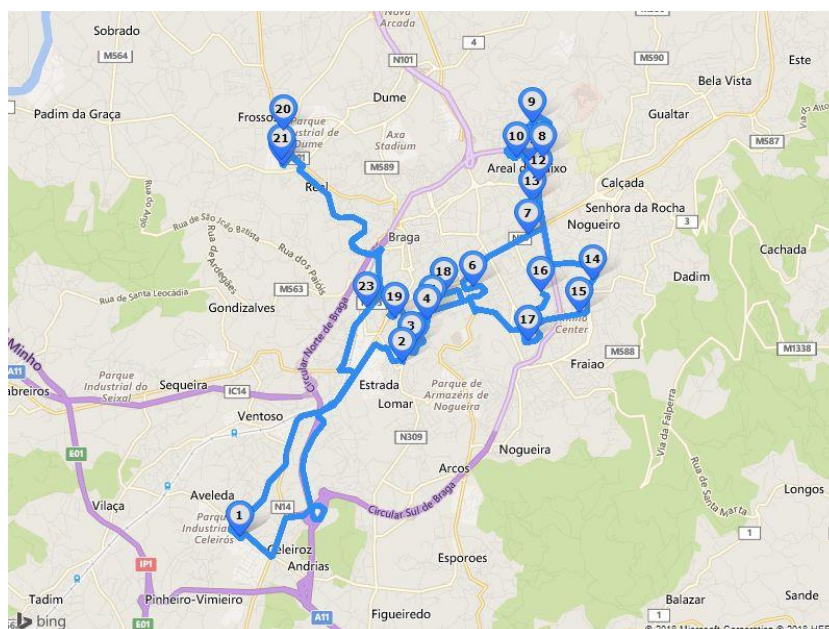


Figura 52 - Rota otimizada de quarta-feira da viatura C.

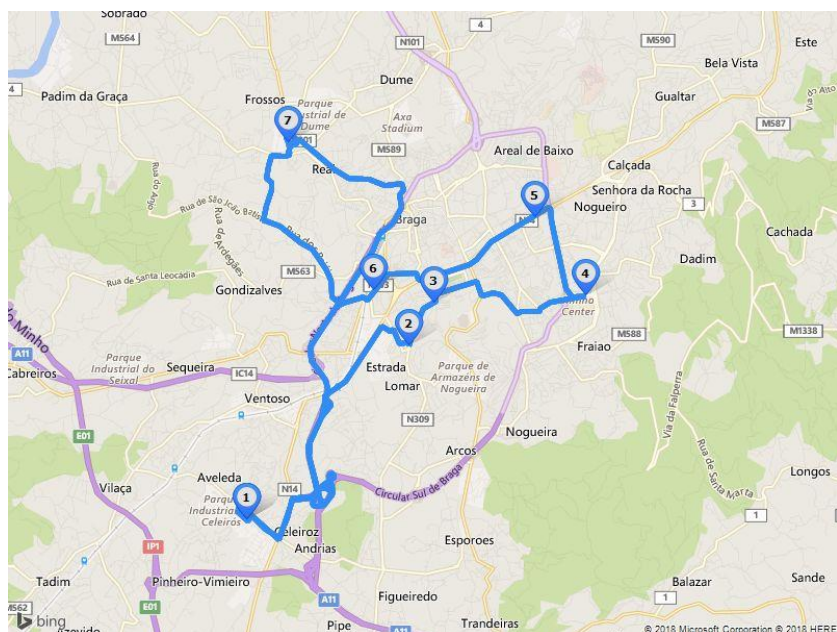


Figura 53 - Rota original de quinta-feira da viatura C.

