U.PORTO
FEP FACULDADE DE ECONOMIA UNIVERSIDADE DO PORTO

VOLUNTARIADO – INCENTIVOS E REPUTAÇÃO SOCIAL

Jorge Manuel Saraiva Pereira

Dissertação

Mestrado em Economia

Orientado por

João Oliveira Correia da Silva

Sofia Balbina Santos Dias de Castro Gothen

2018

Agradecimentos

Agradeço, em primeiro lugar, aos meus orientadores, a professora Sofia e o professor João, sem os quais este trabalho não teria sido possível. Obrigado pela disponibilidade, pelo auxílio e pelo reenquadramento dos assuntos que, por vezes, é necessários ao longo de tantos meses de trabalho;

Aos meus pais, pelo incansável investimento na minha formação;

À Francisca, por estar sempre lá para me ouvir;

Ao meu tio, por todas as sugestões dadas, não só nesta dissertação, mas em todo o meu percurso académico da última década.

Resumo

Nesta dissertação desenvolvemos um modelo de comportamento social que tem por objetivo analisar a decisão de participação dos agentes, em ações de solidariedade, enquanto voluntários. A teoria subjacente ao modelo tem por base o artigo de Bénabou e Tirole (2006). O modelo combina heterogeneidade nas motivações intrínsecas e extrínsecas dos agentes, assim como incentivos à sua participação e preocupações relativas à sua reputação social. Mostramos que esta combinação de fatores pode induzir *crowding out* – situação na qual alguns agentes optam por não participar, ainda que estejam a receber um prémio – em algumas circunstâncias, devido ao mecanismo de sobrejustificação que surge com a introdução da reputação social. Além disto, desenvolvemos também o mecanismo de decisão das instituições e mostramos que o caso em que apenas existe uma instituição na sociedade é o ideal, do ponto de vista do bem-estar social.

Palavras-chave: Voluntariado, Incentivos, Reputação Social, Altruísmo, *Crowding Out*

Classificação JEL: D03, D11, D21, D50, D64, Z13

Abstract

In this dissertation we develop a model of social behaviour with the objective of analysing the agents' decision in participating, in solidarity acts, on whether or not they become volunteers. The theory on which the model is based is from Bénabou and Tirole (2006). Our model combines heterogeneity both in intrinsic and extrinsic motivations as well as participation incentives and reputational concerns. We show that from this combination of factors crowding out – a decrease in participation even though individuals are now receiving an incentive – in participation may arise due to the overjustification effect that reputational concerns create. Furthermore, we also develop the institutions' decision mechanism and show that the case of a monopolist institution is socially the best, from a social welfare perspective.

Keywords: Volunteering, Incentives, Social Reputation, Altruism, Crowding Out

JEL classification: D03, D11, D21, D50, D64, Z13

Conteúdo

Introdução

Seja pela mudança de hábitos e costumes, seja pela recente crise – da qual só agora o país parece realmente sair –, nos últimos anos temos assistido a cada vez mais ações de solidariedade. Não só as ações parecem agora mais organizadas e mais supervisionadas, como também a sua divulgação é impulsionada pelo alcance cada vez mais abrangente das redes sociais.

Atualmente, enquanto consumidores, chega até a existir um sentimento de assédio dado o elevado número de campanhas para as quais somos convidados a contribuir, patrocinadas pelas mais diversas associações. No entanto, se é verdade que existem cada vez mais campanhas (Saxton, Harrison, & Guild, 2015), é também verdade que elas apenas são possíveis porque existem pessoas disponíveis para despenderem algumas horas da sua vida sem contrapartida monetária, assim como instituições que acreditam que conseguem garantir a provisão privada de um bem público, num determinado nicho, para o qual quer os mercados, quer o Estado, falharam no seu aprovisionamento.

Sendo verdade que, na maior parte das vezes, os voluntários nada de material (ou monetário) recebem pelas horas que despendem, ficam com um sentimento de dever cumprido – em inglês, o chamado *warm glow*. Os voluntários sabem também que as ações que praticam são de extrema importância para os beneficiários últimos delas. Não devemos também menosprezar o peso, cada vez maior, que as ações de solidariedade têm na economia (Haldane, 2014). De facto, o voluntariado proporciona um aumento do bem-estar social que, de outra forma, requereria recursos pagos.

A motivação desta dissertação surge, assim, da vontade de compreender o que leva alguém a ser voluntário, ou seja, a trabalhar algumas horas de forma não remunerada para uma determinada causa. Será que o sentimento de missão cumprida, referido anteriormente, é suficiente para que um agente decida praticar voluntariado? Ou será que existem outros mecanismos que induzem à ação?

Em concreto, pretendemos explorar qual é a influência da atribuição de um diploma de mérito de participação, por parte da instituição que acolhe o voluntário, na decisão de cada agente em praticar, ou não, voluntariado. De notar que, cada vez mais, os empregadores colocam uma ênfase significativa em saberem se os candidatos que potencialmente irão recrutar já participaram em atividades solidárias, partindo do princípio que esta informação no *curriculum vitae* sinaliza que o candidato tem um conjunto de caraterísticas morais e sociais desejáveis e, portanto, conferindo-lhe vantagem sobre um outro candidato que, *ceteris paribus*, não tenha qualquer participação certificada em atividades dessa índole (Hackl, Halla, & Pruckner, 2004).

Não obstante, Bénabou e Tirole (2006) dão particular relevância ao fenómeno do *crowding out* – definido como a redução da participação dos agentes, nas ações de voluntariado, à medida que o prémio de participação aumenta – num contexto em que são introduzidos incentivos. Os autores explicam que este *crowding out* acontece devido ao decréscimo da motivação intrínseca a participar, por parte dos agentes. Além disto, a existência de incentivos extrínsecos, que introduzem perturbações na sinalização dos agentes, pode levar a que a sua ação seja vista como egoísta e com que o principal objetivo da participação seja a obtenção do prémio existente, culminando num decréscimo da participação total. Os autores referem ainda o trabalho de B. S. Frey e Goette (1999), no que toca a uma abordagem mais formal da oferta de trabalho voluntário.

Desta forma, a introdução de um diploma de mérito de participação não é uma questão tão clara como à partida aparenta, pelo que o seu estudo será importante para perceber se esta ação é, ou não, vantajosa para a instituição de solidariedade e para a sociedade.

Dito de forma mais direta, esta dissertação visa responder a duas questões principais. Uma delas está relacionada com a escolha ótima dos agentes económicos e a outra é enquadrada no âmbito das instituições que acolhem os voluntários. Assim, as questões podem ser enunciadas como "Quais são os incentivos necessários para um indivíduo escolher ser voluntário?" e "Qual a melhor escolha para uma instituição de solidariedade: atribuir, ou não, um diploma de mérito de participação?". Assim, vamos definir um conjunto de condições que auxiliem, simultaneamente, as escolhas dos agentes e das instituições, por forma a maximizarem os seus objetivos e, consecutivamente, o bem-estar social, através de uma abordagem essencialmente teórica, com bases microeconómicas.

No trabalho de revisão literária de Hustinx, Cnaan, e Handy (2010) são apresentadas algumas limitações nas teorias existentes sobre voluntariado. Uma das principais limitações referidas é a unidimensionalidade com que normalmente o problema é tratado, no sentido de existir apenas uma tentativa de perceber se existirá, ou não, participação por parte dos voluntários, não tomando em atenção a sua heterogeneidade. Neste ponto será acrescentada alguma profundidade à literatura, visto que o modelo desenvolvido tem como pressuposto a existência de agentes heterogéneos.

A estrutura da dissertação está fundamentalmente dividida em dois capítulos. O primeiro pretende mostrar os principais contributos existentes na literatura relativamente ao fenómeno da solidariedade, em geral, e do voluntariado, em particular. Já no capítulo seguinte é construído todo o modelo de participação social, partindo da análise do problema de decisão dos agentes, passando pela escolha ótima das instituições e terminando no conceito de equilíbrio geral do modelo. Ao longo do capítulo existem vários resultados-chave que são enunciados na forma de Lemas. Além disto, existe ainda uma parte final dedicada a sumariar as principais conclusões do estudo do modelo desenvolvido.

Capítulo 1

Enquadramento teórico

Tal como aludido por Hustinx et al. (2010), um dos principais entraves que se coloca, logo à partida, ao estudo do voluntariado na economia é a falta de consenso numa definição do que é o voluntariado. Os autores afirmam mesmo que é mais comum as definições focarem-se mais no que o voluntariado não é, em vez de tentarem definir com exatidão o que, de facto, é. Esta será mesmo a razão para existirem poucas estatísticas acerca do voluntariado – a falta de uma definição universal leva a que possíveis inquéritos sejam imprecisos, já que alguns indivíduos irão considerar certas ações como voluntariado e outros não.

Desta forma, é fundamental começar por definir voluntariado em termos económicos. Assim, podemos considerar que voluntariado é trabalho realizado sem contrapartida monetária, criando um output social que, de outra forma, requereria recursos pagos[1]. A definição anterior é de Freeman (1997), que acrescenta ainda que, em equilíbrio, a utilidade marginal associada à última hora de voluntariado deve ser igual à utilidade marginal da última hora de trabalho (ou lazer), dadas utilidades marginais decrescentes.

Ora, esta definição conduz-nos ao paradoxo económico do voluntariado, também abordado por Hustinx et al. (2010). Com efeito, partindo do conceito basilar de Smith (1776) acerca do interesse próprio, que postula que os agentes apenas tomam ações cujos benefícios superam os seus custos, é intrigante que alguém escolha participar numa ação que, à partida, apenas acarreta custos.

Roy e Ziemek (2000, p. 18) acrescentam ainda que, de acordo com o normal efeito de substituição da oferta de trabalho, os agentes irão participar menos à medida

[1] De notar que a definição é omissa relativamente ao recetor do voluntariado. Aqui será sempre considerado que qualquer voluntário está em contacto com uma instituição de solidariedade e não diretamente com os beneficiários últimos da respetiva ação coletiva.

que o seu custo de oportunidade (medido pelo seu salário) aumente. Partindo deste princípio, seria de esperar que a maior parte dos voluntários fossem indivíduos com salários baixos e desempregados. No entanto, Freeman (1997) mostra que, na sua maioria, quem se voluntaria são pessoas que auferem salários altos e que possuem um elevado nível de capital humano. Roy e Ziemek (2000, p. 19) introduzem também o conceito de altruísmo medido enquanto variável contínua, pormenor que, como veremos mais à frente, será importante na caracterização da valoração intrínseca dos agentes no modelo que desenvolvemos.

Andreoni (1989) foi pioneiro a desenvolver um modelo de altruísmo impuro, querendo isto dizer que, enquanto que até então os modelos partiam de pressupostos simplistas de altruísmo puro, o autor considerou uma hipótese diferente, a hipótese de os agentes terem gosto em dar, uma vez que assim irão experienciar o *warm glow*. Este altruísmo impuro é, assim, uma explicação razoável para que os agentes decidam ser voluntários, uma vez que a sua ação lhes dará o benefício do *warm glow*.

Ferguson, Atsma, De Kort, e Veldhuizen (2012, p. 344) explicam a diferença entre altruísmo puro e impuro. Para os autores, o altruísmo puro tem somente como objetivo ajudar os outros, sem querer nada em troca, ainda que acabem por experienciar o *warm glow*. Já no altruísmo impuro o *warm glow* é, a par do querer ajudar, um objetivo.

Também o trabalho de Hustinx et al. (2010) apresenta duas abordagens principais que tentam justificar a participação dos agentes em voluntariado. Desta forma, consideram que existe um modelo de benefícios privados, que consiste na obtenção de benefícios por parte dos contribuidores. Estas benesses podem ser a aquisição de competências ou simplesmente o sentimento de *warm glow*. No fundo, esta abordagem é muito próxima do contributo de Andreoni (1989). A segunda abordagem consiste no modelo de bens públicos, no qual os indivíduos contribuem com a intenção de aumentar a provisão de um bem público que valorizam. No entanto, dada a caraterística de não rivalidade dos bens públicos, os agentes acabam por contribuir para a sociedade em geral. Hackl et al. (2004) exploram, ainda, a hipótese do voluntariado ser visto como um investimento em capital humano, por parte dos agentes. Assim, mostram que existe um prémio salarial associado à prática de voluntariado e que este está relacionado com o número de horas de voluntariado, sublinhando, assim, a importância do aumento das suas capacidades e da sinalização do seu empenho no trabalho.

A. L. Brown, Meer, e Williams (2013, p. 3) enumeram fatores que podem influenciar os agentes a praticar voluntariado, tais como a possibilidade de criação de uma rede de contactos importante, receber um maior reconhecimento pela sua ação – comparativamente a fazer uma doação – e a realização de tarefas tão distintas da sua atividade quotidiana, que acabam por serem vistas como lazer.

Neste ponto, Meier e Stutzer (2008) vão mais longe e, à semelhança do adotado por Bénabou e Tirole (2006), subdividem as motivações dos agentes em intrínsecas e extrínsecas. Acerca das primeiras, consideram que os agentes se podem preocupar com a utilidade dos beneficiários (Argyle, 1999; Becker, 1974), podem ficar satisfeitos ao trabalharem (E. Deci, 1975; E. L. Deci & Ryan, 2000; B. Frey, 1997) ou, simplesmente, podem ter o, já referido, sentimento de *warm glow* (Andreoni, 1990; Bierhoff, 2002). Já sobre as motivações extrínsecas, consideram que o voluntariado pode ser visto como uma forma de aumentar o capital humano – ganhando experiência de trabalho – (Hackl et al., 2004; Menchik & Weisbrod, 1987; Schram & Dunsing, 1981), pode servir para aumentar a rede de contactos e que pode ainda servir para aumentar a sua reputação social (Harbaugh, 1998).

De salientar que o objeto desta dissertação é apenas o voluntariado, não sendo estudadas as doações. Aliás, relativamente a este ponto escrevem A. L. Brown et al. (2013, pp. 5-6) sobre a falta de consenso económico acerca da relação entre o voluntariado e as doações, elencando alguns estudos que, partindo do princípio que a solidariedade é um bem de consumo normal, mostram que o voluntariado e as doações são complementares (E. Brown & Lankford, 1992; Apinunmahakul, Barham, & Devlin, 2009), assim como outros que mostram que são substitutos (Feldman, 2010).

A. L. Brown et al. (2013) concluem que um agente que faça voluntariado, isto é, que trabalhe para uma instituição sem fins lucrativos, hipoteticamente, aceitaria para essa tarefa um salário inferior ao que exigiria caso o trabalho fosse feito numa empresa que visasse o lucro. No entanto, este argumento não está isento de críticas, já que Ariely (2009, pp. 67-88) dá exemplos e mostra vários estudos que provam que, embora os agentes até estejam bastante predispostos a ajudar a troco de nada, a introdução de remunerações faz com que os indivíduos deixem de se reger por normas sociais e passem a decidir num contexto económico onde as remunerações oferecidas são manifestamente inferiores comparativamente a um equivalente salário de mercado. Também o trabalho de Brekke, Kverndokk, e Nyborg (2003, pp. 1979) aponta para que a introdução de incentivos monetários possa levar à abstenção de alguns agentes.

Cada vez mais, com o crescimento da Economia Experimental, têm sido realizados diversos estudos que têm por base o jogo do Ditador (List, 2007). Este jogo pode ser resumido de forma simples: um jogador é chamado a decidir como pretende repartir um determinado montante monetário entre si e um segundo jogador; o segundo jogador não tem oportunidade de escolha, isto é, o *payoff* definido pela ação do primeiro jogador é o que impera, independentemente da vontade do jogador dois. Assim, é o jogador um, o ditador, que decide qual a repartição a fazer.

Eckel e Grossman (1996) conduzem jogos do Ditador anónimos com o objetivo de perceberem o papel que o altruísmo tem no comportamento dos agentes, concluindo que as doações são maiores quando os agentes sabem que o beneficiário é merecedor desse recebimento. Assim, consideram que os agentes são racionais na medida em que incorporam uma medida de justiça na sua decisão. Já Bardsley (2008) explora a possibilidade dos jogos do Ditador serem um artefacto da experimentação laboratorial, consubstanciada pelo desejo dos participantes em serem bem vistos, ainda que as respostas sejam anónimas, e não uma verdadeira demonstração de altruísmo.

