FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Departamento de Engenharia Electrotécnica e de Computadores

Abordagens Heurísticas para o Planeamento de Rotas e Carregamento de Veículos

Ana Maria Pinto de Moura

Mestre em
Engenharia Electrotécnica e Computadores
(Área de especialização de Informática Industrial) pela
Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

Dissertação submetida para a satisfação parcial dos requisitos do grau de Doutor
em
Engenharia Electrotécnica e de Computadores

Dissertação realizada sob a supervisão de
Professor Doutor José Fernando da Costa Oliveira,

do Departamento de Engenharia Electrotécnica e de Computadores da Faculdade
de Engenharia da Universidade do Porto

Porto, Março de 2005

O trabalho de investigação apresentado nesta dissertação foi parcialmente suportado pelo Programa PRODEP III – Medida 5 / Acção 5.3 - Formação Avançada no Ensino Superior – Concurso Nº 2/5.3/PRODEP/2001.

Ao meu filho Hugo,

Aos meus pais Eva e Domingos

Agradecimentos

Gostaria de prestar a minha gratidão a todos que directa ou indirectamente me ajudaram a criar e desenvolver este trabalho sejam elas pessoas ou instituições:

- Em primeiro lugar quero agradecer ao Prof. José Fernando Oliveira, meu orientador científico, que ao logo destes anos me tem dado todo o apoio e confiança necessárias para desenvolver tanto o meu trabalho de mestrado como este de doutoramento.
- À ESTiG, que permitiu que durante três anos usufruisse de uma bolsa de doutoramento no âmbito do Programa PRODEP III – Medida 5 / Acção 5.3.
- Ao INESC Porto e FEUP, que facultaram um local de trabalho e respectivo material e equipamento informático necessário para o desenvolvimento deste trabalho.
- Aos meus Amigos, por o serem. E principalmente ao Nuno Silva pelo ombro amigo sempre disponível.
- E finalmente, como se costuma dizer: "os últimos são os primeiros", à minha família. Em particular aos meus pais e filho que mais uma vez sempre me apoiaram nos bons, menos bons e sobretudo nos maus momentos.

Sumário

Na generalidade dos estudos de problemas reais de distribuição, existem algumas considerações de ordem prática que não são consideradas. Uma dessas considerações está relacionada com a capacidade dos veículos, não só em termos de peso e volume, mas também em termos de colocação física da carga. De facto, tanto a ordem pela qual os clientes são visitados como a forma de colocação da carga no veículo são características importantes para a qualidade e admissibilidade da solução da distribuição. Nesta perspectiva, estamos perante dois problemas de optimização combinatória: Problema de Planeamento de Rotas para Veículos com Janelas Temporais (VRPTW) e Empacotamento em Contentores (CLP), entre os quais existe uma dependência recíproca, isto é, ao planearmos as rotas deve-se ter em consideração os pesos máximos da carga a distribuir, o seu volume e também a colocação desta em termos de ordem e estabilidade. Para um bom serviço de distribuição é necessário atender a todas estas considerações. Surge assim a necessidade da integração dos problemas VRPTW e CLP. Esta integração origina um novo problema denominado por Planeamento de Rotas e Empacotamento em Veículos (PREV).

Neste trabalho, estes dois problemas de optimização (VRPTW e CLP) são estudados aprofundadamente e desenvolvidas técnicas de resolução utilizando meta-heurísticas não populacionais. Posteriormente é apresentado e formulado o problema integrado (PREV) e estudadas duas estratégias distintas de abordagem. A primeira trata os dois problemas em simultâneo enquanto que a segunda aborda os problemas hierarquicamente. Sob a primeira abordagem são criados três algoritmos, um baseado no método de Monte Carlo, o segundo numa heurística composta e por fim um algoritmo GRASP. Na segunda abordagem é feita a integração de dois dos algoritmos criados para resolução do VRPTW e CLP, no início deste trabalho. No total são apresentadas quatro abordagens para resolução do problema PREV.

Foram criados problemas de teste com o objectivo de avaliar a qualidade e eficiência das abordagens desenvolvidas para a resolução do problema PREV. Esses problemas são baseados nos problemas de teste de Solomon e Bischoff and Ratcliff, reunindo as suas características principais. Por fim são apresentados os resultados obtidos e respectivas conclusões do trabalho desenvolvido ao longo este trabalho.

Abstract

Distribution problems in the real world raise some practical considerations that usually are not considered in theoretical studies, at least in a realistic way. One of these considerations is connected with the vehicle capacity, not only in terms of volume but also in terms of the cargo physical arrangement. The order by which the clients are visited and the way the cargo is packed in the vehicle are important issues for the quality and admissibility of distribution solutions. Under this perspective two optimization problems meet: the Vehicle Routing Problem with Time Windows (VRPTW) and the Container Loading Problem (CLP). There is an inverse dependency between these two problems. In order to plan the routes the maximum weight of the cargo, the total volume, the packing order and the cargo stability must be considered. To achieve a good distribution it is necessary to take into account each one of these considerations. The need to combine the VRPTW and CLP problems arises. This integration results in a new problem named by us Vehicle Packing and Routing Planning (VPRP)

The two optimization problems (VRPTW and CLP) are studied and resolution techniques are developed using non populational metaheuristics. Then the VPRP is presented and formulated. Two different approaches are studied. The first approach deals simultaneously with the two sub problems the other one use a hierarquical strategy. With the first approach three algorithms are developed, one based in the Monte Carlo method, the second one is a compound heuristic and the last one is a GRASP algorithm. The second method is an integration of two algorithms developed in order to solve the VRPTW and CLP problems, in the beginning of this work. In short, four approaches are presented to solve the VPRP problem.

Some test problems are created to evaluate the quality and efficiency of the VPRP approaches. Those test problems are based on Solomon and Bischoff and Ratcliff test problems. Finaly the results obtained and the respective conclusions are presented.

Résumé

Les problèmes de distribution, en cas real, ont parfois des considérations de caractère pratique pas prévus en études théoriques. Une de ces considérations se prend avec la capacité des véhicules, pas seulement en fonction du poids et volume mais aussi en fonction de la disposition physique de la charge. C'est autant important l'ordre de visite des clients que la façon par laquelle est colloquée la charge dans le véhicule, pour garantir la qualité et admissibilité de la solution. Dans cette perspective, deux problèmes de optimisation combinatoire sont pertinent: le Problème de Tournées de Véhicules avec Fenêtres de Temps (VRPTW) et le Problème de Remplissage de Container (CLP). Il y a une dépendance réciproque entre les deux problèmes, car quand on planifie une tournée on doit considérer le poids maxime de la charge a distribuer, le volume occupé et sa disposition pour garantir la stabilité et l'ordre. La nécessitée de connecter les deux problèmes est évident. Cette intégration conduit à un nouveau problème, désigné par Planification de Tournées et Remplissage de Véhicules (PTRV).

Dans ce travail, les deux problèmes de optimisation (VRPTW et CLP) sont profondément étudiés et développées des techniques utilisant métaheuristiques non-populationnelles. Après, il est présenté et modélisé le problème (PTRV) et deux approches sont considérées. La première approche traite le problème d'une façon simultanée, tandis que la deuxième le traite selon une hiérarchie. La première approche résulte en trois méthodes: la première se base sur la méthode de Monte Carlo, l'autre résulte d'une heuristique composée, et la dernière c'est un algorithme GRASP. La deuxième approche est une liaison de deux des algorithmes développés pour résoudre les problèmes séparés (VRPTW et CLP). Dans le total, quatre approches sont présentées pour la résolution du problème PTRV.

On a conçu des problèmes de test avec l'objectif de évaluer la qualité et efficacité des approches développées pour la résolution du problème PTRV. Ces problèmes sont basés aux problèmes de Solomon, Bischoff et Ratcliff, maintenant les principales caractéristiques. Pour finaliser, les résultats et respectives conclusions sont présentés.

Índice

ÍNDICE DE FIGURAS ..... **XVII**

ÍNDICE DE TABELAS ..... **XIX**

ÍNDICE DE EQUAÇÕES ..... **XXI**

LISTA DE ABREVIATURAS ..... **XXIII**

CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO **1**

1.1 Motivações 5
1.2 Trabalho realizado 7
1.3 Estrutura da dissertação 9

CAPÍTULO 2 PROBLEMA DE EMPACOTAMENTO EM CONTENTORES **13**

2.1 Descrição do problema de empacotamento em contentores 13
2.2 Estado da arte 15
2.2.1 Métodos de construção 15
2.2.1.1 Construção em paredes 16
2.2.1.2 Construção em camadas horizontais 19
2.2.1.3 Construção em colunas 20
2.2.1.4 Construção em blocos 21
2.2.1.5 Outras abordagens de construção 23
2.2.2 Métodos de pesquisa 24
2.2.2.1 Meta-heurísticas 24
2.2.2.2 Outros métodos de pesquisa 26
2.2.3 Tipos de cargas e problemas de teste 27
2.2.4 Considerações práticas 28
2.3 Heurística de George and Robinson (1980) 31
2.3.1 Construção em paredes 32
2.3.1.1 Ordenação e classificação dos tipos de caixas 33
2.3.1.2 Método de preenchimento de uma parede 33
2.3.2 Preenchimento de um espaço livre 34
2.3.3 Criação de novos espaços 34
2.3.4 Escolha do próximo espaço 35
2.3.5 Insucesso no empacotamento 36
2.4 Heurística construtiva 37
2.4.1 Alterações à heurística de George and Robinson (1980) 37
2.4.2 Heurística G&RMod 38
2.4.2.1 Construção de uma parede 38