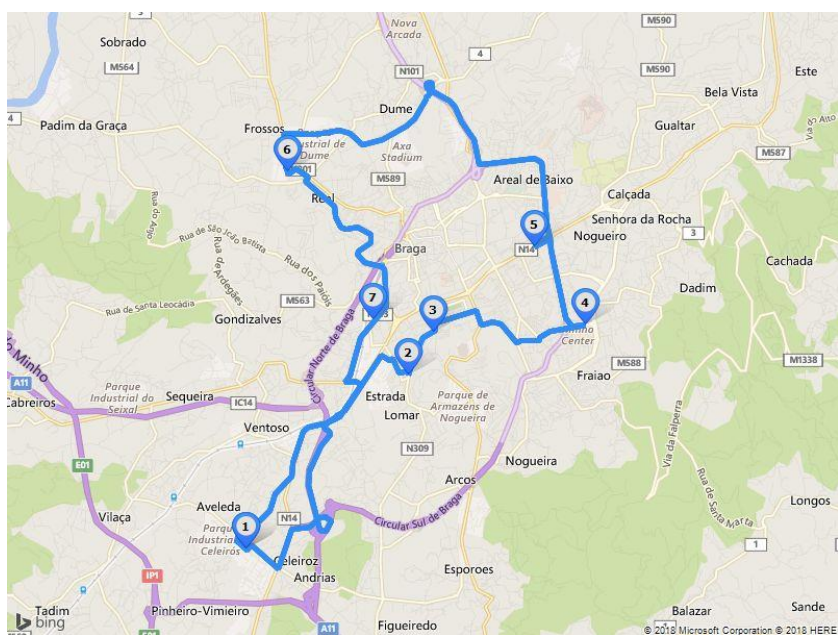


Figura 54 - Rota otimizada de quinta-feira da viatura C.

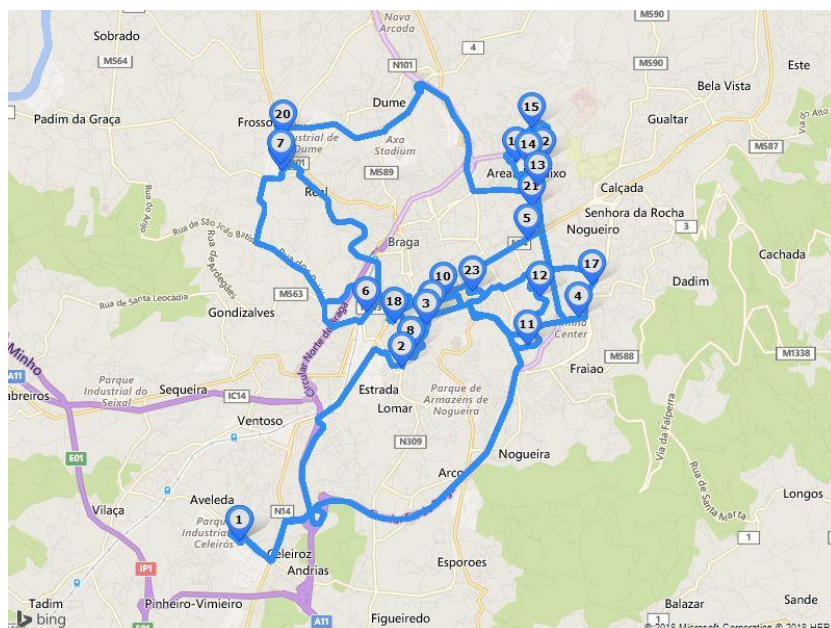


Figura 55 - Rota original de sexta-feira da viatura C.

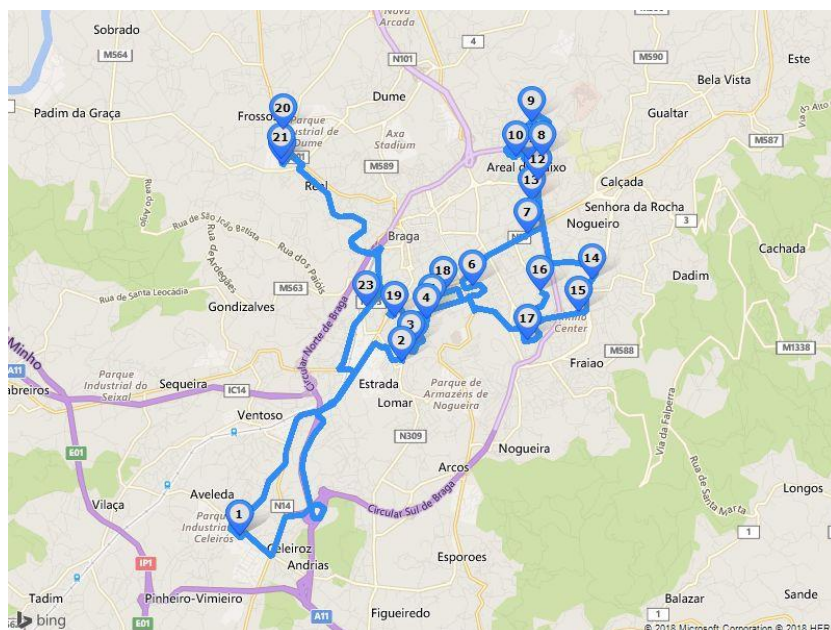


Figura 56 - Rota otimizada de sexta-feira da viatura C.