Num dos trabalhos na literatura mais próximo, em termos metodológicos, da presente dissertação, Bénabou e Tirole (2006) desenvolvem um modelo de comportamento pró-social que combina heterogeneidade no altruísmo individual assim como preocupação com a reputação social. É neste ambiente que a introdução de incentivos pode gerar *crowding out*, graças à perturbação por eles introduzida. Este efeito de sobrejustificação foi analisado por E. L. Deci, Koestner, e Ryan (1999) que concluíram que, como esperado, a introdução de incentivos, ou seja, motivação extrínseca, reduz a motivação intrínseca do agente ou, se quisermos, a sua livre escolha, culminando num resultado final inferior ao que existiria caso o incentivo fosse nulo. Este argumento tem eco no, já referido, trabalho de Ariely (2009), embora a explicação do fenómeno seja diferente. Também os resultados empíricos de B. S. Frey e Goette (1999) mostram que, quando recompensados, os voluntários trabalham menos. Num âmbito um pouco diferente, os trabalhos de Bergstrom, Blume, e Varian (1986), Roberts (1984) e Warr (1982) preveem que, em modelos de bens públicos, nos quais os agentes apenas se preocupem com os níveis de consumo dos beneficiários, possa existir *crowding out* dos agentes caso observem aumentos de despesa pública, nas ações solidárias, por parte do Estado.

Num último ponto, Bénabou e Tirole (2006) sustentam que ainda que as pessoas se preocupem com a sua reputação social, também se preocupam com a sua imagem própria. A este respeito, citam Smith (1759) para explicarem que os agentes analisam as ações que tomam através dos olhos de um "espectador imparcial". Assim, este contributo será bastante importante na definição da utilidade dos agentes, uma vez que a combinação de fatores apresentada é bastante rica em termos teóricos.

Capítulo 2

Modelo

2.1 Problema de decisão dos agentes

A análise do problema de decisão inerente à escolha, por parte de cada agente, em ser, ou não, voluntário pode ser vista como o ponto de partida para a determinação do equilíbrio geral que irá surgir entre os agentes e as instituições que procuram trabalho voluntário.

Assim, iremos partir de uma situação muito simples onde a instituição apenas define *a priori* as regras do jogo. Assim, a instituição pode decidir atribuir um prémio de participação (y) ou, alternativamente, decidir não atribuir qualquer prémio. No caso de a instituição decidir atribuir um prémio, informa também qual é o seu valor. Assim, podemos considerar que a ação da instituição é informação pública que está disponível a todos os agentes de igual forma.

De notar que, de um ponto de vista interpretativo, iremos considerar que o prémio de participação é um diploma que atesta a participação do voluntário. No entanto, o estudo realizado nas próximas quatro subsecções é independente deste pressuposto[1], sendo válido um qualquer tipo de incentivo à participação. Assim, embora este diploma não tenha valor venal por si só, é visto como um documento que valoriza o *curriculum vitae* do agente, sinalizando o seu comportamento social, conferindo-lhe uma vantagem comparativa em posteriores processos de recrutamento profissional nos quais esteja envolvido.

Partimos ainda do princípio que os agentes têm uma função objetivo comum, $U(a, v_a, v_y, y)$, dada por[2]

[1]De facto, iremos formalizar esta distinção do tipo de prémio de participação na secção 2.2.

[2]Por uma questão de maior simplicidade de notação optou-se por apenas considerar como argumentos explícitos das funções as variáveis endógenas do modelo, ou seja, a, v_a, v_y e y. Todas

$$U(a, v_a, v_y, y) = (v_a + v_y y)a - ca + R(a, v_a, v_y, y)\,, \tag{2.1}$$

onde

$v_a \rightarrow$ Valoração social intrínseca;
$v_y \rightarrow$ Valoração monetária intrínseca;
$y \rightarrow$ Prémio de participação ($\geqslant 0$);
$a \rightarrow$ Variável binária codificada com 1 se o agente participar e 0 caso contrário;
$c \rightarrow$ Custo de participação ($\geqslant 0$) homogéneo entre os agentes;
$R \rightarrow$ Função de Reputação Social decorrente da participação ou abstenção do agente.

Adicionalmente, temos que v_a e v_y são variáveis aleatórias que seguem uma distribuição uniforme, tal que $v_a, v_y \sim U(0,1)$.

Já a função de reputação social depende dos valores esperados condicionais das variáveis v_a e v_y, assim como dos parâmetros a, y, $\gamma_a(\geq 0)$ e $\gamma_y(\geq 0)$. Temos ainda que γ_a e γ_y representam, respetivamente, a valorização que a sociedade atribui à participação em ações sociais e à censura que a sociedade faz a indivíduos gananciosos e cujas principais preocupações são as materiais e monetárias[3]. Em termos analíticos, esta função traduz-se por

$$R(a, v_a, v_y, y) = \begin{cases} (\gamma_a M_a^+(v_a, y) - \gamma_y M_y^+(v_y, y)) - (\overline{v}_a + \overline{v}_y), & a = 1 \\ \\ -\left[(\overline{v}_a + \overline{v}_y) - (\gamma_a M_a^-(v_a, y) - \gamma_y M_y^-(v_y, y))\right], & a = 0 \end{cases}, \tag{2.2}$$

onde as funções M_a e M_y são os valores esperados condicionais para um dado valor de corte (v^*). Analiticamente temos

$$\begin{aligned} M_a^+(v_a, y) &= E(v_a | v_a + v_y y > v^*)\,, \\ M_a^-(v_a, y) &= E(v_a | v_a + v_y y < v^*)\,, \\ M_y^+(v_y, y) &= E(v_y | v_a + v_y y > v^*)\,, \\ M_y^-(v_y, y) &= E(v_y | v_a + v_y y < v^*)\,. \end{aligned}$$

as restantes (c, $\overline{v}_a$, $\overline{v}_y$, γ_a e γ_y) são consideradas parâmetros e, portanto, omitidas.

[3] Os termos γ_a e γ_y podem ser vistos como resultado da multiplicação de um fator de valorização da sociedade (μ), com domínio entre zero e um, e um fator de visibilidade da ação social (χ), superior a zero. Assim, $\gamma_a = \mu_a \chi$ e $\gamma_y = \mu_y \chi$. No entanto, embora esta definição seja relevante no plano teórico para explicar variações em γ_a e γ_y, é desnecessária no plano prático, pelo que apenas γ_a e γ_y serão utilizados na resolução do modelo.

Quanto ao significado de $M^+ - \overline{v}$ e de $-(\overline{v} - M^-)$, se a variável em causa for v_a, o termo $M^+ - \overline{v}$ representa a diferença entre a honra conferida pela participação na ação (M_a^+) e a média da variável ($\overline{v}_a$), ou seja, o ganho reputacional líquido conferido pela participação. Já o termo $-(\overline{v} - M^-)$ é a diferença entre a média da variável ($\overline{v}_a$) e o estigma resultante da não participação (M_a^-) por parte do agente, ou seja, a perda reputacional líquida conferida pela abstenção.

Relativamente à variável v_y os significados são simétricos, dado o sinal negativo que afeta γ_y.

De notar que, embora na definição da função de reputação social em (2.2) esteja presente o termo ($\overline{v}_a + \overline{v}_y$), por uma questão de exatidão matemática e conceptual, a sua presença neste âmbito é sempre irrelevante, já que a resolução do modelo implica que os termos se anulem.

Na sequência, em cada uma das próximas quatro secções serão tratadas as combinações possíveis de (in)existência de prémio de participação e/ou da função de reputação social. A resolução do problema de decisão do agente passa pela comparação dos valores da utilidade em (2.1) quando participa e quando se abstém de ações de voluntariado. Naturalmente, de acordo com a ótica de custo-benefício, o agente irá participar se a sua utilidade for superior quando participa comparativamente a quando se abstém.

2.1.1 Caso I: Inexistência de Incentivos e de Reputação Social

Nesta subsecção será analisado o problema de decisão do agente sujeito à restrição de inexistência de prémio de participação ($y = 0$) e de inexistência da função de reputação social ($\gamma_a = \gamma_y = 0 \Rightarrow R \equiv 0$). Assim, utilizando a forma funcional da utilidade (2.1), o agente irá participar se

$$\begin{aligned}
& U(1, v_a, v_y, 0) > U(0, v_a, v_y, 0) \\
\Leftrightarrow \quad & (v_a + v_y \cdot 0) \cdot 1 - c \cdot 1 + 0 > (v_a + v_y \cdot 0) \cdot 0 - c \cdot 0 + 0 \\
\Leftrightarrow \quad & v_a - c > 0 \\
\Leftrightarrow \quad & v_a > c\,. \qquad (2.3)
\end{aligned}$$

Assim, (2.3) dá-nos a condição de participação dos agentes. Esta condição pode ser representada graficamente, como mostra a Figura 2.1.

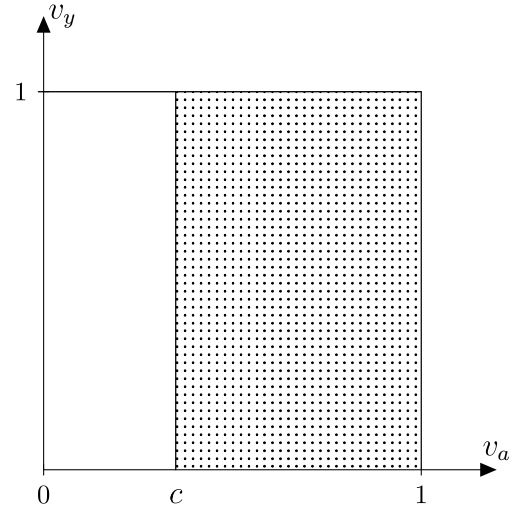


Figura 2.1: Quadrado de lado unitário que representa a totalidade de combinações possíveis entre v_a e v_y. A sua área é igual a um e equivale a toda a sociedade. A fronteira de participação (vertical) reúne as combinações de valores mínimos de v_a e v_y que induzem à participação. A área pontilhada corresponde à taxa de participação, valor que indica qual é a percentagem de população que participa na ação solidária.

Assim, a taxa de participação (T_p) é função apenas do custo de participação e é dada pela área assinalada na Figura 2.1. Desta forma, a expressão analítica da taxa de participação é

$$T_p^I = (1 - c) \cdot 1 = 1 - c\,. \tag{2.4}$$

Graficamente, a taxa de participação, em função do custo de participação (c), dada por (2.4) é apresentada pela Figura 2.2.

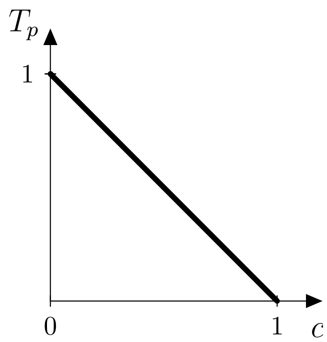


Figura 2.2: Gráfico da taxa de participação na ausência de incentivos ($y = 0$) e de reputação social ($\gamma_a = \gamma_y = 0$) em função do custo de participação (c).

A partir da taxa de participação (2.4) é imediato concluir que, para existir participação, temos que ter $0 \leqslant c < 1$. Dado que c é um custo ($c \geqslant 0$) e que, dada a função da taxa de participação, um valor igual ou superior à unidade leva a uma abstenção total ($c < 1$).

Por fim, é possível ainda fazer uma análise à sensibilidade dos parâmetros da taxa de participação.

Efeitos da alteração do custo de participação (c)

A análise à sensibilidade do custo de participação traduz-se na análise da derivada

$$\frac{\mathrm{d}T_p^I}{\mathrm{d}c} = -1\,. \tag{2.5}$$

Lema 2.1.1. *Ceteris paribus, uma variação no custo de participação (c) tem um efeito oposto e da mesma grandeza na taxa de participação.*

Demonstração. A conclusão é imediata a partir da análise do resultado da derivada (2.5). □

2.1.2 Caso II: Existência de Incentivos e inexistência de Reputação Social

Nesta subsecção, relativamente ao Caso I, é relaxada a restrição da inexistência do prémio de participação, passando agora a existir ($y > 0$). Assim, a partir da comparação da utilidade em (2.1) quando $a = 1$ e $a = 0$, o agente irá participar se

$$\begin{aligned} & U(1, v_a, v_y, y) > U(0, v_a, v_y, y) \\ \Leftrightarrow \quad & v_a + v_y y - c > 0 \\ \Leftrightarrow \quad & v_y > \frac{c - v_a}{y}\,. \end{aligned} \tag{2.6}$$

Assim, (2.6) dá-nos a condição de participação dos agentes, que pode ser representada graficamente, conforme a Figura 2.3.

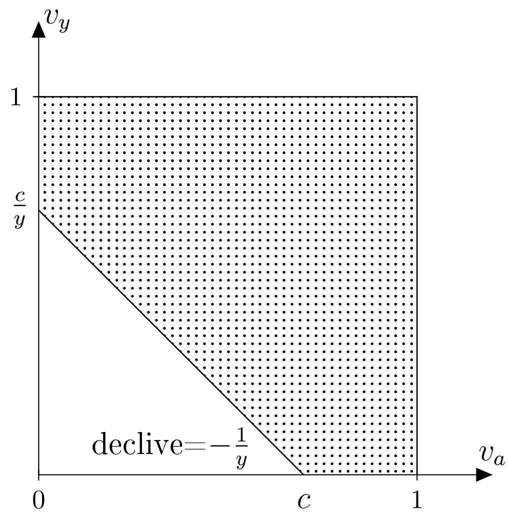
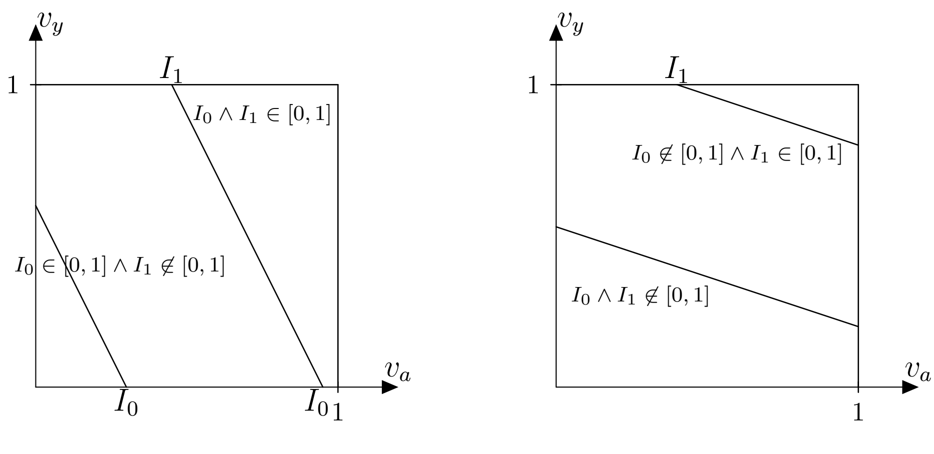


Figura 2.3: Quadrado de lado unitário que representa a totalidade de combinações possíveis entre v_a e v_y. A sua área é igual a um e equivale a toda a sociedade. A fronteira de participação (negativamente inclinada) reúne as combinações de valores mínimos de v_a e v_y que induzem à participação. A área pontilhada corresponde à taxa de participação, valor que indica qual é a percentagem de população que participa na ação solidária.

A fronteira de participação pode, então, assumir uma de quatro configurações distintas, em função de I_0 e I_1, tal como a Figura 2.4 ilustra.



(a) $y < 1$ (b) $y > 1$

Figura 2.4: Quadrado de lado unitário onde estão representados os quatro tipos de fronteira de participação possíveis, dependentes do valor de c e de y. I_0 é a interseção da condição de participação (2.6) com $v_y = 0$ e I_1 o mesmo para $v_y = 1$.

Neste caso, a taxa de participação é mais complexa, dado que a forma da área de participação depende do valor do custo de participação (c) – que determina parte da ordenada na origem – e do valor do prémio (y) – que determina o declive da fronteira de participação. Para caracterizar a fronteira de participação definimos os conjuntos I_0 e I_1 como, respetivamente, a interseção da condição de participação (2.6) com $v_y = 0$ e $v_y = 1$. Temos, assim, $I_0 = \left\{(v_a, v_y) : 0 = \frac{c-v_a}{y}\right\} = \{(v_a, v_y) : v_a = c\}$ e $I_1 = \left\{(v_a, v_y) : 1 = \frac{c-v_a}{y}\right\} = \{(v_a, v_y) : v_a = c - y\}$.

Utilizando a definição de I_0 e I_1 para resolver as quatro condições possíveis ($I_0 \in [0,1]$, $I_0 \notin [0,1]$, $I_1 \in [0,1]$, $I_1 \notin [0,1]$) temos $I_0 \in [0,1] \Rightarrow 0 \leqslant c \leqslant 1$, $I_0 \notin [0,1] \Rightarrow c > 1$, $I_1 \in [0,1] \Rightarrow 0 \leqslant c - y \leqslant 1 \Leftrightarrow y \leqslant c \leqslant y + 1$ e $I_1 \notin [0,1] \Rightarrow c < y \vee c > y + 1$.

