

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELECTROTÉCNICA E DE COMPUTADORES

**Filtros digitais inversos
para a igualização de sistemas
electroacústicos de fase não mínima**

António Avelino de Amorim Marques

Porto, 2005

Dissertação submetida para satisfação dos requisitos do Doutoramento em Engenharia Electrotécnica
e de Computadores

Dissertação realizada sob a orientação
do Professor Doutor Diamantino da Silva Freitas,
do Departamento de Engenharia Electrotécnica e de Computadores
da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

Dedico este trabalho à Cristina,

à Bárbara, ao Frederico

e aos meus pais

Agradecimentos

A realização deste trabalho não seria possível sem a colaboração e apoio de algumas pessoas e os meios disponibilizados por instituições, que por isso merecem uma palavra de agradecimento.

O primeiro agradecimento dirige-se ao Profº Drº Diamantino da Silva Freitas da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto (FEUP), orientador desta dissertação de Doutoramento, por toda a disponibilidade, empenho, participação e apoio demonstrados desde a primeira hora, e sempre, para a consecução bem sucedida deste trabalho.

Agradeço-lhe a sua valiosa orientação científica e as valiosas sugestões que foi propondo durante a sua realização, cuja incorporação permitiu enriquecer o resultado final deste trabalho.

Agradeço-lhe especialmente as suas palavras de apoio, de plena confiança e de incentivo imprescindíveis para vencer as fases as mais difíceis da realização deste trabalho.

A realização deste trabalho seria humanamente mais difícil sem dispensa do serviço docente. O meu agradecimento aos órgãos de gestão do Instituto Superior de Engenharia do Porto (ISEP) pelo esforço e empenhamento na obtenção de apoio do Programa PRODEP para a dispensa do serviço docente.

Agradeço também ao Engº Alberto Sousa Guimarães, à data de início deste trabalho, orientador do meu grupo de disciplinas e Vice-Presidente do Conselho Directivo do Instituto Superior de Engenharia do Porto, todo o apoio e colaboração prestados para que a realização deste trabalho fosse possível.

Merece uma palavra especial de agradecimento o amigo, Rui Araújo, Profº da FEUP.

Para além da constante disponibilidade e interesse manifestados na discussão das soluções contempladas neste trabalho, as suas palavras de constante apoio e de incentivo durante a realização merecem o meu profundo agradecimento.

Aos amigos e colegas José Carlos Barros Oliveira e João Paulo Teixeira manifesto o meu agradecimento por todas as colaborações que prestaram e o meu apreço pelo bom ambiente de trabalho que sempre proporcionaram.

Uma palavra de agradecimento ao colega Helder Ferreira pela sua dedicação à manutenção e actualização dos recursos informáticos do laboratório de Processamento da Fala, Electroacústica, Sinais, e Instrumentação da FEUP onde decorreu a realização deste trabalho.

Uma palavra final de agradecimento à D^a Irene do secretariado do Departamento de Engenharia Electrotécnica e de Computadores da FEUP pelo seu incansável e inexcedível apoio à organização e realização das mais variadas tarefas administrativas afins ao funcionamento do laboratório.

Resumo

Apresenta-se o trabalho realizado sobre o projecto de filtros digitais inversos no domínio do tempo para a igualização da resposta de sistemas electroacústicos (sistemas altifalantes) de fase não mínima.

Propõem-se como objectivo da igualização digital uma resposta no eixo dos sistemas electroacústicos caracterizada por uma resposta nas amplitudes constante e uma resposta de fase linear.

A solução de igualização proposta e preconizada neste trabalho para alcançar este objectivo consiste no pré-processamento do sinal de áudio por um único filtro inverso, que permite corrigir as irregularidades do módulo e linearizar a fase da resposta electroacústica à custa da introdução de um atraso no sistema igualizado.

As principais contribuições do trabalho contemplado nesta dissertação são três.

A primeira, respeita a uma revisão sistematizada do estado da arte sobre o problema do projecto de filtros digitais inversos no domínio do tempo para a igualização de sistemas electroacústicos de fase não mínima. São abordadas e discutidas as soluções de igualização baseadas em filtro inverso de resposta impulsional finita (FIR), em filtro inverso de resposta impulsional infinita (IIR) de fase mínima seguido de filtro FIR igualizador de fase, construídos com base num modelo paramétrico do sistema electroacústico, e em filtro inverso FIR com deformação do eixo das frequências seguido de filtro FIR igualizador de fase.

A segunda, respeita ao desenvolvimento de uma solução inovadora baseada num único filtro inverso de resposta impulsional infinita (IIR) para igualização simultânea do módulo e da fase da resposta de sistemas electroacústicos permitindo menores erros finais de igualização, menores exigências computacionais e introduzindo menores atrasos no sistema igualizado do que a soluções de igualização habitualmente utilizadas.

A terceira, refere-se ao sistema experimental desenvolvido para determinação da resposta de sistemas electroacústicos, necessário à validação e avaliação experimentais da solução de igualização digital preconizada nesta dissertação.

Abstract

This dissertation presents the work that has been done on the inverse filter design problem for the equalization of nonminimum phase loudspeaker systems.

The proposed equalization target is a flat amplitude response and a linear phase response on the main axis of the loudspeaker system.

The loudspeaker's digital equalization solution proposed in this work is based on the pre-processing of the audio signal with one inverse filter, which allows the compensation of irregularities of the magnitude response and the linearization of the phase response, adding a delay in the equalized loudspeaker system.

The main contributions of the work described in this dissertation are three.

The first one, respects to a systematic review of the state of art in the inverse filter design problem in the time domain for the equalization of non-minimum phase loudspeaker systems; the equalization solutions studied are based on inverse Finite Impulse Response (FIR) filter, inverse Infinite Impulse Response (IIR) filter followed by a FIR phase equalizer approach using a loudspeaker pole-zero model, and the inverse Warped FIR filter followed by a FIR phase equalizer. All are outlined, discussed and compared.

The second one, respects to the novel digital equalization solution based on a single inverse IIR filter proposed for the equalization of the response of non-minimum phase loudspeaker systems, allowing lower equalization errors with lower computational requirements and with lower delays on the equalized system, when compared with the most used ones.

The third one, respects to the development of an experimental platform for loudspeaker response measurement, needed to for experimental validation and evaluation of the digital equalization solution proposed in this dissertation.

Résumé

Dans cette dissertation est présenté le travail développé sur le problème de conception de filtres digitaux inverses dans le domaine temporel pour l'égalisation digitale des systèmes électro-acoustiques, une réponse axiale de l'aut-parleur caractérisé par uniformité du gain et une fonction de phase linéaire dans l'intervalle de fréquences de fonctionnement.

La solution adoptée dans ce travail consiste au pré-traitement du signal audio par un filtre inverse qui corrigera les irrégularités du module de la réponse et linéarisera la phase en fonction de la fréquence, introduisant un délai dans le système égalisé qui résulte.

Les principales contributions de ce travail sont trois.

La révision systématique de l'état de l'art sur le problème de conception de filtres digitaux inverses dans le domaine temporel pour l'égalisation de systèmes de phase non-minimale, sont traitées les solutions basées en filtre inverse FIR, en filtre inverse IIR de phase minimale suivi de filtre FIR égalisateur de phase et en filtre FIR inverse avec déformation de l'axe des fréquences suivi de filtre FIR égalisateur de phase.

Une nouvelle solution d'égalisation digitale est proposée pour les systèmes électroacoustiques de phase non-minimale, basée dans un filtre inverse récursif (IIR) pour l'égalisation simultanée du module et de la phase de la réponse en fréquence, avec exigences computationnelles et délai inférieures.

Le développement d'une plateforme expérimentale pour la mesure de la réponse impulsionnelle et de la réponse en fréquence de systèmes électroacoustiques est aussi reporté.

**Filtros digitais inversos
para a igualização de sistemas
electroacústicos de fase não mínima**

António Avelino de Amorim Marques

Porto, 2005

Dissertação submetida para satisfação dos requisitos
do Doutoramento em Engenharia Electrotécnica e de Computadores

Índice

1. Introdução	2
1.1 Introdução	2
1.1.1 Motivação, âmbito e contribuições do trabalho	5
1.2 Organização da dissertação	6
2. Radiadores electroacústicos e sistemas de radiadores electroacústicos. Medição da resposta dos sistemas electroacústicos.....	10
2.1 Introdução	10
2.2 Radiador electroacústico electrodinâmico.....	11
2.2.1 Constituição do radiador electrodinâmico	11
2.2.2 Comportamento acústico de um pistão circular rígido	12
2.2.2.1 Impedância e direccionalidade da radiação de um pistão circular rígido	13
2.2.3 Limitações teóricas na gama de frequências de funcionamento do radiador electrodinâmico	16
2.2.4 Modelização electro-mecânico-acústica do radiador montado numa moldura infinita	17
2.2.4.1 Circuito acústico equivalente	19
2.2.4.2 Circuito eléctrico equivalente.....	21
2.2.4.3 Comportamento às baixas frequências	22
2.2.4.4 Comportamento às altas frequências	23
2.2.5 Distorções não lineares do radiador electrodinâmico	25
2.3 Sistemas de radiadores electroacústicos para reprodução de som – sistemas altifalantes.....	26
2.3.1 Propriedades das caixas às baixas frequências.....	27
2.3.2 Sistema altifalante com caixa fechada	28
2.3.2.1 Efeito da caixa fechada na frequência de ressonância.....	29
2.3.2.2 Comportamento às baixas frequências	30
2.3.2.3 Comportamento às altas frequências	30
2.3.3 Filtros divisores de frequência (<i>crossovers</i>) nos sistemas altifalantes	30
2.3.3.1 Considerações sobre a escolha das frequências de <i>crossover</i>	31
2.3.3.2 Especificações genéricas no projecto de filtros de <i>crossover</i>	32

2.3.3.3	Funções de transferência dos filtros de <i>crossover</i>	33
2.3.3.4	Implicações da não coincidência da origem acústica dos radiadores nos sistemas altifalantes.....	35
2.4	Avaliação objectiva e apreciação psicoacústica (subjectiva) dos sistemas de radiadores electroacústicos.....	37
2.4.1	Relação entre a caracterização objectiva e a apreciação subjectiva.....	38
2.4.2	Audibilidade das anomalias da resposta electroacústica.....	41
2.4.2.1	Audibilidade das irregularidades no módulo da resposta electroacústica.....	41
2.4.2.2	Audibilidade da distorção de fase.....	42
2.5	Medição da resposta electroacústica de sistemas altifalantes	44
2.5.1	Particularidades e dificuldades na medição da resposta electroacústica.....	45
2.5.2	Medição da resposta electroacústica por análise FFT a dois canais	47
2.5.3	Medição da resposta electroacústica usando excitação do tipo impulso.....	49
2.5.4	Medição da resposta electroacústica usando sequências binárias de comprimento máximo.....	49
2.5.5	Medição da resposta electroacústica por excitação sinusoidal com varrimento frequencial linear ou logarítmico crescente no tempo	52
2.5.6	Medição da resposta electroacústica por espectrometria de tempo de atraso.....	54
2.5.7	Medição da resposta electroacústica por excitação sinusoidal pura com varrimento incremental nas frequências.....	55
2.6	Conclusão	56
3.	Caracterização dos sistemas discretos de fase não mínima por análise cepstral. Igualização de sistemas discretos de fase não mínima por aplicação dos seus inversos.....	60
3.1	Introdução	60
3.2	Caracterização de sistemas discretos	61
3.2.1	Causalidade e estabilidade.....	62
3.2.2	Resposta em frequência.....	62
3.2.2.1	Atraso de grupo.....	63
3.2.3	Decomposição de sistemas de fase não mínima	64
3.3	Decomposição homomórfica com base no cepstro complexo	66
3.3.1	Cepstro, fase e causalidade.....	67
3.4	Caracterização de sistemas electroacústicos por decomposição homomórfica ..	69
3.5	Igualização de sistemas de fase não mínima por aplicação de filtros digitais inversos.....	74

3.5.1 Inversão de sistemas discretos de fase não mínima.....	74
3.5.2 Filtros inversos aproximados obtidos por divisão longa.....	76
3.6 Conclusão	80
 4. Projecto de filtros digitais inversos para igualização de sistemas electroacústicos de fase não mínima – estado da arte	 84
4.1 Introdução	84
4.2 Igualização simultânea do módulo e fase da resposta electroacústica por filtro inverso FIR	86
4.2.1 Resultados da igualização da resposta electroacústica de sistemas altifalantes.....	89
4.3 Igualização do módulo da resposta por filtro inverso IIR seguida de igualização de fase por filtro FIR com base em modelo paramétrico do sistema altifalante	93
4.3.1 Modelização paramétrica a partir da resposta impulsional.....	95
4.3.1.1 Modelização paramétrica pelo método de Prony	96
4.3.1.2 Modelização paramétrica pelo método de Steiglitz-McBride.....	98
4.3.1.3 Outros métodos.....	100
4.3.2 Resultados da igualização da resposta electroacústica de sistemas altifalantes.....	100
4.4 Igualização do módulo da resposta por meio de um filtro inverso FIR com deformação do eixo de frequências (<i>Warped FIR</i>) seguida de igualização de fase por filtro FIR.....	105
4.4.1 Resultados da igualização da resposta electroacústica de sistemas altifalantes.....	107
4.5 Conclusão	109
 5. Projecto de filtro digital inverso IIR para igualização de sistemas electroacústicos de fase não mínima – proposta de novo método	 114
5.1 Introdução	114
5.2 Igualização simultânea do módulo e da fase da resposta de sistemas de fase não mínima por filtro inverso IIR.....	115
5.2.1 Função de erro a minimizar.....	116
5.3 Métodos de minimização de uma função de erro quadrático não linear	117
5.4 Gradiente da função de erro.....	119
5.5 Fluxograma do método desenvolvido para projecto de filtro inverso IIR.....	121
5.6 Resultados da igualização da resposta electroacústica de sistemas altifalantes	121

5.7 Conclusão	132
6. Validação experimental da igualização de sistemas electroacústicos de fase não mínima por aplicação de filtros digitais inversos	136
6.1 Introdução	136
6.2 Sistema experimental desenvolvido para medição e igualização de respostas electroacústicas	136
6.2.1 Software	138
6.2.2 Método de medição implementado	138
6.2.3 Caracterização e limitações do hardware utilizado no sistema de medição	139
6.3 Resultados experimentais	141
6.3.1 Medição da resposta electroacústica do sistema altifalante utilizado na validação experimental	142
6.3.2 Igualização da resposta electroacústica por aplicação de filtros inversos IIR e FIR	144
6.4 Conclusão	150
7. Conclusões e perspectivas de evolução e de desenvolvimento futuro	154
7.1 Conclusões	154
7.2 Perspectivas de evolução e desenvolvimento futuro	158
Referências bibliográficas	162
Anexos	175
Anexo A – Atraso de grupo	175
Anexo B – Não linearidade da função de erro quadrático na modelização paramétrica do tipo pólo-zero, segundo a formulação “erro de saída”	177
Anexo C – Características do hardware e do software utilizados no sistema experimental desenvolvido para determinação da resposta electroacústica de sistemas altifalantes	179

Lista de figuras

Figura 2.1 – Constituição do radiador electrodinâmico.....	12
Figura 2.2 – Pistão circular rígido, de raio a , a) montado em moldura infinita b) radiando livremente, c) montado em caixa	13
Figura 2.3 – Partes real e complexa da impedância da radiação de um pistão circular rígido montado em moldura infinita em função de ka	14
Figura 2.4 – Direccionalidade da radiação de um pistão circular rígido montado em moldura infinita para vários valores de ka ([Satoh, 88])	15
Figura 2.5 – Diagrama representativo do diafragma do radiador	16
Figura 2.6 – Diagramas a) da resistência de radiação b) do nível relativo da velocidade volumétrica c) do nível relativo da potência radiada em função da frequência.....	18
Figura 2.7 – Circuito equivalente de um radiador montado numa moldura infinita	18
Figura 2.8 – Circuito acústico equivalente do radiador montado numa moldura infinita	19
Figura 2.9 – Circuito acústico equivalente, simplificado, do radiador montado em moldura infinita	20
Figura 2.10 – Circuito eléctrico equivalente de um radiador montado numa moldura infinita.....	21
Figura 2.11 – Circuito eléctrico equivalente, simplificado, do radiador montado em moldura infinita	22
Figura 2.12 – Curvas da resposta às baixas frequências de um radiador, montado em moldura infinita, tendo como parâmetro o factor de qualidade Q_t	23
Figura 2.13 – Circuito acústico equivalente do radiador montado numa moldura infinita às altas frequências	23
Figura 2.14 – Curva teórica do nível relativo da potência radiada em função da frequência.....	24
Figura 2.15 – Curvas típicas do nível relativo da potência radiada e da pressão acústica em função da frequência destacando o comportamento às altas frequências	24
Figura 2.16 – Distribuição dos modos de vibração de um cone de 21 cm de diâmetro para várias frequências a) 300 Hz, b) 700 Hz, c) 2000 Hz.....	25
Figura 2.17 – Tipos de caixas utilizadas nos sistemas altifalantes: a) caixa fechada b) caixa com ducto c) caixa com radiador passivo.....	27
Figura 2.18 – Circuito acústico equivalente, simplificado, do radiador montado em caixa fechada.....	28
Figura 2.19 – Circuito eléctrico equivalente, simplificado, do radiador montado em caixa fechada.....	29
Figura 2.20 – Configurações possíveis resultantes da intercalação dos filtros de <i>crossover</i> e dos amplificadores de potência: a) uni-amplificação b) tri-amplificação.....	31
Figura 2.21 – Sistema altifalante com possibilidade de deslocamento do radiador de altas frequências para efeitos de alinhamento temporal do conjunto	36

Figura 2.22 – Determinação da origem acústica do radiador.....	36
Figura 2.23 – Constituição de um radiador coaxial ([Tannoy, 04])	37
Figura 2.24 – Módulo da resposta electroacústica no eixo principal e classificação atribuída nos testes de apreciação subjectiva de alguns dos altifalantes utilizados no estudo da referência [Toole, 86b]	40
Figura 2.25 – Sistema linear caracterizado pela resposta impulsional $h(t)$, sujeito ao sinal de entrada $x(t)$ e com sinal de saída $y(t)$	44
Figura 2.26 – Limitação imposta pelas dimensões físicas dos espaços na janela temporal de medição do som directo dos sistemas electroacústicos	46
Figura 2.27 – Esquematização do processamento para determinação da função de transferência por análise FFT a dois canais.....	49
Figura 2.28 – Gerador MLS segundo o polinómio primitivo $x^4 + x^3 + 1$	50
Figura 2.29 – Sequência MLS de ordem 10 com comprimento de 1023 amostras	51
Figura 2.30 – Sequência MLS de ordem 10 a) sequência de autocorrelação b) ampliação mostrando a componente DC da cauda da sequência de autocorrelação	51
Figura 2.31 – Módulo e fase do espectro de uma sequência MLS de ordem 10 supondo uma frequência de amostragem de 44,1 kHz.....	52
Figura 2.32 – Processamento requerido pela espectrometria de tempo de atraso para determinação da resposta impulsional ([Muller, 01]).....	54
Figura 3.1 – Determinação do cepstro complexo para sequências de fase mínima	67
Figura 3.2 – Decomposição em equivalente de fase mínima e passa-tudo	69
Figura 3.3 – Altifalante 2	70
Figura 3.4 – Respostas electroacústicas impulsioneis dos sistemas altifalantes 1 e 2.....	70
Figura 3.5 – Resposta electroacústica em frequência dos sistemas altifalantes 1 e 2.....	71
Figura 3.6 – Atraso de grupo em função da frequência dos sistemas altifalantes 1 e 2.....	71
Figura 3.7 – Respostas impulsioneis da componente equivalente de fase mínima dos sistemas altifalantes 1 e 2.....	71
Figura 3.8 – Respostas impulsioneis da componente passa-tudo dos sistemas altifalante 1 e 2.....	72
Figura 3.9 – Caracterização em frequência da decomposição em componente equivalente de fase mínima e componente passa-tudo: a) resposta em frequência original de fase não mínima b) componente equivalente de fase mínima c) componente passa-tudo (por clareza na representação estas componentes são apresentadas deslocadas, respectivamente, de b) +20 e c) -20 dB)	72
Figura 3.10 – Respostas impulsioneis da componente de fase mínima dos sistemas altifalante 1 e 2.....	73
Figura 3.11 – Respostas impulsioneis da componente de fase máxima dos sistemas altifalante 1 e 2.....	73
Figura 3.12 – Caracterização do comportamento em frequência da decomposição em componente de fase mínima e componente de fase máxima a) resposta em frequência original de fase não mínima b) componente de fase mínima c) componente de fase	

máxima (por clareza na representação estas componentes são apresentadas deslocadas, respectivamente, de b) +20 e c) -20 dB).....	73
Figura 3.13 – À esquerda: resposta em frequência do sistema a igualizar com zero de fase não mínima real ($z=2$); à direita: sistema inverso aproximado	78
Figura 3.14 – Resposta em frequência do sistema igualizado (zero de fase não mínima real $z=2$)	78
Figura 3.15 – Resposta impulsional do a) sistema a igualizar (zero de fase não mínima real $z=2$) b) sistema inverso c) sistema igualizado.....	79
Figura 3.16 - Pólos e zeros: à esquerda - sistema a inverter; à direita - sistema inverso aproximado.....	79
Figura 3.17 – À esquerda: resposta em frequência do sistema a igualizar com zero de fase não mínima real ($z=1,2$); à direita: sistema inverso aproximado	80
Figura 3.18 – Resposta em frequência do sistema igualizado (zero de fase não mínima real $z=1,2$)	80
Figura 3.19 – Resposta impulsional a) sistema a igualizar (zero de fase não mínima real $z=1,2$) b) sistema inverso c) sistema igualizado.....	81
Figura 3.20 – Pólos e zeros: à esquerda - sistema a inverter; à direita - sistema inverso aproximado.....	81
Figura 4.1 – Projecto de filtro FIR por modelização inversa com atraso de modelização	87
Figura 4.2 – Resposta impulsional do a) altifalante a igualizar b) filtro inverso c) altifalante igualizado.....	91
Figura 4.3 – Erro em função do atraso de modelização a) altifalante 1 b) altifalante 2.....	91
Figura 4.4 – Resposta impulsional do a) altifalante a igualizar b) altifalante a igualizar (em dB) c) altifalante igualizado d) altifalante igualizado (em dB).....	91
Figura 4.5 – Resposta (electroacústica) em frequência do a) altifalante a igualizar b) filtro inverso FIR c) altifalante igualizado	92
Figura 4.6 – Modelização paramétrica a partir da resposta impulsional $h(n)$	95
Figura 4.7 – Resultado da modelização paramétrica pelo método de Steiglitz-McBride de ordem 24/24, a partir da resposta impulsional do altifalante 1 (à esquerda no domínio do tempo e à direita na frequência): a) do altifalante b) do modelo paramétrico	101
Figura 4.8 – Mapa de pólos e zeros do modelo de ordem 24/24 obtido a partir da resposta impulsional do altifalante 1	101
Figura 4.9 – Mapa de pólos e zeros da parte equivalente de fase mínima e da parte passado do modelo de ordem 24/24 do altifalante 1	102
Figura 4.10 – À esquerda: resposta impulsional a) altifalante a igualizar b) altifalante a igualizar (em dB) c) altifalante igualizado d) altifalante igualizado (em dB). À direita: resposta em frequência: a) altifalante a igualizar b) igualização do módulo c) igualização do módulo e da fase	102
Figura 4.11 – À esquerda: resposta em frequência a) altifalante 1 b) modelo paramétrico de ordem 48/48. À direita: resposta em frequência a) altifalante 2 b) modelo paramétrico de ordem 48/48.....	103

Figura 4.12 – Resposta impulsional dos altifalantes 1 e 2: a) altifalante a igualizar b) altifalante a igualizar (em dB) c) altifalante igualizado d) altifalante igualizado (em dB).....	103
Figura 4.13 – Resposta em frequência a) altifalante a igualizar (a do altifalante 2 está deslocada de -20 dB) b) igualização do módulo (deslocada 20 dB) c) igualização do módulo e da fase	104
Figura 4.14 – Estrutura de realização de um filtro FIR com deformação do eixo de frequências.....	106
Figura 4.15 – Deformação do eixo das frequências para vários valores λ	106
Figura 4.16 – Resposta impulsional do altifalante 1 e 2 a) altifalante a igualizar b) altifalante a igualizar (em dB) c) altifalante igualizado d) altifalante igualizado (em dB) (WFIR 128 + FIR 128).....	107
Figura 4.17 – Resposta em frequência a) altifalante a igualizar b) igualização do módulo c) igualização do módulo e da fase (WFIR 128 com FIR 128).....	108
Figura 4.18 – Resposta em frequência a) altifalante a igualizar b) igualização do módulo c) igualização do módulo e da fase (WFIR 128 com FIR 256).....	109
Figura 5.1 – Formulação da modelização inversa para determinação de filtro inverso IIR	115
Figura 5.2 – Fluxograma do método de projecto de filtro inverso IIR	122
Figura 5.3 – Representação do valor eficaz do erro quadrático para filtros inversos com 64 zeros em função do número de pólos e do atraso, para o altifalante 1	123
Figura 5.4 – Representação parcial da superfície do erro de aproximação no projecto de filtros inversos com 64 zeros e com pólos entre 39 e 41, em função do atraso, para o altifalante 1	124
Figura 5.5 – Representação do erro de aproximação no projecto de filtro inverso com 64 zeros e 40 pólos em função do atraso, para o altifalante 1	125
Figura 5.6 – Mapa dos pólos e zeros do filtro inverso de ordem 64/40 obtido com um atraso de 34 amostras, para o altifalante 1.....	125
Figura 5.7 – À esquerda: resposta impulsional a) altifalante a igualizar b) altifalante a igualizar (em dB) c) altifalante igualizado d) altifalante igualizado (em dB). À direita: resposta em frequência a) altifalante a igualizar b) b) filtro inverso c) igualização do módulo e da fase	126
Figura 5.8 – Mapa dos pólos e zeros do filtro inverso de ordem 64/40 obtido com um atraso de 45 amostras, para o altifalante 1.....	126
Figura 5.9 – À esquerda: resposta impulsional a) altifalante a igualizar b) altifalante a igualizar (em dB) c) altifalante igualizado d) altifalante igualizado (em dB). À direita: resposta em frequência a) altifalante a igualizar b) filtro inverso c) igualização do módulo e da fase	127
Figura 5.10 – Mapa dos pólos e zeros do filtro inverso de ordem 64/40 obtido com um atraso de 77 amostras, para o altifalante 1.....	127
Figura 5.11 – À esquerda: resposta impulsional a) altifalante a igualizar b) altifalante a igualizar (em dB) c) altifalante igualizado d) altifalante igualizado (em dB). À direita: resposta em frequência a) altifalante a igualizar b) filtro inverso c) igualização do módulo e da fase	127

Figura 5.12 – À esquerda: representação do erro de aproximação no projecto de filtro inverso FIR em função do comprimento; à direita: representação do valor do atraso em função do comprimento do filtro FIR (altifalante 1)	128
Figura 5.13 – Representação do erro de aproximação no projecto de filtro inverso FIR com comprimento 105 em função do atraso, para o altifalante 1	129
Figura 5.14 – À esquerda: resposta impulsional a) altifalante a igualizar b) altifalante a igualizar (em dB) c) altifalante igualizado d) altifalante igualizado (em dB). À direita: resposta em frequência a) altifalante a igualizar b) filtro inverso c) igualização do módulo e da fase.....	129
Figura 5.15 – Representação parcial da superfície do erro de aproximação no projecto de filtros inversos com 64 zeros e com pólos entre 61 e 63, em função do atraso, para o altifalante 1	130
Figura 5.16 – Representação do erro de aproximação no projecto de filtro inverso com 64 zeros e 62 pólos em função do atraso, para o altifalante 1	131
Figura 5.17 – Mapa dos pólos e zeros do filtro inverso de ordem 64/62 obtido com um atraso de 63 amostras, para o altifalante 1	131
Figura 5.18 – À esquerda: resposta impulsional a) altifalante a igualizar b) altifalante a igualizar (em dB) c) altifalante igualizado d) altifalante igualizado (em dB). À direita: resposta em frequência a) altifalante a igualizar b) filtro inverso c) igualização do módulo e da fase.....	132
Figura 6.1 – Diagrama de blocos do sistema experimental desenvolvido para medição e igualização da resposta de sistemas electroacústicos	137
Figura 6.2 – Resposta impulsional do sistema de medição com <i>Sample and Hold</i> e sem filtros antialiasing	139
Figura 6.3 – Resposta impulsional e em frequência do filtro antialiasing 1.....	141
Figura 6.4 – Resposta impulsional e em frequência do filtro antialiasing 2.....	141
Figura 6.5 – Resultado (em dB) do quociente dos espectros dos sinais de saída dos dois filtros antialiasing quando excitados com o mesmo sinal de entrada.....	141
Figura 6.6 – Resposta electroacústica impulsional do sistema altifalante.....	142
Figura 6.7 – Resposta electroacústica impulsional relativa ao som directo do sistema altifalante.....	143
Figura 6.8 – Atraso de grupo da resposta electroacústica do sistema altifalante	143
Figura 6.9 – Representação do valor eficaz do erro quadrático de aproximação no projecto de filtros inversos com 64 zeros em função do número de pólos e do atraso.....	145
Figura 6.10 – Representação parcial do valor eficaz do erro quadrático de aproximação no projecto de filtros inversos com 64 zeros e com pólos entre 59 e 61, em função do atraso.....	145
Figura 6.11 – Representação parcial do valor eficaz do erro quadrático de aproximação no projecto de filtros inversos com 64 zeros e com pólos entre 61 e 63, em função do atraso.....	146
Figura 6.12 – Representação parcial do valor eficaz do erro quadrático de aproximação no projecto de filtros inversos com 64 zeros e com 60 pólos em função do atraso.....	146
Figura 6.13 – Mapa dos pólos e zeros do filtro inverso IIR de ordem 64/60 obtido com um atraso de 74 amostras.....	147

Figura 6.14 – À esquerda: resposta impulsional a) altifalante a igualizar b) altifalante igualizado. À direita: resposta em frequência a) a igualizar b) do filtro inverso IIR c) igualizada.....	148
Figura 6.15 – À esquerda: resposta impulsional a) altifalante a igualizar b) altifalante igualizado. À direita: resposta em frequência: a) a igualizar b) do filtro inverso FIR c) igualizada.....	148
Figura 6.16 – À esquerda: resposta impulsional do altifalante igualizado. À direita: resposta em frequência a) altifalante a igualizar b) altifalante igualizado	149
Figura 6.17 – À esquerda: resposta impulsional do altifalante igualizado. À direita: resposta em frequência a) altifalante a igualizar b) altifalante igualizado	149
Figura B1 – Modelização paramétrica de um sistema a partir da sua resposta impulsional.....	177
Figura C1 – Fotografia dos principais componentes do sistema experimental	179
Figura C2 – Fotografia do sistema altifalante utilizado na avaliação experimental da igualização de respostas electroacústicas	180

Lista de tabelas

Tabela 4.1 – Resultados da igualização da resposta dos altifalantes 1 e 2 por filtro inverso FIR	92
Tabela 4.2 – Resultados da igualização da resposta dos altifalantes 1 e 2 por filtro IIR de fase mínima seguido de filtro FIR para igualização da fase	104
Tabela 4.3 – Resultados da igualização da resposta dos altifalantes 1 e 2 por filtro IIR de fase mínima com redução do comprimento do filtro FIR para igualização da fase	105
Tabela 4.4 – Resultados da igualização da resposta dos altifalantes 1 e 2 por filtro WFIR seguido de filtro FIR para igualização da fase	108
Tabela 4.5 – Resultados da igualização da resposta dos altifalantes 1 e 2 por filtro WFIR com aumento do comprimento do filtro FIR para igualização da fase.....	109
Tabela 4.6 – Comparação dos resultados da igualização da resposta do altifalante 1	111
Tabela 4.7 – Comparação dos resultados da igualização da resposta do altifalante 2	111
Tabela 5.1 – Resultados da igualização da resposta do altifalante 1 por filtro inverso IIR de ordem 64/40	129
Tabela 5.2 – Comparação dos resultados da igualização da resposta do altifalante 1 por filtro inverso IIR de ordem 64/40 e por filtro FIR, para o mesmo erro de igualização.....	130
Tabela 5.3 – Resultados da igualização da resposta do altifalante 1 por filtro inverso IIR de ordem 64/62	132
Tabela 5.4 – Comparação dos resultados da igualização da resposta do altifalante 1 por filtro inverso IIR de ordem 64/62 e por filtro FIR, para o mesmo erro de igualização.....	132
Tabela 6.1 – Comparação dos resultados da igualização da resposta electroacústica por filtro inverso IIR e FIR	147
Tabela 6.2 – Comparação dos resultados experimentais da igualização por filtro inverso IIR e FIR	150

Lista de abreviaturas

DFT - Transformada Discreta de Fourier (*Discrete Fourier Transform*)

FFT - Transformada Rápida de Fourier (*Fast Fourier Transform*)

FIR - Filtro digital com resposta impulsional finita (*Finite Impulse Response*)

IDFT - Transformada Inversa Discreta de Fourier (*Inverse Discrete Fourier Transform*)

IIR - Filtro digital com resposta impulsional infinita (*Infinite Impulse Response*)

MLS - Sequência de comprimento máximo (*Maximum Length Sequence*)

SPL - Nível relativo da pressão acústica (*Sound Pressure Level*)

WFIR - Filtro digital FIR com deformação do eixo de frequências (*Warped FIR*)

Capítulo 1

Introdução

1.Introdução

1.1 Introdução

A qualidade da reprodução sonora nos equipamentos de áudio tem melhorado substancialmente com o recurso, especialmente, às tecnologias digitais, às técnicas de processamento digital de sinais e aos refinamentos construtivos de alguns dos seus elementos.

No entanto a fidelidade da reprodução do sinal de áudio em som pelos radiadores electroacústicos e pelos sistemas de radiadores electroacústicos – sistemas altifalantes - continua a ser um factor condicionador e determinante para a qualidade objectiva e subjectiva do som reproduzido.

Os sistemas de electroacústicos de reprodução do som constituídos por mais do que um radiador electrodinâmico caracterizam-se na sua zona de funcionamento linear muitas vezes por uma resposta nas amplitudes desigual na faixa de frequências de interesse e uma fase típica dos sistemas de fase não mínima ([Mourjopoulos, 82], [Hawksford, 97]).

Lipshitz e Vanderkooy ([Lipshitz, 82]) afirmam que os radiadores electrodinâmicos individualmente revelam em geral um comportamento de fase mínima dentro da sua gama de frequências de funcionamento. Afirmam todavia que os sistemas electroacústicos revelam um considerável excesso de fase em especial na faixa das médias frequências.

Afirmam que este comportamento reside em três áreas do projecto e construção dos sistemas electroacústicos.

Primeiro, a maioria dos divisores de frequência (*filtros de crossover*) utilizados, activos ou passivos, quando combinados para a construção de sistemas altifalantes não geram uma saída de fase mínima ainda que individualmente o sejam.

Em segundo lugar, se o radiador de altas frequências funciona próximo da frequência fundamental de ressonância do cone, a sua fase deve ser considerada no projecto e realização do filtro de crossover de forma a obter uma resposta nas fases adequada na região de crossover, facto que nem sempre o é.

Por último afirmam que o facto dos radiadores estarem separados fisicamente nos sistemas electroacústicos pode introduzir erros de alinhamento temporal que afectam a adição dos sinais acústicos, em especial, na região frequencial de crossover, não só nas amplitudes como nas fases da resposta electroacústica.

As desigualdades da resposta nas amplitudes dos sistemas altifalantes resultam também do comportamento do diafragma dos radiadores electrodinâmicos. O diafragma às frequências altas não se comporta como uma pistão rígido ([Rossi, 86]), mas sim como uma superfície com diferenciados modos de vibração que se traduzem também em irregularidades na amplitude da resposta em frequência.

Esta caracterização dos sistemas electroacústicos na sua zona de funcionamento linear manifesta-se no som reproduzido, obviamente, em desigualdades de amplitude notórias na reprodução das frequências do sinal de áudio e em distorção de fase.

Desvios no módulo da resposta electroacústica nas frequências, relativamente a uma constante, superiores a ± 5 dB são facilmente identificáveis em altifalantes comerciais de qualidade média.

A avaliação objectiva dos sistemas altifalantes mostra que anomalias associadas à distorção linear da resposta electroacústica, no eixo principal, são correlacionáveis com os resultados da apreciação psicoacústica.

Os estudos sobre a audibilidade das irregularidades do módulo da resposta electroacústica dos sistemas altifalantes apontam no sentido de que estas são perceptíveis e que contribuem decisivamente para a apreciação subjectiva da qualidade da reprodução do som ([Bücklein, 81], [Toole, 86]).

Mostram também que os sistemas altifalantes com as respostas electroacústicas em frequência mais planas, suaves e extensas são os que obtêm melhor classificação na apreciação subjectiva dos ouvintes/auditores.

A audibilidade da distorção de fase devido ao afastamento duma resposta de fase linear parece, todavia, não ser consensual. Os resultados de alguns trabalhos sugerem que estes efeitos são quase imperceptíveis ([Lipshitz, 82]). Os resultados de outros trabalhos permitem afirmar que a correcção da distorção de fase tem efeito na apreciação subjectiva da som reproduzido ainda que de forma subtil ([Greenfield, 90b]). Um outro estudo ([Johansen, 96]) afirma que os efeitos da distorção de fase são audíveis e afirma que a correcção da resposta em fase deve ser realizada. Pese embora esta ausência de consenso sobre a sua audibilidade, é todavia inegável que a distorção de fase afecta o som reproduzido.

Um outro aspecto que merece referência, ainda que não seja objecto do presente trabalho, respeita aos efeitos das não linearidades no funcionamento dos sistemas electroacústicos. Os radiadores electroacústicos introduzem distorções não lineares, assinaláveis em algumas condições da utilização, de difícil identificação, caracterização e modelização. Este comportamento não linear manifesta-se, entre outras formas, em distorções harmónicas e em fenómenos de intermodulação que degradam o som reproduzido ([Klippel, 92], [Klippel, 05]).

A correcção ou compensação da distorção linear da resposta electroacústica dos sistemas altifalantes é designada, normalmente e genericamente, igualização. Com a igualização no eixo principal dos sistemas altifalantes procura-se habitualmente módulos da resposta constantes (resposta plana) e uma resposta em fase linear, na faixa de frequência de interesse.

A correcção digital das irregularidades do módulo da resposta e a linearização da fase da resposta em frequência pode ser realizada por pré-processamento através de um único filtro inverso. Este filtro inverso realiza a função de transferência do sistema inverso do sistema a compensar (a igualizar).

A ideia não é nova e é simples.

Todavia a simplicidade da ideia comporta dificuldades consideráveis na determinação dos sistemas inversos adequados dado o comportamento de fase não mínima dos sistemas electroacústicos.

Os sistemas de fase não mínima não têm sistemas inversos exactos ([Oppenheim, 89]), sendo apenas possíveis sistemas inversos aproximados ("*delayed inverse filter*"), à custa da introdução de um atraso no sistema igualizado ([Widrow, 85]). A ordem de grandeza deste atraso deve ser aceitável face à aplicação e utilização do sistema em igualização.

Acresce também ao referido, que a ordem do filtro inverso necessário à qualidade da igualização pretendida é em geral elevada. No caso do processamento em tempo real, ordens

elevadas dos filtros inversos significam maiores exigências computacionais na sua implementação. A elevadas ordens dos filtros estão associados também, normalmente, maiores atrasos no sistema igualizado.

A dificuldade deste problema tem sido motivo de interesse para a realização de inúmeros trabalhos sobre a determinação de filtros inversos aplicados à igualização de respostas (de sistemas de electroacústicas) de fase não mínima.

Um primeiro relato da aplicação de inversos à igualização de sistemas electroacústicos é feito por Mourjopoulos na referência [Mourjopoulos, 82] em que descreve a metodologia seguida no projecto no domínio do tempo de filtros de resposta impulsional finita (FIR), segundo um critério de mínimo do erro quadrático, para cada valor do atraso do sistema igualizado.

Este trabalho desenvolvido no grupo de investigação de Som e Vibração da Universidade de Southampton foi não só posteriormente continuado pelo próprio ([Mourjopoulos, 88], [Hatziantoniou, 04]) como também serviu de fio condutor a vários trabalhos publicados por aquele grupo desde então ([Elliott, 89], [Hashemi, 96], [Kirkeby, 99], [Papadopoulos, 02]), explorando também a vertente adaptativa da filtragem inversa FIR.

Outros relatos recentes de trabalhos versando métodos de projecto de filtros inversos do tipo FIR, sem o propósito particular de serem aplicados a respostas electroacústicas, são os de Tuncer ([Tuncer, 04], [Tuncer, 05]) que propõem uma resolução alternativa mais expedita e optimizada para encontrar os valores dos coeficientes do filtro e do atraso que permitem o menor erro de aproximação.

A solução de igualização de respostas electroacústicas baseada em filtro inverso FIR é a mais utilizada ([Kuriyama, 89], [Gross, 98], [Karjalainen, 99], [Tsakiris, 05]), porque conduz a um problema de minimização de uma função de erro linear nos coeficientes do filtro cuja solução proporciona bons resultados, geralmente com filtros de elevada ordem introduzindo elevados atrasos no sistema igualizado.

O desenvolvimento de uma alternativa a este tipo de solução de igualização baseada em filtro FIR deve-se a Greenfield e Hawksford da Universidade de Essex ([Greenfield, 90], [Hawksford, 97]) que propuseram um filtro inverso de resposta impulsional infinita (IIR) para realizar a igualização nas amplitudes e um filtro FIR para realizar a igualização de fase, tendo em vista também a obtenção ganhos computacionais. Estes filtros são projectados com base num modelo paramétrico do sistema altifalante, obtido a partir da sua resposta impulsional electroacústica.

Este método de projecto do filtro inverso permite também boas soluções de igualização ainda que à custa de dois filtros ([Potchinkov, 98], [Leinz, 02]).

Outras variantes aos tipos de filtros referidos são por exemplo os filtros projectados com deformação do eixo de frequências (*Warped Filters*), de forma a privilegiar determinada parte da faixa de frequências, habitualmente as baixas frequências. Proporcionam benefícios na redução da ordem dos filtros quando se considera apenas a igualização das amplitudes da resposta electroacústica ([Karjalainen, 99], [Harma, 00], [Wang, 01]).

Os benefícios da incorporação e aplicação de técnicas digitais de processamento de sinal, potenciadas pelo crescente desenvolvimento tecnológico verificado dos suportes de implementação digital, designadamente nos microprocessadores de sinal, é patente já há algum tempo nos produtos de alguns fabricantes de sistemas electroacústicos, nomeadamente na realização digital dos filtros de *crossover* ([Wilson, 89], [Meridian, 01]) e na realização de correcção digital por incorporação, por exemplo, de igualizador do tipo gráfico ([Alesis, 03]).

Este mercado emergente tem justificado também o aparecimento de suportes de implementação baseados em microprocessador de sinal ([Analog, 02]) à medida das necessidades dos fabricantes de sistemas de áudio e dos fabricantes de sistemas altifalantes.

Embora se registre há algum tempo a existência de trabalhos publicados por autores próximos de fabricantes de sistemas altifalantes explorando a aplicação da igualização digital por pré-filtragem pelo inverso da resposta do sistema, nomeadamente [Greenfield, 90], [Wilson, 91], [Yashima, 95], [Meridian, 01], que adiante se descrevem com mais detalhe, só há muito pouco tempo esta parece ter atraído realmente a atenção e o interesse de alguns deles considerando os trabalhos publicados recentemente debruçando-se sobre as potencialidades da aplicação desta solução de igualização ([Gunness, 05], [Tsakiris, 05]).

1.1.1 Motivação, âmbito e contribuições do trabalho

A dificuldade do problema da determinação de filtros digitais inversos adequados à igualização da resposta temporal dos sistemas de fase não mínima, em particular para igualização da resposta de sistemas electroacústicos de fase não mínima, é o principal motivo que justifica e sustenta a realização do trabalho que se apresenta nesta dissertação.

Este problema e o seu correspondente enquadramento determinaram por isso, desde o início, o âmbito e a linha prosseguida na realização deste trabalho, quer na identificação do estado arte quer na identificação e exploração de possibilidades de inovação.

O trabalho contemplado incide substancialmente no estudo, domínio, desenvolvimento e aplicação de técnicas de processamento de sinal afins ao projecto de filtros digitais inversos, tendo em vista a igualização de sistemas (electroacústicos) de fase não mínima.

Sendo este o tema motivador do trabalho, no entanto, não é incorrecto associar-lhe a possibilidade de abranger na esfera do conhecimento a extensa realidade científica e técnica do projecto, realização e avaliação de sistemas electroacústicos, objectos de aplicação dos métodos de projecto de filtros inversos estudados, desenvolvidos e relatados nesta dissertação.

Para além da sistematização apresentada sobre o problema de projecto de filtros inversos para sistemas de fase não mínima, a principal contribuição resultante do trabalho realizado é um novo método de igualização da resposta electroacústica de sistemas altifalantes baseada no projecto no domínio do tempo de um único filtro do tipo IIR que realiza o inverso da resposta a igualizar.

O método desenvolvido e proposto para o projecto deste filtro, com uma formulação do tipo “erro de saída”, recorre à aplicação de métodos especializados de minimização de funções de erro quadrático, não lineares, nomeadamente o método de Levenberg-Marquardt e de Gauss-Newton.

Este método de projecto de filtro inverso IIR permite obter soluções de igualização de sistemas electroacústicos de fase não mínima com menor erro de igualização e menor atraso no sistema igualizado. A contrapartida é uma abordagem de projecto menos imediata do que à associada ao projecto de filtro inverso do tipo FIR.

O sistema experimental desenvolvido para determinação de respostas electroacústicas, tendo por objectivo permitir validar experimentalmente a solução preconizada nesta dissertação para a igualização da resposta de sistemas electroacústicos, é também um contributo relevante do trabalho realizado.

1.2 Organização da dissertação

A dissertação encontra-se organizada com o objectivo de permitir expor de forma sistematizada os aspectos teóricos e práticos relativos ao projecto de filtros digitais inversos para a igualização de sistemas (electroacústicos) de fase não mínima e por forma a realçar os resultados mais importantes alcançados com a realização deste trabalho.

A dissertação está organizada em sete capítulos, sendo o último dedicado às conclusões e futuros desenvolvimentos.

No segundo capítulo apresentam-se e discutem-se de forma abrangente os aspectos mais relevantes sobre os sistemas de reprodução de som que utilizam radiadores electroacústicos electrodinâmicos. Destacam-se em particular os mecanismos e as causas que justificam as anomalias verificadas na resposta electroacústica dos sistemas altifalantes.

Com este propósito, apresenta-se a constituição do radiador electrodinâmico, justifica-se a característica de banda limitada típica deste tipo de radiador e referem-se os principais mecanismos que motivam a distorção linear e não linear que nele se verifica.

Descreve-se seguidamente a constituição dos sistemas altifalantes dando particular atenção às funções de transferência habitualmente utilizadas nos filtros de *crossover* que justificam a característica de fase não linear da resposta electroacústica, típica dos sistemas de fase não mínima.

São apresentadas também neste capítulo as principais características utilizadas na avaliação objectiva dos sistemas altifalantes e estabelece-se a conexão de algumas delas com os resultados obtidos nos testes de apreciação psicoacústica com ouvintes/auditores. Ainda nesta secção, sistematizam-se os principais resultados conhecidos sobre a avaliação da audibilidade das irregularidades no módulo e da distorção de fase da resposta electroacústica dos sistemas altifalantes.

A última secção do segundo capítulo é dedicada aos principais métodos utilizados na medição de respostas electroacústicas, nomeadamente, com sinais de excitação de tipo impulsional, sequências de comprimento máximo e sinais sinusoidais com frequência modulada linear e logaritmicamente no tempo, por espectrometria de tempo de atraso e por análise FFT a dois canais.

O terceiro capítulo desta dissertação tem como objectivo introduzir os conceitos fundamentais associados aos sistemas discretos de fase não mínima e apresentar o problema da igualização destes sistemas por aplicação dos seus inversos.

Apresentam-se a terminologia e os conceitos fundamentais associados aos sistemas discretos dando particular atenção à caracterização de sistemas de fase não mínima.

De seguida introduz-se a definição de cepstro complexo e ilustra-se a sua utilização na decomposição homomórfica dos sistemas de fase não mínima. Esta ferramenta de análise (análise cesptral) é então utilizada na caracterização da resposta impulsional electroacústica de dois sistemas altifalantes, destacando as suas características de fase não mínima.

Por último neste capítulo apresenta-se o problema da determinação e aplicação dos sistemas inversos para igualização dos sistemas discretos de fase não mínima. Destacam-se as principais características e dificuldades desta solução de igualização recorrendo à aplicação de sistemas inversos determinados pelo método da divisão longa.

O quarto capítulo retrata o estado da arte relativo aos métodos de projecto de filtros digitais inversos para a igualização de sistemas altifalantes de fase não mínima, considerando simultaneamente o módulo e a fase da resposta electroacústica.

Os métodos de projecto apresentados são os de filtro inverso do tipo FIR, de tipo IIR para igualização do módulo combinado com filtro FIR para igualização da fase da resposta com base em modelo paramétrico do altifalante e, por último, o de tipo FIR (ou IIR) com deformação do eixo de frequências.

A descrição do sistema altifalante por modelo paramétrico, utilizada na aplicação do segundo método de projecto referido, é obtida por aplicação dos métodos de modelização no domínio do tempo de *Prony* e de *Steiglitz-McBride*. Com o propósito de enquadrar estes métodos de modelização, apresenta-se também o problema da modelização paramétrica de sistemas com base na resposta impulsional.

Os métodos de projecto de filtros digitais inversos referidos são caracterizados quanto ao erro final do sistema igualizado (relativamente ao pretendido), à ordem das soluções de filtragem e ao atraso que introduzem no sistema igualizado.

Apresentam-se e discutem-se também os resultados obtidos com a aplicação de filtros digitais inversos projectados com as técnicas referidas na igualização da resposta electroacústica impulsional, no eixo principal, no campo distante, de dois sistemas altifalantes, uniamplificados.

No quinto capítulo da dissertação apresenta-se uma nova abordagem à igualização de sistemas electroacústicos de fase não mínima baseada na aplicação de filtro inverso do tipo IIR, projectado no domínio do tempo.

Apresenta-se a formulação proposta e utilizada para a resolução do problema do projecto de filtros inversos IIR de sistemas de fase não mínima, do tipo “erro de saída” segundo um critério de mínimo do erro quadrático.

Destaca-se o carácter não linear da função de erro resultante deste tipo de formulação do problema relativamente aos coeficientes do filtro e ao atraso necessário para a obtenção de soluções causais; neste contexto apresentam-se os métodos especializados habitualmente considerados e utilizados na minimização deste tipo funções, nomeadamente o método de Gauss-Newton e de Levenberg-Marquardt.

Apresenta-se então de seguida o fluxograma do método desenvolvido para o projecto de filtros inversos IIR.

Os resultados da aplicação de filtros inversos IIR projectados com este método na igualização da resposta electroacústica de sistemas altifalantes são comparados com os obtidos com a aplicação de filtros inversos do tipo FIR. Destaca-se a vantagem deste novo método na obtenção de soluções de igualização de sistemas electroacústicos de fase não mínima, com menor erro de igualização e com menor atraso do sistema igualizado.

A validação experimental da solução de igualização de sistemas electroacústicos preconizada nesta dissertação é apresentada no sexto capítulo. Com este objectivo procedeu-se à igualização de um sistema altifalante, real, de duas vias, utilizando um sistema experimental desenvolvido para medição e igualização electroacústica.

Nas secções iniciais deste capítulo, descreve-se e caracteriza-se o sistema experimental desenvolvido para a medição de respostas electroacústicas que utiliza como excitação sequências de comprimento máximo.

Nas restantes secções deste capítulo são apresentados os resultados relativos quer ao projecto de filtros inversos do tipo IIR quer aos resultados experimentais da sua aplicação na igualização electroacústica de um sistema altifalante.

Estes resultados são comparados com os obtidos com soluções de igualização baseadas em filtro inverso do tipo FIR, quanto ao erro de igualização e ao atraso no sistema igualizado.

O sétimo e último capítulo, resume os principais resultados alcançados com a realização do trabalho relatado nesta dissertação e perspectiva a sua continuidade e evolução.

Capítulo 2

Radiadores e sistemas de radiadores electroacústicos Medição da resposta dos sistemas electroacústicos

2. Radiadores electroacústicos e sistemas de radiadores electroacústicos. Medição da resposta dos sistemas electroacústicos

2.1 Introdução

Os sistemas electroacústicos para reprodução do som, vulgarmente designados sistemas altifalantes, utilizam um ou mais radiadores/transdutores electroacústicos que convertem a energia eléctrica do sinal de áudio em energia acústica (sonora). Estes sistemas idealmente devem converter o sinal eléctrico – sinal de áudio – em som de forma fiel, isto é, sem alterar em amplitude e em fase o seu conteúdo frequencial (20 Hz a 20 kHz) e sem introduzir distorção não linear.

Os radiadores electroacústicos mais utilizados nos sistemas altifalantes baseiam o seu princípio de funcionamento na conversão electrodinâmica da energia eléctrica em energia sonora sendo por isso vulgarmente designados radiadores electrodinâmicos (*electrodynamic driver*). A simplicidade do princípio de funcionamento do radiador electrodinâmico e a sua robustez justificam a sua presença dominante nos sistemas de reprodução sonora.

Estes radiadores caracterizam-se normalmente por uma limitada banda de frequências de funcionamento, insuficiente para que um único radiador reproduza fielmente todo o conteúdo frequencial do sinal de áudio. Assim encontram-se radiadores destinados à reprodução da faixa de baixas frequências, designados *woofers*, radiadores para a reprodução da faixa de médias frequências (*midrange* ou *squaker*) e radiadores para reprodução do extremo superior da faixa de frequências (*tweeter*) do sinal de áudio.

Por esta razão é frequente que os sistemas de reprodução de som tenham mais do que um radiador electroacústico para permitir uma regular reprodução em toda a faixa de áudio, sendo por isso designados também sistemas multivia. Para o efeito estes sistemas utilizam um ou mais filtros que dividem o sinal de áudio em faixas de frequência adequadas aos radiadores que as irão reproduzir. Estes filtros divisores de frequência são habitualmente designados filtros de *crossover* ou *crossovers*.

Dada esta constituição dos sistemas multivia, as características dos radiadores utilizados, a combinação adequada destes com os filtros de *crossover* e a forma e o tipo de caixa utilizada na montagem dos radiadores revelam-se factores determinantes na resposta electroacústica final do conjunto e na fidelidade do som reproduzido por estes sistemas.

Todavia as não idealidades de todos os componentes (radiadores, filtros, etc) aliadas às limitações resultantes da sua integração no conjunto altifalante colocam dificuldades no projecto e realização destes sistemas pelo que é frequente, e até admissível, que estes sistemas introduzam distorção nas amplitudes e nas fases ao reproduzirem acusticamente o sinal de áudio. O grau de audibilidade dos efeitos desta distorção, colorindo o som reproduzido, é decisivo no resultado da apreciação subjectiva estabelecido pelos ouvintes destes sistemas altifalantes.

Neste capítulo apresentam-se e discutem-se de forma abrangente os aspectos mais relevantes sobre os sistemas de reprodução sonora, que utilizam radiadores electroacústicos

electrodinâmicos, dando particular ênfase aos mecanismos e às causas que justificam anomalias na resposta electroacústica verificadas nos sistemas altifalantes.

Apresenta-se a constituição do radiador electrodinâmico, justifica-se a característica de banda limitada típica deste tipo de radiador e referem-se os principais mecanismos que motivam a distorção linear e não linear que nele se verifica.

No seu seguimento, descreve-se a constituição dos sistemas altifalantes multivia dando particular atenção as funções de transferência habitualmente utilizadas nos filtros de *crossover* que justificam a característica de fase não linear da resposta electroacústica, típica dos sistemas de fase não mínima.

Apresenta-se também o conjunto de características utilizadas na avaliação objectiva destes sistemas e estabelece-se a conexão de algumas delas com os resultados da apreciação psicoacústica estabelecida pelos ouvintes/auditores. Sistematizam-se ainda os resultados conhecidos sobre a avaliação da audibilidade das irregularidades no módulo e da distorção de fase da resposta electroacústica dos sistemas altifalantes.

Finaliza-se o capítulo apresentando os principais métodos utilizados na medição da resposta de sistemas electroacústicos.

2.2 Radiador electroacústico electrodinâmico

A primeira patente sobre o radiador electrodinâmico remonta a 1877 por Cuttriss e Redding, imediatamente após a invenção do telefone, todavia o real ímpeto para o sucesso comercial foi dado por Rice and Kellog no artigo publicado em 1925. Pode-se afirmar que o clássico radiador electrodinâmico tal como hoje o conhecemos tem aproximadamente 80 anos de idade ([Aarts, 95], [Aarts, 04]).

À excepção dos transdutores iónicos praticamente todos os radiadores possuem, como parte activa, uma qualquer espécie de diafragma, por diversas que possam ser as formas, os materiais constituintes, as suspensões e os processos utilizados para provocar a respectiva vibração e o acoplamento ao ar ([Colloms, 97],[Freitas, 90]). De facto, geralmente os radiadores electrodinâmicos possuem um diafragma, também designado genericamente cone, solidário com uma bobina móvel.

Os radiadores electroacústicos reais são inerentemente limitados devido ao seu tamanho e à excursão máxima a que podem funcionar satisfatoriamente. Resultam assim limitações na sua banda de frequências de funcionamento e na potência acústica que podem radiar, tal como adiante se evidenciará.

2.2.1 Constituição do radiador electrodinâmico

Um radiador electrodinâmico idêntico ao apresentado no diagrama da figura 2.1 consiste num diafragma de forma cónica, usualmente feito de papel ou cartão, suportado por uma suspensão exterior ou anel (*rim*) e por uma suspensão interna, também designada por aranha (*spider*).

O suporte tubular da bobina móvel, feito de papel ou de metal, está colado à parte inferior do cone, onde, em muitos casos, liga também a suspensão interna. Desta forma a bobine móvel fica suspensa, radialmente, no interior de um campo magnético e ao ser percorrida pela corrente proporcionada pelo amplificador excitador provoca o movimento vibratório do cone ([Aarts,

04]). As suspensões limitam a máxima excursão do cone para que a bobine móvel se mantenha no interior do entre-ferro do íman permanente.

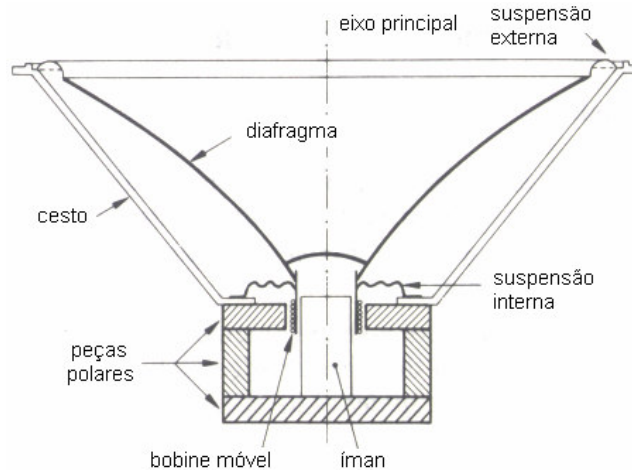


Figura 2.1 – Constituição do radiador electrodinâmico

A rigidez deste conjunto é assegurada por um cesto ou estrutura, em geral em chapa prensada ou em metal leve e moldado, tal como ilustra também o diagrama apresentado na figura 2.1.

A modelização e o estudo do comportamento do radiador electrodinâmico recorre sistematicamente à analogia com o comportamento acústico de um pistão circular, plano, rígido montado numa moldura infinita, com o qual o radiador numa primeira aproximação se compara. Apresentam-se no ponto seguinte, de forma sucinta, as principais características deste comportamento, consideradas relevantes, de forma a facilitar a exposição e a auxiliar a leitura do corpo principal desta dissertação; a apresentação e análise detalhadas podem ser encontradas em algumas das principais referências sobre electroacústica, como sejam [Kinsler, 82], [Beranek, 86] e [Rossi, 86], entre outras.

2.2.2 Comportamento acústico de um pistão circular rígido

Uma fonte sonora, ao comunicar movimento ao meio de propagação, tem que vencer a reacção deste. Esta reacção do meio é modelizada pela impedância acústica da radiação. Por exemplo, para o simples caso de fonte pulsatória esférica de raio a , a pressão acústica à distância r , $\underline{p}(r)$ ¹, é proporcional à velocidade volumétrica, $\underline{q}$, segundo a impedância de radiação acústica $\underline{Z}_{ar}$. Esta é então dada pela quociente entre a pressão acústica e a velocidade volumétrica. À superfície da esfera, a expressão seguinte permite calcular o seu valor:

$$\underline{Z}_{ar} = \frac{\underline{p}(a)}{\underline{q}} = \frac{Z_c k}{4\pi a(ka - j)} \quad (2.1)$$

em que Z_c é a impedância característica do meio, dada por $Z_c = \rho c$, sendo ρ a densidade, c a velocidade de propagação do som e k o número de onda angular ($k = \omega/c$). A parte real e a

¹ A barra debaixo de uma letra simboliza um fasor [Rossi, 86, pp. 28]

parte imaginária da impedância de radiação são designadas a resistência de radiação, $\underline{R}_{ar}$, e a reactância de radiação, $\underline{X}_{ar}$ ([Rossi, 86, pp. 74]).

É útil introduzir a impedância reduzida da radiação dada por,

$$\underline{Z}_r = \underline{Z}_{ar} S / Z_c = r_r + jx_r \quad (2.2)$$

sendo S é a superfície da fonte. A parte real e a parte imaginária da impedância reduzida da radiação são designadas a resistência reduzida da radiação, r_r , e a reactância reduzida da radiação, x_r .

Mostra-se, [Rossi, 86, pp. 77], também para uma fonte pulsatória esférica, que a potência sonora radiada, P_a^2 , é proporcional à resistência de radiação R_{ar} ,

$$P_a = R_{ar} \bar{q}^2 \quad (2.3)$$

e que existe troca de energia (potência) cinética entre a esfera e o meio que não contribui para a radiação, proporcional à reactância de radiação, $\underline{X}_{ar}$, dada por

$$P_c = X_{ar} \bar{q}^2 \quad (2.4)$$

2.2.2.1 Impedância e direccionalidade da radiação de um pistão circular rígido

Um caso de particular interesse para o estudo do radiador electrodinâmico refere-se ao comportamento de uma superfície radiante circular, de raio a , plana, rígida – idêntica a um pistão rígido - actuada em regime permanente por um movimento de translação oscilatório com velocidade constante, tal como sugere a figura 2.2 a).

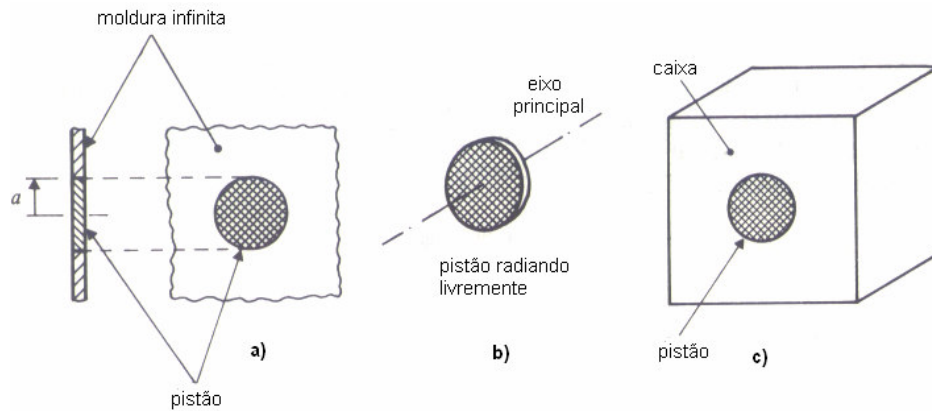


Figura 2.2 – Pistão circular rígido, de raio a , a) montado em moldura infinita b) radiando livremente, c) montado em caixa

Considere-se este pistão rígido montado numa moldura infinita (figura 2.2 a)). Demonstra-se ([Rossi, 86, pp. 141], [Beranek, 86, pp. 118]), considerando apenas uma face radiante do pistão, que a impedância de radiação é dada por,

² A barra sobre a letra representativa de um fasor refere-se ao módulo do mesmo [Rossi, 86, pp. 28]

$$\underline{Z}_{ar} = \frac{\rho c}{\pi a^2} \left[1 - \frac{J_1(2ka)}{(ka)} + j \frac{S_1(2ka)}{(ka)} \right] \quad (2.5)$$

sendo J_1 a função de Bessel de 1ª ordem e S_1 a função de Stuve de 1ª ordem, em que o produto ka , dado por $ka = \omega a/c = 2\pi a/\lambda$, relaciona o perímetro do pistão com o comprimento de onda radiado.

Na prática utilizam-se expressões aproximadas para J_1 e S_1 ([Aarts, 03], [Rossi, 86, pp 141]) que permitem estabelecer que

$$r_r \approx \frac{(ka)^2}{2} \left(1 - \frac{(ka)^2}{6} \right) \quad (2.6)$$

$$x_r \approx \frac{8ka}{3\pi} \left(1 - \frac{(2ka)^2}{15} \right) \quad (2.7)$$

sendo $\underline{z}_r = \underline{Z}_{ar} S / Z_c = r_r + jx_r$ designada a impedância de radiação reduzida.

Se o pistão é menor quando comparado com o comprimento de onda, λ , será $ka < 1$, então $r_r \approx 0,5(ka)^2$ e $x_r \approx (8ka/3\pi)$, sendo então $r_r < x_r$. No caso de o pistão ser maior do que o comprimento de onda, λ , ($ka > 1$), então $r_r \approx 1$ e $x_r \rightarrow 0$.

A figura 2.3 apresenta a título de exemplo as curvas de r_r e de x_r em função de ka de um pistão montado em moldura infinita.

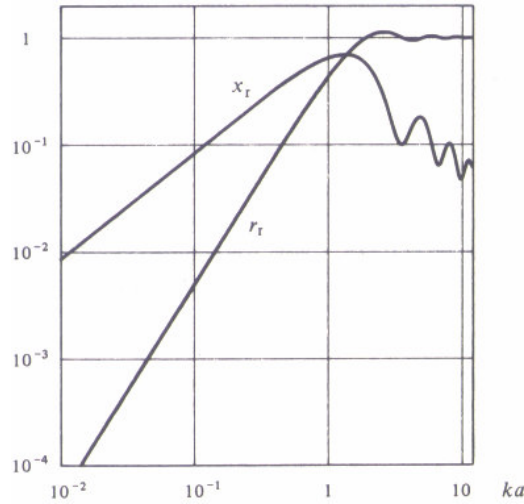


Figura 2.3 – Partes real e complexa da impedância da radiação de um pistão circular rígido montado em moldura infinita em função de ka

A pressão acústica de um pistão circular rígido, montado em moldura infinita, no campo distante é obtida integrando as contribuições infinitesimais elementares da totalidade da superfície de radiação, podendo expressar-se por

$$p(r, \theta) = j \frac{\rho c k a^2 v_0 e^{-jkr}}{2r} \left\{ \frac{2J_1(ka \sin \theta)}{ka \sin \theta} \right\} \quad (2.8)$$

sendo v_0 a velocidade do pistão ([Rossi, 86, pp. 138]).