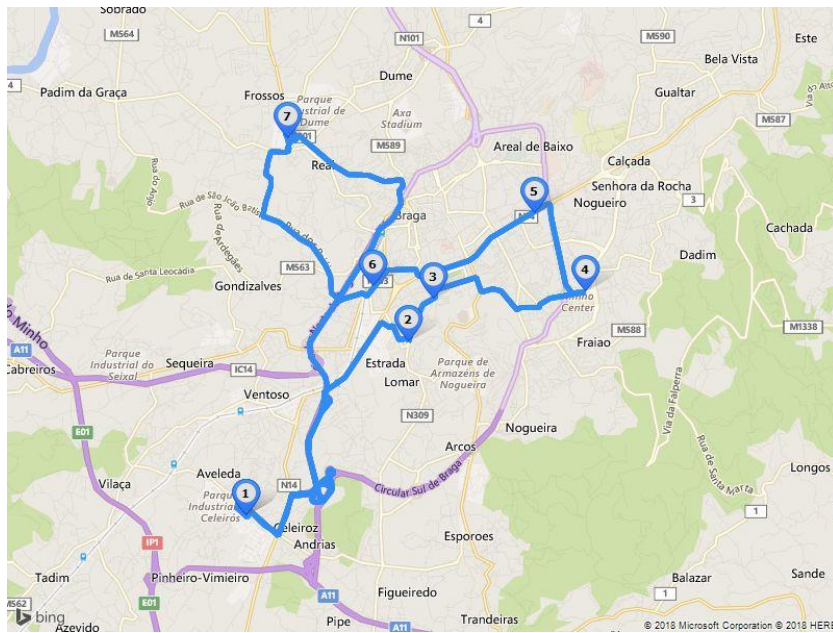


Figura 57 - Rota original de sábado da viatura C.

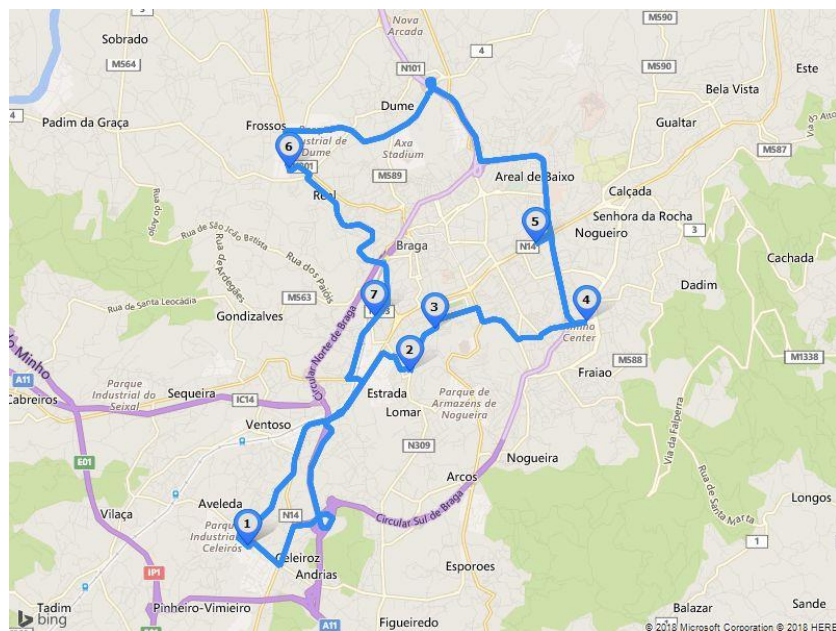


Figura 58 - Rota otimizada de sábado da viatura C.