2.4.2.1.1 Iniciar uma parede ... 38
2.4.2.1.2 Geração de novos espaços ... 39
2.4.2.1.3 Amalgamação ... 40
2.4.2.1.4 Largura flexível ... 41
2.4.2.2 Preenchimento de um espaço livre ... 42
2.5 Meta-Heurísticas Não-Populacionais ... 43
2.5.1 Implementação do algoritmo GRASP ... 43
2.5.1.1 Fase construtiva e processo de aleatorização ... 43
2.5.1.2 Pesquisa local ... 45
2.5.1.3 Testes ao algoritmo ... 46
2.5.2 Implementação do algoritmo de arrefecimento simulado ... 47
2.5.2.1 Determinação da temperatura inicial ... 47
2.5.2.2 Esquema de arrefecimento ... 48
2.5.2.3 Número de iterações à mesma temperatura ... 48
2.5.2.4 Probabilidade de aceitação ... 49
2.5.2.5 Critério de paragem ... 49
2.5.2.6 Geração da solução inicial ... 49
2.5.2.7 Estrutura de vizinhança ... 50
2.5.3 Implementação da pesquisa tabu ... 51
2.5.3.1 Estrutura de vizinhança e solução inicial ... 51
2.5.3.2 Lista e estado tabu ... 51
2.5.3.3 Nível de aspiração ... 51
2.5.3.4 Critério de paragem e número de iterações ... 51
2.5.4 Implementação da pesquisa local iterada ... 52
2.5.4.1 Solução inicial ... 52
2.5.4.2 Perturbação da solução e pesquisa local ... 52
2.5.4.3 Critério de aceitação e critério de paragem ... 53
2.6 Testes computacionais ... 53
2.7 Análise da estabilidade da carga ... 56
2.7.1 Comparação dos resultados relativos à estabilidade da carga ... 57
2.7.2 Alteração à heurística construtiva ... 59
2.7.3 Utilização da estabilidade como função objectivo ... 61
2.8 Comparação com os resultados computacionais de outras abordagens ... 61
2.8.1 Volume de utilização ... 62
2.8.2 Estabilidade da carga ... 65

CAPÍTULO 3 PROBLEMA DE ROTAS PARA VEÍCULOS COM JANELAS TEMPORAIS ... 67

3.1 Descrição do VRPTW ... 67
3.2 Estado da arte ... 69

3.2.1 Abordagens heurísticas 69
3.2.1.1 Heurísticas construtivas 69
3.2.1.2 Heurísticas de melhoramento 70
3.2.1.3 Algoritmos de redução do número de veículos 72
3.2.1.4 Heurísticas compostas 72
3.2.2 Abordagens meta-heurísticas 73
3.2.3 Avaliação das heurísticas 76
3.3 Formulação matemática do VRPTW 78
3.4 Uma heurística composta para o VRPTW 81
3.4.1 Fase construtiva 82
3.4.2 Fase pós-construção e melhoramento 83
3.4.3 Fase de pesquisa local 84
3.5 Aplicação do GRASP ao VRPTW 86
3.6 Testes e resultados computacionais 88
3.6.1 Testes ao algoritmo 88
3.6.2 Resultados obtidos 89
3.7 Comparação com os resultados de outras abordagens 91

CAPÍTULO 4 INTEGRAÇÃO DOS PROBLEMAS DE PLANEAMENTO DE ROTAS E EMPACOTAMENTO DE VEÍCULOS 95

4.1 Descrição matemática do problema integrado 96
4.2 Abordagens ao PREV 101
4.2.1 Integração simultânea 102
4.2.1.1 Abordagem baseada no método Monte Carlo 103
4.2.1.2 Abordagem composta 105
4.2.1.3 Abordagem baseada no paradigma GRASP 106
4.2.2 Integração hierárquica 107
4.2.2.1 Fase construtiva 109
4.2.2.2 Fase pós-construção 112
4.2.2.3 Fase pesquisa local 112
4.2.2.3.1 Trocas intra-rotas 113
4.2.2.3.2 Trocas inter-rotas 114
4.3 Problemas de teste 115
4.4 Testes e resultados computacionais 117
4.4.1 Comparação dos resultados das abordagens integradas 117
4.4.2 Comparação dos resultados das abordagens integradas com as abordagens individuais 121

CAPÍTULO 5 CONCLUSÃO 131

5.1 Conclusões sobre o CLP 131
5.2 Conclusões sobre o VRPTW 133

5.3 Conclusões sobre o problema PREV 134
5.4 Desenvolvimentos futuros 135

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 137

ANEXO I META-HEURÍSTICAS NÃO POPULACIONAIS 145

Índice de Figuras

Figura 1 - Planeamento de rotas 6
Figura 2 - Empacotamento de contentores 6
Figura 3 - Integração do planeamento de rotas e empacotamento de contentores ... 7
Figura 4 - Criação de novos espaços 34
Figura 5 - Criação espaço em altura 35
Figura 6 - Amalgamação de espaços 36
Figura 7 - Largura flexível 36
Figura 8 - Geração de espaços livres 40
Figura 9 – Diferença entre as duas heurísticas na geração de espaços 40
Figura 10 - Procedimento de amalgamação 41
Figura 11 - Largura flexível de uma camada 41
Figura 12 - Relação entre a largura flexível e a amalgamação de espaços 42
Figura 13 - Escolha dos candidatos da/para a RCL 44
Figura 14 - Perturbação da solução 45
Figura 15 - Vizinhança da solução corrente 45
Figura 16 - Pseudo código da abordagem GRASP 46
Figura 17 - Geração de soluções vizinhas 50
Figura 18 - Perturbação da solução 52
Figura 19 – Comparação dos resultados das diferentes abordagens 55
Figura 20 - Tempos de execução para problemas de teste BR 55
Figura 21 - Resultados da Medida 1 para problemas de teste BR 58
Figura 22 - Resultados da Medida 2 para problemas de teste BR 58
Figura 23 - Inversão das paredes 59
Figura 24 – Exemplo de um empacotamento fortemente heterogéneo 60
Figura 25 - Empacotamento fracamente heterogéneo sem "inversão" 60
Figura 26 - Empacotamento fracamente heterogéneo com "inversão" 60
Figura 27 - Comparação resultados dos problemas de teste BR 65
Figura 28 - Comparação dos resultados de estabilidade da carga 66
Figura 29 - Inserção de clientes não visitados na fase construtiva 84
Figura 30 - Algoritmo 2-OPT intra-rotas 85
Figura 31 - Algoritmo 2-OPT inter-rotas 85
Figura 32 - Terceira fase da heurística composta 86
Figura 33 - Construção da RCL para o VRPTW 87
Figura 34 - Distribuição geográfica dos clientes 88
Figura 35 - Exemplo de dados dos problemas de teste do PREV 102
Figura 36 - Custo de reincidência 104
Figura 37 - Fluxograma do algoritmo construtivo 105

Figura 38 - Fluxograma do algoritmo de verificação da satisfação dos clientes 110
Figura 39 - Fluxograma do algoritmo de cliente insatisfeito 111
Figura 40 - Fluxograma do algoritmo de reordenação do empacotamento 112
Figura 41 - Trocas intra-rotas 113
Figura 42 - Trocas inter-rotas 114
Figura 43 - Resultado da troca inter-rota 115
Figura 44 - Empacotamento de poucos pedidos por cliente 116
Figura 45 - Empacotamento de muitos pedidos por cliente 117
Figura 46 - VRPTW com ordenação menor janela temporal 126
Figura 47 - Problema I112 - Abordagem HierarqVRPTWCLP 126
Figura 48 - Integração VRP/CLP com ordenação menor distância 128
Figura 49 - Integração VRP/CLP com ordenação menor distância 128
Figura 50 - Pseudo código GRASP 145
Figura 51 - Pseudo código do procedimento da ILS 151

Índice de Tabelas

Tabela 1 - Ordenação das abordagens por métodos de resolução 16
Tabela 2 - Resultados dos problemas de teste LN 54
Tabela 3 - Resultados dos problemas de teste BR..... 54
Tabela 4 - Resultados da estabilidade da carga para problemas de teste LN 57
Tabela 5 - Resultados da estabilidade da carga para problemas de teste BR..... 58
Tabela 6 - Resultados dos problemas de teste LN 62
Tabela 7 - Comparação resultados de teste LN 63
Tabela 8 - Comparação de resultados dos problemas de teste BR 64
Tabela 9 - Comparação dos resultados da estabilidade da carga 65
Tabela 10 - Resultados dos problemas R1 com 25 clientes 89
Tabela 11 - Resultados dos problemas R2 com 25 clientes 90
Tabela 12 - Resultados da classe R1 e R2 sem janelas temporais..... 90
Tabela 13 - Resultados do CompGRASP para problemas R1 (50 clientes)..... 92
Tabela 14 - Resultados do CompGRASP para problemas R1 (25 clientes)..... 92
Tabela 15 - Resultados do CompGRASP para problemas R2 (50 clientes)..... 92
Tabela 16 - Resultados do CompGRASP para problemas R2 (25 clientes)..... 93
Tabela 17 - Comparação resultados: I1 poucos pedidos por cliente..... 119
Tabela 18 - Comparação resultados: I1 muitos pedidos por cliente..... 119
Tabela 19 - Comparação resultados: I2 poucos pedidos por cliente..... 120
Tabela 20 - Comparação resultados: I2 muitos pedidos por cliente..... 120
Tabela 21 - Resultados R1/I1 com poucos pedidos por cliente 122
Tabela 22 - Resultados R1/I1 com muitos pedidos por cliente..... 123
Tabela 23 - Resultados R2/I2 com poucos pedidos por cliente 124
Tabela 24 - Resultados R2/I2 com muitos pedidos por cliente..... 125
Tabela 25 - Resultados I1 e I2 com poucos pedidos por cliente 127
Tabela 26 - Resultados I1 e I2 com muitos pedidos por cliente 127