As características de direcionalidade do pistão circular rígido montado em moldura infinita são dadas por $D(\theta)$, expresso por

$$D(\theta) = \left| \frac{2J_1(ka \sin \theta)}{(ka \sin \theta)} \right| \quad (2.9)$$

que é a razão entre pressões acústicas para os ângulos de 0 e de θ , relativamente à normal do pistão, e à distância r . A figura 2.4 apresenta as características de direcionalidade de um pistão circular rígido para vários valores de ka , evidenciando a crescente direcionalidade da radiação à medida que aumenta a sua frequência ([Satoh, 88, pp. 7.11]).

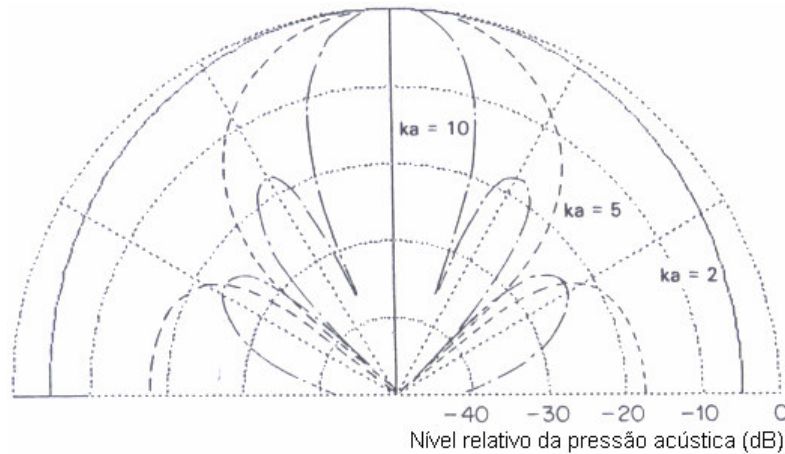


Figura 2.4 – Direcionalidade da radiação de um pistão circular rígido montado em moldura infinita para vários valores de ka ([Satoh, 88])

No caso de o pistão radiar livremente, figura 2.2 b), isto é, não se encontra montado em nenhuma moldura, mostra-se que as partes reais e imaginárias da impedância reduzida de radiação são, para $ka \ll 1$, aproximadamente

$$r_r \approx (8/27 \pi^2)(ka)^4 \quad (2.10)$$

$$x_r \approx (4/3\pi)ka \quad (2.11)$$

e que para $ka \gg 1$, $r_r \approx 1$ e $x_r \approx 0$, considerando uma área total de $S = 2\pi a^2$ ([Rossi, 86, pp. 143]).

Comparando as resistências de radiação expressas pelas equações 2.6 e 2.10 verifica-se que o pistão montado em moldura radia melhor do que radiando livremente (factor $(ka)^2$). A principal diferença entre estas duas formas de montagem do pistão, justificativa das propriedades verificadas, é a separação entre as radiações frontal e traseira das duas superfícies do pistão; quando esta se não verifica ocorre interacção provocando uma radiação bidireccional

que para $ka < 1$ também se traduz numa redução do potência acústica radiada ([Rossi, 86, pp. 144]).

Na prática, em vez de separar as radiações dianteira e traseira com uma moldura, na maioria dos casos, esta última é eliminada recorrendo normalmente à montagem do pistão em caixa fechada (figura 2.2 c)) de tal forma que só a superfície frontal do mesmo radia no meio. Todavia, o padrão de radiação passa também a ser influenciado pelos fenómenos de difracção na caixa ([Rossi, 86, pp. 144]).

Normalmente, o pistão é montado numa caixa num dos seus lados com área muito superior à área do pistão (πa^2). Neste caso, utiliza-se como primeira aproximação um comportamento idêntico ao do radiador em moldura infinita considerando que para $ka < 1$ este radia omnidireccionalmente com $r_r \approx 0.5(ka)^2$ e que para $ka > 5$ radia unidireccionalmente com $r_r \approx 1$ ([Rossi, 86, pp 145]).

2.2.3 Limitações teóricas na gama de frequências de funcionamento do radiador electrodinâmico

Na exposição que a seguir se apresenta considera-se o radiador montado numa moldura infinita, de tal forma que para ambos os lados da moldura e para a faixa de frequências em que a suas dimensões são mais pequenas do que o comprimento de onda o radiador é considerado uma fonte pulsatória radiando em 2π sr ([Rossi, 86, pp. 376]).

Considera-se também que o diafragma do radiador é rígido, de tal forma que a velocidade do movimento é igual em todos os seus pontos. A velocidade volumétrica $d\mathbf{q}$ da superfície elementar dS representada na figura 2.5 é dada por $\underline{v}_d \cos \alpha dS$, onde α é o ângulo entre a direcção do movimento e a normal da área elementar dS , sendo portanto $\cos \alpha dS$ a projecção dS_d de dS na base do diafragma. Pode então estabelecer-se que a velocidade volumétrica do diafragma é

$$\underline{q}_d = S_d \underline{v}_d \quad (2.12)$$

em que S_d é a área resultante da projecção da área da base do diafragma. Esta velocidade volumétrica é a mesma que a de um pistão, rígido, equivalente de área S_d e de velocidade $\underline{v}_d$, com o qual o radiador, numa primeira aproximação, se compara.

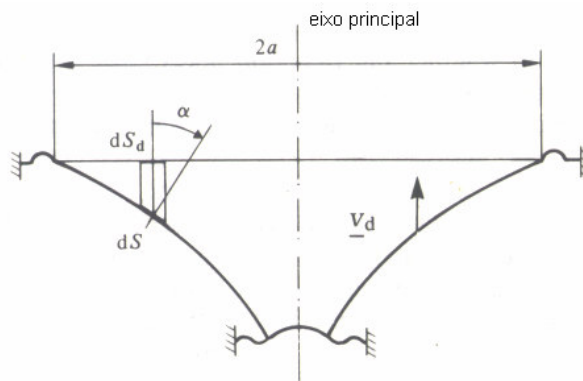


Figura 2.5 – Diagrama representativo do diafragma do radiador

Um radiador electrodinâmico é concebido para uma dada faixa de frequências B. Na prática esta faixa de frequências cobre 3 a 6 oitavas consoante o modelo e a utilização para a qual está projectado.

Embora possível é difícil estender a gama de frequências de funcionamento do radiador para cobrir toda a faixa de áudio, como adiante se evidencia.

Considere-se um radiador com um diâmetro de 20 cm na base do cone. A sua faixa de frequências estende-se aproximadamente de 40 Hz a 800 Hz, variando o produto ka do pistão equivalente aproximadamente entre 0.075 e 1.5.

Quando montado em moldura infinita, este radiador é omnidireccional (2π sr) em praticamente toda a faixa de frequências e a sua resistência de radiação R_{ar} , dada por $2\pi\rho f^2/c$, é proporcional ao quadrado da frequência (f^2) ([Rossi, 86, pp. 377]).

A pressão acústica a uma certa distância devida a um radiador deve ser mais ou menos independente da frequência. Como a radiação é omnidireccional também o será a potência acústica P_a radiada. Esta última, é igual a $R_{ar} \bar{q}_d^{-2}$ e uma vez que R_{ar} varia com f^2 , P_a só será constante se $\bar{q}_d$ variar proporcionalmente a $1/f$.

O sistema móvel, o diafragma, a bobine e as suspensões constituem um circuito equivalente ressonante (ressoador mecânico). Quando excitado por uma força $\bar{F}_d$ independente da frequência, a sua velocidade $\underline{v}_d$, e logo a sua velocidade volumétrica, $\bar{q}_d$, varia proporcionalmente a $1/f$, na condição de movimento controlado por massa.

O limite inferior f_- da banda B corresponde aproximadamente à frequência de ressonância f_s do sistema móvel ([Rossi, 86, pp. 377]), tal como adiante se evidenciará.

Para $ka > \sqrt{2}$, a resistência de radiação do pistão numa moldura infinita é aproximadamente constante (figura 2.3).

Se o movimento de vibração do radiador é controlado por massa, a potência acústica P_a decresce proporcionalmente a $1/f^2$. Logo, o limite superior f_+ da faixa de frequências, B, corresponde então aproximadamente à frequência f_d para a qual $ka = \sqrt{2}$, tal que

$$f_d = \frac{c}{\sqrt{2}\pi a} \quad (2.13)$$

Os diagramas apresentados na figura 2.6 ilustram o referido.

O primeiro mostra as assíntotas da resistência de radiação, R_{ar} , isto é, $2\pi\rho f^2/c$ para $f < f_d$ e $R_{ar} = \rho c/\pi a^2$ para $f > f_d$.

O segundo diagrama mostra as assíntotas da velocidade volumétrica $\bar{q}_d$; abaixo e acima de f_s o radiador é controlado respectivamente por elasticidade ($\bar{q}_d \sim f$) e por massa ($\bar{q}_d \sim 1/f$).

O terceiro diagrama representa as assíntotas teóricas da potência radiada P_a , donde se evidencia que a largura de banda B é delimitada por f_s e por f_d .

2.2.4 Modelização electro-mecânico-acústica do radiador montado numa moldura infinita

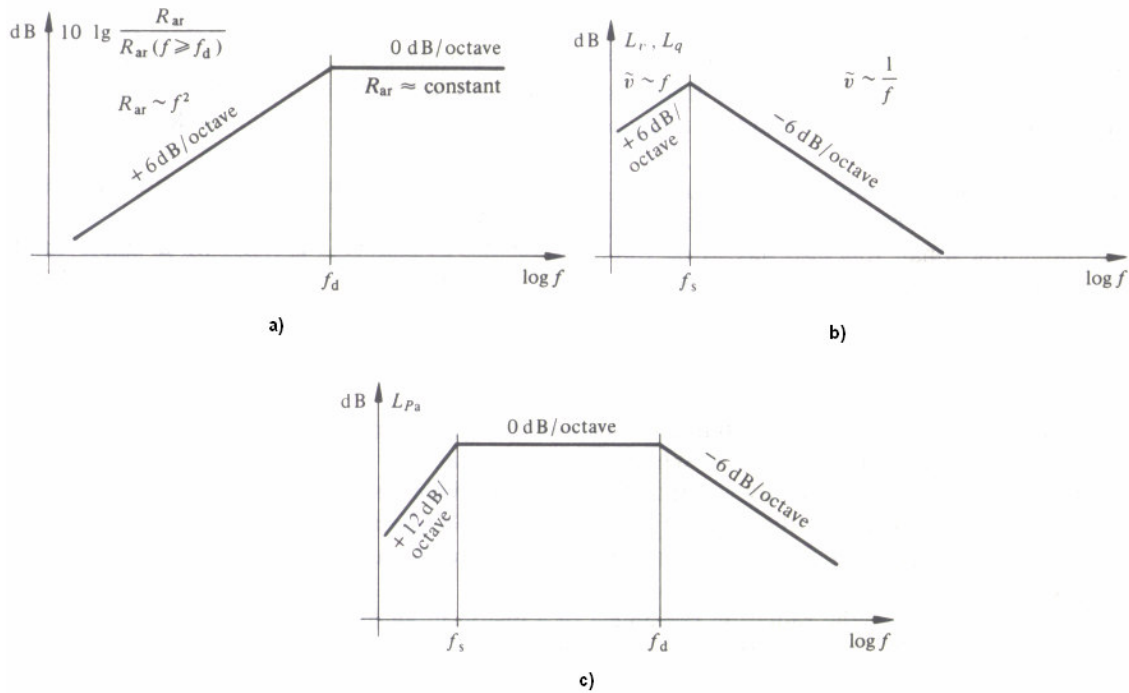


Figura 2.6 – Diagramas a) da resistência de radiação b) do nível relativo da velocidade volumétrica c) do nível relativo da potência radiada em função da frequência

Recorrendo às analogias electro-mecânica-acústicas podem estabelecer-se os circuitos equivalentes do radiador electrodinâmico que a seguir se apresentam, supondo-o montado numa moldura infinita ([Rossi, 86, pp. 379]).

Representando os acoplamentos electro-magnético-mecânico e mecânico-acústico do motor do radiador electroacústico por meio de biportos com transmissão ideal e usando a analogia inversa para modelização das partes mecânica e acústica é possível estabelecer o circuito equivalente apresentado na figura 2.7.

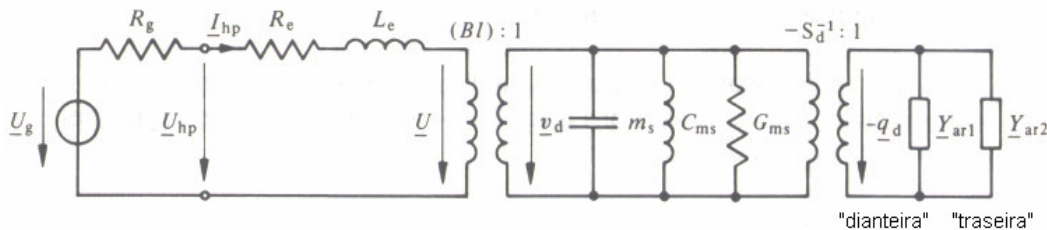


Figura 2.7 – Circuito equivalente de um radiador montado numa moldura infinita

Na modelização da parte eléctrica supõe-se que a fonte é um amplificador de áudio fornecendo a potência P_e . Comporta-se numa primeira aproximação como uma fonte de tensão real U_g com impedância interna Z_g . Assume-se que dentro dos limites da faixa de frequências do radiador, Z_g se reduz à resistência R_g do gerador de tensão.

A parte eléctrica do radiador é representada por:

R_e – a resistência equivalente às perdas no motor electrodinâmico (perdas de Joule na bobina e perdas por correntes parasitas e por histerese no circuito magnético);

L_e – a indutância da bobina móvel;

sendo Bl o coeficiente de acoplamento do motor electrodinâmico no qual B é a indução magnética radial do entreferro e l o comprimento do condutor que constitui a bobina móvel. Os parâmetros R_e e L_e são dependentes da frequência.

A parte mecânica do radiador é representada por:

m_s – a massa do sistema móvel (diafragma, bobina e respectivo suporte, massas equivalentes da suspensão, etc);

C_{ms} – a elasticidade mecânica correspondente às suspensões flexíveis interior e exterior;

R_{ms} – resistência de perdas mecânicas (provocadas principalmente por atrito interno das suspensões).

Como o radiador está montado numa moldura infinita, a parte acústica do radiador é representada por duas impedâncias, nomeadamente,

Z_{ar1} – impedância da radiação frontal (dianteira)

Z_{ar2} – impedância da radiação traseira³

S_d é a área efectiva do diafragma (pistão), designado também coeficiente do acoplamento mecânico-acústico.

2.2.4.1 Circuito acústico equivalente

Por conversão das grandezas mecânicas e eléctricas em grandezas acústicas é possível estabelecer o circuito acústico equivalente apresentado na figura 2.8.

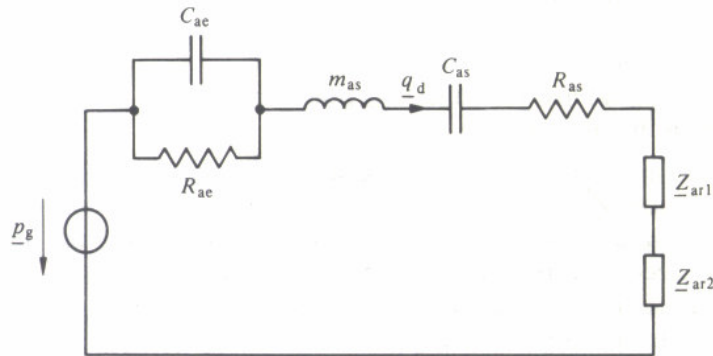


Figura 2.8 – Circuito acústico equivalente do radiador montado numa moldura infinita

A fonte de tensão, U_g , corresponde a um gerador de pressão acústica, $p_g = [(Bl)/S_d (R_g + R_e + j\omega L_e)]U_g$.

A resistência acústica, R_{ac} , equivalente de $(R_g + R_e)$, é dada por

³ Basta um simples biporto de transformador ideal para o acoplamento mecânico-acústico uma vez que a oposição oferecida pelas velocidades volumétricas, traseira e dianteira, não têm importância quando se considera o radiador montado numa moldura infinita ([Rossi, 86, pp 379])

$$R_{ac} = (Bl)^2 / S_d^2 (R_g + R_e) \quad (2.14)$$

A elasticidade, C_{ae} , equivalente a L_e é dada por

$$C_{ae} = L_e S_d^2 / (Bl)^2 \quad (2.15)$$

Os elementos R_{as} , m_{as} , e C_{as} são os equivalentes acústicos, respectivamente, de R_{ms} , m_{ms} , e C_{ms} , dados por,

$$R_{as} = R_{ms} / S_d^2 \quad (2.16)$$

$$m_{as} = m_s / S_d^2 \quad (2.17)$$

$$C_{as} = S_d^2 C_{ms} \quad (2.18)$$

Às baixas frequências em torno da frequência de ressonância f_s , para ordens de grandeza tais que $2R_{ar} < R_{as}$, sendo R_{ar} a resistência de radiação de um lado, podemos estabelecer, como primeira aproximação, que R_{ar} e os seus equivalentes são negligenciáveis ([Rossi, 86, pp. 381]).

Para além disso sendo $ka < \sqrt{2}$ e sendo m_r a massa correspondente à reactância da radiação X_{ar} ([Rossi, 86, pp 142]), pode definir-se a massa total, m_{as}' , dada por

$$m_{as}' = (m_s + 2m_r) / S_d^2 = m_s' / S_d^2 = m_{as} + 2m_{ar} \quad (2.19)$$

com $m_{ar} = m_r / S_d^2$.

Os esquema acústico equivalente, simplificado, é apresentado na figuras 2.9, sendo o gerador de pressão dado por $p_g = [(Bl) / S_d (R_g + R_e)] U_g$.

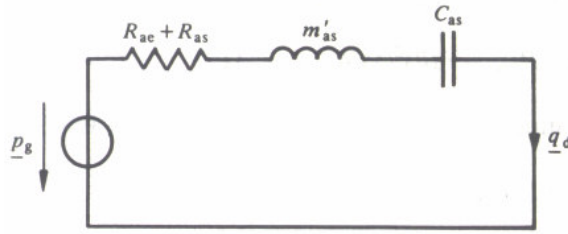


Figura 2.9 – Circuito acústico equivalente, simplificado, do radiador montado em moldura infinita

Na faixa das baixas frequências, o radiador electroacústico é descrito por um conjunto de parâmetros para pequenos sinais característicos de cada radiador ([Rossi, 86, pp383]). Um deles, a frequência de ressonância, f_s , é dada então por

$$f_s = \frac{1}{2\pi\sqrt{m_{as}' C_{as}}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{m_s' C_{ms}}} \quad (2.20)$$

Um outro parâmetro, o factor de qualidade, Q_t , é dado por

$$Q_t = \frac{1}{\omega_s C_{as} (R_{ac} + R_{as})} = \frac{\sqrt{m'_{as}/C_{as}}}{(R_{ac} + R_{as})} \quad (2.21)$$

2.2.4.2 Circuito eléctrico equivalente

De forma idêntica, por conversão das grandezas mecânicas e acústicas a grandezas eléctricas é possível estabelecer o circuito eléctrico equivalente apresentado na figura 2.10.

L_s , C_s e R_s são respectivamente equivalentes a C_{ms} , m_s e R_{ms} e estes equivalentes aos correspondentes acústicos, C_{ms} , m_{as} e R_{as} , pelas seguintes expressões:

$$L_s = C_{ms} (Bl)^2 = C_{as} \frac{(Bl)^2}{S_d^2} \quad (2.22)$$

$$C_s = \frac{m_s}{(Bl)^2} = m_{as} \frac{S_d^2}{(Bl)^2} \quad (2.23)$$

$$R_s = \frac{(Bl)^2}{R_{ms}} = \frac{(Bl)^2}{S_d^2} \frac{1}{R_{as}} \quad (2.24)$$

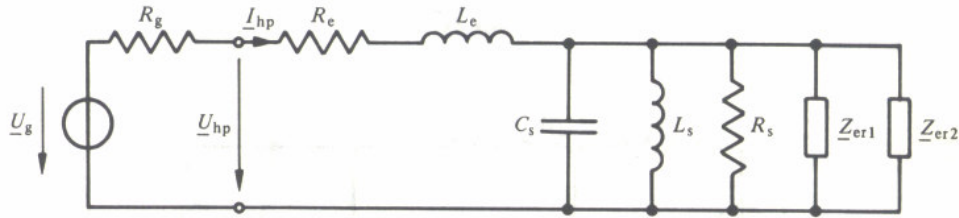


Figura 2.10 – Circuito eléctrico equivalente de um radiador montado numa moldura infinita

As impedâncias de radiação Z_{ar} são representadas pelas impedâncias:

$$Z_{er1} = \frac{(Bl)^2}{S_d^2} \frac{1}{Z_{ar1}} \quad (2.25)$$

$$Z_{er2} = \frac{(Bl)^2}{S_d^2} \frac{1}{Z_{ar2}} \quad (2.26)$$

Recorrendo de forma idêntica à análise às baixas frequências realizada para a construção do circuito acústico equivalente simplificado e para ordens de grandeza tais que $(\omega L_e) \ll R_e^2$, também L_e é negligenciável. O circuito eléctrico equivalente, simplificado, é apresentado na figura 2.11, sendo a capacidade C'_s equivalente da massa m'_{as} dada por

$$C'_s = m'_{as} \frac{S_d^2}{(Bl)^2} \quad (2.27)$$

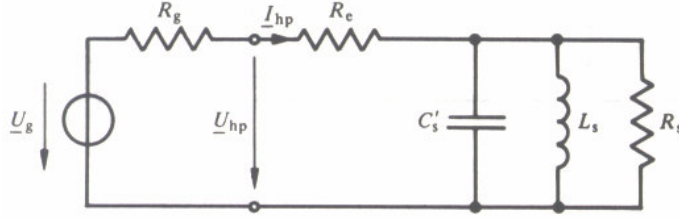


Figura 2.11 – Circuito eléctrico equivalente, simplificado, do radiador montado em moldura infinita

A frequência de ressonância f_s do radiador em campo livre, é dada então por

$$f_s = \frac{1}{2\pi\sqrt{C'_s L_s}} \quad (2.28)$$

2.2.4.3 Comportamento às baixas frequências

Do circuito equivalente acústico simplificado apresentado na figura 2.9, mostra-se que q_d é dado por $q_d = q_s [G_s(j\omega/\omega_s)/(j\omega/\omega_s)]$, sendo $G_s(j\omega/\omega_s)$ a função de transferência, normalizada, dada por

$$G_s(j\omega/\omega_s) = \frac{(j\omega/\omega_s)^2}{(j\omega/\omega_s)^2 + Q_t^{-1}(j\omega/\omega_s) + 1} \quad (2.29)$$

com $q_s = [S_d/Q_e B] U_g$ em que $Q_e = \omega_s C'_s (R_g + R_e)$ é o factor de qualidade eléctrico.

De um lado da moldura a potência acústica radiada é igual a $P_a = R_{ar} q_d^{-2}$, sendo possível reescrever a potência radiada como

$$P_a = P_{as} |G(j\omega/\omega_s)|^2 \quad (2.30)$$

em que $P_{as} = (2\pi\rho/c) f_s^2 q_s^{-2}$.

Considerando uma radiação omnidireccional em 2π sr, o valor eficaz da pressão acústica à distância r do radiador é dado por:

$$\bar{p} = \sqrt{Z_c P_a / 2\pi r^2} = \bar{p}_s |G_s(j\omega/\omega_s)| \quad (2.31)$$

sendo $\bar{p}_s$ independente da frequência ([Rossi, 86, pp 385]).

As curvas da potência radiada e da pressão acústica relativas são dadas por

$$10\log_{10}(P_a/P_{as}) = 20\log_{10}(\bar{p}/\bar{p}_s) = 20\log_{10}|G_s(j\omega/\omega_s)| \quad (2.32)$$

De acordo com a equação 2.29, $G_s(j\omega/\omega_s)$, corresponde à função de transferência de um filtro passa-alto de 2ª ordem. A figura 2.12 apresenta a resposta às baixas frequências da função de transferência expressa na equação 2.29 tendo como parâmetro o factor de qualidade Q_t .

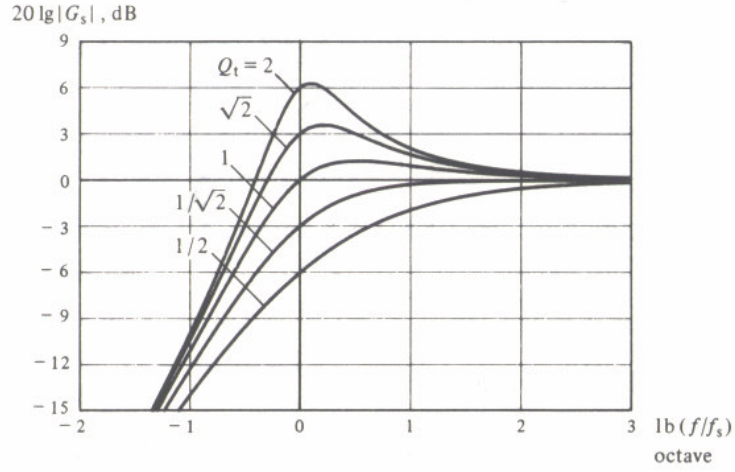


Figura 2.12 – Curvas da resposta às baixas frequências de um radiador, montado em moldura infinita, tendo como parâmetro o factor de qualidade Q_t

2.2.4.4 Comportamento às altas frequências

Às altas frequências, isto é, à volta da frequência f_d (equação 2.13), as ordens de grandeza são tais que $(\omega L_e) > R_e^2$ e $\omega m_{as} \gg R_{as} + 2R_{ar}$, reduzindo-se o circuito da figura 2.8 ao circuito da figura 2.13, com

$$\underline{p}_g \approx [(Bl)/S_d \omega L_e] \underline{U}_g \quad (2.33)$$

$$m'_{as} = m_{as} + 2(X_{ar} / \omega) \quad (2.34)$$

em que X_{ar} é a reactância da radiação.

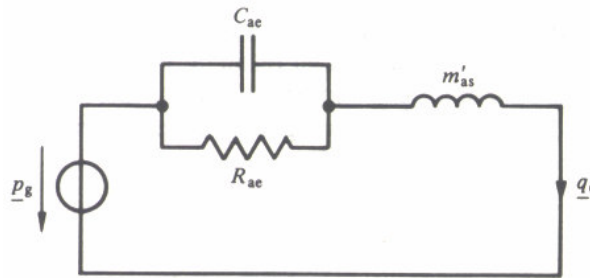


Figura 2.13 – Circuito acústico equivalente do radiador montado numa moldura infinita às altas frequências

A análise deste circuito mostra que é um circuito série ressonante entre C_{ac} e m'_{as} para a frequência

$$f'_s = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{(Bl)^2}{L_e m'_{as} S_d^2} - \frac{(R_g + R_e)^2}{L_e^2} \right]^{1/2} \text{ Hz} \quad (2.35)$$

se o radicando é positivo. Neste caso, as ordens de grandeza são tais que f'_s está tipicamente a $\pm 1/2$ de oitava de f_d .

Abaixo da frequência f'_s o valor eficaz da velocidade volumétrica do diafragma diminui proporcionalmente a $1/f^2$. Como a resistência de radiação é praticamente independente da frequência para $f > f_d$ a potência radiada P_a decresce segundo $1/f^4$, tendo a curva da sua resposta uma assíntota de -12 dB/oitava.

A figura 2.14 ilustra o referido, apresentando a curva teórica do nível relativo da potência radiada em função da frequência. Destaca-se que à frequência f'_s a transição entre a assíntota horizontal da baixa frequência e a assíntota da banda de transição resulta numa pronunciada sobre-elevação. Se esta ressonância não ocorrer a frequência de corte às altas frequências é menor ([Rossi, 86, pp 389]).

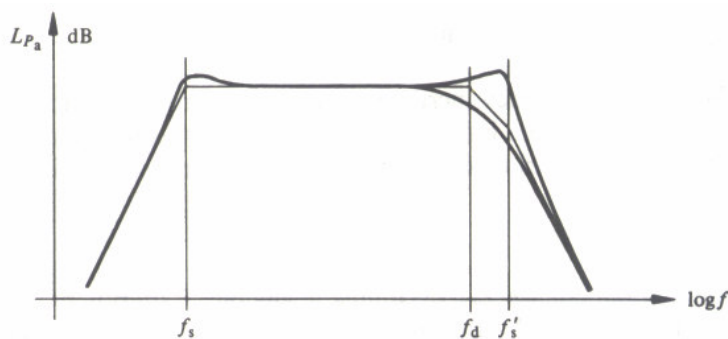


Figura 2.14 – Curva teórica do nível relativo da potência radiada em função da frequência

O comportamento real radiador às altas frequências difere consideravelmente do comportamento teórico exposto. O comportamento do diafragma às altas frequência afasta-se do de um pistão rígido sendo antes uma superfície vibratória, para qual a velocidade não é uniforme e tem distribuição dependente da excitação dos seus vários modos de vibração ([Rossi, 86, pp. 389]).

Na figura 2.15 apresentam-se as curvas típicas do nível relativo da potência radiada, L_{Pa} , no eixo principal e da pressão acústica, L_p , no eixo e fora do eixo principal de um radiador, em função da frequência.

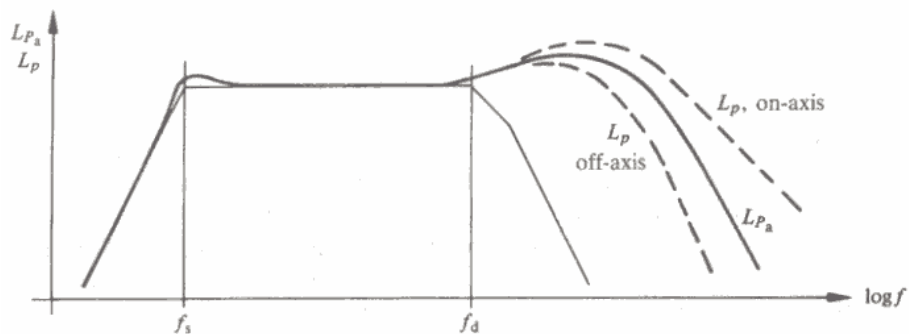


Figura 2.15 – Curvas típicas do nível relativo da potência radiada e da pressão acústica em função da frequência destacando o comportamento às altas frequências

A curva da potência radiada estende-se para além de f_d , mas é marcadamente menos regular, apresentando muitas vezes vales e picos apreciáveis, representativos das frequências naturais do diafragma.

Acima da frequência f_d , a radiação deixa gradualmente de ser omnidireccional. No eixo principal do radiador a curva da pressão acústica está acima da potência radiada. Para um pistão plano, há uma assíntota teórica de -6 dB/oitava devido ao facto de a directividade aumentar proporcionalmente a f^2 . Contudo, fora do eixo principal do radiador, a curva da pressão acústica decresce mais rapidamente do que a curva da potência radiada, P_a . De facto, a directividade depende da forma do diafragma (cone, cúpula, etc) e da distribuição da velocidade no diafragma ([Rossi, 86, pp. 389]).

Do exposto ressalta que a modelização como um pistão rígido passa a ser inadequada para descrever o comportamento do radiador às altas frequências em que se verificam diferenciados modos de vibração na superfície do seu diafragma. É possível observar os modos naturais de vibração do diafragma recorrendo a técnicas de holografia tal como sugere a figura 2.16. Esta figura mostra a distribuição dos modos de vibração de um diafragma de 21 cm de diâmetro a várias frequências, correspondendo as zonas mais claras a mínimos (nós) e as zonas mais escuras a máximos (ventres) dos movimentos vibratórios ([Rossi, 86, pp. 453]).

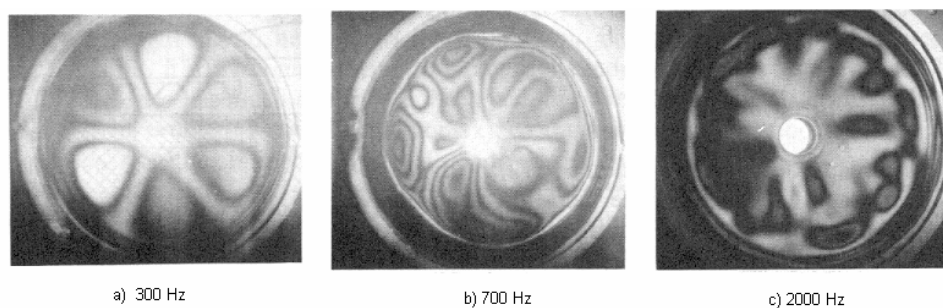


Figura 2.16 – Distribuição dos modos de vibração de um cone de 21 cm de diâmetro para várias frequências a) 300 Hz, b) 700 Hz, c) 2000 Hz

O problema que se coloca, do ponto de vista do projecto de radiadores, é como controlar este comportamento, por exemplo, reduzindo a faixa de frequências em que este se verifica ou reduzindo as irregularidades que este provoca. O material de que é feito o diafragma e a sua forma, bem como as condições fronteira diafragma-suspensões, são determinantes neste comportamento às altas frequências ([Rossi, 86, pp. 453]).

O estudo teórico desta questão é difícil e tem motivado ao longo dos anos diversos estudos, [Kaiser,86], [Mahjoob, 2005] entre outros, relacionando a forma e os materiais dos cones dos diafragmas dos radiadores com as irregularidades manifestadas na correspondente resposta electroacústica, nas frequências.

2.2.5 Distorções não lineares do radiador electrodinâmico

As principais causas de distorção não linear do radiador residem no motor electrodinâmico. Estas distorções não lineares consistem em:

- não linearidade da suspensão interna (aranha);

- não uniformidade da indução radial B ao longo do entreferro e, ou, não uniformidade do produto Bl ;

- variação da auto-indutância L_e , relativamente à posição instantânea da bobina e à corrente instantânea que a percorre ([Rossi, 86, pp. 448]).

As duas primeiras são decisivas na faixa de frequências abaixo da frequência de ressonância, f_s , onde o radiador é controlado por elasticidade e onde os deslocamentos do diafragma são máximos. A distorção harmónica de 2ª e de 3ª ordem tem valor típico de 1 a 4% (a um décimo da potência nominal).

A não linearidade de L_e determina a distorção na parte central da faixa efectiva de frequências. A distorção harmónica de 2ª e de 3ª ordens é tipicamente de 0.1 a 1%.

Outra causa de distorção não linear é o efeito de Doppler. Quando o diafragma radia dois sons de frequências f_1 e f_2 , o som com maior frequência f_2 é modulado em frequência pelo som com menor frequência f_1 . Esta modulação cria harmónicos com frequências $f_2 \pm f_1$, $f_2 \pm 2f_1$, etc. O efeito é idêntico ao da distorção por intermodulação devida a não linearidade na amplitude, sendo por isso, também, experimentalmente difícil separar os dois efeitos e a sua importância relativa é um assunto controverso ([Rossi, 86, pp. 450]).

2.3 Sistemas de radiadores electroacústicos para reprodução de som – sistemas altifalantes

Um sistema altifalante é a combinação de um ou de vários radiadores e uma caixa (*box*, *enclosure*, *cabinet*) ([Rossi, 86, pp. 397]).

Os sistemas altifalantes com mais do que um radiador – os sistemas “multivia” – optimizados com diversos tipos de radiadores (de baixos, de médias ou de altas frequências) incorporam circuitos divisores da banda de frequências (*crossover filters*) para que a reprodução do som seja sempre realizada pelo radiador mais apropriado.

Considera-se, no que a seguir se apresenta, que sistema altifalante ou sistema de radiadores electroacústicos ou sistema electroacústico para a reprodução de som se referem ao conjunto de um radiador, ou de mais do que um, devidamente colocados numa caixa.

As caixas mais utilizadas são:

caixa fechada,

caixa ventilada com ducto designada *vented box*,

caixa com ducto e radiador passivo (*passive radiator box*),

tal como ilustra a figura 2.17.

As duas primeiras caixas são as mais utilizadas nos sistemas altifalantes. O estabelecimento de um ducto na caixa de um sistema altifalante tem como objectivo essencial baixar a frequência inferior de corte, isto é, estender a sua faixa das baixas frequências ([Keele, 75], [Colloms, 97], [Llamazares, 04]).

A solução com radiador passivo parece ser interessante nos casos de potência elevada para pequenos volumes da caixa, em que pode ser inviável a realização de um ducto com a profundidade adequada ([Rossi, 86, pp. 440])

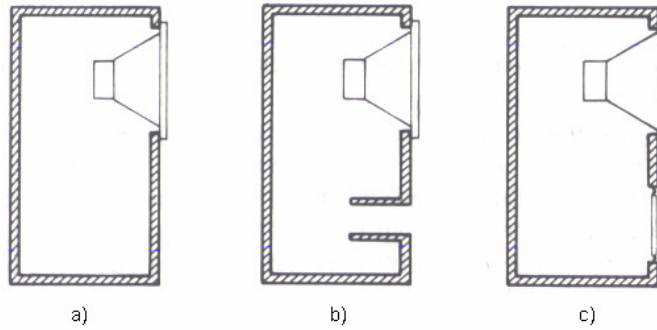


Figura 2.17 – Tipos de caixas utilizadas nos sistemas altifalantes: a) caixa fechada b) caixa com ducto c) caixa com radiador passivo

A análise de sistemas altifalantes é idêntica a análise realizada e apresentada para um radiador montado numa moldura infinita, em que se recorre à modelização electro-mecânica-acústica para estabelecer circuitos equivalentes e parâmetros para pequenos e grandes sinais. Todavia dada a extensão do assunto associado à análise de sistemas altifalantes apenas se apresentam as principais características, em particular as que se referem à resposta (electroacústica) em frequência e as causas para eventuais irregularidades que esta possa revelar; esta análise é apresentada apenas para o caso de sistemas electroacústicos com caixa fechada.

O espaço interior das caixas é frequentemente preenchido com materiais acústicamente especificados, que devem ser considerados nas análises, tal como adiante se evidenciará.

2.3.1 Propriedades das caixas às baixas frequências

O tipo de caixa utilizado é decisivo no comportamento às baixas frequências do sistema altifalante.

Nesta parte da banda de frequências as dimensões das caixas são pequenas quando comparadas com o comprimento de onda radiado ($kd < 1$, sendo d menor que a maior dimensão da caixa) o que significa que podem ser analisadas recorrendo aos circuitos equivalente obtidos por analogias electro-mecânico-acústicas ([Rossi, 86, pp. 398]).

As distâncias entre as aberturas da caixa também são mais pequenas do que o comprimento de onda, razão pela qual se pode considerar que estas são coincidentes e que portanto se trata de uma pequena fonte vibratória com velocidade volumétrica equivalente

$$\underline{q}_r = \sum_i \underline{q}_i \quad (2.36)$$

A potência radiada pelo sistema é dada por

$$P_a = R_{ar} \underline{q}_r^2 = R_{ar} \underline{q}_b^2 \quad (2.37)$$

sendo R_{ar} a resistência da radiação e $\underline{q}_b = -\underline{q}_r$ é a velocidade volumétrica entrando na caixa. Desta forma é possível calcular a potência radiada a partir da velocidade volumétrica na caixa.

A resistência de radiação R_{ar} da expressão anterior depende das condições de radiação, em particular, de fenómenos de difracção em obstáculos próximos (chão, parede, etc). A fim de facilitar a comparação entre sistemas altifalantes considera-se usualmente uma resistência de radiação de referência, nomeadamente a de uma pequena fonte vibratória próxima de uma moldura rígida infinita que é expressa por

$$R_{ar} = 2\pi\rho f^2/c \quad (2.38)$$

Este é o mesmo valor da resistência de radiação de um lado de um pequeno pistão ($ka < 1$) montado numa moldura infinita ([Rossi, 86, pp. 399]).

2.3.2 Sistema altifalante com caixa fechada

Às baixas frequências uma caixa fechada é equivalente a uma elasticidade acústica C_{ab} associada a uma resistência acústica R_{ab} e a uma massa m_{ab} , com valores dependentes de haver ou não material absorvente no seu interior. A elasticidade acústica C_{ab} é dada por

$$C_{ab} = \beta V_b / \rho c^2 \quad (2.39)$$

em que V_b é o volume interno da caixa e β é um factor de elasticidade cujo valor teórico máximo é 1.4. O valor efectivo de β da caixa, só pode ser determinado experimentalmente comparando-a com uma caixa vazia ($\beta = 1$) com o mesmo volume V_b . Na prática para as melhores realizações β situa-se entre 1.2 e 1.3 ([Rossi, 86, pp. 400]).

Os circuitos equivalentes de sistemas altifalantes de caixa fechada são obtidos a partir dos do radiador montado numa moldura infinita, substituindo os elementos relativos à caixa naqueles que representam a impedância de radiação traseira Z_{ar2} no circuito apresentado na figura 2.7 ([Rossi, 86, pp. 401]). Na figura 2.18 apresenta-se o circuito acústico equivalente simplificado, válido às baixas frequências, em que

$$R_{ac} = R_{ae} + R_{as} + R_{ab} \quad (2.40)$$

$$m'_{ac} = m_{as} + m_{ar} + m_{ab} \quad (2.41)$$

$$C_{ac} = C_{as} C_{ab} / (C_{as} + C_{ab}) \quad (2.42)$$

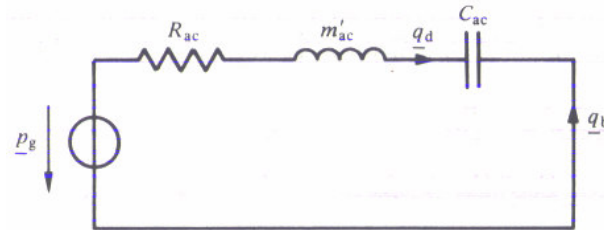


Figura 2.18 – Circuito acústico equivalente, simplificado, do radiador montado em caixa fechada

Na figura 2.19 apresenta-se o circuito eléctrico equivalente simplificado, válido às baixas frequências, em que C'_c , R_c e L_c correspondem respectivamente a m'_{ac} , $(R_{as} + R_{ab})$ e C_{ac} , de acordo com relações idênticas às utilizadas para estabelecer o circuito eléctrico equivalente, simplificado, do radiador montado em moldura infinita.

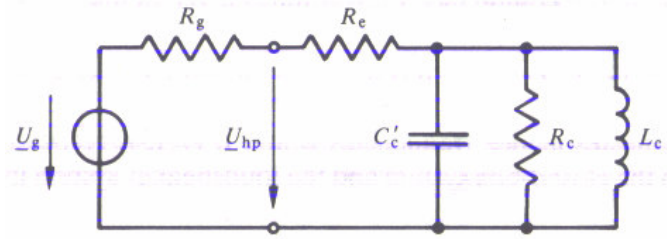


Figura 2.19 – Circuito eléctrico equivalente, simplificado, do radiador montado em caixa fechada

Definem-se parâmetros para pequenos sinais de forma idêntica ao estabelecido para o radiador montado em moldura infinita. Em particular a frequência de ressonância, f_c , para o radiador montado em caixa fechada é dada por

$$f_c = \frac{1}{2\pi\sqrt{m'_{ac}C_{ac}}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{C'_cL_c}} \quad (2.43)$$

2.3.2.1 Efeito da caixa fechada na frequência de ressonância

A razão entre as frequências de ressonância f_c e f_s , correspondentes, respectivamente, ao radiador montado em caixa fechada e ao radiador montado em moldura infinita é dada por,

$$f_c/f_s = \sqrt{m'_{as}C_{as}/m'_{ac}C_{ac}} = \sqrt{(1+\alpha)(m'_{as}/m'_{ac})} \quad (2.44)$$

em que $\alpha = C_{as}/C_{ab}$ e $C_{ac} = C_{as}/(1+\alpha)$ ([Rossi, 86, pp. 402]).

As massas acústicas m'_{as} da equação 2.19 (em moldura infinita) e m'_{ac} diferem de $(m_{ar} - m_{ab})$, diferença esta que é pequena quando comparada com m_{as} . Assim em primeira aproximação pode-se estabelecer

$$f_c/f_s \approx \sqrt{(1+\alpha)} \quad (2.45)$$

que verifica sempre $f_c > f_s$. Consequentemente a banda de frequências de um sistema em caixa fechada tem uma frequência inferior de corte maior do que a de um radiador montado em moldura infinita.

Para valores elevados de α , considerando que $C_{as} = \alpha C_{ab}$ e $C_{ac} \approx C_{ab}$, temos que

$$f_c = 1/2\pi\sqrt{m'_{ac}C_{ab}} \quad (2.46)$$

significando que a frequência de ressonância é virtualmente determinada pela caixa. A ordem de grandeza de α situa-se entre 3 e 10 ([Rossi, 86, pp. 403]).

2.3.2.2 Comportamento às baixas frequências

A função de transferência para as baixas frequências é a de um filtro passa-alto de 2ª ordem,

$$G_c(j\omega/\omega_c) = \frac{(j\omega/\omega_c)^2}{(j\omega/\omega_c)^2 + Q_{tc}^{-1}(j\omega/\omega_c) + 1} \quad (2.47)$$

em que o Q_{tc} é o factor de qualidade total do sistema com caixa fechada ([Rossi, 86, pp. 404]).

As curvas relativas da potência radiada, P_a e da pressão acústica $\bar{p}$ são idênticas às apresentadas na figura 2.12, mas com o eixo das abcissas f/f_s substituído por f/f_c e Q_t substituído por Q_{tc} .

2.3.2.3 Comportamento às altas frequências

Na parte superior da banda de frequência os modos naturais da caixa fechada determinam a impedância acústica Z_{ab} que interage na parte traseira do diafragma do radiador. Esta impedância varia fortemente com a frequência, apresentando extremos às frequências naturais que resultam em vales e picos na curva da resposta do sistema altifalante ([Rossi, 86, pp. 406]).

Para uma caixa fechada, vazia, com paredes rígidas, a primeira frequência natural é para $c/2l$ sendo l a maior dimensão da caixa, situando-se esta frequência sensivelmente a meio da banda de frequência ou ligeiramente acima de f_c do sistema altifalante para as dimensões das caixas frequentemente utilizadas. Os efeitos destes modos naturais de vibração devem ser atenuados por forma a regularizar a curva da resposta em frequência, razão pela qual se procede frequentemente ao enchimento da caixa com materiais à base de fibra e de lã mineral que aumentam as perdas da caixa, em especial, às altas frequências ([Rossi, 86, pp. 406] [Starobin, 97, pp. 1910]).

A forma da caixa utilizada no sistema altifalante é importante em especial às altas frequências devido aos fenómenos de difracção. Teoricamente a melhor forma é a esférica, todavia, sendo de difícil construção, na prática, a forma mais utilizada é a paralelepípeda, para a qual é possível arredondar e suavizar as suas arestas para atenuar os efeitos da difracção nas frequências mais elevadas ([Rossi, 86, pp 413]).

2.3.3 Filtros divisores de frequência (*crossovers*) nos sistemas altifalantes

Os sistemas altifalantes multivia combinam diversos tipos de radiadores – de baixas (*woofer*), de médias (*sqwaker*) ou de altas frequências (*tweeter*) – para assegurar uma regular reprodução sonora em toda a faixa de frequências de áudio.

Procura-se então obter uma soma coerente das pressões acústicas produzidas por excitação adequada de cada um dos radiadores, em particular na direcção do eixo principal definido e estabelecido para o sistema altifalante.

Para o efeito estes sistemas utilizam filtros divisores da banda de frequência – filtros de *crossover* ou *crossovers* – que seleccionam as partes da banda total mais adequadas a cada um dos tipos de radiadores.

São possíveis diversas configurações para o sistema altifalante que resultam da forma como são intercalados os filtros de *crossover* e utilizados diversos amplificadores, tal como sugere a figura 2.20 para dois casos, denominados uni-amplificação e tri-amplificação.

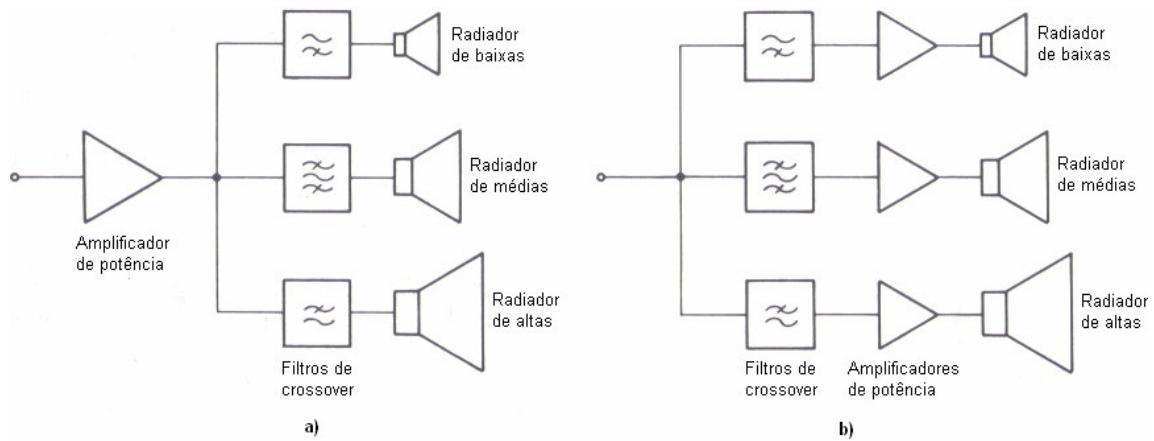


Figura 2.20 – Configurações possíveis resultantes da intercalação dos filtros de *crossover* e dos amplificadores de potência: a) uni-amplificação b) tri-amplificação

Na primeira configuração os filtros de *crossover* são intercalados entre o amplificador de potência e cada um dos radiadores. Nesta configuração a realização dos filtros é, normalmente, do tipo passivo recorrendo à utilização de componentes de elevada qualidade.

Na outra configuração alternativa, os filtros de *crossover* são colocados antes de cada um dos amplificadores de potência de cada um dos radiadores, razão pela qual estes sistemas são geralmente tipificados como bi ou tri-amplificados. Neste caso a realização dos filtros de *crossover* é geralmente do tipo activo, de menor custo do que as soluções equivalentes do tipo passivo, permitindo também ordens dos filtros mais elevadas e redução de não linearidades.

A crescente difusão e utilização de microprocessadores de sinal (DSP's) tem chegado também aos sistemas altifalantes, sendo de verificar, em alguns deles, a realização digital dos filtros de *crossover* ([Meridian, 01], [Kyouno, 91] [Kyouno, 90], [Wilson, 89], [Aarts, 88], [Aarts, 89]).

A multiplicidade das realizações de filtros de *crossover* é elevada assim como se reveste de alguma complexidade a avaliação do seu impacto na direccionalidade dos sistemas altifalantes, multivia, para cada realização ([Kaiser, 84], [Kaiser, 86]). Destaca-se nesta secção essencialmente a formulação do problema do projecto dos filtros de *crossover* nos sistemas altifalantes multivia dando ênfase ao comportamento em frequência esperado no seu eixo principal.

2.3.3.1 Considerações sobre a escolha das frequências de *crossover*

A frequência de transição – frequência de *crossover* - entre dois quaisquer radiadores ligados a filtros divisores de frequência é a frequência para a qual ambos produzem no eixo do agrupamento a mesma pressão acústica.

As frequências de *crossover* devem ser seleccionadas preferencialmente de forma a que os radiadores sejam utilizados na faixa de frequências onde o seu comportamento não se afasta do

de um pistão rígido, isto é, para frequências abaixo das quais o perímetro do pistão iguala o comprimento de onda ($ka = 1$) ([Leach, 2003]).

Para um sistema altifalante de duas vias a frequência típica de *crossover* entre o radiador de baixas e o radiador de altas frequências situa-se entre 1,5 e 3 kHz ; para um sistema de três vias, a frequência de *crossover* entre o radiador de baixas e o radiador de médias frequências situa-se, tipicamente, entre 300 e 800 Hz e a frequência de *crossover* entre o radiador de médias e o radiador de altas frequências está, tipicamente, entre 3 e 5 kHz ([Leach, 2003]).

Por exemplo para um radiador de baixas frequências, cujo diafragma tem raio de 10 cm, a frequência de *crossover* deve ser inferior a 549 Hz ($f = c/2\pi a$). Para um radiador de médias, com um diafragma de raio 4,5 cm, o limite superior da frequência com comportamento idêntico ao de um pistão rígido é 1,3 kHz, estando este valor todavia aproximadamente duas oitavas abaixo da frequência de *crossover* tipicamente utilizada com os radiadores de médias frequências ([Leach, 2003]). Normalmente, os radiadores de médias frequências e os radiadores de altas frequências são utilizados fora da sua zona de funcionamento semelhante a um pistão rígido, tal como sugerido neste exemplo, razão pela qual se deve ter em atenção os seus efeitos na regularidade da resposta em frequência do sistema altifalante ([Leach, 2003]).

As frequências de corte dos filtros de *crossover* são normalmente especificadas a -3 dB, eventualmente a -6 dB, assumindo por simplificação que a impedância de carga é igual à resistência da bobina móvel do altifalante. Esta simplificação facilita a análise e síntese dos filtros sabendo-se, todavia, que quando se liga o radiador as frequências de corte realmente verificadas são significativamente diferentes ([Leach, 2003]).

2.3.3.2 Especificações genéricas no projecto de filtros de *crossover*

Considere-se, por exemplo, um sistema altifalante com dois radiadores (de duas vias) em que se assume que há coincidência das origens acústicas respectivas e que o tempo de propagação a qualquer ponto do campo sonoro é idêntico.

Seja $H_p(j\omega/\omega_0)$ a função de transferência igual para os dois radiadores, relacionando a pressão acústica produzida com a tensão aplicada que lhe é aplicada e que é idêntica para ambos ([Rossi, 86, pp.462]).

Seja f_0 a frequência de crossover.

A pressão acústica total num dado ponto do campo sonoro é dada por

$$\underline{p} = \underline{p}_L + \underline{p}_H = H_p(j\omega/\omega_0)[\underline{U}_L + \underline{U}_H] \quad (2.48)$$

em que $\underline{U}_L$ e $\underline{U}_H$ são as tensões aplicadas a cada um dos radiadores (de baixas e de altas frequências respectivamente).

Sejam $H_L(j\omega/\omega_0)$ e $H_H(j\omega/\omega_0)$ as funções de transferência de cada um dos filtros divisores e $\underline{U}$ a tensão aplicada nas suas entradas

$$\underline{p} = H_p(j\omega/\omega_0)[H_L(j\omega/\omega_0) + H_H(j\omega/\omega_0)]\underline{U} \quad (2.49)$$

O critério utilizado no projecto baseia-se na comparação da pressão produzida pela equação anterior com aquela que seria produzida, $\underline{p}_i$, por um radiador de banda larga também

caracterizado por uma função de transferência $H_p(j\omega/\omega_0)$, ao qual se aplica também a tensão $\underline{U}$, isto é, $\underline{p}_i = H_p(j\omega/\omega_0)\underline{U}$ ([Rossi, 86, pp 463]).

A especificação mais restritiva será aquela em se exige igualdade entre $\underline{p}$ e $\underline{p}_i$ quer quanto ao seu módulo quer quanto à fase, isto é,

$$H_L(j\omega/\omega_0) + H_H(j\omega/\omega_0) = 1 \quad (2.50)$$

Outra alternativa resume-se a considerar suficiente a igualdade dos módulos $\bar{p}$ e $\bar{p}_i$, de tal forma que

$$H_L(j\omega/\omega_0) + H_H(j\omega/\omega_0) = e^{\phi(j\omega/\omega_0)} \quad (2.51)$$

em que $\phi(j\omega/\omega_0)$ revela uma diferença de fase entre $\underline{p}$ e $\underline{p}_i$, geralmente dependente da frequência, afectando a onda reproduzida no campo sonoro.

Finalmente um critério alternativo possível é aquele em que se aceite um compromisso entre a diferença nos módulos e a diferença de fase entre $\underline{p}$ e $\underline{p}_i$, expresso por

$$H_L(j\omega/\omega_0) + H_H(j\omega/\omega_0) = M(\omega/\omega_0)e^{\phi(j\omega/\omega_0)} \quad (2.52)$$

em que o módulo $M(\omega/\omega_0)$, dependente da frequência, é ligeiramente diferente da unidade.

2.3.3.3 Funções de transferência dos filtros de *crossover*

Os filtros de *crossover* devem possuir funções de transferência com ordens e pendentes de corte necessárias à divisão da banda de frequências de forma adequada aos radiadores que constituem o sistema altifalante, desejavelmente, sem introduzir distorção linear nas amplitudes e nas fases da função de transferência do conjunto.

Esta questão tem motivado ao longo dos anos a proposta e desenvolvimento de *crossovers* caracterizados por diversas funções de transferência, [Linkwitz, 76], [Leach, 80a], [Liptshitz, 83a], [Liptshitz, 85], [Liptshitz, 86], [Hawksford, 92], cumprindo uma das especificações referidas na secção anterior. Uma das soluções bastante utilizada é aquela em que se procura que a função de transferência total que resulta dos circuitos de *crossover* seja do tipo passa-tudo, tal como adiante se evidencia.

Do exposto no ponto anterior e para efeitos do projecto de filtros de *crossover* é então útil investigar em que condições se verifica $|H_L(j\omega/\omega_0) \pm H_H(j\omega/\omega_0)| = 1$.

O sinal menos representa a inversão na ligação dos terminais radiador de altas frequências, designando-se, normalmente, os circuitos de *crossover* que verificam esta condição como sendo do tipo passa-tudo ([Leach, 03]).

Os circuitos de *crossover* que satisfazem a condição, $H_L(j\omega/\omega_0) + H_H(j\omega/\omega_0) = 1$, são genericamente designados do tipo de “tensão constante” ([Hawksford, 92], [Leach, 03]).

Seja então $p = s/\omega_0$ e $D_n(p)$ um polinómio função de p , de ordem n , sob a forma $D_n(p) = 1 + a_1p + a_2p^2 + \dots + p^n$.

As funções de transferência de ordem n de um filtro passa-baixo e de um passa-alto, podem ser escritas na forma

$$H_L(p) = \frac{1}{D_n(p)} \quad (2.53)$$

$$H_H(p) = \frac{p^n}{D_n(p)} \quad (2.54)$$

Leach, ([Leach, 03]) mostra a forma de estabelecer, para várias ordens, os casos úteis do polinómio $D_n(p)$ que conduzem a soluções do tipo passa-tudo e que a seguir se exemplificam.

Veja-se o exemplo de 1ª ordem para um sistema altifalante de duas vias, em que temos que $H_L(p) = 1/(1+p)$ e $H_H(p) = p/(1+p)$ sendo então $H_L(p) \pm H_H(p) = (1 \pm p)/(1+p)$.

É obvio que $H_L(j\omega/\omega_0) + H_H(j\omega/\omega_0) = 1$ de tal forma que circuito de crossover de 1ª ordem é de “tensão constante”. O módulo da diferença

$$|H_L(j\omega/\omega_0) - H_H(j\omega/\omega_0)| = \left| \frac{1 - j\omega/\omega_0}{1 + j\omega/\omega_0} \right| = \frac{\sqrt{1 + (\omega/\omega_0)^2}}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_0)^2}} = 1 \quad (2.55)$$

Logo esta função de 1ª ordem é do tipo passa-tudo quando a diferença é utilizada

Para a frequência de crossover, isto é para $p = j$, $H_L(j1) = 1/\sqrt{2} \angle -45^\circ$ e $H_H(j) = 1/\sqrt{2} \angle 45^\circ$, traduzindo-se num esfasamento de 90° . Se a frequência de *crossover* for bastante próxima da frequência de ressonância do radiador de altas frequências, tendo em conta a fase deste, a diferença de fase será superior a 90° para a soma dos circuitos de crossover e será inferior a 90° para a diferença dos circuitos de crossover. Assim de forma a evitar o cancelamento provocado pela diferença de fase entre as pressões acústicas produzidas pelos dois radiadores (com *crossovers*) utiliza-se a diferença dos circuitos de *crossover*, invertendo a polaridade na ligação do radiador de altas frequências ([Leach, 03]).

Para o caso de soluções de 2ª ordem temos, $H_L(p) = 1/(1+p)^2$ e $H_H(p) = p^2/(1+p)^2$, tal que $H_L(p) \pm H_H(p) = (1 \pm p^2)/(1+p)^2$.

Para $p = j$ isto é, para $\omega = \omega_0$, a ligação soma exhibe um *notch*. Para a ligação diferença o numerador pode ser factorizado para obter $(1+p)(1-p)$, tal que

$$|H_L(j\omega/\omega_0) - H_H(j\omega/\omega_0)| = \left| \frac{[1 - (j\omega/\omega_0)][1 + (j\omega/\omega_0)]}{[1 + (j\omega/\omega_0)]^2} \right| = \left| \frac{[1 - (j\omega/\omega_0)]}{[1 + (j\omega/\omega_0)]} \right| = 1 \quad (2.56)$$

é o módulo de um passa-tudo.

Para a frequência de crossover, isto é para $p = j$, $H_L(j) = 1/2 \angle -90^\circ$ e $H_H(j) = 1/2 \angle 90^\circ$, sendo então o desfasamento de 180° de tal forma que $H_L(j) \pm H_H(j) = 0$; para a ligação diferença, $H_L(j) - H_H(j) = 1 \angle 0^\circ$. Se a frequência de crossover for bastante próxima da frequência de ressonância do radiador de altas frequências, tendo em conta a fase deste, a diferença de fase situar-se-á entre 90° e 180° para a ligação soma e será inferior a 90° para a ligação diferença dos circuitos de *crossover*. Assim de forma a evitar o cancelamento

provocado pela diferença de fase entre as pressões acústicas produzidas pelos dois radiadores (com *crossovers*) deve utilizar-se a diferença dos circuitos de crossover, invertendo a polaridade na ligação do radiador de altas frequências ([Leach, 03]).

A análise apresentada e exemplificada até o caso de 2ª ordem pode ser estendida de forma idêntica a *crossovers* de maior ordem, tal como se sugere na referência ([Leach, 03]).

Uma solução muito divulgada para os *crossovers*, proposta por Linkwitz ([Linkwitz, 76]) e que está na origem dos designados *crossovers* de Linkwitz-Riley (L-R), sugere a ligação série de duas secções elementares de filtros de Butterworth (1ª, 2ª, 3ª e 4 ordens) para a realização de cada um dos filtros de *crossover*, $H_L(j\omega/\omega_0)$ e $H_H(j\omega/\omega_0)$. Desta forma, os *crossovers* de Linkwitz-Riley (L-R) são de ordem par, com uma atenuação de 6 dB à frequência de *crossover*, verificando a condição de passa-tudo. Por exemplo, recorrendo ao filtro de Butterworth de 1ª ordem, temos os *crossovers* L-R2, de 2ª ordem,

$$H_L(p) = 1/(1+p)^2 \quad (2.57)$$

$$H_H(p) = p^2/(1+p)^2 \quad (2.58)$$

para os quais se verifica a condição de passa-tudo ([Linkwitz, 76]).

O efeito combinado da resposta em frequência dos radiadores e dos *crossovers* na resposta em frequência do sistema altifalante nem sempre é evidente, sendo usual, por isso, o recurso à simulação com base em modelos aproximados descritivos do comportamento dos radiadores e à experimentação para determinar a combinação de filtros de *crossover* e de ligação dos radiadores que conduz à melhor regularidade da resposta em frequência ([Leach, 80a], [Leach, 80b], [Leach, 03]).

A utilização generalizada de *crossovers* resultando em características totais do tipo passa-tudo motivaram a realização de vários trabalhos ([Lipshitz, 82], [Lipshitz, 83b]) sobre a audibilidade dos efeitos da fase não mínima (sistema passa-tudo) na reprodução sonora e sobre o estudo de formas alternativas que permitissem uma característica total de fase linear nos sistemas altifalantes ([Vanderkooy, 84], [Lipshitz, 85]).

2.3.3.4 Implicações da não coincidência da origem acústica dos radiadores nos sistemas altifalantes

Excepto para os radiadores coaxiais as limitações práticas adicionam mais uma dificuldade à realização de sistemas altifalantes multivia que resulta da não coincidência das origens acústicas dos diversos radiadores, já que estes se encontram montados separadamente na caixa.

Na prática como a área de audição se situa num plano horizontal as origens acústicas dos radiadores que constituem um sistema altifalante são alinhadas verticalmente ([Rossi, 86, pp. 469]). Contudo a não coincidência física destas origens implica que para pontos não equidistantes das origens acústicas dos radiadores, sobre o eixo principal definido e estabelecido para o sistema altifalante, as pressões acústicas produzidas por cada radiador não ocorrem temporalmente alinhadas. Naturalmente, este facto degrada a regularidade da resposta electroacústica do sistema altifalante ([Leach, 80a], [Meyer, 94], [Meyer, 98]).

A não coincidência das origens acústicas pode ser compensada por filtros passa-tudo com fase adequada ou digitalmente pela introdução de um atraso ou ainda por um método *ad hoc* de

deslocamento horizontal relativo daquelas origens acústicas ([Rossi, 86, pp. 469], [Meyer, 94], [Meyer, 98]).

Por exemplo a figura 2.21 ilustra a proposta de um fabricante ([Ascendo, 2004]) que possibilita o ajuste mecânico do suporte do radiador de altas frequências de forma a permitir flexibilidade no alinhamento temporal do conjunto altifalante face a posição do ouvinte.



Figura 2.21 – Sistema altifalante com possibilidade de deslocamento do radiador de altas frequências para efeitos de alinhamento temporal do conjunto

Outros fabricantes por exemplo recuam a posição espacial relativa dos radiadores por alteração da forma geométrica da caixa, tal como se sugere em [Thiel, 04].

O alinhamento vertical descrito implica que as origens acústicas dos radiadores utilizados sejam conhecidas o que não é muito evidente. Todavia a origem acústica pode ser determinada aproximadamente a partir de medições da pressão acústica produzida no eixo do radiador em campo livre. Para tal, para várias distâncias referenciadas por exemplo ao plano delimitado pela face exterior do cesto do radiador, traça-se a relação entre o inverso da pressão acústica medida em função da distância, tal como sugere o diagrama da figura 2.22; os resultados das medições situam-se numa recta, cujo ponto de intersecção com eixo das abcissas indica o centro acústico (C_a) do radiador ([Rossi, 86, pp 469]).

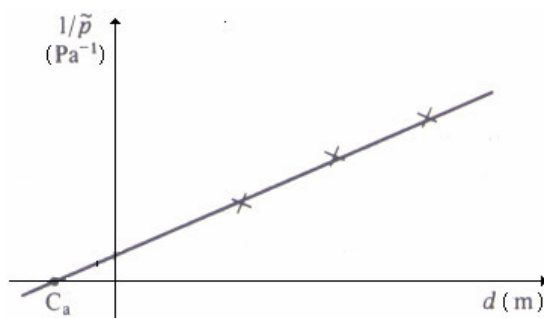


Figura 2.22 – Determinação da origem acústica do radiador

A não coincidência das origens acústicas dos radiadores é de menor relevância para os radiadores coaxiais. Estes radiadores são constituídos por dois ou três diafragmas com motores electrodinâmicos independentes, partilhando por vezes parte do circuito magnético, estando normalmente o *tweeter* colocado no eixo principal do *woofer* ([Rossi, 86, pp. 462]). A título de exemplo apresenta-se na figura 2.23, esquematicamente, a constituição de um radiador coaxial

(com dois elementos) evidenciando-se a exacta coincidência das origens acústicas ([Tannoy, 04]).

