

Resumo

O trabalho realizado nesta tese de dissertação enquadra-se na aplicação da teoria das derivadas e integrais fraccionários para a análise dinâmica e controlo de sistemas.

Esta área da matemática é vulgarmente designada por cálculo fraccionário; todavia, trata-se de uma designação que não é a mais adequada, devido essencialmente a razões históricas, sendo que a denominação mais correcta seria de cálculo integro-diferencial de ordem arbitrária.

O conceito de derivadas e integrais de ordem fraccionária remonta ao início da teoria do cálculo diferencial. No entanto, a complexidade acrescida desta teoria levou a que a sua aplicação na física e na química e, mais recentemente, nas ciências da engenharia, nomeadamente na modelação e no controlo, só nos últimos anos tenha conhecido um desenvolvimento mais acentuado. De facto, assiste-se actualmente a um interesse crescente na sua aplicação e no desenvolvimento de um conjunto de estudos nas mais diversas áreas científicas, tais como a viscoelasticidade, caos e fractais, biologia, processamento de sinal, difusão, irreversibilidade, electrónica, entre outros. Mais ainda, as potencialidades reveladas por este “novo” método matemático tornam-no, actualmente, numa das ferramentas mais poderosas e úteis na resolução de inúmeros problemas na matemática, ciência e engenharia.

No tocante à área do controlo automático de sistemas, só nas últimas décadas é que a teoria do cálculo fraccionário encontrou as suas primeiras aplicações. No entanto, a sua adopção nesta área tem revelado elevados desempenhos face às estratégias “clássicas”, fazendo com que seja, actualmente, uma das áreas com mais potencialidades de aplicação dos conceitos associados à teoria do cálculo fraccionário. Nesta perspectiva, o trabalho apresentado “Análise Dinâmica e Controlo de Sistemas de Ordem Fraccionária” insere-se nas correntes actualmente emergentes que apontam para o desenvolvimento deste tipo de sistemas.

Assim, numa primeira abordagem ao tema, estabelecem-se os fundamentos do cálculo fraccionário e apresentam-se alguns dos métodos mais utilizados para o estudo e análise dos sistemas de ordem fraccionária. São também descritas algumas das aplicações mais significativas do cálculo fraccionário na área do controlo de sistemas. De seguida, definem-se vários modelos dinâmicos para diversos fenómenos, seja a partir de uma formulação matemática, seja a partir de uma formulação com base em algoritmos computacionais. Uma vez estabelecidos os modelos adequados desenvolve-se, de seguida, uma análise dinâmica para sistemas lineares e não lineares. Por último, são desenvolvidos novos métodos e aplicações da teoria das derivadas e integrais fraccionários na área do controlo automático de sistemas. Nesta perspectiva, comparam-se também várias estruturas e algoritmos de controlo sob os pontos de vista de projecto, robustez e facilidade de implementação computacional.

Esta tese de dissertação tem também por objectivo divulgar e fomentar a aplicação da teoria das derivadas e integrais fraccionários nas mais diversas áreas da ciência e engenharia e, em particular, na área do controlo automático de sistemas. A ordem fraccionária abre uma nova dimensão em praticamente todas as áreas do conhecimento humano, para as quais ainda está por esclarecer o seu verdadeiro impacto.

Abstract

The work developed in this dissertation is devoted to the application of the theory of fractional derivatives and integrals in the dynamic analysis and control of automatic systems.

This area of mathematics is usually called fractional calculus. Nevertheless, the term “fractional” is a misnomer, but it is retained following historical reasons. This theory should be more precisely defined as theory of derivatives and integrals of arbitrary order.

The concept of derivatives and integrals to a fractional-order goes back to the beginning of the theory of differential calculus but its inherent complexity postponed the application of the associated concepts. Their application in the fields of physics and mathematics and, more recently, in the sciences of engineering, namely in the modeling and control, had a more pronounced development only during the last years. In fact, the growing interest in fractional calculus motivated its application in the most diverse scientific areas, such as viscoelasticity, chaos and fractals, biology, signal processing, diffusion, irreversibility, electronics and control. Moreover, the potentialities revealed by this “new” mathematical method makes it, nowadays, one of the most powerful and useful tool for the resolution of problems in the areas of mathematics, science and engineering.

In what concerns the area of automatic control systems, the first applications only took place in the last decades. However, its adoption in this field revealed superior performance when compared to the “classical” strategies, being, nowadays, one of the most promising areas for the application of the concepts associated to the fractional calculus theory. In this perspective, the presented work “Análise Dinâmica e Controlo de Sistemas de Ordem Fraccionária” points out to the development of this type of systems. In a first phase are introduced the fundamentals of fractional calculus, the most relevant methods for the study and analysis of fractional-order systems and some important applications in the area of automatic control systems. In a second phase the dynamic models for several phenomena are defined, from a mathematical or computational viewpoint. Once established the appropriate models, a dynamic analysis for linear and nonlinear systems is developed. Finally, new methods and applications of the theory of fractional derivatives and integrals for the field of control systems are developed. Bearing these ideas in mind, several structures and control algorithms are also compared from the viewpoint of design, robustness and computational implementation easiness.

This dissertation constitutes also a medium to spread and encourage the adoption of the theory of fractional calculus in science and engineering and, particularly, in the field of automatic control systems. In fact, the fractional-order opens a new dimension in almost all areas of the human knowledge, for which the complete understanding of its real impact it is still lacking.