Índice de Equações

Equação 1 - Parâmetro para criação da RCL 44
Equação 2 - Cálculo da temperatura inicial 47
Equação 3 – Esquema de arrefecimento geométrico..... 48
Equação 4 - Esquema de arrefecimento logarítmico 48
Equação 5 - Probabilidade de aceitação 49
Equação 6 - Variação da função objectivo 49
Equação 7 - Parâmetro de decisão para construção da RCL..... 87

Lista de Abreviaturas

ACO – Ant Colony Optimisation

AMLS – Adaptative Multi-start Local Search

BA – Best accept

CLP – Container Loading Problem

CL – Candidate List

FA – First accept

GA – Genetic Algorithm

GRASP – Greedy Randomized Adaptative Search Procedure

ILS – Iterated Local Search

LAN – Local Area Network

LCNV – Lista Clientes Não Visitados

LDB – Layer Determining Box

LNS – Large Neighbourhood Search

LSC – Lista de Sequência da Candidatos

MLS – Multi-start Local Search

RCL – Restricted Candidate List

SA – Simulated Annealing

TS – Tabu Search

TSP – Travelling Salesman Problem

VRP – Vehicle Routing Problem

VRPTW – Vehicle Routing Problem with Time Windows

Capítulo 1

Introdução

Por todo o mundo, nos dois últimos séculos, verificou-se um grande desenvolvimento social e tecnológico. Os países viram-se confrontados com a necessidade evidente da locomoção de bens e pessoas entre cidades, países e continentes. Uma das principais necessidades (focada neste trabalho) passa pelo transporte e distribuição de mercadorias. Cada vez mais se torna necessário transportar bens para grandes distâncias, uma vez que, devido ao crescimento demográfico os locais de produção são necessariamente distintos dos locais de consumo. Hoje em dia, com o conhecimento tecnológico que o Homem detém, o grande problema não está no meio de transportar em si, mas sim na eficiência e eficácia[1] do próprio transporte. Para além disso, devido às grandes exigências de mercado e aos cada vez maiores níveis de concorrência, as empresas são confrontadas com um número crescente de restrições e condições impostas pelos clientes e também pelos próprios bens a transportar. De acordo com estes factores é inevitável que o planeamento da distribuição e o transporte de bens seja cada vez mais complexo e um vasto motivo de estudo.

A necessidade de transporte não é recente. Ao longo dos tempos o Homem teve sempre necessidade de transportar bens assim como a ele próprio. E por esse motivo desenvolveu meios de locomoção para levar a cabo tão complicada tarefa. A história do transporte é o relato das tentativas do homem dirigidas no sentido de aproveitar as possibilidades da natureza no translado de mercadorias e de pessoas. Um dos problemas em transportar algo começa por ser os próprios meios para o transporte. Desde o estado do solo às potencialidades da água e posteriormente do ar, ao longo da história o Homem tem desenvolvido diversos sistemas de transporte. Os Egípcios, Fenícios, Gregos e Romanos perceberam que a água era o meio de transporte mais cómodo, razão pela qual aproveitaram a sua força hidrostática e aprenderam a dominar as correntes e os ventos com a ajuda de remos

---

[1] Segundo Peter Drucker, a eficiência preocupa-se em "fazer as coisas como deve ser" ao passo que a eficácia coloca a ênfase no "fazer as coisas certas", (Cooper, J. (1990)).

e velas. Já nos séculos XVIII e XIX o vapor de água, a electricidade e o petróleo, foram as novas forças motrizes utilizadas para o transporte por mar e por terra. O ar foi durante muito tempo, um elemento difícil de ser dominado. O tráfego aéreo passou por um intenso desenvolvimento a partir dos finais do século XIX mas com especial relevância após as duas guerras mundiais, provocando desenvolvimentos não apenas na vertente militar mas também civil.

O desenvolvimento rápido e universal dos transportes deu à economia, em todo o mundo um elevado grau de mobilidade. Os factores de localização que dantes eram decisivos para a instalação de uma indústria (proximidade de matérias-primas, das fontes de força motriz e dos mercados) diminuíram consideravelmente de importância. Hoje em dia tanto as mercadorias como as pessoas podem mover-se fácil e rapidamente.

No início do século XX, a complexidade das organizações foi crescendo. Verificou-se uma expansão a nível mundial de algumas empresas, surgindo novos desafios relacionados com a distribuição dos seus produtos. Nas duas últimas décadas as empresas reconheceram que para terem um transporte de mercadorias com qualidade era necessário gerir eficientemente a sua política de distribuição. Verificaram que a distribuição é um trabalho intensivo, logo uma parte dispendiosa das suas operações. Como consequência surge a necessidade de tratar a distribuição como uma área prioritária, promovendo assim a eficiência e mantendo os custos sob controlo. Um factor importante que influência o desenvolvimento da distribuição é o conceito de "Logística[2]". Uma das definições de logística pode abranger a função de produção, assim como a aquisição e distribuição de mercadorias. Isto quer dizer que a produção deve ser planeada tendo em consideração o *marketing*, a distribuição e outras actividades associadas. Os clientes estão cada vez mais exigentes, dando grande importância à qualidade dos produtos e à sua disponibilidade. Consequentemente verifica-se uma necessidade crescente (de parte das empresas) em planear as estratégias de distribuição. Assim passa-se a dar ênfase ao serviço ao cliente.

A actual crise económica mundial coloca variadíssimos problemas. Um desses problemas é as fusões, deslocalizações e consequentemente novas exigências de distribuição em tempo real, com que as empresas são confrontadas. Hoje em dia os

---

[2] Uma definição de Logística: "O processo de dirigir estrategicamente a aquisição, o movimento e o armazenamento dos materiais, peças e mercadoria terminada (e os fluxos de informação relacionados), através da organização dos seus canais de comercialização de forma que os lucros correntes e futuros sejam maximizados através da execução de encomendas de custo efectivo." (Cooper, J. (1990)).

clientes não podem nem querem esperar. Logo a gestão da distribuição de mercadorias é uma função vital dentro das empresas. O objectivo de qualquer empresa é conseguir ir ao encontro das necessidades do cliente, isto é poder prestar um bom serviço ao cliente. Este objectivo é fundamental para a empresa planear com êxito a distribuição e para que siga uma política apropriada para o serviço ao cliente.

Considera-se que um produto ou serviço não tem valor até estar nas mãos do cliente ou do consumidor. Logo, o que a distribuição realiza é tornar o produto disponível para prestar um serviço ao cliente. Por outro lado, o serviço ao cliente é determinado pela inclusão de vários factores que afectam o processo de tornar os produtos disponíveis para o cliente. Os factores mais vulgares são:

- Tempo de ciclo da encomenda;
- Consistência e fiabilidade da entrega;
- Disponibilidade dos bens;
- Limites da quantidade da encomenda;
- Tempo de entrega e flexibilidade;
- Condição dos produtos;
- Visitas de vendedor;
- Informação do estado das encomendas;

Etc.. Dependendo das situações, alguns destes factores são mais importantes do que outros. Estes factores dependem dos clientes, dos mercados ou de ambos. Neste trabalho vamos utilizar três destes factores de serviço a clientes:

1. Tempo de entrega;
2. Condição dos produtos;
3. Quantidade da encomenda pretendida.

Consideramos estes três factores como fundamentais para a satisfação dos clientes. E dizemos que um cliente fica satisfeito quando tem o produto disponível, dentro do tempo de entrega e em boas condições. Mas tudo isto tem um custo, que está relacionado com o transporte na distribuição. O transporte tem um custo muito elevado relativamente às outras actividades da distribuição. As exigências do serviço ao cliente muitas vezes significam um aumento da frota. Por exemplo, considerar restrições do tempo de entrega pode implicar baixos níveis de utilização de um veículo, logo a necessidade de mais veículos. Paradoxalmente, para reduzir os custos do transporte, as empresas devem reduzir o número de veículos que operam. É então fundamental encontrar um compromisso entre um bom serviço ao cliente e

um transporte de bens eficiente. Para isso é necessário uma capacidade de resposta em tempo real, da distribuição. De uma maneira simplista, para que haja uma distribuição eficiente é necessário meios de transporte com qualidade. E fundamentalmente uma gestão de recursos e um planeamento de percursos que acompanhem as exigências do mercado.

Inicialmente o planeamento dos percursos, era necessariamente executado manualmente e sem apoio de qualquer sistema informático. Isto implicava uma grande experiência e conhecimento por parte dos operários que realizavam este tipo de trabalho. Além disso, as horas de trabalho para este tipo de actividade eram (e em alguns casos ainda o são) muito grandes. De uma maneira geral os planeadores acabam por chegar a soluções admissíveis. A necessidade de aumentar a capacidade de resposta por parte das empresas na área do transporte e muitas vezes a necessidade de tomar decisões de "última hora", torna-se necessário a automatização deste tipo de planeamento.