Para além disto, se conjugarmos as condições de I_0 e I_1 das quatro formas possíveis temos então $I_0 \in [0,1] \wedge I_1 \notin [0,1] \Rightarrow 0 \leqslant c < \min\{1, y\}$, $I_0 \wedge I_1 \in [0,1] \Rightarrow y \leqslant c \leqslant 1$, $I_0 \wedge I_1 \notin [0,1] \Rightarrow 1 < c < y \vee c > 1 + y$ e $I_0 \notin [0,1] \wedge I_1 \in [0,1] \Rightarrow \max\{1, y\} < c \leqslant 1 + y$.

Relativamente à escolha da condição correta de $I_0 \wedge I_1 \notin [0,1]$, temos que, com $v_a = v_y = 1$ a fronteira de participação é igual a $1 = \frac{c-1}{y}$, ou seja, $c = 1 + y$. Logo, $c > 1 + y$ corresponde à situação onde $T_p = 0$ e é, portanto, irrelevante para a análise.

Assim, podemos avançar para a formalização da expressão da taxa de participação que, neste caso, é dada por

$$T_p^{II} = \begin{cases} 1 - \displaystyle\int_0^{I_0} \frac{c - v_a}{y} dv_a, & I_0 \in [0,1], I_1 \notin [0,1] \\ 1 - I_1 - \displaystyle\int_{I_1}^{I_0} \frac{c - v_a}{y} dv_a, & I_0, I_1 \in [0,1] \\ 1 - \displaystyle\int_0^{1} \frac{c - v_a}{y} dv_a, & I_0, I_1 \notin [0,1] \\ 1 - I_1 - \displaystyle\int_{I_1}^{1} \frac{c - v_a}{y} dv_a, & I_0 \notin [0,1], I_1 \in [0,1] \end{cases} . \tag{2.7}$$

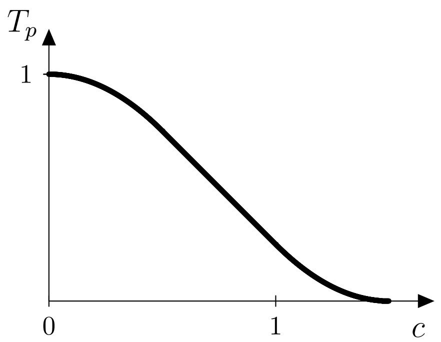
Resolvendo os integrais[4] de (2.7), temos que a taxa de participação é função do custo (c) e do prémio de participação (y) e igual[5] a

[4]Ver Apêndice A.1.

[5]De notar que os limites dos ramos da função (2.8) são diferentes caso queiramos que o gráfico,

$$T_p^{II} = \begin{cases} 1 - \dfrac{c^2}{2y}, & 0 \leqslant c < \min\{1, y\} \\ 1 - c + \dfrac{y}{2}, & y \leqslant c \leqslant 1 \\ 1 - \dfrac{2c-1}{2y}, & 1 < c < y \\ 1 - c + \dfrac{y^2 + c^2 - 2c + 1}{2y}, & \max\{1, y\} < c \leqslant 1 + y \end{cases} . \tag{2.8}$$

Graficamente, a taxa de participação dada por (2.8), em função do custo de participação (c), é representada pela Figura 2.5 para dois valores do prémio de participação (y).



(a) $y = 0.5$ (b) $y = 1.5$

Figura 2.5: Gráfico da taxa de participação na presença de incentivos, em função do custo de participação (c).

Lema 2.1.2. *Independentemente do prémio de participação (y), a taxa de participação converge sempre para zero, sem nunca o atingir, à medida que o custo de participação (c) aumenta.*

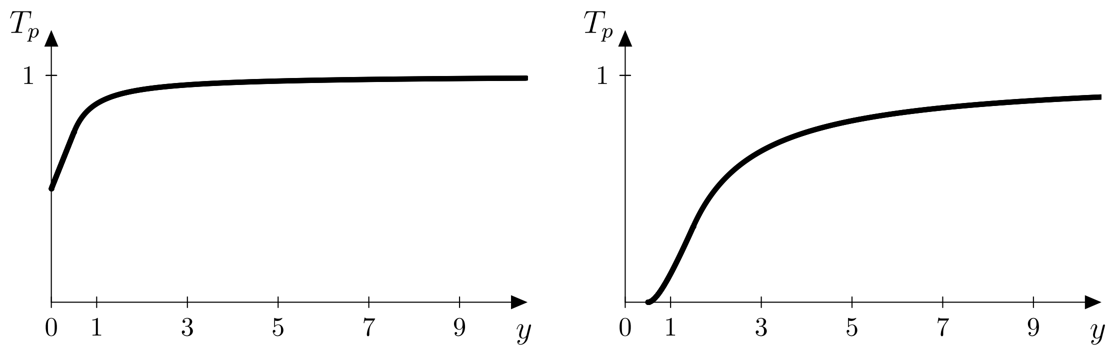
Demonstração.

$$\lim_{c \to 1+y} 1 - c + \frac{y^2 + c^2 - 2c + 1}{2y} = 0$$

□

a duas dimensões, da taxa de participação seja em função do prémio de participação (y). Neste caso, os limites seriam substituídos, respetivamente, por $y > c \wedge c < 1$, $y \leqslant c \wedge c < 1$, $y > c \wedge c \geqslant 1$ e $c - 1 \leqslant y \leqslant c \wedge c \geqslant 1$.

Graficamente, a taxa de participação, em função do prémio de participação (y), é agora representada na Figura 2.6, para dois valores do custo de participação (c).



(a) $c = 0.5$ (b) $c = 1.5$

Figura 2.6: Gráfico da taxa de participação na presença de incentivos, em função do prémio de participação (y).

Lema 2.1.3. *Independentemente do custo de participação (c), a taxa de participação converge sempre para o seu máximo, sem nunca o atingir, à medida que o prémio de participação (y) aumenta.*

Demonstração.

$$\lim_{y \to +\infty} 1 - \frac{c^2}{2y} = \lim_{y \to +\infty} 1 - \frac{2c-1}{2y} = 1$$

□

Efeitos da alteração do custo de participação (c)

A análise à sensibilidade do custo de participação traduz-se na análise da derivada

$$\frac{\partial T_p^{II}}{\partial c} = \begin{cases} -\dfrac{c}{y}, & 0 \leqslant c < \min\{1, y\} \\ -1, & y \leqslant c \leqslant 1 \\ -\dfrac{1}{y}, & 1 < c < y \\ \dfrac{c-1}{y} - 1, & \max\{1, y\} < c \leqslant 1 + y \end{cases} . \tag{2.9}$$

Interessa, então, perceber se $\frac{\partial T_p^{II}}{\partial c} < 0$, ou seja, se o aumento do custo diminui, sempre, a taxa de participação. Logo, resta apenas esclarecer se $\frac{c-1}{y} - 1 < 0$, assim

$$
\begin{aligned}
& \frac{c-1}{y} - 1 < 0 \\
\Leftrightarrow \quad & \frac{c-1}{y} < 1 \\
\Leftrightarrow \quad & c - 1 < y \\
\Leftrightarrow \quad & c < 1 + y \,. \qquad (2.10)
\end{aligned}
$$

Lema 2.1.4. *Ceteris paribus, uma variação no custo de participação (c) tem um efeito oposto na taxa de participação.*

Demonstração. De acordo com (2.9) e (2.10), concluímos que a derivada parcial é sempre negativa. □

Efeitos da alteração do prémio de participação (y)

A análise à sensibilidade do prémio de participação traduz-se na análise da derivada

$$
\frac{\partial T_p^{II}}{\partial y} = \begin{cases} \dfrac{c^2}{2y^2}, & y > c \wedge c < 1 \\[2ex] \dfrac{1}{2}, & y \leqslant c \wedge c < 1 \\[2ex] \dfrac{2c-1}{2y^2}, & y > c \wedge c \geqslant 1 \\[2ex] 1 - \dfrac{y^2 + c^2 - 2c + 1}{2y^2}, & c - 1 \leqslant y \leqslant c \wedge c \geqslant 1 \end{cases} . \qquad (2.11)
$$

Interessa, então, perceber se $\frac{\partial T_p^{II}}{\partial y} > 0$, ou seja, se o aumento do incentivo aumenta, sempre, a taxa de participação. Logo, resta apenas esclarecer se $\frac{2c-1}{2y^2} > 0$ e se $1 - \frac{y^2+c^2-2c+1}{2y^2} > 0$. Temos assim

$$
\begin{aligned}
& \frac{2c-1}{2y^2} > 0 \\
\Leftrightarrow \quad & 2c - 1 > 0 \\
\Leftrightarrow \quad & c > \frac{1}{2} \,, \qquad (2.12)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
& 1 - \frac{y^2 + c^2 - 2c + 1}{2y^2} > 0 \\
\Leftrightarrow \quad & 2y^2 - y^2 - c^2 + 2c - 1 > 0 \\
\Leftrightarrow \quad & y^2 > c^2 - 2c + 1 \\
\Leftrightarrow \quad & y^2 > (c-1)^2 \\
\Leftrightarrow \quad & y > c - 1 \,. \qquad (2.13)
\end{aligned}
$$

Lema 2.1.5. *Ceteris paribus, uma variação no prémio de participação (y) tem um efeito coincidente na taxa de participação.*

Demonstração. De acordo com (2.11), (2.12) e (2.13)[6], concluímos que a derivada parcial é sempre positiva. □

2.1.3 Caso III: Inexistência de Incentivos e existência de Reputação Social

Nesta subsecção, relativamente ao Caso I, é relaxada a restrição da inexistência da função de reputação social. Assim, dado que não existe prémio de participação ($y = 0 \Rightarrow \gamma_y = 0$), a função de reputação social, definida em (2.2), será agora dada por

$$R(a, v_a) = \begin{cases} \gamma_a M^+(v_a) - (\overline{v}_a), & a = 1 \\ \\ -\left[\overline{v}_a - \gamma_a M^-(v_a)\right], & a = 0 \end{cases},$$

com $M^+(v_a)$ e $M^-(v_a)$, uma vez que $y = 0$, agora definidas como

$$M^+(v_a) = E(v_a | v_a > v^*)\,, \tag{2.14}$$

$$M^-(v_a) = E(v_a | v_a < v^*)\,, \tag{2.15}$$

por fim[7], ficamos com

$$R(a, v_a) = \begin{cases} \gamma_a \dfrac{(1 + v_a)}{2} - \overline{v}_a, & a = 1 \\ \\ -\left[\overline{v}_a - \gamma_a \dfrac{v_a}{2}\right], & a = 0 \end{cases}.$$

Assim, utilizando a expressão da utilidade dos agentes (2.1), existirá participação se

$$\begin{aligned} & U(1, v_a, v_y, 0) > U(0, v_a, v_y, 0) \\ \Leftrightarrow \quad & v_a - c + R(1, v_a) > R(0, v_a) \\ \Leftrightarrow \quad & v_a - c + \gamma_a \frac{(1 + v_a)}{2} - \overline{v}_a > -\left[\overline{v}_a - \gamma_a \frac{v_a}{2}\right] \\ \Leftrightarrow \quad & v_a > c - \frac{\gamma_a}{2}\,. \end{aligned} \tag{2.16}$$

[6]Ignorada a raíz negativa, dado que $y \geqslant 0$.

[7]A resolução completa de (2.14) e de (2.15) está presente no Apêndice A.2.

A Figura 2.7 apresenta a representação gráfica da condição (2.16).

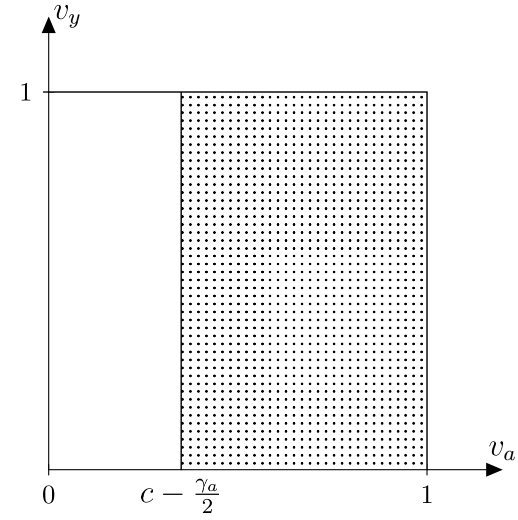


Figura 2.7: Quadrado de lado unitário que representa a totalidade de combinações possíveis entre v_a e v_y. A sua área é igual a um e equivale a toda a sociedade. A fronteira de participação (vertical) reúne as combinações de valores mínimos de v_a e v_y que induzem à participação. A área pontilhada corresponde à taxa de participação, valor que indica qual é a percentagem de população que participa na ação solidária.

Desta forma, a taxa de participação é dada por

$$T_p^{III} = \begin{cases} 1, & c \leqslant \dfrac{\gamma_a}{2} \\ \\ \dfrac{2+\gamma_a}{2} - c, & \dfrac{\gamma_a}{2} < c \leqslant \dfrac{2+\gamma_a}{2} \end{cases} . \tag{2.17}$$

Graficamente, a Figura 2.7 ilustra a taxa de participação quando $\gamma_a = 1$.

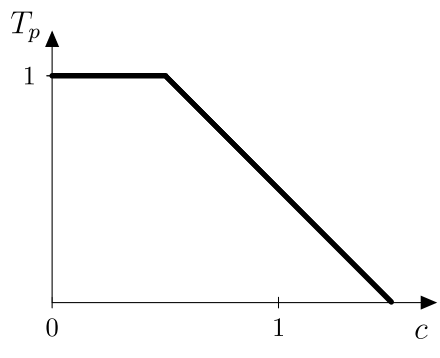


Figura 2.8: Gráfico da taxa de participação, em função de c, na ausência de incentivos e na presença da função de reputação social, com $\gamma_a = 1$.

Efeitos da alteração do custo de participação (c)

De forma semelhante ao analisado nas secções anteriores, a derivada da taxa de participação em ordem ao custo é dada por

$$\frac{\partial T_p^{III}}{\partial c} = \begin{cases} 0, & c \leqslant \dfrac{\gamma_a}{2} \\ \\ -1, & \dfrac{\gamma_a}{2} < c \leqslant \dfrac{2+\gamma_a}{2} \end{cases} . \tag{2.18}$$

Lema 2.1.6. *Ceteris paribus, uma variação no custo de participação (c) não tem qualquer efeito na taxa de participação se* $c \in \left[0; \dfrac{\gamma_a}{2}\right]$.

Já se $c \in \left]\dfrac{\gamma_a}{2}; \dfrac{2+\gamma_a}{2}\right]$, *existe um efeito oposto e da mesma grandeza na taxa de participação.*

Demonstração. As conclusões são imediatas a partir da derivada parcial (2.18). □

Efeitos da alteração da valoração da sociedade na participação social (γ_a)

No caso da valoração da sociedade na participação social (γ_a) é possível não só calcular a sua derivada parcial, mas também analisar o efeito da sua variação sob os limites dos ramos da função (2.17), uma vez que γ_a é argumento da taxa de participação e define, também, os limites dos ramos da função.

Assim, a derivada da taxa de participação em ordem ao custo é dada por

$$\frac{\partial T_p^{III}}{\partial \gamma_a} = \begin{cases} 0, & c \leqslant \dfrac{\gamma_a}{2} \\ \\ \dfrac{1}{2}, & \dfrac{\gamma_a}{2} < c \leqslant \dfrac{2+\gamma_a}{2} \end{cases} . \tag{2.19}$$

Lema 2.1.7. *Ceteris paribus, uma variação na valoração da sociedade na participação social (γ_a) não tem qualquer efeito na taxa de participação se* $c \in \left[0; \dfrac{\gamma_a}{2}\right]$.

Já se $c \in \left]\dfrac{\gamma_a}{2}; \dfrac{2+\gamma_a}{2}\right]$, *existe um efeito coincidente, embora de menor grandeza, na taxa de participação.*

Demonstração. As conclusões são imediatas a partir da derivada parcial (2.19). □

Lema 2.1.8. *Se a valoração da sociedade na participação social (γ_a) aumentar, o custo de participação máximo aumenta.*

Se a valoração da sociedade na participação social (γ_a) aumentar, o ponto a partir do qual alguns agentes deixam de participar (ou seja, o custo de participação mínimo que induz abstenção) aumenta.