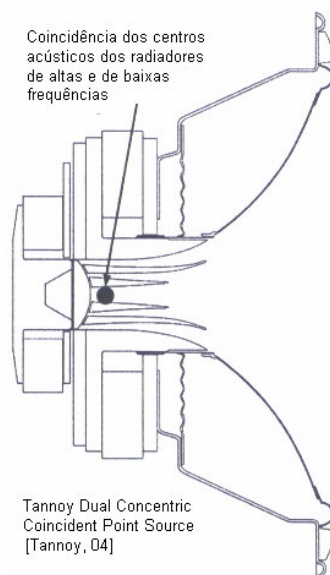


Figura 2.23 – Constituição de um radiador coaxial ([Tannoy, 04])

2.4 Avaliação objectiva e apreciação psicoacústica (subjectiva) dos sistemas de radiadores electroacústicos

Na avaliação objectiva dos sistemas altifalantes recorre-se à medição de um conjunto de características eléctricas e electroacústicas que se entendem indicadoras, objectivamente, da fidelidade de reprodução esperada com os sistemas e caracterizadora dos mesmos.

A relação entre a percepção que os ouvintes manifestam sobre os sistemas de reprodução de som e algumas daquelas medidas objectivas é um tema geralmente enquadrável no âmbito da psicoacústica que tem merecido bastante atenção ao longo do tempo ([Fincham, 85b], [Toole, 86], [Gabrielsson, 91], [Niewiarowicz, 98] [Olive, 03], entre outros).

Apesar de amplamente consolidado o entendimento sobre os mecanismos da percepção auditiva humana parece, todavia, não existir um consenso relativamente à importância relativa que as características objectivas dos sistemas de radiadores electroacústicos têm na apreciação subjectiva que os ouvintes estabelecem para os mesmos.

A justificação para este facto parece residir não só na natureza do próprio dispositivo mas também no enquadramento espacial que lhe é dado. De facto, os radiadores e sistemas de radiadores electroacústicos (altifalantes) produzem um campo acústico tridimensional num espaço normalmente fechado - a sala de audição - de complicada caracterização do ponto de vista acústico. O resultado desta interacção do ponto de vista acústico parece ser decisivo e condicionador no resultado final da apreciação subjectiva dos ouvintes.

O estudo continuado dedicado a este tema se por um lado tem permitido gradualmente consolidar o seu entendimento e ir clarificando a importância da avaliação objectiva tem também permitido a recorrência deste assunto e de questões afins. Exemplo disto é a

recorrência à avaliação da audibilidade da distorção de fase introduzida pelos sistemas altifalantes, de que adiante se dará nota.

Sem a pretensão de apresentar uma sistematização completa sobre a correlação entre as medidas objectivas e a apreciação subjectiva dos sistemas de radiadores electroacústicos, enumeram-se e destacam-se nesta secção as medidas objectivas vulgarmente utilizadas, nomeadamente aquelas consideradas relevantes para o objecto do presente trabalho, e estabelecem-se as possíveis conexões destas com os resultados obtidos na apreciação psicoacústica.

2.4.1 Relação entre a caracterização objectiva e a apreciação subjectiva

A avaliação objectiva dos sistemas altifalantes habitualmente aceite no seio dos fabricantes assenta na medição de características eléctricas e electroacústicas relevantes para a sua correcta utilização do ponto de vista eléctrico e descritivas do comportamento electroacústico básico do sistema.

A partir do extenso trabalho realizado por Toole em 1986 ([Toole, 86a], [Toole, 86b]) e desde então prosseguido por Olive ([Olive, 03]) - relacionando as medidas objectivas dos sistemas altifalantes com a classificação atribuída nos testes de apreciação subjectiva - transcrevem-se e listam-se a seguir as características objectivas aí destacadas.

Módulo da resposta electroacústica nas frequências (no eixo principal e/ou resposta esférica média)

- Distorção de fase
- Distorção harmónica
- Ruídos espúrios e distorção por intermodulação
- Distorção por modulação em frequência
- Compressão da gama dinâmica
- Atraso de grupo
- Distorção aos transitórios
- Eficiência electroacústica
- Potência
- Invariabilidade do seu desempenho

Destacam-se daquelas características apenas as associadas à resposta electroacústica, complexa, nas frequências e no eixo, dos sistemas altifalantes objecto do presente trabalho.

O módulo da resposta electroacústica, em função da frequência, no eixo principal do sistema é, obviamente, uma característica relevante na avaliação objectiva já que a sua planura e/ou suavidade é um dos objectivos que norteiam, normalmente, o projecto e realização dos sistemas.

Esta característica refere-se à medida da pressão acústica (sonora) em função da frequência, provocada pelo som directo (excluídas as reflexões), no eixo principal, referenciada para a distância de 1 m quando o sistema é excitado com 1 W de potência eléctrica (2,83 V para 8 Ω); habitualmente expressa-se na forma relativa em decibéis usando como pressão acústica de referência o valor 20 μ Pa e utiliza-se o acrónimo SPL do termo inglês *Sound Pressure Level*.

A ondulação pico a pico máxima esperada nesta resposta é normalmente especificada pelos fabricantes e o seu traçado é por vezes incluído nas características dos sistemas altifalantes.

A definição de eixo principal do sistema normalmente não é conhecida, podendo este ser estabelecido a partir do centro geométrico da caixa ou ser definido como coincidente, por exemplo, com o eixo principal do radiador de altas frequências ([Watson, 93] [Meyer, 94] [Kohut, 98]).

A resposta em frequência do sistema altifalante pode ser, todavia, interpretada e valorizada não apenas no seu eixo principal mas também espacialmente recorrendo à resposta esférica média. Esta resulta da integração das medições da pressão acústica realizadas na totalidade da esfera de radiação do sistema altifalante ou apenas no seu hemisfério frontal.

Naturalmente é possível estabelecer outras variantes desta resposta esférica definindo para isso janelas angulares de medição na horizontal e na vertical; por exemplo, Toole explorou algumas variantes definindo janelas de medição na horizontal e vertical, entre 0° e 15°, entre 30° e 45° e entre 60 e 75°, fora do eixo principal, para efeitos do estudo da correlação entre medidas objectivas e a avaliação psicoacústica (Toole, 86b)]

A valorização relativa destas duas especificações objectivas dos sistemas altifalantes – resposta no eixo principal e resposta esférica média - para o resultado da apreciação subjectiva não parece consensual sendo reportadas duas correntes de opinião sustentando a importância de uma ou de outra.

Antes de mais deve notar-se que um sistema altifalante com resposta plana no seu eixo principal não pode ter uma resposta esférica média plana (uniforme). Por exemplo, no caso de um pistão montado numa moldura infinita ou caixa que apresente uma resposta em frequência no eixo relativamente uniforme, pode prever-se, devido à directividade crescente com a frequência, que a resposta esférica será decrescente (Freitas, 90)].

Apesar desta divergência valorativa daquelas duas respostas, a partir da sistematização e dos testes realizados por Toole parece inegável que a característica objectiva, “resposta electroacústica, em frequência, no eixo principal”, dos sistemas altifalantes excluindo as reflexões da sala de audição, isto é, apenas considerando o som directo, é determinante e fortemente correlacionável com os resultados da apreciação subjectiva.

O andamento suave, sem irregularidades, do módulo da resposta em frequência, no eixo, associado a uma resposta nas fases sem transições abruptas, ainda que seja não linear, parece ser um excelente indicador para uma elevada classificação nos testes de apreciação subjectiva.

Esta conclusão foi corroborada posteriormente por estudos com idêntica finalidade de relacionar medidas objectivas com os resultados da apreciação subjectiva ([Gabrielsson, 91], [Niewiarowicz,98], [Olive, 03])

A título de exemplo apresenta-se na figura 2.24 um resumo com as respostas no eixo principal de alguns dos sistemas altifalantes utilizados naquele extenso estudo ([Toole, 86b])e as correspondentes classificações obtidas nos testes de apreciação psicoacústica (escala de 1 a 10).

Ressalta do que foi dito que os desvios (irregularidades) nas amplitudes da resposta electroacústica dos sistemas altifalantes são objectivamente importantes e condicionam a apreciação subjectiva. Watson afirma que desvios de ± 2 dB no módulo da resposta electroacústica são bastante difíceis de alcançar na construção de sistemas altifalantes e consequentemente a distorção de tons complexos será inevitável, particularmente, quando se considera a resposta fora do eixo ([Watson, 92]).

Propõe então uma caracterização objectiva interessante para relacionar o impacto das irregularidades (desvios) naquela resposta e o previsível resultado na apreciação subjectiva, justificado no facto de o sinal musical ser um conjunto complexo compreendendo um tom com

frequência fundamental e uma série de outros tons, normalmente, mas nem sempre, relacionados harmonicamente que o marcam distintivamente e que determinam a apreciação subjectiva dos ouvintes ([Watson, 92] [Watson, 93]).

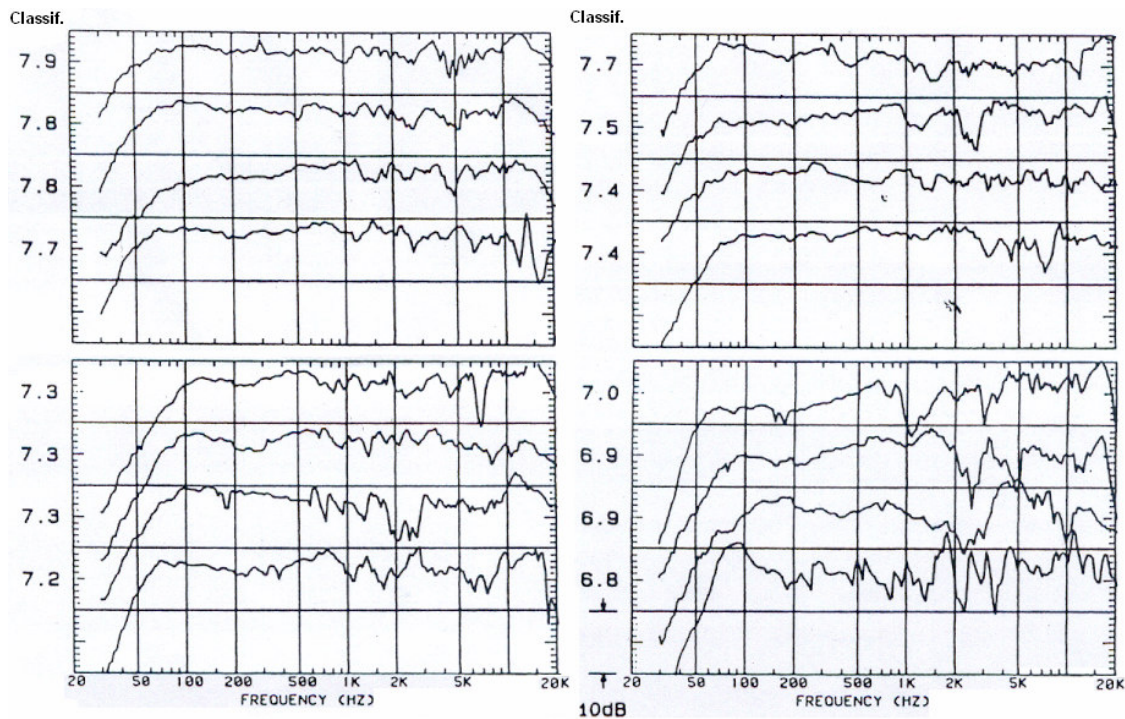


Figura 2.24 – Módulo da resposta electroacústica no eixo principal e classificação atribuída nos testes de apreciação subjectiva de alguns dos altifalantes utilizados no estudo da referência [Toole, 86b]

Como instrumento auxiliar no projecto de sistemas altifalantes Watson propõem então que se avalie para cada frequência fundamental e às frequências correspondentes aos seus harmónicos a amplitude imposta pela resposta electroacústica; a partir da representação gráfica da amplitude em função da frequência fundamental e do número do harmónico ressalta de forma mais evidente o impacto de cada irregularidade na alteração do tons do sinal musical ([Watson, 93]).

Quanto à fase da resposta electroacústica deve dizer-se que a apresentação do seu traçado em função da frequência é uma raridade nas especificações publicadas dos radiadores electroacústicos e dos sistemas altifalantes.

Relativamente a esta, Toole refere que parece não ser o próprio andamento da fase da resposta electroacústica mas sim a presença de discontinuidades que se correlaciona com a classificação psicoacústica atribuída aos sistemas e que, em geral, os melhores classificados tem andamentos da fase (em função da frequência) suaves e apenas com ligeiras ondulações; refere também que o comportamento de fase não mínima e o atraso de grupo não foram avaliados ([Toole, 86b]).

Toole sintetiza referindo, “..... os ouvintes, parece, apreciam sistemas altifalantes com uma resposta plana, suave, de banda larga, que seja mantida em ângulos substanciais fora do eixo principal. Se isto é conseguido, os sistemas altifalantes, exibem uma resposta esférica com andamento suave (mas não plana) e com índices de directividade (em função da frequência)

também com andamento suave; a resposta nas fases tenderá também a ser suave, mas não obedecendo a qualquer forma” ([Toole, 86b]).

Recentemente, Olive como conclusão de estudo sobre a apreciação subjectiva de sistemas altifalantes afirma “Os sistemas altifalantes com as respostas em frequência mais planas, suaves e extensas foram os que receberam as melhores classificações” nos testes de apreciação subjectiva ([Olive, 03]).

2.4.2 Audibilidade das anomalias da resposta electroacústica

As anomalias da resposta electroacústica dos sistemas altifalantes, naturalmente indesejáveis, têm para além de uma caracterização objectiva uma valorização relativa dependente da sua audibilidade no som reproduzido como se evidenciou no ponto anterior.

A relevância ou irrelevância psicoacústica, subjectiva, destas anomalias tem permitido não só a valorização ou desvalorização de algumas delas no processo de projecto e construção de sistemas altifalantes mas também a exploração de metodologias de correcção baseadas apenas em critérios psicoacústicos ([Ramos, 05]).

Sintetizam-se a seguir as principais constatações e conclusões conhecidas sobre a audibilidade das irregularidades no módulo da resposta electroacústica e da distorção de fase dos sistemas altifalantes.

2.4.2.1 Audibilidade das irregularidades no módulo da resposta electroacústica

A audibilidade das irregularidades no módulo da resposta electroacústica depende, obviamente, das características próprias destas, a saber,

- a variação de amplitude (relativamente ao nível médio);
- o factor de qualidade, dado pela razão entre a frequência central da irregularidade e a sua largura de banda;
- a localização nas frequências.

Um estudo recorrentemente citado sobre a audibilidade das irregularidades do módulo da resposta electroacústica é o da referência [Bücklein, 81].

Bücklein verificou que as irregularidades no módulo da resposta em frequência são tanto mais audíveis quanto maior for a sua variação de amplitude relativamente ao nível médio e quanto maior for a sua largura de banda. Refere também que uma irregularidade no módulo da resposta em frequência na forma de um pico pode ser altamente audível ao passo que a equivalente na forma de um vale pode ser imperceptível ([Bücklein, 81]).

Da constatação sobre a importância da largura de banda da irregularidade resulta que as ressonâncias com baixo factor de qualidade são mais facilmente detectáveis do que as caracterizadas por elevados factores de qualidade. Analisando este facto no domínio dos tempos, Toole acrescenta que as longas caudas visíveis na resposta temporal, associadas a ressonâncias de elevado Q , são menos perceptíveis e não são as mais problemáticas; ao invés, as respostas temporais, bastante amortecidas, associadas a ressonâncias de baixo Q devem ser investigadas cuidadosamente já que, muitas vezes, estão associadas a colorações audíveis no som reproduzido ([Toole, 86a]).

Toole sintetiza referindo que “as colorações audíveis são frequentemente causadas por ressonâncias no sistema de altifalantes; estas ressonâncias poderão revelar-se em extensões

variáveis quer na resposta em amplitude em regime permanente quer na resposta temporal a sinais transitórios” ([Toole, 86a] [Freitas, 90]).

A zona de frequências em que estas irregularidades se verificam é relevante para a sua audibilidade. Os estudos mostram uma redução na audibilidade das irregularidades nos extremos da faixa de frequências e destacam duas zonas de maior sensibilidade, entre 200 e 600 Hz e entre 2 kHz e 6 kHz ([Buckelin,81]).

2.4.2.2 Audibilidade da distorção de fase

Do exposto sobre a concepção e realização de sistemas electroacústicos, em particular o que respeita aos sistemas multivia, conclui-se que estes apresentam normalmente uma característica de fase não linear, típica dos sistemas de fase não mínima, justificada, sobretudo pela característica de fase imposta pela função de transferência total passa-tudo dos filtros de *crossover*.

A audibilidade da distorção de fase em geral e em particular a introduzida pelos sistemas electroacústicos tem proporcionado a realização de inúmeros trabalhos designadamente, [Blauert, 78], [Preis, 80], [Lipshitz, 82], [Moir, 83], [Shanefield, 83] [Moir, 85], [Maanen, 85], [Preis, 85], [Krauss, 90], [Greenfield, 90b], [Johansen, 96], [Radlovic, 00], [Minnaar, 02], [Flanagan, 05] entre outros, sem aparente e decisivo consenso.

Na avaliação da distorção de fase e do seu impacto psicoacústico recorre-se, muitas vezes, à utilização e determinação da função atraso de grupo já que o desvio desta função de uma constante, nas frequências, é um indicador da severidade da não linearidade da fase. Seja $\tau_g(\omega)$ a função atraso de grupo definida na forma

$$\tau_g(\omega) = -\frac{d\phi(\omega)}{d\omega} \quad (2.59)$$

em que $\phi(\omega)$ é a fase da resposta (electroacústica) nas frequências ω . O desvio desta função relativamente a uma constante, T_{τ_g} , é dado então por

$$\Delta\tau_g = \tau_g - T_{\tau_g} \quad (2.60)$$

Para efeitos do estudo da audibilidade da distorção de fase procura-se então identificar o valor mínimo ou os valores mínimos deste(s) desvio(s) que tornam os seus efeitos acusticamente discrimináveis.

Os estudos referidos utilizam, no essencial, duas metodologias para produzir a distorção de fase a aplicar aos sinais de teste a submeter aos auditores (ouvintes):

- a resposta de fase não linear é realizada utilizando secções, de 1ª e de 2ª ordem, do tipo passa-tudo em número adequado e sintonizadas para obter o atraso de grupo pretendido ([Blauert, 78], [Lipshitz, 82], [Preis, 85], [Krauss, 90], [Johansen, 96], [Minnaar, 02], [Flanagan, 05]);

- a resposta de fase não linear resulta da utilização de medições de respostas impulsivas reais ([Greenfield, 90b], [Johansen, 96]).

Os sinais de teste são variados, desde impulsos, tons simples sinusoidais, sinais musicais, etc e são apresentados aos ouvintes, na maioria dos casos, através de auscultadores.

Por exemplo, Blauert, usando secções passa-tudo com atraso de grupo total idêntico ao dos sistemas altifalante e utilizado como sinais de teste impulsos rectangulares estabeleceu como limiar de audibilidade da distorção um valor de pico, médio, de 1.1 ms (a 7 kHz); neste teste os

valores situaram-se entre 0.8 ms e 1.4 ms com taxas de correcta discriminação, respectivamente, entre 47.6% e 75.2 % ([Blauert, 78]). No essencial, estes valores foram posteriormente corroborados em [Minnaar, 02] recorrendo, também, à utilização de secções passa-tudo. Blauert refere ainda que o treino dos ouvintes é importante na identificação do limiar de audibilidade e relata que num teste com um ouvinte o limiar de audibilidade por este identificado desceu de 0.86 ms para 0.54 ms após um dia de treino.

Preis, a partir da sistematização dos resultados de um conjunto de trabalhos inferiu como limiar de audibilidade um desvio de ± 0.5 ms no atraso relativamente a uma constante, na faixa de frequências de 1 a 5 kHz, com sinais de testes diversos e com validade até 6 kHz ([Preis, 80]). Em estudo posterior usando impulsos rectangulares distorcidos nas fases por filtros passa-tudo conclui que a maior sensibilidade se verificava para a frequência de 2 kHz e que o correspondente limiar de audibilidade do valor de pico do atraso de grupo era de 2 ms ([Preis, 85]).

Lipshitz no estudo realizado com o intuito de avaliar a audibilidade da distorção de fase nas médias frequências imposta pelos filtros de *crossover* (com características totais tipo passa-tudo), conclui:

- mesmo pequenas distorções de fase às médias frequências são audíveis com determinados sinais;
- a audibilidade é maior com auscultadores do que com sistemas altifalantes convencionais;
- a distorção de fase é claramente audível nos sinais gerados anecoicamente e reproduzidos em auscultadores;
- a distorção de fase parece não ser, geralmente, audível com sinais musicais e de fala pese embora ter sido detectada em alguns registos vocais.

Finaliza referindo que é necessário continuar a investigar esta questão ([Lipshitz, 82]).

Com objectivo idêntico ao de Lipshitz de avaliar a distorção de fase introduzida pelos filtros de crossover, Krauss concluiu que a distorção de fase, introduzida pelos filtros de Linkwitz-Riley de 2ª e de 4ª ordem, é audível nos testes que realizou usando como sinal de teste um *burst* sinusoidal [Krauss, 90]. Pelo contrário Linkwitz afirma que esta distorção de fase não é audível ([Linkwitz, 76] [Linkwitz, 05]).

No relato da referência [Fincham, 85b] sobre o trabalho realizado com o intuito de avaliar a importância psicoacústica da uniformidade do atraso de grupo às baixas frequências afirma-se que os efeitos da distorção nos sinais musicais são subtis mas audíveis; para efeitos de demonstração efectiva desta constatação, verificou a audibilidade da distorção introduzida por um passa-tudo de 4ª ordem usando como sinal de teste oito períodos de um sinusóide de 40 Hz.

Recorrendo à utilização de medições da resposta impulsional combinada do sistema altifalante e da sala, Johansen afirma que a fase da resposta electroacústica é claramente perceptível com os sinais de teste utilizados e apresentados aos ouvintes através de auscultadores ([Johansen, 96]).

Greenfield recorrendo à apresentação de sinais musicais aos ouvintes através de sistemas altifalantes, com e sem igualização da resposta nas fases, em estereofonia, afirma que apesar de estes detectarem pequenas diferenças os efeitos da distorção de fase são subtis. Refere todavia que as não linearidades dos radiadores e o tipo do sinal utilizado pode ter condicionado os resultados ([Greenfield, 90b]).

Recentemente, Flanagan utilizando impulsos rectangulares com a duração 20 μ s, distorcidos por filtros passa-tudo com atrasos de grupo centrados em 1 kHz e 2 kHz e apresentados aos

ouvintes por sistema altifalante numa sala de fraca reverberação, identificou um valor de pico (médio) do atraso de grupo de 1.9 ms para o limiar de audibilidade desta distorção ([Flanagan, 05]).

A recorrência deste tópico ao longo do tempo parece justificar-se pela dificuldade do estudo do mesmo e também pela dificuldade de validação das conclusões para todo o tipo de sinais.

Apesar deste facto ressalta do que foi exposto a validade dos resultados originalmente estabelecidos por Blauert para sistemas altifalantes, atendendo às conclusões de recentes trabalhos ([Minnaar, 02]) que no essencial os corroboram.

Por último pode obviamente afirmar-se que a evidente não linearidade da fase da resposta dos sistemas de radiadores electroacústicos (sistemas altifalantes) afecta objectivamente o som reproduzido.

2.5 Medição da resposta electroacústica de sistemas altifalantes

A caracterização de alguns dos mecanismos de distorção nos sistemas altifalantes pode ser realizada a partir da medição eléctrica de alguns dos parâmetros que permitem o estabelecimento dos circuitos equivalentes baseados nas analogias electro-mecânica-acústicas referidas. Apesar de vantajosa por várias razões esta abordagem até à data parece não ter permitido obter modelos suficientemente informativos e descritivos da característica de banda larga dos sistemas altifalantes.

Este facto tem sustentado a realização de variados trabalhos aplicando técnicas de identificação e de modelização para descrever parametricamente por função de transferência electroacústica o comportamento dos sistemas altifalantes ([Freitas, 90] [Greenfield, 91b]. [Valacas, 96]).

Este facto parece ter contribuído também para o desenvolvimento ao longo dos anos de técnicas e métodos adequados à medição da resposta electroacústica (resposta impulsional e resposta nas frequências) de sistemas altifalantes ([Berman, 77], [Rife, 89], [Farina, 00], [Muller, 01]).

Nestes métodos de medição utiliza-se um sinal eléctrico para excitação adequada do sistema electroacústico e regista-se o correspondente sinal de saída - pressão acústica - através de microfone colocado adequadamente no campo acústico produzido pelo sistema. A maioria permite obter directamente a resposta impulsional enquanto outros, por exemplo, a espectrometria de tempo de atraso dá como resultado a resposta nas frequências.

A ideia subjacente aos métodos de medição da resposta impulsional de sistemas em geral e em particular aplicada aos sistemas electroacústicos é a que a seguir se apresenta.

Seja $h(t)$ a resposta impulsional do sistema ao qual se aplica o sinal de entrada, $x(t)$, e $y(t)$ o correspondente sinal de saída, tal como sugere a figura 2.25.

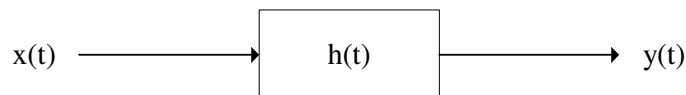


Figura 2.25 – Sistema linear caracterizado pela resposta impulsional $h(t)$, sujeito ao sinal de entrada $x(t)$ e com sinal de saída $y(t)$

O sinal de saída, $y(t)$, expressa-se na forma

$$y(t) = x(t) * h(t) \quad (2.61)$$

ou de forma equivalente a resposta impulsional, $h(t)$,

$$h(t) = y(t) * x^{-1}(t) \quad (2.62)$$

A resposta impulsional, $h(t)$, pode ser obtida por convolução com o inverso $x^{-1}(t)$ do sinal de entrada, $x(t)$, isto é, por desconvolução do sinal de entrada aplicado. Alguns métodos de medição exploram particularidades características do sinal de entrada, por exemplo facilitadoras da determinação directa da resposta impulsional sem recurso explícito à desconvolução, como adiante se evidencia no método que utiliza sequências de comprimento máximo.

A mesma ideia subjacente à equação 2.62 pode ser transposta para o domínio das frequências sendo então a resposta (em frequência) do sistema dada pelo quociente entre o espectro do sinal de saída e o espectro do sinal de entrada.

O tipo de excitação que se utiliza tem estado na origem e no desenvolvimento de várias técnicas e métodos de determinação da resposta impulsional, que podem ser agrupados em:

- métodos com excitação não determinística, cujo exemplo típico é a análise por FFT de dois canais;
- métodos com excitação determinística, cujos exemplos típicos se baseiam, entre outros, na excitação por impulso ([Berman, 77]), na excitação por sinal pseudoaleatório – sequência de comprimento máximo (*Maximum Length Sequence* –MLS) ([Rife, 89]) e na excitação sinusoidal com varrimento linear ou logarítmico ([Farina, 00], [Muller, 01]).

Na exposição apresentada assumiu-se implicitamente a ausência de ruído, todavia a realidade mostra que os sinais recolhidos para efeitos de determinação da resposta do sistema podem ser contaminados pelo ruído.

A fim de minimizar os efeitos do ruído, extrínseco não correlacionado, é habitual realizar um número razoável de medições e usar a sua média na determinação da resposta do sistema.

No que a seguir se apresenta considera-se que os sistemas são lineares, causais e invariantes no tempo. A nomenclatura utilizada refere-se quer ao domínio do tempo contínuo quer ao domínio do tempo discreto, respeitando-se neste último os critérios da amostragem adequada de sinais.

2.5.1 Particularidades e dificuldades na medição da resposta electroacústica

A medição da resposta dos sistemas electroacústicos reveste-se de algumas particularidades e dificuldades dado envolver a medição de grandezas acústicas, nomeadamente medições da pressão acústica em pontos do campo radiado.

Duas condições devem ser verificadas na realização das medições da pressão acústica no campo radiado para efeitos da caracterização de sistemas altifalantes no âmbito do presente trabalho, tal como a seguir se justifica; as medições devem ser realizadas em campo livre e em pontos do campo distante dos sistemas altifalantes.

Na avaliação objectiva e apreciação subjectiva dos sistemas altifalantes é determinante o som directo que chega ao ouvinte, primordialmente no eixo principal destes sistemas, tal como foi sugerido na secção anterior. A medição da resposta electroacústica do sistema deve excluir os efeitos impostos pela sala de audição, designadamente as suas reflexões. Isto é, as medições devem ser realizadas em campo livre.

Para este efeito, habitualmente as medições são realizadas em câmara (ambiente) anecóica ou então, na sua ausência, em ambiente reverberante (salas, etc) suprimindo-se neste caso as partes da resposta temporal afectadas pelas reflexões; todavia neste caso as dimensões físicas dos espaços habituais (não anecóicos) determinam a janela temporal disponível para registo do som directo, tal como se sugere na figura 2.26, e consequentemente limitam o resultado da medição nas baixas frequências,

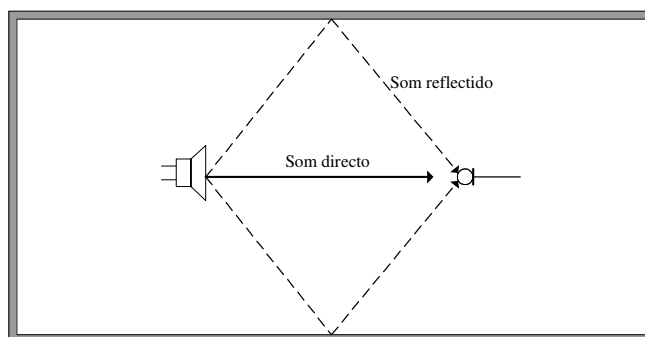


Figura 2.26 – Limitação imposta pelas dimensões físicas dos espaços na janela temporal de medição do som directo dos sistemas electroacústicos

Por exemplo, nas medições realizadas numa sala cuja altura útil de 3 metros é a dimensão física que limita a janela temporal disponível para registo do som directo, com o sistema altifalante e o microfone afastados de 1 metro e equidistantes do chão e do tecto, a duração total permitida para registo do som directo 6.3 ms (excluído o tempo de propagação entre o altifalante e microfone) o que significa que a frequência mais baixa da resposta electroacústica que é possível medir com rigor é 159 Hz ($c=343$ m/s).

A outra condição enunciada a ser verificada nas medições é que estas devem ser realizadas no campo distante do sistema altifalantes.

Define-se, genericamente, campo distante de uma fonte sonora como o campo definido quando se está em pontos suficientemente afastados comparativamente com as suas dimensões, verificando-se, nestas circunstâncias, que a pressão acústica diminui para metade sempre que duplica a distância à fonte sonora; no entanto a uma pequena distância da fonte não se observa aquela propriedade; este campo observável perto da fonte sonora, num raio que é função do tamanho da fonte, designa-se campo próximo.

Para sistemas electroacústicos de médias dimensões a fim de cumprir esta condição é habitual medir a pressão acústica tomando como referência um ponto no seu eixo principal afastado entre 1 a 2 m; por exemplo na referência [Christopher, 94] sugere-se que se utilize uma distância maior ou igual a 3 vezes a maior dimensão do sistema electroacústico.

O nível da pressão acústica medido à distância d é referenciado à distância de 1 m e para 1 W segundo a seguinte relação

$$L_p(1m, 1W) = L_p(d, P_n / 10) + 20 \log(d) - 10 \log(P_n / 10) \quad (2.63)$$

supondo que se aplica 1/10 da potência nominal, P_n , do radiador (sistema) ([Rossi, 86, pp. 395]).

Por último, merece referência o tempo de reverberação do espaço onde se realizam as medições já que é necessário assegurar que o intervalo de espera entre as medições é superior a tempo reverberação da sala (RT_{60}). Este é a duração do intervalo de tempo necessário para que, uma vez interrompida a fonte sonora, a queda de energia de um campo acústico anteriormente estacionário atinga 1 milésimo (-60 dB) do seu valor de partida. Para espaços de dimensões médias este tempo varia tipicamente entre 1 segundo e 3 a 5 segundos.

2.5.2 Medição da resposta electroacústica por análise FFT a dois canais

A análise por FFT (*Fast Fourier Transform*) a dois canais é uma técnica clássica utilizada para a determinação da resposta de sistemas no domínio da frequência em que o sinal de excitação é, normalmente, um sinal aleatório, estacionário, do tipo ruído branco. A técnica todavia pode ser utilizada para qualquer tipo de sinal de entrada.

A partir da equação (2.61) característica de um sistema linear, causal e invariante no tempo, mostra-se⁴ que a função de transferência, $H(f)$, função da frequência f definida entre 0 e ∞ , se relaciona pelas seguintes equações,

$$G_{yy}(f) = |H(f)|^2 G_{xx}(f) \quad (2.64)$$

$$G_{xy}(f) = H(f) G_{xx}(f) \quad (2.65)$$

com o auto-espectro de $x(t)$, $G_{xx}(f)$, com o auto-espectro de $y(t)$, $G_{yy}(f)$, e com o espectro cruzado de $x(t)$ para $y(t)$, $G_{xy}(f)$.

A partir da equação 2.64 e do complexo conjugado a equação 2.65, dado por

$$G_{xy}^*(f) = H^*(f) G_{xx}(f) = G_{yx}(f) \quad (2.66)$$

em que $G_{yx}(f)$ o espectro cruzado de $y(t)$ para $x(t)$, mostra-se também que

$$G_{yy}(f) = H(f) [H^*(f) G_{xx}(f)] = H(f) G_{yx}(f) \quad (2.67)$$

Logo a função de transferência pode ser determinada a partir de

$$H(f) = \frac{G_{xy}(f)}{G_{xx}(f)} \quad (2.68)$$

ou a partir de

$$H(f) = \frac{G_{yy}(f)}{G_{yx}(f)} \quad (2.69)$$

⁴ Assume-se que os sinais reais envolvidos na estimação da função de transferência dos sistema resultam de processos aleatórios estacionários com valores médios nulos ([Bendat, 00, pp. 189])

Mostra-se que a equação 2.68 constitui uma estimativa óptima da função de transferência do sistema para a existência de ruído extrínseco no sinal de saída, $y(t)$, enquanto 2.69 representa uma estimativa óptima da função de transferência quando se verifica a existência de ruído extrínseco no sinal excitador (de entrada), $x(t)$; na situação de existência de ruído em ambos os sinais as estimativas proporcionadas respectivamente pelas equações 2.68 e 2.69 representam os limites inferior e superior para a função de transferência, $H(f)$, do sistema ([Randall, 87], [Azevedo, 95]).

Na prática utilizam-se estimativas para as funções de densidade espectral (auto e cruzada) a partir de um conjunto de n_d registos dos sinais reais, $y(t)$ e $x(t)$, tal como sugerem as seguintes expressões ([Bendat, 00]).

$$G_{xx}(f) = \frac{1}{n_d} \sum_{i=1}^{n_d} |X_i(f)|^2 \quad (2.70)$$

$$G_{yy}(f) = \frac{1}{n_d} \sum_{i=1}^{n_d} |Y_i(f)|^2 \quad (2.71)$$

$$G_{xy}(f) = \frac{1}{n_d} \sum_{i=1}^{n_d} X_i^*(f) Y_i(f) \quad (2.72)$$

$$G_{yx}(f) = \frac{1}{n_d} \sum_{i=1}^{n_d} X_i(f) Y_i^*(f) \quad (2.73)$$

A partir da razão entre as equações 2.68 e 2.69 define-se a função coerência, $\gamma_{xy}^2(f)$, dada por

$$\gamma_{xy}^2(f) = \frac{|G_{xy}(f)|^2}{G_{xx}(f)G_{yy}(f)} \quad (2.74)$$

compreendida entre 0 e 1 ($0 \leq \gamma_{xy}^2(f) \leq 1$). A função coerência mede o grau de dependência linear entre dois sinais em função da frequência. Se a função coerência é menor do que um as possíveis causas serão que existe ruído presente nas medidas ou verificam-se não linearidades na relação entre $y(t)$ e $x(t)$ ou o sinal $y(t)$ é a saída do sistema resultante não só da entrada $x(t)$ mas também de outras entradas ([Bendat, 00]).

A figura 2.27 apresenta de forma esquemática o processamento envolvido na determinação da resposta em frequência por análise FFT a dois canais.

A análise FFT a dois canais apresenta como principais desvantagens a necessidade de realização de médias de um número elevado de medidas a fim de assegurar um valor razoável da relação sinal-ruído.

Além disso a necessidade de um perfeito sincronismo entre os sinais adquiridos, em particular nos sistemas electroacústicos que incluem tempos de propagação, e a necessidade de janelamento dos mesmos são inconvenientes assinalados a esta técnica quando comparada com outras ([Muller, 01]).

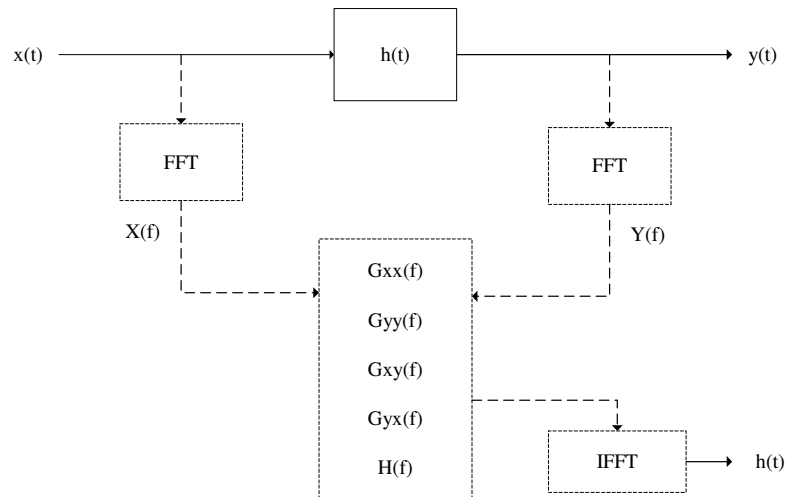


Figura 2.27 – Esquematisação do processamento para determinação da função de transferência por análise FFT a dois canais

2.5.3 Medição da resposta electroacústica usando excitação do tipo impulso

Um sinal de excitação óbvio para efeitos da determinação da resposta impulsional de sistemas é o sinal impulsional, o impulso de Dirac, $\delta(t)$; a correspondente sequência discreta deste sinal designá-la-emos por impulso unitário $\delta(n)$. Com este tipo de sinal de excitação o sinal recolhido na saída do sistema é a resposta impulsional. A aplicação desta ideia à determinação da resposta impulsional de sistemas altifalantes foi prosseguida e desenvolvida por Berman e Fincham em 1977 ([Berman, 77]).

Idealmente o impulso de Dirac tem duração nula com amplitude infinita todavia a realidade prática implica limitações. Por isso, o inconveniente desta técnica resulta das necessidades contraditórias de o impulso ter duração adequadamente curta a fim de proporcionar um excitação com espectro uniforme na banda de frequências de interesse e ao mesmo tempo proporcionar energia suficiente para obter uma medida com razoável relação sinal-ruído sem ultrapassar os limites físicos do sistema.

A fim de melhorar a relação sinal-ruído recorre-se à utilização da média de um considerável número de medidas propondo-se para tal o estabelecimento e utilização de um sinal de excitação impulsional periódico, com período superior à duração da resposta impulsional, por forma a facilitar a realização da medição por média. Desta forma é possível uma redução de aproximadamente 3 dB no nível relativo de ruído não correlacionado por cada duplicação no número de medidas utilizado ([Muller, 01]).

2.5.4 Medição da resposta electroacústica usando sequências binárias de comprimento máximo

Esta técnica/método de determinação da resposta impulsional de sistemas utiliza como excitação sequências binárias pseudoaleatórias, periódicas, designadas sequências de comprimento máximo, abreviadamente, sequências MLS ([Rife, 89] [Vanderkooy, 94]).

As seqüências de comprimento máximo são seqüências binárias pseudoaleatórias ([MacWilliams, 76] [Borish, 83]). Estas seqüências podem ser geradas recursivamente recorrendo a uma registo de deslizamento de N elementos com linhas de retorno para a entrada de certos estágios da série através de uma porta lógica XOR, tal como sugere a estrutura apresentada na figura 2.28. As entradas desta porta lógica, dadas pelas linhas de retorno, são determinadas a partir dos coeficientes de um polinómio característico de ordem N; no caso deste polinómio ser primitivo, esta implementação gera seqüências binárias pseudoaleatórias de comprimento máximo ([MacWilliams, 76]), tal como sugere também a mesma figura construída a partir do polinómio $x^4 + x^3 + 1$. Os polinómios característicos que originam seqüências de comprimento máximo encontram-se publicados nas referências [MacWilliams, 76], [Vanderkooy, 94] entre outras.

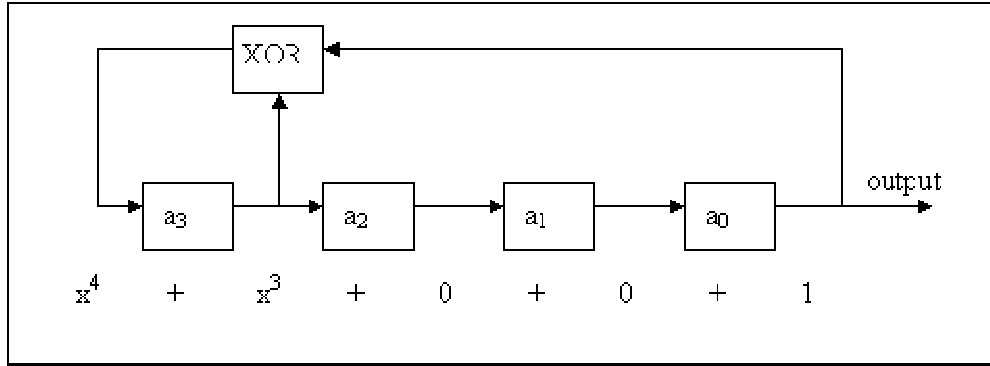


Figura 2.28 – Gerador MLS segundo o polinómio primitivo $x^4 + x^3 + 1$

É de notar que sendo a condição zero em todos registos inalterável as seqüências de comprimento máximo têm comprimento ímpar, L, dado por $L = 2^N - 1$ sendo N o número de registos de deslocamento.

Para efeitos da medição da resposta impulsional de sistemas o nível 1 é mapeado a -1 e o nível 0 é mapeado a +1, de forma a gerar uma seqüência (sinal) de excitação simétrico ([Rife, 89]). Na figura 2.29 apresentam-se as primeiras 100 amostras de uma seqüência MLS de ordem 10 com comprimento 1023.

As seqüências MLS possuem uma propriedade particular e interessante para a determinação da resposta impulsional dos sistemas. Sendo $x(n)$ uma seqüência de comprimento máximo, com excursão simétrica, mostra-se ([MacWilliams, 76]) que a sua seqüência de autocorrelação (normalizada) é dada por

$$R_{xx}(n) = \frac{1}{L} \sum_{k=0}^{L-1} x(k)x(k+n) = \begin{cases} R_{xx}(0) = 1 \\ R_{xx}(n) = -\frac{1}{L}, & 0 < n < L \end{cases} \quad (2.75)$$

Então, para seqüências com comprimento L elevado a seqüência de autocorrelação é aproximadamente uma seqüência unitária (impulso unitário) ([Rife, 89]). Na figura 2.30 apresenta-se a seqüência de autocorrelação da seqüência MLS de ordem apresentada na figura anterior.

Da expressão característica de um sistema linear, invariante, no tempo, caracterizado pela resposta impulsional, $h(n)$, ($y(n) = x(n) * h(n)$) e recorrendo à teoria dos sistemas lineares

sabe-se também que a correlação cruzada, $R_{xy}(n)$, entre o sinal de entrada $x(n)$ e o sinal de saída, $y(n)$, é dada por

$$R_{xy}(n) = R_{xx}(n) * h(n) \quad (2.76)$$

sendo $R_{xx}(n)$ a autocorrelação do sinal de entrada.

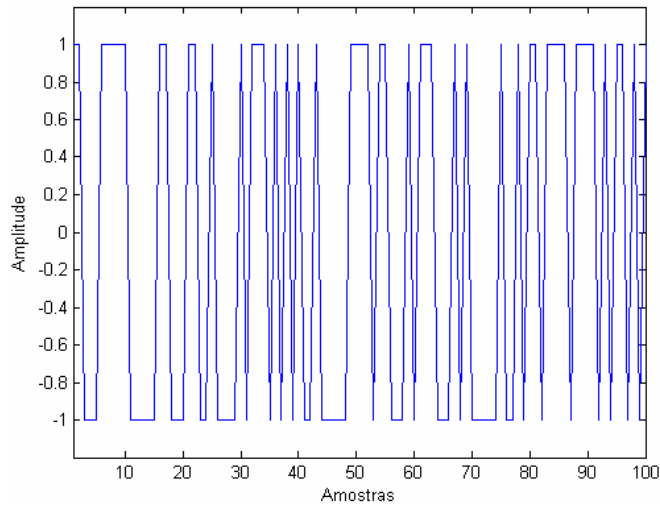


Figura 2.29 – Sequência MLS de ordem 10 com comprimento de 1023 amostras

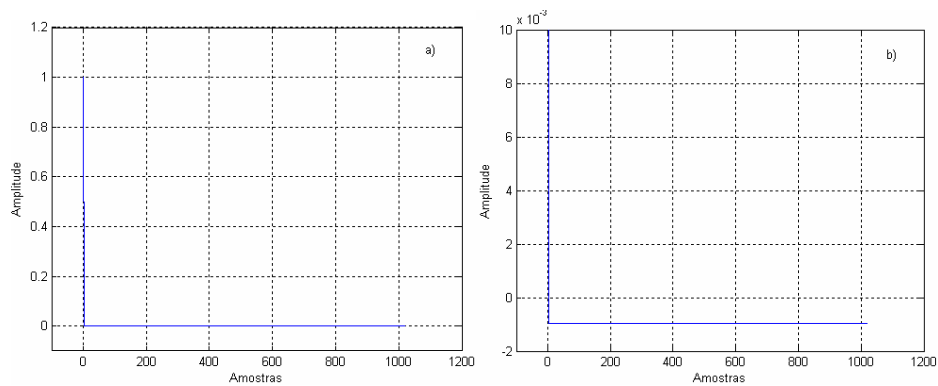


Figura 2.30 – Sequência MLS de ordem 10 a) sequência de autocorrelação b) ampliação mostrando a componente DC da cauda da sequência de autocorrelação

Então, para um sistema excitado com sequências de comprimento máximo, verifica-se que

$$R_{xy}(n) = R_{xx}(n) * h(n) \quad \xRightarrow{x(n) \text{ é MLS}} \quad R_{xy}(n) \approx \delta(n) * h(n) = h(n) \quad (2.77)$$

o que significa que para determinar a sua resposta impulsional, $h(n)$, basta calcular a correlação cruzada, $R_{xy}(n)$, entre o sinal de entrada e o sinal de saída.

Hoje em dia a determinação da correlação cruzada, $R_{xy}(n)$, entre sequências de excitação MLS de comprimento elevado e as correspondentes sequências de saída é realizada com relativa rapidez recorrendo à FFT. Todavia, originalmente, as particularidades do

processamento sobre sequências MLS foram exploradas por aplicação da Transformada Rápida de Hadamard para redução da complexidade computacional ([Borish, 83] [Xiang, 92]).

Outra propriedade das sequências de comprimento máximo, consequente com a propriedade anteriormente referida, é um espectro de potência constante nas frequências permitindo por isso uma excitação uniforme do sistema em toda a banda de frequências de funcionamento (excepto para a frequência zero), com fase aleatória; na figura 2.31 representa-se a amplitude e a fase do espectro da sequência MLS de ordem 10 apresentada nas figuras anteriores.

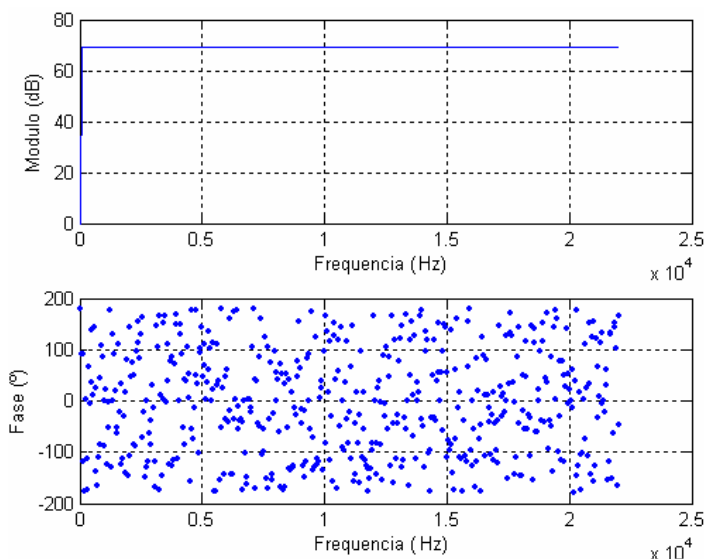


Figura 2.31 – Módulo e fase do espectro de uma sequência MLS de ordem 10 supondo uma frequência de amostragem de 44,1 kHz

A utilização de sequências de comprimento máximo é frequente nas medições electroacústicas permitindo melhores relações sinal-ruído do que as obtidas, por exemplo, com a excitação (periódica) por impulso. Dunn ([Dunn, 93]) refere uma imunidade ao ruído superior em aproximadamente $10\log_{10}(L+1)$ dB relativamente a permitida pela excitação impulsional periódica para o mesmo valor de pico e a mesma duração do sinal excitador. Todavia esta técnica apresenta também algumas limitações, nomeadamente a sua vulnerabilidade à variância temporal e às não linearidades do sistema alvo de medição ([Dunn, 93] [Vanderkooy, 94] [Svensson, 99]).

A implementação e o desenvolvimento desta técnica de medição num produto comercial, designado MLSSA ([Rife, 89], [MLSSA, 01]), com ampla difusão no seio dos fabricantes de sistemas altifalantes e no meio académico por permitir resultados fiáveis com elevadas relações sinal-ruído, tornaram-na uma referência obrigatória nas medições electroacústicas.

2.5.5 Medição da resposta electroacústica por excitação sinusoidal com varrimento frequencial linear ou logarítmico crescente no tempo

Outro tipo de sinal bastante utilizado na determinação da resposta impulsional (ou da resposta em frequência) é um sinal sinusoidal cuja frequência varia continuamente ao longo do tempo, de uma forma linear ou logarítmica, entre um valor mínimo e um máximo. É designado geralmente recorrendo à terminologia anglo-saxónica, *sweep* ou *chirp*.

Em particular a utilização de excitação sinusoidal com frequência crescente logaríticamente no tempo proporcionou recentemente a realização de um conjunto de trabalhos exploratórios e de desenvolvimento de técnicas de medição com este tipo de sinal aplicadas aos sistemas electroacústicos ([Farina, 00][Muller, 01] [Kite, 04]).

O sinal de excitação sinusoidal, de frequência linearmente crescente no tempo, é descrito pela equação,

$$x(t) = \sin \left[\omega_1 t + \frac{\omega_2 - \omega_1}{T_{sw}} t^2 \right] \quad (2.78)$$

em que ω_1 é a frequência inicial, ω_2 é a frequência final e T_{sw} a duração do varrimento em frequência (equivalentemente, a duração do sinal).

O sinal de excitação sinusoidal, de frequência logaritmicamente crescente no tempo, é descrito pela equação ([Farina, 00],[Kite, 04]),

$$x(t) = \sin \left[\frac{\omega_1 T_{sw}}{\ln \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)} \left(e^{\frac{1}{T} \ln \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right) t} - 1 \right) \right] \quad (2.79)$$

com o tempo em função da frequência dado por

$$t(\omega) = \frac{T_{sw}}{\ln(\omega_2/\omega_1)} \ln \left(\frac{\omega}{\omega_1} \right) \quad (2.80)$$

A resposta impulsional do sistema excitado com este tipo de sinal é determinada por desconvolução usando o inverso da excitação, $x^{-1}(t)$, tal como sugerido na equação 2.62. Por exemplo, o inverso - designado filtro inverso $f(t) = x^{-1}(t)$ - para o sinal sinusoidal de frequência logaritmicamente crescente no tempo é determinado por inversão daquele no domínio do tempo, com o atraso adequado para torná-lo causal, seguida de correcção em amplitude por divisão pelo valor quadrático da amplitude do espectro do sinal de excitação ([Farina, 00]). A convolução deste inverso, $x^{-1}(t)$, com o sinal de excitação, $x(t)$, deverá resultar, obviamente, no impulso de Dirac, $\delta(t)$.

Uma vantagem da excitação sinusoidal com frequência variando logaritmicamente no tempo é a imunidade do resultado da medição às componentes não lineares do sistema já que estas, em resultado da desconvolução, aparecem na parte negativa do eixo do tempos não interferindo por isso com a medição da parte linear da resposta impulsional. O espaçamento temporal entre aquelas componentes não lineares é dado por,

$$\Delta t = T_{sw} \frac{\ln(N)}{\ln \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)} \quad (2.81)$$

em que N é a ordem da componente não linear ([Farina, 00]). Desta expressão ressalta que o espaçamento entre as duas componentes vai diminuindo à medida as ordens aumentam.

Esta característica única - de separação das partes linear e não linear do sistema - proporcionada pela excitação sinusoidal com frequência variando logaritmicamente no tempo

associada a uma elevada relação sinal-ruído da medição são referidas como vantagens desta técnica ([Stan, 02]). Todavia a exigência de comparabilidade entre os resultados obtidos por várias técnicas de medição, em particular as que se referem às componentes não lineares, merece justificada atenção quando se utiliza este tipo de excitação e o processamento referido ([Muller, 01] [Kite, 04]).

2.5.6 Medição da resposta electroacústica por espectrometria de tempo de atraso

A medição da resposta em frequência por espectrometria de tempo de atraso (*Time Delay Spectrometry* - TDS) utiliza como excitação sinais sinusoidais e co-sinusoidais com frequência variando linearmente ao longo do tempo (*linear sweeps*), tal como sugere a figura 2.30 onde se representa esquematicamente o processamento envolvido.

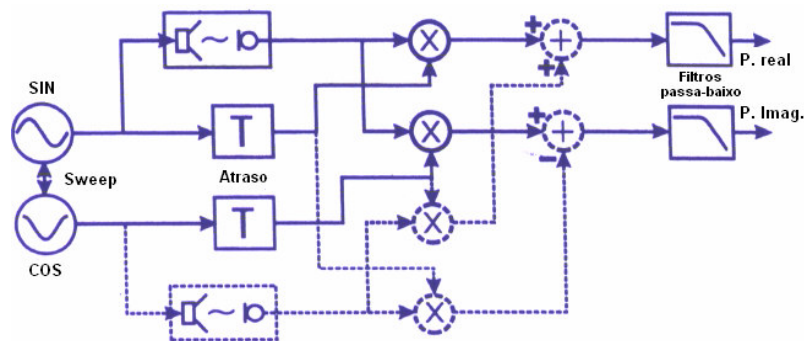


Figura 2.32 – Processamento requerido pela espectrometria de tempo de atraso para determinação da resposta impulsional ([Muller, 01])

O gerador sinusoidal produz simultaneamente um sinal sinusoidal e outro co-sinusoidal (em quadratura de fase) com frequência linearmente crescente no tempo. O resultado da excitação do sistema com o primeiro daqueles sinais é:

- multiplicado pelo sinal de excitação original, adequadamente atrasado para compensar o tempo de propagação, e filtrado para obter a parte real da resposta em frequência;
- multiplicado pelo sinal co-sinusoidal, adequadamente atrasado para compensar o tempo de propagação, e filtrado para obter a parte imaginária da resposta em frequência.

Os termos⁵ resultantes da soma de frequências à saída dos multiplicadores devem ser rejeitados pelos filtros passa-baixo enquanto os termos diferença podem passar consoante as suas frequências; todavia se estas, a gerada e a adquirida, forem idênticas (por exemplo no som directo) o termo diferença é pequeno, próximo de DC, e logo não será atenuado ([Muller, 01]).

Pelo contrário, o som reflectido porque percorre uma distância superior à do som directo terá no instante de aquisição uma frequência inferior à dos geradores produzindo, por isso, componentes de mais alta frequência na saída dos multiplicadores, que serão atenuadas pelos filtros. De forma idêntica os produtos de distorção também são rejeitados pelos filtros passa-baixo. Assim, seleccionando adequadamente a taxa de varrimento e as frequências de corte dos

⁵ O funcionamento dos multiplicadores neste processamento é idêntico ao dos estágios misturadores encontrados nos receptores de elevadas frequências, produzindo termos soma e termos diferença das frequências de entrada ([Muller, 01])

filtros os resultados com esta técnica de medição da resposta em frequência são quasi-anecóicos ([Muller, 01]).

A supressão controlada das reflexões é a razão pela qual os analisadores TDS utilizam como excitação um *sweep* linear já que a diferença de frequências entre o som directo e o reflectido se mantém constante em toda a faixa de frequência do varrimento do *sweep*, resultando então numa atenuação das reflexões independente da frequência.

O TDS apresenta algumas limitações. A mais relevante resulta do facto de que usando *sweeps* lineares e logo excitação com espectro uniforme resultará, normalmente, às baixas frequências em baixas relações sinal-ruído; todavia, a utilização de *sweeps* com duração elevada ou a divisão da faixa de frequências alvo de medição são formas de ultrapassar esta limitação.

Outra limitação é o *ripple* verificado às baixas frequências. Os multiplicadores produzem termos soma e diferença dos sinais de excitação (atrasado) e do de saída. Às altas frequências (instantâneas) a soma é suficientemente elevada para ser atenuada pelo filtro, todavia, no extremo da faixa de varrimento, quando a soma é próxima ou menor do que a frequência de corte, um fenómeno de batimento aparecerá no módulo da resposta em frequência. Esta limitação pode ser remediada aumentando a duração do *sweep* e reduzindo proporcionalmente a frequência de corte do filtro. No entanto uma forma mais adequada é a realização de uma segunda medição agora com o gerador co-sinusoidal excitando o sistema, tal como sugerem as linhas a tracejado na figura 2.30. A parte real desta segunda medição é adicionado ao resultado da primeira medição enquanto a parte imaginária é subtraída. Desta forma os termos soma à saída dos multiplicadores cancelam-se ([Muller, 01]).

Do exposto relativamente ao processamento exigido por esta técnica de medição ressalta também que não é possível a supressão absoluta das reflexões dada a banda de transição do filtros, cujos efeitos se manifestam no alisamento da resposta em frequência.

As vantagens referidas para esta técnica são a sua elevada tolerância à variância do sistema e a rejeição à distorção harmónica do sistema a medir ([Muller, 01]).

2.5.7 Medição da resposta electroacústica por excitação sinusoidal pura com varrimento incremental nas frequências

A determinação da resposta em frequência pode ser realizada ponto a ponto excitando o sistema com sinusóides com frequências fixas (tons puros) e recolhendo e identificando no sinal de saída a alteração de amplitude e de fase provocada pelo sistema. A faixa de frequências de interesse do sistema é varrida escalonadamente segundo a resolução frequencial pretendida.

A identificação da alteração provocada no sinal de excitação em cada frequência pelo sistema pode ser realizada por filtragem e rectificação do sinal de saída ou por aplicação da FFT seguida da determinação das características da componente frequencial pretendida; porém, neste último caso deve minimizar-se os efeitos das fugas espectrais utilizando um número de inteiro de ciclos do sinal na janela de análise da FFT ([Muller, 01]).

O tempo que medeia duas medidas a frequências distintas do sinal de excitação deve ser suficiente para permitir o restabelecimento das condições de repouso do sistema a medir. Para sistemas com ressonâncias de elevado factor de qualidade (Q) e consequentemente com respostas impulsiais longas este tempo de restabelecimento deve ser suficientemente longo para reduzir os erros de determinação a valores negligenciáveis ([Schoukens, 00] [Muller, 01]).

O incremento na frequência do sinal de excitação pode respeitar uma relação logarítmica, com o valor adequado à resolução frequencial pretendida, permitindo reduzir o tempo de medida.

A principal vantagem deste método reside na excelente relação sinal-ruído em cada medição dentro do intervalo de frequências já que toda a energia está concentrada numa sinusóide de uma única frequência com baixo factor de crista, de 3 dB. A repetitibilidade da medição é também alta quando comparada com a excitação de banda larga utilizada na análise síncrona a dois canais por FFT ([Muller, 01]).

Outra vantagem desta técnica potenciada pelo processamento por FFT é a possibilidade de determinação com relativa facilidade também da distorção não linear do sistema alvo de medição.

Apesar de o tempo de medição ser elevado para a determinação completa da função de transferência esta técnica continua a ser utilizada, por exemplo, na calibração de microfones ([Muller, 01]).

Note-se que esta técnica exige condições anecóicas.

2.6 Conclusão

Neste capítulo caracterizou-se o radiador electrodinâmico e os sistemas de radiadores electroacústicos - sistemas altifalantes - com especial enfoque na resposta electroacústica axial e nos mecanismos que justificam a distorção linear (nas amplitudes e nas fases) que se neles se verificam.

Do que foi dito sobre a constituição do radiador electrodinâmico ressalta a inerente limitação na banda útil de frequências, limitada superiormente pela frequência, f_d . Acima desta frequência o comportamento acústico do seu diafragma se afasta do de um pistão rígido passando a evidenciar diversos e simultâneos modos de vibração que se manifestam, também, em irregularidades na resposta electroacústica do radiador.

A montagem do radiador em caixa fechada como forma aproximada à montagem em moldura infinita limita as baixas frequências destes sistemas altifalantes e suscita a necessidade de controlar e regularizar os modos naturais de vibração para efeitos da uniformidade da resposta electroacústica do conjunto. A montagem do radiador em caixa com ducto tem como principal propósito estender a banda às baixas frequências.

A limitação na banda útil de frequências característica de cada tipo de radiador electrodinâmico resulta na necessidade de projectar e realizar sistemas altifalantes multivia que permitam uma regular reprodução em toda a faixa de frequências do áudio.

O sistemas altifalantes, multivia, combinam então vários tipos de radiadores, de baixas, de médias ou de altas frequências, utilizando para o efeitos filtros divisores de frequência - filtros de *crossover* ou *crossovers* - que dividem a banda de frequências de forma adequada a cada um dos tipos de radiadores.

A utilização generalizada de filtros de *crossover* com características combinada do tipo passa-tudo de forma a permitir respostas electroacústicas nas amplitudes mais regulares (uniformes), em particular na zona da frequência de crossover, impõem todavia uma característica de fase não linear típica dos sistemas de fase não mínima. Esta não linearidade da fase da resposta electroacústica manifesta-se na coloração do som reproduzido por estes sistemas.

Os sistemas utilizando radiadores electroacústicos (não coaxiais) montados separadamente na caixa requerem também o alinhamento temporal das respostas electroacústicas individuais dos radiadores. Este alinhamento pode ser realizado por espaçamento físico relativo entre os radiadores através da geometria da caixa ou pela introdução de atrasos (eléctricos) adequados

entre os radiadores. O desalinhamento temporal dos radiadores contribui também para irregularidades e distorção de fase na resposta electroacústica destes sistemas.

A realidade revela sistemas altifalantes multivia de média qualidade caracterizados por respostas electroacústicas com ondulação de pico a pico na banda de frequências de interesse que pode chegar aos 10 dB.

Evidenciou-se também que para a maioria dos sistemas altifalantes comercializado não é apresentado o módulo da resposta electroacústica e raríssimos são os casos em que é divulgada a fase.

A síntese apresentada relativa à relação entre a avaliação objectiva e a apreciação subjectiva mostra que anomalias associadas a distorção linear da resposta electroacústica destes sistemas são correlacionáveis com os resultados da apreciação psicoacústica.

Os sistemas altifalantes com respostas electroacústicas em frequência planas, suaves e extensas são os que obtêm melhor classificação na apreciação subjectiva dos ouvintes/auditores.

A resposta electroacústica destes sistemas, principalmente no seu eixo principal, é então uma característica objectiva relevante aferidora da fidelidade da reprodução esperada nestes sistemas.

A medição da resposta electroacústica dos sistemas altifalantes pode ser realizada recorrendo a várias técnicas que foram descritas de que se destaca a que utiliza sequências de comprimento máximo (MLS). Esta técnica parece ser a mais utilizada na realização de medidas electroacústicas relativas aos sistemas altifalantes, dada a grande difusão do sistema comercializado sobre a designação MLSSA ([Rife, 89], [MLSSA, 01]) e a fiabilidade dos seus resultados, com excelentes relações sinal/ruído.

Capítulo 3

**Caracterização de sistemas discretos
de fase não mínima por análise cepstral
Igualização de sistemas de fase
não mínima por aplicação dos seus inversos**

3. Caracterização dos sistemas discretos de fase não mínima por análise cepstral. Igualização de sistemas discretos de fase não mínima por aplicação dos seus inversos

3.1 Introdução

O conhecimento da resposta electroacústica dos sistemas altifalantes na forma não paramétrica, no domínio da frequência ou no domínio do tempo, no seu eixo principal, facilita a sua caracterização e também a identificação das anomalias daquela resposta.

Esta resposta nas fases é não linear, típica dos sistemas de fase não mínima, tal como sugerido no capítulo anterior.

Por esta razão o estudo e análise do comportamento dos sistemas de fase não mínima é justificado assim como o é a identificação e aplicação de ferramentas de análise que facilitem a caracterização daquele tipo de sistemas.

Revelam-se de grande utilidade ferramentas que, utilizando a resposta electroacústica na sua forma não paramétrica, permitam analisar e caracterizar o comportamento destes sistemas nas frequências. A análise cepstral, também designada análise homomórfica, satisfaz esta ideia. Além disso é particularmente útil na análise de sistemas de fase não mínima.

As anomalias que se verificam na resposta electroacústica dos sistemas altifalantes são indesejáveis e condicionam fortemente os resultados que são estabelecidos pelos ouvintes nos testes de apreciação subjectiva tal como foi demonstrado, também, no capítulo anterior.

A correcção de anomalias da resposta em frequência de sistemas em geral, habitualmente designada igualização, pode ser realizada recorrendo à préfiltragem do sinal de entrada com o inverso do sistema a corrigir.

Esta ideia é simples e bem conhecida e é a utilizada neste trabalho no desenvolvimento de técnicas digitais para a correcção das anomalias verificadas na resposta dos sistemas electroacústicos.

Todavia, para sistemas de fase não mínima a determinação de sistemas inversos estáveis e causais levanta consideráveis dificuldades.

Este capítulo tem como objectivo introduzir os conceitos fundamentais associados aos sistemas discretos de fase não mínima e apresentar o problema da igualização destes sistemas por aplicação dos seus inversos.

Após apresentar os conceitos fundamentais dos sistemas discretos no início do capítulo apresenta-se a definição de cepstro complexo e a sua utilização na decomposição homomórfica aplicada aos sistemas de fase não mínima; apresentam-se os resultados da aplicação da decomposição homomórfica na análise de sistemas electroacústicos.