Desde os finais dos anos 60, que se tem revelado um crescente interesse no lucro que advém da definição das rotas para os veículos por sistemas informáticos. Verificou-se que as empresas que adoptaram estes sistemas de planeamento de rotas obtiveram benefícios substanciais, tais como uma melhor utilização do veículo, melhores níveis de serviço ao cliente e melhor distribuição dos bens. Tradicionalmente o software de planeamento de rotas para veículos baseia-se em três regras fundamentais:

- atribuição do trabalho aos motoristas e armazéns;
- sequenciamento das paragens nas rotas;
- escalonamento das paragens.

Por vezes este tipo de software é também utilizado para dar indicações de direcção aos motoristas, tendo estes assim a informação sobre os caminhos a percorrer entre as paragens. Através dos computadores de bordo, os motoristas têm a informação das melhores direcções (em tempo real) diminuindo ainda mais os tempos de distribuição. De uma maneira geral, o software de planeamento de rotas é utilizado para planear o fluxo dos bens enquanto estes são transportados pelos veículos. Este software garante o serviço ao cliente através da garantia de que os bens são entregues dentro do prazo previsto. Assim o custo de operação das frotas diminui uma vez que o aumento da produtividade dos veículos e motoristas aumenta.

Mas apesar da grande gama de produtos deste género disponíveis no mercado e das suas vantagens, grande parte das empresas (quer nacionais quer internacionais) continua a utilizar os métodos manuais tradicionais ou um misto do automático-manual.

1.1 Motivações

O mundo está cada vez mais complexo. Decisões que anteriormente tinham periodicidades alargadas têm agora que ser tomadas diariamente devido à constante mudança da economia global. As decisões das empresas tendem a ser maleáveis de forma a que esta possa acompanhar a realidade. Dentro desta realidade volátil, as empresas são confrontadas com sucessivas reestruturações em tempo real, a nível de exigências de distribuição. Devido ao montante elevado dos investimentos envolvidos nas decisões de distribuição, torna-se necessário o desenvolvimento de meios práticos e eficientes. É então de vital importância o desenvolvimento de estudos científicos compreensíveis e credíveis que fundamentem as decisões. Neste contexto, o estudo desenvolvido neste trabalho está direccionado para a tomada de decisões a nível da distribuição e transporte para as empresas.

Na sequência destas considerações e fazendo face à fatídica busca de algoritmos de resolução rápidos e eficazes, são estudados e desenvolvidos novos métodos eficientes, robustos e flexíveis para a resolução dos problemas de carga de veículos e planeamento de rotas. Com vista à resolução destes dois problemas em casos reais, surge uma nova perspectiva de análise. Isto é, para que um transporte de bens tenha qualidade é necessário considerar os problemas de carga dos contentores (ou veículos) conjuntamente com o problema de planeamento de rotas. Além disso, o serviço ao cliente depende de diversos factores pertencentes a estes dois problemas de optimização. Analisando estes dois problemas de uma forma integrada, surge-nos um novo problema que é apresentado e estudado neste trabalho.

O serviço ao cliente muitas vezes consiste numa miscelânea de diferentes factores relacionados com a distribuição. Além disso, o transporte[3] é uma das áreas fundamentais para o serviço ao cliente. De uma forma geral, o aumento da eficiência do transporte inclui uma maior utilização dos veículos. Mas por outro lado, as exigências do serviço ao cliente muitas vezes significam um aumento do número de veículos passando estes a ter baixos níveis de utilização. Então, se por um lado é necessário diminuir o número de veículos aumentando a sua utilização, por outro pode ser necessário aumentar o tamanho da frota. Logo a utilização dos veículos diminui para que as exigências do serviço ao cliente sejam satisfeitas. Um transporte eficiente e eficaz proporciona um valor acrescentado para os clientes. Porque os produtos chegam a tempo, sem danos e nas quantidades pretendidas. Estas são as três principais exigências dos clientes e para que sejam cumpridas é fundamental a integração de duas áreas implícitas no transporte:

---

[3] Entenda-se por Transporte como sendo a movimentação física dos produtos para pontos geograficamente separados.

- Planeamento das rotas;
- Empacotamento da carga nos veículos.

No entanto, resolvendo um problema tradicional de planeamento de rotas para veículos com janelas temporais (VRPTW) garante-se que os produtos chegam ao cliente dentro do prazo estipulado e através dos melhores percursos (Figura 1). Mas a carga colocada no contentor do veículo não tem garantia de estar acomodada da melhor forma. Logo, não se garante que a carga caiba fisicamente no veículo. Mesmo respeitando o volume e o peso máximo admitidos por este. Com a resolução do VRPTW temos garantida a primeira exigência dos clientes (tempo de entrega), mas não a segunda e a terceira (condições dos produtos e quantidades pretendidas).

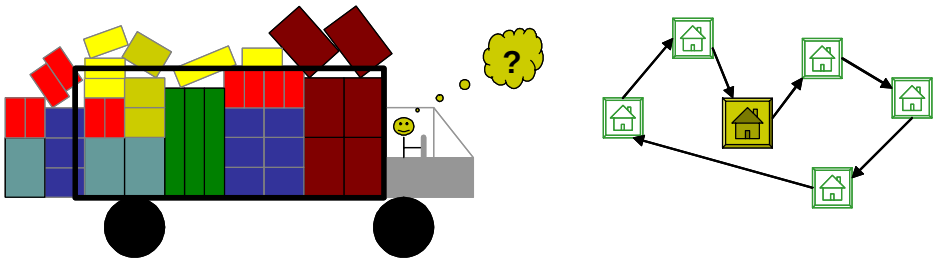

Figura 1 - Planeamento de rotas

Para que se possa garantir que não existem danos nos produtos durante o transporte, é necessário garantir um empacotamento estável. Resolvendo o problema tradicional de empacotamento em contentores (CLP), garantimos a estabilidade da carga. Logo fica satisfeita a segunda exigência dos clientes (condições dos produtos). Além disso, garantimos que toda a carga empacotada cabe perfeitamente no contentor (Figura 2). Mas em contrapartida, a rota associada a esse empacotamento não será a melhor. E também não temos garantia de que a primeira e terceira exigências dos clientes (tempo de entrega e quantidades pretendidas) sejam cumpridas. Até aqui, as três exigências dos clientes não podem ser resolvidas simultaneamente, porque com o VRPTW garante-se o cumprimento do tempo de entrega e com o CLP garantem-se as condições de entrega dos produtos.

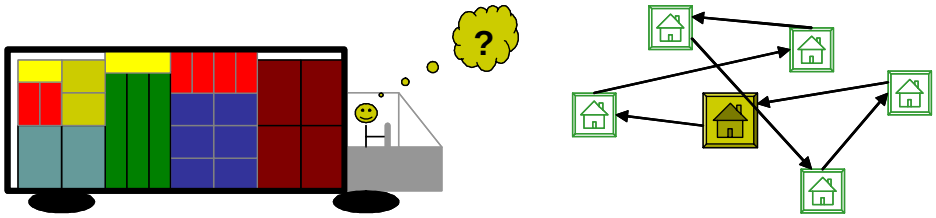

Figura 2 - Empacotamento de contentores

As três exigências principais dos clientes só são realmente satisfeitas quando se integram os dois problemas de optimização combinatória (Figura 3): VRPTW e CLP. Porque desta forma as restrições de capacidade dos veículos, em termos de peso e volume, nunca são violadas; a carga é empacotada de uma forma estável; e os tempos de entrega são respeitados. Mas em contrapartida, quando se faz esta integração o veículo tende a ficar subaproveitado existindo necessidade de um aumento do número de veículos. Além disso, as rotas tendem a ser também prejudicadas em termos de distâncias totais percorridas (ou tempos totais de percurso).

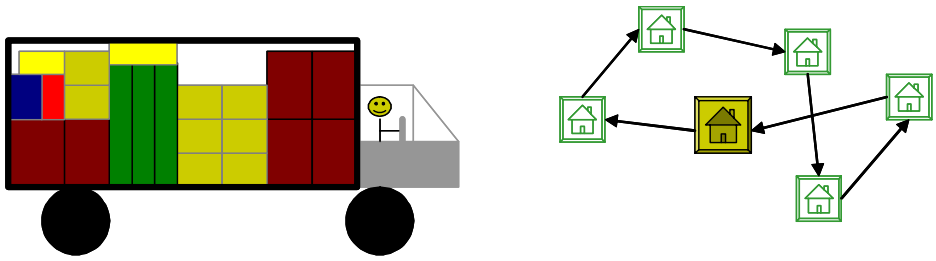

Figura 3 - Integração do planeamento de rotas e empacotamento de contentores

Sendo o objectivo principal a satisfação dos clientes, estudamos a integração dos dois problemas: VRPTW e CLP. Surge assim um novo problema denominado **Planeamento de Rotas e Empacotamento de Veículos (PREV)**. Consideremos então o PREV como sendo um problema definido genericamente da seguinte forma:

> *Considere-se um conjunto relativamente pequeno de clientes uniformemente distribuídos e uma frota de veículos (ou contentores) homogénea. A cada cliente está associada uma localização geográfica, uma janela temporal e um pedido. Cada pedido é constituído por um conjunto de caixas fracamente heterogéneas e cada caixa é definida pelas suas dimensões físicas, orientações admissíveis para a colocação e peso. No caso geral, a quantidade e peso de cada pedido não ocupam completamente um veículo. Um veículo é caracterizado pelas suas dimensões físicas, e logo por um volume máximo de carga, e peso máximo admitido. Existe um único armazém, com uma janela temporal associada, de onde saem os veículos e onde retornam no final das entregas.*

Este problema é o objecto de estudo deste trabalho e é apresentado e resolvido nesta dissertação.