Anexo F Caso 2 - Rotas semanais da viatura A

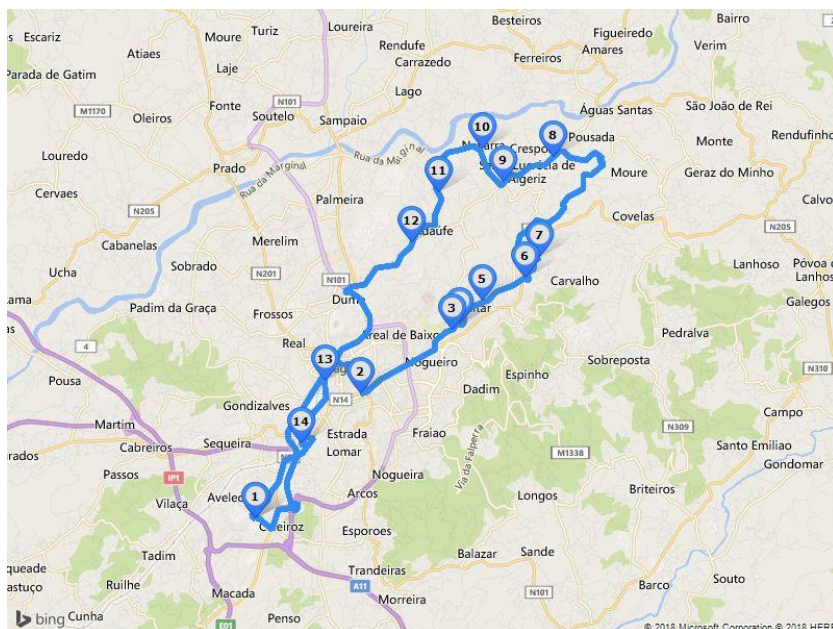


Figura 59 - Rota proposta para segunda-feira da viatura A.

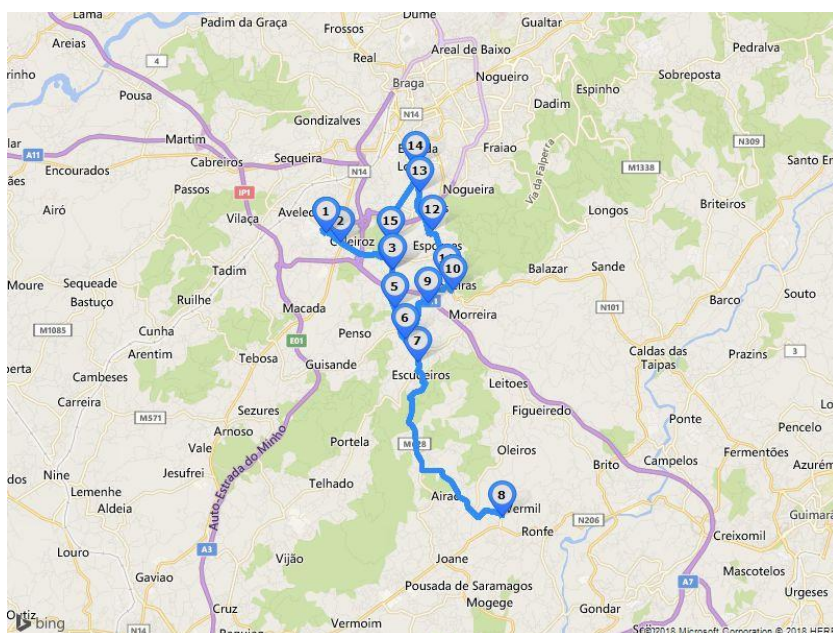


Figura 60 - Rota proposta para terça-feira da viatura A.