Demonstração. As conclusões são imediatas a partir da expressão da taxa de participação (2.17). □

2.1.4 Caso IV: Existência de Incentivos e de Reputação Social

Por último, falta analisar a situação em que ambas as restrições são relaxadas, ou seja, existe um prémio de participação ($y > 0$) e a função de reputação social está definida conforme (2.2), relembrada de seguida,

$$R(a, v_a, v_y, y) = \begin{cases} (\gamma_a M_a^+(v_a, y) - \gamma_y M_y^+(v_y, y)) - (\overline{v}_a + \overline{v}_y), & a = 1 \\ \\ -\left[(\overline{v}_a + \overline{v}_y) - (\gamma_a M_a^-(v_a, y) - \gamma_y M_y^-(v_y, y))\right], & a = 0 \end{cases} . \quad (2.2)$$

Assim, recorrendo à função de utilidade (2.1), o agente irá participar se

$$\begin{aligned} & U(1, v_a, v_y, y) > U(0, v_a, v_y, y) \\ \Leftrightarrow \quad & v_a + v_y y - c + R(1, v_a, v_y, y) > R(0, v_a, v_y, y) \\ \Leftrightarrow \quad & v_a + v_y y > c - \left[(\gamma_a M_a^+(v_a, y) - \gamma_y M_y^+(v_y, y)) - (\overline{v}_a + \overline{v}_y)\right] \\ & \qquad - \left[(\overline{v}_a + \overline{v}_y) - (\gamma_a M_a^-(v_a, y) - \gamma_y M_y^-(v_y, y))\right] \\ \Leftrightarrow \quad & v_a + v_y y > c - \gamma_a M_a^+(v_a, y) + \gamma_y M_y^+(v_y, y) \\ & \qquad + \gamma_a M_a^-(v_a, y) - \gamma_y M_y^-(v_y, y) \\ \Leftrightarrow \quad & v_a + v_y y > c - \gamma_a \left[M_a^+(v_a, y) - M_a^-(v_a, y)\right] \\ & \qquad + \gamma_y \left[M_y^+(v_y, y)) - M_y^-(v_y, y)\right] \\ \Leftrightarrow \quad & v_a + v_y y > c - \gamma_a \Delta M_a(v_a, y) + \gamma_y \Delta M_y(v_y, y) \\ \Leftrightarrow \quad & v_a + v_y y > c - \left[\gamma_a \Delta M_a(v_a, y) - \gamma_y \Delta M_y(v_y, y)\right]. \end{aligned} \quad (2.20)$$

Sendo as funções $\Delta M_a(v_a, y)$ e $\Delta M_y(v_y, y)$ dadas[8] por

[8] Ver Apêndice A.3.

$$\Delta M_a = \begin{cases} \frac{y}{3}\frac{2v^*-3}{(v^*)^2-2y}, & y<1 \wedge 0<v^*<y \\ \frac{1}{3}\frac{6(v^*)^2+2y^2-6v^*y-6v^*+3y}{(2v^*-y-2)(2v^*-y)}, & y<1 \wedge y<v^*<1 \\ \frac{y}{3}\frac{2y-2v^*-1}{(v^*)^2+y^2-2v^*y-2v^*+1}, & y<1 \wedge 1<v^*<1+y \\ \frac{y}{3}\frac{2v^*-3}{(v^*)^2-2y}, & y>1 \wedge 0<v^*<1 \\ \frac{y}{3}\frac{1}{(2v^*-1)(2y-2v^*+1)}, & y>1 \wedge 1<v^*<y \\ \frac{y}{3}\frac{2y-2v^*-1}{(v^*)^2+y^2-2v^*y-2v^*+1}, & y>1 \wedge y<v^*<1+y \end{cases}, \quad (2.21)$$

$$\Delta M_y = \begin{cases} \frac{y}{3}\frac{2v^*-3y}{(v^*)^2-2y}, & y<1 \wedge 0<v^*<y \\ -\frac{y^2}{3}\frac{1}{(2v^*-y-2)(2v^*-y)}, & y<1 \wedge y<v^*<1 \\ \frac{y}{3}\frac{-2v^*-y+2}{(v^*)^2+y^2-2v^*y-2v^*+1}, & y<1 \wedge 1<v^*<1+y \\ \frac{y}{3}\frac{2v^*-3y}{(v^*)^2-2y}, & y>1 \wedge 0<v^*<1 \\ \frac{y}{3}\frac{6(v^*)^2-6v^*y-6v^*+3y+2}{(2v^*-1)(2v^*-2y-1)}, & y>1 \wedge 1<v^*<y \\ \frac{y}{3}\frac{-2v^*-y+2}{(v^*)^2+y^2-2v^*y-2v^*+1}, & y>1 \wedge y<v^*<1+y \end{cases}. \quad (2.22)$$

Assim, como demonstrado no Apêndice A.3 – no cálculo dos valores esperados condicionais ($\Delta M_a(v_a, v_y, y)$ e $\Delta M_y(v_a, v_y, y)$) –, temos que v^* trata-se de um valor crítico para $v_a + v_y y$, pelo que nas funções (2.21) e (2.22) poderíamos substituir v^* por $v_a+v_y y$. A opção de utilizar v^* nas expressões destas equações serve apenas para simplificar a notação das expressões, razão pela qual é sempre escrito, por exemplo, $\Delta M_a(v_a, v_y, y)$ e não $\Delta M_a(v^*, y)$.

Para além disto, v^* serve ainda o propósito de simplificar a resolução de (2.20). Assim, dada a igualdade $v^* = v_a + v_y y$, podemos reescrever (2.20) em termos de v^*, ficando com

$$v^* = c - [\gamma_a \Delta M_a - \gamma_y \Delta M_y] . \tag{2.23}$$

Desta forma, embora a solução de (2.23) seja um número real, dados valores concretos para os vários parâmetros do modelo, a sua expressão analítica é complexa[9] e acrescenta pouco em termos interpretativos[10]. Finalmente, denotando por $v^\star$ a solução de (2.23), podemos expressar a condição (2.20) como uma reta, sendo assim a solução final dada por

$$v_y = \frac{v^\star - v_a}{y} . \tag{2.24}$$

Assim, (2.24) dá-nos a condição de participação dos agentes, que pode ser representada graficamente, conforme a Figura 2.9.

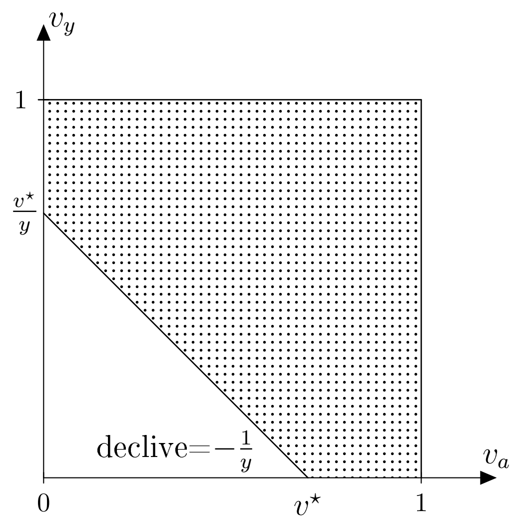


Figura 2.9: Quadrado de lado unitário que representa a totalidade de combinações possíveis entre v_a e v_y. A sua área é igual a um e equivale a toda a sociedade. A fronteira de participação (negativamente inclinada) reúne as combinações de valores mínimos de v_a e v_y que induzem à participação. A área pontilhada corresponde à taxa de participação, valor que indica qual é a percentagem de população que participa na ação solidária.

[9] É por esta razão que a análise que irá ser feita nos quatro próximos pontos será sobretudo gráfica.

[10] Devido à extensão das expressões não as iremos incluir neste texto, embora possam ser disponibilizadas em caso de requisição das mesmas.

Relativamente à expressão da taxa de participação, dada a similitude entre (2.24) e (2.6), temos que a taxa de participação é em tudo semelhante à expressão (2.8), exceto que agora temos $v^\star$ no lugar de c, assim a taxa de participação é

$$T_p^{IV} = \begin{cases} 1 - \dfrac{(v^\star)^2}{2y}, & 0 \leqslant v^\star < \min\{1, y\} \\ 1 - v^\star + \dfrac{y}{2}, & y \leqslant v^\star \leqslant 1 \\ 1 - \dfrac{2v^\star - 1}{2y}, & 1 < v^\star < y \\ 1 - v^\star + \dfrac{y^2 + (v^\star)^2 - 2v^\star + 1}{2y}, & \max\{1, y\} < v^\star \leqslant 1 + y \end{cases} . \tag{2.25}$$

Os pontos que se seguem mostram o efeito de alterações dos parâmetros na taxa de participação, a partir de um ponto de vista gráfico, uma vez que, devido à grande complexidade de $v^\star$, as derivadas da taxa de participação seriam impercetíveis analiticamente.

Efeitos da alteração do custo (c) e do prémio de participação (y)

Partindo inicialmente de um contexto com a função de reputação social a ter peso social unitário ($\gamma_a = 1$) e peso monetário nulo ($\gamma_y = 0$) apenas se torna relevante analisar o efeito da variação do custo na taxa de participação, em função do incentivo. Temos então

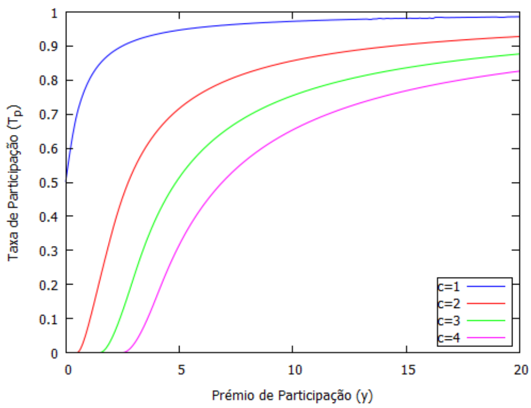


Figura 2.10: Gráfico da taxa de participação, em função de y, dados vários c. As curvas, por ordem descendente, têm $c = 1$, $c = 2$, $c = 3$, $c = 4$.

Lema 2.1.9 (*Crowding out*). *Neste contexto (com $\gamma_a = 1$ e $\gamma_y = 0$), não existe crowding out, ou seja, um aumento do incentivo (y) não induz uma diminuição na participação, ceteris paribus.*

Demonstração. As conclusões são indiciadas pela análise da Figura 2.10. □

Lema 2.1.10. *O aumento do custo de participação (c), dado um incentivo (y) constante, gera uma diminuição da participação, ceteris paribus.*

Demonstração. As conclusões são indiciadas pela análise da Figura 2.10. □

Podemos, ainda, conduzir uma análise semelhante, mas considerando agora que o peso monetário é, também, unitário ($\gamma_a = \gamma_y = 1$). Desta forma temos

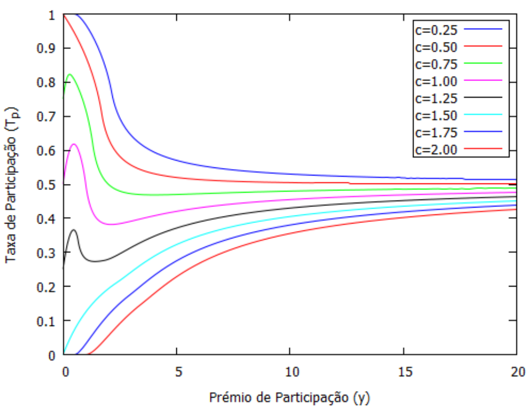


Figura 2.11: Gráfico da taxa de participação, em função de y, com $\gamma_a = \gamma_y = 1$ dados vários c. As curvas, por ordem descendente, têm $c = 0.25$, $c = 0.5$, $c = 0.75$, $c = 1$, $c = 1.25$, $c = 1.5$, $c = 1.75$ e $c = 2$.

Lema 2.1.11 (*Crowding out*). *Neste contexto (com $\gamma_a = \gamma_y = 1$), existe crowding out, ou seja, um aumento do incentivo (y) pode induzir uma diminuição na participação, ceteris paribus.*

Demonstração. As conclusões são indiciadas pela análise da Figura 2.11. Em particular, as curvas com $c = 0.75$, $c = 1$ e $c = 1.25$ mostram claramente a existência de *crowding out.* □

Lema 2.1.12. *O aumento do custo de participação (c), dado um incentivo (y) constante, gera uma diminuição da participação, ceteris paribus.*

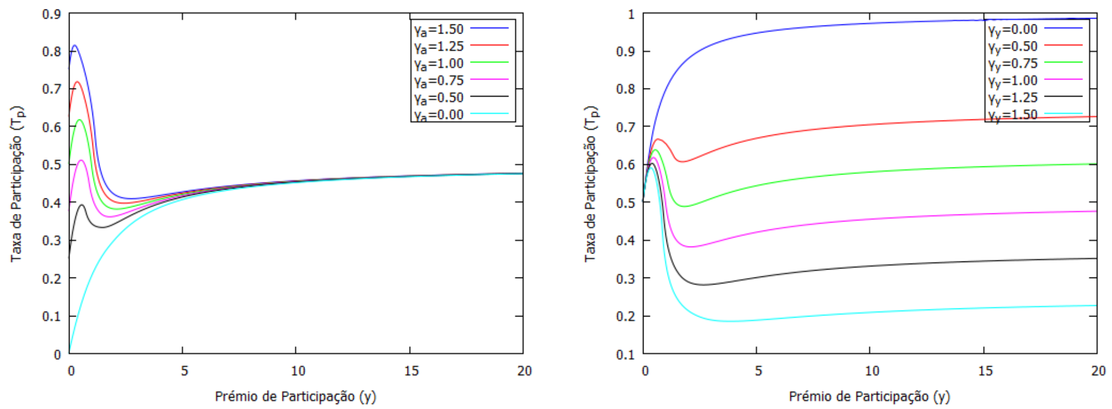
Demonstração. As conclusões são indiciadas pela análise da Figura 2.11. □

Mais relevante, porém, é o surgimento de um efeito de *crowding out*, ou seja, um aumento do incentivo, para um mesmo custo de participação, gera uma diminuição da participação. Este efeito está presente em todas as curvas da Figura 2.11, exceto as três mais abaixo no gráfico, e é particularmente visível nas três curvas mais centrais.

Efeitos da alteração dos pesos da Reputação Social (γ_a e γ_y)

Analisemos agora a questão de forma inversa, ou seja, fixando um custo de participação e variando os pesos da reputação social.

Assim, o primeiro caso mostra o efeito da variação de γ_a dado $c = 1$ e $\gamma_y = 1$. Já o segundo caso mostra o efeito da variação de γ_y dado $c = 1$ e $\gamma_a = 1$.



(a) Vários γ_a

(b) Vários γ_y

Figura 2.12: Gráfico da taxa de participação, em função de y, com $c = 1$. No gráfico (a) temos $\gamma_y = 1$ e, de forma descendente, $\gamma_a = 1.5$, $\gamma_a = 1.25$, $\gamma_a = 1$, $\gamma_a = 0.75$, $\gamma_a = 0.5$ e $\gamma_a = 0$. No gráfico (b) temos $\gamma_a = 1$ e, de forma ascendente, $\gamma_y = 1.5$, $\gamma_y = 1.25$, $\gamma_y = 1$, $\gamma_y = 0.75$, $\gamma_y = 0.5$ e $\gamma_y = 0$.

Lema 2.1.13 (Ordenada na origem)**.** *Um aumento do peso atribuído à componente social (γ_a) faz com que a ordenada na origem da taxa de participação se desloque para cima.*

Demonstração. As conclusões são indiciadas pela análise da Figura 2.12a. □

Lema 2.1.14 (Comportamento assintótico)**.** *Um aumento do peso atribuído à componente monetária (γ_y) faz com que a assíntota horizontal da taxa de participação se desloque para baixo.*

Demonstração. As conclusões são indiciadas pela análise da Figura 2.12b. □

2.1.5 Resumo

Partindo dos vários lemas enunciados nos quatro casos anteriores podemos estabelecer algumas conclusões gerais acerca das caraterísticas do modelo.

Assim, no contexto de inexistência de incentivos (Caso I e Caso III), a introdução da função de reputação social tem um efeito de sentido positivo sob a taxa de participação, uma vez que a fronteira de participação é sempre deslocada para a esquerda por $\frac{\gamma_a}{2}$ unidades, *ceteris paribus*.

Já num contexto de existência de incentivos (Caso II e Caso IV) a função de reputação social tem um efeito de sentido indeterminado e que depende do termo $\gamma_a \Delta M_a - \gamma_y \Delta M_y$.

Seja $\nabla = \gamma_a \Delta M_a - \gamma_y \Delta M_y$. Assim, se $\nabla = 0$, então a reputação social não gera qualquer diferença; se $\nabla > 0$, então a introdução da função de reputação social é favorável em termos da taxa de participação e se $\nabla < 0$, então a introdução da função de reputação social é desfavorável em termos da taxa de participação.

Se fizermos a análise de forma inversa temos ainda que, no contexto de inexistência da função de reputação social (Caso I e Caso II), a introdução de incentivos tem um efeito de sentido positivo sob a taxa de participação, uma vez que a fronteira de participação passa a ser negativamente inclinada e que a abcissa na origem é a mesma.