Por último apresenta-se o problema da determinação e aplicação dos sistemas inversos para igualização dos sistemas discretos de fase não mínima. Destacam-se as principais características e dificuldades desta solução recorrendo à determinação e aplicação de sistemas inversos obtidos pelo método da divisão longa.

3.2 Caracterização de sistemas discretos

A função de transferência, $H(z)$, de um sistema discreto linear, invariante no tempo pode ser expressa por

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} \quad (3.1)$$

em que $Y(z)$ e $X(z)$ resultam da aplicação, respectivamente, da transformada Z aos sinais de saída $y(n)$ e de entrada $x(n)$.

A relação anterior é particularmente útil para os sistemas discretos descritos por uma equação às diferenças com coeficientes constantes b_k e a_k com a seguinte forma,

$$y(n) = -\sum_{k=1}^N a_k y(n-k) + \sum_{k=0}^M b_k x(n-k) \quad (3.2)$$

Neste caso a função de transferência é dada por,

$$H(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{\sum_{k=0}^M b_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^N a_k z^{-k}} \quad (3.3)$$

onde as ordens (graus) são M e N .

A partir desta forma geral derivam-se dois casos particulares. O primeiro, se $a_k = 0$ para $1 \leq k \leq N$ reduz-se a

$$H(z) = \sum_{k=0}^M b_k z^{-k} = \frac{1}{z^M} \sum_{k=0}^M b_k z^{M-k} \quad (3.4)$$

Neste caso $H(z)$ contém M zeros e um pólo de multiplicidade M na origem $z=0$. O sistema é então um sistema só com zeros (*all-zero system*). É evidente também que este sistema possui uma resposta impulsional $h(n)$ de comprimento finito ($M+1$), razão pela qual são designados também como sistemas FIR (*Finite Impulse Response*).

O outro caso particular da equação 3.3 resulta de considerar $b_k = 0$ para $1 \leq k \leq M$, sendo então a função de transferência

$$H(z) = \frac{b_0}{1 + \sum_{k=1}^N a_k z^{-k}} = \frac{b_0 z^N}{\sum_{k=0}^N a_k z^{N-k}} \quad a_0 = 1 \quad (3.5)$$

Neste caso $H(z)$ tem N pólos e um zero de multiplicidade N na origem $z=0$. O sistema é então um sistema só com pólos (*all-pole system*). Dada a presença de pólos a resposta impulsional $h(n)$ do sistema é de comprimento infinito, razão pela qual são designados também como sistemas IIR (*Infinite Impulse Response*) ([Proakis, 96]).

A forma descritiva geral da equação 3.3 contém N pólos e M zeros e por isso o sistema correspondente é designado sistema pólo-zero (*pole-zero system*). Pólos e/ou zeros em $z=0$ ou em $z=\infty$ são implícitos mas não são contados explicitamente. Dada a presença de pólos a resposta impulsional $h(n)$ dos sistemas pólo-zero tem comprimento infinito.

A equação (3.3) pode ser reescrita na seguinte forma

$$H(z) = \left(\frac{b_0}{a_0} \right) \frac{\prod_{k=1}^M (1 - d_k z^{-1})}{\prod_{k=1}^N (1 - c_k z^{-1})} \quad (3.6)$$

Cada um dos factores $(1 - d_k z^{-1})$ no numerador contribui com um zero em $z=d_k$ e com um pólo em $z=0$. De forma análoga cada um dos factores $(1 - c_k z^{-1})$ no denominador contribui com um pólo em $z=c_k$ e com um zero em $z=0$.

3.2.1 Causalidade e estabilidade

Um sistema discreto invariante no tempo é causal se a sua resposta impulsional $h(n)$ satisfaz a condição

$$h(n) = 0 \quad n < 0 \quad (3.7)$$

Relacionando a causalidade com a função de transferência, um sistema discreto invariante no tempo é causal se a região de convergência da função de transferência é o exterior de um círculo de raio $r < \infty$ incluindo o ponto $z=\infty$.

A estabilidade de um sistema discreto invariante no tempo pode ser expressa em termos das características da função de transferência. Relembrando, uma condição necessária e suficiente para que sistema discreto invariante no tempo seja caracterizado por ter uma resposta limitada a uma entrada limitada (*bounded input bounded output* – BIBO) é

$$H(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |h(n)| < \infty \quad (3.8)$$

Sublinha-se que as condições de causalidade e de estabilidade são diferentes e que uma não implica a outra. Por exemplo um sistema causal pode ser estável ou instável assim como um sistema não causal pode ser estável ou instável. De forma análoga um sistema instável pode ser ou causal ou não causal assim como um sistema estável pode ser causal ou não causal ([Proakis, 96]).

Todavia para um sistema causal a condição de estabilidade poder ser restringida. De facto um sistema causal é caracterizado por uma função de transferência $H(z)$ cuja região de convergência é o exterior de um círculo de um certo raio r . Para um sistema estável a região de convergência deve conter o círculo unitário. Consequentemente, um sistema causal e estável deve ter uma função de transferência que converge para $|z| > r < 1$. Uma vez que a região de convergência não pode conter pólos de $H(z)$ isto significa que um sistema discreto linear invariante no tempo causal é caracterizado por saída limitada com entrada limitada sse todos os pólos de $H(z)$ estão no interior do círculo unitário ([Proakis, 96]).

3.2.2 Resposta em frequência

A função resposta em frequência de um sistema pode ser obtida avaliando a função de transferência $H(z)$ no círculo unitário isto é para $|z| = 1$.

$$H(e^{j\omega}) = H(z)|_{z=e^{j\omega}} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n)e^{-j\omega n} \quad (3.9)$$

Uma vez que $H(e^{j\omega})$ é uma função complexa pode ser expressa na forma

$$H(e^{j\omega}) = H_R(e^{j\omega}) + jH_I(e^{j\omega}) \quad (3.10)$$

onde $H_R(e^{j\omega}) = \text{Re}\{H(e^{j\omega})\}$ e $H_I(e^{j\omega}) = \text{Im}\{H(e^{j\omega})\}$ são respectivamente as partes reais e imaginária de $H(e^{j\omega})$.

Logo o módulo (magnitude) da resposta em frequência pode ser

$$|H(e^{j\omega})| = \sqrt{H_R^2(e^{j\omega}) + H_I^2(e^{j\omega})} \quad (3.11)$$

O valor da fase da resposta em frequência $H(e^{j\omega})$ pode ser calculado usando

$$\theta(e^{j\omega}) = \text{ARG}[H(e^{j\omega})] = \text{arctg}\left[\frac{H_I(e^{j\omega})}{H_R(e^{j\omega})}\right] \quad (3.12)$$

$H(e^{j\omega})$ pode ser então representado na sua forma polar como

$$H(e^{j\omega}) = |H(e^{j\omega})|e^{j\theta(e^{j\omega})} \quad (3.13)$$

O valor da fase satisfaz a condição

$$-\pi \leq \text{ARG}[H(e^{j\omega})] \leq \pi \quad (3.14)$$

sendo por isso uma função descontínua em resultado das propriedades da função arco-tangente. Dada esta última condição, esta descrição é designada a fase empacotada da resposta em frequência do sistema.

As descontinuidades da função de fase quando se usa o valor principal traduzem-se obviamente em saltos de 2π radianos. Uma função contínua, $\arg[H(e^{j\omega})]$, descritiva da fase da resposta em frequência pode ser obtida permitindo que esta exceda o intervalo de $-\pi$ a $+\pi$. A ambiguidade da função arco-tangente de múltiplos inteiros de 2π radianos pode ser removida encontrando os valores inteiros adequados para uma variável r de tal forma que

$$\arg[H(e^{j\omega})] = \text{ARG}[H(e^{j\omega})] + 2\pi r(\omega) \quad (3.15)$$

em que $r(\omega)$ é um inteiro positivo ou negativo que varia em função de ω . Este procedimento é designado o desempacotamento da fase resposta em frequência. Este aspecto é de considerável importância na teoria da análise cepstral e da decomposição homomórfica como adiante se referirá.

3.2.2.1 Atraso de grupo

Uma característica do sistema que se pode obter a partir da resposta em frequência é o atraso de grupo. O atraso de grupo é definido como

$$\tau(\omega) = \text{grd}[H(e^{j\omega})] = -\frac{d}{d\omega} \{\arg[H(e^{j\omega})]\} \quad (3.16)$$

isto é o atraso de grupo é obtido por diferenciação da função de fase contínua, $\arg[H(e^{j\omega})]$, em relação ao eixo das frequências, ω ([Oppenheim, 89]). Excepto nas descontinuidades de $\text{ARG}[H(e^{j\omega})]$, correspondentes a saltos de $+\pi$ e $-\pi$, verifica-se

$$\frac{d}{d\omega} \{\arg[H(e^{j\omega})]\} = \frac{d}{d\omega} \{\text{ARG}[H(e^{j\omega})]\} \quad (3.17)$$

O afastamento do atraso de grupo relativamente a uma constante indica o grau de não linearidade da fase da resposta em frequência, tal como já sugerido no capítulo anterior

Uma forma de determinação do atraso de grupo, particularmente interessante quando se dispõe da resposta impulsional $h(n)$, do sistema, é a que seguir se indica. Demonstra-se no anexo A que o atraso de grupo pode ser determinado

$$\tau(\omega) = \text{Re} \left\{ \frac{j \frac{dH(e^{j\omega})}{d\omega}}{H(e^{j\omega})} \right\} \quad (3.18)$$

Esta expressão é de fácil implementação no domínio do tempo discreto. Sendo $H(e^{j\omega})$ obtida por aplicação da Transformada de Fourier $\mathfrak{F}$ a $h(n)$, isto é $\mathfrak{F}\{h(n)\} = H(e^{j\omega})$, com recurso às propriedades da Transformada sabe-se que

$$\mathfrak{F}\{nh(n)\} = j \frac{dH(e^{j\omega})}{d\omega} \quad (3.19)$$

Assim a implementação para determinação na forma discreta do atraso de grupo reduz-se à seguinte expressão

$$\tau(\omega) = \text{Re} \left\{ \frac{\text{DFT}\{nh(n)\}}{\text{DFT}\{h(n)\}} \right\} \quad (3.20)$$

em que DFT é a Transformada Discreta de Fourier de N pontos sendo N maior ou igual ao comprimento da resposta impulsional $h(n)$

3.2.3 Decomposição de sistemas de fase não mínima

Um sistema estável com função de transferência na forma da equação 3.3 é de fase mínima se todos os seus pólos e zeros estão no interior do círculo unitário.

Um sistema estável com função de transferência na forma da equação 3.3 é de fase máxima se todos os seus zeros estão fora do círculo unitário

Um sistema estável e causal é de fase não mínima ou de fase mista (*nonminimum phase system* ou *mixed phase system*) se alguns dos seus zeros – mas não todos – estão fora do círculo unitário; a análise deste tipo de sistemas é facilitada procedendo à sua decomposição em sistemas elementares de fase mínima e de fase máxima ([Proakis, 96]).

Seja $H(z)$ um sistema de resposta impulsional finita de fase não mínima para o qual se conhece uma descrição paramétrica da forma,

$$H(z) = \prod_{i=1}^k (1 - d_i z^{-1}) \prod_{i=k+1}^M (1 - d_i z^{-1}) \quad (3.21)$$

com k zeros dentro do círculo unitário ($|d_i| < 1$, $i = 1, 2, \dots, k$) e com $(M - k)$ zeros fora do círculo unitário ($|d_i| > 1$, $i = k + 1, \dots, M$).

Reescrevendo $H(z)$ da seguinte forma,

$$H(z) = \prod_{i=1}^k (1 - d_i z^{-1}) \prod_{i=k+1}^M (z^{-1} - d_i) \frac{\prod_{i=k+1}^M (1 - d_i z^{-1})}{\prod_{i=k+1}^M (z^{-1} - d_i)} \quad (3.22)$$

podemos estabelecer a seguinte decomposição

$$H(z) = H_{eq_min}(z) H_{ap}(z) \quad (3.23)$$

$H_{eq_min}(z)$ é o sistema equivalente de $H(z)$ de fase mínima, que tem o mesmo módulo da resposta em frequência de $H(z)$, dado por

$$H_{eq_min}(z) = \prod_{i=1}^k (1 - d_i z^{-1}) \prod_{i=k+1}^M (z^{-1} - d_i) \quad (3.24)$$

$H_{ap}(z)$ é um sistema estável, passa-tudo, e de fase máxima, dado pela seguinte expressão

$$H_{ap}(z) = \frac{\prod_{i=k+1}^M (1 - d_i z^{-1})}{\prod_{i=k+1}^M (z^{-1} - d_i)} \quad (3.25)$$

O sistema equivalente de fase mínima, $H_{eq_min}(z)$, contém os pólos e zeros de $H(z)$ que estão no interior do círculo unitário e os conjugados recíprocos ($1/d_k^*$) dos zeros de $H(z)$ que estão fora do círculo unitário. Isto significa que para formar o sistema equivalente de fase mínima basta reflectir todos os zeros que estão fora do círculo unitário para as suas posições conjugadas recíprocas.

O sistema passa-tudo, $H_{ap}(z)$, contém os zeros de $H(z)$ que estão fora do círculo unitário e os pólos de $H_{ap}(z)$ estão nas posições correspondentes aos conjugados recíprocos desses mesmos zeros.

Com base na decomposição referida pode expressar-se o atraso de grupo na forma

$$\tau_g = \tau_g^{eq_min}(\omega) + \tau_g^{ap}(\omega) \quad (3.26)$$

Entre todos os sistemas com o mesmo módulo da resposta em frequência, o sistema de fase mínima é o que tem o menor atraso de grupo. A diferença entre as fases do sistema original e do sistema equivalente de fase mínima cujo valor é a fase do sistema passa-tudo, é por vezes designada “o excesso de fase”.

Outra alternativa de decomposição é aquela em que se decompõe $H(z)$ num sistema $H_{min}(z)$ de fase mínima, com todos os zeros de $H(z)$ dentro do círculo unitário, e num sistema

$H_{\max}(z)$ de fase máxima, com todos os zeros de $H(z)$ fora do círculo unitário. Então $H(z)$ é dado por

$$H(z) = H_{\min}(z)H_{\max}(z) \quad (3.27)$$

em que

$$H_{\min}(z) = \prod_{i=1}^k (1 - d_i z^{-1}) \quad (3.28)$$

e em que

$$H_{\max}(z) = \prod_{i=k+1}^M (1 - d_i z^{-1}) \quad (3.29)$$

Notar que $H_{\min}(z)$ é um sistema de fase mínima mas cujo módulo da resposta em frequência é diferente do de $H(z)$.

As decomposições apresentadas pressupõem o conhecimento de uma descrição paramétrica do sistema. A realidade dos sistemas físicos nem sempre se permite de forma fácil a uma descrição paramétrica dos mesmos, tal como já sugerido anteriormente.

Nos sistemas electroacústicos, por exemplo, a descrição conhecida suporta-se em medições da resposta electroacústica, no domínio do tempo ou da frequência. Nestes casos, para caracterizar o sistema e realizar as decomposições referidas recorre-se à análise cepstral ([Kates, 77], [Bauman, 84], [Bauman, 85]) ou também designada decomposição homomórfica ([Oppenheim, 89]).

3.3 Decomposição homomórfica com base no cepstro complexo

Por definição genérica o cepstro complexo de uma sequência real $x(n)$ é uma sequência estável $\hat{x}(n)$ para a qual se verifica $\hat{X}(z) = \log[X(z)]$ sendo $X(z)$ a transformada Z de $x(n)$.

Para o cepstro complexo, $\hat{x}(n)$, de uma sequência real, $x(n)$, $\log|X(e^{j\omega})|$ é a parte real de $\hat{X}(e^{j\omega})$ e $\arg[X(e^{j\omega})]$ a parte imaginária de $\hat{X}(e^{j\omega})$, isto é

$$\hat{X}(e^{j\omega}) = \log[X(e^{j\omega})] = \log|X(e^{j\omega})| + j \arg[X(e^{j\omega})] \quad (3.30)$$

Aplicando a transformada inversa de Fourier à equação anterior pode-se escrever então que o cepstro complexo, $\hat{x}(n)$, é dado por,

$$\hat{x}(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} \log|X(e^{j\omega})| e^{j\omega n} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} [\log|X(e^{j\omega})| + j \arg[X(e^{j\omega})]] e^{j\omega n} d\omega \quad (3.31)$$

Em contraste com o cepstro complexo, o cepstro real, $c_x(n)$, é dado por

$$c_x(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} \log|X(e^{j\omega})| e^{j\omega n} d\omega \quad (3.32)$$

Comparando as expressões anteriores $c_x(n)$ é a transformada inversa de Fourier da parte real $\hat{X}_R(e^{j\omega})$, de $\hat{X}(e^{j\omega})$. Consequentemente $c_x(n)$ é igual à parte par conjugada de $\hat{x}(n)$ ([Oppenheim, 89])

$$c_x(n) = \frac{\hat{x}(n) + \hat{x}^*(-n)}{2} \quad (3.33)$$

Das definições ressalta que o cepstro complexo é invertível enquanto o cepstro real não.

3.3.1 Cepstro, fase e causalidade

A causalidade ou não causalidade de uma sequência coloca restrições na Transformada de Fourier. A causalidade da Transformada de Fourier e do cepstro implicam que o logaritmo do módulo e a fase da Transformada de Fourier de uma sequência de fase mínima estejam relacionados pela Transformada de Hilbert ([Oppenheim, 89]).

Para sequências $x(n)$ de fase mínima ($x_{\min}(n)$), o cepstro complexo é causal, tal que $\hat{x}(n) = 0$ para $n < 0$. Isto é a causalidade do cepstro $\hat{x}(n)$ é equivalente à propriedade de fase mínima da sequência $x(n)$.

Para sequências $x(n)$ de fase máxima ($x_{\max}(n)$) o cepstro complexo é não causal tal que $\hat{x}(n) = 0$ para $n > 0$

Da equação 3.33, para sequências reais, o cepstro $c_x(n)$ é a parte par do cepstro complexo, isto é

$$c_x(n) = \frac{\hat{x}(n) + \hat{x}(-n)}{2} \quad (3.34)$$

Logo se $\hat{x}(n)$ é causal então $\hat{x}(n)$ pode ser recuperado a partir de $c_x(n)$ por filtragem linear invariante

$$\hat{x}(n) = c_x(n) l_{\min}(n) \quad (3.35)$$

em que

$$l_{\min}(n) = 2u(n) - \delta(n) \quad (3.36)$$

A equação anterior indica como se pode calcular o cepstro complexo $\hat{x}(n)$ a partir do cepstro $c_x(n)$ e consequentemente a partir apenas do logaritmo do módulo se $x(n)$ é de fase mínima, tal como se sugere na figura 3.1 ([Oppenheim, 89]).

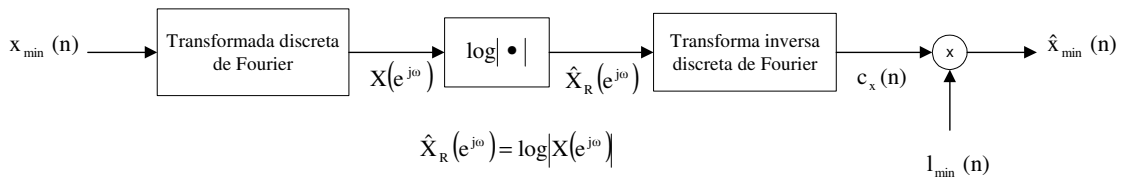


Figura 3.1 – Determinação do cepstro complexo para sequências de fase mínima

A dedução anterior para sequências de fase mínima pode ser estendida com pequenas modificações para sequências de fase máxima. Neste caso o cepstro complexo $\hat{x}(n)$ relaciona-se com o cepstro $c_x(n)$ por

$$\hat{x}(n) = c_x(n) l_{\max}(n) \quad (3.37)$$

em que

$$l_{\max}(n) = 2u(-n) - \delta(n) \quad (3.38)$$

Para sequências $x(n)$ de fase máxima ($x_{\max}(n)$) pode-se calcular cepstro complexo $\hat{x}(n)$ a partir do cepstro real $c_x(n)$ através de $\hat{x}(n) = c_x(n) l_{\max}(n)$ em que $l_{\max}(n) = 2u(-n) - \delta(n)$.

Para sequências $x(n)$ de fase não mínima a formulação da figura 3.1, com entrada $x(n)$ e $l_{\min}(n)$ dado pela equação (3.36), permite calcular o cepstro complexo da sequência de fase mínima que tem o mesmo módulo da Transformada de Fourier de $x(n)$; assim como para sequências $x(n)$ de fase não mínima a formulação da figura 3.1 com entrada $x(n)$ e $l_{\max}(n)$ da equação (3.38) permite calcular o cepstro complexo da sequência de fase máxima que tem o mesmo módulo da Transformada de Fourier de $x(n)$.

Uma sequência $x(n)$ de fase não mínima, causal, pode ser representada tal como referido por

$$x(n) = x_{\text{eq_min}}(n) * x_{\text{ap}}(n) \quad (3.39)$$

em que $x_{\text{eq_min}}(n)$ é a sequência equivalente de fase mínima tal que $|X(e^{j\omega})| = |X_{\text{eq_min}}(e^{j\omega})|$ e $x_{\text{ap}}(n)$ é a sequência passa-tudo tal que $|X(e^{j\omega})| = 1$.

Podemos obter o cepstro complexo $\hat{x}_{\text{eq_min}}(n)$ através das operações indicadas na figura 3.1. O cepstro complexo $\hat{x}_{\text{ap}}(n)$ pode ser obtido a partir do cepstro complexo $\hat{x}(n)$ por

$$\hat{x}_{\text{ap}}(n) = \hat{x}(n) - \hat{x}_{\text{eq_min}}(n) \quad (3.40)$$

Para obter $x_{\text{eq_min}}(n)$ e $x_{\text{ap}}(n)$ aplicamos a transformação inversa do cepstro complexo a $\hat{x}_{\text{eq_min}}(n)$ e a $\hat{x}_{\text{ap}}(n)$.

Teoricamente esta abordagem está correcta, só que requerer o cálculo explícito do cepstro complexo $\hat{x}(n)$ com a conseqüente necessidade de desempacotamento da fase ([Oppenheim, 89]). Se estamos interessados apenas em obter $x_{\text{eq_min}}(n)$ e $x_{\text{ap}}(n)$ o cálculo do cepstro complexo e o associado desempacotamento de fase não são necessários, utilizando a estratégia apresentada a seguir na figura 3.2 ([Oppenheim, 89]), baseada no facto de

$$X_{\text{ap}}(e^{j\omega}) = \frac{X(e^{j\omega})}{X_{\text{eq_min}}(e^{j\omega})}, \quad (3.41)$$

A outra decomposição referida anteriormente respeita à separação nas partes de fase mínima e de fase máxima na forma

$$x(n) = x_{\min}(n) * x_{\max}(n) \quad (3.42)$$

em que o correspondente cepstro complexo é

$$\hat{x}(n) = \hat{x}_{\min}(n) + \hat{x}_{\max}(n) \quad (3.43)$$

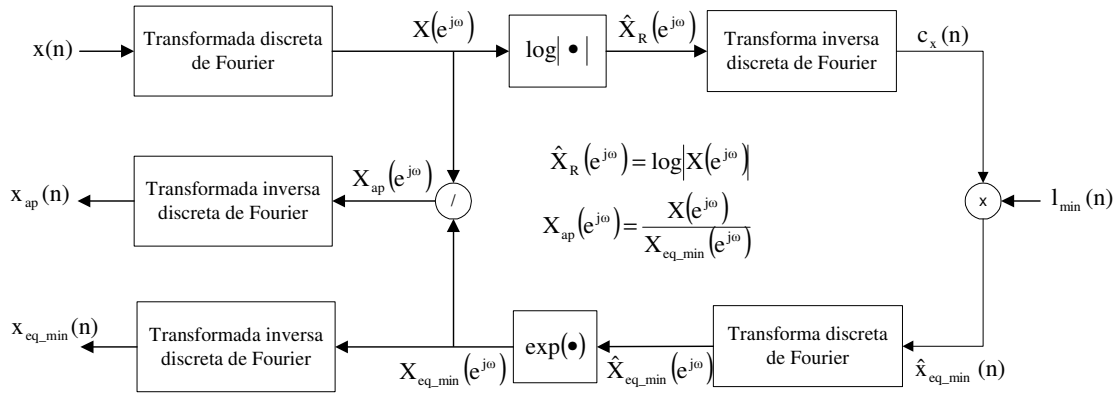


Figura 3.2 – Decomposição em equivalente de fase mínima e passa-tudo

Das propriedades acima referidas, as componentes $x_{\min}(n)$ e $x_{\max}(n)$ podem ser extraídas (desconvoluídas) a partir de $x(n)$ por filtragem homomórfica.

Especificamente $\hat{x}_{\min}(n) = l_{\min}(n)\hat{x}(n)$ onde $l_{\min}(n) = u(n)$. Similarmente $\hat{x}_{\max}(n) = l_{\max}(n)\hat{x}(n)$ onde $l_{\max}(n) = u(-n-1)$. Isto é, a componente $x_{\min}(n)$ de fase mínima é obtida aplicando o cepstro complexo inverso à parte positiva (e colocando a zero a parte negativa) de $\hat{x}(n)$. A componente de fase máxima $x_{\max}(n)$ é obtida aplicando o cepstro complexo inverso à parte negativa (e colocando a zero a parte positiva) de $\hat{x}(n)$.

3.4 Caracterização de sistemas electroacústicos por decomposição homomórfica

A caracterização dos sistemas altifalantes descritos pela sua resposta electroacústica no domínio do tempo – a resposta impulsional – é facilitada pela aplicação da decomposição homomórfica anteriormente descrita.

A título de exemplo apresentam-se nesta secção os resultados da aplicação da decomposição homomórfica às respostas impulsionais medidas em câmara anecóica no eixo principal, no campo distante, de dois sistemas altifalantes.

O primeiro sistema - designado altifalante 1 - é um pequeno altifalante de duas vias com um radiador de baixas frequências de 127 mm de diâmetro e um radiador de altas frequências de 14 mm de diâmetro com um filtro de *crossover* passivo. A resposta impulsional foi medida a uma frequência de amostragem de 48 kHz.

O segundo - designado altifalante 2 - é um pequeno monitor (*bass-reflex*) (220x360x270 mm) da Tannoy® para a faixa de frequências de 52-20000 Hz com um radiador coaxial de 165 mm e um filtro de *crossover* passivo (figura 3.3). A resposta impulsional foi medida a uma frequência de amostragem de 44,1 kHz.

As respostas electroacústicas impulsionais destes dois sistemas altifalantes foram obtidas nas bases de dados das referências [Paatero, 01] e [IRCAM, 03].



Figura 3.3 – Altifalante 2

O tempo de propagação entre microfone e sistema altifalante constante nos registos daquelas respostas foi suprimido, sendo então o comprimento utilizado no que neste capítulo se apresenta de 2048 amostras para o sistema altifalante 1 e de 800 amostras para o sistema altifalante 2. Estas respostas impulsivas são apresentadas na figura 3.4, normalizadas pelo valor máximo do valor absoluto das mesmas.

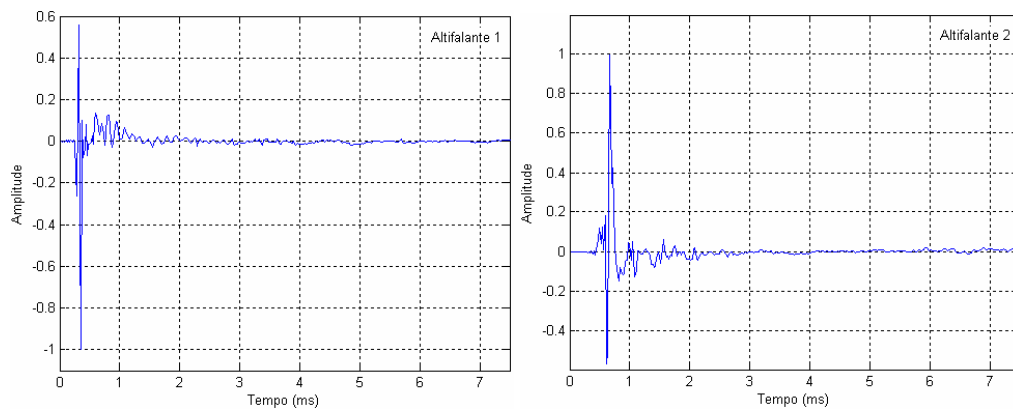


Figura 3.4 – Respostas electroacústicas impulsivas dos sistemas altifalantes 1 e 2

Na figura 3.5 apresentam-se as respostas electroacústicas em frequência destes sistemas, representando-se simultaneamente as fases daquelas respostas nas suas formas empacotada e desempacotada.

Na figura 3.6 representam-se as correspondentes funções do atraso de grupo de cada um destes sistemas.

Aplicando a metodologia descrita na secção anterior é possível decompor estas respostas impulsivas originais nas suas componentes equivalente de fase mínima e passa-tudo; estas componentes são apresentadas nas figuras 3.7 e 3.8.

Na figura 3.9 representa-se no domínio da frequência as respostas correspondentes à resposta impulsional original e às componentes equivalente de fase mínima e passa-tudo, representadas nas duas anteriores figuras; os módulos da resposta em frequência destas duas componentes encontram-se deslocados de 20 dB para efeitos de clareza na representação.

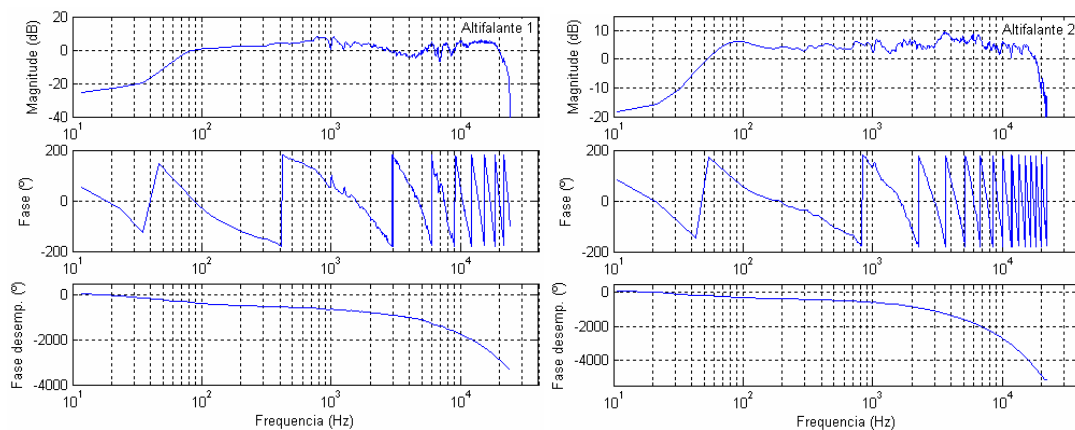


Figura 3.5 – Resposta electroacústica em frequência dos sistemas altifalantes 1 e 2

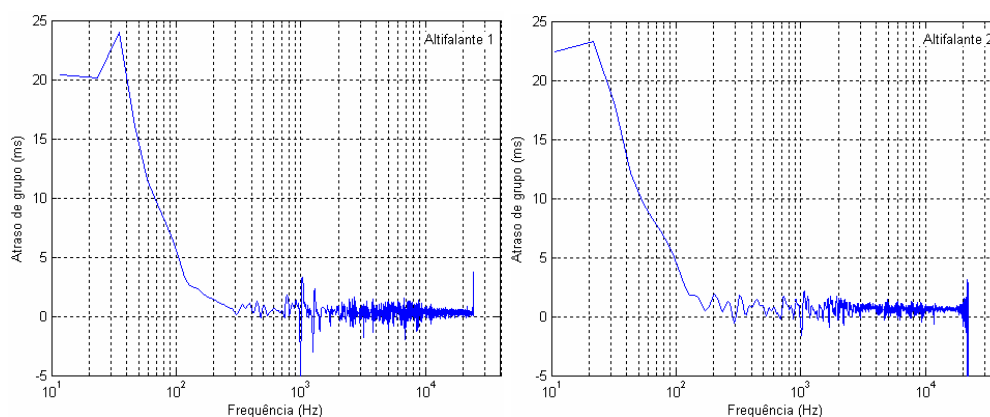


Figura 3.6 – Atraso de grupo em função da frequência dos sistemas altifalantes 1 e 2

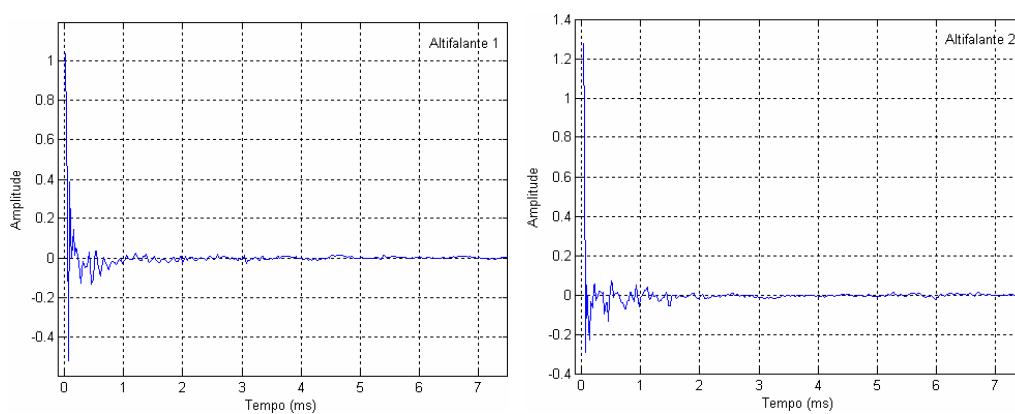


Figura 3.7 – Respostas impulsionais da componente equivalente de fase mínima dos sistemas altifalantes 1 e 2

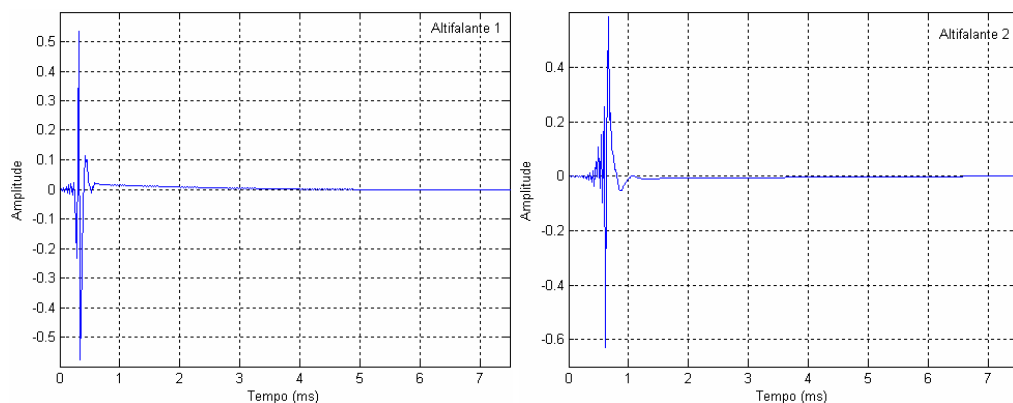


Figura 3.8 – Respostas impulsivas da componente passa-tudo dos sistemas altifalante 1 e 2

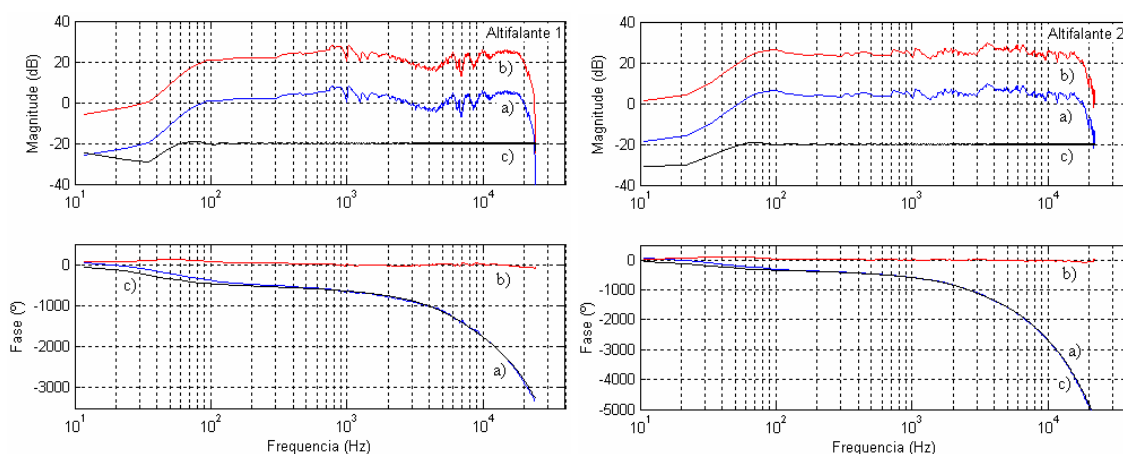


Figura 3.9 – Caracterização em frequência da decomposição em componente equivalente de fase mínima e componente passa-tudo: a) resposta em frequência original de fase não mínima b) componente equivalente de fase mínima c) componente passa-tudo (por clareza na representação estas componentes são apresentadas deslocadas, respectivamente, de b) +20 e c) -20 dB)

A igualdade nos módulos da resposta em frequência correspondentes às respostas impulsivas original e equivalente de fase mínima é evidente nas representações da figura 3.9 assim como o é a resposta da componente passa-tudo a partir da planura dos módulos da resposta em frequência representados nas figuras 3.9 c); também as fases daquelas respostas em frequência evidenciam o comportamento de fase mínima (3.9 b)) e o excesso de fase (3.9 c)) referidos.

Aplicando a metodologia descrita, também na secção anterior, também é possível decompor as respostas impulsivas originais nas suas componentes de fase mínima e de fase máxima; estas componentes são apresentadas nas figuras 3.10 e 3.11.

Na figura 3.12 representa-se no domínio da frequência as respostas correspondentes à resposta impulsional original e às componentes de fase mínima e de fase máxima, representadas nas duas anteriores figuras; os módulos da resposta em frequência destas duas componentes encontram-se deslocados de 20 dB para efeitos de clareza na representação.

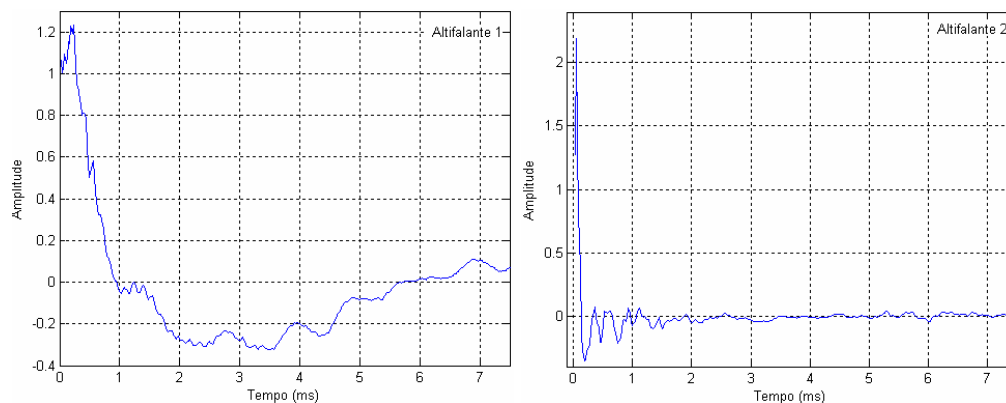


Figura 3.10 – Respostas impulsiais da componente de fase mínima dos sistemas altifalante 1 e 2

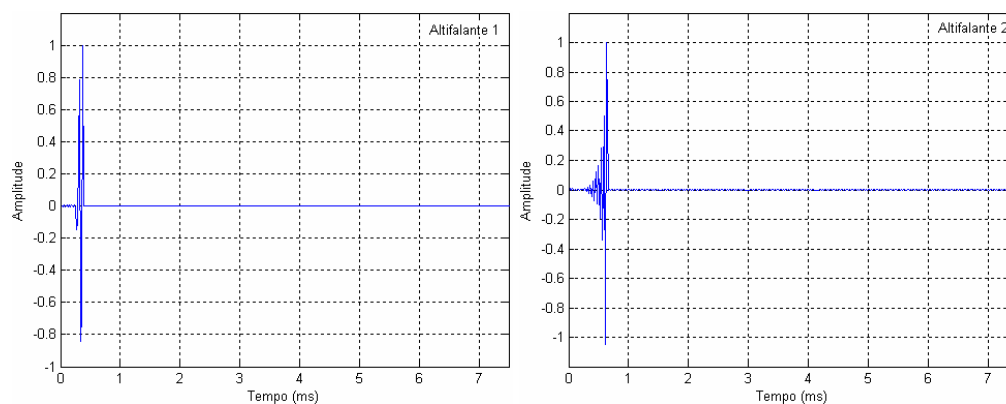


Figura 3.11 – Respostas impulsiais da componente de fase máxima dos sistemas altifalante 1 e 2

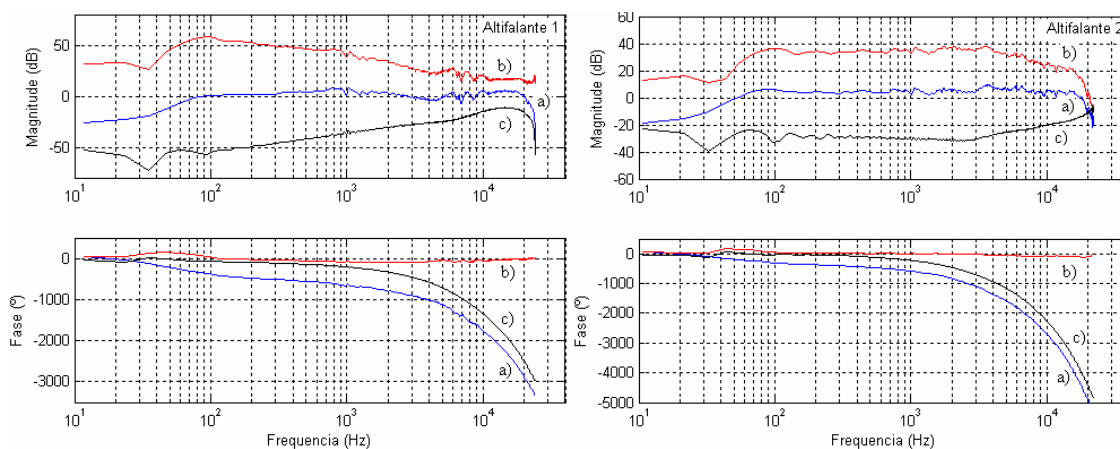


Figura 3.12 – Caracterização do comportamento em frequência da decomposição em componente de fase mínima e componente de fase máxima a) resposta em frequência original de fase não mínima b) componente de fase mínima c) componente de fase máxima (por clareza na representação estas componentes são apresentadas deslocadas, respectivamente, de b) +20 e c) -20 dB)

Para além da utilidade da decomposição homomórfica (análise cesptral) demonstrada com a sua aplicação à caracterização dos sistemas electroacústicos resulta evidente também que a resposta electroacústica destes sistemas é de fase não mínima.

3.5 Igualização de sistemas de fase não mínima por aplicação de filtros digitais inversos

A saída $y(n)$ de um sistema discreto, linear, causal e invariante no tempo, caracterizado pela resposta impulsional, $h(n)$, relaciona-se com a sua entrada, $x(n)$, por

$$y(n) = x(n) * h(n) = \sum_{k=0}^{\infty} h(n) x(n - k) \quad (3.44)$$

Para que o sistema não altere (não distorça) o sinal de entrada deve então verificar-se que

$$h(n) = \delta(n) \quad (3.45)$$

ou de forma genérica que

$$h(n) = K\delta(n - \Delta) \quad (3.46)$$

sendo K um factor de ganho e Δ um atraso.

A compensação de um sistema que não verifique aquela condição pode ser realizada encontrando o sistema com a resposta impulsional, $h_{inv}(n)$ que valide a seguinte expressão,

$$h(n) * h_{inv}(n) = \delta(n) \quad (3.47)$$

ou de forma equivalente deve verificar-se que

$$H(z)H_{inv}(z) = 1 \Leftrightarrow H_{inv}(z) = \frac{1}{H(z)} \quad (3.48)$$

Isto é, $H_{inv}(z)$ é o sistema inverso do sistema a compensar $H(z)$.

Do exposto resulta que a correcção de irregularidades do módulo da resposta em frequência e a linearização da fase da resposta em frequência – habitualmente designada igualização – pode ser realizada por pré-processamento através de um filtro que realize a função de transferência do sistema inverso do sistema a igualizar.

3.5.1 Inversão de sistemas discretos de fase não mínima

Invertendo a equação 3.6 temos que,

$$H_{inv}(z) = \left(\frac{a_0}{b_0} \right) \frac{\prod_{k=1}^N (1 - c_k z^{-1})}{\prod_{k=1}^M (1 - d_k z^{-1})} \quad (3.49)$$

isto é os pólos de $H_{\text{inv}}(z)$ são os zeros de $H(z)$ e vice-versa. A questão que se coloca é qual a região de convergência a associar a $H_{\text{inv}}(z)$. A resposta é dada pelo teorema da convolução expresso nas equações 3.47 e 3.48. Desta última equação ressalta que as regiões de convergência de $H(z)$ e de $H_{\text{inv}}(z)$ devem sobrepor-se ([Oppenheim, 89]). Se $H(z)$ é causal, a sua região de convergência é

$$|z| > \max_k |c_k| \quad (3.50)$$

Logo qualquer região de convergência apropriada para $H_{\text{inv}}(z)$ que se sobreponha com a região expressa na equação anterior é uma região de convergência válida. Um simples exemplo ilustra as possibilidades ([Oppenheim, 89, pp. 210]).

Seja

$$H(z) = \frac{z^{-1} - 0.5}{1 - 0.9z^{-1}} \quad |z| > 0.9$$

o sistema a inverter. A função de transferência do sistema inverso é

$$H_{\text{inv}}(z) = \frac{1 - 0.9z^{-1}}{z^{-1} - 0.5} = \frac{-2 + 1.8z^{-1}}{1 - 2z^{-1}}$$

Há duas regiões de convergência possíveis: $|z| < 2$ e $|z| > 2$. Ambas se sobrepõem com a região de convergência $|z| > 0.9$ sendo por isso ambas válidas para o sistema inverso.

Para $|z| < 2$ a correspondente resposta impulsional é

$$h(n) = 2(2)^n u(-n-1) - 1.8(2)^{n-1} u(-n)$$

que é a de um sistema estável não causal.

Para $|z| > 2$ a correspondente resposta impulsional é

$$h(n) = -2(2)^n u(n) + 1.8(2)^{n-1} u(n-1)$$

que é a de um sistema instável causal.

Uma generalização óbvia é que se $H(z)$ é um sistema causal com zeros em $z=d_k$, $k=1,\dots,M$ então o seu sistema inverso será causal sse a região de convergência $|z| > \max_k |d_k|$.

Se for requerido também que o sistema inverso seja estável então a região de convergência de $H_{\text{inv}}(z)$ deve incluir o círculo unitário. Logo deve verificar-se $\max_k |d_k| < 1$, isto é todos os zeros de $H(z)$ devem estar no interior do círculo unitário.

Logo um sistema discreto linear invariante no tempo estável e causal tem também um sistema inverso estável e causal sse os pólos e os zeros de $H(z)$ estão no interior do círculo unitário. Tais sistemas são designados, como referido, sistemas de fase mínima.

Todavia para um sistema de fase não mínima tal como o do exemplo é possível encontrar um sistema inverso estável e causal a partir da solução estável não causal introduzindo um atraso adequado.

Este sistema inverso aproximado “atrasado” (*delayed inverse filter*) é dado por

$$H_{\text{inv}}(z) = \frac{z^{-\Delta}}{H(z)} \quad (3.51)$$

sendo Δ um atraso expresso em número de amostras.

O atraso necessário para tornar causal a resposta impulsional infinita não causal do filtro inverso dependerá da proximidade ao círculo unitário dos zeros de fase não mínima do sistema a igualizar, tal como a seguir se evidencia. Em todo o caso trata-se de um processo aproximado dado o carácter infinito da resposta.

Os sistema igualizado pode expressar-se por

$$H(z)H_{\text{inv}}(z) = z^{-\Delta} \quad (3.52)$$

o que significa que o sistema igualizado é um sistema que introduz maior atraso do que o sistema original.

Esta é a ideia utilizada na igualização (compensação) de sistemas de fase não mínima e que se desenvolve e utiliza neste trabalho para a igualização de sistemas electroacústicos de fase não mínima.

3.5.2 Filtros inversos aproximados obtidos por divisão longa

A título introdutório e também demonstrativo da importância do atraso a introduzir para a igualização de sistemas de fase não mínima recorre-se ao método de determinação de filtros inversos aproximados por divisão longa proposto na referência [Newhall, 71] e utilizado também na referência [Lu, 97].

Seja $H(z)$ de resposta impulsional finita, então por divisão longa

$$H_{\text{inv}}(z) = \frac{1}{H(z)} \Rightarrow Q_1(z) = \frac{1 - R_1(z)}{H(z)} \quad (3.53)$$

em que $Q_1(z)$ é o quociente e $R_1(z)$ o resto.

Se $H(z)$ é de fase mínima com N termos então $1/H(z)$ é convergente; assim por divisão longa com extensão adequada por forma a que os termos do resto tenham valor reduzido, inferiores a um limiar R_{min} previamente fixado, temos que $H_{\text{inv}}(z) \approx Q_1(z)$.

Se $H(z)$ é de fase não mínima com N termos, sem zeros no círculo unitário, então $1/H(z)$ é divergente. Neste caso $Q_1(z)$ tem eventualmente coeficientes de valor elevado e $R_1(z)$ tem pelo menos um coeficiente de valor elevado ([Newhall, 71]).

Considerado $R_1(z)$ maior do que 1 na expressão anterior podemos estabelecer a expressão simplificada,

$$H_{\text{inv}}(z) = \frac{1}{H(z)} \cong Q_1(z) \frac{-1}{R_1(z)} \quad (3.54)$$

Repetindo a divisão de 1 por $R_1(z)$ pode-se então estabelecer-se que ⁶,

⁶ Na descrição apresentada o resto $R_1(z)$ é normalizado pelo coeficiente r_1 e o factor $-1/r_1$ é absorvido pelo quociente $Q_1(z)$ ([Newhall, 71])

$$H_{\text{inv}}(z) = \frac{1}{H(z)} \cong Q_1(z) \frac{Q_2(z)}{1 - R_2(z)} \quad (3.55)$$

em que $R_2(z)$ tem N-2 termos.

Se $R_2(z)$ tem coeficientes de valor reduzido o inverso é dado por

$$H_{\text{inv}}(z) = \frac{z^{-\Delta}}{H(z)} \cong z^{-\Delta} Q_1(z) Q_2(z) \quad (3.56)$$

sendo Δ o maior expoente de z em $Q_1(z)Q_2(z)$.

Se $R_2(z)$ tem pelo menos um coeficiente com valor elevado então

$$H_{\text{inv}}(z) = \frac{1}{H(z)} \cong Q_1(z) Q_2(z) \frac{-1}{R_2(z)} \quad (3.57)$$

e o procedimento baseado na divisão longa de -1 por $R_2(z)$ é repetido, de tal forma que

$$H_{\text{inv}}(z) = \frac{1}{H(z)} \cong Q_1(z) Q_2(z) \frac{Q_3(z)}{1 - R_3(z)} \quad (3.58)$$

em que $R_3(z)$ tem N-3 termos.

E assim sucessivamente.

Cada divisão longa termina quando o módulo de um dos termos do resto excede um limiar R_{max} , previamente estabelecido. Em cada divisão longa o número de termos de resto ($R(z)$) é diminuído de uma unidade. Logo pelo menos um zero de $H(z)$ é eliminado em cada divisão longa. Demonstra-se ([Newhall, 71]) que só os zeros fora do círculo unitário são eliminados em cada divisão.

A inversão termina quando:

- os coeficientes do resto têm pequeno valor;
- o resto se reduz a um único termo r_k (de valor elevado)

No primeiro caso o inverso aproximado é dado por

$$H_{\text{inv}}(z) = \frac{z^{-\Delta}}{H(z)} \cong z^{-\Delta} Q_1(z) Q_2(z) \dots Q_M(z) \quad M < N \quad (3.59)$$

e no segundo caso,

$$H_{\text{inv}}(z) = \frac{z^{-\Delta}}{H(z)} \cong z^{-\Delta} Q_1(z) Q_2(z) \dots Q_k(z) \frac{1}{-r_k(z)} \quad (3.60)$$

após k divisões longas.

Para o caso de inverso recursivo, $H_{\text{inv}}(z)$, este é dado por ([Newhall, 71])

$$H_{\text{inv}}(z) = \frac{z^{-\Delta}}{H(z)} \cong z^{-\Delta} Q_1(z) Q_2(z) \dots Q_{M-1}(z) \frac{1}{H_1(z)} \quad (3.61)$$

em que $H_1(z)$ contém todos os zeros de $H(z)$ dentro do círculo unitário.

Logo $H_{\text{inv}}(z)$ é um filtro inverso recursivo estável com tantos pólos na parte recursiva quantos o número de zeros de $H(z)$ que estão dentro do círculo unitário.

A parte não recursiva $H_{\text{inv}}(z)$ tenta anular o efeito dos zeros de $H(z)$ que estão fora do círculo unitário colocando zeros fora do círculo unitário em círculos de raio igual ao módulo do zero a anular ([Newhall, 71]).

A título de exemplo considere-se um sistema de 2ª ordem na forma

$$H(z) = \frac{(1 - 0.4z^{-1})(1 - 2z^{-1})}{1 - 0.8z^{-1} + 0.52z^{-2}}$$

com um zero real de fase mínima e um zero real ($z=2$) de fase não mínima.

Um filtro inverso recursivo de ordem 8/1 foi projectado por divisão longa truncando a resposta impulsional infinita, não causal, do filtro inverso de $H(z)$ e atrasando-a de 7 amostras. Nas figuras 3.13 e 3.14 apresentam-se as respostas em frequência do sistema a inverter, do sistema inverso e do sistema igualizado e na figura 3.15 as correspondentes respostas impulsiais, discretas, são apresentadas no domínio do tempo.

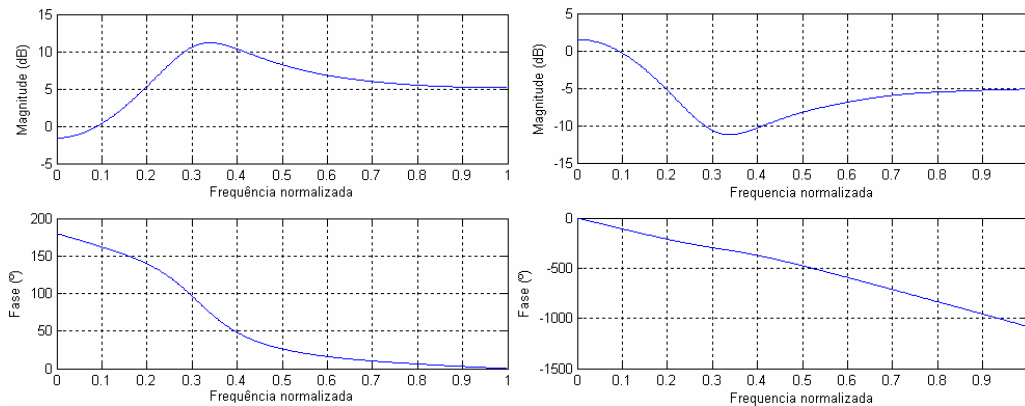


Figura 3.13 – À esquerda: resposta em frequência do sistema a igualizar com zero de fase não mínima real ($z=2$); à direita: sistema inverso aproximado

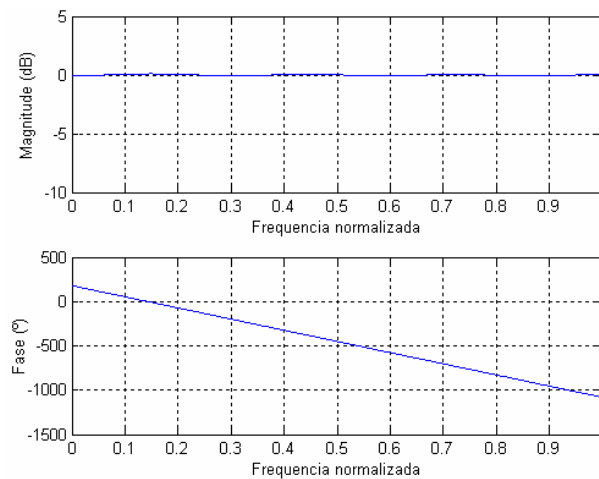


Figura 3.14 – Resposta em frequência do sistema igualizado (zero de fase não mínima real $z=2$)

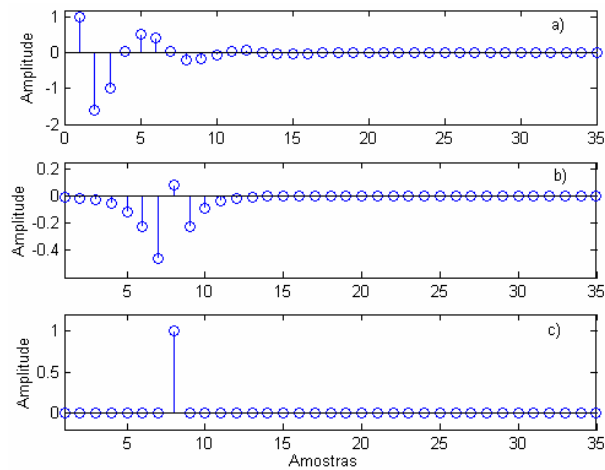


Figura 3.15 – Resposta impulsional do a) sistema a igualizar (zero de fase não mínima real $z=2$) b) sistema inverso c) sistema igualizado

O sistema igualizado é um sistema com atraso. O mapa de pólos e zeros do sistema a inverter e do filtro inverso são apresentados na figura 3.16 e revelam que o cancelamento do zero de fase não mínima do sistema a inverter foi realizado no sistema inverso por 6 zeros, também de fase não mínima, colocados num círculo de raio aproximadamente igual ao módulo do zero a cancelar ([Newhall, 71]).

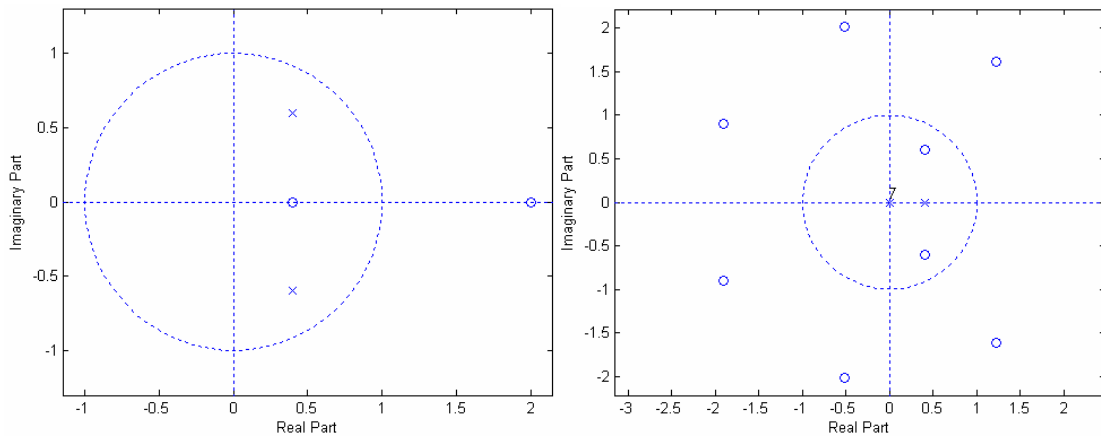


Figura 3.16 - Pólos e zeros: à esquerda - sistema a inverter; à direita - sistema inverso aproximado

Se o zero de fase não mínima estiver mais próximo do círculo unitário a ordem do sistema inverso requerido será maior assim como o atraso necessário para encontrar um inverso causal. As figuras 3.17 a 3.20 apresentam os resultados da igualização do mesmo sistema mas no caso em que o seu zero de fase não mínima tem módulo 1,2 (em vez de 2).

O sistema inverso necessário é de ordem 25/1 e introduz um atraso de 24 amostras tal como se ilustra na figura 3.19. De forma idêntica ao exemplo anterior os zeros do sistema inverso que cancelam o zero de fase não mínima do sistema a inverter são colocados num círculo de raio aproximadamente igual ao módulo do zero a cancelar, tal como sugere a figura 3.20.

Deste exemplo com este método de projecto de filtros inversos ressalta que o atraso de modelização adequado à determinação de um inverso estável e causal, e consequentemente o

atraso do sistema igualizado, depende da proximidade ao círculo unitário dos zeros de fase não mínima do sistema a igualizar.

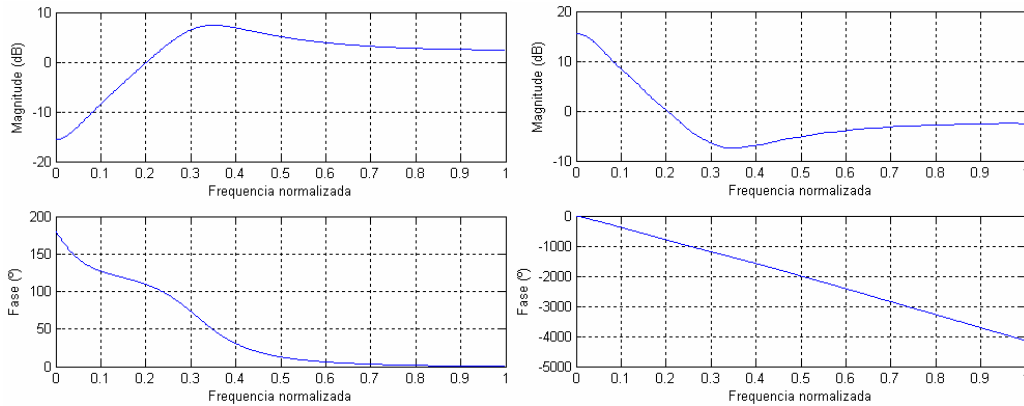


Figura 3.17 – À esquerda: resposta em frequência do sistema a igualizar com zero de fase não mínima real ($z=1,2$); à direita: sistema inverso aproximado

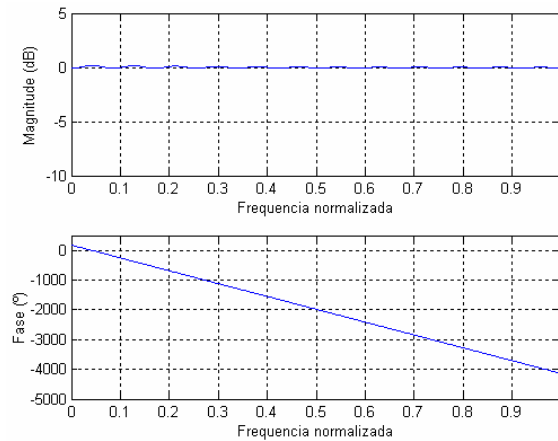


Figura 3.18 – Resposta em frequência do sistema igualizado (zero de fase não mínima real $z=1,2$)

O recurso à divisão longa para determinação de um filtro inverso aproximado está longe de ser um processo óptimo. Recorrendo aos exemplos apresentados basta pensar que se a resposta impulsional tiver $M-1$ zeros de fase mínima o inverso aproximado terá $M-1$ pólos nas posições correspondentes àqueles zeros. Nos casos em que a resposta impulsional de um sistema real é longa os inversos obtidos por este método não serão muito provavelmente soluções óptimas.

3.6 Conclusão

Neste capítulo foram apresentados os conceitos fundamentais associados aos sistemas discretos de fase não mínima e foi descrita a metodologia de análise homomórfica de sistemas usando o cepstro.

A utilização do cepstro complexo na decomposição homomórfica é uma ferramenta útil na caracterização dos sistemas de fase não mínima.

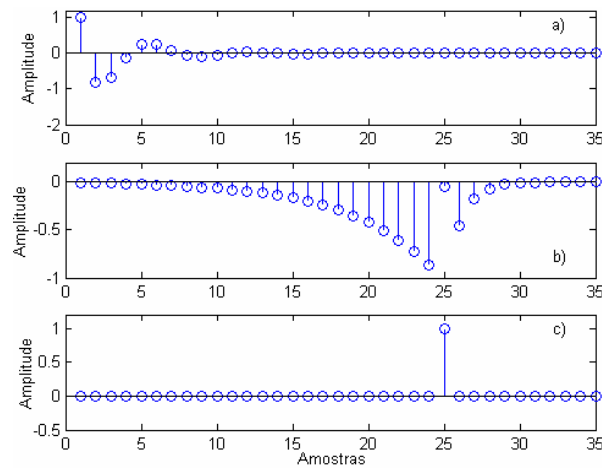


Figura 3.19 – Resposta impulsional a) sistema a igualizar (zero de fase não mínima real $z=1,2$) b) sistema inverso c) sistema igualizado

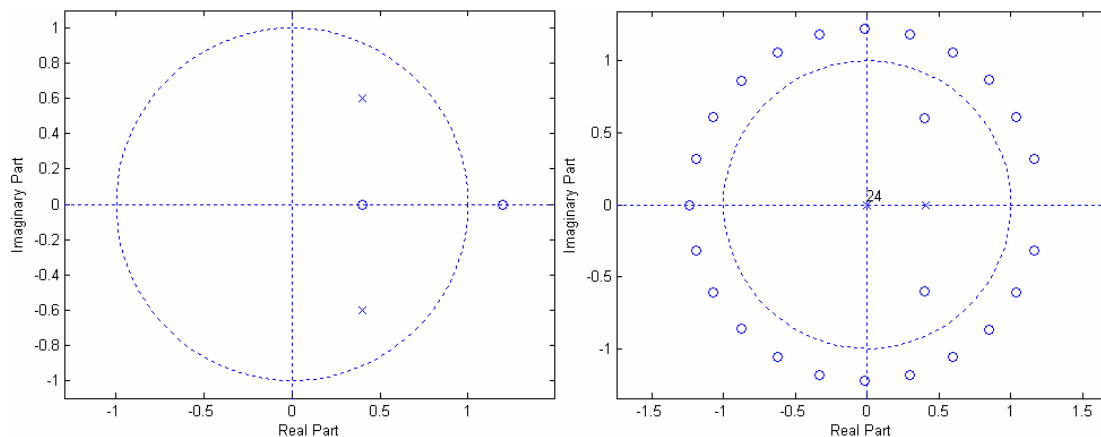


Figura 3.20 – Pólos e zeros: à esquerda - sistema a inverter; à direita - sistema inverso aproximado

Por aplicação da análise cepstral às respostas electroacústicas, anecóicas, no eixo principal de dois sistemas altifalantes evidenciaram-se as suas características de fase não mínima.

A igualização de sistemas pode ser realizada por pré-processamento do sinal de entrada por meio de um único filtro que realiza a função de transferência inversa do sistema a igualizar.

Para os sistemas de fase não mínima no entanto só existem inversos aproximados que introduzem atraso no sistema igualizado.