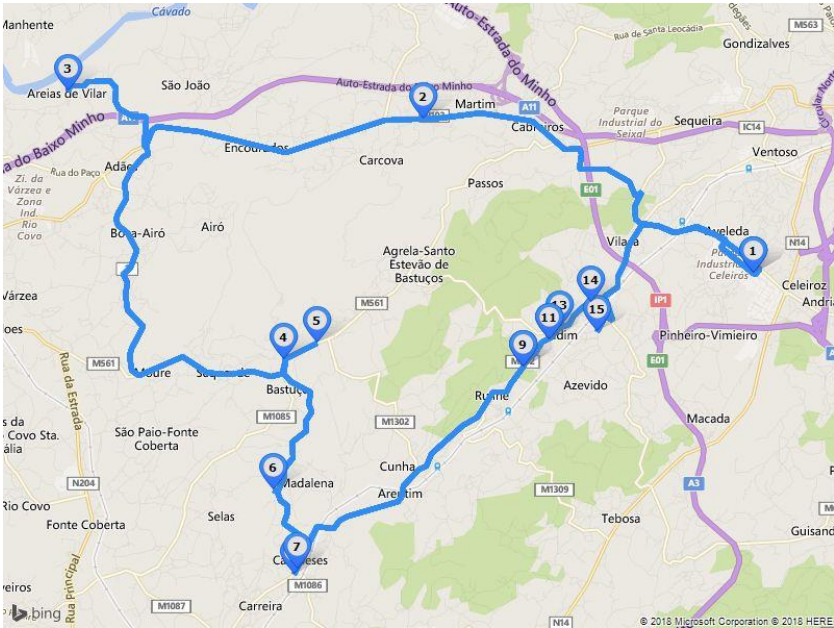


Figura 61 - Rota proposta para quarta-feira da viatura A.

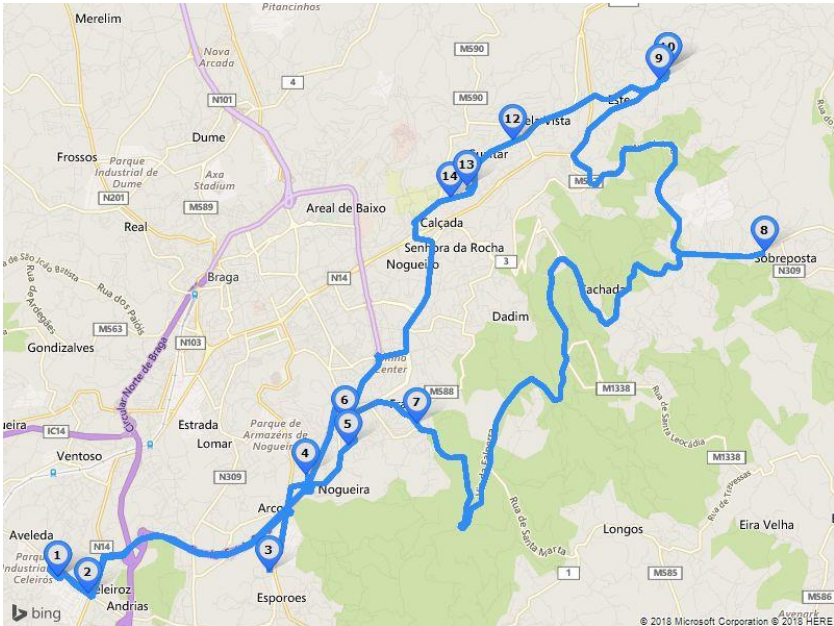


Figura 62 - Rota proposta para quinta-feira da viatura A.

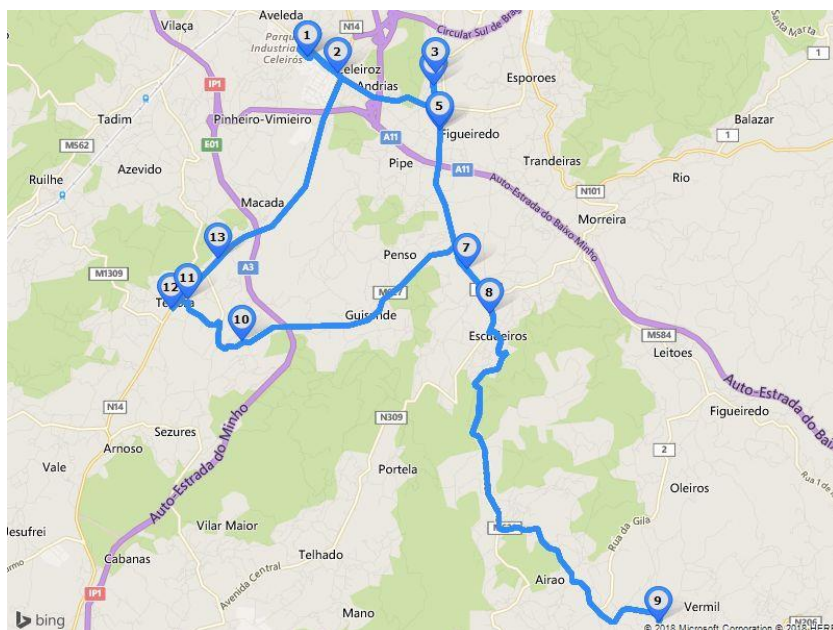


Figura 63 - Rota proposta para sexta-feira da viatura A.