1.2 Trabalho realizado

O objectivo principal do trabalho de investigação realizado no âmbito desta dissertação foi estudar a integração de dois problemas de optimização combinatória, VRPTW e CLP. Inicialmente foi estudado o problema de empacotamento em

contentores. Desenvolveu-se um algoritmo baseado na heurística de George and Robinson (1980). Foram efectuadas algumas alterações a esta heurística, com vista à melhoria tanto do volume de utilização do contentor como da estabilidade da carga. O objectivo principal foi a elaboração de uma heurística robusta e flexível capaz de resolver rapidamente e eficientemente problemas de empacotamento em contentores de pequenas dimensões. Esta nova heurística é referida durante este trabalho como: heurística de George and Robinson Modificada (G&RMod). Em seguida recorreu-se a meta-heurísticas não populacionais (tais como, pesquisa tabu, arrefecimento simulado, pesquisa local iterada e GRASP) para optimização dos resultados. Cada uma destas meta-heurísticas foi implementada utilizando como heurística construtiva a heurística G&RMod. Foram testados os problemas de Loh and Nee (1992) e de Bischoff and Ratcliff (1995) com cada uma das abordagens e feita uma comparação dos resultados, relativamente ao volume de utilização e à estabilidade da carga.

Em seguida é estudado o problema de planeamento de rotas para veículos com janelas temporais. É feita a sua formulação matemática e desenvolvidas algumas abordagens com vista à sua resolução. Para que existisse uma coerência neste estudo e de acordo com o objectivo principal desta dissertação, as abordagens desenvolvidas são direccionadas para a resolução de problemas de pequenas dimensões. Utilizando diferentes tipos de ordenação para os clientes a visitar, foram criadas algumas heurísticas construtivas. Isto é, ordenando os clientes pelas distâncias, pelo tamanho das janelas temporais, ou usando uma conjugação das duas. Utilizando a filosofia do algoritmo do vizinho mais próximo, criaram-se cinco versões diferentes da mesma heurística construtiva. Foi desenvolvido um algoritmo de redução do número de veículos. Isto é, depois de construídas as rotas é feita uma tentativa de redução do número de veículos, tentando desta forma minimizar a função objectivo do problema. Utilizando a meta-heurística GRASP e para cada uma das diferentes versões da heurística construtiva criamos cinco abordagens para a resolução do VRPTW. Cada uma das abordagens foi testada com problemas existentes na literatura.

Depois de estudados estes dois problemas individualmente iniciou-se o seu estudo integrado. O problema PREV foi formulado e resolvido utilizando dois métodos de abordagem diferentes. O primeiro método desenvolvido baseia-se na resolução do problema de uma forma simultânea. De acordo com esta filosofia foram criadas três abordagens. A primeira baseada no método de Monta Carlo, a segunda é uma heurística composta e a terceira, um algoritmo GRASP. Assim, partindo da abordagem baseada no método de Monte Carlo e utilizando o mesmo algoritmo construtivo, desenvolveu-se uma outra onde é efectuada uma pesquisa local à solução obtida. Continuando numa perspectiva de melhoria dos resultados obtidos

e partindo da segunda abordagem desenvolvida, criou-se um algoritmo GRASP. Desta forma e segundo a filosofia GRASP, o carácter aleatório das abordagens anteriores foi "controlado".

Pensando no problema PREV de uma forma mais direccionada desenvolvemos um segundo método de abordagem mais hierárquico. Isto é, dá maior importância ao objectivo do problema de planeamento de rotas mas não descorando o objectivo do empacotamento de contentores. Em primeiro lugar são construídas rotas e para cada rota os pedidos dos clientes são empacotados no mesmo veículo/contentor. Esta abordagem resulta da integração das abordagens desenvolvidas para os problemas VRPTW e CLP.

Para cada uma destas abordagens foram feitos testes computacionais exaustivos e comparados os resultados. Devido a este ser um estudo pioneiro, não existiam problemas de teste disponíveis na literatura. Foram então criados problemas de teste baseados nas características particulares dos problemas de empacotamento de Bischoff and Ratcliff (1995) e dos problemas de planeamento de rotas com janelas temporais de Solomon 1983.

1.3 Estrutura da dissertação

Esta dissertação está dividida em três partes fundamentais. A primeira está relacionada com a forma como se colocam determinados bens dentro de um contentor para serem transportados. Este problema é um problema de optimização – Problema de Empacotamento em Contentores (CLP). No Capítulo 2 o CLP é apresentado e estudado exaustivamente. No início do capítulo é feita uma descrição pormenorizada (secção 2.1). Em seguida é apresentado o estado da arte (secção 2.2) onde são descritos vários métodos de resolução aplicados ao CLP. Estes métodos estão divididos em métodos construtivos (secção 2.2.1) e de pesquisa (secção 2.2.2). Posteriormente são referidos os diferentes tipos de carga que podem ser considerados e também descritas as características de alguns problemas de teste existentes na literatura (secção 2.2.3). O estado da arte termina (secção 2.2.4) com algumas considerações de ordem prática relativas a problemas de empacotamento. O método por nós adoptado para resolução do CLP é baseado na heurística de George and Robinson (1980). Daí a necessidade de ser feita uma descrição pormenorizada desta heurística na secção 2.3. Em seguida, na secção 2.4 é apresentada a heurística construtiva desenvolvida (secção 2.4.2) e as respectivas alterações efectuadas à heurística original de George and Robinson (secção 2.4.1). Posteriormente, na secção 2.5, é feito um estudo intensivo do comportamento de quatro meta-heurísticas não populacionais quando aplicadas ao mesmo algoritmo construtivo com vista à resolução do problema de carga em contentores. Na secção 2.6 são apresentados os resultados obtidos com cada uma das abordagens. Para

além do volume de utilização obtido, é também feito um estudo relativo à estabilidade da carga empacotada no contentor (secção 2.7). Tanto a estabilidade da carga como o volume de utilização obtidos com cada um dos métodos são comparados entre si e com outras abordagens existentes na literatura (secção 2.8).

A segunda parte da dissertação relaciona-se com os percursos efectuados pelos veículos para entrega de mercadorias, de acordo com os pedidos e exigências de cada um dos clientes. Este problema é apresentado na literatura como – Planeamento de Rotas para Veículos (VRP). Uma variante a este problema (VRPTW) é apresentada e estudada no Capítulo 3. O capítulo inicia com uma descrição do VRPTW (secção 3.1). Na secção 3.2 é apresentado o estado da arte. O estado da arte está dividido em três partes: primeiro descrevem-se as diferentes abordagens heurísticas aplicadas a este problema (secção 3.2.1), que por sua vez estão divididas em heurísticas construtivas (secção 3.2.1.1), heurísticas de melhoramento (secção 3.2.1.2), algoritmos de redução do número de veículos (secção 3.2.1.3) e heurísticas compostas (secção 3.2.1.4); em seguida as abordagens meta-heurísticas (secção 3.2.2); e por fim é feita uma breve avaliação das heurísticas (secção 3.2.3). Posteriormente na secção 3.3 é apresentada uma formulação matemática para o VRPTW. Um dos objectivos deste trabalho é a resolução de problemas de planeamento de rotas para veículos de pequena dimensão e cujos clientes estejam uniformemente distribuídos (em termos de coordenadas geográficas). Assim na secção 3.4 é descrita uma heurística composta desenvolvida com este propósito. E na secção 3.5 é descrito um algoritmo GRASP também para a resolução do problema de rotas para veículos com janelas temporais. Por fim, são apresentados os testes computacionais (secção 3.6) e feita uma comparação dos resultados com outros existentes na literatura (secção 3.7).

Sendo o transporte de mercadorias uma subárea da distribuição, ao estudar este problema existe algo que não pode ser negligenciado, que é o serviço a clientes. Havendo alguns factores que devem ser considerados conjuntamente quando é planeado o transporte. Pensamos assim num novo problema de estudo que é o ponto fulcral deste trabalho e é descrito no Capítulo 4. Na terceira e última parte desta dissertação é apresentado o estudo do problema PREV. É feita uma descrição, abordagem e resolução desse novo problema. O PREV é descrito na secção 4.1 e apresentada a sua formulação matemática. Com vista à sua resolução são desenvolvidos quatro abordagens diferentes. Em primeiro lugar um método de abordagem (secção 4.2.1) trata o problema de uma forma simultânea e com um carácter aleatório. Em seguida é apresentado um outro método (secção 4.2.2) que resolve o problema seguindo uma determinada hierarquia. Por ser um problema novo são criados problemas de teste que reúnem as características de outros problemas existentes na literatura (secção 4.3). Vários testes são efectuados com

cada uma das abordagens criadas e apresentados os respectivos resultados (secção 4.3 e secção 4.4).

Para finalizar a dissertação, no Capítulo 5 são descritas as conclusões obtidas com este estudo. E em anexo (Anexo I) é feita uma breve explanação das várias meta-heurísticas não populacionais utilizadas durante este trabalho.