Assim, se na fronteira de participação com incentivos (2.6) fizermos $v_y = 0$, ficamos com $v_a = c$, o que corresponde à abcissa na origem da fronteira de participação sem incentivos. Efetivamente, resolvendo a inequação[11] $T_p^{II} > T_p^{I}$ para cada um dos quatro ramos da função (2.8), conclui-se que a taxa de participação, existindo incentivo, é superior se

$$T_p^{II} > T_p^{I} = \begin{cases} y > \dfrac{c}{2}, & 0 \leqslant c < \min\{1, y\} \\[2ex] y > 0, & y \leqslant c \leqslant 1 \\[2ex] y > \dfrac{2c-1}{2c}, & 1 < c < y \\[2ex] y^2 + (c-1)^2 > 0, & \max\{1, y\} < c \leqslant 1 + y \end{cases} . \tag{2.26}$$

Dadas as condições presentes em (2.26) e a definição das variáveis prémio ($y \geqslant 0$) e custo de participação ($c \geqslant 0$) as condições são sempre respeitadas e, portanto, a

[11] Ver Apêndice A.1.

inequação é sempre verificada. Isto é, $y > \frac{c}{2} : c \in [0; \min\{1, y\}]$, $y > 0 : \forall c$, $y > \frac{2c-1}{2c} : c \in [1, y]$ e, por fim, ao estarmos perante uma soma de dois quadrados o valor é sempre positivo. A Figura 2.13 ilustra estes resultados.

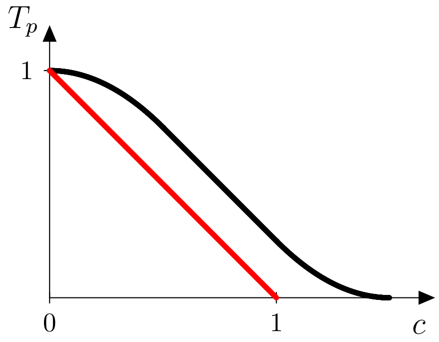


Figura 2.13: Gráfico da taxa de participação na ausência de incentivos (a vermelho) e com um incentivo tal que $y = 0.5$ (a preto). Graficamente também se comprova que na presença de incentivos a taxa de participação é, *ceteris paribus*, superior. Efetivamente, para qualquer $y > 0$, a curva a preto será sempre superior à reta vermelha, como provado em (2.26).

Podemos também constatar que com a introdução de incentivos (y) os agentes aceitam suportar custos de participação (c) mais elevados. Em concreto, o nível máximo do custo de participação sobe de 1 para $1 + y$, ou seja, reflete integralmente o montante do incentivo.

Por último, num contexto de existência da função de reputação social (Caso III e Caso IV), a introdução de incentivos tem um efeito indeterminado, dependente de ∇, sob a taxa de participação.

Assim, se $\nabla \geqslant \frac{\gamma_a}{2}$ o efeito da introdução de incentivos é positivo sob a taxa de participação. Já se $\nabla < \frac{\gamma_a}{2}$ o efeito é *a priori* ambíguo, uma vez que irá depender de qual for o principal fator – se o ganho na taxa de participação que ocorre com a passagem para uma fronteira de participação negativamente inclinada ou se a área de participação que se perde com uma abcissa na origem à direita daquela que está presente na inexistência de incentivos.

Finalmente, podemos enunciar três resultados genéricos. Em primeiro lugar, o aumento do custo de participação (c) reduz a taxa de participação, *ceteris paribus*. Em segundo lugar, o aumento do peso atribuído pela sociedade à participação social (γ_a) aumenta o valor inicial da taxa de participação – ou seja, a quantidade de agentes dispostos a serem voluntários sem receberem qualquer prémio (quando $y = 0$) –, *ceteris paribus*. Em último lugar, o aumento do peso atribuído pela sociedade a fatores monetários (γ_y) reduz o valor do limite da taxa de participação quando o prémio se torna infinitamente elevado, ou seja, reduz a assíntota horizontal da taxa de participação, *ceteris paribus*.

No que se segue deste estudo, a taxa de participação relevante é (2.25), uma vez que é neste caso que está subjacente a função de reputação social mais próxima da realidade e em que existem prémios de participação.

2.2 Problema de decisão das instituições

Vamos agora estudar o ponto de vista das instituições para perceber como fazem a sua procura de trabalho voluntário. Dito de outra forma, será que é sempre ótimo para uma instituição aceitar todo o trabalho voluntário disponível ou será que a sua atividade será mais eficiente de outra forma?

A presente secção tratará esta problemática, resolvendo o problema da maximização da produção, sujeito a uma dada restrição orçamental, e definindo quais são as condições que caraterizam a solução ótima da instituição[12].

2.2.1 Instituição monopolista

Considerando uma instituição de solidariedade monopolista[13], ou seja, a única existente na sociedade, sabemos que o prémio (y) que esta escolher será determinante para a quantidade de trabalho voluntário oferecido, quantificado pela taxa de participação (2.25).

Assim, considerando que o objetivo da instituição de solidariedade é maximizar a quantidade de trabalho voluntário que recebe ($T_p(y)$), o problema[14] de maximização da produção enfrentado por esta instituição é

$$\begin{aligned} & \max_y \{T_p(y)\} \\ s.a. \qquad & B \geqslant T_p(y)\theta y \end{aligned}$$

[12] A abordagem feita nesta secção é inspirada no trabalho de Handy e Brudney (2007).

[13] Mais à frente iremos discutir que outros tipos de mercado também poderiam ser considerados.

[14] Mais à frente iremos discutir outras formulações mais sofisticadas do problema de maximização das instituições que, fundamentalmente, passam por considerar que a instituição produz um bem público (Q_p) por meio de uma tecnologia *Cobb-Douglas* do tipo $Q_p = AL^{\alpha}K^{1-\alpha}$. No que se segue desta secção temos $\alpha = 1$ e $A = 1$.

A restrição orçamental presente no problema de maximização representa a dependência da instituição do valor do seu orçamento[15] (B) que pode ser despendido nos incentivos aos voluntários (com um custo unitário de θy).

De notar que a instituição não tem poder para alterar o seu orçamento – uma vez que este é determinado pelas doações e subsídios que recebe – e que, dado o seu caráter de instituição sem fins lucrativos, pode esgotar o orçamento e deve almejar lucro nulo, razão pela qual o único problema de decisão que enfrenta é o da maximização da produção, para um dado orçamento.

Recordemos, ainda, que o pressuposto adotado acerca do prémio de participação ser um diploma de participação implica que instituição não paga, efetivamente, o valor do prémio aos voluntários, mas sim que o valor está subjacente ao diploma. Assim, o custo unitário da instituição não será y, mas sim uma fração deste valor. Podemos, então, considerar que, para atribuir estes diplomas, a instituição suporta alguns custos – sejam de monitorização ou mesmo custos com o fortalecimento da sua reputação junto do mercado de trabalho, fazendo com que o diploma tenha um valor (y) superior – e que estes são apenas uma proporção[16] ($\theta < 1$) do valor do prémio.

Desta forma, o problema da instituição tem uma solução, graficamente[17], muito simples. Assim, a resolução passa por representar graficamente a função custo[18] da instituição ($C_I(y) = \theta y T_p(y)$) e o seu orçamento (B). Seja $y^{\max}$ o valor do prémio de participação que resolve a equação $C_I(y) = B$. Determinado $y^{\max}$, resta apenas encontrar o valor do prémio que maximiza a taxa de participação no intervalo $[0, y^{\max}]$, y^*.

A título de exemplo, a Figura 2.14 mostra um caso onde a função taxa de participação ($T_p(y)$ a azul) é monotonamente crescente, sendo o ponto $y^{\max}$ determinado pela interseção entre as curvas do custo ($C_I(y)$ a vermelho) e do orçamento da instituição (B a verde). Neste gráfico verificamos que $y^{\max}$ assume um valor de, aproximadamente, quatro unidades. Assim, o último passo é verificar qual o valor máximo que a taxa de participação assume entre $y = 0$ e $y = y^{\max} \simeq 4$. Dado que a

[15] No âmbito deste estudo, o financiamento do orçamento da instituição não será abordado.

[16] Note-se que este pressuposto não reduz o âmbito de aplicabilidade do modelo. Se considerarmos $\theta = 1$ estamos perante o caso em que a instituição paga diretamente aos voluntários. Já se $\theta < 1$, estamos na presença de uma compensação indireta, aqui representada como sendo o diploma de participação.

[17] Recordemos que, dada a dependência da taxa de participação na variável $v^\star$, a solução deste problema de maximização é, analiticamente, bastante complexa.

[18] De notar que a função não será linear, a não ser que a taxa de participação também o seja.

taxa de participação é sempre crescente, torna-se evidente que o seu máximo, dada a restrição orçamental, é precisamente no ponto $y^{\max}$, sendo, assim, esta a escolha ótima da instituição.

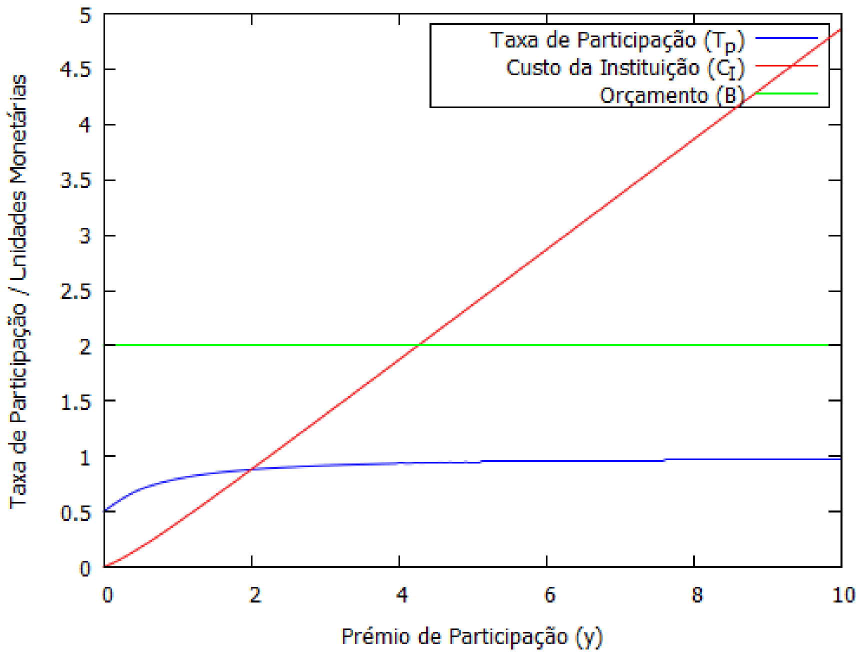


Figura 2.14: Função taxa de participação (T_p), a azul; custo da instituição (C_I), a vermelho; e orçamento da instituição (B), a verde. Os parâmetros utilizados são $c = 1$, $\gamma_a = 1$, $\gamma_y = 0$, $\theta = 0.5$ e $B = 2$. Embora representadas no mesmo eixo, as escalas da taxa de participação e do custo da instituição e orçamento são diferentes. A primeira está expressa em percentagem e limitada ao intervalo $[0, 1]$. As outras representam unidades monetárias.

Por fim, é relevante analisar os efeitos das variações de dois parâmetros – o orçamento (B) e a proporção paga do prémio (θ). Indiretamente, também os restantes parâmetros do modelo têm efeitos sob a função custo da instituição, no entanto, dado que a função custo é apenas uma transformação linear da taxa de participação, a análise das suas variações acaba por se traduzir na análise já realizada na secção anterior.

Efeitos da alteração da proporção paga do prémio (θ)

Lema 2.2.1. *Ceteris paribus, quanto maior a proporção paga (θ), menor será o valor máximo do prémio ($y^{\max}$).*

Demonstração. Dado que o custo da instituição é uma proporção (θ) da taxa de participação, para cada valor do prémio (y), um aumento de θ tem como consequência um maior C_I, para cada valor de y, tornando, assim, a curva C_I mais vertical. Assim, como a curva C_I parte da origem e sendo mais vertical, a interseção com a curva do orçamento será, necessariamente, num valor de y mais baixo. □

Efeitos da alteração do orçamento da instituição (B)

Lema 2.2.2. *Ceteris paribus, quanto maior o orçamento da instituição (B), maior será o valor máximo do prémio ($y^{\max}$).*

Demonstração. Mantendo-se a curva do custo da instituição inalterada e aumentando o orçamento da instituição, a interseção de ambas será, necessariamente, num valor de y superior. □

2.3 Equilíbrio do Modelo

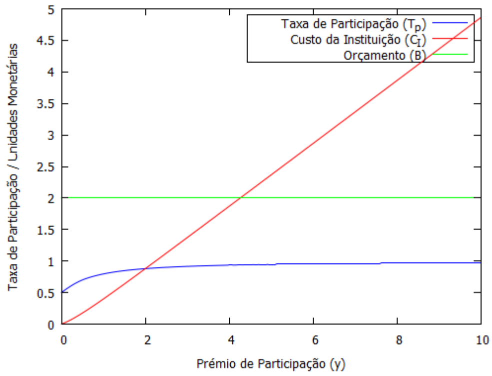
Na presente secção será estudado o equilíbrio do modelo que resulta das escolhas ótimas dos agentes e das instituições, determinadas nas duas secções precedentes. Em concreto, o equilíbrio do modelo define-se através da escolha ótima da instituição dadas as condições existentes na sociedade e que são enfrentadas pelos agentes quando tomam a sua decisão de participação.

Assim, consideramos que o modelo é construído em dois estágios. No primeiro, os agentes observam as condições existentes na sociedade – ou seja, os valores de γ_a, γ_y, c e B – e determinam o seu plano contingente de ação – isto é, cada tipo de agente (determinado pelas diferentes combinações das valorações intrínseca, v_a, e extrínseca, v_y) decide se participa, ou se se abstém, para cada nível do prémio de participação (y) –, originando, assim, a taxa de participação.

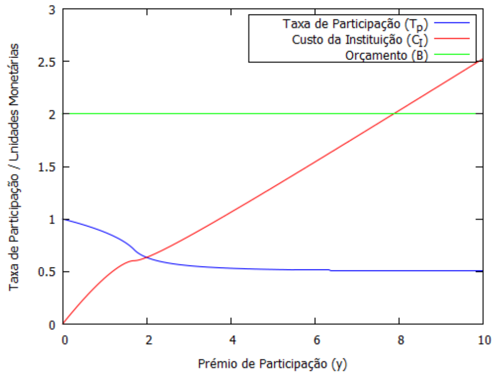
No segundo estágio, a instituição conhece todas as condições da sociedade e, portanto, conhece também a qual é a função taxa de participação que vigora. Finalmente, a instituição conjuga esta informação com o seu problema de maximização e, dada a sua restrição orçamental, define qual o montante de incentivo que pretende oferecer, fazendo assim com que o equilíbrio seja por si definido – escolhe o valor do prémio de participação que faz com que taxa de participação seja aquela que maximiza a sua utilidade[19].

Assim, verifiquemos graficamente quais as quatro configurações estilizadas distintas, conforme representado na Figura 2.15.

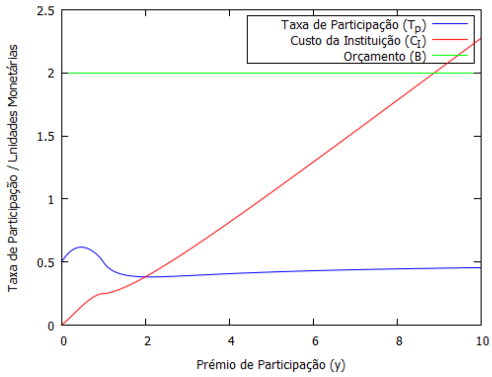
[19] I.e., a sua produção de bem público.



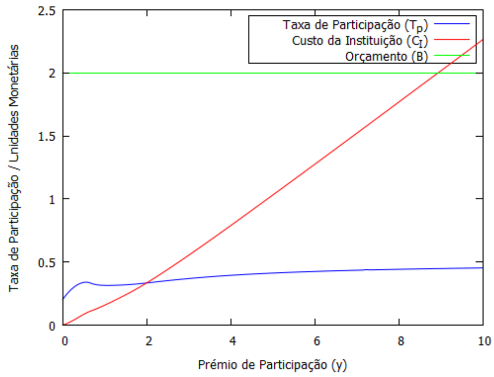
(a) T_p monótona crescente



(b) T_p monótona decrescente



(c) T_p não monótona



(d) T_p não monótona

Figura 2.15: Exemplos das quatro formas gerais que a função taxa de participação (T_p) pode assumir, a azul; respetivas curvas de custo (C_I), a vermelho; e um dado valor do orçamento da instituição (B), a verde. Embora representadas no mesmo eixo, as escalas da taxa de participação e do custo da instituição e orçamento são diferentes. A primeira está expressa em percentagem e limitada ao intervalo $[0, 1]$. As outras representam unidades monetárias.