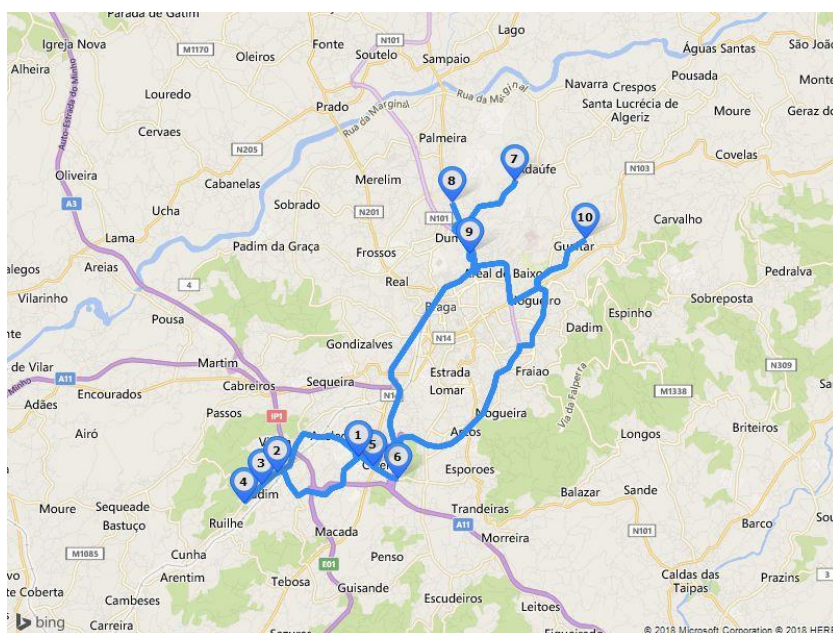


Figura 64 - Rota proposta para sábado da viatura A.

Anexo G Caso 2 - Rotas semanais da viatura B

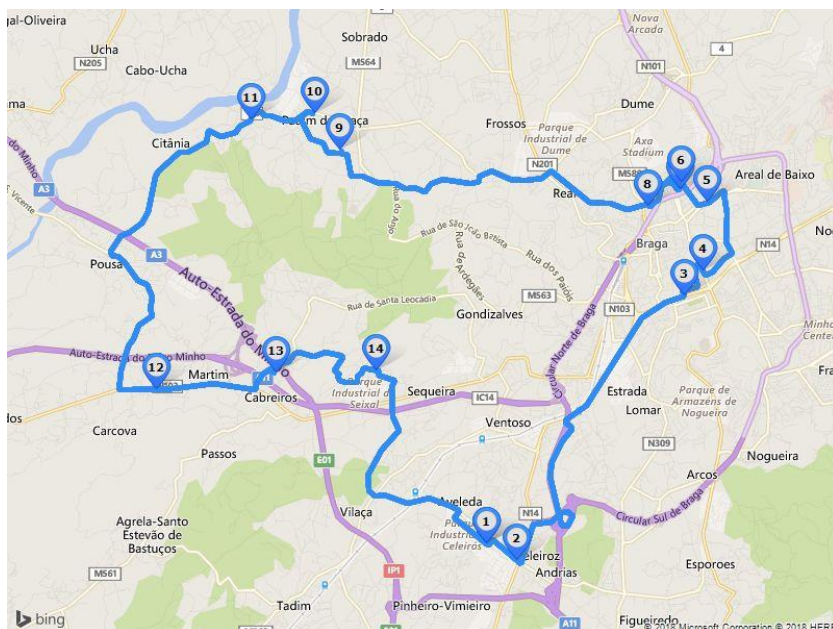


Figura 65 - Rota proposta para segunda-feira da viatura B.