Capítulo 2

Problema de Empacotamento em Contentores

O problema tridimensional da determinação dos arranjos de itens num contentor é conhecido por problema de empacotamento em contentores (CLP). Normalmente o objectivo principal do CLP é a maximização da eficiência de utilização do espaço da carga. Neste capítulo é feito um estudo exaustivo do CLP. Primeiro é feita uma descrição do problema (secção 2.1). Em seguida (secção 2.2) são apresentadas várias abordagens desenvolvidas e utilizadas por outros autores, isto é, o estado da arte do CLP. De acordo com o problema em questão propomos (secção 2.5) quatro abordagens não-populacionais. Cada uma delas utiliza uma meta-heurística diferente: GRASP (secção 2.5.1), arrefecimento simulado (secção 2.5.2), pesquisa tabu (secção 2.5.3) e pesquisa local iterativa (secção 2.5.4). Qualquer uma delas utiliza a mesma heurística construtiva (secção 2.4), baseada na heurística de George and Robinson (1980) (secção 2.3), à qual foram feitas várias alterações (secção 2.4) com vista a melhorar a sua performance e flexibilidade. Na secção 2.6, são apresentados os resultados obtidos com cada uma das quatro abordagens desenvolvidas. Uma questão fundamental ao nível de empacotamento de itens, é a estabilidade desse mesmo empacotamento. Então, na secção 2.7 é apresentada uma análise à estabilidade da carga, resultante do empacotamento obtido com cada uma das quatro abordagens. Por fim, os resultados são comparados com resultados computacionais de outras abordagens (secção 2.8) existentes na literatura.

2.1 Descrição do problema de empacotamento em contentores

Neste trabalho assumimos, para a resolução do CLP, que tanto o contentor como os itens têm formas regulares e são paralelepípedos. O problema envolve um único contentor de dimensões conhecidas com o objectivo de distribuir a carga num ou mais locais geometricamente diferentes. A carga consiste num número finito de

caixas que podem ter vários tamanhos. Se o objectivo é empacotar o máximo de caixas possível no contentor, então a qualidade da solução é medida pelo volume de utilização associado ao empacotamento. O volume de utilização pode ser definido pelo volume da carga empacotada expresso como percentagem do volume do contentor. Quando a carga tem necessariamente que ser totalmente empacotada no contentor, existem outras formulações mais apropriadas. Nestes casos o objectivo deve ser a minimização do comprimento necessário do contentor ou minimização do número de contentores necessários ao empacotamento da carga em questão.

Além da eficiência, os empacotamentos devem ser elaborados respeitando outros requisitos práticos. Estes requisitos práticos, ligados à aplicação destes problemas no mundo real foram detalhadamente apresentados e descritos por Bischoff and Ratcliff (1995). Contudo, neste capítulo é dada alguma importância a alguns destes requisitos sendo outros somente referenciados, por exemplo: a orientação das caixas, peso máximo suportado por cada caixa dentro do contentor, estabilidade da carga, distribuição do peso no contentor, capacidade máxima do contentor e o problema de múltiplas descargas. Relativamente ao factor estabilidade, tal como Bischoff and Ratcliff (1995) descrevem, uma carga instável pode ter implicações de segurança importantes no caso do carregamento e especialmente na descarga das caixas. Em muitas situações onde a carga é transportada por estrada, caminhos-de-ferro ou barco é necessário uma boa distribuição do peso da carga aliada a uma boa estabilidade. Desta forma o transporte tem menores probabilidades de provocar danos nos itens ou mesmo riscos pessoais. Por outro lado, quando a carga tem múltiplos destinos, é conveniente que um determinado número de itens devam ser empacotados próximos uns dos outros e numa determinada posição relativa no contentor. Algumas destas considerações foram abordadas por alguns autores, conforme é descrito na secção 2.2.4.

Uma outra característica importante do CLP está relacionada com a diferença dos itens em termos de tamanho (secção 2.2.3). Num extremo a carga pode ser completamente homogénea, i.e., é constituída somente por itens idênticos. Noutro extremo todos os itens têm tamanhos diferentes. Quando temos um grande número de itens de tamanhos diferentes relativamente ao seu número total, diz-se que a carga é fortemente heterogénea. Quando a carga é constituída por poucos itens diferentes relativamente ao número total, então diz-se que a carga é fracamente heterogénea.

Quaisquer que sejam os requisitos práticos aliados ao CLP e o tipo de carga, existem na literatura várias abordagens para este problema. Neste capítulo, essas abordagens estão divididas de acordo com o método de colocação dos próprios itens dentro do contentor. Assim, na próxima secção e respectivas subsecções, são

descritas algumas abordagens e formas de resolução destes problemas, existentes na literatura.

2.2 Estado da arte

O CLP é um problema particular da classe de problemas que é referida na literatura como: problemas de corte e empacotamento. Nos anos 90, foi apresentada por Dyckhoff (1990) uma tipologia dos problemas de corte e empacotamento. Recentemente Wäscher *et al.* (2004), apresentam uma nova tipologia onde (tal como Dyckoff) utilizam quatro critérios para definição dos diversos tipos de problemas: dimensionalidade, atribuição da carga, ordenação de objectos grandes e ordenação de objectos pequenos. Segundo Wäscher *et al.* (2004) o CLP é um problema do tipo "*output maximization*" com itens fracamente heterógeneos. Usando a classificação de Wäscher *et al.* (2004), o CLP estudado neste capítulo pode ser classificado por SLOP – Single Large Object Loading Problem. É um problema tridimensional, com um conjunto de itens pequenos de tamanhos diferentes, que devem ser empacotados num determinado contentor de tal forma que o volume dos itens empacotados é maximizado.

2.2.1 Métodos de construção

Entre os problemas de empacotamento tridimensionais, os mais estudados são sem duvida os problemas onde se pretende empacotar o maior conjunto de itens num único contentor. Neste caso, o objectivo é a maximização do volume dos itens empacotados, que é equivalente à minimização do espaço desperdiçado do contentor. George and Robinson (1980), Morabito and Arenales (1993), Gehring and Bortfeldt (1997), Bortfeldt and Gehring (1998) e Eley (2002) são alguns exemplos de publicações que lidam com este tipo de problema. Um objectivo alternativo, e considerado por alguns autores, é minimizar o tamanho do contentor necessário para acomodar um determinado conjunto de itens. Nestes casos, são geralmente fixadas duas das dimensões e o objectivo é minimizar a terceira. Bischoff and Marriot (1990) é exemplo de um procedimento que trata este problema específico.

O segundo problema principal envolve a minimização do número de contentores necessários para empacotar um determinado conjunto de itens. Alguns exemplos de autores que apresentaram procedimentos de resolução para estes problemas são, Liu and Chen (1981), Ivancic *et al.* (1989) e Eley (2002).

Para qualquer um dos problemas, existem diversas formas de abordagem, podendo ser simples métodos heurísticos ou então métodos mais complexos. Qualquer que seja o método de resolução e dependendo do tipo de carga, a forma como se colocam os itens dentro do contentor é fundamental. Não só quando se tem em

vista uma boa utilização do espaço, mas principalmente quando se consideram algumas das características e requisitos práticos relacionados com estes problemas (secção 2.2.4). Seguindo este raciocínio, na Tabela 1 estão referenciadas algumas abordagens existentes na literatura.

Métodos	Construção em Paredes	Construção em Camadas	Construção em Colunas	Construção em Blocos	Outros
Heurísticas	George and Robinson (1980) Liu and Chen (1981) Bischoff and Marriot (1990) Gehring *et al.* (1990) George (1992) Xue and Lai (1997) Chien and Wu (1998)	Scheithauer (1991) Bischoff *et al.* (1995) Bischoff and Ratcliff (1995) Ratcliff and Bischoff (1998)	Bischoff and Ratcliff (1995)	Eley (2002) Davies and Bischoff (1999)	Ngoi and Whybrew (1993) Ngoi *et al.* (1994) Bischoff (2003)
Meta-heurísticas	Bortfeldt and Gehring (2001) Gehring and Bortfeldt (2002)		Gehring and Bortfeldt (1997)	Bortfeldt and Gehring (1998) Bortfeldt *et al.* (2003)	Faina (2000)
Outros	Pisinger (1999) Pisinger (2002)	Morabito and Arenales (1993)	Morabito and Arenales (1993) Ivancic *et al.* (1989)		Han *et al.* (1989) Scheithauer (1992)

Tabela 1 - Ordenação das abordagens por métodos de resolução

Estas abordagens são divididas de acordo com a forma de colocação dos itens dentro do contentor (i.e., construção de uma solução) e respectivo método de resolução. Algumas delas são descritas nas subsecções seguintes.

2.2.1.1 Construção em paredes

Dowsland (1995) defende que o CLP é o exemplo de um problema onde os algoritmos que garantiriam uma solução óptima ou são computacionalmente inadmissíveis ou então ainda não são conhecidos. Logo, a grande parte das vezes o problema é abordado usando heurísticas que têm como objectivo obter uma boa solução, não necessariamente óptima, dentro de um espaço de tempo razoável. É normalmente proposto um sistema de regras a partir das quais os planos de empacotamento são construídos de uma forma iterativa. Uma das formas possíveis de arranjos com a carga a empacotar pode ser através de paredes verticais colocadas dentro do contentor. Exemplos que adoptam a estratégia de construção de paredes verticais são, George and Robinson (1980), Liu and Chen (1981), Bischoff and

Marriot (1990), Gehring *et al.* (1990), Xue and Lai (1997), Chien and Wu (1998), Pisinger (1999) e Pisinger (2002).