Desta forma, a Figura 2.15 indicia algumas conclusões. Assim, se a taxa de participação (T_p) for monótona crescente, $y^* = y^{\max}$ e a restrição orçamental é ativa[20]. Efetivamente, seja $y^{\max}$ o ponto no qual as curvas vermelha e verde se intersetam na Figura 2.15a, o valor do prémio (y) que satisfaz as condições $\max_y\{T_p(y)\}$ e $y^* \leqslant y^{\max}$ é $y^* = y^{\max}$.

Utilizando um raciocínio análogo, se a taxa de participação (T_p) for monótona decrescente, $y^* = 0$ e a restrição orçamental é inativa[21].

Por fim, se a taxa de participação (T_p) não for monótona[22] temos $y^* = y^{\max}$ se

[20] Do inglês, *binding*.

[21] Do inglês, *non-binding*.

[22] Seja $\hat{y}$ o ponto em que a taxa de participação é máxima, nos casos em que existe máximo defi-

$T_p(y^{\max}) > T_p(\hat{y})$ e a restrição orçamental é ativa; $y^* = \hat{y}$ se $T_p(y^{\max}) < T_p(\hat{y})$ e $\hat{y} \leqslant y^{\max}$ e a restrição orçamental ativa se e só se $\theta\hat{y}T_p(\hat{y}) > B$; e $y^* = y^{\max}$ se $T_p(y^{\max}) < T_p(\hat{y})$ e $\hat{y} > y^{\max}$ e a restrição orçamental é ativa.

Desta forma, podemos considerar que o equilíbrio do modelo é, também ele, alcançado em dois estágios. No primeiro, sofre perturbações impostas pela sociedade sobre os parâmetros (γ_a, γ_y e c) que influenciam a taxa de participação – cujos efeitos estão detalhados na subsecção 2.1.5 – e, portanto, determinam a sua forma – monótona (de)crescente ou não monótona. No segundo estágio, a taxa de participação é um dado, de tal forma que a instituição conhece qual é o caso concreto da Figura 2.15 que está a enfrentar. Por fim, a escolha da instituição, e consequente equilíbrio geral, é determinada a partir do enunciado nos parágrafos anteriores.

2.3.1 Estabilidade do Equilíbrio

Embora o modelo tenha um caráter estático, continua a ser importante analisar o que aconteceria caso estivéssemos num ponto fora do equilíbrio, ou seja, se para uma dada taxa de participação, a instituição escolhesse, de forma incorreta, o valor do prémio de participação (y) a atribuir.

Em primeiro lugar, devemos ter em conta que pontos fora do equilíbrio superiores a $y^{\max}$ violam a restrição orçamental, pelo que irão convergir para, pelo menos, $y^{\max}$.

Assim, recorrendo, de novo, aos gráficos da Figura 2.15 verifiquemos o comportamento de soluções na vizinhança de y^*. Começando pelo caso em que a taxa de participação é monotonamente crescente (Figura 2.15a), onde $y^* = y^{\max}$, já sabemos que pontos à direita da solução ótima convergem para $y^{\max}$. Já em pontos à esquerda de y^* existe folga orçamental, ou seja, o orçamento (B) da instituição não é esgotado. Nesta situação, a instituição pode optar por gastar ainda menos orçamento ou por o esgotar. Se escolher a primeira opção, a taxa de participação irá decrescer, já se escolher a segunda, a taxa de participação irá crescer e, tendencialmente, convergir para $y^{\max}$. Neste caso, todos os pontos fora do equilíbrio convergem para a solução ótima, ou seja, o modelo é globalmente estável.

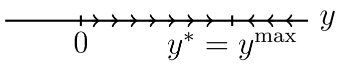


Figura 2.16: Gráfico estilizado da estabilidade do modelo com uma taxa de participação monótona crescente.

nido, ou seja, em que existe um ponto para o qual a derivada em ordem ao prémio de participação é nula.

O raciocínio é análogo para uma taxa de participação monótona decrescente (Figura 2.15b), onde $y^* = 0$. Sabemos que $y \geqslant 0$, portanto basta analisar o comportamento de pontos à direita de y^*. Neste domínio, sabemos que pontos superiores a $y^{\max}$ convergem para $y^{\max}$. Já pontos entre y^* e $y^{\max}$ irão convergir para y^*, uma vez que variações positivas do prémio de participação significam custos maiores, mas taxas de participação inferiores, enquanto que variações negativas originam poupanças orçamentais e, ao mesmo tempo, aumentam a taxa de participação. Uma vez mais, o modelo é globalmente estável.

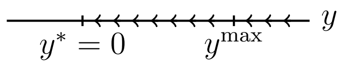
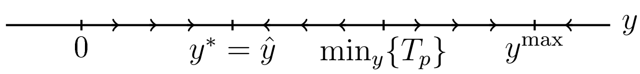
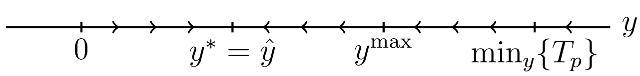


Figura 2.17: Gráfico estilizado da estabilidade do modelo com uma taxa de participação monótona decrescente.

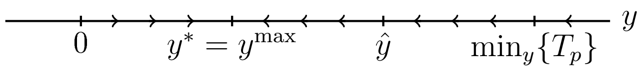
Sobram, finalmente, os casos em que a taxa de participação é não monótona. No primeiro deles (tal como exemplifica a Figura 2.15c), temos $y^* = \hat{y}$. Assim, em pontos à esquerda de y^*, existe convergência para o equilíbrio (desde que $y^{\max} > y^*$, caso contrário, a convergência é para $y^{\max}$), uma vez que a taxa de participação sobe perante variações positivas do prémio. Também numa vizinhança à direita de y^* existe convergência para o equilíbrio, uma vez que uma redução do prémio de participação gera um aumento da taxa de participação. Porém, se estivermos suficientemente afastados de y^* (o que equivale a estarmos à direita do valor mínimo local da taxa de participação), não existe convergência para o equilíbrio, mas sim para $y^{\max}$, uma vez que neste caso voltamos a uma situação onde aumentos do prémio de participação induzem uma subida da taxa de participação. Assim, o modelo é apenas localmente estável, já que se partirmos de um ponto suficientemente afastado do equilíbrio, não existirá convergência para y^*.



(a) $y^{\max} > \min_y\{T_p\} > \hat{y}$



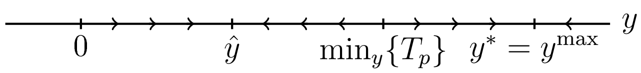
(b) $\hat{y} < y^{\max} < \min_y\{T_p\}$



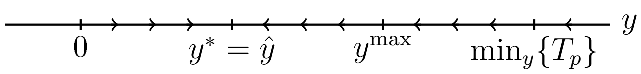
(c) $y^{\max} < \hat{y} < \min_y\{T_p\}$

Figura 2.18: Gráfico estilizado da estabilidade do modelo com uma taxa de participação não monótona.

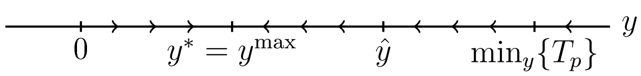
Já quanto ao segundo caso (tal como exemplifica a Figura 2.15d), temos $y^* = y^{\max}$. Assim, já sabemos que em pontos à direita de y^* existe convergência para o equilíbrio devido à restrição orçamental. Também em pontos numa vizinhança à esquerda de y^* existe convergência para o equilíbrio, dado que estamos na situação em que um aumento do prémio de participação significa subida da taxa de participação. No entanto, se estivermos suficientemente afastados do ponto de equilíbrio (ou seja, à esquerda do mínimo local da taxa de participação) irá existir convergência para para $\hat{y}$, uma vez que numa vizinhança à esquerda de $\hat{y}$ existe um aumento na taxa de participação dado um aumento do prémio de participação, assim como à direita quando o prémio de participação diminui. Assim, o modelo é apenas localmente estável, já que se partirmos de um ponto suficientemente afastado do equilíbrio, não existirá convergência. Naturalmente, esta interpretação é válida apenas quando $y^{\max}$ é superior ao mínimo local da taxa de participação, caso contrário $y^* = \hat{y}$ e estaríamos numa situação semelhante à da Figura 2.15c. Por fim, poderíamos ainda estar numa situação onde a restrição orçamental é de tal forma reduzida que $y^{\max} < \hat{y}$, sendo aqui $y^* = y^{\max}$.



(a) $y^{\max} > \min_y\{T_p\} > \hat{y}$



(b) $\hat{y} < y^{\max} < \min_y\{T_p\}$



(c) $y^{\max} < \hat{y} < \min_y\{T_p\}$

Figura 2.19: Gráfico estilizado da estabilidade do modelo com uma taxa de participação não monótona.

Conclusões

Nas palavras de Solow (1956, p. 65) – "All theory depends on assumptions which are not quite true. That is what makes it theory." –, assim, não devemos tomar os resultados do modelo como certezas absolutas, mas sim como indicações de qual deverá ser, tendencialmente, o comportamento dos agentes e das instituições na procura da maior utilidade possível. Relembremos, que este modelo pode ser enquadrado na abordagem do modelo de bens públicos referido por Hustinx et al. (2010), uma vez que consideramos que as instituições produzem um bem público para o qual os agentes contribuem, ainda que possam não retirar um benefício direto desse bem.

Este modelo de participação permite-nos ainda fazer algumas análises adicionais sobre as caraterísticas dos voluntários, uma vez que, para uma dada fronteira de participação, é sempre possível calcular a média da valoração social (v_a) e monetária (v_y) quer dos agentes que participam, quer dos que se abstêm. Isto pode ser particularmente relevante do ponto de vista das instituições, já que permite comparar as caraterísticas do voluntário-médio para diferentes combinações dos parâmetros.

Vejamos que, na versão simplificada de decisão das instituições que desenvolvemos, esta caraterística não é relevante, uma vez que as instituições pretendem apenas maximizar a sua produção. No entanto, se considerarmos uma versão mais completa da função de produção da instituição, ou seja, com múltiplos fatores produtivos com substituibilidade imperfeita entre si, podemos obter soluções com equilíbrios múltiplos, onde, para além do critério de estabilidade do equilíbrio, também poderá ser importante existir uma segunda regra de decisão na qual as instituições definem um perfil-médio desejável para os seus voluntários.

Relativamente ao surgimento do fenómeno de *crowding out* com a introdução da reputação social, em particular com a censura da sociedade às motivações monetárias ($\gamma_y > 0$), podem ser levantadas várias explicações relativamente aos mecanismos psicológicos inerentes (alguns contributos são, inclusive, analisados no âmbito do enquadramento teórico), no entanto, a decisão económica dos agentes tem uma explicação bastante mais direta. Assim, quando confrontados com a censura da sociedade a motivações monetárias e estando perante uma situação em que o prémio de participação é baixo, os agentes consideram que a sua perda de reputação não é compensada pelo prémio que recebem e, concretamente, que esta perda é superior ao estigma de que vão ser alvo se se abstiverem. Note-se que este efeito, por norma, não ocorre de imediato com a introdução de incentivos, mas sim a partir de um determinado nível (baixo) do prémio de participação, como já estudámos na Figura 2.11. No entanto, à medida que o prémio de participação cresce, este raciocínio inverte-se e os incentivos recebidos começam a compensar a perda de reputação, razão pela qual se verifica um aumento da taxa de participação. Ainda assim, quanto maior for o valor desta censura da sociedade (γ_y), menor será o valor máximo da taxa de participação à medida que o prémio tende para um valor infinitamente grande.

Por fim, acerca dos parâmetros que estão fora do controlo das instituições (custo de participação – c –; valoração da sociedade na participação social – γ_a –; valoração da sociedade relativamente à componente monetária – γ_y –; e o orçamento das instituições – B) existem algumas considerações a fazer, uma vez que é razoável considerar que podem ser manipulados, numa perspetiva estática, para ajudarem as instituições a alcançar determinados objetivos. Ou seja, embora a instituição seja incapaz de alterar estes parâmetros a qualquer momento, como pode fazer com o prémio de participação, podemos assumir que existem momentos no tempo em que a instituição pode tomar decisões que, por exemplo, diminuam o custo de participação.

Um exemplo seria anunciar que, em ações futuras, irá disponibilizar transporte gratuito para os seus voluntários se deslocarem até aos locais onde irão trabalhar; outro exemplo seria o de oferecer as refeições aos seus voluntários durante as horas em que estão a trabalhar.

Relativamente aos pesos da reputação social, a principal ação que a instituição pode adotar é tentar alterar a visibilidade da ação (χ), de forma a influenciar o valor dos pesos da reputação social – valoração da sociedade na participação social (γ_a) e da valoração da sociedade relativamente à componente monetária (γ_y) – noutros que lhe sejam, estrategicamente, mais interessantes.

Já no que diz respeito ao orçamento da instituição, podemos considerar, por exemplo, que a mesma se esforça para ganhar novos patrocinadores e, com isto, expandir o seu orçamento.

Assim, estas são algumas das ações que as instituições podem adotar para influenciar os parâmetros. No entanto, o custo de participação, por exemplo, incluirá uma parcela significativa que se prende com o custo de oportunidade dos agentes, fator que está fora do alcance da influência da instituição.

De notar ainda que esta influência pode ser determinante, uma vez que pode transformar a forma genérica da taxa de participação, podendo gerar, inclusivamente, uma situação na qual a instituição se consegue libertar da restrição orçamental e alcançar uma maior produção. Isto é, pode adotar algumas ações – onerosas ou não – que podem fazer com que o prémio ótimo (y^*) se modifique do valor máximo permitido pelo orçamento ($y^{\max}$) para um valor nulo, causando, ainda assim, uma taxa de participação superior no segundo caso. Naturalmente, a ação estará limitada pela possível folga orçamental, caso a ação seja custosa.

Finalmente, sublinhemos o facto de que as ditas folgas orçamentais não são tão inócuas como a versão mais simplificada do modelo faz parecer. De facto, numa situação de base, um valor não gasto do orçamento parece não ter qualquer aplicação alternativa, no entanto, tal não é verdade. Na versão aqui apresentada, a utilização alternativa para esse *superavit* orçamental prende-se apenas com as ações agora expostas acerca da influência da instituição sob os parâmetros. No entanto, numa versão do modelo com a função de produção mais completa, as poupanças orçamentais também serviriam para financiar o pagamento do(s) outro(s) fator(es) produtivo(s), de forma a alcançar os melhores benefícios marginais possíveis.

Deixamos, ainda, algumas notas relativas a possíveis investigações futuras com vista a tornar este modelo mais realista. A primeira passa por considerar que a interação entre agentes e instituições é diferente, em concreto, existindo alguma incerteza relativamente à atribuição do diploma de participação aos agentes.

Esta primeira extensão do modelo irá incorporar o facto de as instituições desconhecerem o tipo de agente (determinado pela combinação v_a e v_y) que têm pela frente e, portanto, não terem a certeza se o agente está a praticar um trabalho condizente com a atribuição do prémio de participação ou se apenas estará a marcar presença na esperança de obter o diploma de participação sem ter de se esforçar (e contrair os respetivos custos de esforço). Assim, esta mudança traduz-se na concetualização de um jogo sequencial de informação incompleta, no qual as instituições desconhecem o tipo de agente. Desta forma, adotam estratégias para tentar identificar os agentes e, idealmente, conseguirem estar em equilíbrios onde todos os agentes egoístas optam por se abster.

Uma segunda extensão do modelo, intimamente relacionada com a primeira e que, inclusive, é a razão para a primeira extensão não ter sido desenvolvida nesta dissertação, é a transformação da função de reputação social de forma a permitir a sua utilização num contexto de heterogeneidade do custo de participação dos agentes – que irá ser determinante para determinar os *payoffs* dos vários tipos de agentes (altruístas e egoístas).

Notemos, ainda, que esta incerteza dá azo a dois problemas. Por um lado, surge a questão do *free riding*. Nesta situação, caso a proporção de agentes altruístas seja elevada e as instituições optem por atribuir sempre o diploma de participação será de esperar que os agentes egoístas participem apenas para receberem o seu diploma. Por outro lado, também é expectável que a introdução de incentivos crie um problema de sinalização oposta, fazendo com que alguns agentes altruístas possam optar por não participarem, já que a sua participação pode ser vista como oportunista e tendo como objetivo apenas o recebimento do prémio.

Uma terceira extensão do modelo, que é também explorada por Bénabou e Tirole (2006), consiste na hipótese de os agentes serem forçados a participar ou que arranjem desculpas para se absterem. Esta situação pode ser modelizada recorrendo à inclusão de novos parâmetros que representam a probabilidade de cada um destes casos acontecer. Evidentemente, estas probabilidades irão influenciar também a função de reputação social, uma vez que, assim, quer a participação, quer a abstenção, serão vistas pela sociedade com algum nível de incerteza.