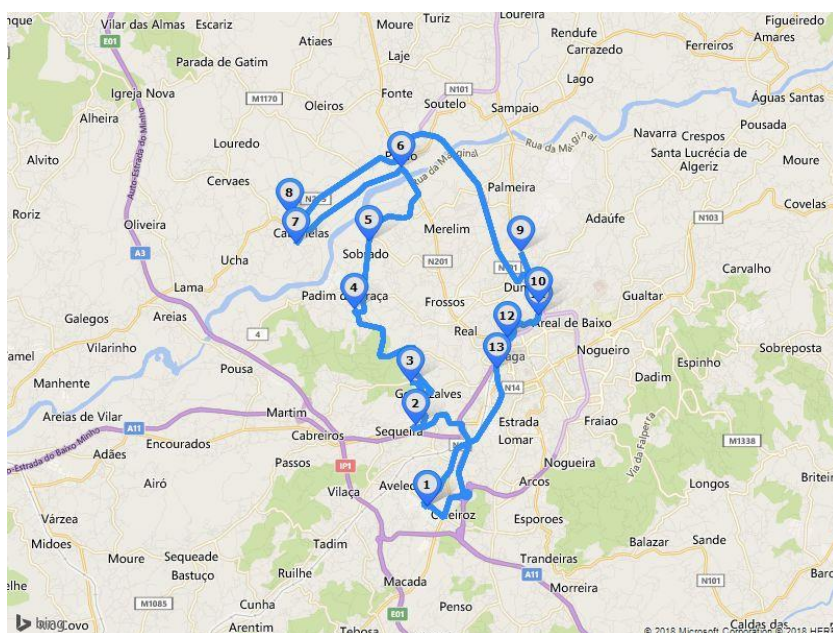


Figura 66 - Rota proposta para terça-feira da viatura B.

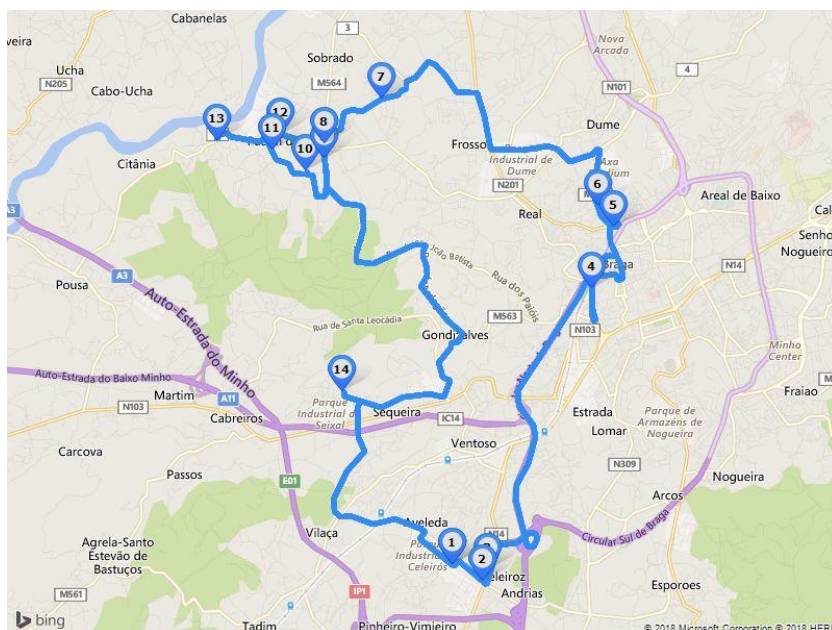


Figura 67 - Rota proposta para quarta-feira da viatura B.