As principais características e dificuldades desta solução de igualização baseada em inversos aproximados foram evidenciadas recorrendo à determinação e aplicação de sistemas inversos determinados pelo método da divisão longa.

O atraso necessário para obter filtros inversos estáveis e causais pelo método da divisão longa para a igualização de sistemas de fase não mínima revela dependência com a proximidade ao círculo unitário dos zeros de fase não mínima do sistema a igualizar.

Capítulo 4

Projecto de filtros digitais inversos para igualização de sistemas electroacústicos de fase não mínima - estado da arte

4. Projecto de filtros digitais inversos para igualização de sistemas electroacústicos de fase não mínima – estado da arte

4.1 Introdução

As anomalias na respostas electroacústica frequentemente verificadas nos sistemas altifalantes justificadas não só pelas não idealidades dos seus constituintes mas também pela forma como são integrados no conjunto, tal como sugerido no capítulo 2, motivaram desde cedo o desenvolvimento e a aplicação de técnicas de correcção realizadas quer na forma eléctrica quer na forma mecânico-acústica.

A alteração da resposta electroacústica dos sistemas altifalante (na sala de audição) por pré-filtragem do sinal eléctrico de áudio é bem conhecida sendo o exemplo mais evidente a utilização de equalizadores gráficos e/ou paramétricos para esse efeito.

Todavia o efeito combinado daqueles filtros negligenciando as fases das suas respostas, introduzidos muitas vezes segundo critérios subjectivos, não é seguramente uma solução óptima ainda que a flexibilidade que este tipo de solução oferece não seja de menosprezar.

Talvez também por este facto se tenham desenvolvido esforços no sentido de encontrar soluções optimizadas, idênticas à que neste trabalho se preconiza, para igualizar a resposta dos sistemas electroacústicos.

Nesse sentido, os trabalhos de investigação e desenvolvimento propõem corrigir as irregularidades do módulo e linearizar a fase da resposta electroacústica, de fase não mínima, dos sistemas altifalante multivia, uniamplificados, por pré-processamento do sinal de áudio através de um único filtro digital. Este filtro digital, inverso, projectado no domínio do tempo, realiza a função de transferência do sistema inverso do sistema a igualizar. A resposta electroacústica considerada habitualmente para o efeito é a resposta electroacústica no eixo principal e no campo distante dos sistemas altifalantes.

Um primeiro relato de um único filtro digital de resposta impulsional finita (filtro FIR) aplicado a igualização da resposta no eixo principal de sistemas electroacústicos, projectado no domínio do tempo segundo um critério de mínimos quadrados, é feito por Mourjopoulos na referência [Mourjopoulos, 82], como resultado do seu trabalho na Universidade de Southampton; o prosseguimento deste trabalho ([Clarkson, 85], [Mourjopoulos, 88], [Mourjopoulos, 94]) conduziu à realização de um sistema comercializado ([Salamouris, 95], [Salamouris, 97]) e patenteado ([Mourtzopou, 97]) permitindo a igualização em tempo real por filtragem FIR de sistemas electroacústicos e/ou da sala de audição.

Usando também um filtro inverso FIR, Wilson ([Wilson, 91]) explorou no projecto daquele não só a incorporação da resposta no eixo principal mas também respostas fora do eixo do altifalante, ponderadas segundo vários critérios; conclui que é possível “igualizar razoavelmente considerando respostas fora do eixo, com aberturas apreciáveis, no entanto o peso a atribuir a cada uma daquelas respostas carece de extensos testes de apreciação subjectiva”.

Os resultados apresentados neste trabalho ([Wilson, 91]) considerando apenas a resposta no eixo principal no projecto do filtro inverso corroboram os de Mourjopoulos ([Mourjopoulos,

88]) e reflectem também uma melhoria para pequenos ângulos (5° a 10°) fora do eixo; a própria autora refere que neste caso as respostas igualizadas fora do eixo (para pequenos ângulos) são melhores do que as que são obtidas com filtro inverso projectado levando em consideração todas as respostas (no eixo e fora do eixo).

Noutros exemplos da aplicação de filtro inversos do tipo FIR para igualização de respostas electroacústicas é explorada a utilização da variante adaptativa na determinação dos coeficientes dos filtros ([Kuriyama, 89], [Gross, 98]) de forma a evitar a determinação explícita da resposta electroacústica a igualizar. Apesar desta vantagem a exactidão do filtro inverso obtido com esta solução é fortemente dependente do sinal de excitação utilizado na adaptação em tempo real, justificada pelo facto de o típico algoritmo LMS (*Least Mean Squares*) utilizado na determinação dos coeficientes daquele filtro recorrer a uma estimativa aproximada do gradiente da função de erro a minimizar, dependente do sinal de excitação ([Widrow, 85]).

Num outro exemplo da aplicação de filtros FIR, Kyouno ([Kyouno, 90], [Kyouno, 91]) na realização de um sistema altifalante de 2 vias, biamplificado, explorou a aplicação de filtros inversos para igualizar individualmente cada um dos radiadores e realizou digitalmente o alinhamento temporal das suas respostas electroacústicas; conclui que a fidelidade de reprodução do sistema é bastante boa no entanto destaca que o atraso total de 26,5 ms introduzido pelo sistema merece atenção, em especial nas aplicações exigindo sincronismo no sinal de áudio e de vídeo; sugere como meta a redução deste tempo de atraso. A continuidade deste trabalho em particular não é conhecida. No entanto trabalhos posteriores e as patentes associadas relatam a aplicação de filtro inversos FIR para igualização de sistemas altifalantes univia e multivia, de forma idêntica à originalmente proposta por Mourjopoulos ([Yashima, 95], [Yashima, 99]).

A elevada ordem do filtro habitualmente necessário à igualização dos sistemas altifalantes, multivia, é típica da solução baseada em filtro FIR.

Também por este facto Greenfield e Hawksford da Universidade de Essex, desenvolveram um método não optimizado que combina um filtro de resposta impulsional infinita (filtro IIR) e um filtro FIR determinados com base num modelo paramétrico do altifalante, obtido a partir da sua resposta electroacústica impulsional; o filtro IIR assegura a correcção da resposta electroacústica nas amplitudes e o filtro FIR a igualização nas fases ([Greenfield, 89], [Greenfield, 90a], [Greenfield, 91a], [Greenfield, 92]).

Este método foi também recentemente explorado nos trabalhos publicados por Potchinkov ([Potchinkov, 98]) da Universidade de Kaiserslautern sobre o projecto de filtros digitais para a igualização de sistemas altifalantes ([Leinz, 02]) e sistemas de áudio em geral.

Outra variante no projecto de filtros para igualização de sistemas electroacústicos a que foi dada bastante ênfase recentemente refere-se às técnicas de projecto de filtros com deformação do eixo de frequências (*warped filters*) ([Karjalainen, 99], [Härmä, 00], [Tyril, 01]); utiliza-se a palavra variante porque são propostos para igualizar apenas a resposta nas amplitudes de sistemas electroacústicos. No projecto deste tipo de filtro recorre-se a deformação do eixo de frequências para permitir uma resolução não uniforme, contrariamente à dos filtros FIR, atribuindo por exemplo maior resolução na faixa das baixas frequências por forma a reduzir a ordem dos filtros.

Este capítulo tem como propósito apresentar e sistematizar as principais técnicas e métodos conhecidos e utilizados no projecto de filtros inversos, aplicados à igualização simultânea do módulo e da fase da resposta electroacústica de sistemas altifalantes multivia, uniamplificados. Os métodos de projecto de filtros digitais inversos são caracterizados quanto ao erro final do

sistema igualizado (relativamente ao pretendido), à ordem das soluções de filtragem e ao atraso que introduzem no sistema igualizado.

Os métodos de projecto apresentados referem-se aos do filtro inverso do tipo FIR, do tipo IIR para igualização do módulo combinado com filtro FIR para igualização da fase da resposta e por último, como exemplificação, ao do tipo FIR com deformação do eixo de frequências.

Apresentam-se e discutem-se também os resultados obtidos com a aplicação de filtros digitais inversos projectados com as técnicas referidas na igualização da resposta electroacústica impulsional, no eixo principal, no campo distante, de dois sistemas de radiadores electroacústicos.

4.2 Igualização simultânea do módulo e fase da resposta electroacústica por filtro inverso FIR

O método mais utilizado para igualização de sistemas de fase não mínima é aquele que se baseia num filtro inverso FIR, cujos coeficientes são obtidos por minimização do erro quadrático até que o sistema igualizado se aproxime do pretendido, isto do impulso unitário $\delta(n - \Delta)$, sendo Δ o atraso ([Mourjopoulos, 82]). Este método é também bastante referido no âmbito do processamento de sinais geofísicos com o propósito de estimar a resposta impulsional de zonas terrestres em observação recorrendo à desconvolução ([Treitel, 64], [Treitel, 66], [Robinson, 67], [Robinson, 86]).

A figura 4.1 ilustra a formulação do método baseado na típica modelização inversa de um sistema discreto ([Widrow, 85], [Widrow, 96]).

Seja $h(n)$ ($n=0$ a $L-1$) a resposta (electroacústica) impulsional de um sistema altifalante a igualizar por aplicação de filtros digitais inversos. Seja $f(n)$ ($n=0$ a $M-1$) a resposta impulsional do filtro inverso. Então, $y(n)$

$$y(n) = h(n) * f(n) = \sum_{i=0}^{L-1} f(n-i)h(i) \quad (4.1)$$

com $L+M-1$ termos.

O filtro inverso $f(n)$ deve ser tal

$$h(n) * f(n) = y(n) \approx d(n) = \delta(n) \quad (4.2)$$

em que $d(n)$ é a resposta impulsional desejada para o sistema, neste caso o impulso unitário, $\delta(n)$.

O sinal de erro $e(n)$ é então

$$e(n) = d(n) - y(n) = \delta(n) - \sum_{i=0}^{L-1} f(n-i)h(i) \quad (4.3)$$

O facto de o sistema $H(z)$ ser de fase não mínima implica como referido a necessidade de introduzir um atraso para obter uma solução causal para o filtro inverso. Por esta razão as soluções de inversão de $H(z)$ de menor erro $e(n)$ obtêm-se com a incorporação de um atraso de modelização, Δ , tal como se ilustra na figura 4.1. Para este caso o sinal de erro $e(n)$ é então

$$e(n) = d(n - \Delta) - y(n) = \delta(n - \Delta) - \sum_{i=0}^{L-1} f(n - i)h(i) \quad (4.4)$$

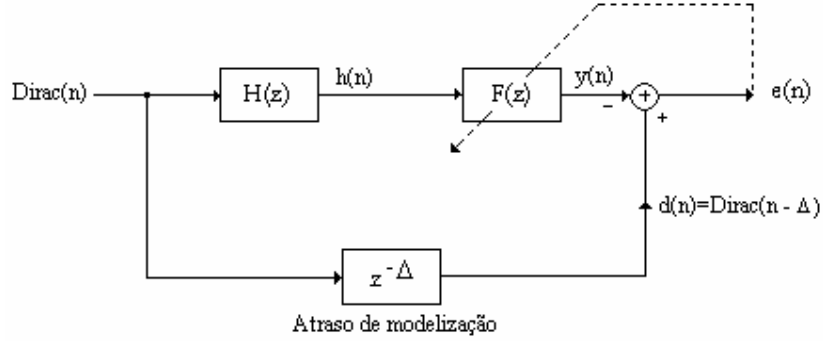


Figura 4.1 – Projecto de filtro FIR por modelização inversa com atraso de modelização

Pretende-se que seja mínimo o valor do erro $e(n)$, isto é, pretende-se de forma equivalente que

$$\delta(n - \Delta) \approx \sum_{i=0}^{L-1} f(n - i)h(i) \quad (4.5)$$

Podemos reescrever a equação anterior na forma

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h(0) & & & & \\ h(1) & h(0) & & & \\ h(2) & h(1) & h(0) & & \\ h(3) & h(2) & h(1) & h(0) & \\ \dots & \dots & & & \\ h(L-1) & \dots & & & \\ & h(L-1) & & & \\ & & h(L-1) & & \\ & & & h(L-1) & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f(0) \\ f(1) \\ \vdots \\ \vdots \\ f(M-1) \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

ou

$$\delta(n - \Delta) = \mathbf{H} \cdot \mathbf{f} \quad (4.7)$$

em $\delta(n - \Delta)$ é um vector com $(L+M-1) \times 1$ elementos, a matriz $\mathbf{H}$ com $(L+M-1) \times M$ elementos e o vector $\mathbf{f}$ com $M \times 1$ elementos.

A forma matricial $\delta(n - \Delta) = \mathbf{H} \cdot \mathbf{f}$ expressa um sistema de equações sobredeterminado com $L+M-1$ equações a M incógnitas para cada valor do atraso de modelização, Δ . A solução deste sistema é aproximada e pode ser obtida por minimização do erro quadrático em que os coeficientes do filtro são dados por,

$$\mathbf{f} = (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \delta(n - \Delta) \quad (4.8)$$

O erro final na forma matricial é dado pela expressão

$$\mathbf{e} = (1 - \mathbf{H} \mathbf{f}) \delta(n - \Delta) \quad (4.9)$$

Outra alternativa ([Robinson, 86]) para determinar os coeficientes do filtro inverso é a seguinte. Se o objectivo é minimizar $\sum e^2(n)$ podemos estabelecer que

$$J = \sum_{n=0}^{M+L-2} e^2(n) = \sum_{n=0}^{M+L-2} \left[\delta(n-\Delta) - \sum_{i=0}^{M-1} f(i)h(n-i) \right]^2 \quad (4.10)$$

$$J = \sum_{n=0}^{M+L-2} \left[\delta^2(n-\Delta) - 2 \left(\delta(n-\Delta) \sum_{i=0}^{M-1} f(i)h(n-i) \right) + \left(\sum_{i=0}^{M-1} f(i)h(n-i) \right)^2 \right] \quad (4.11)$$

O filtro $f(n)$ deve ser tal que torne o erro J mínimo. Deve verificar-se que

$$\frac{\partial J}{\partial f(m)} = 0 \quad \forall m = 0, \dots, M-1 \quad (4.12)$$

Então

$$\frac{\partial J}{\partial f(m)} = -2 \sum_{n=0}^{M+L-2} \delta(n-\Delta)h(n-m) + 2 \sum_{n=0}^{M+L-2} \left(\sum_{i=0}^{M-1} f(i)h(n-i) \right) h(n-m) = 0 \quad (4.13)$$

$$\sum_{i=0}^{M-1} f(i) \sum_{n=0}^{M+L-2} h(n-i)h(n-m) = \sum_{n=0}^{M+L-2} \delta(n-\Delta)h(n-m) \quad (4.14)$$

$$\sum_{i=0}^{M-1} f(i)R_{hh}(m-i) = R_{dh}(m) \quad (4.15)$$

em que $R_{hh}(n)$ é a autocorrelação da resposta impulsional $h(n)$

$$R_{hh}(m-i) = \sum_{n=0}^{M+L-2} h(n-i)h(n-m) \quad (4.16)$$

e $R_{dh}(n)$ é a correlação cruzada entre $h(n)$ e $d(n)$, representada por $\delta(n-\Delta)$,

$$R_{dh}(m) = \sum_{n=0}^{M+L-2} \delta(n-\Delta)h(n-m) \quad (4.17)$$

Os coeficientes do filtro inverso, $f(n)$, são determinados através da resolução do sistema de equações

$$\mathbf{R}_{hh}\mathbf{f} = \mathbf{R}_{dh} \quad (4.18)$$

em que $\mathbf{R}_{hh}$ é a matriz de autocorrelação da resposta impulsional $h(n)$ e $\mathbf{R}_{dh}$ é matriz de correlação cruzada entre $h(n)$ e a resposta impulsional desejada $d(n)$, para cada valor do atraso de modelização Δ .

O valor mínimo do erro é dado por ([Robinson, 86])

$$J_{\min} = \sum_{n=0}^{M+L-2} \delta^2(n-\Delta) - \sum_{i=0}^{M-1} f(i)R_{dh}(i) \quad (4.19)$$

O valor mínimo do erro para um dado atraso de modelização é a solução óptima para os coeficientes do filtro inverso. O erro em função do atraso de modelização apresenta uma zona

aproximadamente constante à volta de um atraso de modelização aproximadamente igual a metade do comprimento do filtro inverso FIR. Este aspecto será evidenciado nos resultados da aplicação deste método à igualização da resposta electroacústica impulsional de altifalantes.

Um caso particular de especial interesse é aquele em que a resposta impulsional $h(n)$ - para a qual se pretende calcular o filtro inverso - é a resposta impulsional de um sistema passa-tudo. Utilizando-se um critério de minimização do erro quadrático demonstra-se ([Yom, 87]) que neste caso os coeficientes do filtro inverso podem ser obtidos por inversão no domínio do tempo da resposta impulsional $h(n)$ (do passa-tudo) seguida de truncatura para o comprimento pretendido e de atraso adequado à sua causalidade. O comprimento de truncatura é igual ao comprimento do filtro inverso.

4.2.1 Resultados da igualização da resposta electroacústica de sistemas altifalantes

Apresentam-se neste ponto os resultados obtidos por aplicação de filtros inversos FIR projectados segundo um critério de mínimos quadrados do erro, tal como descrito no ponto anterior, na igualização de respostas electroacústicas. Os sistemas altifalantes utilizados são os já descritos no capítulo anterior, designados altifalante 1 e altifalante 2.

Este método de projecto e outros adiante descritos baseiam-se na minimização do sinal de erro no domínio do tempo discreto entre a resposta desejada - o impulso unitário - e a resposta igualizada. Assim para efeitos de comparação dos vários métodos/técnicas de projecto de filtros inversos para igualização, a utilização de um critério no domínio do tempo é o mais correcto. Todavia dada a importância dos desvios relativamente a uniformidade na resposta electroacústica nas frequências, procede-se também à sua caracterização.

No domínio do tempo discreto utiliza-se então o valor eficaz do erro ($e(n)$) no tempo discreto dado por,

$$e_{\text{tempo}} = \left(\frac{1}{L} \sum_{n=0}^L e^2(n) \right)^{1/2} \quad (4.20)$$

sendo $e(n) = \delta(n) - f(n) * h(n)$ e L o comprimento da resposta electroacústica impulsional a igualizar ([Mourjopoulos, 82], [Clarkson, 85]).

Na avaliação no domínio da frequência utiliza-se o erro E_{freq} , ([Mourjopoulos, 82] [Clarkson, 85]) dado por

$$E_{\text{freq}} = \left[\frac{1}{N_{\text{freq}}} \sum_{k=N_{\text{inf}}}^{N_{\text{sup}}} \left[20 \log_{10} |H_{\text{igua}}(k)| - H_{\text{medio}}(k) \right]^2 \right]^{1/2} \quad (4.21)$$

em que $H_{\text{igual}}(k)$ é a Transformada de Fourier discreta de N pontos ($k = 0, 1, \dots, N-1$) da resposta impulsional igualizada e $H_{\text{medio}}(k)$ é o valor médio pretendido para o módulo da resposta, dado por

$$H_{\text{medio}}(k) = \frac{1}{N_{\text{freq}}} \sum_{k=N_{\text{inf}}}^{N_{\text{sup}}} 20 \log_{10} |H(k)| \quad (4.22)$$

O número de componentes frequenciais N_{freq} consideradas naquela expressão é dado por $N_{\text{freq}} = N_{\text{sup}} - N_{\text{inf}} + 1$, correspondendo N_{inf} à frequência limite inferior e N_{sup} à frequência limite superior da banda de frequências em que se avalia o afastamento do módulo da resposta electroacústica relativamente a uma constante.

Este critério de erro expressa o desvio (padrão) do módulo das resposta electroacústica relativamente a um nível constante ([Clarkson, 85], [Greenfield, 90a], [Bharitkar, 03], [Dziechcinski, 04]), no domínio logarítmico, que é habitualmente utilizado para a representação gráfica e apreciação da uniformidade. Teoricamente corresponde a uma média geométrica dos desvios e não a uma média aritmética. Neste caso serão menos importantes os valores elevados do erro que ocorram com pouca frequência.

O erro E_{freq} é complementado com a determinação da amplitude máxima verificada nas irregularidades da resposta electroacústica, não igualizada ou igualizada, avaliada relativamente ao valor médio $H_{\text{médio}}(k)$.

Estes critérios de avaliação no domínio da frequência foram aplicados às respostas electroacústicas (não igualizadas) dos altifalantes 1 e 2.

Para o altifalante 1 conduziram ao valor de 2,8 dB para o desvio (padrão) e ao valor de 9,3 dB para o valor máximo da amplitude das irregularidades na resposta, avaliadas entre aproximadamente 234 Hz e 20,4 kHz.

Para o altifalante 2, conduziram ao valor de 1,7 dB para o desvio (padrão) e ao valor de 4,7 dB para o valor máximo da amplitude das irregularidades na resposta, avaliadas entre aproximadamente 194 Hz e 17 kHz.

As frequências utilizadas são aquelas para as quais o módulo da resposta nos limites da largura de banda está aproximadamente a -3 dB relativamente ao seu valor médio.

O comprimento das respostas electroacústicas impulsiais dos altifalantes 1 e 2 utilizado no que neste capítulo se apresenta foram respectivamente de 2048 e 800 amostras.

O comprimento do filtro inverso FIR utilizado como referência para efeitos de comparação é 256; considerou-se este comprimento adequado para ensaio numa plataforma experimental vulgar, por exemplo, baseada em microprocessador de sinal.

Na figura 4.2 representam-se a resposta impulsional a igualizar, a resposta impulsional do filtro inverso e a resposta impulsional igualizada para cada um dos altifalantes.

A igualização no domínio do tempo é evidente, com erros de igualização (equação 4.20) de -52,3 dB e de -50,2 dB respectivamente para os altifalantes 1 e 2.

O atraso de modelização utilizado na determinação dos filtros inversos é de 114 amostras para o altifalante 1 e de 153 amostras para o altifalante 2.

Na figura 4.3 apresenta-se o erro no domínio do tempo dado pela equação 4.20, expresso em decibéis, em função do atraso de modelização para cada um dos altifalantes, onde se evidencia um patamar de erro mínimo em redor aproximadamente de um atraso de modelização igual à metade do comprimento do filtro inverso, tal como sugerido no ponto anterior.

Também no domínio do tempo se apresenta na figura 4.4 as respostas impulsiais a igualizar e igualizada com as figuras assinaladas por b) e d) apresentadas em dB; no caso da representação da resposta a igualizar nas figuras assinaladas por b), a resposta impulsional utilizada é a normalizada pelo máximo do seu valor absoluto.

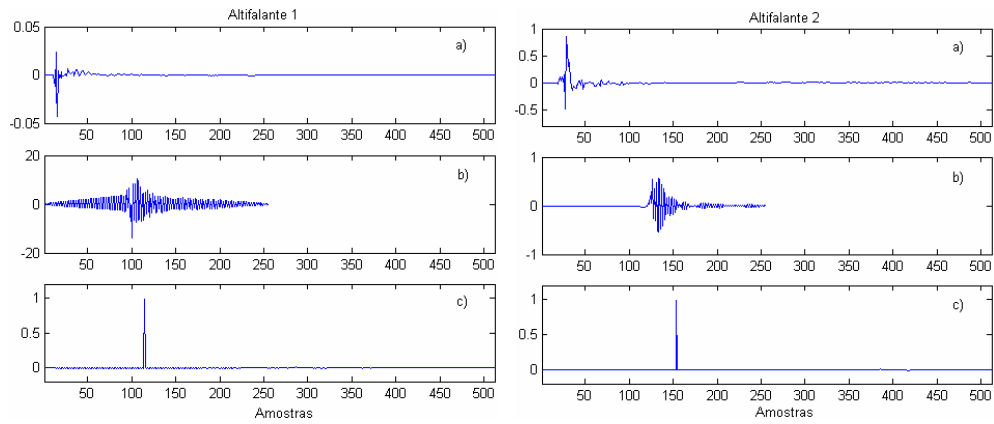


Figura 4.2 – Resposta impulsional do a) altifalante a igualizar b) filtro inverso c) altifalante igualizado

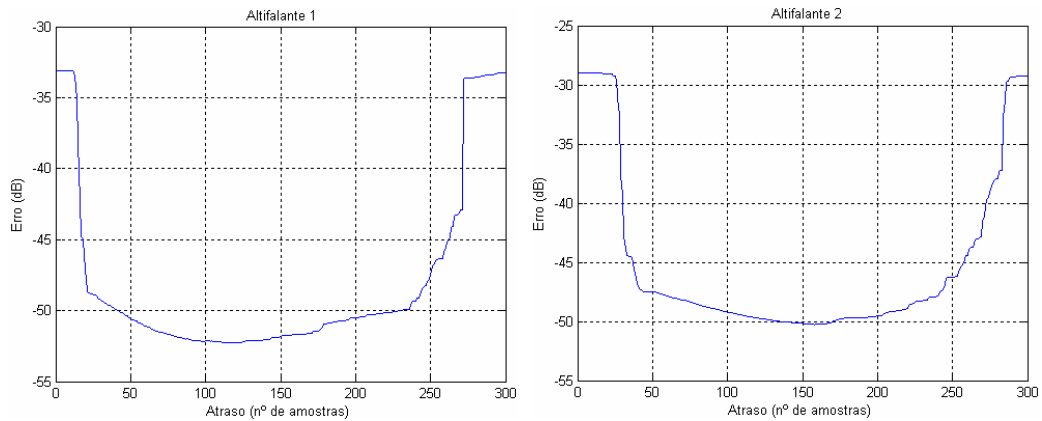


Figura 4.3 – Erro em função do atraso de modelização a) altifalante 1 b) altifalante 2

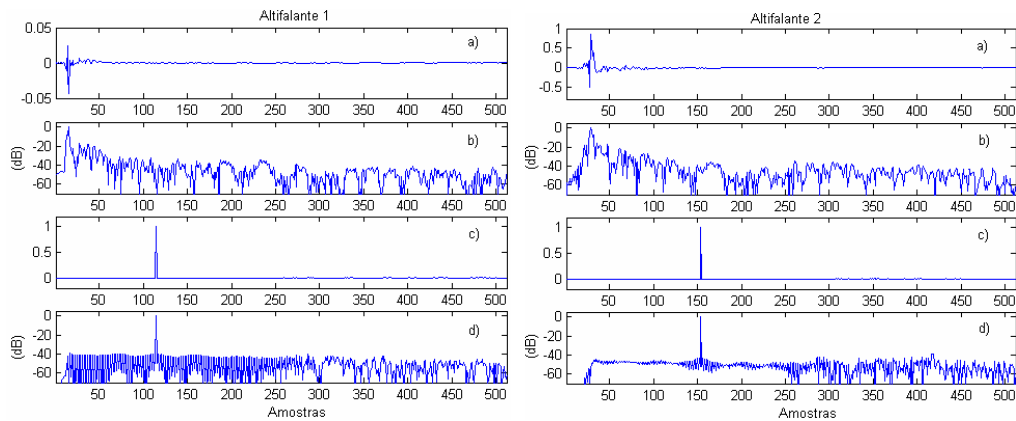


Figura 4.4 – Resposta impulsional do a) altifalante a igualizar b) altifalante a igualizar (em dB) c) altifalante igualizado d) altifalante igualizado (em dB)

No domínio da frequência apresenta-se na figura 4.5 a resposta a igualizar a), a resposta igualizada c) e a resposta do filtro inverso b). O traçado do módulo da resposta electroacústica na banda de frequências de passagem evidencia-se mais plano com desvios da ordem de 0,5 dB e a resposta nas fases indica um sistema igualizado com atraso.

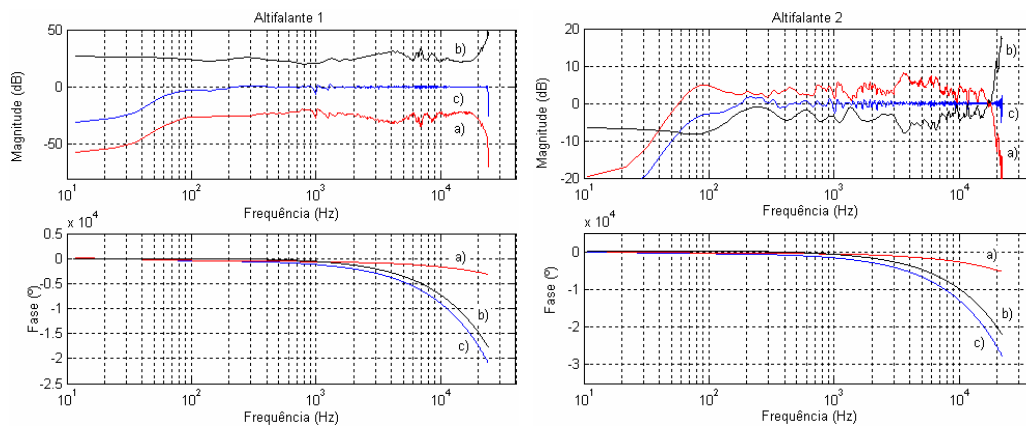


Figura 4.5 – Resposta (electroacústica) em frequência do a) altifalante a igualizar b) filtro inverso FIR c) altifalante igualizado

A avaliação dos erros quer no domínio do tempo discreto quer nas frequências encontram-se resumidos na tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Resultados da igualização da resposta dos altifalantes 1 e 2 por filtro inverso FIR

FIR	Comprimento	Atraso	Erro (dB)	Valor do desvio (dB)	Valor máximo do desvio (dB)
Altifalante 1	256	114	-52,3	0,45	6,7 (2,8)
Altifalante 2	256	153	-50,2	0,35	2,60

As frequências limites, inferior e superior, para avaliação dos desvios na frequência são as já indicadas, respectivamente de 234 Hz e de 20,4 kHz para o altifalante 1 e de 194 Hz e de 17 kHz para o altifalante 2.

Para o altifalante 1 indicam-se dois valores para o máximo do desvio na resposta em frequência dado o facto particular de esta evidenciar um vale bastante estreito, aproximadamente a 1 kHz, de elevada variação nas amplitudes, que só foi parcialmente igualizado por aplicação do filtro FIR (o desvio máximo original é 9,3 dB e passa para 6,7 dB); o segundo valor, 2,8 dB, é o que se verificaria na ausência daquela particularidade na resposta quer nas amplitudes quer nas fases.

O método de projecto de filtros inversos FIR segundo um critério de mínimos quadrados do erro, recorrendo à introdução de um atraso no sistema igualizado, revela-se uma metodologia que permite soluções de igualização eficazes.

O atraso no sistema igualizado que permite soluções de filtragem inversa de menor erro é aproximadamente igual a metade do comprimento do filtro.

As soluções de igualização baseada em filtro FIR partilham a desvantagem conhecida das descrições de sistemas só com zeros que implicam habitualmente ordens elevadas.

Assim a ordem dos filtros inversos FIR é em geral elevada o que implica maiores requisitos computacionais na sua implementação, por exemplo, para processamento em tempo real.

Outra consequência da elevada ordem exigida por este tipo de solução de igualização é um maior atraso produzido na resposta do sistema igualizado.

4.3 Igualização do módulo da resposta por filtro inverso IIR seguida de igualização de fase por filtro FIR com base em modelo paramétrico do sistema altifalante

O método que a seguir se descreve foi desenvolvido no sentido de encontrar uma solução de igualização para sistemas electroacústicos de fase não mínima com menores exigências computacionais para processamento em tempo real do que aquelas colocadas pelo filtro inverso FIR descrito na secção anterior, resultando na obtenção de inovação.

Este método baseia-se num modelo paramétrico do sistema altifalante obtido a partir da resposta (electroacústica) impulsional medida no seu eixo principal. Com base neste modelo e recorrendo à possibilidade de decomposição de um sistema de fase não mínima enunciada no capítulo anterior, este é decomposto em dois, um modelo equivalente de fase mínima e um modelo passa-tudo. A partir destas duas componentes do modelo paramétrico do altifalante determinam-se dois filtros inversos: um filtro IIR de fase mínima para igualização do módulo e um outro filtro FIR para igualização da fase da resposta em frequência ([Greenfield, 89], [Greenfield, 91a], [Greenfield, 91b]).

Seja $H_{\text{mod}}(z)$ a função de transferência de fase não mínima do modelo obtido a partir da resposta (electroacústica) impulsional do altifalante, na forma,

$$H_{\text{mod}}(z) = \frac{\prod_{i=1}^k (1 - d_i z^{-1}) \prod_{i=k+1}^M (1 - D_i z^{-1})}{\prod_{j=1}^N (1 - c_j z^{-1})} \quad (4.23)$$

estável ($|c_j| < 1$), com k zeros dentro do círculo unitário ($|d_i| < 1$, $i = 1, 2, \dots, k$) e com $(M - k)$ zeros fora do círculo unitário ($|D_i| > 1$, $i = k + 1, \dots, M$).

Podemos estabelecer – tal como referido no capítulo anterior - a seguinte decomposição

$$H_{\text{mod}}(z) = H_{\text{eq_min}}(z) H_{\text{ap}}(z) \quad (4.24)$$

sendo $H_{\text{eq_min}}(z)$ o sistema equivalente de fase mínima de $H(z)$, que tem o mesmo módulo da resposta em frequência de $H_{\text{mod}}(z)$, dado por

$$H_{\text{eq_min}}(z) = \frac{\prod_{i=1}^k (1 - d_i z^{-1}) \prod_{i=k+1}^M (z^{-1} - D_i)}{\prod_{j=1}^N (1 - c_j z^{-1})} \quad (4.25)$$

e $H_{\text{ap}}(z)$ um sistema estável, do tipo passa-tudo, de fase máxima, dado pela seguinte expressão

$$H_{\text{ap}}(z) = \frac{\prod_{i=k+1}^M (1 - D_i z^{-1})}{\prod_{i=k+1}^M (z^{-1} - D_i)} \quad (4.26)$$

O sistema $H_{ap}(z)$ retém o excesso de fase de $H_{mod}(z)$ para além da fase mínima contida em $H_{eq_min}(z)$.

A função de transferência $H_{eq_min}(z)$ pode ser directamente invertida

$$H_{inverso_eq_min}(z) = \frac{1}{H_{eq_min}(z)} = \frac{\prod_{j=1}^N (1 - c_j z^{-1})}{\prod_{i=1}^k (1 - d_i z^{-1}) \prod_{i=k+1}^M (z^{-1} - D_i)} \quad (4.27)$$

A aplicação deste filtro inverso do tipo IIR permite apenas igualização do módulo da resposta (electroacústica) em frequência do altifalante. Isto significa também que se for apenas aplicada uma igualização do módulo da resposta em frequência, o altifalante igualizado apresentará uma resposta impulsional do tipo passa-tudo. Isto é,

$$H(z) \frac{1}{H_{eq_min}(z)} = H_{eq_min}(z) H_{ap}(z) \frac{1}{H_{eq_min}(z)} = H_{ap}(z) \quad (4.28)$$

A parte $H_{ap}(z)$ da função de transferência do modelo $H_{mod}(z)$ directamente invertida dará um inverso causal instável.

$$H_{inverso_ap}(z) = \frac{1}{H_{ap}(z)} = \frac{\prod_{i=k+1}^M (z^{-1} - D_i)}{\prod_{i=k+1}^M (1 - D_i z^{-1})} \quad (4.29)$$

Todavia tal como referido na secção anterior é possível pela inclusão de um atraso de modelização adequado encontrar um inverso aproximado estável e causal. Os autores deste método recorreram à propriedade enunciada anteriormente, e também enunciada nas referências [Preis, 82], [Bean, 89] e [Craven, 90], para a determinação de inversos de sistemas passa-tudo para efeitos da igualização de fase. O inverso da parte passa-tudo do modelo pode ser obtida por inversão no domínio do tempo, com truncatura para o comprimento pretendido e com atraso adequado para ser causal, da resposta impulsional de característica passa-tudo do sistema para o qual se pretende igualizar a fase.

Com base neste método os autores determinaram um filtro FIR para igualização da fase (compensação do “excesso de fase”) invertendo no domínio do tempo, truncando (no comprimento pretendido) e atrasando a resposta impulsional da parte passa-tudo $H_{ap}(z)$ do modelo paramétrico do altifalante $H_{mod}(z)$. O atraso da resposta impulsional igualizada é igual ao comprimento do filtro FIR de igualização de fase menos uma unidade ([Yom, 87]).

Se a truncatura da resposta impulsional da parte passa-tudo do modelo paramétrico do altifalante for realizada de forma exagerada, usando pequenos comprimentos no igualizador de fase, resultará necessariamente numa degradação da igualização do módulo da resposta já que este filtro se afasta nas amplitudes da característica de um passa-tudo.

Na secção seguinte descreve-se sucintamente o problema da modelização paramétrica de um sistema em geral tendo por base a sua resposta impulsional. Destaca-se em particular o método de modelização que foi aplicado às respostas electroacústicas impulsiais dos sistemas

altifalantes com o propósito de determinar um modelo paramétrico para aplicação deste método de igualização.

4.3.1 Modelização paramétrica a partir da resposta impulsional

A resposta impulsional caracteriza totalmente um sistema no âmbito do presente trabalho. Todavia a descrição compacta e informativa de um modelo paramétrico é claramente vantajosa quer do ponto de vista de processamento quer do ponto de vista informativo do comportamento do sistema. A vantagem é maior nos casos em que a duração da resposta é elevada como é o caso dos sistemas de banda larga, extensas às baixas frequências, em que se incluem os sistemas altifalantes, objecto deste trabalho. Esta ideia tem motivado a realização de vários trabalhos com o objectivo de estabelecer uma descrição paramétrica dos sistemas em geral e dos sistemas electroacústicos em particular ([Freitas, 90], [Valacas, 96]).

Na modelização paramétrica, no domínio do tempo, pretende-se determinar um modelo paramétrico, caracterizado pela função de transferência,

$$H_{\text{mod}}(z) = \frac{B_q(z)}{A_p(z)} = \frac{\sum_{k=0}^q b_q(k)z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^p a_p(k)z^{-k}} \quad (4.30)$$

com p pólos e q zeros, tal que a sua resposta impulsional $h_{\text{mod}}(n)$ é a melhor aproximação à resposta impulsional, $h(n)$, de um dado sistema real. Esta formulação está ilustrada na figura 4.6 abaixo apresentada. A melhor aproximação é determinada para o menor valor do erro, por exemplo, segundo um critério de mínimos quadrados

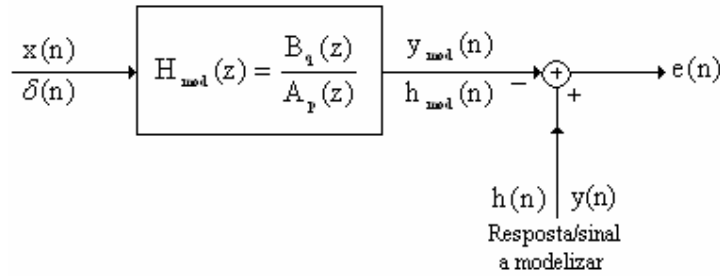


Figura 4.6 – Modelização paramétrica a partir da resposta impulsional $h(n)$

O erro de modelização é dado por

$$e(n) = h(n) - h_{\text{mod}}(n) \quad (4.31)$$

ou de forma equivalente

$$E(z) = H(z) - H_{\text{mod}}(z) = H(z) - \frac{B_q(z)}{A_p(z)} \quad (4.32)$$

Os métodos de modelização que minimizam o erro expresso na equação anterior são tipificados como métodos baseados no “erro de saída” (*Output Error* - OE). A minimização

deste erro, por exemplo segundo um critério de mínimo do erro quadrático, conduz a uma função de erro não linear nos coeficientes do modelo (ver anexo B).

Contudo podemos encontrar uma outra formulação do erro - “erro de equação” (*Equation Error* - EE) – relacionado com aquele, que seja linear nos parâmetros (coeficientes) do modelo de forma a facilitar a determinação dos mesmos. Esta ideia está na origem de um conjunto de métodos de modelização ([Jackson, 89], [Hayes, 96]) classificados como métodos baseados no “erro de equação”. Repete-se que estes métodos não minimizam o erro “verdadeiro” da modelização mas um outro erro derivado daquele.

Podemos definir o “erro de equação” na forma

$$E_{\text{equação}}(z) = A_p(z)E(z) = A_p(z)H(z) - B_q(z) \quad (4.33)$$

$E_{\text{equação}}(z)$ é linear nos parâmetros (coeficientes) do modelo. De forma equivalente, no domínio do tempo o erro de equação, $e_{\text{eq}}(n)$, é dado por

$$e_{\text{eq}}(n) = a_p(n) * h(n) - b_q(n) \quad (4.34)$$

O método de *Prony* é um exemplo típico que utiliza o “erro de equação” e o método de *Steiglitz-McBride* é um método híbrido daquelas duas formulações do erro. Apresentam-se a seguir de forma resumida.

4.3.1.1 Modelização paramétrica pelo método de Prony

Um exemplo da modelização paramétrica no domínio do tempo baseada no “erro de equação” é o método de Prony ([Hayes, 96]).

O “erro de equação”, expresso no domínio do tempo, é dado por

$$e_{\text{eq}}(n) = a_p(n) * h(n) - \hat{b}_q(n) = \hat{b}_q(n) - b_q(n) \quad (4.35)$$

em que $\hat{b}_q(n) = a_p(n) * h(n)$.

Uma vez que $b_q(n) = 0$ para $n > q$ podemos escrever este erro explicitamente na forma,

$$e_{\text{eq}}(n) = \begin{cases} h(n) + \sum_{l=1}^p a_p(l)h(n-l) - b_q(n) & n = 0, 1, \dots, q \\ h(n) + \sum_{l=1}^p a_p(l)h(n-l) & n > q \end{cases} \quad (4.36)$$

já que $A_p(z)$ é normalizado tal que $a_p(0) = 1$.

No método de Prony procuram-se os coeficientes $a_p(k)$, na iteração k , que minimizam o erro quadrático

$$\xi_{p,q} = \sum_{n=q+1}^{\infty} |e_{\text{eq}}(n)|^2 = \sum_{n=q+1}^{\infty} \left| h(n) + \sum_{l=1}^p a_p(l)h(n-l) \right|^2 \quad (4.37)$$

Note-se que $\xi_{p,q}$ só depende dos coeficientes $a_p(k)$ e não de $b_q(k)$.

Em vez de diferenciar a expressão anterior em relação aos coeficientes $a_p(k)$ outra possibilidade seria formular o método como a resolução de um sistema sobredeterminado de equações [Hayes, 96]. Pretende-se então que os coeficientes $a_p(k)$ sejam tais que

$$h(n) + \sum_{k=1}^p a_p(k)h(n-k) = 0 \quad n > q \quad (4.38)$$

isto é, que $e_{eq}(n)$ seja zero para $n > q$. Então

$$\begin{bmatrix} h(q) & h(q-1) & \cdots & h(q-p+1) \\ h(q+1) & h(q) & \cdots & h(q-p+2) \\ h(q+2) & h(q+1) & \cdots & h(q-p+3) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_p(1) \\ a_p(2) \\ \vdots \\ a_p(p) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} h(q+1) \\ h(q+2) \\ h(q+3) \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

ou equivalentemente, como

$$\mathbf{H}_q \mathbf{a}_p = -\mathbf{h}_{q+1} \quad (4.40)$$

em $\mathbf{H}_q$ é a matriz de convolução, $\mathbf{a}_p$ é o vector de coeficientes e $\mathbf{h}_{q+1}$ é o vector com os coeficientes da resposta a modelizar.

A equação anterior representa um sistema com número infinito de equações a p incógnitas que é em geral não resolúvel exactamente.

A solução para os coeficientes $a_p(k)$ pode atingir-se por minimização do erro quadrático e é obtida resolvendo então o sistema de equações

$$(\mathbf{H}_q^H \mathbf{H}_q) \mathbf{a}_p = -\mathbf{H}_q^H \mathbf{h}_{q+1} \quad (4.41)$$

em que $\mathbf{H}_q^H$ é a matriz conjugada transposta de $\mathbf{H}_q$ ([Hayes, 96]).

Uma vez conhecidos os coeficientes $a_p(k)$ do denominador da função $H_{mod}(z)$, o segundo passo do método de Prony é determinar os coeficientes do numerador.

Neste método os coeficientes do numerador $b_q(k)$ podem ser calculados impondo que o erro

$$e_{eq}(n) = a_p(n) * h(n) - b_q(n) \quad (4.42)$$

seja zero para $n = 0, 1, \dots, q$. Isto é

$$b_q(n) = h(n) + \sum_{k=1}^p a_p(k)h(n-k) \quad (4.43)$$

O método de Prony é uma abordagem em dois passos, determinando num primeiro passo os coeficientes do denominador que minimizam o erro para $n > q$ e determinando num segundo passo, com aqueles coeficientes, os coeficientes do numerador que minimizam o erro para $n = 0, 1, \dots, q$.

4.3.1.2 Modelização paramétrica pelo método de Steiglitz-McBride

Um outro exemplo frequentemente utilizado na modelização paramétrica no domínio do tempo é o método de Steiglitz-McBride ([Hayes, 96]).

Relembra-se que quando se determinam os coeficientes de $A_p(z)$ pelo método de Prony, os coeficientes de $B_q(z)$ são determinados segundo um critério de mínimo do erro de equação, dado pela equação 4.34. Todavia conhecidos os coeficientes de $A_p(z)$, o “erro de saída”, $E(z)$, dado por

$$E(z) = H(z) - B_q(z)G(z) \quad (4.44)$$

com $G(z) = 1/A_p(z)$, é linear nos coeficientes $b_q(k)$ e logo o processo de minimização é facilitado. Notar também que se re-escrevermos a equação anterior para um processo iterativo

$$E(z) = [H(z)A_p(z) - B_q(z)]G(z) \quad (4.45)$$

sendo $G^{(0)}(z) = 1/A_p^{(0)}(z)$, uma vez fixado $A_p^{(0)}(z)$, $E(z)$ é linear em $A_p(z)$ assim como em $B_q(z)$. Desta forma podemos facilmente realizar uma minimização de $E(z)$ relativamente a ambos os coeficientes $b_q(k)$ e $a_p(k)$, refinando assim a estimativa de $a_p(k)$. Tendo encontrado um conjunto de coeficientes para $A_p(z)$ pode-se actualizar $G(z)$ e repetir o processo numa nova iteração.

Sejam $B_q^{(i)}(z)$ e $A_p^{(i)}(z)$ as estimativas respectivamente do numerador e do denominador de $H(z)$ na iteração i . Com $A_p^{(i)}(z)$ fixo, as novas estimativas $B_q^{(i+1)}(z)$ e $A_p^{(i+1)}(z)$ são determinadas realizando a minimização na forma

$$E^{(i+1)}(z) = \frac{H(z)A_p^{(i+1)}(z) - B_q^{(i+1)}(z)}{A_p^{(i)}(z)} \quad (4.46)$$

Dada a nova estimativa de $A_p^{(i+1)}(z)$, o denominador de $E^{(i+1)}(z)$ é actualizado e o processo repete-se.

Para formalizar o processo iterativo reescreve-se a equação anterior na forma

$$E^{(i+1)}(z) = [H(z)A_p^{(i+1)}(z) - B_q^{(i+1)}(z)]G^{(i)}(z) \quad (4.47)$$

em que $G^{(i)}(z) = 1/A_p^{(i)}(z)$. Se definirmos $F^{(i)}(z) = H(z)G^{(i)}(z)$ como o sinal resultante de filtrar $h(n)$ com $g^{(i)}(n)$, então $E^{(i+1)}(z)$ é dado por

$$E^{(i+1)}(z) = A_p^{(i+1)}(z)F^{(i)}(z) - B_q^{(i+1)}(z)G^{(i)}(z) \quad (4.48)$$

ou de forma equivalente no domínio do tempo,

$$e^{(i+1)}(n) = a_p^{(i+1)}(n) * f^{(i)}(n) - b_q^{(i+1)}(n) * g^{(i)}(n) \quad (4.49)$$

Notar que ambas as sequências $g^{(i)}(n)$ e $f^{(i)}(n)$ podem ser calculadas recursivamente como se segue

$$g^{(i)}(n) = \delta(n) - \sum_{k=1}^p a_p^{(i)}(k) g^{(i)}(n-k) \quad n \geq 0 \quad (4.50)$$

$$f^{(i)}(n) = h(n) - \sum_{k=1}^p a_p^{(i)}(k) f^{(i)}(n-k) \quad n \geq 0 \quad (4.51)$$

em que $g^{(i)}(n) = f^{(i)}(n) = 0$ para $n < 0$ ([Hayes, 96]).

Com $f^{(i)}(n)$ e $g^{(i)}(n)$ fixados, os coeficientes $a_p^{(i+1)}(k)$ e $b_p^{(i+1)}(k)$ são determinados minimizando o erro,

$$\xi^{(i+1)} = \sum_{n=0}^{\infty} |e^{(i+1)}(n)|^2 \quad (4.52)$$

A minimização deste erro pode ser interpretada como a resolução de um sistema de equações sobre-determinado segundo um critério de mínimos quadrados, como a seguir se indica. Notar que neste método se pretende determinar os coeficientes $a_p^{(i+1)}(k)$ e $b_p^{(i+1)}(k)$ que forçam o erro $e^{(i+1)}(n)$ a ser zero para $n \geq p$. Isto implica que a partir equação 4.49, se obtenha:

$$f^{(i)}(n) + \sum_{k=1}^p a_p^{(i+1)}(k) f^{(i)}(n-k) - \sum_{k=0}^q b_q^{(i+1)}(k) g^{(i)}(n-k) = 0 \quad n \geq p \quad (4.53)$$

Reescrevendo estas equações na forma matricial, tem-se que ([Hayes, 96])

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}^{(i)} & \mathbf{G}^{(i)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\mathbf{a}_p^{(i+1)} \\ \dots\dots\dots \\ -\mathbf{b}_p^{(i+1)} \end{bmatrix} = -\mathbf{f}^{(i)} \quad (4.54)$$

em que

$$\mathbf{F}^{(i)} = \begin{bmatrix} f^{(i)}(p-1) & f^{(i)}(p-2) & \dots & f^{(i)}(0) \\ f^{(i)}(p) & f^{(i)}(p-1) & \dots & f^{(i)}(1) \\ f^{(i)}(p+1) & f^{(i)}(p) & \dots & f^{(i)}(2) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \end{bmatrix} \quad (4.55)$$

$$\mathbf{G}^{(i)} = \begin{bmatrix} g^{(i)}(p) & g^{(i)}(p-1) & \dots & g^{(i)}(p-q) \\ g^{(i)}(p+1) & g^{(i)}(p) & \dots & g^{(i)}(p-q+1) \\ g^{(i)}(p+2) & g^{(i)}(p+1) & \dots & g^{(i)}(p-q+2) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \end{bmatrix} \quad (4.56)$$

e

$$\mathbf{f}^{(i)} = [f^{(i)}(p), f^{(i)}(p+1), f^{(i)}(p+2) \dots\dots\dots]^T \quad (4.57)$$

A solução do sistema de equações sobredeterminado expresso na equação 4.54 pode obtida resolvendo

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}^{(i)} : \mathbf{G}^{(i)} \end{bmatrix}^H \begin{bmatrix} \mathbf{F}^{(i)} : \mathbf{G}^{(i)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a}_p^{-(i+1)} \\ \dots\dots\dots \\ -\mathbf{b}_p^{-(i+1)} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \mathbf{F}^{(i)} : \mathbf{G}^{(i)} \end{bmatrix}^H \mathbf{f}^{(i)} \quad (4.58)$$

tal como se sugere e se explica na referência [Hayes, 96].

Como em qualquer algoritmo iterativo as condições de convergência são relevantes; apesar de estas não estarem estabelecidas esta verifica-se normalmente em poucas iterações (<10) ([Hayes, 96]), tal como foi possível também verificar nos ensaios realizados. Outro factor importante para a rapidez de convergência é a solução inicial, sendo esta tanto mais rápida quanto a solução inicial é próxima da solução óptima; por este facto é útil inicializar os coeficientes $\mathbf{a}_p^{(0)}(k)$ com valores próximos da solução final recorrendo à utilização como solução inicial a dada, por exemplo, pelo método de Prony.

4.3.1.3 Outros métodos

A modelização paramétrica com base na resposta impulsional do sistema permite-se à utilização e exploração de outros métodos que não se detalham principalmente por não terem sido considerados mais relevantes. A título de referência citam-se, por exemplo, a modelização pelo método de Padé e pelo método de Shanks ([Jackson, 89][Hayes, 96]), a modelização pelo método baseado no “lápiz de funções” ([Freitas, 90]) ou ainda a modelização pólo-zero utilizando o algoritmo de minimização LMS (*Least Mean Squares*), amplamente utilizado na filtragem adaptativa ([Widrow, 85]).

4.3.2 Resultados da igualização da resposta electroacústica de sistemas altifalantes

O método de igualização descrito nesta secção sustenta-se portanto num modelo paramétrico dos sistemas altifalantes a igualizar.

As implementações dos métodos de modelização, de Prony e de Steiglitz-McBride, utilizadas para obtenção desta descrição paramétrica são as constantes do software Matlab™ ([Mathworks, 02]).

Os resultados obtidos com a aplicação destes métodos de modelização revelaram-se melhores quando se aplicou o método de Steiglitz-McBride; por esta razão no que a seguir se apresenta para efeitos da igualização de altifalantes recorre-se apenas aos resultados baseados no modelo paramétrico obtido com este método de modelização.

A aplicação deste método de igualização é ilustrada a seguir recorrendo a um modelo paramétrico de pequena ordem para o altifalante 1.

Na figura 4.7 apresenta-se o resultado da modelização da resposta impulsional electroacústica do altifalante 1 com o método de Steiglitz-McBride nos domínios do tempo e da frequência. A ordem do modelo utilizado é 24/24, isto é com 24 pólos e 24 zeros, e o mapa destes no plano z encontra-se representado na figura 4.8.

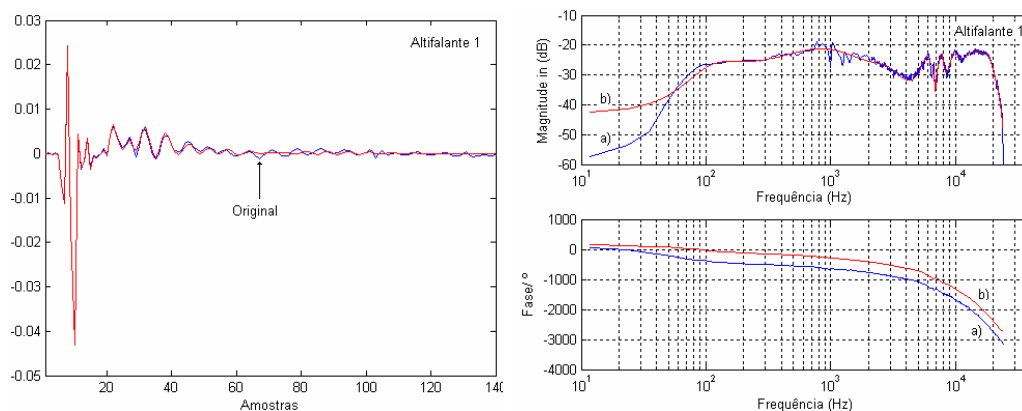


Figura 4.7 – Resultado da modelização paramétrica pelo método de Steiglitz-McBride de ordem 24/24, a partir da resposta impulsional do altifalante 1 (à esquerda no domínio do tempo e à direita na frequência): a) do altifalante b) do modelo paramétrico

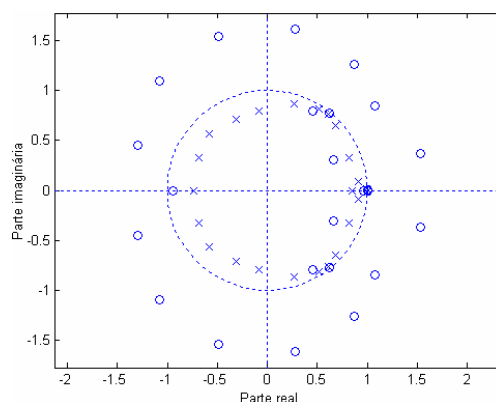


Figura 4.8 – Mapa de pólos e zeros do modelo de ordem 24/24 obtido a partir da resposta impulsional do altifalante 1

A ordem deste modelo descreve algumas particularidades do módulo da resposta nomeadamente o *notch* a aproximadamente 7 kHz mas revela-se insuficiente para a descrição das particularidades na zona de 1 kHz.

Utilizou-se como critério de avaliação do resultado da modelização o erro relativo expresso pelo quociente entre a norma quadrática do sinal de erro e norma quadrática do sinal a modelizar. Para o caso apresentado o erro é 0,12.

O mapa de pólos e zeros da componente equivalente de fase mínima e da componente passa-tudo do modelo são apresentadas na figura 4.9. Estas componentes foram obtidas tal como referido na descrição deste método de modelização, sendo verificáveis as características de fase mínima e de passa-tudo a partir dos mapas de pólos e zeros.

Neste método de igualização com base nas duas componentes do modelo paramétrico determinaram-se dois filtros: um filtro inverso IIR para igualização do módulo que resulta da inversão directa da função de transferência do equivalente de fase mínima e um segundo filtro FIR para igualização da fase, obtido tal como referido a partir da inversão, truncatura e atraso da resposta impulsional da componente passa-tudo.

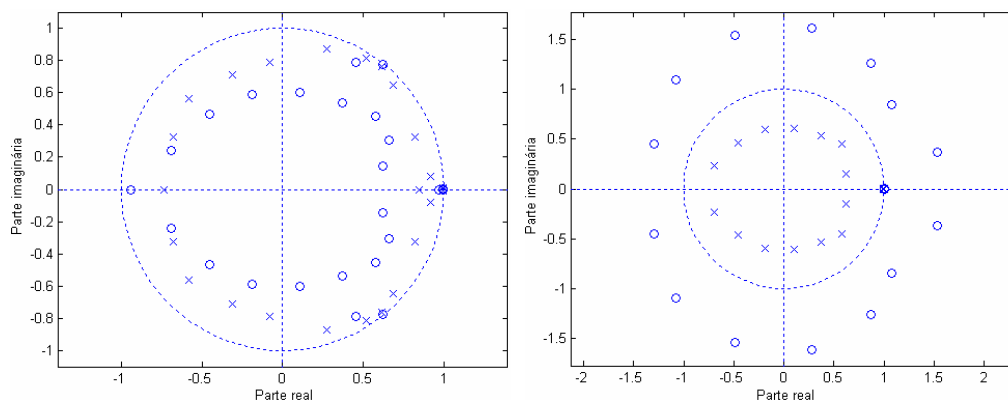


Figura 4.9 – Mapa de pólos e zeros da parte equivalente de fase mínima e da parte passa-tudo do modelo de ordem 24/24 do altifalante 1

A ordem do filtro IIR é obviamente 24/24 e o comprimento do filtro FIR utilizado foi 207 ($256 - (2 \times 24 + 1)$) com o propósito de comparar os resultados obtidos com filtro inverso FIR de comprimento 256.

Na figura 4.10 apresentam-se os resultados da igualização; na representação no domínio da frequência apresentam-se em b) os resultados da igualização apenas do módulo da resposta em frequência pelo filtro inverso IIR de fase mínima – deslocada de 20 dB por facilidade de representação - e em c) o resultado da aplicação posterior do filtro FIR para igualização da fase. Atente-se nas curvas da resposta em fase coerentes com a explicação, isto é, as fases da resposta original e da resposta igualizada por filtro de fase mínima são aproximadamente iguais.

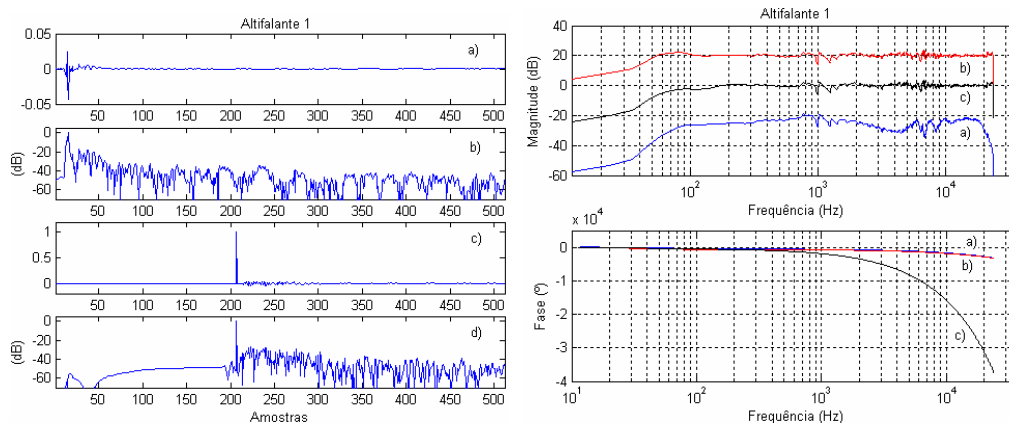


Figura 4.10 – À esquerda: resposta impulsional a) altifalante a igualizar b) altifalante a igualizar (em dB) c) altifalante igualizado d) altifalante igualizado (em dB). À direita: resposta em frequência: a) altifalante a igualizar b) igualização do módulo c) igualização do módulo e da fase

Note-se também uma ligeira degradação às baixas frequências quando se compara os módulos da resposta (electroacústica) em frequência dos traçados b) e c) devido à truncatura da resposta impulsional (invertida no tempo) do passa-tudo, para efeitos da determinação do igualizador de fase.

A igualização no domínio do tempo é evidente com um erro de igualização -47,2 dB com um atraso de 206 amostras (de 4.3 ms para 48 kHz). Na frequência, o desvio padrão é 0,87 dB verificando-se uma irregularidade com amplitude máxima de 6 dB.

A ordem do modelo pode ser aumentada de forma a descrever com mais detalhe as particularidades da resposta electroacústica de cada um dos sistemas altifalantes. Os resultados que a seguir se apresentam correspondem a uma solução de igualização encontrada após alguns ensaios utilizando diferentes ordens do modelo paramétrico dos altifalantes.

As respostas em frequência (electroacústicas) dos modelos de ordem 48/48 do altifalante 1 e 2 são apresentados na figura 4.11; a descrição na zona de 1 kHz na resposta do altifalante 1 é melhorada com o aumento da ordem do modelo quando comparada com a obtida com o modelo de ordem 24/24.

O erro de modelização da resposta impulsional electroacústica do altifalante 1 é 0,07 e do altifalante 2 é 0,09.

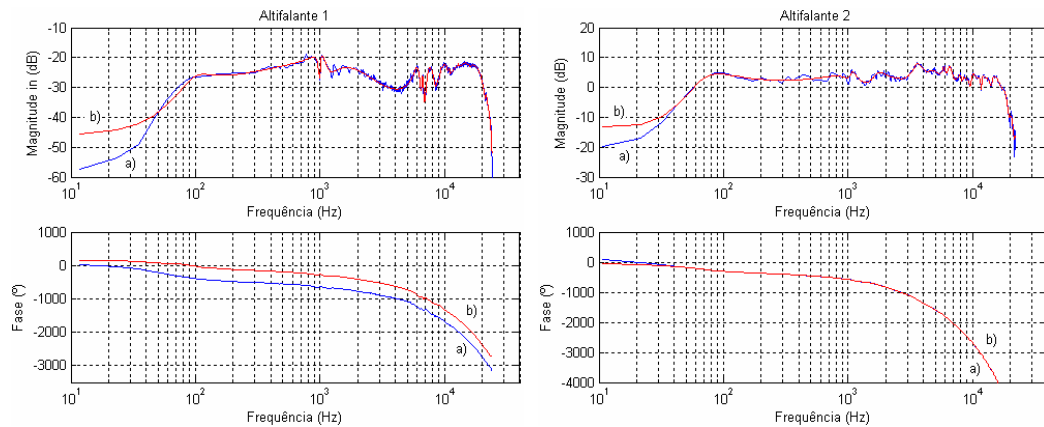


Figura 4.11 – À esquerda: resposta em frequência a) altifalante 1 b) modelo paramétrico de ordem 48/48. À direita: resposta em frequência a) altifalante 2 b) modelo paramétrico de ordem 48/48

Nas figuras 4.12 e 4.13 apresentam-se os resultados da igualização para os dois altifalantes com base nestes modelos paramétricos de ordem 48/48 que permitiram determinar um filtro inverso IIR de fase mínima de ordem 48/48 e um filtro FIR para igualização da fase de comprimento 159 ($256 - (48 \times 2 + 1)$). Na figura 4.13 os módulos de algumas respostas encontram-se deslocados para aumentar a clareza da representação.

O atraso dos sistemas altifalantes igualizados é de 158 amostras.

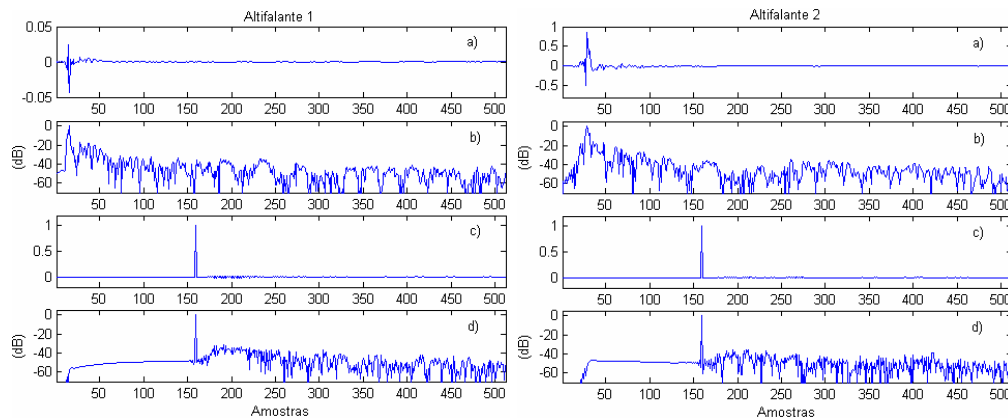


Figura 4.12 – Resposta impulsional dos altifalantes 1 e 2: a) altifalante a igualizar b) altifalante a igualizar (em dB) c) altifalante igualizado d) altifalante igualizado (em dB)

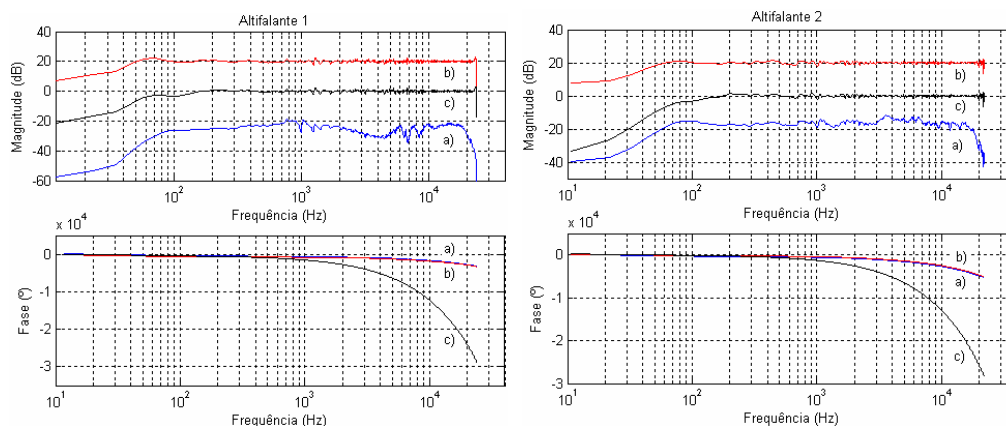


Figura 4.13 – Resposta em frequência a) altifalante a igualizar (a do altifalante 2 está deslocada de -20 dB) b) igualização do módulo (deslocada 20 dB) c) igualização do módulo e da fase

Os erros de igualização no tempo e os desvios relativamente a uma constante verificados no módulo da resposta igualizada para os altifalantes 1 e 2 são apresentados na tabela 4.2.