O modelo pode, ainda, ser melhorado no que toca ao mecanismo de decisão das instituições. O primeiro ponto a melhorar passa pela sofisticação da função de produção da instituição, de forma a incluir um novo fator produtivo, que seja substituto imperfeito do trabalho voluntário. Para além disto, podemos considerar outras estruturas de mercado relativamente às instituições e analisar como se comporta o equilíbrio em situações de oligopólio ou concorrência de instituições e, em particular, de que forma é afetado o bem-estar social.

Em suma, conseguimos, através da exploração deste modelo, compreender um pouco melhor de que forma os agentes optam por ser voluntários. Mostrámos ainda que, por vezes, nem são necessários incentivos monetários para induzir a participação, já que os agentes têm motivações intrínsecas e reputacionais. Já o efeito dos incentivos monetários sob a taxa de participação depende das condições determinadas pela sociedade (os pesos γ_a e γ_y). Do ponto de vista das instituições, verificámos que a sua decisão acerca da atribuição, ou não, do diploma de participação depende, também, das condições determinadas pela sociedade, assim como das suas condições internas (o seu custo, orçamento e tecnologia de produção) e do mercado onde está inserida (instituição monopolista, oligopolista ou concorrencial).

Apêndice A

Resoluções relativas aos casos do Capítulo 3

A.1 Caso II

Relembrando as definições de I_0 ($\{(v_a, v_y) : v_a = c\}$) e de I_1 ($\{(v_a, v_y) : v_a = c - y\}$), temos que a resolução dos vários ramos da função (2.7) é

$$1 - \int_0^{I_0} \frac{c - v_a}{y} dv_a = 1 - \frac{c\left[v_a\right]_0^c - \left[\frac{v_a^2}{2}\right]_0^c}{y} = 1 - \frac{c(c-0) - \left(\frac{c^2 - 0}{2}\right)}{y}$$

$$= \quad 1 - \frac{c^2}{2y}\,,$$

$$1 - I_1 - \int_{I_1}^{I_0} \frac{c - v_a}{y} dv_a = 1 - (c - y) - \frac{c\left[v_a\right]_{c-y}^c - \left[\frac{v_a^2}{2}\right]_{c-y}^c}{y}$$

$$= \quad 1 - c + y - \frac{c(c - c + y) - \left(\frac{c^2 - (c-y)^2}{2}\right)}{y}$$

$$= \quad 1 - c + y - \frac{2cy - c^2 + (c^2 + y^2 - 2cy)}{2y} = 1 - c + y - \frac{y}{2}$$

$$= \quad 1 - c + \frac{y}{2}\,,$$

$$1-\int_0^1 \frac{c-v_a}{y}dv_a = 1-\frac{c\left[v_a\right]_0^1-\left[\frac{v_a^2}{2}\right]_0^1}{y} = 1-\frac{c(1-0)-\left(\frac{1-0}{2}\right)}{y}$$

$$= \quad 1-\frac{2c-1}{2y}\,,$$

$$1-I_1-\int_{I_1}^1 \frac{c-v_a}{y}dv_a = 1-(c-y)-\frac{c\left[v_a\right]_{c-y}^1-\left[\frac{v_a^2}{2}\right]_{c-y}^1}{y}$$

$$= \quad 1-c+y-\frac{c(1-c+y)-\left(\frac{1-(c-y)^2}{2}\right)}{y}$$

$$= \quad 1-c+y-\frac{c-c^2+cy-\frac{1-c^2-y^2+2cy}{2}}{y}$$

$$= \quad 1-c+y-\frac{2c-2c^2+2cy-1+c^2+y^2-2cy}{2y}$$

$$= \quad 1-c+\frac{2y^2-2c+c^2+1-y^2}{2y}$$

$$= \quad 1-c+\frac{y^2+c^2-2c+1}{2y}\,.$$

Resolvendo a inequação $T_p^{II} > T_p^{I}$ temos

$$1-\frac{c^2}{2y} > 1-c \quad \Leftrightarrow \quad \frac{c^2}{2y} < c \quad \Leftrightarrow \quad y > \frac{c}{2}\,,$$

$$1-c+\frac{y}{2} > 1-c \quad \Leftrightarrow \quad \frac{y}{2} > 0 \quad \Leftrightarrow \quad y > 0\,,$$

$$1-\frac{2c-1}{2y} > 1-c \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2c-1}{2y} < c \quad \Leftrightarrow \quad y > \frac{2c-1}{2c}\,,$$

$$1-c+\frac{y^2+c^2-2c+1}{2y}>1-c \quad \Leftrightarrow \quad \frac{y^2+c^2-2c+1}{2y}>0$$

$$\Leftrightarrow \quad y^2+c^2-2c+1>0 \quad \Leftrightarrow \quad y^2+(c-1)^2>0\,.$$

Resumindo, temos

$$T_p^{II}>T_p^{I}=\begin{cases} y>\dfrac{c}{2} & ;0\leqslant c<min(1,y) \\ \\ y>0 & ;y\leqslant c\leqslant 1 \\ \\ y>\dfrac{2c-1}{2c} & ;1<c<y \\ \\ y^2+(c-1)^2>0 & ;max(1,y)<c\leqslant 1+y \end{cases}.$$

A.2 Caso III

Dado que $v_a \sim U(0,1)$ e que $y = 0$ (logo, $v_y y = 0$), temos

$$M^+(v_a) = E(v_a|v_a > v^*) = \frac{1}{P(v_a > v^*)}\int_{v^*}^{1} v_a f(v_a) dv_a$$

$$= \quad \frac{1}{1 - P(v_a < v^*)}\int_{v^*}^{1} v_a 1 dv_a = \frac{1}{1-v^*}\left[\frac{(v_a)^2}{2}\right]_{v^*}^{1}$$

$$= \quad \frac{1-(v^*)^2}{2(1-v^*)} = \frac{(1-v^*)(1+v^*)}{2(1-v^*)}$$

$$= \quad \frac{(1+v^*)}{2},$$

$$M^-(v_a) = E(v_a|v_a < v^*) = \frac{1}{P(v_a < v^*)}\int_{1}^{v^*} v_a dv_a$$

$$= \quad \frac{1}{v^*}\left[\frac{(v_a)^2}{2}\right]_{0}^{v^*} = \frac{1}{v^*}\frac{(v^*)^2}{2}$$

$$= \quad \frac{v^*}{2}.$$

A.3 Caso IV

Graficamente, a função $M_a^+(v_a, y)$ pretende calcular a média da área sombreada abaixo, com respeito à variável v_a. De forma equivalente, a função $M_a^-(v_a, y)$ pretende calcular o mesmo para a área não sombreada. De forma análoga, $M_y^+(v_y, y)$ e $M_y^-(v_y, y)$ têm o mesmo significado, mas para a variável v_y. Dado que o plano está limitado pelo retângulo com uma unidade de largura e y unidades de altura ambas as funções serão construídas por ramos.

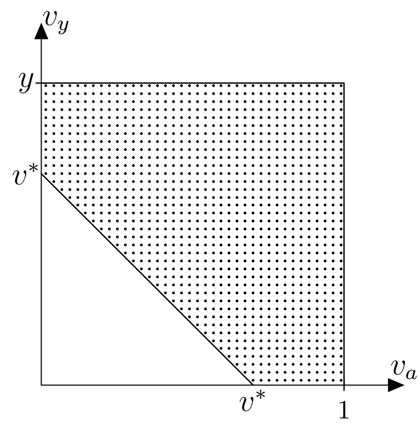


Figura A.1: Retângulo com comprimento unitário e altura igual ao valor do prémio de participação (y) que representa a totalidade de combinações possíveis entre v_a e $v_y y$. A sua área é igual a y e equivale a toda a sociedade. A fronteira de participação (negativamente inclinada) reúne as combinações de valores mínimos de v_a e $v_y y$ que induzem à participação. A área pontilhada corresponde à taxa de participação, valor que indica qual é a percentagem de população que participa na ação solidária. Já v^* representa um dado valor de corte para o qual as funções M_a e M_y serão calculadas.

Começando por derivar a função $M_a^+(v_a, y)$ para $y > 1$ e $v^* < 1$,

$$M_a^+(v_a, y) = E(v_a | v_a + v_y y > v^*)$$

$$= \frac{1}{P(v_a + v_y y > v^*)} \left[\int_0^{v^*} v_a [y - (v^* - v_a)] dv_a + \int_{v^*}^1 v_a y dv_a \right]$$

$$= \quad \frac{1}{y - \frac{(v^*)^2}{2}} \left((y - v^*) \left[\frac{v_a^2}{2} \right]_0^{v^*} + \left[\frac{v_a^3}{3} \right]_0^{v^*} + y \left[\frac{v_a^2}{2} \right]_{v^*}^1 \right)$$

$$= \quad (...) = \frac{1}{3} \frac{3y - (v^*)^3}{2y - (v^*)^2} \,.$$

Com $1 < v^* < y$,

$$M_a^+(v_a, y) = E(v_a | v_a + v_y y > v^*)$$

$$= \quad \frac{1}{P(v_a + v_y y > v^*)} \left[\int_0^1 v_a[y - (v^* - v_a)] dv_a \right]$$

$$= \quad \frac{1}{y - \frac{2v^* - 1}{2}} \left((y - v^*) \left[\frac{v_a^2}{2} \right]_0^1 + \left[\frac{v_a^3}{3} \right]_0^1 \right)$$

$$= \quad (...) = \frac{1}{3} \frac{3y - 3v^* + 2}{2y - 2v^* + 1} \,.$$

Com $y < v^* < y + 1$,

$$M_a^+(v_a, y) = E(v_a | v_a + v_y y > v^*)$$

$$= \quad \frac{1}{P(v_a + v_y y > v^*)} \left[\int_{v^* - y}^1 v_a[y - (v^* - v_a)] dv_a \right]$$

$$= \quad \frac{1}{\frac{(1 + y - v^*)^2}{2}} \left((y - v^*) \left[\frac{v_a^2}{2} \right]_{v^* - y}^1 + \left[\frac{v_a^3}{3} \right]_{v^* - y}^1 \right)$$

$$= \quad (...) = \frac{1}{3}(v^* - y + 2) \,.$$

Já com $y < 1$ e $v^* < y$,

$$M_a^+(v_a, y) = E(v_a | v_a + v_y y > v^*)$$

$$= \quad \frac{1}{P(v_a + v_y y > v^*)} \left[\int_0^{v^*} v_a [y - (v^* - v_a)] dv_a + \int_{v^*}^1 v_a y dv_a \right]$$

$$= \quad \frac{1}{y - \dfrac{(v^*)^2}{2}} \left((y - v^*) \left[\frac{v_a^2}{2} \right]_0^{v^*} + \left[\frac{v_a^3}{3} \right]_0^{v^*} + y \left[\frac{v_a^2}{2} \right]_{v^*}^1 \right)$$

$$= \quad (...) = \frac{1}{3} \frac{3y - (v^*)^3}{2y - (v^*)^2} \,.$$

Com $y < v^* < 1$,

$$M_a^+(v_a, y) = E(v_a | v_a + v_y y > v^*)$$

$$= \quad \frac{1}{P(v_a + v_y y > v^*)} \left[\int_{v^*-y}^{v^*} v_a [y - (v^* - v_a)] dv_a + \int_{v^*}^1 v_a y dv_a \right]$$

$$= \quad \frac{1}{y - \dfrac{2v^* y - y^2}{2}} \left((y - v^*) \left[\frac{v_a^2}{2} \right]_{v^*-y}^{v^*} + \left[\frac{v_a^3}{3} \right]_{v^*-y}^{v^*} + y \left[\frac{v_a^2}{2} \right]_{v^*}^1 \right)$$

$$= \quad (...) = \frac{1}{3} \frac{3(v^*)^2 - 3v^* y + y^2 - 3}{2v^* - y - 2} \,.$$

Com $1 < v^* < y + 1$,

$$M_a^+(v_a, y) = E(v_a | v_a + v_y y > v^*)$$

$$= \quad \frac{1}{P(v_a + v_y y > v^*)} \left[\int_{v^*-y}^{1} v_a [y - (v^* - v_a)] dv_a \right]$$

$$= \quad \frac{1}{\dfrac{(1 + y - v^*)^2}{2}} \left((y - v^*) \left[\frac{v_a^2}{2} \right]_{v^*-y}^{1} + \left[\frac{v_a^3}{3} \right]_{v^*-y}^{1} \right)$$

$$= \quad (...) = \frac{1}{3}(v^* - y + 2) \,.$$

Já a função $M_a^-(v_a, y)$ para $y > 1$ e $v^* < 1$,

$$M_a^+(v_a, y) = E(v_a | v_a + v_y y < v^*)$$

$$= \frac{1}{P(v_a + v_y y < v^*)}\left[\int_0^{v^*} v_a(v^* - v_a)dv_a\right]$$

$$= \frac{1}{\frac{(v^*)^2}{2}}\left(v^*\left[\frac{v_a^2}{2}\right]_0^{v^*} + \left[\frac{v_a^3}{3}\right]_0^{v^*}\right)$$

$$= (...) = \frac{1}{3}v^*\,.$$

Com $1 < v^* < y$,

$$M_a^+(v_a, y) = E(v_a | v_a + v_y y < v^*)$$

$$= \frac{1}{P(v_a + v_y y < v^*)}\left[\int_0^{1} v_a(v^* - v_a)dv_a\right]$$

$$= \frac{1}{\frac{2v^*-1}{2}}\left(v^*\left[\frac{v_a^2}{2}\right]_0^{1} - \left[\frac{v_a^3}{3}\right]_0^{1}\right)$$

$$= (...) = \frac{1}{3}\frac{3v^*-2}{2v^*-1}\,.$$

Com $y < v^* < y + 1$,

$$M_a^+(v_a, y) = E(v_a | v_a + v_y y < v^*)$$

$$= \frac{1}{P(v_a + v_y y < v^*)}\left[\int_0^{v^*-y} v_a y dv_a + \int_{v^*-y}^{1} v_a(v^* - v_a)dv_a\right]$$

$$= \frac{1}{y - \frac{(1+y-v^*)^2}{2}}\left(y\left[\frac{v_a^2}{2}\right]_0^{v^*-y} + v^*\left[\frac{v_a^2}{2}\right]_{v^*-y}^{1} - \left[\frac{v_a^3}{3}\right]_{v^*-y}^{1}\right)$$

$$= \quad (...) = \frac{1}{3}\frac{(v^*)^3 - 3(v^*)^2 y + 3v^* y^2 - 3v^* - y^3 + 2}{(v^*)^2 - 2v^* y - 2v^* + y^2 + 1}\,.$$

Já com $y < 1$ e $v^* < y$,

$$M_a^+(v_a, y) = E(v_a | v_a + v_y y < v^*)$$

$$= \quad \frac{1}{P(v_a + v_y y < v^*)}\left[\int_0^{v^*} v_a(v^* - v_a) dv_a\right]$$

$$= \quad \frac{1}{\frac{(v^*)^2}{2}}\left(v^*\left[\frac{v_a^2}{2}\right]_0^{v^*} + \left[\frac{v_a^3}{3}\right]_0^{v^*}\right)$$

$$= \quad (...) = \frac{1}{3}v^*\,.$$

Com $y < v^* < 1$,

$$M_a^+(v_a, y) = E(v_a | v_a + v_y y < v^*)$$

$$= \quad \frac{1}{P(v_a + v_y y < v^*)}\left[\int_0^{v^*-y} v_a y dv_a + \int_{v^*-y}^{v^*} v_a(v^* - v_a) dv_a\right]$$

$$= \quad \frac{1}{\frac{2v^* y - y^2}{2}}\left(y\left[\frac{v_a^2}{2}\right]_0^{v^*-y} + v^*\left[\frac{v_a^2}{2}\right]_{v^*-y}^{v^*} - \left[\frac{v_a^3}{3}\right]_{v^*-y}^{v^*}\right)$$

$$= \quad (...) = \frac{1}{3}\frac{3(v^*)^2 + y^2 - 3v^* y}{2v^* - y}\,.$$

Com $1 < v^* < y + 1$,

$$M_a^+(v_a, y) = E(v_a | v_a + v_y y < v^*)$$

$$= \quad \frac{1}{P(v_a + v_y y < v^*)}\left[\int_0^{v^*-y} v_a y dv_a + \int_{v^*-y}^{1} v_a(v^* - v_a)dv_a\right]$$

$$= \quad \frac{1}{y - \dfrac{(1+y-v^*)^2}{2}}\left(y\left[\frac{v_a^2}{2}\right]_0^{v^*-y} + v^*\left[\frac{v_a^2}{2}\right]_{v^*-y}^{1} - \left[\frac{v_a^3}{3}\right]_{v^*-y}^{1}\right)$$

$$= \quad (...) = \frac{1}{3}\frac{(v^*)^3 - 3(v^*)^2 y + 3v^* y^2 - 3v^* - y^3 + 2}{(v^*)^2 - 2v^* y - 2v^* + y^2 + 1}.$$