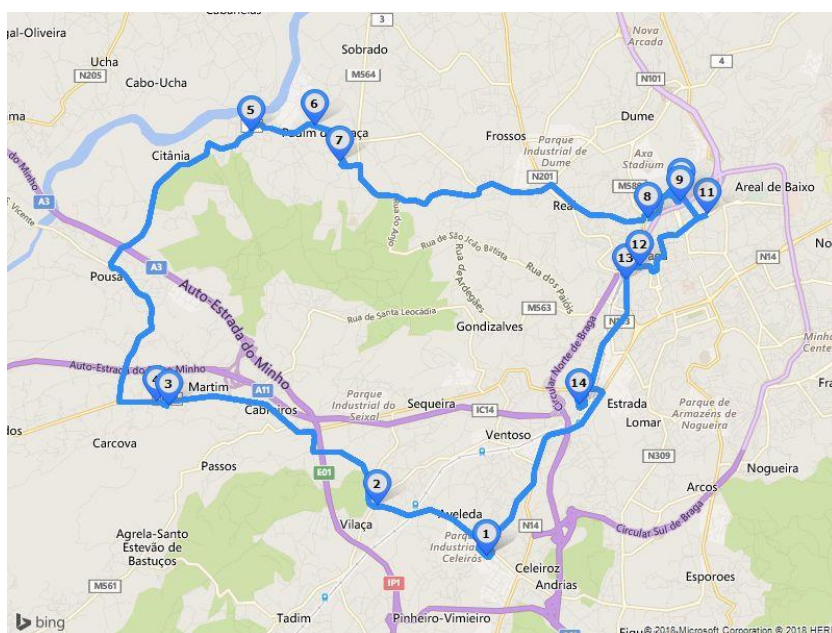


Figura 68 - Rota proposta para quinta-feira da viatura B.

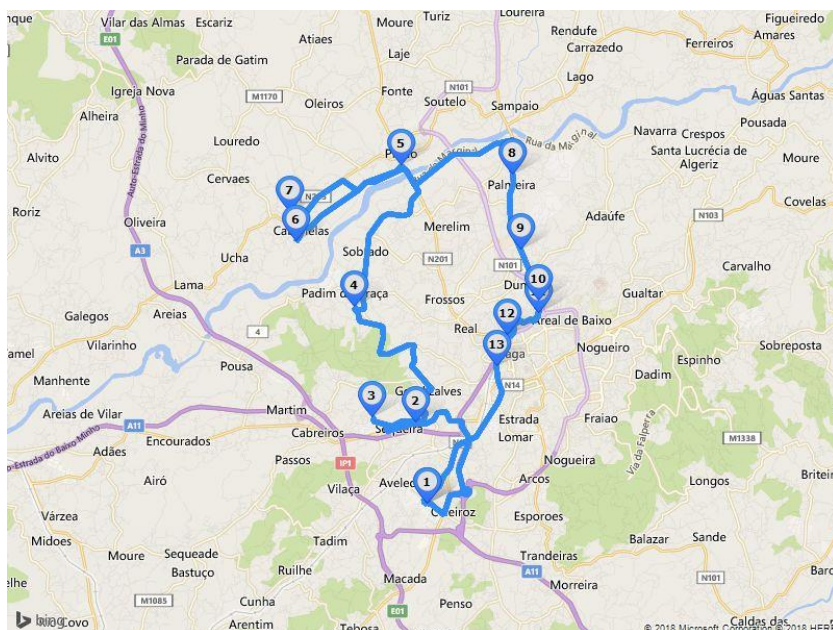


Figura 69 - Rota proposta para sexta-feira da viatura B.

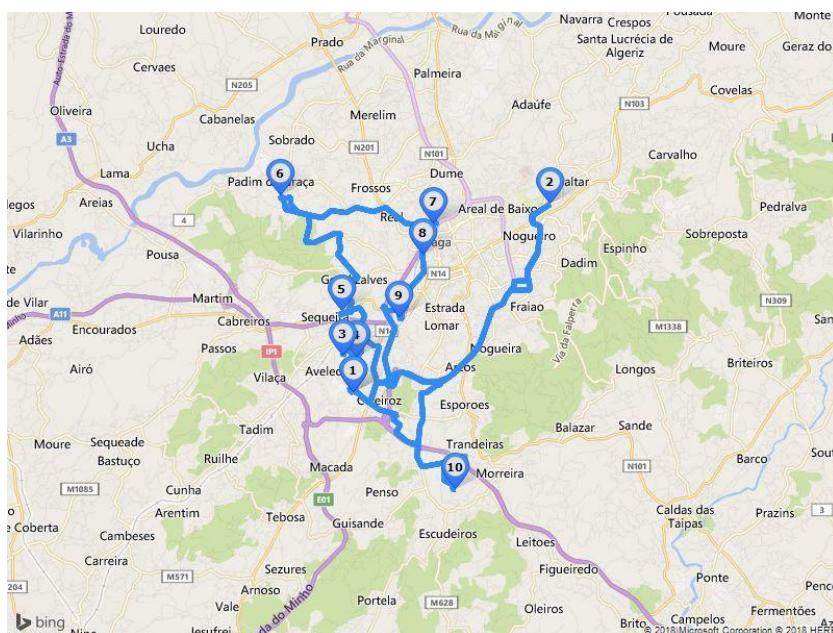


Figura 70 - Rota proposta para sábado da viatura B.