George and Robinson (1980), propuseram uma das primeiras abordagem de empacotamento em contentores conhecidas na literatura. Esta abordagem é explicada em detalhe na secção 2.3. Mais tarde George (1992) complementou o algoritmo de George and Robinson (1980) e apresenta um método para o caso especial em que a carga a entregar consiste num único "tipo de caixa"[4]. A abordagem é vista como "construção em paredes", mas neste caso as paredes podem ser construídas contra qualquer uma das partes laterais e mesmo no chão do contentor (não sendo esta última considerada nesta tese como parede mas sim camada). A forma de cada parede é determinada usando um algoritmo bidimensional. Uma comparação efectuada com a abordagem de George and Robinson (1980), revela uma melhoria no nível médio da eficiência do empacotamento de 3.2% e 3.4% dependendo do tamanho das caixas a serem empacotadas.

Liu and Chen (1981), sugerem também uma abordagem de construção de paredes. Neste caso, a formação de uma parede é efectuada de acordo com a largura dos espaços livres. Assim para a largura de um determinado espaço, encontra uma combinação linear entre as dimensões de uma caixa e o seu posicionamento, de forma a minimizar o espaço livre. De acordo com este posicionamento, fixa a posição da caixa – em termos de largura da caixa As restantes posições são também combinadas por forma a encontrar a posição que melhor aproveite a altura do espaço em questão.

Bischoff and Marriot (1990), mostram um estudo de comparação de resultados de 14 regras heurísticas. São testadas algumas variações à abordagem de George and Robinson (1980) e comparadas com uma abordagem que aplica um empacotamento 2D para a determinação do arranjo de cada parede vertical. O objectivo desta abordagem é determinar o comprimento mínimo necessário de um contentor com largura e altura fixas para empacotar um determinado conjunto de itens. Todas as variantes propostas criam paredes verticais ao longo da secção do contentor. Os autores demonstram que a eficiência de uma abordagem depende dos itens a empacotar, uma vez que algumas heurísticas obtêm melhores resultados para cargas fracamente heterogéneas enquanto que outras obtêm melhores resultados para cargas fortemente heterogéneas. Seguindo este ponto de vista sugerem uma heurística composta. Esta heurística, consiste num conjunto de heurísticas individuais aplicadas sequencialmente. Conseguem uma redução do comprimento

[4] Define-se tipo de caixa por: conjunto de itens idênticos em termos de dimensões.

necessário do contentor, mas o tempo de obtenção de uma solução passa a ser significativo.

Gehring *et al.* (1990), sugerem uma abordagem direccionada para empacotamentos fortemente heterogéneos. Esta abordagem cria paredes verticais tendo em consideração que estas são adjacentes e não se intersectam. Tal como na heurística de George and Robinson (1980) a profundidade de cada parede é determinada pela profundidade da primeira caixa da camada, à qual é dado o nome de LDB (*Layer Determining Box*). Os tipos de caixas são ordenados por ordem decrescente do seu volume. A LDB é escolhida como sendo a maior caixa existente que pode ser colocada no canto inferior esquerdo do chão do contentor. Depois da LDB ser colocada, a restante secção é dividida em duas partes que não se intersectam. A primeira parte é o espaço ao lado da LDB até à sua altura, a segunda corresponde a todo o espaço por cima da caixa e do primeiro espaço, até à altura do contentor. Estes espaços são posteriormente preenchidos com pares de caixas, i.e., pares de caixas que tenham o maior volume e o melhor posicionamento relativamente às suas orientações. Quando não existirem mais espaços livres na lista de espaços, então é criada (se possível) uma nova parede. A maior desvantagem desta abordagem é em termos de estabilidade, uma vez que permite que as caixas sejam colocadas (no pior dos casos) em suspensão. Mas esta forma de empacotamento, devido às paredes não se intersectarem entre si, permite uma reorganização das paredes de forma a obter-se uma distribuição de peso mais eficiente. Esta reordenação não causa diminuição na eficiência do empacotamento. Bortfeldt and Gehring (2001) e Gehring and Bortfeldt (2002), utilizam esta heurística para a resolução do CLP com cargas fortemente heterogéneas e com um único contentor. Nestas duas publicações o procedimento geral é mantido, havendo uma alteração nas regras heurísticas. Aqui os planos de empacotamento, que incluem várias paredes, são representados por estruturas de dados complexas. Estas estruturas de dados são necessárias uma vez que são usados algoritmos genéticos para melhoria das soluções.

Xue and Lai (1997), propuseram uma abordagem de construção de paredes. Tal como na abordagem de Gehring *et al.* (1990), não é permitida a intersecção de paredes. Os autores propõem duas heurísticas de posicionamento, às quais se referem como PH1 e PH2. PH1 selecciona a maior dimensão da caixa colocada no chão do contentor para profundidade da parede. PH2 tem como objectivo minimizar o desvio das profundidades das caixas a serem incluídas na camada. Tal como na heurística de George and Robinson (1980), são também propostas algumas regras de ordenação das caixas. É tido em consideração três características a quando a ordenação das caixas: D - profundidade da caixa, Q – quantidade disponível do tipo de caixa e S – a área da superfície da caixa (por exemplo, as

características por esta ordem DQS, colocam caixas com a maior profundidade no topo da lista). Se existir um empate são comparadas a quantidade e a área de superfície das caixas (por esta ordem). Fazendo permutações de DQS obtêm seis heurísticas ordenadas: de OH1 a OH6. Finalmente, são definidas duas heurísticas que constroem paredes através da colocação de colunas verticais de caixas. Sendo estas denominadas por: LH1, que cria uma camada usando a lista de caixas originária de uma das heurísticas de ordenação e LH2, que determina uma mistura de um ou dois tipos de caixas com as quais é construída uma parede. Assim no total, são apresentadas vinte e quatro heurísticas que resultam da combinação dos três tipos de heurísticas descritas anteriormente. Foram efectuados testes com os dados obtidos ao longo de um ano de operação da produção. A comparação é efectuada com o sistema de empacotamento manual, verificando-se com os resultados obtidos pelas heurísticas, uma diminuição de 10,58% dos custos de transporte.

Chien and Wu (1998), apresentam uma abordagem que reduz a dimensionalidade do CLP. Inicialmente o problema é reduzido a duas dimensões onde é considerado o preenchimento do contentor com paredes verticais. O primeiro tipo de parede bidimensional corresponde à secção transversal do contentor - definida pela altura e largura. Em seguida o problema é resolvido através da construção de paredes ao longo da altura e comprimento do contentor. Por fim, constroem-se as paredes considerando a dimensão largura e profundidade. O empacotamento é efectuado através de um procedimento recursivo. A solução final é escolhida dentro destas três soluções.

Pisinger (1999) e Pisinger (2002), propõe uma heurística baseada na heurística de George and Robinson (1980), onde é usado um algoritmo de pesquisa em árvore. O algoritmo decompõe o problema num determinado número de paredes que por sua vez são divididas num determinado número de colunas. O empacotamento dessas colunas é resolvido como um problema da mochila com capacidade igual à altura e largura do contentor. Essas colunas podem ser orientadas vertical ou horizontalmente. A profundidade de cada parede, assim como a espessura de cada coluna, é decidida através de uma abordagem *branch-and-bound* onde em cada nó só é explorado um subconjunto de ramificações. Para a selecção das profundidades das paredes e largura das colunas, apresenta várias regras de ordenação sendo seleccionada a mais promissora.

2.2.1.2 Construção em camadas horizontais

Além da construção em paredes, também é comum encontrar abordagens heurísticas cujos empacotamentos são construídos através de arranjos em camadas horizontais. Alguns procedimentos que adoptam esta filosofia são apresentados por Scheithauer (1991), Loh and Nee (1992) e Bischoff *et al.* (1995).

Scheithauer (1991) propôs um algoritmo para o problema empacotamento tridimensional - *Bin Packing Problem*. O objectivo da abordagem é determinar a altura mínima de um contentor com dimensões de largura e profundidade fixas, por forma a empacotar uma determinada carga. O empacotamento consiste na colocação de camadas horizontais ao longo da secção da base do contentor. As caixas são empacotadas em cada uma das camadas usando um algoritmo de empacotamento bidimensional. O algoritmo ordena as caixas decrescentemente relativamente à sua largura e empacota-as em colunas horizontais por esta ordem. Uma nova camada é iniciada quando a próxima caixa da lista não pode ser colocada na camada em construção.

Loh and Nee (1992), propuseram também uma abordagem em camadas horizontais para resolução do CLP. As caixas têm dimensões verticais fixas e estão agrupadas de acordo com essas dimensões. A ideia é, quando se colocam caixas com a mesma dimensão de altura perto umas das outras, cria-se uma maior área plana para a posterior colocação de outras caixas. Foram testados quinze conjuntos de dados e o nível médio de eficiência do empacotamento obtido excedia os 65%. O volume da carga a ser empacotada é normalmente inferior ao volume do contentor. Isto implica que as caixas são sempre todas empacotadas. Assim os autores propuseram uma medida alternativa à eficiência do empacotamento. Esta medida indica o grau de compactação da carga. É definida pela razão entre o volume das caixas e o menor paralelepípedo envolvente da carga empacotada. O menor rectângulo envolvente é o produto do menor comprimento, largura e altura que envolve a carga empacotada.