Assim, temos $\Delta M_a = M_a^+(v_a, y) - M_a^-(v_a, y)$,

$$\Delta M_a = \begin{cases} \dfrac{y}{3}\dfrac{2v^* - 3}{(v^*)^2 - 2y}, & y < 1 \wedge 0 < v^* < y \\[2ex] \dfrac{1}{3}\dfrac{6(v^*)^2 + 2y^2 - 6v^* y - 6v^* + 3y}{(2v^* - y - 2)(2v^* - y)}, & y < 1 \wedge y < v^* < 1 \\[2ex] \dfrac{y}{3}\dfrac{2y - 2v^* - 1}{(v^*)^2 + y^2 - 2v^* y - 2v^* + 1}, & y < 1 \wedge 1 < v^* < 1 + y \\[2ex] \dfrac{y}{3}\dfrac{2v^* - 3}{(v^*)^2 - 2y}, & y > 1 \wedge 0 < v^* < 1 \\[2ex] \dfrac{y}{3}\dfrac{1}{(2v^* - 1)(2y - 2v^* + 1)}, & y > 1 \wedge 1 < v^* < y \\[2ex] \dfrac{y}{3}\dfrac{2y - 2v^* - 1}{(v^*)^2 + y^2 - 2v^* y - 2v^* + 1}, & y > 1 \wedge y < v^* < 1 + y \end{cases}.$$

De forma equivalente para a função $M_y^+(v_y, y)$ com $y > 1$ e $v^* < 1$,

$$M_y^+(v_y, y) = E(v_y | v_a + v_y y > v^*)$$

$$= \quad \frac{1}{P(v_a + v_y y > v^*)}\left[\int_0^{v^*} v_y[1 - (v^* - v_y)]dv_y + \int_{v^*}^{y} v_y 1 dv_y\right]$$

$$= \quad \frac{1}{y - \dfrac{(v^*)^2}{2}}\left((1 - v^*)\left[\frac{v_y^2}{2}\right]_0^{v^*} + \left[\frac{v_y^3}{3}\right]_0^{v^*} + \left[\frac{v_y^2}{2}\right]_{v^*}^{y}\right)$$

$$= \quad (...) = \frac{1}{3}\frac{3y^2-(v^*)^3}{2y-(v^*)^2}\,.$$

Com $1 < v^* < y$,

$$M_y^+(v_y, y) = E(v_y|v_a + v_y y > v^*)$$

$$= \quad \frac{1}{P(v_a+v_y y > v^*)}\left[\int_{v^*-1}^{v^*} v_y[1-(v^*-v_y)]dv_y + \int_{v^*}^{y} v_y 1 dv_y\right]$$

$$= \quad \frac{1}{y-\dfrac{2v^*-1}{2}}\left((1-v^*)\left[\frac{v_y^2}{2}\right]_{v^*-1}^{v^*} + \left[\frac{v_y^3}{3}\right]_{v^*-1}^{v^*} + \left[\frac{v_y^2}{2}\right]_{v^*}^{y}\right)$$

$$= \quad (...) = \frac{1}{3}\frac{3y^2-(v^*)^2+3v^*-1}{2y-2v^*+1}\,.$$

Com $y < v^* < y+1$,

$$M_y^+(v_y, y) = E(v_y|v_a + v_y y > v^*)$$

$$= \quad \frac{1}{P(v_a+v_y y > v^*)}\left[\int_{v^*-1}^{y} v_y[1-(v^*-v_y)]dv_y\right]$$

$$= \quad \frac{1}{\dfrac{(1+y-v^*)^2}{2}}\left((1-v^*)\left[\frac{v_y^2}{2}\right]_{v^*-1}^{y} + \left[\frac{v_y^3}{3}\right]_{v^*-1}^{y}\right)$$

$$= \quad (...) = \frac{1}{3}(v^*+2y-1)\,.$$

Já com $y < 1$ e $v^* < y$,

$$M_y^+(v_y, y) = E(v_y|v_a + v_y y > v^*)$$

$$= \quad \frac{1}{P(v_a+v_y y > v^*)}\left[\int_{0}^{v^*} v_y[1-(v^*-v_y)]dv_y + \int_{v^*}^{y} v_y 1 dv_y\right]$$

$$= \quad \frac{1}{y - \dfrac{(v^*)^2}{2}} \left((1-v^*) \left[\frac{v_y^2}{2} \right]_0^{v^*} + \left[\frac{v_y^3}{3} \right]_0^{v^*} + \left[\frac{v_y^2}{2} \right]_{v^*}^{y} \right)$$

$$= \quad (...) = \frac{1}{3} \frac{3y^2 - (v^*)^3}{2y - (v^*)^2} \, .$$

Com $y < v^* < 1$,

$$M_y^+(v_y, y) = E(v_y | v_a + v_y y > v^*)$$

$$= \quad \frac{1}{P(v_a + v_y y > v^*)} \left[\int_0^y v_y [1 - (v^* - v_y)] dv_y \right]$$

$$= \quad \frac{1}{y - \dfrac{2v^* y - y^2}{2}} \left((1-v^*) \left[\frac{v_y^2}{2} \right]_0^{y} + \left[\frac{v_y^3}{3} \right]_0^{y} \right)$$

$$= \quad (...) = \frac{y}{3} \frac{2y - 3v^* + 3}{y - 2v^* + 2} \, .$$

Com $1 < v^* < y + 1$,

$$M_y^+(v_y, y) = E(v_y | v_a + v_y y > v^*)$$

$$= \quad \frac{1}{P(v_a + v_y y > v^*)} \left[\int_{v^*-1}^y v_y [1 - (v^* - v_y)] dv_y \right]$$

$$= \quad \frac{1}{\dfrac{(1 + y - v^*)^2}{2}} \left((1-v^*) \left[\frac{v_y^2}{2} \right]_{v^*-1}^{y} + \left[\frac{v_y^3}{3} \right]_{v^*-1}^{y} \right)$$

$$= \quad (...) = \frac{1}{3}(v^* + 2y - 1) \, .$$

Já a função $M_y^-(v_y, y)$ para $y > 1$ e $v^* < 1$,

$$M_y^-(v_y, y) = E(v_y | v_a + v_y y < v^*)$$

$$= \quad \frac{1}{P(v_a + v_y y < v^*)} \left[\int_0^{v^*} v_y (v^* - v_y) dv_y \right]$$

$$= \quad \frac{1}{\frac{(v^*)^2}{2}} \left(v^* \left[\frac{v_y^2}{2} \right]_0^{v^*} - \left[\frac{v_y^2}{2} \right]_0^{v^*} \right)$$

$$= \quad (...) = \frac{1}{3} v^* .$$

Com $1 < v^* < y$,

$$M_y^-(v_y, y) = E(v_y | v_a + v_y y < v^*)$$

$$= \quad \frac{1}{P(v_a + v_y y < v^*)} \left[\int_0^{v^*-1} v_y 1 dv_y + \int_{v^*-1}^{v^*} v_y (v^* - v_y) dv_y \right]$$

$$= \quad \frac{1}{y - \frac{2v^* - 1}{2}} \left(\left[\frac{v_y^2}{2} \right]_0^{v^*-1} + v^* \left[\frac{v_y^2}{2} \right]_{v^*-1}^{v^*} - \left[\frac{v_y^3}{3} \right]_{v^*-1}^{v^*} \right)$$

$$= \quad (...) = \frac{1}{3} \frac{3(v^*)^2 - 3v^* + 1}{2v^* - 1} .$$

Com $y < v^* < y + 1$,

$$M_y^-(v_y, y) = E(v_y | v_a + v_y y < v^*)$$

$$= \quad \frac{1}{P(v_a + v_y y < v^*)} \left[\int_0^{v^*-1} v_y 1 dv_y + \int_{v^*-1}^{y} v_y (v^* - v_y) dv_y \right]$$

$$= \quad \frac{1}{y - \frac{(1 + y - v^*)^2}{2}} \left(\left[\frac{v_y^2}{2} \right]_0^{v^*-1} + v^* \left[\frac{v_y^2}{2} \right]_{v^*-1}^{y} - \left[\frac{v_y^3}{3} \right]_{v^*-1}^{y} \right)$$

$$= \quad (...) = \frac{1}{3} v^* .$$

Já com $y < 1$ e $v^* < y$,

$$M_y^-(v_y, y) = E(v_y|v_a + v_y y < v^*)$$

$$= \frac{1}{P(v_a + v_y y < v^*)}\left[\int_0^{v^*} v_y(v^* - v_y)dv_y\right]$$

$$= \frac{1}{\frac{(v^*)^2}{2}}\left(v^*\left[\frac{v_y^2}{2}\right]_0^{v^*} - \left[\frac{v_y^2}{2}\right]_0^{v^*}\right)$$

$$= (...) = \frac{1}{3}v^* .$$

Com $y < v^* < 1$,

$$M_y^-(v_y, y) = E(v_y|v_a + v_y y < v^*)$$

$$= \frac{1}{P(v_a + v_y y < v^*)}\left[\int_0^{y} v_y(v^* - v_y)dv_y\right]$$

$$= \frac{1}{y - \frac{2v^*y - y^2}{2}}\left(v^*\left[\frac{v_y^2}{2}\right]_0^{y} - \left[\frac{v_y^3}{3}\right]_0^{y}\right)$$

$$= (...) = \frac{y}{3}\frac{3v^* - 2y}{2v^* - y} .$$

Com $1 < v^* < y + 1$,

$$M_y^-(v_y, y) = E(v_y|v_a + v_y y < v^*)$$

$$= \frac{1}{P(v_a + v_y y < v^*)}\left[\int_0^{v^*-1} v_y 1 dv_y + \int_{v^*-1}^{y} v_y(v^* - v_y)dv_y\right]$$

$$= \frac{1}{y - \frac{(1 + y - v^*)^2}{2}}\left(\left[\frac{v_y^2}{2}\right]_0^{v^*-1} + v^*\left[\frac{v_y^2}{2}\right]_{v^*-1}^{y} - \left[\frac{v_y^3}{3}\right]_{v^*-1}^{y}\right)$$

$$= \quad (...) = \frac{1}{3}v^* \,.$$

Assim, temos ΔM_y,

$$\Delta M_y = \begin{cases} \frac{y}{3}\frac{2v^*-3y}{(v^*)^2-2y}, & y<1 \wedge 0<v^*<y \\ \\ -\frac{y^2}{3}\frac{1}{(2v^*-y-2)(2v^*-y)}, & y<1 \wedge y<v^*<1 \\ \\ \frac{y}{3}\frac{-2v^*-y+2}{(v^*)^2+y^2-2v^*y-2v^*+1}, & y<1 \wedge 1<v^*<1+y \\ \\ \frac{y}{3}\frac{2v^*-3y}{(v^*)^2-2y}, & y>1 \wedge 0<v^*<1 \\ \\ \frac{y}{3}\frac{6(v^*)^2-6v^*y-6v^*+3y+2}{(2v^*-1)(2v^*-2y-1)}, & y>1 \wedge 1<v^*<y \\ \\ \frac{y}{3}\frac{-2v^*-y+2}{(v^*)^2+y^2-2v^*y-2v^*+1}, & y>1 \wedge y<v^*<1+y \end{cases} \,.$$

Bibliografia

Andreoni, J. (1989). Giving with impure altruism: Applications to charity and ricardian equivalence. *Journal of Political Economy*, *97*(6), 1447-1458.

Andreoni, J. (1990). Impure altruism and donations to public goods: A theory of warm-glow giving. *The Economic Journal*, *100*(401), 464–477.

Apinunmahakul, A., Barham, V., & Devlin, R. A. (2009). Charitable giving, volunteering, and the paid labor market. *Nonprofit and Voluntary Sector Quarterly*, *38*(1), 77-94.

Argyle, M. (1999). Causes and correlates of happiness. *Well-being: The foundations of Hedonic Psychology*, *353*.

Ariely, D. (2009). *Predictably irrational.* HarperCollins New York.

Bardsley, N. (2008). Dictator game giving: altruism or artefact? *Experimental Economics*, *11*(2), 122-133.

Becker, G. S. (1974). A theory of social interactions. *Journal of Political Economy*, *82*(6), 1063–1093.

Bergstrom, T., Blume, L., & Varian, H. (1986). On the private provision of public goods. *Journal of Public Economics*, *29*(1), 25–49.

Bierhoff, H.-W. (2002). *Prosocial behaviour.* Psychology Press.

Bénabou, R., & Tirole, J. (2006). Incentives and prosocial behavior. *The American Economic Review*, *96*(5), 1652-1678.

Brekke, K. A., Kverndokk, S., & Nyborg, K. (2003). An economic model of moral motivation. *Journal of Public Economics*, *87*(9-10), 1967–1983.

Brown, A. L., Meer, J., & Williams, J. F. (2013). *Why do people volunteer? an experimental analysis of preferences for time donations.*

Brown, E., & Lankford, H. (1992). Gifts of money and gifts of time estimating the effects of tax prices and available time. *Journal of Public Economics*, *47*(3), 321-341.

Deci, E. (1975). *Intrinsic motivation.* Plenum Publishing Company Limited.

Deci, E. L., Koestner, R., & Ryan, R. M. (1999). A meta-analytic review of experiments examining the effects of extrinsic rewards on intrinsic motivation. *Psychological Bulletin*, *125*(6), 627.

Deci, E. L., & Ryan, R. M. (2000). The"what"and"why"of goal pursuits: Human needs and the self-determination of behavior. *Psychological Inquiry*, *11*(4), 227–268.

Eckel, C. C., & Grossman, P. J. (1996). Altruism in anonymous dictator games. *Games and Economic Behavior*, *16*(2), 181-191.

Feldman, N. E. (2010). Time is money: Choosing between charitable activities. *American Economic Journal: Economic Policy*, *2*(1), 103-130.

Ferguson, E., Atsma, F., De Kort, W., & Veldhuizen, I. (2012). Exploring the pattern of blood donor beliefs in first-time, novice, and experienced donors: differentiating reluctant altruism, pure altruism, impure altruism, and warm glow. *Transfusion*, *52*(2), 343-355.

Freeman, R. B. (1997). Working for nothing: The supply of volunteer labor. *Journal of Labor Economics*, *15*(1, Part 2), S140-S166.

Frey, B. (1997). *Not just for the money.* Edward Elgar Publishing.

Frey, B. S., & Goette, L. (1999). Does pay motivate volunteers?

Hackl, F., Halla, M., & Pruckner, G. J. (2004). *The fallacy of the good samaritan: Volunteering as a weird way of making money.*

Haldane, A. (2014). In giving, how much do we receive? the social value of volunteering. *A Pro Bono Economics lecture to the Society of Business Economists, London*, *9*.

Handy, F., & Brudney, J. L. (2007). When to use volunteer labor resources? an organizational analysis for nonprofit management. *Departmental Papers (SPP)*, 91.

Harbaugh, W. T. (1998). The prestige motive for making charitable transfers. *The American Economic Review*, *88*(2), 277–282.

Hustinx, L., Cnaan, R. A., & Handy, F. (2010). Navigating theories of volunteering: A hybrid map for a complex phenomenon. *Journal for the Theory of Social Behaviour*, *40*(4), 410-434.

List, J. A. (2007). On the interpretation of giving in dictator games. *Journal of Political Economy*, *115*(3), 482-493.

Meier, S., & Stutzer, A. (2008). Is volunteering rewarding in itself? *Economica*, *75*(297), 39–59.

Menchik, P. L., & Weisbrod, B. A. (1987). Volunteer labor supply. *Journal of Public Economics*, *32*(2), 159–183.

Roberts, R. D. (1984). A positive model of private charity and public transfers. *Journal of Political Economy*, *92*(1), 136–148.

Roy, K., & Ziemek, S. (2000). *On the economics of volunteering.*

Saxton, J., Harrison, T., & Guild, M. (2015). *The new alchemy: How volunteering turns donations of time and talent into human gold.* NFP Synergy.

Schram, V. R., & Dunsing, M. M. (1981). Influences on married women's volunteer work participation. *Journal of Consumer Research*, *7*(4), 372–379.

Smith, A. (1759). *The theory of moral sentiments.* London,: A. Millar.

Smith, A. (1776). *An inquiry into the nature and causes of the wealth of nations.* Dublin: Whitestone.

Solow, R. M. (1956). A contribution to the theory of economic growth. *The Quarterly Journal of Economics*, *70*(1), 65-94.

Warr, P. G. (1982). Pareto optimal redistribution and private charity. *Journal of Public Economics*, *19*(1), 131–138.