Tabela 4.2 – Resultados da igualização da resposta dos altifalantes 1 e 2 por filtro IIR de fase mínima seguido de filtro FIR para igualização da fase

IIR + FIR	Comprimento	Atraso	Erro (dB)	Valor do desvio (dB)	Valor máximo do desvio (dB)
Altifalante 1	48/48				
	159	158	-49,8	0,49	2,24
Altifalante 2	48/48				
	159	158	-48,4	0,40	2,08

A eficácia deste método de igualização depende fortemente da modelo paramétrico utilizado, obtido a partir da resposta impulsional do altifalante. A descrição de particularidades da resposta electroacústica podem requerer a utilização de ordens elevadas do modelo.

No presente método o atraso da resposta impulsional igualizada é igual ao comprimento do filtro FIR de igualização de fase.

Ressalta também que a igualização simultânea do módulo e da fase de um sistema electroacústico de fase mínima requer, com a utilização deste método, a aplicação de dois filtros: um filtro IIR seguido de um filtro FIR (ou vice-versa). Este facto, a concepção separada dos dois filtros tal como é proposto, é um procedimento não optimizado. A título de exemplo o comprimento do filtro FIR para igualização da fase pode ser ajustado sem aumentos apreciáveis do erro de igualização, tal como sugerem os resultados apresentados na tabela 4.3 para os casos em que o comprimento do filtro FIR foi reduzido para 104 para o altifalante 1 e para 128 para o altifalante 2; o atraso do sistema igualizado é reduzido de forma idêntica.

Os autores, Greenfield e Hawksford, deste método de igualização sustentado num modelo paramétrico do altifalante referem ainda que quando comparado com o método baseado no filtro inverso FIR, os benefícios computacionais são mais evidentes nos sistemas electroacústicos em que é predominante a componente de fase mínima ([Greenfield, 91], [Greenfield, 92]). Esta afirmação não foi demonstrada e parece não ser consensual atendendo ao que posteriormente foi publicado nas referências [Mourjopoulos, 93] e [Greenfield, 93] sobre as vantagens e desvantagens de cada um dos métodos na igualização de sistemas electroacústicos.

Tabela 4.3 – Resultados da igualização da resposta dos altifalantes 1 e 2 por filtro IIR de fase mínima com redução do comprimento do filtro FIR para igualização da fase

IIR + FIR	Comprimento	Atraso	Erro (dB)	Valor do desvio (dB)	Valor máximo do desvio (dB)
Altifalante 1	48/48				
	104	103	-49,6	0,51	2,50
Altifalante 2	48/48				
	128	127	-48,1	0,45	2,47

Deve notar-se no entanto que a possibilidade de separar a igualização do módulo da igualização da fase pode ser útil na avaliação do impacto de cada uma na apreciação subjectiva com os ouvintes, tal como sugerido no relato dos autores discutindo os resultados dos testes psicoacústicos realizados com o fabricante de altifalantes Celestion International, utilizando esta metodologia de igualização ([Greenfield, 90b]).

4.4 Igualização do módulo da resposta por meio de um filtro inverso FIR com deformação do eixo de frequências (*Warped FIR*) seguida de igualização de fase por filtro FIR

Outra variante no projecto de filtros para igualização de sistemas electroacústicos refere-se às técnicas de projecto de filtros com deformação do eixo de frequências (*warped filters*) proposta por Karjalainen e Härmä da Universidade Técnica de Helsínquia ([Karjalainen, 99][Härmä, 00], [Härmä, 01]).

Utiliza-se a palavra variante porque são originalmente propostos para igualizar apenas a resposta nas amplitudes dos sistemas electroacústicos.

Dada a recente atenção que foi dedicada a este tipo de filtro ([Wang, 00], [Wang, 01], [Bharitkar, 03], [Dziechcinski, 03]) apresenta-se o método de projecto de filtro FIR com deformação do eixo de frequências.

Na concepção deste tipo de filtros recorre-se a deformação do eixo de frequências para permitir uma resolução não uniforme, contrariamente à dos filtros FIR, atribuindo por exemplo maior resolução na faixa das baixas frequências por forma a reduzir a ordem dos filtros. A resolução uniforme que caracteriza os filtros inversos do tipo FIR implica normalmente ordens elevadas para conseguir obter uma igualização satisfatória as baixas frequências ([Karjalainen, 99]).

A estrutura de realização deste tipo de filtros obtém-se pela substituição do elemento de atraso (z^{-1}) na estrutura de realização típica de um filtro FIR por uma secção passa-tudo da forma

$$D(z) = \frac{z^{-1} - \lambda}{1 - \lambda z^{-1}} \quad (4.59)$$

tal como sugere a figura 4.14.

A resolução não uniforme em frequência é então imposta pela fase da resposta em frequência da secção passa-tudo.

Desta forma o “novo eixo de frequência” (f_{warp}) relaciona-se com a frequência original (f) pela expressão ([Karjalainen, 99]),

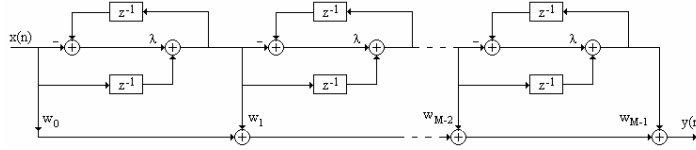


Figura 4.14 – Estrutura de realização de um filtro FIR com deformação do eixo de frequências

$$f_{\text{warp}} = f + \frac{f_s}{\pi} \arctg \left(\frac{\lambda \sin(2\pi f / f_s)}{1 - \lambda \cos(2\pi f / f_s)} \right) \quad (4.60)$$

O parâmetro lambda (λ) permite ajustar a deformação (distorção) imposta ao eixo de frequência; para valores positivos aumenta a resolução frequencial às baixas frequências e para valores negativos aumenta a resolução frequencial às altas frequências. A figura 4.15 ilustra o efeito de deformação do eixo de frequência para vários valores de λ , sendo a frequência de amostragem 48 kHz.

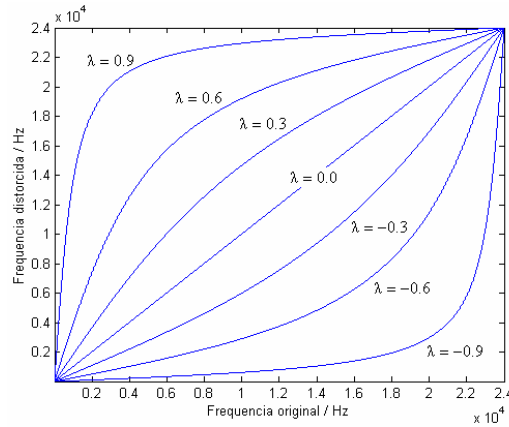


Figura 4.15 – Deformação do eixo das frequências para vários valores λ

O valor λ pode ser seleccionado para que a deformação frequencial se aproxime daquela que se verifica no sistema auditivo humano. Smith da Universidade de Stanford ([Smith, 99]) estabeleceu uma expressão, posteriormente rectificada por Härmä ([Härmä, 00a]), para determinação do valor de λ que melhor aproxima a deformação frequencial do comportamento do sistema auditivo pela escala de Bark, para uma dada frequência de amostragem (f_s). A expressão rectificada é a seguinte,

$$\lambda_{f_s} = 1.0674 \left(\frac{2}{\pi} \arctg \left(0.06583 * f_s / 1000 \right) \right)^{1/2} - 0.1916 \quad (4.61)$$

A metodologia de projecto de filtros inversos WFIR sugerida e referida em [Karjalainen, 99] e em [Tyril, 01] consiste em extrair a componente equivalente de fase mínima da resposta impulsional a igualizar (por decomposição homomórfica), deformar frequencialmente (*warping*) esta componente e aplicar uma técnica de modelização só com pólos com a ordem desejada, por exemplo a técnica de predição linear (*Linear Prediction Coding*); o inverso deste modelo é estável e é um polinómio em z , cujos coeficientes são os coeficientes do filtro inverso WFIR.

Do que foi dito sobre o filtro FIR com deformação do eixo de frequências, facilmente se estende esta metodologia para filtros do tipo IIR utilizando para tal uma técnica de modelização de pólo-zero; por exemplo Karjalainen sugere a utilização do método de Prony ([Karjalainen, 99], [Härmä, 00b]).

É referido para efeitos de igualização de sistemas electroacústicos que a ordem de um filtro WFIR pode ser 5 vezes inferior à ordem de um filtro FIR, com um aumento na complexidade de implementação, por exemplo em microprocessador de sinal, de 4 vezes ([Karjalainen, 99]).

A aplicação dos filtros com deformação do eixo de frequências que é divulgada e que foi descrita restringe-se à igualização da componente de fase mínima, isto é, apenas igualiza o módulo da resposta do sistema electroacústico.

A compensação do excesso de fase pode ser realizada de forma idêntica à utilizada na secção anterior para o filtro IIR seguido de filtro FIR, isto é, recorrendo à utilização da componente passa-tudo da resposta impulsional a igualizar. Assim o filtro FIR para igualização da fase é obtido por inversão no domínio do tempo, com truncatura para o comprimento pretendido e com atraso adequado, da resposta impulsional da componente passa-tudo da resposta original. No entanto, de forma a evitar que efeitos de truncatura na concepção do filtro FIR igualizador de fase degradem apreciavelmente a igualização às baixas frequências que foi favorecida pelo WFIR a ordem deste filtro deverá ser criteriosamente escolhida.

4.4.1 Resultados da igualização da resposta electroacústica de sistemas altifalantes

O método descrito de projecto de um filtro FIR com deformação do eixo de frequências foi aplicado à igualização do módulo da resposta electroacústica dos altifalantes 1 e 2, seguida de igualização de fase por filtro FIR.

Nas figuras 4.16 e 4.17 apresenta-se o resultado da aplicação de um filtro inverso WFIR, de comprimento 128, às respostas impulsivais dos altifalantes 1 e 2, respectivamente com $\lambda = 0.766$ e $\lambda = 0.756$. A igualização da fase foi realizada por um filtro FIR de comprimento 128 (256-128). Estes resultados representam uma solução de igualização encontrada após alguns ensaios combinando diferentes ordens dos filtros envolvidos.

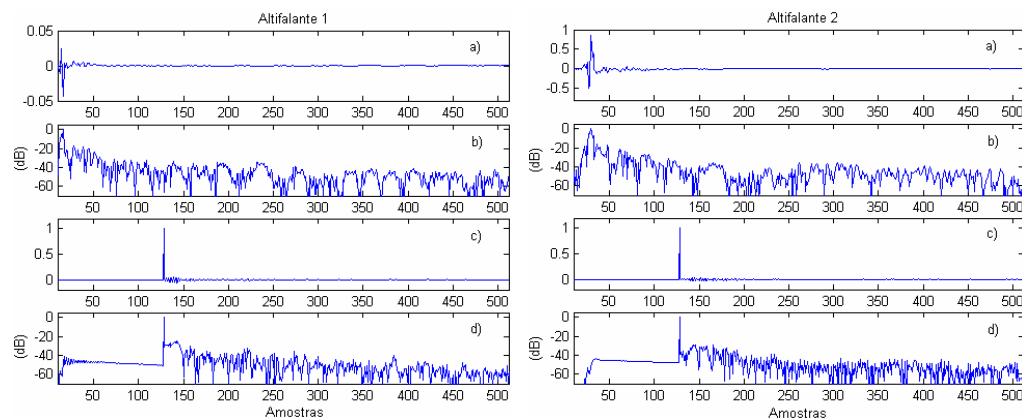


Figura 4.16 – Resposta impulsional do altifalante 1 e 2 a) altifalante a igualizar b) altifalante a igualizar (em dB) c) altifalante igualizado d) altifalante igualizado (em dB) (WFIR 128 + FIR 128)

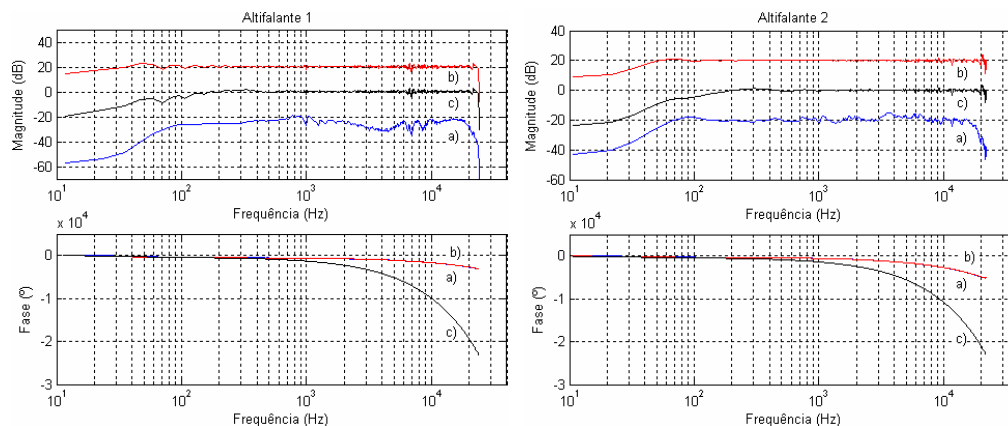


Figura 4.17 – Resposta em frequência a) altifalante a igualizar b) igualização do módulo c) igualização do módulo e da fase (WFIR 128 com FIR 128)

Na figura 4.16 apresentam-se os resultados no domínio do tempo para os dois altifalantes. Em cada uma das figuras é apresentada a resposta impulsional a igualizar (a) e b) em dB) e a resposta impulsional igualizada (c) e d) em dB). O atraso dos altifalantes igualizados é de 127 amostras.

Na figura 4.17 apresentam-se os resultados da igualização no domínio da frequência. Nas figuras 4.17 a) apresentam-se as respostas em frequência dos altifalantes a igualizar e em b) as respostas em frequência igualizadas apenas pela aplicação do filtro de fase mínima WFIR. O módulo da resposta igualizada melhora às baixas frequências com o filtro WFIR quando se compara com a igualização obtida por aplicação do filtro inverso FIR; todavia a igualização às altas frequências é pior do que aquela que se obtém com o filtro inverso FIR.

As curvas da figura 4.17 assinaladas com alínea c) apresentam as respostas em frequência igualizadas também com compensação do excesso de fase por filtro FIR; note-se a degradação da igualização do módulo às baixas frequências devido à truncatura para 128 amostras do filtro FIR.

Os erros de igualização no tempo e os desvios verificados no módulo da resposta igualizada de uma constante para o altifalante 1 e 2 são apresentados na tabela 4.4.

Tabela 4.4 – Resultados da igualização da resposta dos altifalantes 1 e 2 por filtro WFIR seguido de filtro FIR para igualização da fase

WFIR + FIR	Comprimento	Atraso	Erro (dB)	Valor do desvio (dB)	Valor máximo do desvio (dB)
Altifalante 1	128				
	128	127	-46,6	0,64	3,81
Altifalante 2	128				
	128	127	-44,9	0,52	3,23

A aplicação deste filtro FIR de comprimento 128 para igualização da fase, obtido por truncatura da resposta impulsional da componente passa-tudo invertida no tempo no projecto do igualizador de fase degrada ligeiramente a igualização às baixas frequências, tal como evidencia a comparação das curvas b) e c) nas respostas apresentadas na figura 4.17.

Dada esta evidência, a título de ensaio avaliou-se o resultado com um filtro FIR, igualizador de fase, de maior comprimento. Na figura 4.18 apresenta-se no domínio das frequências o

resultado da igualização de fase por filtro FIR com o dobro do comprimento, isto é, com 256 amostras como forma de atenuar a degradação da igualização às baixas frequências; as curvas são apresentadas sobrepostas com intuito de evidenciar a persistência, ainda que ligeira, da degradação da igualização na amplitudes devido ao igualizador de fase.

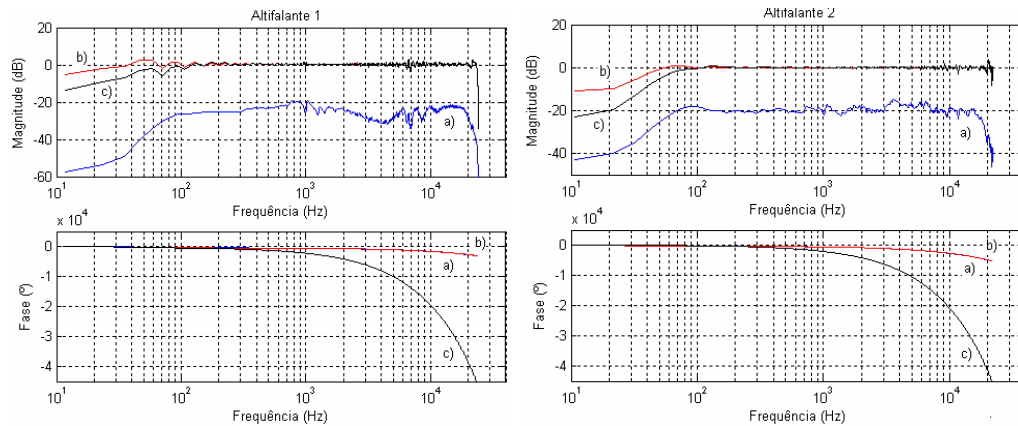


Figura 4.18 – Resposta em frequência a) altifalante a igualizar b) igualização do módulo c) igualização do módulo e da fase (WFIR 128 com FIR 256)

Os erros de igualização no tempo e os desvios verificados no módulo da resposta igualizada de uma constante para o altifalante 1 e 2 são apresentados na tabela 4.5 para o caso em que o comprimento do igualizador de fase duplicou.

Tabela 4.5 – Resultados da igualização da resposta dos altifalantes 1 e 2 por filtro WFIR com aumento do comprimento do filtro FIR para igualização da fase

WFIR + FIR	Comprimento	Atraso	Erro (dB)	Valor do desvio (dB)	Valor máximo do desvio (dB)
Altifalante 1	128				
	256	255	-46,6	0,63	3,83
Altifalante 2	128				
	256	255	-45,3	0,51	3,21

Este método de projecto de filtros inversos é um processo não optimizado quando se considera a igualização de fase.

A deformação do eixo de frequências permite privilegiar por exemplo a zona das baixas frequências para efeitos da igualização do módulo da resposta, naturalmente preterindo a zonas das altas frequências.

O comprimento do igualizador de fase utilizado e aplicado neste método deve ser adequadamente escolhido de forma a não degradar apreciavelmente a igualização nas amplitudes às baixas frequências.

4.5 Conclusão

Neste capítulo foram apresentados os fundamentos dos principais métodos e técnicas conhecidas de projecto de filtros digitais inversos para igualização de sistemas electroacústicos de fase não mínima.

O método aparentemente mais utilizado e divulgado para o projecto de inversos utiliza filtros do tipo FIR. Este método, utilizando um critério de mínimos quadrados do erro, permite a determinação dos coeficientes do filtro inverso que melhor igualizam o sistema, para cada valor do atraso. O valor do atraso que permite soluções de filtragem inversa de menor erro é aproximadamente igual a metade do comprimento do filtro.

Esta metodologia permite obter soluções de igualização eficazes e optimizadas segundo um critério efectivo de mínimo do erro entre a resposta pretendida e a igualizada, para cada valor possível para o atraso do sistema.

Todavia as soluções de igualização baseadas em filtros FIR partilham a desvantagem conhecida das descrições de sistemas só com zeros que implicam habitualmente ordens elevadas. Assim a ordem dos filtros inversos FIR requerida para um dado erro de igualização pode ser elevada, o que implica naturalmente maiores requisitos computacionais na sua implementação, por exemplo, para processamento em tempo real. Outra consequência da elevada ordem exigida por este tipo de solução de igualização é normalmente um maior atraso no sistema igualizado.

Um segundo método para a igualização de sistemas electroacústicos propõe a utilização combinada de dois filtros para realizar efectivamente o inverso do sistema altifalante de fase não mínima a igualizar; estes filtros são obtidos a partir de um modelo paramétrico do altifalante, modelo este obtido a partir da resposta (impulsional) electroacústica. Com base neste modelo identificam-se a parte equivalente de fase mínima e a parte passa-tudo. A inversão directa da descrição paramétrica de fase mínima permite identificar um filtro IIR para igualização das amplitudes da resposta e a partir da resposta impulsional da parte passa-tudo identifica-se um outro filtro, FIR - por inversão no tempo e truncatura daquela resposta para o comprimento pretendido, atrasada adequadamente para ser causal - que realiza a igualização da fase da resposta electroacústica.

A eficácia deste método de igualização depende fortemente do modelo paramétrico utilizado, obtido a partir da resposta impulsional do altifalante. A descrição de particularidades da resposta electroacústica pode requerer a utilização de modelos de ordem elevada, conduzindo naturalmente a filtros inversos de ordem elevada.

Neste método o atraso da resposta impulsional igualizada é igual ao comprimento do filtro FIR de igualização de fase.

Ressalta também da descrição deste método que não é um processo optimizado, isto é, os coeficientes do filtro inverso total não resultam de um processo de minimização do erro de igualização mas antes resultam da concepção separada de dois filtros sustentados num modelo, esse sim obtido por minimização do erro entre as respostas impulsionais do altifalante e do modelo.

Uma vantagem da separação da igualização do módulo da igualização da fase é permitir avaliar psico-acusticamente a relevância de cada uma delas nas preferências manifestadas pelos ouvintes.

As soluções de igualização com este método são eficazes atendendo a uma escolha adequada da ordem do modelo, tal como se sugeriu na exemplificação da aplicação deste método.

Um terceiro método descrito neste capítulo refere-se ao projecto de filtro FIR com deformação do eixo de frequências proposto para igualizar apenas o módulo da resposta electroacústica.

Na concepção deste tipo de filtros recorre-se à deformação do eixo de frequências para permitir uma resolução não uniforme, contrariamente à dos filtros FIR, atribuindo por exemplo maior resolução na faixa das baixas frequências por forma a reduzir a ordem dos filtros.

A deformação do eixo de frequências permite então privilegiar por exemplo a zona das baixas frequências para efeitos da igualização do módulo da resposta, naturalmente prejudicando em parte zonas das altas frequências.

A igualização de fase pode ser obtida recorrendo à concepção de um filtro FIR de forma idêntica à realizada no método anteriormente descrito. Todavia o comprimento do igualizador de fase utilizado neste método deve ser adequadamente escolhido de forma a não degradar a igualização alcançada nas amplitudes às baixas frequências. Outra alternativa pode ser projectar este igualizador de fase privilegiando, por deformação do eixo de frequências, também as baixas frequências.

Este método de projecto de filtros inversos é também um processo não optimizado quando se considera a igualização de fase.

Os resultados da igualização da resposta electroacústica dos sistemas altifalantes 1 e 2 obtidos com cada um dos métodos descritos estão resumidos nas tabelas 4.6 e 4.7

Tabela 4.6 – Comparação dos resultados da igualização da resposta do altifalante 1

Altifalante 1	Comprimento	Atraso	Erro (dB)	Valor do desvio (dB)	Valor máximo do desvio (dB)
FIR	256	114	-52,3	0,45	6,7 (2,8)
IIR	48/48				
FIR	159	158	-49,8	0,49	2,24
WFIR	128				
FIR	128	127	-46,6	0,64	3,81

Tabela 4.7 – Comparação dos resultados da igualização da resposta do altifalante 2

Altifalante 2	Comprimento	Atraso	Erro (dB)	Valor do desvio (dB)	Valor máximo do desvio (dB)
FIR	256	153	-50,2	0,35	2,60
IIR	48/48				
FIR	159	158	-48,4	0,40	2,08
WFIR	128				
FIR	128	127	-44,9	0,52	3,23

Os resultados apresentados indicam que os filtros inversos FIR conduzem à igualização simultânea do módulo e da fase da resposta em frequência com menor erro final.

A igualização por filtro IIR seguida de filtro FIR é efectiva para os dois sistemas altifalantes. O erro de igualização é ligeiramente maior do que a solução de igualização baseada em filtro inverso FIR para o mesmo número de coeficientes.

Para o mesmo número de coeficientes (256) dos filtros a igualização por filtro FIR com deformação do eixo de frequências (WFIR) seguido de filtro FIR para igualização de fase é a solução com maior erro de igualização. Outras combinações diferentes do comprimento dos filtros não conduziram a resultados muito diferentes.

Capítulo 5

**Projecto de filtro digital inverso IIR para
igualização de sistemas electroacústicos de
fase não mínima – proposta de novo método**

5. Projecto de filtro digital inverso IIR para igualização de sistemas electroacústicos de fase não mínima – proposta de novo método

5.1 Introdução

Os métodos detalhados no capítulo anterior permitem corrigir as irregularidades do módulo e linearizar a fase da resposta electroacústica, de fase não mínima, dos sistemas altifalantes multivia, uniamplicados, por pré-processamento do sinal de áudio através de um único filtro digital.

Os exemplos apresentados mostraram que o método baseado em filtros inversos FIR (Resposta Impulsional Finita) conduz a soluções de igualização eficazes com menor erro final. Os coeficientes do filtro inverso FIR são determinados resolvendo um sistema sobredeterminado de equações lineares, para vários valores do atraso de modelização, aplicando um critério de mínimo dos quadrados ao sinal de erro. O erro a minimizar é linear nos coeficientes do filtro, para cada atraso de modelização.

As soluções de igualização baseada em filtro FIR partilham todavia a desvantagem conhecida das descrições de sistemas só com zeros, implicando habitualmente ordens elevadas. Filtros de ordem elevada implicam maiores requisitos computacionais na sua implementação e realização, relevantes no processamento em tempo real, para além de imporem um maior atraso no sistema igualizado.

Por outro lado a alternativa de igualização, descrita também no capítulo anterior, sustentada num modelo paramétrico do altifalante para a construção de um igualizador para o módulo e de um igualizador da fase ainda que de forma não optimizada evidenciou as potencialidades, já conhecidas, da modelização do tipo pólo-zero na descrição de sistemas.

Um filtro inverso de resposta impulsional infinita (IIR) que permita uma solução de igualização idêntica à do filtro FIR - igualização simultânea do módulo e da fase - com vantagens computacionais e que introduza um menor atraso no sistema igualizado será uma solução vantajosa.

A obtenção desta solução de igualização baseada em filtro IIR não é todavia trivial.

A determinação de modelo paramétrico com pólos e zeros a partir da resposta impulsional descrita no capítulo anterior é um problema de minimização de uma função de erro não linear nos coeficientes do modelo. Se estendermos aquela formulação para efeitos de igualização o problema tem idênticas características e resume-se à modelização do inverso de um sistema conhecida a sua resposta impulsional.

Para além daquela não linearidade do problema acresce o facto de o sistema a modelizar (inversamente) ser de fase não mínima pelo que a obtenção de soluções estáveis e causais requerem a introdução de um atraso. A função de erro a minimizar, não linear nos coeficientes do modelo, afigura-se também não linear no atraso de modelização.

As potenciais vantagens que a solução de igualização baseada em filtro IIR apresenta sobrepuseram-se as previsíveis dificuldades e nortearam o desenvolvimento do trabalho que se descreve neste capítulo.

Neste capítulo apresenta-se uma nova abordagem à igualização de sistemas electroacústicos de fase não mínima baseada na aplicação de filtro inverso do tipo IIR projectado no domínio do tempo.

Apresenta-se a formulação proposta para o problema do projecto de filtros inversos do tipo IIR de sistemas de fase não mínima e a forma adoptada para determinar os coeficientes deste filtro por aplicação de métodos de optimização sem restrições, em particular métodos especializados para problemas de identificação de mínimos em funções de erro quadrático, não lineares.

Os resultados da aplicação dos filtros inversos projectados com o método proposto à igualização da resposta electroacústica de sistemas altifalantes são comparados com os obtidos com a aplicação de filtros inversos do tipo FIR.

5.2 Igualização simultânea do módulo e da fase da resposta de sistemas de fase não mínima por filtro inverso IIR

O problema do projecto de um filtro inverso IIR (filtro inverso recursivo) para igualização simultânea do módulo e da fase de um sistema de fase não mínima encontra-se esquematicamente apresentado na figura 5.1

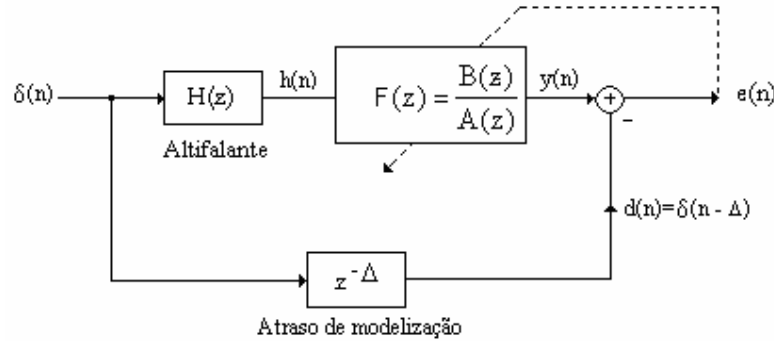


Figura 5.1 – Formulação da modelização inversa para determinação de filtro inverso IIR

O sistema $H(z)$ é o sistema (altifalante) a igualizar, descrito pela sua resposta impulsional $h(n)$ com L amostras, e $F(z)$ a função de transferência com N pólos e M zeros do sistema inverso, dada por

$$F(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{\sum_{i=0}^M b_i z^{-i}}{1 + \sum_{i=1}^N a_i z^{-i}} \quad (5.1)$$

O problema resume-se então à determinação do sistema inverso descrito pela sua função de transferência ($F(z)$) que torna mínimo o sinal de erro, dado pela diferença entre o sinal de saída $y(n)$ e a resposta impulsional desejada $d(n)$, com atraso, Δ ; a resposta $d(n)$ pretendida é neste caso a sequência unitária (discretização do impulso de Dirac).

A modelização de um sistema com base na sua resposta impulsional usando o “erro de saída” é não linear nos coeficientes do modelo (anexo B); pelo contrário a formulação do tipo “erro de equação” proporciona a linearização do problema de forma a facilitar a sua resolução, minimizando para tal um erro que não o verdadeiro “erro de saída” ([Hayes, 06]). Apesar deste facto os métodos baseados nesta formulação proporcionam resultados satisfatórios tal como evidenciado também no capítulo anterior.

À questão de saber se se deve optar por uma ou outra formulação parece não ter uma resposta imediata nem aparentemente conclusiva tendo em conta o número de trabalhos que optam por uma por outra daquelas formulações ou combinação de ambas ([Parks, 87], [Jackson, 89], [Cadzow, 90], [Diniz, 97], [Vuerinckx, 97]).

No método proposto para o projecto de filtros inverso com intuito de encontrar soluções baseadas em filtro IIR computacionalmente vantajosas e com erros idênticos à solução FIR, com menor atraso no sistema igualizado, entendeu-se adequado utilizar e explorar nesta primeira abordagem soluções que minimizem o erro entre a resposta igualizada e a resposta desejada, isto é, o “erro de saída”, e não um erro derivado daquele.

5.2.1 Função de erro a minimizar

Aplicando a formulação do tipo no “erro de saída” ao problema de projecto de filtro inverso IIR para a igualização de sistemas de fase não mínima, tal como sugerido na figura 5.1, a saída do sistema igualizado, $y(n)$, é descrita pela equação às diferenças expressa por,

$$y(n) = \sum_{i=0}^M b_i h(n-i) - \sum_{i=1}^N a_i y(n-i) \quad (5.2)$$

O erro, $e(n)$, entre a resposta desejada com atraso, $d(n-\Delta)$, e a resposta igualizada, $y(n)$, pode expressar-se na forma

$$e(n) = y(n) - d(n-\Delta) \quad (5.3)$$

sendo Δ o atraso de modelização necessário para a obtenção de uma solução causal.

Considere-se para já que o atraso de modelização, Δ , é nulo. Aplicando um critério de mínimo dos quadrados à sequência $e(n) = y(n) - d(n)$ temos que a função de erro, $J(\mathbf{b}, \mathbf{a})$, é dada por

$$J(\mathbf{b}, \mathbf{a}) = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{L-1} e^2(n) = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{L-1} \{y(n) - d(n)\}^2 \quad (5.4)$$

onde $\mathbf{b} = [b_0 \dots b_q \dots b_M]^T$ é o vector de coeficientes do numerador e $\mathbf{a} = [a_1 \dots a_p \dots a_N]^T$ é o vector de coeficientes do denominador; $\mathbf{b}$ e $\mathbf{a}$ são então os vectores de coeficientes do filtro com $q=0,1..M$ e $p=1,2..N$.

O problema é então identificar o conjunto de coeficientes contidos nos vectores $\mathbf{a}$ e $\mathbf{b}$ que minimizam a função de erro $J(\mathbf{b}, \mathbf{a})$. Equacionado nesta forma este problema partilha das mesmas características enunciadas para a modelização recursiva (com pólos e zeros) de um sistema a partir da resposta impulsional, apresentada no capítulo anterior.

A função de erro (“erro de saída”) $J(\mathbf{b}, \mathbf{a})$ é não linear nos coeficientes de $\mathbf{a}$ de tal forma que uma solução analítica não é considerada em geral possível. A resolução deste problema

multidimensional, nesta forma (“erro de saída”), passa habitualmente pela aplicação de técnicas iterativas de minimização de funções de erro não lineares (ou de pesquisa de mínimos) segundo um critério de mínimo do erro.

Os algoritmos podem ser os habitualmente utilizados na minimização de funções sem restrições ou então dada a particularidade de esta função de erro ser estabelecida segundo um critério de mínimo do erro quadrático devem aplicar-se algoritmos vocacionados para problemas de mínimos quadrados não lineares (*nonlinear least squares*), nomeadamente o método de Gauss-Newton ou de Levenberg-Marquardt ([Gill, 97], [Nash, 96]).

À não linearidade da função de erro relativamente aos coeficientes do filtro inverso deve acrescentar-se a dependência daquela com o atraso de modelização necessário à obtenção de um filtro inverso causal.

Neste caso a função de erro, $J(\mathbf{b}, \mathbf{a}, \Delta)$, depende também do atraso, Δ , e é dada por,

$$J(\mathbf{b}, \mathbf{a}, \Delta) = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{L-1} e^2(n) = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{L-1} \{y(n) - d(n - \Delta)\}^2 \quad (5.5)$$

O erro afigura-se também uma função não linear do atraso de modelização, tal como adiante se evidencia nos resultados obtidos.

5.3 Métodos de minimização de uma função de erro quadrático não linear

Um problema de minimização de uma função de erro quadrático ou por vezes designado um problema de “mínimos quadrados” não linear é um problema de minimização sem restrições na forma,

$$\min_x f(x) = \sum_{i=1}^m f_i^2(x) \quad (5.6)$$

em que a função objectivo, $f(x)$, é definida em termos das funções auxiliares $\{f_i\}$. Este problema é designado “de mínimos quadrados” por se procurar minimizar a soma dos quadrados daquelas funções auxiliares.

É um tipo frequente de problema quando se procura determinar os coeficientes de um dado modelo que melhor aproximam um conjunto de dados; neste contexto as funções auxiliares $\{f_i\}$ não são funções não lineares mas antes correspondem aos resíduos entre a saída do modelo e os dados a modelizar ([Nash, 96]).

A equação anterior pode ser re-escrita na forma,

$$\min_x f(x) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m f_i(x)^2 \equiv \frac{1}{2} F(x)^T F(x) \quad (5.7)$$

sendo $F(x)$ um vector de funções dado por,

$$F(x) = (f_1(x) \quad f_2(x) \quad \cdots \quad f_m(x))^T \quad (5.8)$$

e em que se aplicou o factor de escala 1/2 para facilitar a apresentação das derivadas ([Nash, 96]).

As componentes do gradiente da função, $\nabla f(x)$, são determinadas por derivação e esta expressa-se na forma

$$\nabla f(x) = \nabla F(x)F(x) \quad (5.9)$$

em que $\nabla F(x)$ é a matriz Jacobiana de $F(x)$.

A matriz Hessiana, $\nabla^2 f(x)$, da função, $f(x)$, pode ser obtida diferenciando a expressão anterior relativamente a x_i , permitindo expressá-la na forma,

$$\nabla^2 f(x) = \nabla F(x)\nabla F(x)^T + \sum_{i=1}^m f_i(x)\nabla^2 f_i(x) \quad (5.10)$$

Seja x_* a solução do problema de mínimos quadrados. Se supusermos que $f(x_*) = 0$, então vem $f_i(x_*) = 0$ para todo i indicando que todos os resíduos são zero e consequentemente o modelo aproxima os dados sem erro. Como resultado $F(x_*) = 0$ e logo $\nabla f(x_*) = 0$ confirmando que x_* é solução e satisfaz portanto a condição de 1ª ordem de nulidade da 1ª derivada.

Segue-se também que

$$\nabla^2 f(x_*) = \nabla F(x_*)F(x_*)^T \quad (5.11)$$

de forma que a matriz Hessiana para a solução é positiva semidefinida, satisfazendo como esperado a condição relativa às 2ª derivadas ([Nash, 96]).

Se $F(x_*) = 0$, é razoável esperar que $F(x) \approx 0$ para $x \approx x_*$, o que implica que

$$\nabla^2 f(x) = \nabla F(x)\nabla F(x)^T + \sum_{i=1}^m f_i(x)\nabla^2 f_i(x) \approx \nabla F(x)\nabla F(x)^T \quad (5.12)$$

Esta expressão envolve apenas as primeiras derivadas das funções $\{f_i\}$ e sugere que uma aproximação a matriz Hessiana pode ser obtida desta forma, pelo menos para os casos em que o modelo é adequado ao conjunto de dados que se pretende aproximar. Esta ideia é a base de um conjunto de métodos especializados para resolver o problema de mínimos quadrados não lineares.

O mais simples destes métodos, designado método de Gauss-Newton utiliza directamente esta aproximação. Calcula a direcção de pesquisa, p , usando a fórmula do método de Newton, dada por

$$\nabla^2 f(x)p = \nabla f(x) \quad (5.13)$$

substituindo a matriz Hessiana com a aproximação referida, de tal forma que a expressão anterior é dada por

$$\nabla F(x)\nabla F(x)^T p = -\nabla F(x)F(x) \quad (5.14)$$

Nos casos onde $F(x_*) = 0$ e $\nabla F(x_*)$ tem característica completa, o método de Gauss-Newton comporta-se como o método de Newton perto da solução mas sem os custos associados ao cálculo das 2ªs derivadas. O desempenho deste método pode ser fraco quando os resíduos na solução não são pequenos (o modelo não descreve razoavelmente os dados) ou o Jacobiano de

F não é de característica completa na solução; dito de outra forma, nestes casos o método de Gauss-Newton está a utilizar uma má aproximação à Hessiana da função $f(x)$ ([Nash, 96]).

Muitos dos outros métodos aplicados aos problemas de mínimos quadrados não lineares podem ser interpretados como utilizando uma qualquer aproximação ao segundo termo da fórmula 5.12 da matriz Hessiana,

$$\sum_{i=1}^m f_i(x) \nabla^2 f_i(x) \quad (5.15).$$

A mais antiga e simples destas aproximações, utilizada no método de Levenberg-Marquardt, é dada por

$$\sum_{i=1}^m f_i(x) \nabla^2 f_i(x) \approx \lambda I \quad (5.16)$$

sendo λ um escalar tal que $\lambda \geq 0$. Então a direcção de pesquisa é obtida resolvendo o sistema linear de equações

$$[\nabla F(x) \nabla F(x)^T + \lambda I] p = -\nabla F(x) F(x) \quad (5.17)$$

Ambos os métodos, de Gauss-Newton e de Levenberg-Marquardt, utilizam aproximações da Hessiana $\nabla^2 f(x)$, todavia se esta aproximação não é razoavelmente exacta a convergência destes métodos será mais lenta do que a do método de Newton ([Nash, 96]).

Do exposto sobre os métodos mais utilizados na resolução de problemas de mínimos quadrados não lineares (de pesquisa de mínimos) ressalta evidente que naqueles que envolvam ordens elevadas dos modelos será prudente recorrer a utilização de implementações fiáveis, optimizadas e razoavelmente testadas.

A *toolbox* de Optimização disponibilizada no programa Matlab™ permite a utilização de uma rotina, *lsqnonlin*, que implementa os métodos descritos ([Mathworks, 02]). Esta rotina realiza a pesquisa de mínimos em funções de erro de “mínimos quadrados” não lineares, utilizando a matriz Jacobiana da função de erro explicitamente dada pelo utilizador.

Ainda que o recurso a este tipo de implementação daqueles métodos se revele de alguma forma fechada e limite a exploração de algumas possibilidades entendeu-se ser claramente vantajosa a sua utilização.

5.4 Gradiente da função de erro

A utilização da rotina que implementa os métodos de minimização referidos requer o conhecimento da matriz Jacobiana e consequentemente o conhecimento do gradiente da função de erro $J(\mathbf{b}, \mathbf{a}, \Delta)$.

Considere-se para já que o atraso, Δ , é nulo.

A função de erro, $J(\mathbf{b}, \mathbf{a})$, repetida para facilitar a exposição, é dada então por

$$J(\mathbf{b}, \mathbf{a}) = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{L-1} e^2(n) = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{L-1} \{y(n) - d(n)\}^2 \quad (5.18)$$

em que $\mathbf{b} = [b_0 \cdots b_q \cdots b_M]^T$ é o vector de coeficientes do numerador e $\mathbf{a} = [a_1 \cdots a_p \cdots a_N]^T$ é o vector de coeficientes do denominador; $\mathbf{b}$ e $\mathbf{a}$ são então os vectores de coeficientes do filtro com $q=0,1..M$ e $p=1,2..N$.

O gradiente da função de erro $J(\mathbf{b}, \mathbf{a})$ é dado por,

$$\frac{\partial J(\mathbf{b}, \mathbf{a})}{\partial a_p(n)} = e(n) \frac{\partial \{y(n) - d(n)\}}{\partial a_p(n)} = e(n) \frac{\partial y(n)}{\partial a_p(n)} \quad (5.19)$$

já que a sequência desejada $d(n)$ não é uma função nem de $\mathbf{b}$ nem de $\mathbf{a}$; a conclusão é idêntica com a inclusão do atraso, Δ , já que $d(n - \Delta)$ continua não ser função nem de $\mathbf{b}$ nem de $\mathbf{a}$. Uma expressão idêntica pode ser estabelecida para os coeficientes contidos no vector $\mathbf{b}$.

Se atentarmos nos elementos da matriz Jacobiana nomeadamente nos termos da derivada temos que

$$\frac{\partial y(n)}{\partial a_p(n)} = -y(n-p) - \sum_{i=1}^N a_i(n) \frac{\partial y(n-i)}{\partial a_p(n)} \quad (5.20)$$

onde os coeficientes a_p se consideram variantes no tempo de acordo com o algoritmo recursivo de minimização do erro.

Para pequenas variações dos coeficientes do filtro (modelo) pode afirmar-se que ([Treichler, 01], [Ciochina, 99], [Cadzow, 90], [Cadzow, 76])

$$\frac{\partial y(n-i)}{\partial a_p(n)} \approx \frac{\partial y(n-i)}{\partial a_p(n-i)} \quad (5.21)$$

de tal forma que

$$\frac{\partial y(n)}{\partial a_p(n)} = -y(n-p) - \sum_{i=1}^N a_i(n) \frac{\partial y(n-i)}{\partial a_p(n-i)} \quad (5.22)$$

De forma idêntica as derivadas parciais em relação aos coeficientes do vector $\mathbf{b}$,

$$\frac{\partial y(n)}{\partial b_q(n)} = x(n-q) - \sum_{i=1}^N a_i(n) \frac{\partial y(n-i)}{\partial b_q(n-i)} \quad (5.23)$$

A matriz Jacobiana da função de erro é então dada por

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial y(0)}{\partial b_0(0)} & \cdots & \frac{\partial y(0)}{\partial b_q(0)} & \frac{\partial y(0)}{\partial a_1(0)} & \cdots & \frac{\partial y(0)}{\partial a_p(0)} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial y(L-1)}{\partial b_0(L-1)} & \cdots & \frac{\partial y(L-1)}{\partial b_q(L-1)} & \frac{\partial y(L-1)}{\partial a_1(L-1)} & \cdots & \frac{\partial y(L-1)}{\partial a_p(L-1)} \end{bmatrix} \quad (5.24)$$

com $L \times (M+N+1)$ termos dados pelos equações 5.22 e 5.23.

A função de erro, $J(\mathbf{b}, \mathbf{a}, \Delta)$, incluindo a dependência com o atraso, pelo que foi dito e justificado na dedução anterior quanto a não dependência $d(n - \Delta)$ com $\mathbf{b}$ e $\mathbf{a}$ origina a mesma expressão para a matriz Jacobiana.

5.5 Fluxograma do método desenvolvido para projecto de filtro inverso IIR

A não linearidade da função de erro (“erro de saída”) $J(\mathbf{b}, \mathbf{a}, \nabla)$ relativamente aos coeficientes do vector $\mathbf{a}$, já referida, só por si levanta consideráveis dificuldades na determinação de uma solução ([Cadzow, 90], [Hayes, 96], [Treichler, 01]).

As técnicas iterativas de pesquisa de mínimos aplicadas a funções (de erro) multidimensionais não lineares apresentam algumas limitações bem conhecidas, como sejam a possibilidade de identificar mínimos locais como sendo soluções, dadas as características da superfície de erro, e alguma dependência da solução final com a solução inicial utilizada.

Acresce ao referido que no caso particular deste trabalho se procura identificar o inverso recursivo (com pólos e zeros) de um sistema de fase não mínima necessariamente à custa de um atraso no sistema igualizado; a dependência de $J(\mathbf{b}, \mathbf{a}, \nabla)$ com o atraso de modelização será previsivelmente também não linear.

A igualização visa para além da correcção das irregularidades nas amplitudes linearizar também a resposta nas fases ou de forma equivalente aproximar o atraso de grupo de uma constante. Isto significa que o sistema igualizado terá no mínimo um atraso de grupo maior do que o atraso de grupo do sistema original. Por isso, este último constitui um indicador do atraso inicial a utilizar no processo de minimização da função de erro. Como este no sistema a igualizar previsivelmente não se apresenta na maioria dos casos um andamento constante o seu valor médio será por isso utilizado.

Outro aspecto relevante prende-se com a ordem do filtro inverso.

A ordem adequada do filtro que conduza a resultados satisfatórios, eventualmente um certo erro final de igualização, não é conhecida previamente. Este facto condiciona também a abordagem a seguir no projecto de filtros inversos do tipo IIR.

Do que foi exposto sobre as dependências da função de erro com os coeficientes do filtro e com o atraso de modelização e dado o desconhecimento de qual é a ordem do filtro adequada a um dado erro de igualização, a metodologia proposta para projecto de filtro inverso IIR realiza para um dado número de zeros, M , uma pesquisa de mínimos da função de erro no intervalo pré-fixado para a variação do número de pólos, N , e no intervalo pré-fixado para a variação do atraso de modelização, ∇ .

O valor médio do atraso de grupo da resposta impulsional do altifalante alvo de modelização inversa é utilizado no estabelecimento do limite inferior do intervalo de variação permitido para o atraso de modelização.

Durante o processo de minimização iterativa da função de erro as soluções encontradas que originam filtros inversos instáveis, são tornadas estáveis por reflexão dos pólos existentes fora do círculo unitário para dentro do círculo; com esta nova solução (intermédia) o algoritmo prossegue a minimização da função de erro.

A metodologia proposta descrita e seguida na determinação dos coeficientes do filtro inverso IIR encontra-se sistematizada no fluxograma apresentado na figura 5.2.

5.6 Resultados da igualização da resposta electroacústica de sistemas altifalantes

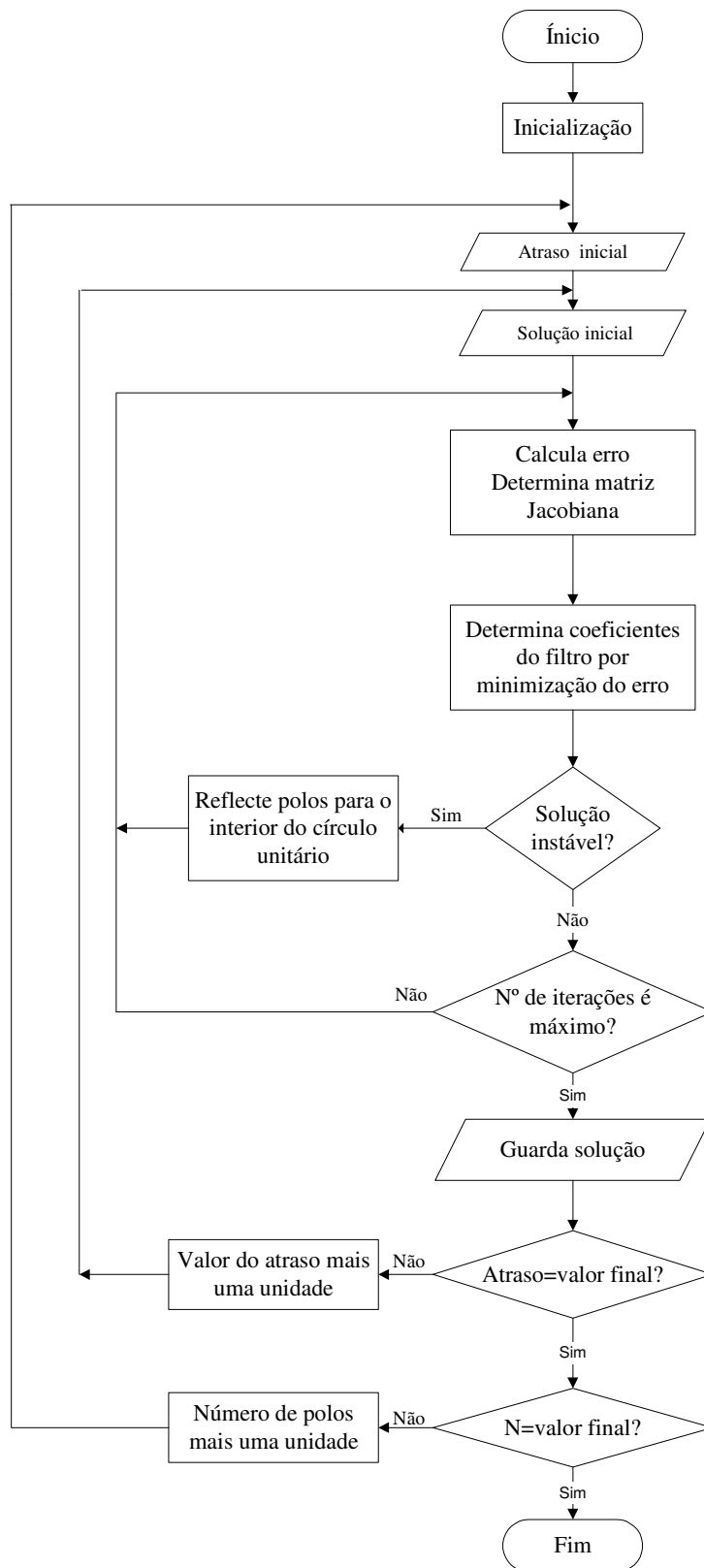


Figura 5.2 – Fluxograma do método de projecto de filtro inverso IIR

A metodologia proposta foi aplicada à igualização da resposta electroacústica do altifalante 1.

O número de zeros utilizado foi 64, o número de pólos N variou entre 12 e 64 e o atraso de modelização, ∇ , variou entre 18 e 64 amostras. No estabelecimento do limite inferior do intervalo de variação do atraso de modelização utilizou-se o valor médio do atraso de grupo, que neste caso é, aproximadamente, 18 amostras (0,375 ms a 48 kHz).

Utilizaram-se as primeiras 512 amostras da resposta impulsional do altifalante 1 para efeitos do projecto dos filtros inversos, do tipo IIR e do tipo FIR, que neste capítulo se apresentam.

Refere-se que o trabalho computacional associado à execução da minimização da função de erro para todas as possibilidades contidas naqueles intervalos de variação do número de pólos e do número de zeros é elevado e consequentemente demorado, nem sempre facilmente realizável de forma ininterrupta.

Os resultados alcançados na minimização de funções de erro características desta técnica de projecto de filtro IIR revelaram-se ligeiramente melhores quando se utilizou o método de Levenberg-Marquardt ([Mathworks, 02]) do que quando se utilizou o método de Gauss-Newton, razão pela qual se adoptou o primeiro como sendo o método de minimização a utilizar no novo método de projecto.

Na figura 5.3 representa-se o valor mínimo alcançado no processo de minimização da função de erro, em função do número de pólos e do atraso de modelização (inversa), ∇ .

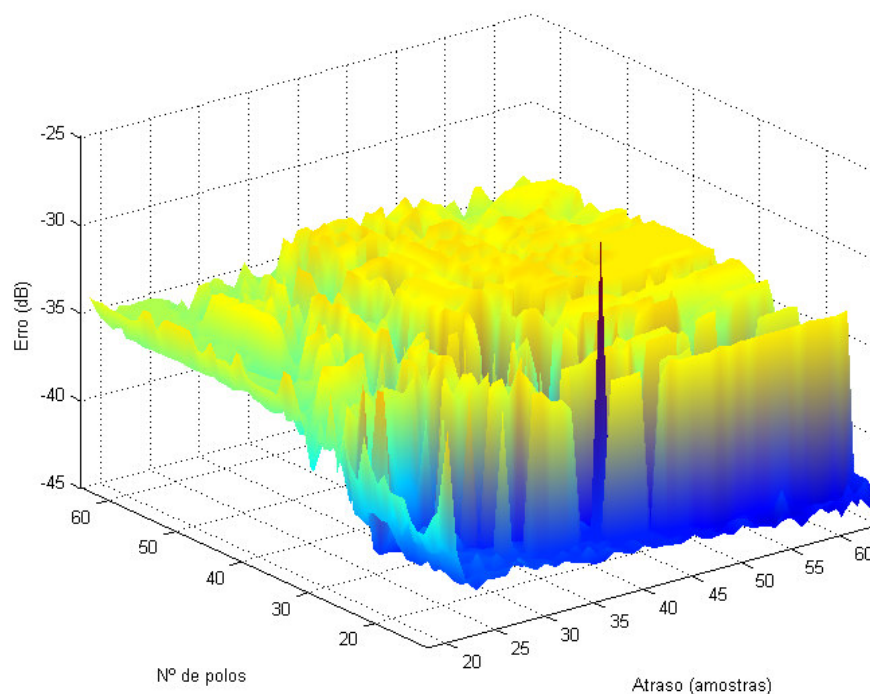


Figura 5.3 – Representação do valor eficaz do erro quadrático para filtros inversos com 64 zeros em função do número de pólos e do atraso, para o altifalante 1

A representação do erro mínimo em função do número de pólos e do atraso revela uma superfície irregular com várias zonas de mínimos que não se adequa a uma fácil interpretação.

Identificaram-se então para aquela superfície os pontos conducentes a soluções de menor erro, que se verificam para filtros inversos com 40 pólos e com 62 pólos (ambos com 64 zeros).

As soluções com aqueles números de pólos foram então analisadas quanto ao seu comportamento com o atraso de modelização.

Representa-se por isso na figura 5.4 o valor do erro de aproximação para soluções dos coeficientes de filtros inversos na vizinhança de 40 pólos (entre 39 e 41) com o atraso de modelização a variar entre 18 e 64 amostras; da análise desta representação são evidentes apreciáveis variações no valor do erro, particularmente nas proximidades dos mínimos verificados para atrasos de modelização de 34, 36 e 45 amostras.

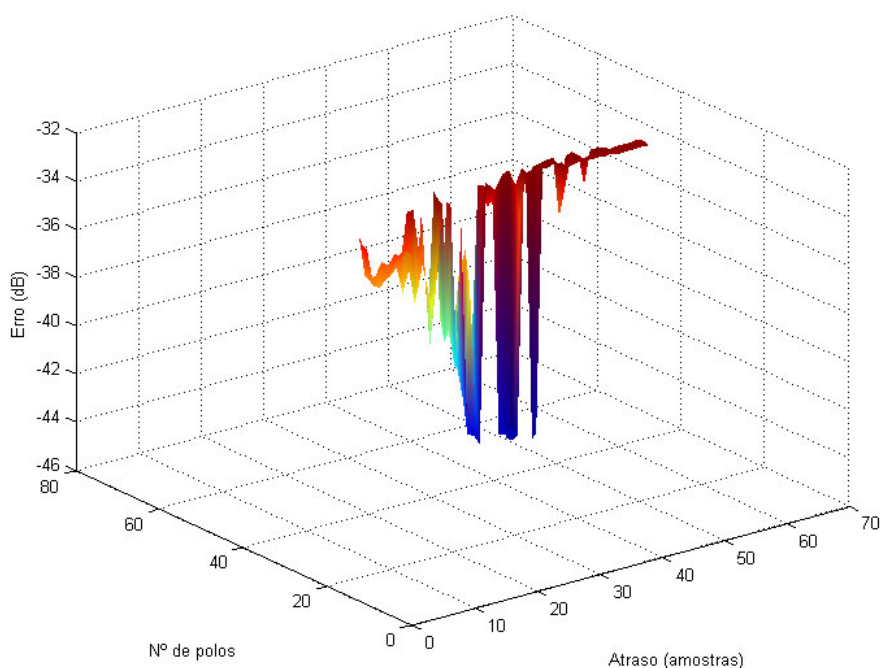


Figura 5.4 – Representação parcial da superfície do erro de aproximação no projecto de filtros inversos com 64 zeros e com pólos entre 39 e 41, em função do atraso, para o altifalante 1

Entendeu-se também ser necessário verificar e validar se a amplitude estabelecida para o intervalo de variação do atraso de modelização seria a adequada, isto é, se os mínimos referidos para aqueles valores do atraso de modelização para filtros com 40 pólos seriam ou não as únicas e as melhores soluções (as de menor erro).

Com este propósito procedeu-se à determinação das soluções para os coeficientes do filtro inverso com 64 zeros e 40 pólos alargando o intervalo permitido para variação do valor do atraso de modelização até às 100 amostras, contra as 64 amostras inicialmente utilizadas. O resultado desta verificação encontra-se apresentado na figura 5.5.

A representação da figura 5.5 revela então a existência de uma outra solução de menor erro de igualização para filtros inversos de com 64 zeros e 40 pólos, verificada para um atraso de modelização de 77 amostras com um erro de - 44,81 dB ligeiramente inferior ao mínimo de - 44,73 dB obtido para um atraso de 45 amostras.

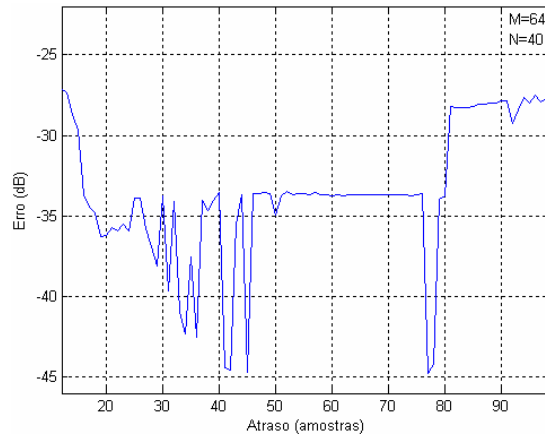


Figura 5.5 – Representação do erro de aproximação no projecto de filtro inverso com 64 zeros e 40 pólos em função do atraso, para o altifalante 1

O andamento inicial daquela curva do erro em função do atraso parece sugerir uma tendência de descida para um patamar de mínimo do erro para atrasos de modelização entre 40 e 50 amostras; todavia esta tendência parece não se confirmar face á subida apreciável do erro para um patamar de aproximadamente -33 dB para valores do atraso entre 46 e 76 amostras; afirma-se que “parece não se confirmar” porque aquela curva é o resultado da minimização de uma função de erro usando um dado algoritmo mas não é garantidamente a representação do mínimo dos mínimos desta função de erro não linear nos coeficientes do filtro em função do atraso de modelização.

Vejamos os resultados da aplicação de algumas daquelas soluções para os coeficientes do filtro inverso á igualização da resposta impulsional electroacústica do altifalante 1.

Na figura 5.6 apresenta-se o mapa de pólos e zeros do filtro inverso de ordem 64/40, obtido com atraso de modelização de 34 amostras; este mapa dos pólos e zeros revela um filtro de resposta impulsional infinita de fase não mínima.

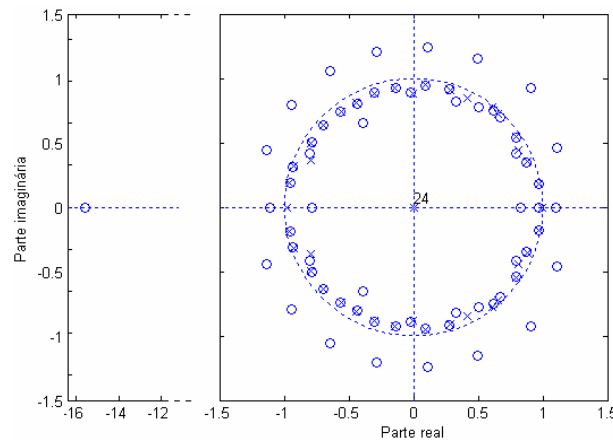


Figura 5.6 – Mapa dos pólos e zeros do filtro inverso de ordem 64/40 obtido com um atraso de 34 amostras, para o altifalante 1

O resultado da aplicação daquele filtro à igualização da resposta do altifalante 1 é apresentado na figura 5.7, numa representação em tudo idêntica á utilizada em capítulos

anteriores; na figura à esquerda apresenta-se a resposta impulsional electroacústica a igualizar e a resposta igualizada (com as curvas b) e d) expressas em decibéis) e na figura da esquerda as respostas electroacústicas em frequência do altifalante a igualizar e igualizado e a resposta em frequência do filtro inverso. Destas figuras verifica-se a igualização da resposta electroacústica impulsional e frequencial com um erro (de aproximação) no domínio do tempo de $-42,35$ dB.

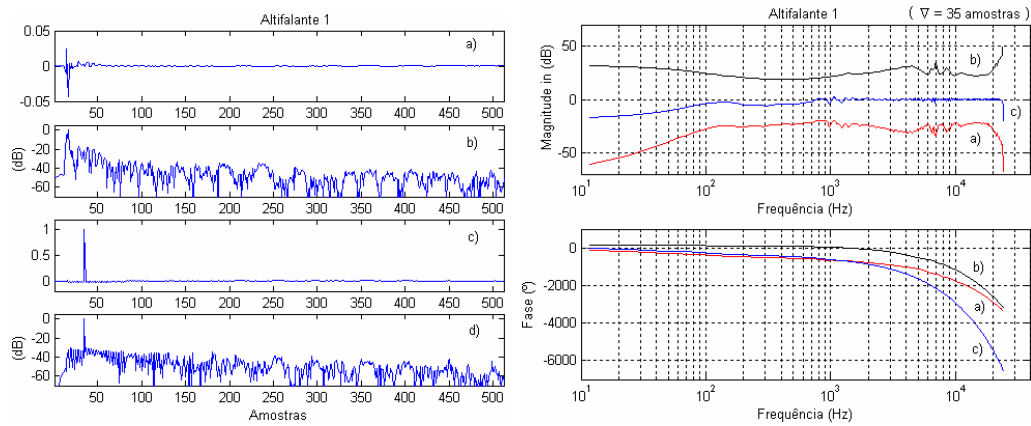


Figura 5.7 – À esquerda: resposta impulsional a) altifalante a igualizar b) altifalante a igualizar (em dB) c) altifalante igualizado d) altifalante igualizado (em dB). À direita: resposta em frequência a) altifalante a igualizar b) filtro inverso c) igualização do módulo e da fase

Outra solução identificada para os coeficientes do filtro inverso de ordem 64/40 foi aquela que resulta de um atraso de 45 amostras.

Na figura 5.8 apresenta-se o correspondente mapa de pólos e zeros deste filtro inverso e na figura 5.9, numa representação em tudo idêntica á anteriormente utilizada, o resultado da sua aplicação à igualização da resposta electroacústica do altifalante1.

Por último para filtros inversos com 40 pólos, a solução identificada que permite o menor erro como referido é aquela que resulta de um atraso de 77 amostras.

Nas figuras 5.10 e 5.11 apresenta-se numa representação em tudo idêntica á anteriormente utilizada o mapa de pólos e zeros e o resultado da sua aplicação à igualização da resposta electroacústica do altifalante1.

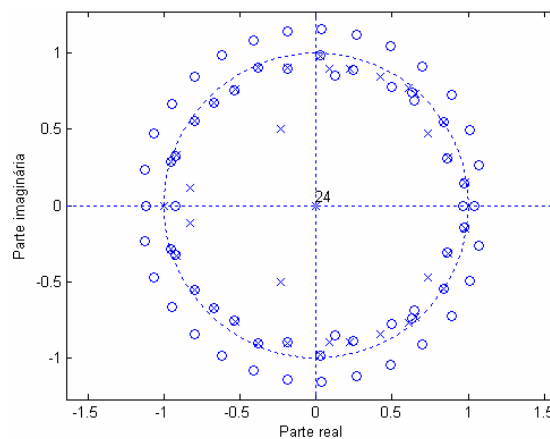


Figura 5.8 – Mapa dos pólos e zeros do filtro inverso de ordem 64/40 obtido com um atraso de 45 amostras, para o altifalante 1

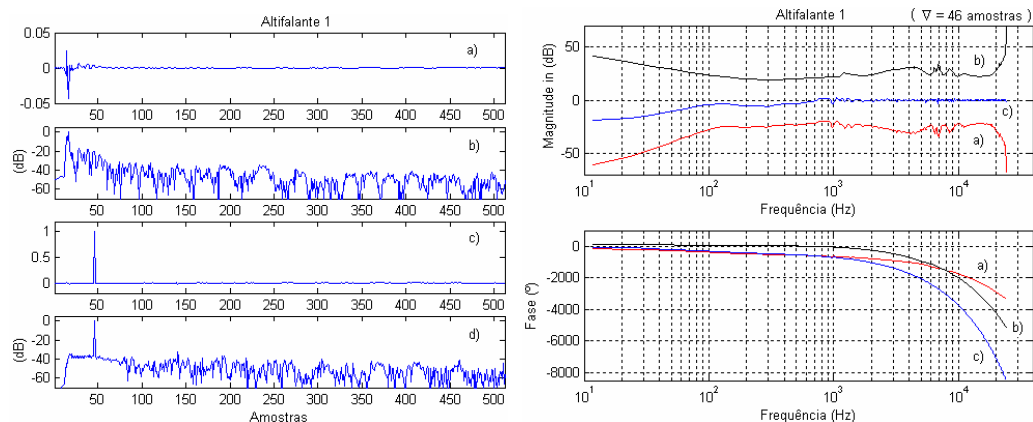


Figura 5.9 – À esquerda: resposta impulsional a) altifalante a igualizar b) altifalante a igualizar (em dB) c) altifalante igualizado d) altifalante igualizado (em dB). À direita: resposta em frequência a) altifalante a igualizar b) filtro inverso c) igualização do módulo e da fase

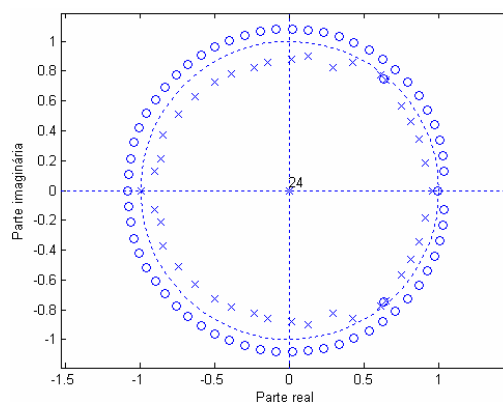


Figura 5.10 – Mapa dos pólos e zeros do filtro inverso de ordem 64/40 obtido com um atraso de 77 amostras, para o altifalante 1

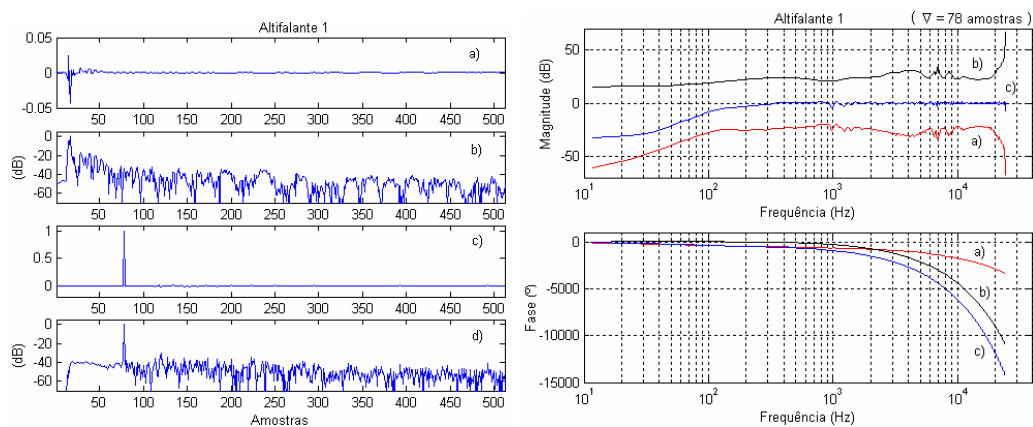


Figura 5.11 – À esquerda: resposta impulsional a) altifalante a igualizar b) altifalante a igualizar (em dB) c) altifalante igualizado d) altifalante igualizado (em dB). À direita: resposta em frequência a) altifalante a igualizar b) filtro inverso c) igualização do módulo e da fase

Parece útil neste ponto em que se apresentaram resultados da igualização da resposta electroacústica por aplicação de possíveis soluções para os coeficientes do filtro inverso IIR, segundo o método proposto, identificar a correspondente solução de igualização baseada em filtro inverso FIR com as mesmas exigências no número de coeficientes.

O projecto de filtro inverso FIR resulta num problema de minimização de um erro linear nos coeficientes e com mínimos para atrasos de modelização aproximadamente iguais à metade do comprimento do filtro ([Widrow,85]), tal como já referido.

A título de contraponto com as soluções propostas baseadas em filtro IIR projectados segundo o método proposto determinou-se o andamento do erro de aproximação (de igualização) e o andamento do atraso em função do comprimento (entre 12 e 256) de um filtro FIR; os resultados são apresentados na figura 5.12.

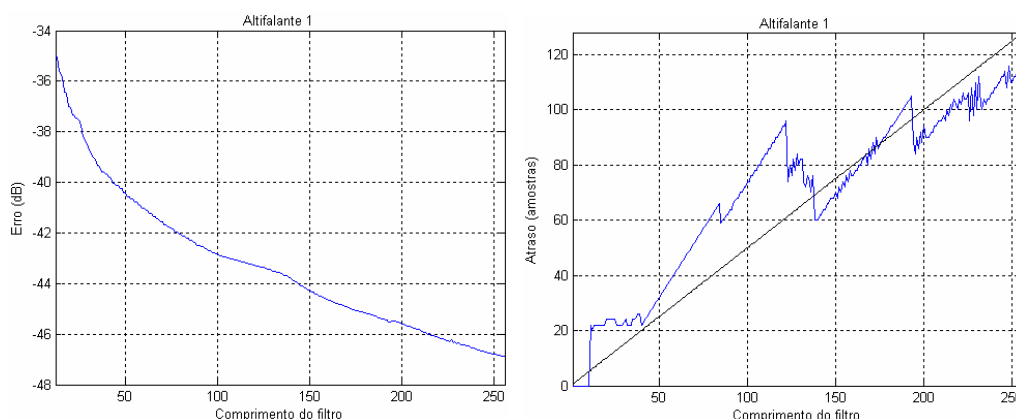


Figura 5.12 – À esquerda: representação do erro de aproximação no projecto de filtro inverso FIR em função do comprimento; à direita: representação do valor do atraso em função do comprimento do filtro FIR (altifalante 1)

Das representações da figura 5.12 evidencia-se naturalmente uma redução do erro de aproximação à medida que aumenta comprimento do filtro FIR e do valor do atraso em função do comprimento verifica-se uma tendência para se aproximar de metade do valor do comprimento do filtro, tal como já referido, ainda que com evidentes variações amplitude em torno daquele valor, tal como se sugere na figura 5.12 apresentada à direita; nesta figura representa-se também a recta correspondente ao valor do atraso igual a metade do comprimento do filtro.

O filtro inverso FIR equivalente em número de coeficientes aos exigidos pela solução de igualização baseada em filtro IIR com 64 zeros e 40 pólos deve ter então 105 coeficientes ($64+40+1$); a solução para os coeficientes deste filtro FIR de menor erro foi obtida quando o atraso de modelização é de 77 amostras, tal como sugere a figura 5.13 onde se apresenta o erro de aproximação (em dB) em função do atraso; este erro é calculado de forma idêntica à utilizada no capítulo 4, segundo a equação 4.20, utilizando a sequência de erro resultante do processo de minimização.

Na figura 5.14 resumem-se os resultados da sua aplicação à igualização da resposta electroacústica do altifalante 1 com um erro -42,98 dB.

Os resultados da igualização baseados em soluções com filtro IIR quando comparados com uma solução baseada em filtro FIR revelam uma vantagem no valor do erro final de igualização e uma redução no atraso do sistema igualizado.

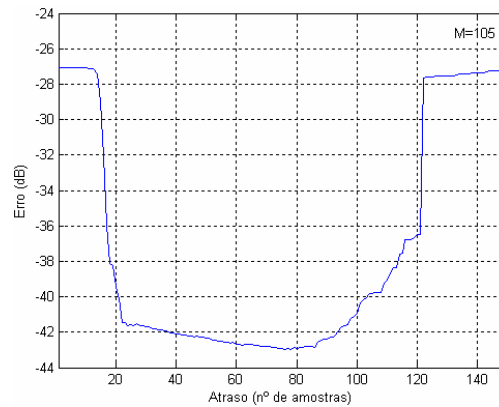


Figura 5.13 – Representação do erro de aproximação no projecto de filtro inverso FIR com comprimento 105 em função do atraso, para o altifalante 1

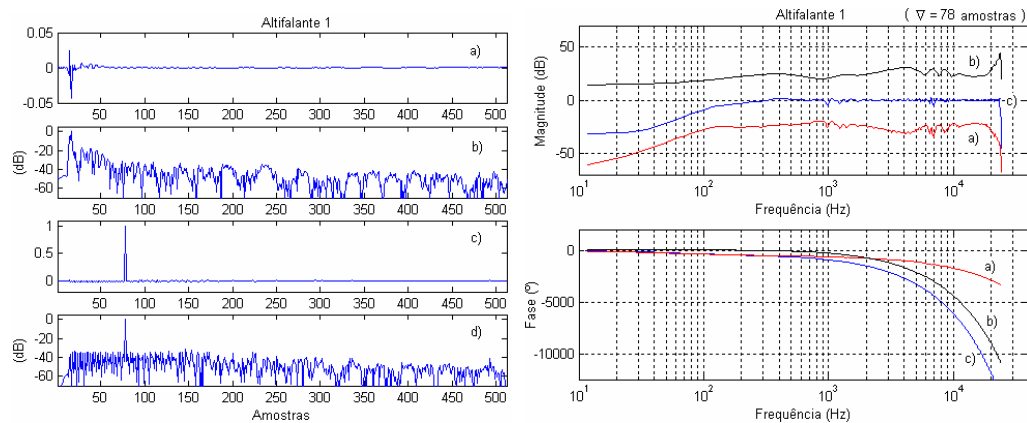


Figura 5.14 – À esquerda: resposta impulsional a) altifalante a igualizar b) altifalante a igualizar (em dB) c) altifalante igualizado d) altifalante igualizado (em dB). À direita: resposta em frequência a) altifalante a igualizar b) filtro inverso c) igualização do módulo e da fase

Esta evidência é sugerida na tabela 5.1 que sistematiza os valores do erro de igualização no tempo e na frequência e o atraso para as várias soluções apresentadas. As frequências limite, inferior e superior, utilizadas na avaliação dos desvios relativamente a uma resposta constante nas frequências são as indicadas no capítulo anterior.

Tabela 5.1 – Resultados da igualização da resposta do altifalante 1 por filtro inverso IIR de ordem 64/40

Tipo de filtro	Ordem/Comprimento	Atraso	Erro (dB)	Valor do desvio (dB)	Valor máximo do desvio (dB)
IIR	64/40	34	-42,35	0,89	6,04
		45	-44,73	0,78	5,94
		77	-44,81	0,65	4,89
FIR	105	77	-42,98	0,83	5,29

Relembra-se e faz-se notar que em ambos os casos, IIR e FIR, as técnicas de projecto assentam na minimização de uma função de erro estabelecida no domínio do tempo, e não na frequência, razão pela qual o indicador objectivo relevante e adequado é o do erro no domínio do tempo.

A informação sugerida pelos valores dos desvios no domínio da frequência, ainda que continuem a evidenciar a vantagem da solução IIR, devem ser considerados e interpretados como complementares.

O valor do desvio máximo na frequência é razoavelmente elevado e resulta ou da incapacidade do filtro inverso compensar o vale a 1 kHz característico da resposta deste altifalante, já referido anteriormente, ou em outros casos o número de 512 amostras da resposta impulsional utilizados no projecto do filtro inverso se revelar aparentemente insuficiente para estender adequadamente a compensação deste até às baixas frequência.

A comparação das soluções apresentadas completa-se identificando o filtro FIR que permite um erro de igualização igual ao do filtro IIR com um atraso de 45 amostras.

A tabela 5.2 resume os resultados desta comparação evidenciando a necessidade de um filtro FIR com 160 coeficientes introduzindo um atraso de 79 amostras em contraponto com uma solução baseada em filtro IIR requerendo 105 coeficientes e introduzindo um atraso de 45 amostras no sistema igualizado.

Tabela 5.2 – Comparação dos resultados da igualização da resposta do altifalante 1 por filtro inverso IIR de ordem 64/40 e por filtro FIR, para o mesmo erro de igualização

Tipo de filtro	Ordem/Comprimento	Atraso	Erro (dB)	Valor do desvio (dB)	Valor máximo do desvio (dB)
IIR	64/40	45	-44,73	0,78	5,94
FIR	164	79	-44,78	0,58	5,92

Outra possibilidade revelada pela análise da superfície de erro resultante da aplicação do método proposto, apresentada na figura 5.3, indica que o mínimo valor do erro é obtido para soluções de filtros inversos com 62 pólos.

Repetindo o procedimento realizado para o caso anterior (com 40 pólos), procedeu-se à análise do comportamento do erro de aproximação para filtros inversos de ordem 64/62 em função do atraso, tal como sugere a figura 5.15.

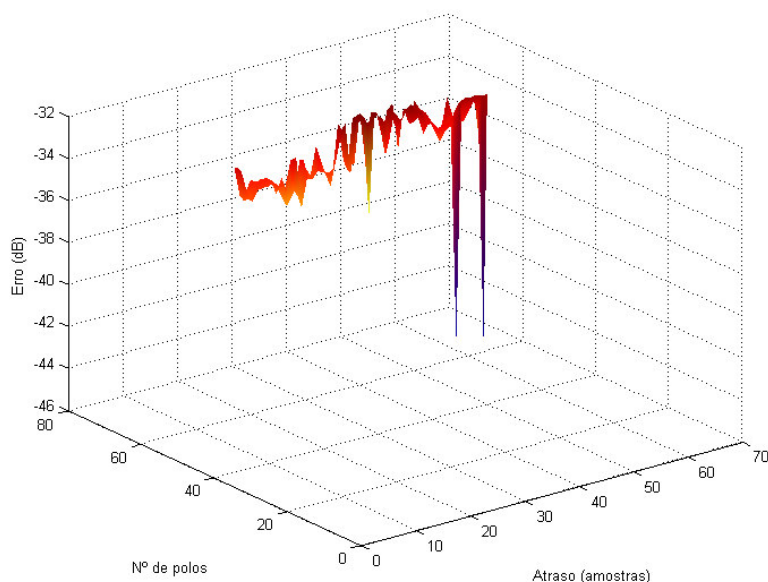


Figura 5.15 – Representação parcial da superfície do erro de aproximação no projecto de filtros inversos com 64 zeros e com pólos entre 61 e 63, em função do atraso, para o altifalante 1

Na figura 5.15 representa-se por isso o valor do erro de aproximação para soluções dos coeficientes de filtros inversos na vizinhança de 62 pólos (entre 61 e 63) com o atraso de modelização a variar entre 18 e 64 amostras; daquela representação são evidentes mínimos para atrasos de modelização de 58 e 63 amostras.

De forma idêntica procedeu-se à verificação da validade do intervalo de variação do atraso de modelização usando para o efeito uma pesquisa de mínimos para atrasos até 100 amostras contras as 64 inicialmente utilizadas, cujo resultado se apresenta na figura 5.16; a curva apresentada confirma que os mínimos se verificam para atrasos de 58 e de 63 amostras.

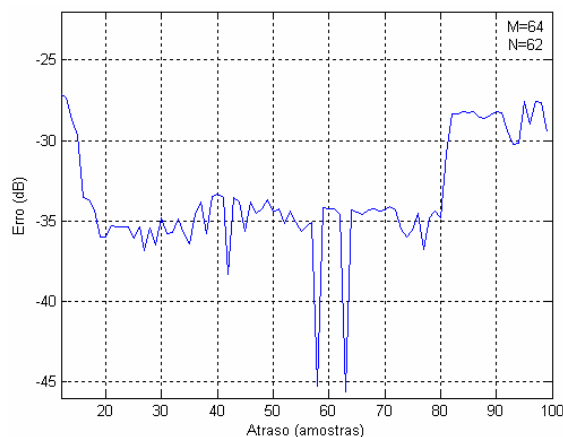


Figura 5.16 – Representação do erro de aproximação no projecto de filtro inverso com 64 zeros e 62 pólos em função do atraso, para o altifalante 1

A solução identificada para os coeficientes do filtro inverso de ordem 64/62 com um atraso de 63 amostras é então a solução que conduz ao mínimo valor para o erro de aproximação ou equivalentemente o menor erro de igualização.

Na figura 5.17 apresenta-se o correspondente mapa de pólos e zeros deste filtro inverso e na figura 5.18, numa representação em tudo idêntica à anteriormente utilizada, o resultado da sua aplicação à igualização da resposta electroacústica impulsional do altifalante1 com um erro de -45,62 dB com um atraso de 63 amostras.

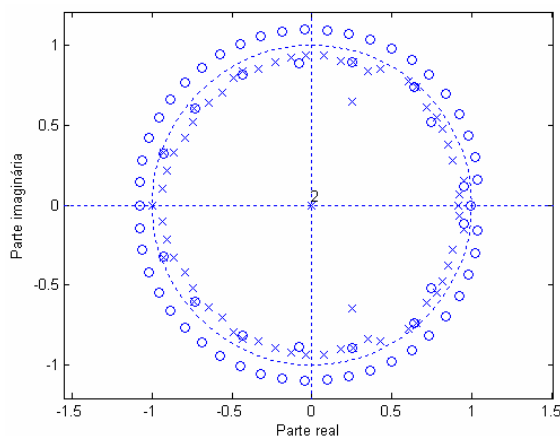


Figura 5.17 – Mapa dos pólos e zeros do filtro inverso de ordem 64/62 obtido com um atraso de 63 amostras, para o altifalante 1

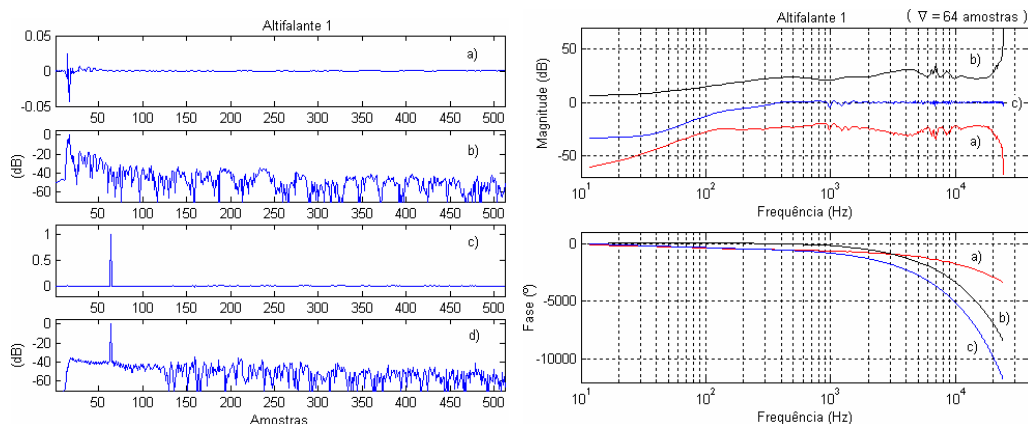


Figura 5.18 – À esquerda: resposta impulsional a) altifalante a igualizar b) altifalante a igualizar (em dB) c) altifalante igualizado d) altifalante igualizado (em dB). À direita: resposta em frequência a) altifalante a igualizar b) filtro inverso c) igualização do módulo e da fase

Os resultados de igualização baseados em soluções IIR com 62 pólos quando comparados com uma solução equivalente em número de coeficientes baseada em filtro FIR, revelam uma vantagem no valor do erro final de igualização e na redução no atraso a introduzir no sistema para a obtenção de filtros inversos (estáveis) causais, tal como sugere a tabela 5.3.

Tabela 5.3 – Resultados da igualização da resposta do altifalante 1 por filtro inverso IIR de ordem 64/62

Tipo de filtro	Ordem/Comprimento	Atraso	Erro (dB)	Valor do desvio (dB)	Valor máximo do desvio (dB)
IIR	64/62	58	-45,27	0,64	5,42
		63	-45,62	0,62	5,08
FIR	127	81	-43,42	0,79	5,57

Desta tabela verifica-se que o filtro FIR com 127 coeficientes é obtido para um atraso de modelização de 81 amostras com um erro de -43,42 dB, ligeiramente superior ao erro de igualização alcançado com ambas as soluções baseadas em filtro IIR de ordem 64/62.

De forma idêntica ao procedimento já utilizado, a comparação das soluções apresentadas baseadas em filtros IIR completa-se identificando o filtro FIR que permite um erro de igualização igual ao do filtro IIR com 62 pólos e um atraso de 63 amostras.

A tabela 5.4 resume os resultados desta comparação evidenciando a necessidade de um filtro FIR com 200 coeficientes introduzindo um atraso de 87 amostras em contraponto com uma solução baseada em filtro IIR requerendo 127 coeficientes e introduzindo um atraso de 63 amostras no sistema igualizado.

Tabela 5.4 – Comparação dos resultados da igualização da resposta do altifalante 1 por filtro inverso IIR de ordem 64/62 e por filtro FIR, para o mesmo erro de igualização

Tipo de filtro	Ordem/Comprimento	Atraso	Erro (dB)	Valor do desvio (dB)	Valor máximo do desvio (dB)
IIR	64/62	63	-45,62	0,62	5,08
FIR	200	87	-45,60	0,48	4,78

5.7 Conclusão

Neste capítulo propôs-se um novo método para igualização da resposta de sistemas (electroacústicos) de fase não mínima baseado em filtro inverso de resposta impulsional infinita (IIR), projectado no domínio do tempo segundo um critério de mínimo do erro quadrático.

O método de projecto deste filtro IIR assenta numa formulação do tipo “erro de saída”, que conduz a uma função do erro a minimizar não linear nos coeficientes do filtro inverso.

A determinação de soluções causais (estáveis) para os coeficientes deste filtro inverso para efeitos de igualização de sistemas de fase não mínima requerem a introdução de um atraso no sistema igualizado ou de forma equivalente implicam a utilização de um atraso de modelização (inversa) no seu projecto. A função do erro a minimizar revelou-se ser, também, não linear em função do valor deste atraso.

A minimização ou a identificação dos mínimos da função de erro resultante foi realizada por aplicação de métodos de optimização sem restrições especializados para problemas de mínimos quadrados não lineares, nomeadamente o método de Levenberg-Marquardt e de Gauss-Newton.

Foi utilizada a implementação destes métodos de optimização disponibilizada pelo MatlabTM ([Mathworks, 02]) no desenvolvimento e validação desta técnica de projecto de filtro inverso IIR para igualização de sistemas de fase não mínima .

A ilustração das potencialidades e inconvenientes deste método foi realizada através do projecto de filtros inversos IIR para igualização da resposta electroacústica do altifalante 1.

Os resultados da sua aplicação revelaram a existência de soluções de igualização baseadas em filtros IIR exigindo um menor número de coeficientes do que as soluções baseadas em filtro inverso FIR para o mesmo erro de igualização, com menor atraso, ou de forma equivalente revelaram a existência de soluções de igualização com o mesmo número de coeficientes do que as baseadas em filtro IIR permitindo todavia menores erros de igualização, com menor atraso do sistema igualizado.

A multidimensionalidade deste problema não linear nos coeficientes do filtro IIR resulta no entanto numa técnica de projecto menos imediata do que a de filtros FIR, que pode levantar algumas dificuldades face á existência de maior número de soluções (possibilidades) que pode ser necessário testar.

Os ganhos computacionais resultantes da redução do número de coeficientes do filtro e a redução no atraso do sistema igualizado proporcionados pela aplicação desta metodologia de igualização baseada em filtro inverso IIR são vantagens relevantes desta solução quando comparada com a baseada em filtro FIR, tal como sugeriram os exemplos apresentados.

Capítulo 6

Validação experimental da igualização de sistemas electroacústicos de fase não mínima por aplicação de filtros digitais inversos

6. Validação experimental da igualização de sistemas electroacústicos de fase não mínima por aplicação de filtros digitais inversos

6.1 Introdução

As técnicas e métodos objecto de estudo e desenvolvimento na presente dissertação para o projecto de filtros inversos, destinados ao pré-processamento do sinal de áudio, permitem a correcção das irregularidades do módulo e a linearização da fase da resposta electroacústica, de fase não mínima, dos sistemas altifalantes.

O método baseado em filtros inversos FIR (Resposta Impulsional Finita) conduz a soluções de igualização eficazes com reduzidos erros finais. Os coeficientes do filtro inverso FIR são determinados resolvendo um sistema sobredeterminado de equações lineares, para vários atrasos de modelização, aplicando um critério de mínimo do erro quadrático. O erro a minimizar é linear nos coeficientes do filtro, para cada valor do atraso de modelização.

A metodologia proposta no capítulo anterior baseada no projecto de filtro inverso IIR (Resposta Impulsional Infinita) permitindo uma solução de igualização idêntica a do filtro FIR - igualização simultânea do módulo e da fase - com vantagens computacionais e introduzindo um menor atraso no sistema igualizado revelou-se um solução claramente vantajosa e promissora ainda que com maiores dificuldades dado o carácter multidimensional, não linear, da função de erro a minimizar. Os coeficientes deste filtro inverso IIR são determinados recorrendo à utilização de métodos de optimização sem restrições no caso particular adequados à identificação de mínimos em funções de erro quadrático não lineares.

Este capítulo tem como propósito:

- apresentar o sistema experimental desenvolvido para validar a metodologia proposta nesta dissertação para igualizar a resposta electroacústica de sistemas altifalantes;
- apresentar os resultados experimentais obtidos com a aplicação de dois tipos de solução de igualização da resposta electroacústica de um sistema altifalante de duas vias uniamplificado, uma baseada em filtro inverso IIR e uma outra baseada em filtro FIR.

6.2 Sistema experimental desenvolvido para medição e igualização de respostas electroacústicas

O sistema de medição que se descreve nesta secção foi desenvolvido para validar experimentalmente a metodologia proposta para igualização da resposta electroacústica de sistemas altifalantes, baseada no pré-processamento do sinal de áudio por um filtro digital que realiza o inverso da resposta a igualizar.

O sistema desenvolvido permite essencialmente a medição da resposta electroacústica dos sistemas altifalantes quer estes sejam igualizados ou não. Para o efeito é necessário proceder à aquisição do sinal eléctrico de excitação e à aquisição, de forma síncrona com a entrada, do sinal eléctrico gerado pelo microfone resultante do sinal acústico produzido pelo sistema

altifalante. A parte afecta à aquisição de sinais é por isso uma parte relevante no sistema desenvolvido.

As disponibilidades laboratoriais conduziram à utilização de uma placa de aquisição, do fabricante National Instruments™ (NI6052E), de 16 bits com uma taxa de amostragem agregada de 333 kHz para um conversor analógico-digital (A/D) com 16 canais de entrada, sem filtros antialiasing, e com um conversor digital-analógico (D/A) com dois canais.

Esta placa de aquisição realiza a amostragem dos canais por multiplexagem sem um circuito de retenção simultânea de todos os canais, isto é, a amostragem dos canais não é simultânea, razão pela qual foi incluída no sistema de medição uma placa de amostragem e de retenção simultânea (SC2040 *Sample and Hold*) do mesmo fabricante de forma a atenuar erros resultantes da falta de simultaneidade na aquisição dos canais.

A ausência de filtros antialiasing é uma limitação assinalável na placa de aquisição utilizada. Para colmatar aquela limitação foram implementados com o integrado 274 do fabricante MAXIM™ dois filtros antialiasing de oitava ordem com característica do tipo Chebyshev com frequência de corte de aproximadamente 28 kHz (a 0,5 dB) e com atenuação de aproximadamente 63 dB a 48 kHz, pressupondo uma frequência de amostragem de 96 kHz; a implementação com este integrado dedicado para a realização de filtros contínuos foi realizada com resistências de precisão com tolerância de 1%.

O sistema de medição desenvolvido centra-se por isso no conjunto daquela placa de aquisição e da placa de amostragem e retenção simultânea, tal como sugere o diagrama de blocos apresentado na figura 6.1, que a seguir se descreve.

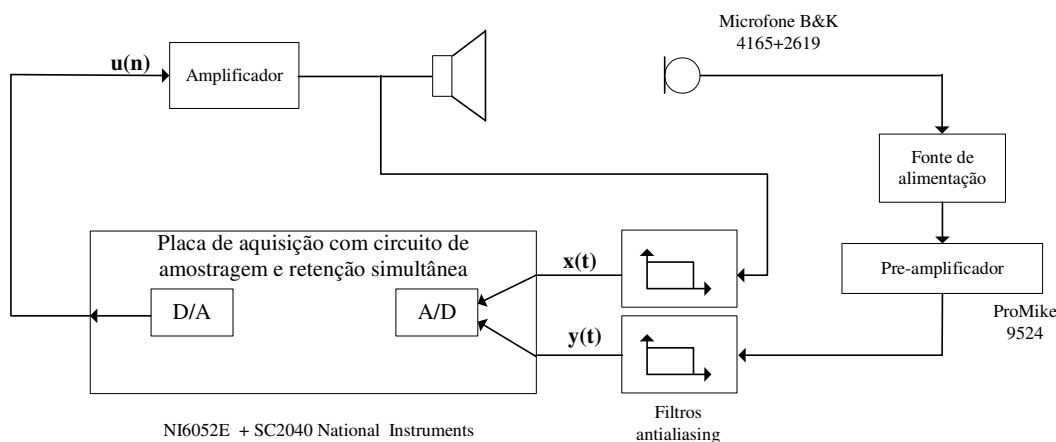


Figura 6.1 – Diagrama de blocos do sistema experimental desenvolvido para medição e igualização da resposta de sistemas electroacústicos

Os canais de entrada do conversor analógico-digital são utilizados no modo diferencial para tensões de ± 5 V e o conversor digital analógico é utilizado em modo bipolar para tensões de 10 V.

O microfone utilizado é do tipo capacitivo da Brüel e Kjaer (B&K), modelo 4165, com banda útil de 20 kHz, associado ao pré-amplificador 2619, e com fonte de alimentação, referência 2804, assegurando a polarização externa, também do mesmo fabricante.

A pré-amplificação adicional do sinal captado pelo microfone é assegurada por meio de pré-amplificador da ProMike modelo 9524.

O amplificador de potência utilizado permite a excitação em corrente com uma potência nominal de 100 W ([Freitas, 90]).

As principais características dos constituintes do sistema experimental desenvolvido para medição da resposta electroacústica são listadas e indicadas no anexo C.

6.2.1 Software

A estratégia utilizada no desenvolvimento do software associado à utilização da placa de aquisição foi a de permitir a sua integração no ambiente de trabalho do Matlab™.

O fabricante National Instruments™ disponibiliza o software de desenvolvimento NIDAQ que é constituído por um conjunto de funções desenvolvidas em C para diversas placas de aquisição, incluindo a série E, na qual a placa utilizada se integra.

O software Matlab™ proporciona a possibilidade de interface externo utilizando ficheiros do tipo C MEX (*C MEX files*) ([Mathworks, 02]).

Com o objectivo de integrar o software de utilização da placa de aquisição no ambiente proporcionado pelo Matlab™ foi então desenvolvido um interface em linguagem C que recorre as possibilidades de interface externo via ficheiros do tipo MEX do Matlab™ e às funções disponibilizadas pelo software de desenvolvimento NIDAQ da National Instruments™.

O interface de software desenvolvido para a placa de aquisição permite em simultâneo a aquisição de dois canais de entrada, sincronizada com a excitação gerada pelo conversor digital-analógico.

O restante software do sistema de medição e de igualização foi desenvolvido para o Matlab™, nomeadamente a implementação da técnica/método de medição, processamento de dados, projecto de filtros inversos, pré-filtragem e avaliação experimental da resposta electroacústica igualizada.

6.2.2 Método de medição implementado

O método implementado para medição da resposta electroacústica impulsional dos sistemas altifalantes utiliza como excitação sequências binárias pseudoaleatórias, periódicas, designadas sequências de comprimento máximo, abreviadamente, sequências MLS, já descritas no capítulo 2.

Relembrando, estas sequências são binárias e geradas recursivamente recorrendo a uma série de N registos de deslocamento com linhas de retorno para a entrada de certos estágios da série através uma porta lógica XOR; as entradas desta porta lógica são determinadas a partir dos coeficientes de um polinómio característico de ordem N, que no caso de ser primitivo origina sequências de comprimento máximo ([MacWilliams, 76], [Vanderkooy, 94]).

Estas sequências têm comprimento ímpar, L, dado por $L = 2^N - 1$ sendo N o número de registos de deslocamento e por forma a gerar sequências simétricas habitualmente o nível 1 é mapeado a -1 e o nível 0 é mapeado a +1 ([Rife, 89]).

As sequências MLS possuem uma propriedade particular e interessante para a determinação da resposta impulsional dos sistemas, já que para comprimento elevados a sequência de autocorrelação é (aproximadamente) uma sequência unitária discreta ([Rife, 89]).

Dada esta propriedade a resposta impulsional de um sistema excitado com sequências MLS é determinada calculando apenas a correlação cruzada, $R_{xy}(n)$, entre o sinal de entrada e o sinal de saída, tal com foi demonstrado no capítulo 2.

A facilidade evidenciada no cálculo da resposta impulsional associada a resultados com boas relações sinal-ruído são as principais razões que justificam a opção pela sua implementação e validação para efeitos do desenvolvimento do sistema de medição de respostas electroacústicas.

Faz-se notar no entanto que dada a realidade prática do processamento analógico subjacente à amostragem de sinais (limitação de banda por filtros antialiasing) e à reconstrução de sinais, a forma original das sequências de comprimento máximo não é de fácil preservação ([Muller, 01]), razão pela qual, a sua sequência de autocorrelação se afasta da esperada sequência unitária; por este facto, verificado também nos ensaios realizados durante a implementação desta técnica de medição, na determinação da resposta impulsional electroacústica procedeu-se à desconvolução do sinal de excitação do sinal de saída (do sistema a medir) no domínio da frequência por divisão dos seus espectros.

6.2.3 Caracterização e limitações do hardware utilizado no sistema de medição

A caracterização do sistema experimental desenvolvido (excluindo o sistema a medir) e a validação do método de medição implementado revelam-se tarefas necessárias para poder validar e avaliar as medidas da resposta do sistema em estudo.

Por isso realizou-se inicialmente uma caracterização do sistema de aquisição, isto é o conjunto a placa de aquisição e a placa de amostragem e retenção simultânea excluindo os filtros antialiasing, usando sequências MLS aplicadas ao próprio sistema de aquisição.

Para este efeito aplicou-se o sinal de excitação gerado pelo conversor digital-analógico – sequência MLS de ordem 15 com 1 Volt de valor de pico – simultaneamente nas duas entradas do conversor analógico-digital e determinou-se a resposta impulsional resultante e o quociente entre os espectros dos sinais adquiridos usando uma frequência de amostragem de 96 kHz; os resultados encontram-se apresentados na figura 6.2.

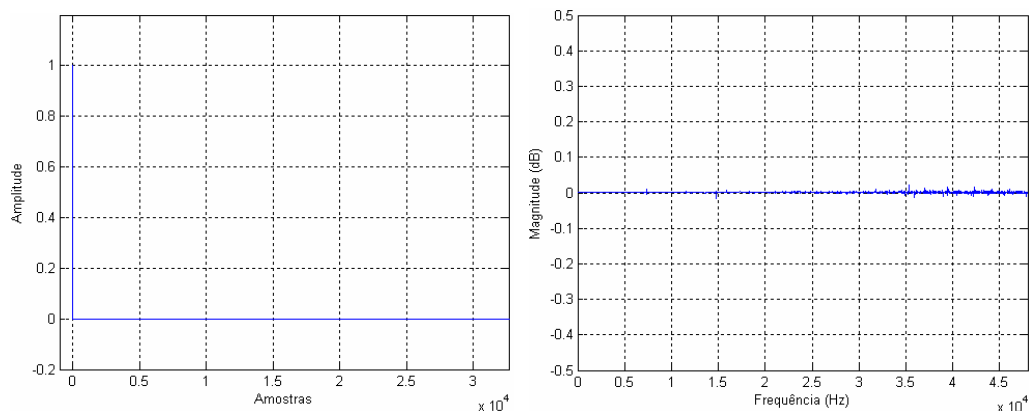


Figura 6.2 – Resposta impulsional do sistema de medição com *Sample and Hold* e sem filtros antialiasing

Na figura 6.2 da esquerda é apresentada a resposta impulsional do sistema de medição (placa de aquisição com placa de amostragem e retenção simultânea), sendo evidente a sua proximidade com a de um sistema que não introduz distorção assinalável; na figura da direita é apresentado o resultado do quociente entre o espectro do sinal de saída e o espectro do sinal de entrada validando o que se referiu; note-se que a aquisição é realizada sem filtros antialiasing.

Seguidamente, avaliou-se comportamento dos filtros antialiasing projectados e realizados já que o seu desempenho é determinante na cadeia de medição.

As frequências limiar da banda de passagem dos filtros antialiasing foram medidas usando excitação sinusoidal; para o filtro antialiasing 1 (cuja saída é o sinal $x(t)$ - figura 6.1) a frequência de corte medida é 28,7 kHz e para filtro antialiasing 2 (cuja saída é o sinal $y(t)$ - figura 6.1) a frequência de corte medida é 28,2 kHz; para ambos verifica-se uma atenuação de aproximadamente 60 dB, relativamente ao valor máximo na banda de passagem, à frequência de 45,5 kHz em concordância aproximada com o previsto no programa de realização e implementação fornecido pela MAXIM™.

Para além desta avaliação instrumental de cada um dos filtros determinaram-se também as suas respostas impulsionais e em frequência, usando como sinal de excitação uma sequência MLS de ordem 15 com amplitude de 1 V, recorrendo ao sistema de aquisição a uma frequência de amostragem de 96 kHz ainda que sem protecção contra o aliasing; por este facto os resultados apresentados nas figuras 6.3 e 6.4 têm validade relativa incorrendo em pequenos erros de aliasing. Apesar disso a partir desta representação da resposta em frequência a atenuação à frequência, por exemplo, de 36 kHz é bastante próxima da atenuação medida por aplicação de um sinal sinusoidal e que é de aproximadamente 38 dB relativamente ao valor máximo na banda de passagem.

Além da validação da resposta em frequência individual de cada um dos filtros foi também observada a sua semelhança e para isso determinou-se o quociente entre os espectros dos sinais obtidos à saída de cada um deles quando se lhes aplica o mesmo sinal de excitação, ainda que sem protecção contra o aliasing; o resultado deste quociente é apresentado nas representações da figura 6.5, sendo a representação à direita o resultado deste quociente apenas até à frequência de 36 kHz.

Na representação do resultado do quociente dos espectros, apresentada na figura 6.5 à esquerda, observa-se ruído relativamente elevado nas frequências mais altas resultante da amostragem de sinais MLS que passaram por filtros distintos, cujo efeito é mais notório nas zonas onde ocorre maior atraso de fase e onde os sinais são mais débeis.

A representação apresentada na figura 6.5 à esquerda sugere que a utilização do sistema de aquisição com os filtros antialiasing realizados com as especificações referidas e com uma frequência de amostragem de 96 kHz resulta na introdução de distorção para frequências acima dos 36 kHz, tal como foi possível comprovar a partir do resultado da medição de respostas impulsionais electroacústicas nestas circunstâncias.

Por este facto, nas medições que se apresentam nas secções seguintes realizadas com estes filtros antialiasing utilizou-se uma frequência de amostragem de 72 kHz de forma a que a utilização das suas bandas de transição não se estenda para além de 36 kHz. Sendo uma limitação, mesmo assim, atendendo a que banda útil de medida é de aproximadamente 28 kHz são de esperar atenuações próximas de 60 dB para as réplicas espectrais resultantes da amostragem - reflectidas em torno de 36 kHz - que se estendem até ao interior da banda útil de medida, o que se considerou aceitável para o propósito de validação experimental de soluções de igualização por pré-filtragem inversa.

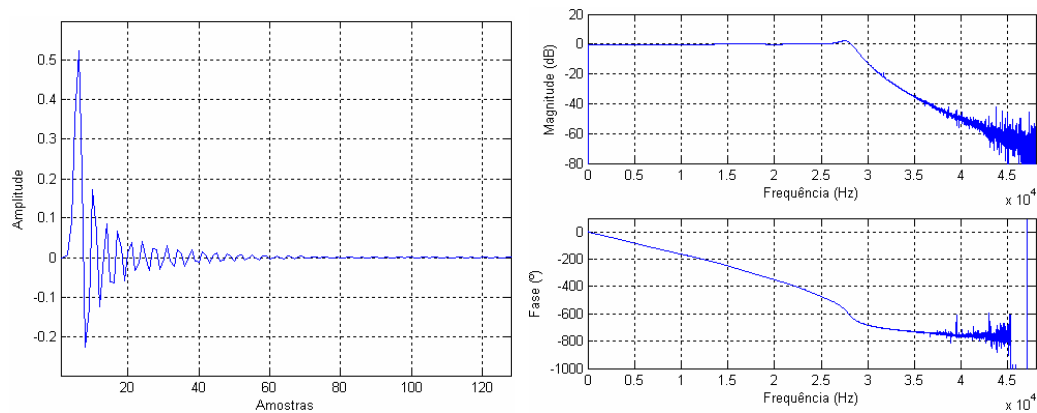


Figura 6.3 – Resposta impulsional e em frequência do filtro antialiasing 1

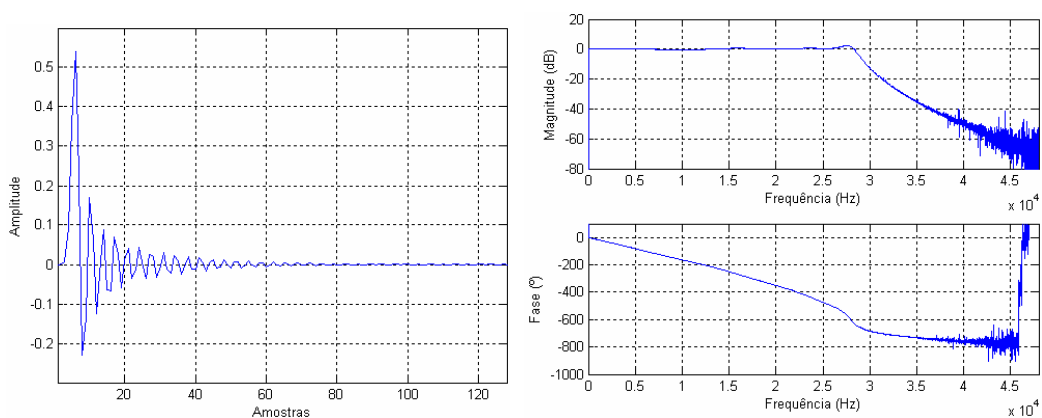


Figura 6.4 – Resposta impulsional e em frequência do filtro antialiasing 2

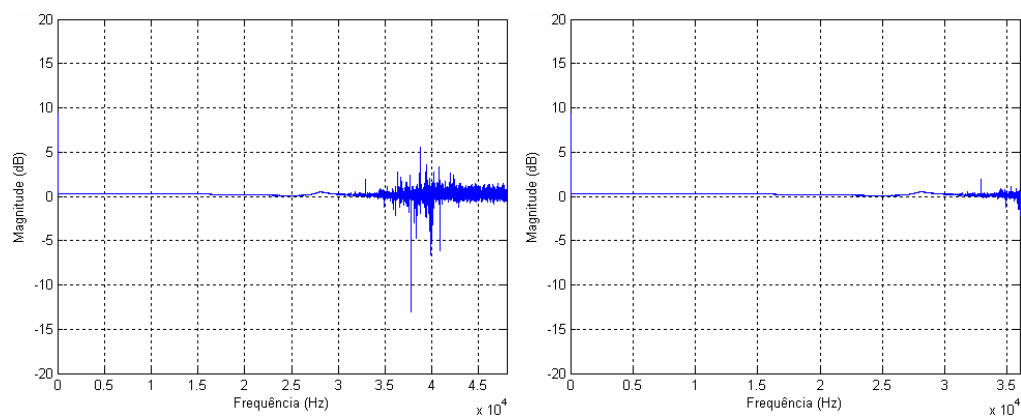


Figura 6.5 – Resultado (em dB) do quociente dos espectros dos sinais de saída dos dois filtros antialiasing quando excitados com o mesmo sinal de entrada

6.3 Resultados experimentais

O sistema experimental desenvolvido foi utilizado na validação experimental da metodologia proposta para igualização da resposta electroacústica de sistemas altifalantes baseada no pré-processamento do sinal de áudio por filtro digital que realiza o inverso daquela resposta. Apresentam-se nesta secção os resultados experimentais da igualização da resposta electroacústica de um sistema altifalante.

O sistema utilizado nos ensaios experimentais realizados é um altifalante do fabricante *Acoustic Research™* (modelo AR18BX) de duas vias, com filtro de *crossover* de 1ª ordem no radiador de altas frequências, sendo este ligado com polaridade invertida, em caixa fechada de 27 x 44 cm com a profundidade de 20 cm.

6.3.1 Medição da resposta electroacústica do sistema altifalante utilizado na validação experimental

A medição da resposta electroacústica do sistema altifalante foi realizada numa sala de laboratório de investigação da FEUP (I 205).

O microfone foi colocado à distância de um metro do sistema altifalante e foi alinhado na horizontal com o centro do radiador electroacústico de altas frequências.

A resposta electroacústica impulsional foi medida utilizando para excitação uma sequência MLS de ordem 13, com amplitude de aproximadamente 0,5 volts de pico.

Na figura 6.6 apresenta-se o resultado da medição da resposta electroacústica impulsional do sistema altifalante, obtida por média dos resultados de 16 medições. Desta figura são evidentes o tempo de propagação relativo à distância entre o altifalante e o microfone e os efeitos das reflexões acústicas na resposta, aproximadamente a partir da 650ª amostra recolhida.

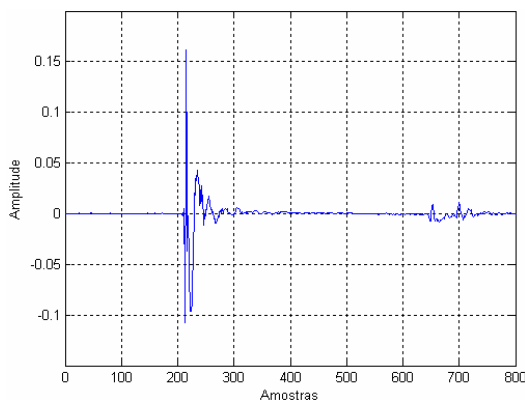


Figura 6.6 – Resposta electroacústica impulsional do sistema altifalante

À resposta electroacústica impulsional apresentada na figura 6.6 foi então retirada a parte relativa ao tempo de propagação (aproximadamente 204 amostras) e foi posteriormente aplicada uma janela de Hanning de comprimento adequado à exclusão dos efeitos das reflexões na resposta.

As condicionantes do local onde decorreram os ensaios resultam então numa resposta electroacústica impulsional útil com aproximadamente 440 amostras, isto é, com aproximadamente 6 ms a 72 kHz.

Na figura 6.7, à esquerda, apresenta-se então a resposta electroacústica impulsional que resulta apenas do som directo do sistema altifalante e que será a usada para caracterizar o seu comportamento electroacústico; a correspondente representação no domínio da frequência é apresentada na figura 6.7 à direita.

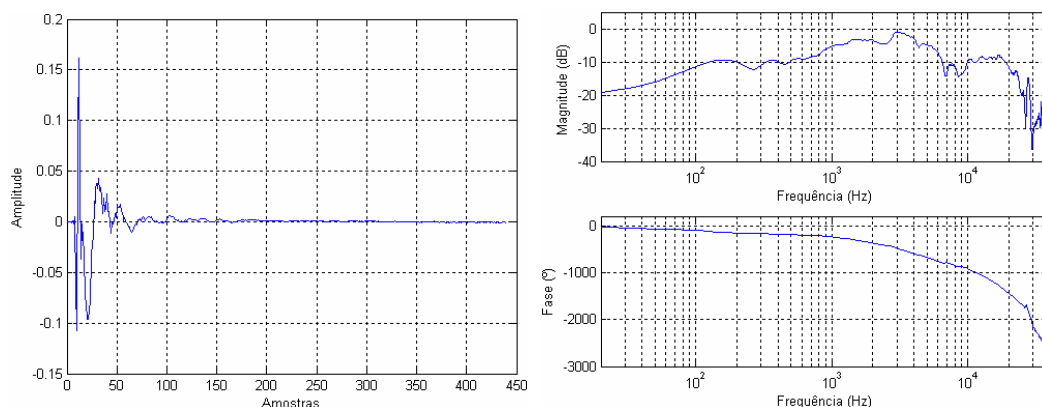


Figura 6.7 – Resposta electroacústica impulsional relativa ao som directo do sistema altifalante

A representação da resposta electroacústica no domínio da frequência evidencia um sistema altifalante de duas vias, sendo notória a sobreposição das respostas dos dois radiadores e o efeito da excitação em alta impedância, na sobrelevação da resposta centrada a aproximadamente a 3 kHz na qual a impedância do sistema altifalante tem aumento devido à acção do crossover ([Freitas, 90]).

Na figura 6.8 apresenta-se a função atraso de grupo da resposta do sistema altifalante determinada a partir da resposta impulsional medida; o valor médio do atraso de grupo situa-se nas 14 amostras.

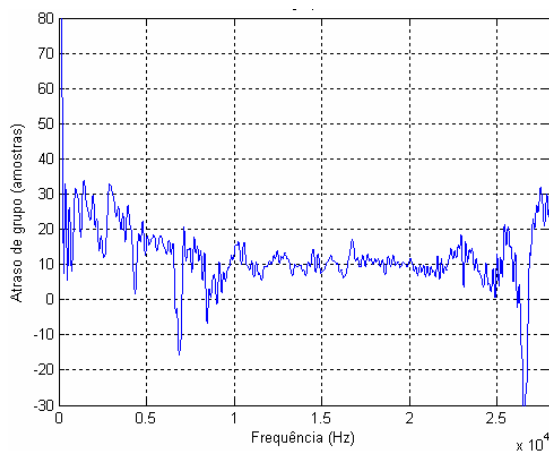


Figura 6.8 – Atraso de grupo da resposta electroacústica do sistema altifalante

Naturalmente que a escolha do instante de tempo (discreto) a partir do qual se retira a parte relativa ao tempo de propagação entre o altifalante e o microfone influencia o andamento da função atraso de grupo. Este instante nem sempre é evidente devido às ondulações de pequena amplitude que nesta zona (início efectivo da resposta impulsional do altifalante) se verificam, resultantes também da limitação de banda imposta pelos filtros antialiasing. O critério utilizado

foi o de realizar a truncatura num instante em que amplitude da resposta impulsional se aproxima o mais possível de zero.

Aplicando os critérios enunciados no capítulo 4, a avaliação do desvio do módulo da resposta electroacústica deste altifalante de uma constante entre as frequências de 105 Hz e de 20,43 kHz, conduziu a um valor de 3,1 dB para o desvio (padrão) e a um valor de 7,5 dB para a amplitude do maior desvio (de uma constante) verificado naquela resposta; as frequências limite utilizadas são aquelas para as quais o módulo da resposta está aproximadamente a -3 dB do seu valor médio.

6.3.2 Igualização da resposta electroacústica por aplicação de filtros inversos IIR e FIR

Com o intuito de validar experimentalmente a ideia sustentada nesta dissertação de igualizar a resposta electroacústica por pré-processamento do sinal de áudio por meio de um filtro que realiza o inverso daquela resposta com a introdução de um atraso, procedeu-se então à determinação de soluções de igualização com base na resposta electroacústica impulsional medida.

A aplicação de soluções de igualização baseadas em filtro inverso IIR, tal como proposto no capítulo anterior, dado o carácter multidimensional não linear do problema da determinação dos coeficientes implica a realização de uma pesquisa de mínimos para determinação de soluções de projecto óptimas.

Nesse sentido os testes realizados conduziram à aplicação do algoritmo proposto para o projecto de filtros inversos IIR com 64 zeros e com um número de pólos a variar entre 24 e 64 para uma variação do atraso entre 14 e 88 amostras.

O resultado desta pesquisa de mínimos do valor do erro quadrático no projecto de filtros inverso do tipo IIR com 64 zeros é apresentado na figura 6.9 em que se representa o valor eficaz do erro em função do número de pólos e do atraso.

A identificação dos valores mínimos do erro quadrático naquela superfície indicam soluções de igualização baseadas em filtros inversos com 64 zeros, com 60 a 64 pólos para valores do atraso entre 40 a 75 amostras, tal como sugerem as representações parciais do valor eficaz do erro quadrático apresentadas nas figuras 6.10 e 6.11 respectivamente para filtros inversos com números de pólos entre 59 e 61 e com um número de pólos entre 61 e 63.

Usando um procedimento idêntico ao apresentado no capítulo anterior identificaram-se algumas soluções para os coeficientes do filtro inverso, do tipo IIR que conduzem a mínimos do erro quadrático.

A solução que conduz ao valor mínimo do erro quadrático verifica-se para um filtro IIR com 60 pólos para um atraso 74 amostras, tal como evidencia a representação apresentada na figura 6.12 da curva do valor eficaz do erro em função do atraso para filtros com 60 pólos.

Esta representação da figura 6.12 evidencia também um pequeno patamar do valor do erro para soluções dos coeficientes do filtro obtidas com atrasos entre 65 e 74 amostras.

Verifica-se também por análise de outras possibilidades para o número de pólos, por exemplo para soluções com 62 pólos, um comportamento idêntico no valor e no andamento da curva de erro em função do atraso.

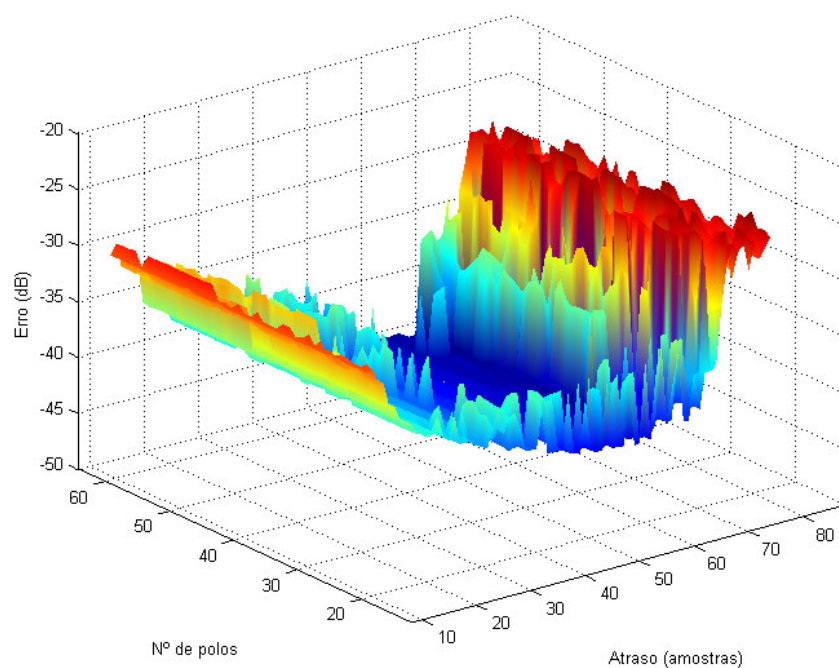


Figura 6.9 – Representação do valor eficaz do erro quadrático de aproximação no projecto de filtros inversos com 64 zeros em função do número de pólos e do atraso

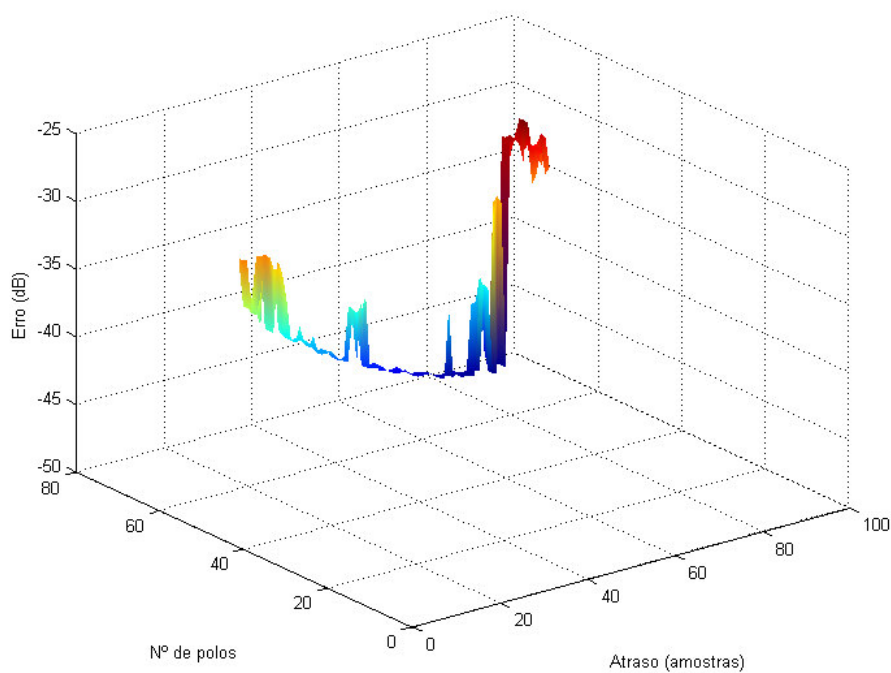


Figura 6.10 – Representação parcial do valor eficaz do erro quadrático de aproximação no projecto de filtros inversos com 64 zeros e com pólos entre 59 e 61, em função do atraso

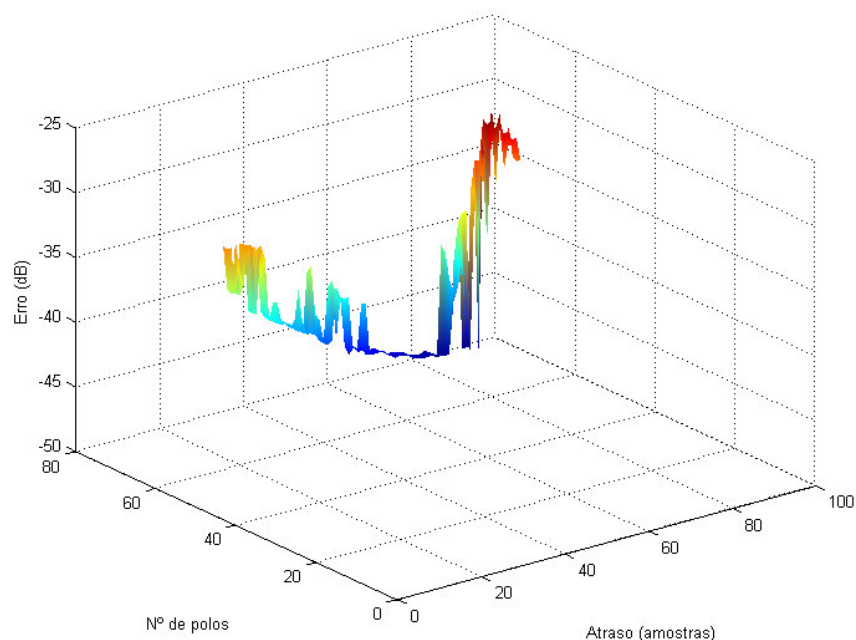


Figura 6.11 – Representação parcial do valor eficaz do erro quadrático de aproximação no projecto de filtros inversos com 64 zeros e com pólos entre 61 e 63, em função do atraso

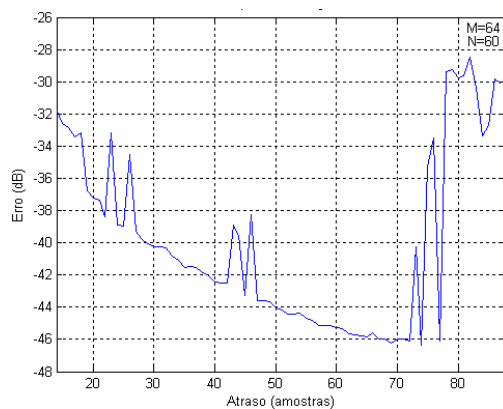


Figura 6.12 – Representação parcial do valor eficaz do erro quadrático de aproximação no projecto de filtros inversos com 64 zeros e com 60 pólos em função do atraso

Além da identificação de soluções de igualização baseadas em filtro IIR identificaram-se também soluções de igualização baseadas em filtro do tipo FIR, equivalentes em número de coeficientes.

A tabela 6.1 resume comparativamente os resultados do projecto de soluções de igualização - baseadas em filtros IIR e em filtros FIR - quanto ao valor eficaz do erro quadrático no domínio do tempo, ao valor médio e máximo do desvio do módulo da resposta relativamente a uma constante no domínio da frequência e quanto ao atraso no sistema igualizado.

Os resultados apresentados naquela tabela evidenciam uma ligeira vantagem da solução de igualização baseada em filtro IIR relativamente à solução baseada em filtro FIR quanto ao valor

do erro quadrático no domínio do tempo quando se comparam soluções exigindo o mesmo número de coeficientes; no que respeita ao atraso do sistema igualizado não é evidente uma vantagem comparativa de qualquer uma das soluções.

Tabela 6.1 – Comparação dos resultados da igualização da resposta electroacústica por filtro inverso IIR e FIR

Tipo de filtro	Ordem/Comprimento	Atraso	Erro (dB)	Valor do desvio (dB)	Valor máximo do desvio (dB)
IIR	64/60	74	-46,34	0,46	4,43
	64/62	47	-44,20	0,55	6,82
		69	-46,17	0,42	4,91
		76	-46,21	0,46	5,70
	64/64	68	-46,27	0,42	3,80
FIR	125	70	-44,68	0,48	5,46
	127	72	-44,81	0,49	5,76
	129	74	-44,97	0,48	5,93

A título exemplificativo dos resultados do projecto de filtros inversos, apresentam-se duas possibilidades para igualização da resposta electroacústica impulsional, uma baseada num filtro IIR de ordem 64/60 que introduz um atraso de 74 amostras e uma outra solução baseada em filtro FIR com comprimento 125 introduzindo um atraso de 70 amostras.

O mapa de pólos e zeros do filtro inverso filtro IIR de ordem 64/60 é apresentado na figura 6.13.

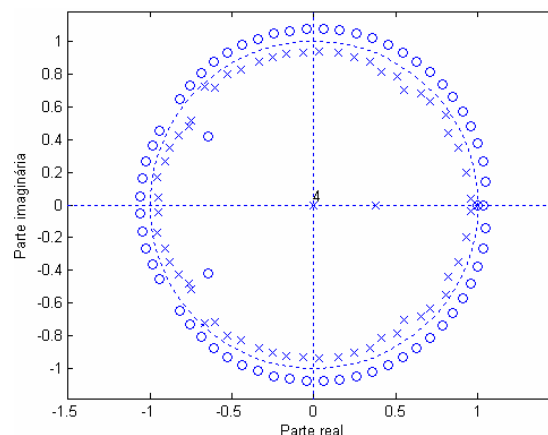


Figura 6.13 – Mapa dos pólos e zeros do filtro inverso IIR de ordem 64/60 obtido com um atraso de 74 amostras

Na figura 6.14 apresenta-se no domínio do tempo a resposta impulsional a igualizar e a resposta impulsional igualizada e no domínio da frequência a respostas a igualizar, do filtro inverso e igualizada.

Na figura 6.15 apresentam-se no domínio do tempo e da frequência os resultados alcançados com a solução baseada em filtro do tipo FIR com resposta impulsional com 125 amostras; na figura à esquerda apresenta-se a resposta impulsional a igualizar e a resposta impulsional igualizada e no domínio da frequência as respostas a igualizar, do filtro inverso e igualizada.

As representações apresentadas nas figuras anteriores evidenciam como pretendido respostas electroacústicas impulsionais igualizadas próximas de uma resposta do tipo impulso unitário.

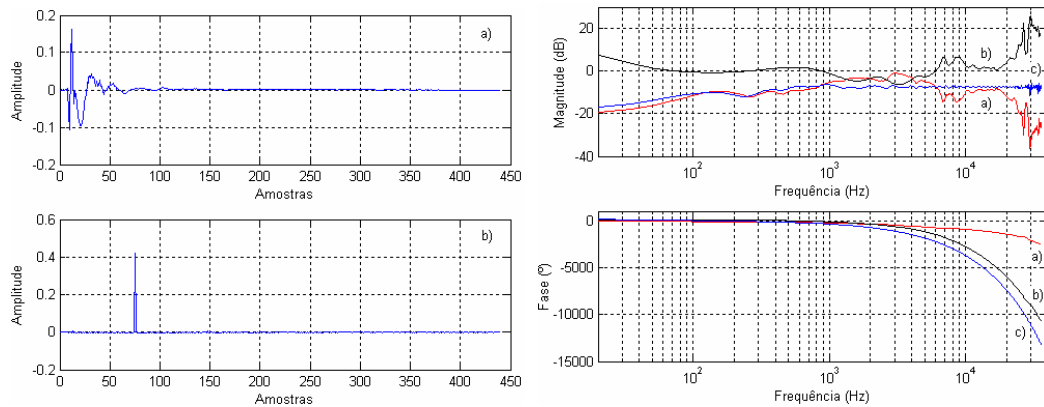


Figura 6.14 – À esquerda: resposta impulsional a) altifalante a igualizar b) altifalante igualizado. À direita: resposta em frequência a) a igualizar b) do filtro inverso IIR c) igualizada

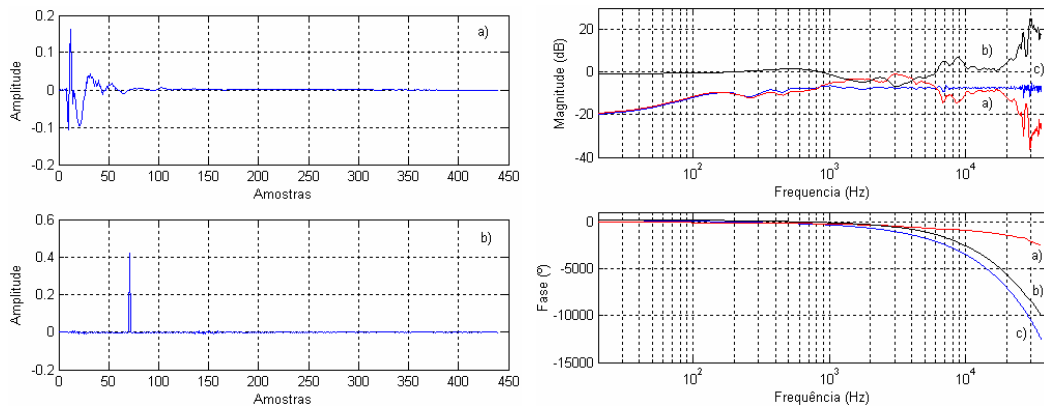


Figura 6.15 – À esquerda: resposta impulsional a) altifalante a igualizar b) altifalante igualizado. À direita: resposta em frequência: a) a igualizar b) do filtro inverso FIR c) igualizada

As soluções de igualização referidas na tabela 6.1 foram utilizadas com o intuito de avaliar e determinar experimentalmente a resposta electroacústica igualizada. Todavia a avaliação experimental desta resposta é limitada pela resposta em frequência dos filtros antialiasing, em particular pela pendente da transição para as suas banda de corte. Assim a resposta electroacústica impulsional igualizada afastar-se-á da esperada resposta do tipo impulso unitário.

Na figura 6.16 apresentam-se no domínio do tempo o resultado experimental da resposta impulsional igualizada e no domínio da frequência a resposta a igualizar e a resposta igualizada resultante da aplicação de filtro inverso IIR de ordem 64/60, projectado com um atraso de 74 amostras.

A resposta impulsional igualizada apresentada na figura 6.16 inclui o tempo de propagação relativo à distância entre o sistema altifalante e microfone (de aproximadamente 204 amostras); o atraso experimental do sistema igualizado é evidente também naquela figura e é de 78 amostras, superior em 4 amostras ao valor de projecto devido a atrasos introduzidos pelos constituintes da cadeia de medição.

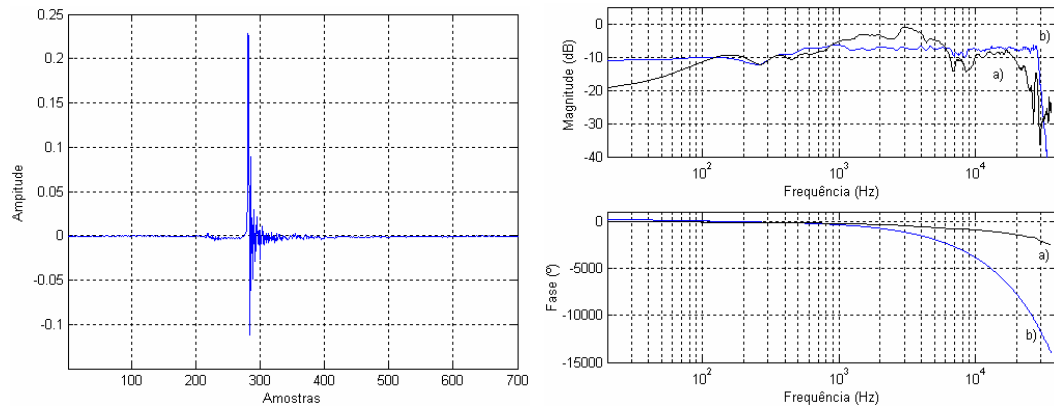


Figura 6.16 – À esquerda: resposta impulsional do altifalante igualizado. À direita: resposta em frequência a) altifalante a igualizar b) altifalante igualizado

A resposta electroacústica igualizada na sua representação na frequência apesar de revelar a referida limitação de banda imposta pelos filtros aliasing, revela também uma resposta mais próxima de uma constante do que a resposta medida.

Numa representação idêntica à utilizada para o caso dos resultados com a aplicação de filtro inverso IIR apresenta-se na figura 6.17 os resultados experimentais da igualização da resposta electroacústica deste altifalante com a aplicação de filtro inverso FIR com comprimento 125, projectado com um atraso de 70 amostras.

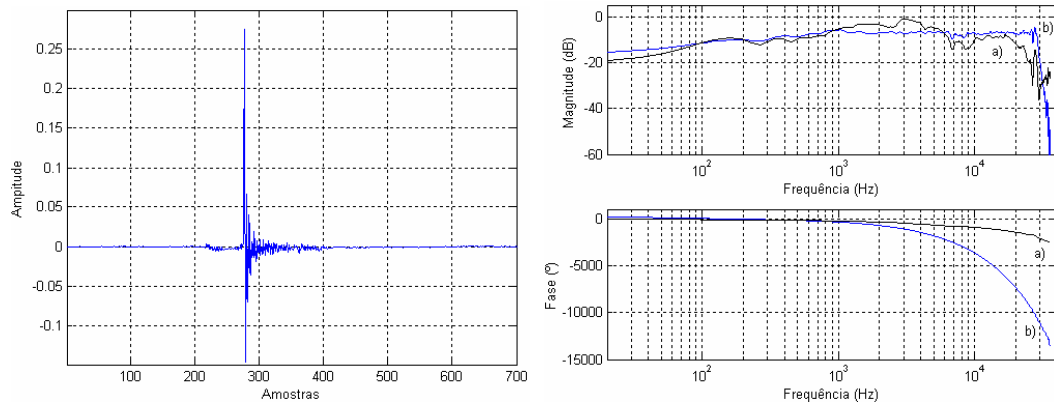


Figura 6.17 – À esquerda: resposta impulsional do altifalante igualizado. À direita: resposta em frequência a) altifalante a igualizar b) altifalante igualizado

A resposta igualizada é bastante próxima da obtida com filtro IIR, em parte devido a limitação de banda imposta pelos filtros antialiasing, sendo o atraso experimental da resposta igualizada de 74 amostras, superior também em 4 amostras ao valor de projecto devido a atrasos introduzidos pelos constituintes da cadeia de medição.

As outras soluções de igualização constantes na tabela 6.1 foram também avaliadas experimentalmente de forma idêntica à descrita e caracterizadas quanto ao atraso do sistema igualizado, ao valor do erro relativamente à resposta pretendida do tipo impulso no domínio do tempo e ao valor (médio e máximo) do desvio relativamente a uma constante do módulo da resposta em frequência. A tabela 6.2 resume os resultados desta avaliação experimental.

Tabela 6.2 – Comparação dos resultados experimentais da igualização por filtro inverso IIR e FIR

Tipo de filtro	Ordem/Comprimento	Atraso experimental	Erro (dB)	Valor do desvio (dB)	Valor máximo do desvio (dB)
IIR	64/60	78	-29,18	0,63	4,46
	64/62	51	-29,01	0,98	9,64
		73	-29,12	0,67	7,96
		80	-29,07	0,65	5,45
	64/64	72	-28,75	0,65	5,69
FIR	125	74	-29,26	0,72	5,69
FIR	127	76	-29,06	0,74	6,45
FIR	129	78	-29,15	0,79	6,81

O valor do erro no domínio do tempo é pouco informativo como esperado principalmente pelo mascaramento imposto pela resposta em frequência dos filtros antialiasing mas também pela reduzida diferença que caracteriza as soluções de igualização projectadas com base em filtro IIR e em filtro FIR, em apreciação e avaliação experimental; no entanto o valor do desvio relativamente a uma resposta constante nas frequências revela alguma vantagem da solução baseada em filtro IIR relativamente à solução baseada em filtro FIR.

6.4 Conclusão

Neste capítulo relatou-se o procedimento seguido para validar experimentalmente a metodologia proposta nesta dissertação para a igualização da resposta de sistemas electroacústicos de fase não mínima, com base no pré-processamento do sinal áudio por filtro que realiza o inverso daquela resposta.

Para este efeito foi desenvolvido um sistema experimental de medição de respostas electroacústicas.

Este sistema de medição, desenvolvido com base num sistema de aquisição de 16 bits do fabricante National Instruments™, permite a aquisição de dois canais de entrada, de forma síncrona com a excitação gerada pelo conversor digital-analógico, com uma banda útil de medida de 28 kHz com frequência de amostragem de 72 kHz por canal.

O interface de software para o sistema de aquisição foi desenvolvido de forma a permitir a integração e utilização no ambiente de trabalho Matlab™. Para tal, desenvolveu-se um interface em C via ficheiros C-MEX do Matlab™ e o software de desenvolvimento do sistema de aquisição, disponibilizado pelo fabricante National Instruments™.

A técnica de medição de respostas electroacústicas implementada e validada no sistema desenvolvido utiliza como sinal de excitação sequências de comprimento máximo (MLS).

O sistema altifalante do fabricante Acoustic Research™ (AR18BX) utilizado na validação experimental relatada neste capítulo é um sistema uniamplificado de duas vias com filtro de crossover de 1ª ordem no radiador de altas frequências.

A medida da resposta electroacústica impulsional deste sistema altifalante com o sistema de medição desenvolvido foi utilizada no projecto e teste de soluções de igualização baseadas em filtro inverso do tipo IIR e do tipo FIR.

A aplicação da metodologia de projecto proposta no capítulo anterior para filtros IIR com 64 zeros conduziu à identificação de mínimos do erro quadrático para 60 a 64 pólos e para atrasos situados na sua maioria entre 70 a 78 amostras.

A identificação na fase de projecto de soluções baseadas em filtro FIR equivalentes em número de coeficientes (às anteriores baseadas em filtro IIR) conduzem a sistemas igualizados com maiores erros no domínio do tempo, corroborando os resultados encontrados no capítulo anterior.

No que concerne ao atraso do sistema igualizado as soluções baseadas em filtro IIR não revelaram nos ensaios realizados vantagem sobre as soluções baseadas em filtro FIR.

A avaliação e medição experimentais de resposta electroacústicas igualizadas com as várias soluções identificadas na fase de projecto de filtros inversos revelaram-se consentâneas com o previsto.

As respostas electroacústicas impulsivas medidas referem-se a um sistema igualizado com atraso. A medida da resposta impulsional igualizada aproxima-se como esperado da de um sistema com resposta do tipo impulso, ainda que o mascaramento imposto pela resposta em frequência dos filtros antialiasing não o tenha permitido verificar experimentalmente em toda a plenitude. No entanto, a representação da resposta no domínio da frequência evidencia claramente, e desta vez experimentalmente os resultados e benefícios da igualização. O atraso do sistema igualizado verificado experimentalmente é ligeiramente superior em 4 amostras face ao determinado na fase de projecto devido a atrasos introduzidos pelo sistema de medição.

Os resultados experimentais confirmam a validade da metodologia proposta para a igualização da resposta de sistemas electroacústicos de fase não mínima, por pré-processamento de filtro inverso que realiza o inverso daquela resposta.

Porém, a realização de um maior número de ensaios experimentais com outros sistemas altifalantes, por exemplo com maior número de vias (de radiadores) e com crossovers de maior ordem, afiguram-se necessários para reforçar a validade e a vantagem da solução de igualização proposta nesta dissertação baseada em filtro inverso IIR, relativamente à solução baseada em filtro FIR.

A solução de igualização proposta apesar de ser caracterizada por uma fase de projecto menos imediata e mais complexa dada a multiplicidade de soluções que proporciona para os coeficientes dos filtros - o que pode também ser considerado uma vantagem - parece indiciar que os benefícios da redução do erro de igualização e da redução do atraso do sistema igualizado serão ainda mais evidentes quanto maior for a complexidade do sistema a igualizar.

Capítulo 7

Conclusões Perspectivas de evolução e de desenvolvimento futuro

7. Conclusões e perspectivas de evolução e de desenvolvimento futuro

7.1 Conclusões

Nesta dissertação propõe-se a igualização da resposta de sistemas electroacústicos, por pré-filtragem do sinal áudio de entrada, usando um único filtro digital que realiza o inverso da resposta. Propõe-se então compensar a distorção (linear) destes sistemas, corrigindo as irregularidades do módulo da sua resposta electroacústica e linearizando a sua resposta nas fases, ainda que com a introdução de um atraso, dado tratar-se, geralmente, de sistemas de fase não mínima.

Com este propósito, o trabalho realizado e relatado nesta dissertação debruça-se, sobretudo, sobre métodos e técnicas adequados ao projecto no domínio do tempo de filtros digitais inversos destinados à igualização da resposta impulsional de sistemas de fase não mínima.

Os trabalhos de investigação realizados conduziram ao desenvolvimento de um método de igualização inovador para sistemas electroacústicos de fase não mínima baseado no projecto de filtros inversos de resposta impulsional infinita (do tipo IIR), no domínio do tempo, segundo um critério de mínimo do erro quadrático entre a resposta impulsional desejada (objectivo) e a igualizada.

O método proposto permite a obtenção de soluções baseadas em filtros IIR permitindo, geralmente, não só menor erro de igualização mas também menor atraso no sistema igualizado do que as equivalentes soluções de igualização baseadas em filtros de resposta impulsional finita (do tipo FIR).

Estabelecem-se a seguir as principais metas alcançadas ao longo da realização deste trabalho de investigação que justificam não só o alinhamento seguido e o carácter de inovação da proposta deste método de projecto de filtros IIR, mas também a validade da metodologia proposta nesta dissertação para igualizar a resposta de sistemas electroacústicos.

Na caracterização dos radiadores electroacústicos electrodinâmicos apresentada no capítulo 2 destacou-se a inerente limitação na banda útil de frequências, realizada superiormente pela frequência, f_d , acima da qual o comportamento acústico do seu diafragma se afasta do de um pistão rígido, passando a evidenciar diversos e simultâneos modos de vibração que se manifestam também em irregularidades na resposta electroacústica do radiador.

Esta limitação na banda útil de frequências característica de cada tipo de radiador electrodinâmico resulta na necessidade de projectar e realizar sistemas altifalantes que permitam uma regular reprodução em toda a faixa de frequências do áudio. Os sistemas altifalantes combinam então vários tipos de radiadores, de baixas, de médias ou de altas frequências, e utilizam para o efeito frequentemente filtros divisores de frequência com característica combinada do tipo passa-tudo de forma a permitir respostas electroacústicas nas amplitudes mais uniformes, que impõem todavia uma característica de fase não linear típica dos sistemas de fase não mínima. Esta não linearidade da fase da resposta electroacústica manifesta-se na coloração do som reproduzido por estes sistemas.

Para além da caracterização apresentada, evidenciou-se também que o não alinhamento temporal das respostas electroacústicas dos radiadores contribui para irregularidades e distorção

de fase na resposta electroacústica dos sistemas altifalantes quando estes são montados separadamente na caixa.

A realidade revela sistemas altifalantes de média qualidade caracterizados por respostas electroacústicas com ondulação de pico a pico na banda de frequências de interesse que pode chegar aos 10 dB.

A síntese apresentada também no capítulo 2 relativa à relação entre a avaliação objectiva e a apreciação subjectiva mostra que anomalias associadas à distorção linear da resposta electroacústica no eixo principal destes sistemas são correlacionáveis com os resultados da apreciação psicoacústica. Os sistemas altifalantes com as respostas electroacústicas em frequência mais planas, suaves e extensas são os que obtêm melhor classificação na apreciação subjectiva dos ouvintes/auditores.

A última parte do capítulo 2, sistematizando e caracterizando as principais técnicas e métodos de medição da resposta electroacústica dos sistemas altifalantes, evidenciou a frequente utilização de sequências de comprimento máximo (MLS) nas medições, em parte devido à grande divulgação do sistema comercializado sobre a designação MLSSA e aos bons resultados que esta técnica de medição proporciona.

A correcção (igualização) da distorção de sistemas por aplicação dos seus inversos (filtros inversos) é uma ideia bem conhecida. Todavia, a característica de fase não mínima dos sistemas electroacústicos, evidenciada também no capítulo 3 recorrendo à análise cepstral de respostas impulsivas electroacústicas, levanta consideráveis dificuldades associadas à obtenção de inversos causais e estáveis produzindo, frequentemente, filtros inversos de elevada ordem que introduzem também elevados atrasos no sistema igualizado.

O atraso a introduzir, necessário à obtenção de inversos causais depende da proximidade ao círculo unitário dos zeros do sistema a igualizar, tal como sugeriu o exemplo apresentado no capítulo 3 com o projecto de filtros inversos pelo método da divisão longa.

Na descrição do estado de arte apresentada no capítulo 4 sobre a igualização de sistemas electroacústicos de fase não mínima evidenciaram-se as principais características, vantagens e desvantagens dos métodos utilizados no projecto dos filtros inversos.

O método de igualização correntemente mais utilizado e divulgado recorre ao projecto de filtros inversos do tipo FIR. O erro a minimizar é linear nos coeficientes do filtro para cada valor do atraso. O valor do atraso que permite soluções de filtragem inversa de menor erro é aproximadamente igual a metade do comprimento do filtro inverso.

Esta metodologia permite obter soluções de igualização eficazes e optimizadas segundo um critério efectivo de mínimo do erro entre a resposta pretendida e a igualizada, para cada valor possível para o atraso do sistema. A elevada ordem dos filtros inversos FIR requerida para um dado erro de igualização, associada também a elevados atrasos do sistema igualizado, são as principais desvantagens deste método de projecto.

Um segundo método proposto para a igualização de sistemas electroacústicos recorre à utilização combinada de dois filtros para realizar efectivamente o inverso da resposta do sistema altifalante a igualizar; estes filtros são obtidos a partir de um modelo paramétrico do altifalante, modelo este obtido a partir da resposta impulsional electroacústica. A inversão directa da parte de fase mínima da descrição paramétrica permite identificar um filtro IIR para igualização das amplitudes da resposta. A inversão no tempo da resposta impulsional da parte passa-tudo da descrição paramétrica, truncada e atrasada adequadamente, permite identificar um outro filtro, do tipo FIR, que realiza a igualização da fase da resposta electroacústica. O

atraso da resposta impulsional igualizada é igual ao comprimento do filtro FIR de igualização de fase menos uma unidade.

A eficácia deste método de igualização depende fortemente do modelo paramétrico utilizado, podendo este ser de elevada ordem para assegurar a descrição de particularidades da resposta electroacústica a corrigir. Pese embora este método assentar num processo não optimizado no projecto separado de dois filtros que realizam o inverso da resposta a igualizar, permite todavia soluções de igualização eficazes.

Um outro método de igualização descrito no capítulo 4 sustenta-se no projecto de filtro inverso FIR com deformação do eixo de frequências (*Warped FIR*), proposto originalmente para igualizar apenas o módulo da resposta electroacústica. Recorre-se à deformação do eixo de frequências para permitir uma resolução não uniforme atribuindo por exemplo maior resolução na faixa das baixas frequências para reduzir a ordem dos filtros. Esta deformação permite então privilegiar por exemplo a zona das baixas frequências para efeitos da igualização do módulo da resposta, naturalmente prejudicando em parte zonas das altas frequências.

Apesar de este método ser proposto apenas para a igualização do módulo da resposta, nada impede que a igualização de fase possa ser obtida recorrendo à concepção de um filtro FIR de forma idêntica à realizada no método anteriormente descrito. Todavia neste caso o comprimento do igualizador de fase utilizado deve ser adequadamente escolhido de forma a não degradar a igualização alcançada nas amplitudes às baixas frequências. Com esta formulação este método de igualização assenta no projecto de dois filtros, de forma não optimizada quando se considera a linearização da fase da resposta.

Os exemplos e resultados apresentados no capítulo 4 relativos à igualização da resposta dos altifalantes 1 e 2 indicam que o método baseado em filtros inversos FIR são os que conduzem a soluções de igualização simultânea do módulo e da fase da resposta electroacústica com menor erro final. No entanto, a igualização por filtro IIR seguida de filtro FIR é efectiva ainda que o erro de igualização que se verificou seja ligeiramente maior do que a solução de igualização baseada em filtro inverso FIR, para o mesmo número de coeficientes.

Os exemplos e resultados apresentados no capítulo 4 evidenciaram também o bom desempenho das descrições de sistemas do tipo pólo-zero e destacaram o potencial inovador de uma solução de igualização baseada num único filtro recursivo, do tipo IIR, com erros de igualização idênticos àqueles da solução baseada em filtro inverso FIR, exigindo um menor número de coeficientes dos filtros e permitindo menores atrasos do sistema igualizado.

Tendo em vista este objectivo desenvolveu-se um novo método para igualização da resposta de sistemas (electroacústicos) de fase não mínima baseado em filtro inverso de resposta impulsional infinita (IIR), projectado no domínio do tempo segundo um critério de mínimo do erro quadrático entre a resposta impulsional desejada e a igualizada.

O método desenvolvido e proposto para o projecto deste filtro IIR assenta numa formulação do tipo “erro de saída”, que conduz a uma função do erro a minimizar não linear nos coeficientes do filtro inverso. A determinação de soluções causais (estáveis) requerem a introdução de um atraso no sistema igualizado ou de forma equivalente implicam a utilização de um atraso de modelização (inversa) no projecto do filtro. A função do erro a minimizar revelou-se ser, também, não linear em função do valor deste atraso.

O algoritmo proposto realiza uma minimização da função de erro de igualização para filtros inversos com um número fixo de zeros, um número de pólos variável entre limites previamente definidos e para valores do atraso (de modelização inversa) situados num intervalo também previamente definido, tendo como limite inferior o valor médio do atraso de grupo do sistema a igualizar.

No método de projecto proposto a minimização da função de erro foi realizada recorrendo a métodos especializados para funções de erro quadrático não lineares, nomeadamente os métodos de Levenberg-Marquardt e de Gauss-Newton. Foi utilizada a implementação destes métodos de optimização disponibilizada pelo Matlab™ no desenvolvimento e validação desta técnica de projecto de filtro inverso IIR para igualização de sistemas de fase não mínima.

A ilustração das potencialidades e inconvenientes deste método foi realizada através do projecto de filtros inversos IIR para igualização da resposta electroacústica do altifalante 1.

A título de exemplo, a aplicação do método de projecto proposto à identificação de soluções de filtragem inversa do tipo IIR conduziu, por exemplo, a soluções de igualização com 64 zeros, 40 pólos, com atrasos de 45 amostras e um erro de - 44,73 dB, em contraponto com uma solução de filtragem inversa do tipo FIR, com o mesmo número de coeficientes, 105, que implica um atraso de 77 amostras, com um erro de igualização de - 42,98 dB.

Os restantes resultados com aquele número de zeros corroboraram os resultados do exemplo anterior, revelando a existência de soluções de igualização baseadas em filtros IIR exigindo um menor número de coeficientes do que as soluções baseadas em filtro inverso FIR com erros de igualização inferiores e com menores atrasos no sistema igualizado.

A multidimensionalidade do problema tem a vantagem de proporcionar um maior número de soluções de filtragem inversa resultando, no entanto, numa técnica de projecto menos imediata do que a de filtros FIR, que pode levantar algumas dificuldades face à existência de maior número de soluções (possibilidades) que pode ser necessário testar.

Porém, os ganhos computacionais resultantes da redução do número de coeficientes do filtro e a redução no atraso, para o mesmo erro (de igualização), no sistema igualizado proporcionados pela aplicação desta metodologia de igualização baseada em filtro inverso IIR são vantagens relevantes desta solução quando comparada com a baseada em filtro FIR, tal como sugeriram os exemplos e resultados apresentados no capítulo 5.

A fim de avaliar e validar experimentalmente a proposta de igualização de sistemas electroacústicos de fase não mínima por aplicação dos seus inversos e de avaliar o desempenho do novo método de igualização baseado em filtro IIR foi desenvolvido um sistema experimental de medição de respostas electroacústicas, tal como descrito no capítulo 6.

A técnica de medição de respostas electroacústicas implementada e validada no sistema desenvolvido utiliza como sinal de excitação sequências de comprimento máximo (MLS).

O sistema altifalante utilizado na validação experimental é um sistema uniamplificado de duas vias do fabricante Acoustic Research™ (AR18BX), com filtro de crossover de 1ª ordem no radiador de altas frequências, sendo este ligado com polaridade invertida.

A identificação na fase de projecto de soluções de igualização baseadas em filtro inverso FIR equivalentes em número de coeficientes às baseadas em filtro IIR conduz a sistemas igualizados com maiores erros no domínio do tempo, corroborando os resultados encontrados no capítulo anterior. No que concerne ao atraso do sistema igualizado as soluções baseadas em filtro IIR não revelaram nos ensaios realizados vantagem aparente sobre as soluções baseadas em filtro FIR.

A avaliação e medição experimentais de respostas electroacústicas igualizadas com as várias soluções de igualização identificadas na fase de projecto de filtros inversos revelaram-se consentâneas com o previsto. A resposta impulsional igualizada medida é a de um sistema igualizado com atraso, aproximando-se como esperado de um sistema com resposta do tipo impulso, ainda que com algum mascaramento imposto pela resposta em frequência dos filtros

antialiasing. No entanto, a representação da resposta no domínio da frequência evidencia claramente os resultados e benefícios da igualização.

Os resultados experimentais alcançados confirmam a validade da metodologia proposta para a igualização da resposta de sistemas electroacústicos de fase não mínima, por pré-processamento de filtro inverso que realiza o inverso daquela resposta.

A solução de igualização proposta nesta dissertação baseada em filtro inverso IIR, apesar de ser caracterizada por uma fase de projecto menos imediata e mais complexa dada a multiplicidade de soluções que proporciona para os coeficientes dos filtros, permite soluções computacionalmente vantajosas, com redução do erro de igualização e do atraso no sistema igualizado.

7.2 Perspectivas de evolução e desenvolvimento futuro

O presente trabalho permite-se a ser continuado de diversas formas.

Umás centram-se essencialmente nos métodos de projecto de filtros inversos - o tema central desta dissertação - outras, referem-se essencialmente a dar continuidade na realização de ensaios experimentais com diversos sistemas altifalantes.

Referem-se as duas principais linhas de trabalho cujo prosseguimento se afigura ser o mais adequado e relevante.

A primeira prende-se directamente com a optimização do método proposto para o projecto de filtros inversos do tipo IIR.

A multidimensionalidade associada às descrições de sistemas com pólos e zeros, nomeadamente a escolha da ordem do filtro, e os limites de variação do atraso a introduzir para a obtenção de filtros inversos causais e estáveis, merecem a continuidade do trabalho realizado.

Por exemplo, seria interessante relacionar a localização dos zeros de fase não mínima do sistema a igualizar com os limites do intervalo de variação do atraso a utilizar no projecto dos filtros inversos.

Afim aos métodos de projecto de filtros, merece uma nota a questão da realização prática da de filtros digitais do tipo IIR considerados na solução de igualização proposta.

Os filtros digitais do tipo IIR apresentam como se sabe algumas limitações associadas à sua realização por processamento por aritmética de precisão finita.

Por este facto, parece importante poder antecipar o impacto da quantificação dos coeficientes dos filtros inversos e dos erros de processamento no resultado da filtragem inversa do tipo IIR e no erro final de igualização, quando, por exemplo, esta é realizada por implementações em microprocessador de sinal.

A segunda linha de continuidade deste trabalho refere-se à realização de ensaios experimentais com vários sistemas altifalantes tendo em vista a avaliação real, alargada, do impacto da igualização não só do ponto de vista objectivo como também do ponto de vista de apreciação subjectiva.

Na avaliação objectiva da igualização para além dos critérios no domínio do tempo e da frequência utilizados nesta dissertação seria útil avaliar o impacto da igualização na distorção não linear dos sistemas altifalantes, em particular nas baixas frequências. É de prever que a sobre-elevação da excitação destinada a compensar a atenuação natural do sistema altifalante

possa ter efeitos adversos na elongação produzida no movimento e correspondente aumento de distorção não linear.

Esta avaliação seria facilitada com a implementação, desenvolvimento e validação de uma outra técnica de medição baseada, por exemplo, na utilização de sinais de excitação sinusoidais de frequência logaritmicamente crescente no tempo de forma a permitir a obtenção imediata daquelas componentes não lineares.

Os resultados desta avaliação objectiva da distorção não linear dos sistemas electroacústicos igualizados poderiam, eventualmente, justificar a escolha de uma resposta impulsional para o sistema igualizado diferente da do impulso unitário, por exemplo nos casos em que a extensão da igualização até às muito baixas frequências conduza a inaceitáveis aumentos da distorção não linear.

Referências

Referências bibliográficas

Referências bibliográficas

- [Aarts, 88] Aarts, R. M., Kaizer, J. M, (Philips Research Laboratories,) Simulation of Loudspeaker Crossover Filters with a Digital Signal Processing, Journal of the Audio Engineering Society, vol. 36, nº 3, pp. 115-121, 1988
- [Aarts, 89] Aarts, R. M., Kaizer, J. M, (Philips Research Laboratories) A New Method for Design of Crossover Filters, Journal of the Audio Engineering Society, vol. 36, nº 3, pp. 445-454, 1989
- [Aarts, 95] Aarts, R. M., On the design and psychophysical assessment of loudspeaker systems, Tese de Doutorado, Universidade Técnica de Delft, ed. Philips Electronics R&D, 1995
- [Aarts, 03] Aarts, R. M., et al, (Philips Research Laboratories) Approximation of the Stuve function occurring in impedance calculations”, 113 (5), pp. 2635-2637, Journal of the Acoustical Society of America, 2005
- [Aarts, 04] Aarts, R. M., et al, Audio Bandwidth Extension: Application of Psychoacoustics, Signal Processing and Loudspeaker Design, Cap. 1, Wiley & Sons, 2004 (members.chello.nl/r.aarts2/index.html)
- [Analog, 02] SigmaDSP™ Digital Audio Processor with On-Board Converters, Analog Devices, 2002
- [Ascendo, 04] Ascendo Loudspeakers, System Z-s, (www.ascendo.de), 2004
- [Alesis, 03] ProLinear 820 DSP Professional, 2 Way Active DSP Studio Monitors, (www.alesis.com), Alesis, 2003
- [Azevedo, 95] Azevedo, R. P. B. G., Sistema de Medição de Funções de Transferência Electroacústicas, Tese de Mestrado, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto – Portugal, 1995
- [Bauman, 84] Bauman, P., Lipshitz, S. P., Vanderkooy, J., Cepstral Techniques for Transducer Measurement – Part I, 76th Audio Engineer Society Convention, 1984
- [Bauman, 85a] Bauman, P., Lipshitz, S. P., Vanderkooy, J., Cepstral Techniques for Transducer Measurement – Part II, 79th Audio Engineer Society Convention, 1985
- [Bauman, 85b] Bauman, P., Lipshitz, S. P., Vanderkooy, J., Cepstral Analysis of Electroacoustic Transducers, pp. 1832-1835, IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), 1985
- [Bean, 1989] Bean, C., Craven, P. G., Loudspeaker and room correction using signal processing, 86th Audio Engineering Society (AES) Convention, Mar., 1989
- [Bendat, 00] Bendat. J. S., Random Data Analysis and Measurement Procedures, 3ª ed.^a, Wiley & Sons, 2000

- [Beranek, 86] Beranek, L., Acoustics, Acoustical Society of America, 1986
- [Berman, 1977] Berman, J. M., Fincham, J. M., The application of digital techniques to the measurement of loudspeakers, Journal of the Audio Engineering Society, vol. 25, pp. 370-384, 1977
- [Bharitkar, 03] Bharitkar, S., Kyriakakis, C., A Comparison between Multichannel Audio Equalization Filters using Warping, IEEE Workshop on Applications of Signal Processing to Audio and Acoustics, WASPAA03, pp. 63 – 66, 2003
- [Blauert, 78] Blauert, J., Group delay distortions in electroacoustical systems, Journal of The Acoustical Society of America, 63 (5), May, 1978
- [Borish, 83] Borish, J., Angell, J. B., An Efficient Algorithm for Measuring the Impulse Response Using Pseudorandom Noise”, Journal of the Audio Engineering Society, vol 31, n° 7, pp 478-488, 1983
- [Bücklein, 81] Bucklein, J., The Audibility of Frequency Response Irregularities, Journal of the Audio Engineering Society, vol 29, n° 3, pp 126-131, 1981
- [Cadzow, 76] Cadzow, J. “Recursive Digital Filter Synthesis via Gradient based Algorithms”, IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, vol. ASSP-24, n° 5, pp. 349 – 355, Oct., 1976
- [Cadzow, 90] Cadzow, J. “Signal Processing via Least Squares Error Modeling”, IEEE Acoustics, Speech and Signal Processing Magazine, Oct., 1990
- [Ciochina, 99] Ciochina, S., “The IIR-RLS Adaptive Algorithm: A General Approach and Simplified Versions”, Internatoional Symposium on Signals, Circuits and Systems, SCS’99, pp 171 - 174, 1999
- [Clarkson, 85] Clarkson, P.M., Mourjopoulos, Hammond, J.K., Spectral, Phase and Transient Equalization for Audio Systems, Journal of the Audio Engineering Society, vol. 33, n° 3, pp. 127-132, 1985
- [Christopher, 94] Christopher, J., Temme, S., Simulated Free Field Measurements, Journal of the Audio Engineering Society, pp 467-482, vol 42, n° 6, 1994
- [Colloms, 97] Colloms, M, High Performance Loudspeakers, Wiley and Sons, 1997
- [Craven, 90] Craven, P. G., Time versus frequency domain correction of room responses, , Proceedings of the Institute of Acoustics (Proc. IOA), vol. 12- Part 8, Nov. 1990
- [Diniz, 97] Diniz, P. S. R., Adaptive Filtering: Algorithms and Practical Implementation, Kluwer Academic Publishers, 1997
- [Dunn, 93] Dunn, C., Hawksford, M. O., Distortion Immunity of MLS-Derived Impulse Response Measurements, Journal of the Audio Engineering Society, vol 41, n° 5, pp 314-335, 1993
- [Dziehcinski, 03] Dziehcinski, P., Digital equalization of Loudspeakers, PhD Thesis, Wroclaw University of Technology, Poland, (in polish) 2003

- [Dziechcinski, 04] Dziechcinski, P., Comparison of Loudspeaker Equalization Techniques, PhD Final Technical Report (english), Wroclaw University of Technology, Poland, 2004
- [Elliot, 89] Elliot, S. J., Nelson, P. A, Multiple-point Equalization in Room using Adaptive Digital Filters Journal of the Audio Engineering Society, pp. 899-907, vol. 37, n° 11, 89
- [Farina, 00] Farina, A., Simultaneous measurement of impulse response and distortion with a swept-sine technique, 108th Audio Engineering Society Convention, February, 2000
- [Fincham, 1985a] Fincham, L. R., Refinements in Impulse testing of Loudspeakers, Journal of the Audio Engineering Society, vol 33, n° 3, pp 133-140, 1985
- [Fincham, 1985b] Fincham, L. R., The Subjective Importance of Uniform Group delay at Low Frequencies, Journal of the Audio Engineering Society, vol 33, n° 6, pp 436-439, 1985
- [Flanagan, 05] Flanagan, S., et. al, Discrimination of Group Delay in Clicklike Signals presented via Headphones and Loudspeakers, Journal of the Audio Engineering Society, vol. 53, n° 7/8, pp. 593-611, 2005
- [Freitas, 90] Freitas, D., Modelização Paramétrica de Funções de Transferência Electroacústicas, Tese de Doutoramento, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto – Portugal, 1990
- [Gabrielsson, 91] Gabrielsson, A., et. al, “Loudspeaker Frequency Response and Perceived Sound Quality, Journal of Acoustical Society of America, 90 (2), Aug., 1991
- [Gill, 97] Gill, P. E., Pratical Optimization, Academic Press, 1997
- [Greenfield, 89] Greenfield, R., Hawksford, M, Efficient Filter Design for Loudspeaker Equalization, 86th Audio Engineering Society (AES) Convention, 1989
- [Greenfield, 90a] Greenfield, R., Hawksford, M., A Comparative Study of FIR and IIR Digital Equalization Techniques for Loudspeaker Systems, Proceedings of the Institute of Acoustics (Proc. IOA), vol. 12, part 8, 1990
- [Greenfield, 90b] Greenfield, R., The Audibility of Loudspeaker Phase Distortion, 88th Audio Engineering Society (AES) Convention, 1990
- [Greenfield, 91a] Greenfield, R., Hawksford, M, Efficient Filter Design for Loudspeaker Equalization, Journal of the Audio Engineering Society, vol. 39, n. 10, pp. 739-751, 1991
- [Greenfield, 91b] Greenfield, R., Digital Equalization Techniques to Loudspeaker Equalization, PhD Thesis, University of Essex, U.K., Sep. 1991
- [Greenfield, 92] Greenfield, R., Hawksford, M., A Discussion on the Application and Merits of Employing IIR Structures to the task of Acoustic Equalization, 93rd Audio Engineering Society (AES) Convention, 1992
- [Greenfield, 93] Greenfield, R., Hawksford, M, Comment on “Efficient Filter Design for Loudspeaker Equalization”, Journal of the Audio Engineering Society, vol. 41,

n° 7, pp. 365-366, 1993

- [Gross, 98] Gross, M., et. al, "Adaptive Inverse Filtering to Equalize and Linearize a Loudspeaker Response, Journal of Acoustical Society of Japan (E), 19 (6), 1998
- [Gunness, 05] Gunness, D. W., Improving Loudspeaker Transient Response with Digital Signal Processing, 119th Audio Engineering Society (AES) Convention, Oct., 2005
- [Härmä, 00a] Härmä, A., Karjalainen, M., et al, Frequency-Warped Signal Processing for Audio Applications, Journal of the Audio Engineering Society, vol. 48, n. 11, pp. 1011-1031, 2000
- [Härmä, 00b] Härmä, A., Implementation of Frequency-Warped recursive Filters, Signal Processing, 80 pp. 543-548, 2000
- [Härmä, 00b] Härmä, A., Frequency-warped autoregressive modeling and filtering. PhD Thesis, Helsinki University of Technology, Finland, 2001
- [Hashemi, 96] Hashemi, S. Hammond, J.K, The Interpretation of Singular Values in the Inversion of Minimum and Non-minimum phase systems, Mechanical Systems and Signal Processing, 10 (3), 225-240, 1996
- [Hayes, 96] Hayes, M, Statistical Signal Processing and Modeling, Chapter 4 (pp. 129-213), Wiley and Sons, 1996
- [Hatziantoniou, 04] P. Hatziantoniou, J. Mourjopoulos, Real-Time Room Equalization Based on Complex Smoothing: Robustness Results", presented at the Audio Engineering Society 116th Convention, Berlin, May 2004.
- [Hawksford, 92] Hawksford, M., Asymetric All-Pass Crossover Alignments, 93rd Audio Engineering Society Convention, 1992
- [Hawksford, 97] Hawksford, M., Digital Signal Processing Tools for Loudspeaker Evaluation and Discrete-Time Crossover Design, Journal of the Audio Engineering Society, vol. 45, n. 1/2, pp. 37-62, 1997
- [IRCAM, 03] Base de dados de respostas impulsionalis do Institut de Recherche et Coordination Acoustique/Musique - IRCAM (recherche.ircam.fr), 2003
- [Jackson, 89] Jackson, L. B., Digital Filters and Signal Processing, cap. 10 (pp 249-296), Kluwer Academic Publishers, 2^a Ed. 1989
- [Johansen, 96] Johansen, L., Rubak, P., The Excess Phase in Loudspeaker/Room Transfer Function: Can it be ignored in Equalization Tasks, 100th Audio Engineering Society (AES) Convention, 1996
- [Kaizer, 84] Kaizer, A. J. M., The Wigner Distribution: A Valuable Tool for Investigating Transient Distortion, Journal of the Audio Engineering Society, pp. 868 - 882, vol. 32, n° 11, 1984
- [Kaizer, 86] Kaizer, A. J. M., On the design of broadband electrdynamical loudspeakers and multiway loudspeaker systems, Tese de Doutorado, Universidade Técnica de Eindhoven, ed. Philips Electronics R&D, 1986
- [Karjalainen, 99] Karjalainen, M., et al, A., Comparison of Loudspeaker Equalization Methods

- Based on DSP Techniques, Journal of the Audio Engineering Society, vol. 47, n. 1/2, pp. 14-31, 1999
- [Kates, 77] Kates, James M., Digital Analysis of Loudspeaker Performance, vol. 2, pp. 377-380, IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), 1977
- [Kay, 93] Kay, S., M., Fundamentals of Statistical Signal Processing, (cap. 8, pp 219-280), Prentice-Hall, 1993
- [Keele, 75] Keele, D. B. Jr, A New Set of Sixth-Order Vented-Box Loudspeaker System Alignments, Journal of the Audio Engineering Society, pp. 354-360, vol. 23, n° 5, 1975
- [Kinsler, 82] Kinsler, L. E., Fundamentals of Acoustics, Wiley and Sons, 3^a ed., 1982
- [Kirkeby, 99] Kirkeby, O., Digital Filter Design for Inversion Problems in Sound Reproduction, Journal of the Audio Engineering Society, vol. 47, n° 7/8, pp. 583-595, 1999
- [Klippel, 92] W. Klippel, "The Mirror Filter - a New Basis for Reducing Nonlinear Distortion Reduction and Equalizing Response in Woofer Systems", J. Audio Eng. Society, vol. 32, pp. 675-691, 1992
- [Klippel, 05] W. Klippel, Loudspeaker Nonlinearities - Causes, Parameters, Symptoms, pp. 1-69, www.klippel.de, 2005
- [Kirkeby, 99] Kirkeby, O., Nelson, P. A, Digital Filter Design for Inversion Problems in Sound Reproduction, Journal of the Audio Engineering Society, pp. 583-595, vol. 47, n° 7/8, 1999
- [Kite, 04] Kite, T. (Audio Precision), Measurement of Audio Equipment with Log-swept Sine Chirps, 117th Audio Engineering Society (AES) Convention, Oct., 2004
- [Kohut, 98] Kohut, P., Meyer, et al., Method and circuit for improving the transient behaviour of a two-way horn-loaded loudspeaker system, United States Patent n° 5784474, 1998
- [Kuriyama, 89] Kuriyama, J., Furukawa, Y., Adaptive Loudspeaker System, Journal of the Audio Engineering Society, vol. 37, n° 11, pp. 919-926, Nov. 1989
- [Kyouno, 90] Kyouno, N., Digital Filter Application for an "In-Phase" and "Linear-Phase" Loudspeaker System, 88th Audio Engineering Society (AES) Convention, 1990
- [Kyouno, 91] Kyouno, N., Digital Filter Application for an "In-Phase" and "Linear-Phase" Loudspeaker System: realization of a Two-Way Loudspeaker System, 91st Audio Engineering Society (AES) Convention, 1991
- [Krauss, 90] Krauss, G., J., On the Audibility of Group Distortion at Low Frequencies, 88th Audio Engineering Society Convention, 1996
- [Llamazares, 04] Llamazares, B., Direct Approximate Third-order Response Synthesis of Vented-Box Loudspeaker Systems, Journal of the Audio Engineer Society, pp. 1170-1175, vol. 52, Number 11, 2004

- [Leach, 80a] Leach, W., Jr., The spatial alignment of loudspeaker drivers on a baffle effects on system amplitude and phase responses, IEEE Int. Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, ICASSP '80. pp. 494 – 497, vol. 5, 1980
- [Leach, 80b] Leach, W., Jr., Loudspeaker Driver Phase Response: The Neglected Factor in Crossover Network Design, Journal of the Audio Engineering Society, pp. 410-421, vol. 28, n° 6, 1980
- [Leach, 03] Leach, W., Jr., Introduction to Electroacoustics and Audio Amplifier Design, 2^a Edition Revised Printing, Kendall/Hunt Publishing Company, 2003
- [Leinz, 02] Leinz, C., Potchinkov, A. Development of a Dual Signal Processor Board and Its Application in Loudspeaker Equalization, Universidade de Kaiserslautern, Tese de Mestrado, 2002
- [Lipshitz, 81] Lipshitz, S. P., Vanderkooy, J., The Great Debate: Subjective Evaluation, Journal of the Audio Engineering Society, pp. 482-491, vol. 29, n° 7/8, 1981
- [Lipshitz, 82] Lipshitz, S. P., Vanderkooy, J., On the Audibility of Phase Distortion of Midrange Phase Distortion in Audio Systems, Journal of the Audio Engineer Society, pp. 580-595, vol.30, n° 9, 1982
- [Lipshitz, 83a] Lipshitz, S. P., A family of Linear-Phase Crossover Networks of High Slope Derived by Time Delay, Journal of the Audio Engineer Society, pp. 2 - 20, vol. 31, n° 1/2, 1983
- [Lipshitz, 83b] Lipshitz, S. P., Pocock, M., Authors' Reply to "Comments on "On the Audibility of Midrange Phase Distortion in Audio Systems", Journal of the Audio Engineer Society, pp. 447, vol. 31, n° 6, 1983
- [Lipshitz, 85] Lipshitz, S., Vanderkooy, J., Use of Frequency Overlap and Equalization to Produce High Slope Linear-Phase Loudspeaker Crossover Networks", Journal of the Audio Engineering Society, pp 114-126, vol 33, n° 3, 1985
- [Lipshitz, 86] Lipshitz, S., Vanderkooy, J., In-Phase Crossover Network Design, Journal of the Audio Engineering Society, pp 889-894, vol 34, n° 11, 1986
- [Linkwitz, 76] Linkwitz, S. H., Active Crossover Networks for Non-Coincident Drivers, Journal of the Audio Engineer Society, pp. 2-8, vol. 24, n° 1, 1976
- [Linkwitz, 05] Linkwitz, S. H., Audibility of allpass crossover phase distortion, www.linkwitzlab.com/phs-dist.htm, 2005
- [Lu, 97] Lu, J., Yahagi, T., Discrete-time model reference adaptive control for non-minimum phase systems with disturbances using approximate inverse systems, IEE Proceedings on Control Theory Applications, vol. 144, n° 5, 1997
- [MLSSA, 01] MLSSA Reference Manual – Version 10WI-4 (1987-2001), Rife, D., www.mlssa.com, 2001
- [Mathworks, 02] Matlab, Versão 6.5, Release 13, Mathworks, 2002
- [Maanen, 85] Van Maanen, H., Comments on "On the Audibility of Midrange Phase Distortion in Audio Systems", Journal of the Audio Engineer Society, pp. 806, vol. 33, n° 10, 1985

- [Meyer, 94] Meyer, et al., Correction circuit and method for improving the transient behaviour of a two-way loudspeaker system, United States Patent n° 5377274, 1994
- [Mahjoob, 05] Mahjoob, M. J, et. al, Effect of Loudspeaker Membrane Geometry on Its Frequency Response, Twelfth International Congress on Sound and Vibration (ICSV12), 2005
- [MacWilliams, 76] MacWilliams, F. S., Sloane, N. J. A., Pseudo-Random Sequences and Arrays, Proceedings of IEEE, vol. 64, n° 12, pp. 1715-1729, Dec., 1976
- [Meridian, 01] Meridian DSP Loudspeakers, 2001 Meridian brochure on Speakers, (www.meridian.co.uk), 2001
- [Minnaar, 02] Minnaar, P., The Perception of All-Pass Components in Transfer Functions, Proceedings of Forum Acusticum, pp. 16-20, 2002
- [Mitra, 98] Mitra, S. K., Digital Signal Processing, A Computer-Based Approach, McGraw Hill, 1998
- [Moir, 83] Moir, J., More Comments on "On the Audibility of Midrange Phase Distortion in Audio Systems", Journal of the Audio Engineer Society, pp. 939, vol. 31, n° 12, 1983
- [Moir, 85] Moir, J., Authors' Replies to "Comments on 'On the Audibility of Midrange Phase Distortion in Audio Systems'", Journal of the Audio Engineer Society, pp. 808, vol. 33, n° 10, 1985
- [Mourjopoulos, 82] Mourjopoulos, J.N., et. al., A Comparative Study of Least-Squares and Homomorphic Techniques for the Inversion of Mixed-Phase Signals, International Conference on Acoustics, Signal and Speech Processing (ICASPP), pp-1858-1861, 1982
- [Mourjopoulos, 88] Mourjopoulos, J. N., Digital equalization methods for audio systems, 84th Audio Engineering Society (AES) Convention, 1988
- [Mourjopoulos, 93] Mourjopoulos, J. N, Comment on "Efficient Filter Design for Loudspeaker Equalization", Journal of the Audio Engineering Society, vol. 41, n° 7, pp. 364-365, 1993
- [Mourjopoulos, 94] Mourjopoulos, J.N., Digital Equalization of Room Acoustics, Journal of the Audio Engineering Society, vol. 42, n° 11, pp. 884-900, 1994
- [Mourjopoulos, 96] Mourjopoulos, J.N., Pole-Zero Loudspeaker Response Analysis by Bandsplitting and Prony Modelling, 100th Audio Engineering Society (AES) Convention, 1996
- [Mourtzopou, 97] Mourtzopoulos, I., et al., Digital system for the equalization of frequency and the time response of audio systems and devices and of listening spaces, European Patent Application, 1997
- [Müller, 01] Müller, S., Massarani, P., Transfer-function Measurements with Sweeps, Journal of the Audio Engineering Society, vol 49, n° 6, pp 443-471, 2001

- [Nash, 96] Nash, S. G., Linear and Nonlinear Programming, McGraw Hill, 1996
- [Newhall, 71] Newhall, E. E., et. al, A Technique for Finding Approximate Inverse Systems and Its Application to Equalization, IEEE Transactions on Communication Technology, pp. 1116-1127, vol. COM-19, n°6, Dec., 1971
- [Niewiarowicz, 98] Niewiarowicz, M., Furmann, A., et. al, Subjective Evaluation of Sound Emitted by a Loudspeaker System in Correlation with its Steady-State and Transient Responses, Archives of Acoustic, pp 39-49, 23, 1, 1998
- [Olive, 03] Olive, S. E., Differences in Performance and Preference of Trained versus Untrained Listeners in Loudspeaker Tests: A Case Study, Journal of the Audio Engineering Society, pp 806-825, vol 51, n° 9, 2003
- [Oppenheim, 89] Oppenheim, A. V., Schafer, R. W., Discrete-Time Signal Processing, Prentice-Hall, 1989
- [Paatero, 01] Paatero, T, Karjalainen, M., et al, Kautz Filters and generalized frequency resolution: Theory and audio applications, 110 th Convention of the Audio Engineering Society, 2001 (www.acoustics.hut.fi)
- [Papadopoulos, 02] Papadopoulos, T., Nelson P. A., Computationally efficient inversion of mixed phase plants with IIR filters, 113th Audio Engineering Society (AES) Convention , Oct., 2002
- [Parks, 87] Parks, T., Digital Filter Design, Wiley & Sons, 1987
- [Potchinkov, 98a] Potchinkov, A. Frequency-Domain Equalization of Audio Systems using Digital Filters – Part 1: Basics of Filter Design, Journal of the Audio Engineering Society, vol. 46, n° 11, pp. 977-987, Nov. 1998
- [Potchinkov, 98b] Potchinkov, A. Frequency-Domain Equalization of Audio Systems using Digital Filters – Part 2: Examples of Equalization, Journal of the Audio Engineering Society, vol. 46, n° 12, pp. 1092-1108, Nov. 1998
- [Preis, 82] Preis, D., Phase Distortion and Phase Equalization in Audio Signal Processing – A Tutorial Review, Journal of the Audio Engineering Society, vol. 30, n. 11, pp. 774-794, 1982
- [Preis, 85] Preis, D., Perception of Phase Distortion in All-Pass Filters, Journal of the Audio Engineering Society - JAES, vol. 33 (10), pp. 782, 1985
- [Preis, 80] Preis, D., Measures and perception of phase distortion in electroacoustical systems, IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing - ICASSP 80, vol. 5, pp. 490 – 493, 1980
- [Proakis, 96] Proakis, J., Manolakis, D., Digital signal processing: principles, algorithms, and applications, Prentice-Hall
- [Ramos, 05] Ramos, J. M., López, J. J., Low order IIR parametric Loudspeaker: A Psychoacoustic Approach, 118th Audio Engineering Society (AES) Convention, May, 2005
- [Randall, 87] Randall, R.B., Tech B, Frequency Analysis, Brüel&Kjaer, 1987

- [Radlovic, 00] Radlovic, B. D., Kennedy, R. A., Nonminimum-Phase Equalization and its Subjective Importance in Room Acoustics, IEEE Transactions on Speech and Audio Processing, vol. 8 , n 6 , pp.728 – 737, Nov., 2000
- [Rife, 89] Rife, D., Vanderkooy, J., Transfer-function Measurement with Maximum-length Sequences, Journal of the Audio Engineering Society, vol 37, n° 6, pp 419-444, 1989
- [Robinson, 86] Robinson, E. A, Durrani, T. S., Geophysical Signal Processing, Prentice-Hall, 1986
- [Robinson, 67] Robinson, E. A, Multichannel Time Series Analysis with Digital Computer Programs, Holden-Day 1967
- [Rossi, 88] Acoustics and Electroacoustics, Artech House, 1988
- [Salamouris, 95] Salamouris, S., et al., “Digital System for Louspeaker and Room Equalization, 98th Audio Engineering Society (AES) Convention, 1995
- [Salamouris, 97] Salamouris, S., et al., “A Versatile Digital Audio Processing System for Speaker and Room Equalization, 102nd Audio Engineering Society (AES) Convention, 1997
- [Schoukens, 00] Schoukens, J., Broadband versus Stepped Sine FRF Measurements, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. 49, n° 2, pp. 275 – 278, April, 2000
- [Shaw, 94] Shaw, A. K., Optimal Identification of Discrete-Time Systems from Impulse Response Data, IEEE Transactions on Signal Processing, vol. SP-42, n° 1, pp. 113 – 120, Jan., 1994
- [Shanefield, 83] Shanefield, D., Comments on ”On the Audibility of Midrange Phase Distortion in Audio Systems”, Journal of the Audio Engineer Society, pp. 447, vol. 31, Number 6, 1983
- [Smith, 99] Smith, J. O., Abel, J.S., Bark and ERB Bilinear Transforms, IEEE Transactions on Speech and Audio Processing, vol. 7, n°6, Nov., pp. 697-708, 1999
- [Staoh, 88] Staoh, K., Chapter 7 – Soud Reproduction Devices and Systems, in Audio Engineering Handbook, McGraw-Hill, 1988
- [Starobin, 87] Starobin, B. M, Loudspeaker Design, Encyclopedia of Acoustics, Wiley & Sons, 1997
- [Stan, 02] Stan, G-B., Comparison of Different Impulse Response Measurement Techniques, Journal of the Audio Engineering Society, vol 50 n° 4, pp 249-263, 2002
- [Svensson, 99] Svensson U., Errors in MLS Measurements Caused by Time Variance in Acoustic Systems, Journal of the Audio Engineering Society, vol 47, n° 11, pp 907-927, 1999
- [Tannoy, 04] Tannoy Dual Concentrics for Contractors, Tannoy (www.tannoy.com), 2004
- [Thiel, 04] Thiel Loudspeakers, CS3.6 Coherent Source Loudspeaker,

(www.thielaudio.com), 2004

- [Toole, 86a] Toole, F. E., Loudspeaker Measurements and Their Relationship to Listener Preferences: Part 1, Journal of the Audio Engineering Society, pp 227-234, vol 34, n° 4, 1986
- [Toole, 86b] Toole, F. E., Loudspeaker Measurements and Their Relationship to Listener Preferences: Part 2, Journal of the Audio Engineering Society, pp 323-348, vol 34, n° 5, 1986
- [Treichler, 01] Treichler, J.R., Theory and Design of Adaptive Filters, cap 5 (pp 145-155), Prentice-Hall, 2001
- [Treitel, 64] Treitel, S., Robinson, E. A., The stability of digital filters, IEEE Transactions on Geoscience Electronics, vol. GE-2, pp. 6-18, Nov, 1964
- [Treitel, 66] Treitel, S., Robinson, E. A., The Design of High-Resolution Digital Filters, IEEE Transactions on Geoscience Electronics, vol. GE-4, pp. 25-38, June, 1966
- [Tsakiris, 05] Tsakiris, V. B., et. al, Objective and Subjective Evaluation of Digital Equalization Systems, 118th Audio Engineering Society (AES) Convention, May, 2005
- [Tyril, 01] Tyril, M., Digital Filters for Low-Frequency Equalization, Journal of the Audio Engineering Society, vol. 49, n. 1/2, pp. 36-46, 2001.
- [Tuncer, 05] Tuncer, T. E., Aktas, M., LSE and MSE Optimum Partition-based FIR-IIR Deconvolution Filters with Best Delay, IEEE Transactions on Signal Processing, pp. 3780-3790, vol. 53, n° 10, Oct., 2005
- [Tuncer, 04] Tuncer, T. E, Deconvolution and Preequalization With Best Delay LS Inverse Filters”, Signal Processing, Vol.84, No.11, pp.2207-2219, Nov. 2004
- [Vanderkooy, 84] Vanderkooy, J., Lipshitz, S., “Is Phase Linearization of Loudspeaker Crossover Networks Possible by Time Offset and Equalization”, Journal of the Audio Engineering Society - JAES, vol 32, n° 12, pp 946-955, 1984
- [Vanderkooy, 86] Vanderkooy, J., Lipshitz, S., Power Response with Noncoincident Drivers – The Influence of Crossover Design, Journal of the Audio Engineering Society, pp 889-894, vol 34, n° 14, 1986
- [Vanderkooy, 90] Vanderkooy, J., Lipshitz, S. P., Uses and abuses of the energy-time curve, Journal of the Audio Engineering Society, pp. 819-836, vol. 38, n° 11, 1990
- [Vanderkooy, 94] Vanderkooy, J., Aspects of MLS Measuring Systems, Journal of the Audio Engineering Society, pp 219-231, vol 42, n° 4, 1994
- [Valacas, 96] Valacas, J., Paraskevas, Mourjopoulos, J. Pole-zero Loudspeaker Response Analysis by bandsplitting and Prony Modelling, 100th Audio Engineering Society (AES) Convention, May, 1996
- [Vuerinckx, 97] Vuerinckx, R, Design of Chebyshev Filters in the Complex Domain, PhD Thesis, Vrije Universiteit Brussel, Belgium, 1997
- [Xiang, 92] Xiang, N., Using M-sequences for determining the impulse responses of LTI

systems”, Signal Processing, pp. 139-152, vol.28, 1992

- [Wang, 00] Wang, P, Ser, W., A Dual-Band Equalizer for Loudspeakers, Journal of the Audio Engineering Society, vol. 48, n. 10, pp. 917-921, 2000
- [Wang, 01] Wang, P, Ser, W., Bark Scale Equalizer using Warped Filter, IEEE ICASSP 2001
- [Watson, 92] Watson, A., Attenborough, K., Optimizing the Subjective Performance of Loudspeakers: Quantifying Response Errors, Proc. 5th International Symposium on Long Range Sound Propagation, pp. 416-427, 1992
- [Watson, 93] Watson, A., Attenborough, K., Assessing the Subjective Impact of Loudspeaker Response Errors, Applied Acoustics, 41, n°2, pp. 157-168, 1993
- [Widrow, 85] Widrow,B., Adaptive Signal Processing, cap. 10 (pp 231 - 269), Prentice-Hall, 1985
- [Widrow, 96] Widrow,B., Adaptive Inverse Control, cap. 5 (pp 111 – 137), Prentice-Hall, 1996
- [Wilson, 89] Wilson, R. Application of Digital Filters to Loudspeaker Crossover Networks, Journal of the Audio Engineering Society, pp 455 – 465, vol 37, n° 6, 1989
- [Wilson, 91] Wilson, R. Equalization of Loudspeaker Drive Units Considering Both On- and Off-Axis Responses, Journal of the Audio Engineering Society, pp. 127-139, vol. 39, n° 3, pp. 127-139; March 1991
- [Yashima, 95] Yashima, N., Kyouno, N., et. al, Response Improvement of Acoustic Transfer Function of a Horn Loudspeaker using Digital Signal Processing Technology, IEEE Transactions on Consumer Electronics, pp. 901-9085, vol.41, n°3, Aug., 1995
- [Yashima, 99] Yashima, N., Kyouno, N., et. al, Acoustic Replay Device, United States Patent n° 5,953,431, Sep, 1999
- [Yom, 87] Yom, D. H., Ann, S., Spiking Filtering of All-Pass Filter Impulse Responses, Proceedings of the IEEE, pp. 1694-1695, vol. 75, n°12, Dec., 1987

Anexos

Anexos

Anexo A – Atraso de grupo

Recorrendo à representação polar de $H(e^{j\omega})$ expressa na equação $H(e^{j\omega}) = |H(e^{j\omega})|e^{j\theta(\omega)}$ e com

$$\tau(\omega) = -\frac{d\theta(\omega)}{d\omega} \quad (A.1)$$

Diferenciando $H(e^{j\omega})$ em relação a ω temos que,

$$\frac{dH(e^{j\omega})}{d\omega} = e^{j\theta(\omega)} \frac{d|H(e^{j\omega})|}{d\omega} + j|H(e^{j\omega})|e^{j\theta(\omega)} \frac{d\theta(\omega)}{d\omega} \quad (A.2)$$

$$-j|H(e^{j\omega})|e^{j\theta(\omega)} \frac{d\theta(\omega)}{d\omega} = e^{j\theta(\omega)} \frac{d|H(e^{j\omega})|}{d\omega} - \frac{dH(e^{j\omega})}{d\omega} \quad (A.3)$$

De forma equivalente

$$-\frac{d\theta(\omega)}{d\omega} = \frac{e^{j\theta(\omega)}}{j|H(e^{j\omega})|e^{j\theta(\omega)}} \frac{d|H(e^{j\omega})|}{d\omega} - \frac{\frac{dH(e^{j\omega})}{d\omega}}{j|H(e^{j\omega})|e^{j\theta(\omega)}} = \frac{1}{j|H(e^{j\omega})|} \frac{d|H(e^{j\omega})|}{d\omega} + \frac{j \frac{dH(e^{j\omega})}{d\omega}}{H(e^{j\omega})} \quad (A.4)$$

O primeiro termo do lado direito da equação é puramente imaginário. Logo

$$\tau(\omega) = -\frac{d\theta(\omega)}{d\omega} = \operatorname{Re} \left\{ \frac{j \frac{dH(e^{j\omega})}{d\omega}}{H(e^{j\omega})} \right\} \quad (A.5)$$

Esta expressão é de fácil implementação no domínio do tempo. Sendo $H(e^{j\omega})$ obtida por aplicação da Transformada de Fourier a $h(n)$, isto é $F\{h(n)\} = H(e^{j\omega})$, com recurso às propriedades da Transformada sabe-se que

$$F\{nh(n)\} = j \frac{dH(e^{j\omega})}{d\omega} \quad (A.6)$$

Assim a implementação para determinação na forma discreta do atraso de grupo reduz-se à seguinte expressão

$$\tau(\omega) = -\frac{d\theta(\omega)}{d\omega} = \operatorname{Re} \left\{ \frac{\operatorname{DFT}\{nh(n)\}}{\operatorname{DFT}\{h(n)\}} \right\} \quad (A.7)$$

em que DFT é a Transformada Discreta de Fourier de N pontos sendo N maior ou igual ao comprimento da resposta impulsional $h(n)$.

Anexo B – Não linearidade da função de erro quadrático na modelização paramétrica do tipo pólo-zero, segundo a formulação “erro de saída”

A formulação e descrição que neste anexo se apresentam relativa à modelização paramétrica do tipo pólo-zero (recursiva) a partir de uma dada resposta impulsional é comum também ao projecto de filtros de resposta impulsional infinita (IIR) que aproxima uma dada resposta impulsional objectivo (desejada).

Na figura B.1 apresenta-se o problema da determinação de um modelo que melhor aproxima uma dada resposta impulsional, $h_d(n)$.

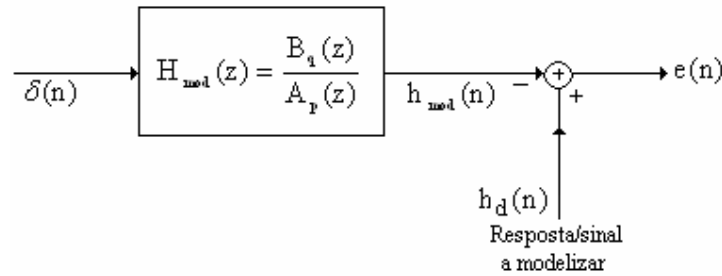


Figura B1 – Modelização paramétrica de um sistema a partir da sua resposta impulsional

Seja

$$H_{\text{mod}}(z) = \frac{B_q(z)}{A_p(z)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_q z^{-q}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_p z^{-p}} \quad (\text{B.1})$$

a expressão geral da função de transferência do modelo do tipo recursivo (pólo-zero) ou um de filtro do tipo IIR, causal, estável e invariante no tempo.

A resposta impulsional do modelo, $h_{\text{mod}}(n)$, é dada por uma equação às diferenças obtida por transformada Z inversa (Z^{-1}) de $H_{\text{mod}}(z)$, na forma

$$h_{\text{mod}}(n) = \begin{cases} -\sum_{k=1}^p a_k h(n-k) + \sum_{k=0}^q b_k \delta(n-k), & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases} \quad (\text{B.2})$$

Se a função de transferência pretendida (desejada) for $H_d(z)$, então a correspondente resposta impulsional, $h_d(n)$, pode ser obtida tal como no caso anterior por transformada Z inversa, na forma

$$h_d(n) = Z^{-1}\{H_d(z)\} \quad (\text{B.3})$$

Frequentemente nas aplicações da modelização, $h_d(n)$ é a medição da resposta impulsional do sistema para o qual se pretende um modelo paramétrico ou então no caso de projecto de filtro IIR $h_d(n)$ é a resposta impulsional objectivo.

A determinação de uma descrição paramétrica a partir da resposta impulsional desejada, $h_d(n)$, pode ser realizada minimizando a diferença – o erro - entre esta e a resposta de um modelo que a aproxime. Os métodos de modelização que minimizam este erro, dado por $e(n) = h_d(n) - h(n)$, são designados do tipo “erro de saída”.

Nestes métodos de modelização procura-se então determinar os coeficientes a_k e b_k que minimizam o sinal de erro $e(n)$, habitualmente a sua função de erro quadrático dada por,

$$J(\mathbf{b}, \mathbf{a}) = \sum_{n=0}^{N-1} \{h_d(n) - h(n)\}^2 \quad (\text{B.4})$$

sendo $\mathbf{b} = [b_0 \cdots b_q]^T$ o vector de coeficientes do numerador e $\mathbf{a} = [a_1 \cdots a_p]^T$ o vector de coeficientes do denominador e N o número de amostras das respostas impulsionalis.

Esta função de erro quadrático é não linear nos coeficientes do modelo (do filtro), sendo habitualmente enquadrada nos “problemas de mínimos quadrados não lineares” (*nonlinear least squares problem*) ([Hayes, 96], [Shaw, 94], [Kay, 93], [Jackson, 89]).

A não linearidade desta função de erro é ilustrada no seguinte exemplo recorrendo a um sistema de 1ª ordem.

Seja $H_{\text{mod}}(z)$ a função de transferência do modelo (do filtro IIR)

$$H_{\text{mod}}(z) = \frac{b_0}{1 + a_1 z^{-1}} \quad (\text{B.5})$$

com $|a_1| < 1$, então,

$$h_{\text{mod}}(n) = \begin{cases} b_0 (-a_1)^n, & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases} \quad (\text{B.6})$$

A função de erro a minimizar é dada por

$$J(\mathbf{b}, \mathbf{a}) = \sum_{n=0}^{N-1} \{h_d(n) - b_0 (-a_1)^n\}^2 \quad (\text{B.7})$$

que é claramente não linear no coeficiente a_1 .

De facto é a presença do polinómio $A_p(z)$ que justifica que a função de erro quadrático seja não linear ([Kay, 93])

Anexo C – Características do hardware e do software utilizados no sistema experimental desenvolvido para determinação da resposta electroacústica de sistemas altifalantes

Listam-se neste anexo os componentes do hardware e o software utilizados no sistema de medição/determinação de respostas electroacústicas. Apresentam-se também fotografias dos componentes do sistema experimental e do sistema altifalante utilizado.

Hardware

Placa de aquisição (PCI) NI 6052E do fabricante National Instruments™ (www.ni.com).

Placa SC2040 (*Sample and Hold*) do fabricante National Instruments™ (www.ni.com).

Filtros antialiasing realizados com o integrado MAXIM 274 (www.maxim.com).

Pré-amplificador para microfone, modelo 9524 da Promike (www.gbaudio.co.uk).

Microfone referência 4165 da Brüel e Kjaer (B&K) e representação gráfica da sua resposta em frequência em www.bksv.com.

Fonte de polarização referência 2804 da Brüel e Kjaer (B&K) (www.bksv.com).

Amplificador em corrente (ver referência [Freitas, 90]).

Fonte de alimentação (FEUP).

Software

NI - DAQ Software driver - versão 7.0 – National Instruments™, Julho 2003 (www.ni.com).

Matlab 6.5 Release 13.a, Mathworks, 2002 (www.mathworks.com).

Fotografias do sistema experimental

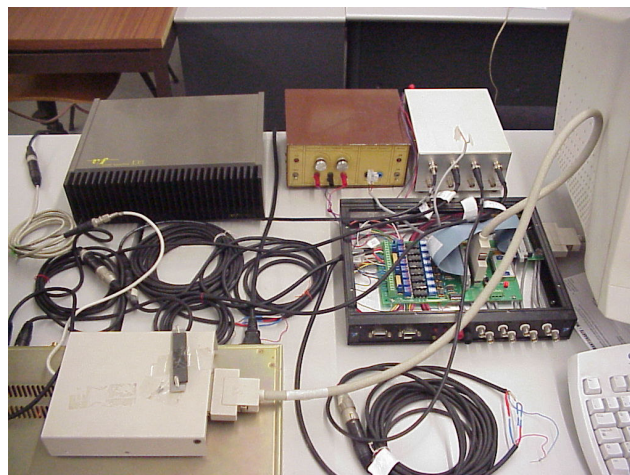


Figura C1 – Fotografia dos principais componentes do sistema experimental



Figura C2 – Fotografia do sistema altifalante utilizado na avaliação experimental da igualização de respostas electroacústicas