Bischoff *et al.* (1995), propõem uma abordagem em camadas horizontais para o problema de carga em paletes. Esta abordagem foi aplicada por Bischoff and Ratcliff (1995) ao CLP. O artigo demonstra que a abordagem produz configurações de empacotamento eficientes e mostra um elevado nível de estabilidade da carga. Bischoff and Ratcliff (1995) demonstram como o algoritmo pode ser aplicado ao problema da carga de múltiplas paletes. O objectivo é minimizar o número de paletes necessárias para acomodar toda a carga. Posteriormente Ratcliff and Bischoff (1998) modificaram o algoritmo por forma a permitir restrições de pesos para as caixas, i.e., cada tipo de caixa é capaz de suportar um determinado peso. Esta abordagem é descrita na secção 2.2.4.

2.2.1.3 Construção em colunas

Uma outra forma de fazer o empacotamento num contentor é através da colocação de colunas de caixas. Bischoff and Ratcliff (1995) e Gehring and Bortfeldt (1997) são dois dos exemplos existentes na literatura que adoptam este tipo de abordagem construtiva.

Em Bischoff and Ratcliff (1995), que aborda situações de descarga em pontos geograficamente diferentes, é apresentada uma abordagem de construção em colunas para o problema de empacotamento num só contentor. Este método proposto tem muitas características comuns com as abordagens de construção em paredes. Em cada iteração do empacotamento, é colocada uma caixa e as regras utilizadas pela heurística favorecem a criação de colunas de caixas do mesmo tipo. O algoritmo produz empacotamentos com elevada eficiência, mesmo nos casos em que a carga a empacotar é fortemente heterogénea.

Gehring and Bortfeldt (1997), descrevem um método onde são gerados arranjos estáveis com as caixas, i.e., cada caixa é colocada no chão do contentor ou em cima de outra caixa e o seu centro de gravidade deve ser sempre suportado pela caixa de baixo. É usado um algoritmo guloso que constrói um conjunto de colunas verticais (torres de caixas). Na construção das torres, quando existem espaços livres, estes são preenchidos do seguinte modo: para um dado espaço e para um dado tipo de caixa, testam-se todos os posicionamentos da caixa no espaço através da denominada "variante de rotação". Com base no volume da caixa e na melhor posição de encaixe desta no espaço livre é determinada a melhor rotação da caixa. A torre que tenha maior volume total é incluída no conjunto de torres. Em seguida as torres são ordenadas decrescentemente segundo o valor da área da sua base, para ser efectuada a sua colocação dentro do contentor. Esta colocação de torres no contentor é feita através de um algoritmo genético.

2.2.1.4 Construção em blocos

Para além das abordagens atrás descritas, encontramos também na literatura abordagens cuja construção é feita em blocos de caixas. Os blocos podem ser constituídos por caixas do mesmo tipo, logo são blocos homogéneos, tal como apresentam Bortfeldt and Gehring (1998) e Eley (2002). Se pelo contrário, são constituídos por caixas de tipos diferentes, tal como é apresentado por Davies and Bischoff (1999), têm o nome de blocos heterogéneos.

Bortfeldt and Gehring (1998) assim como Bortfeldt *et al.* (2003), apresentam uma heurística gulosa para a construção de blocos homogéneos. Esta heurística obtém também bons resultados para problemas fracamente heterogéneos. O algoritmo base empacota caixas num determinado contentor de uma forma cíclica, onde em cada ciclo é preenchido um único espaço dentro do contentor. Para isto é escolhida a melhor combinação de um bloco ou par de blocos e respectivo espaço seleccionado. Estas combinações são ordenadas de acordo com um ou dois esquemas de ordenação. A combinação bloco(s)/espaço é guardada numa lista de empacotamentos. Em seguida, é recomeçado um novo ciclo para preenchimento dos restantes espaços vazios.

A abordagem de Davies and Bischoff (1999) é uma abordagem composta. Tendo como objectivo uma combinação entre elevada utilização do espaço e uma boa distribuição do peso dentro do contentor, os autores apresentam uma heurística baseada nos aspectos mais promissores de três abordagens existentes na literatura. As três abordagens utilizadas são, o algoritmo de construção de camadas de Bischoff *et al.* (1995) ao qual dão o nome de LA, o algoritmo de construção em colunas de Bischoff and Ratcliff (1995) ao qual dão o nome de CB e o algoritmo de Gehring *et al.* (1990), com o nome de GMM. Segundo os testes efectuados com estas heurísticas, o algoritmo LA representa um ponto de partida promissor, mas existe uma certa dificuldade em combinar o conceito de paredes verticais com a noção de camadas horizontais, que é fundamental para o método. Isto porque os autores defendem que este tipo de abordagem é o melhor em termos de distribuição do peso dentro de um contentor. Por outro lado, o método CB tem um grande potencial para ser adaptado desta forma. Cada passo do algoritmo envolve uma única caixa. No início de cada fase de empacotamento são determinadas todas as potenciais superfícies de empacotamento. Só são consideradas superfícies rectangulares completamente horizontais. E contrariamente à abordagem GMM todas as caixas são suportadas na totalidade. Tal como no GMM é usado o conceito de LDB (secção 2.2.1.1) que define a profundidade da parede. Mas aqui a ideia é estendida de tal forma, que combinam um número de paredes para formar um bloco. Uma caixa pode fazer parte de duas paredes, mas nunca de dois blocos. Outra diferença importante do conceito de LDB de Gehring *et al.* (1990) é que esta não é seleccionada de acordo com um conjunto de regras, mas sim baseada na abordagem CB. A ideia é ordenar as caixas que podem ser usadas para preencher um dado espaço de acordo com o potencial para construção de uma coluna homogénea. A coluna que tiver maior volume é a escolhida. Os resultados obtidos com esta heurística composta superam os resultados obtidos pelas três heurísticas mencionadas. Relativamente à abordagem de Gehring *et al.* (1990) a grande melhoria verifica-se na distribuição do peso dentro do contentor (secção 2.2.4).

Por fim, Eley (2002) apresenta um método guloso, que preenche o contentor com blocos homogéneos (constituídos por itens idênticos). Todos os itens pertencentes a um bloco têm a mesma orientação. Em cada iteração são avaliados todos os espaços livres e todas as posições possíveis de uma caixa. Em seguida, é escolhida a melhor combinação espaço/posição da caixa segundo um determinado critério. As soluções obtidas através desta heurística gulosa são melhoradas com uma pesquisa em árvore (secção 2.2.2.2).

2.2.1.5 Outras abordagens de construção

Existem outras famílias de heurísticas para empacotamento que não estão limitadas às configurações de paredes, camadas, colunas ou blocos. Tais publicações incluem Ngoi *et al.* (1994), Faina (2000) e Bischoff (2003).

Os primeiros, Ngoi *et al.* (1994), propõem um procedimento baseado no sistema de representação espacial em matriz de Ngoi and Whybrew (1993). Este sistema permite modelar um contentor com qualquer caixa e espaços vazios contidos por este. Em cada iteração do empacotamento é colocada uma única caixa e em seguida são identificadas todas as potenciais superfícies de empacotamento. Todas as caixas e todas as potenciais superfícies de empacotamento são comparadas e ordenadas. A combinação que tiver a maior ordem passa a ser a próxima caixa a empacotar. O esquema de ordenação é elaborado por forma a escolher caixas com dimensões tais que preencham o melhor possível o espaço livre. O algoritmo é testado com os 15 problemas adoptados por Loh and Nee (1992).

Faina (2000), desenvolve um algoritmo onde os critérios de empacotamento não estão limitados ao empacotamento de paredes, camadas ou colunas, nem necessita de nenhuma regra de ordenação nem de prioridades. Este algoritmo é uma estratégia completamente tridimensional. O método geométrico é uma extensão para o caso tridimensional do método das zonas proposto por Lipovetskji (1988). As caixas são colocadas no contentor pela ordem pela qual estas aparecem na lista de caixas para empacotamento, isto é, uma lista sem qualquer ordenação. A primeira caixa é colocada no contentor no seu canto inferior traseiro esquerdo. As outras vão sendo colocadas de acordo com a localização dada pelo método das zonas. A base desta abordagem é o arrefecimento simulado (secção 2.2.2.1).

Bischoff (2003), desenvolveu uma heurística usando uma adaptação do sistema de representação matricial sugerido por Ngoi *et al.* (1994). Uma das diferenças é que não envolve a criação de uma matriz para a secção em cada um dos níveis de altura. Neste caso, em vez de um grande número de matrizes só são necessárias duas: uma que representa a altura da superfície e outra que guarda a informação da capacidade de suporte da carga. Nesta abordagem só é colocada uma caixa de cada vez em cada iteração. O tipo de caixa, onde e como é que esta é posicionada no contentor, é definido através da análise de todas as possíveis combinações entre espaço livre e as caixas não empacotadas, com as respectivas orientações. As combinações admissíveis são avaliadas com base num esquema de pontuação, onde as opções são consideradas segundo cinco perspectivas diferentes. É seleccionada a combinação que tiver melhor pontuação, sendo esta pontuação a soma de cada um dos valores dos cinco critérios.

2.2.2 Métodos de pesquisa

Muitas das formas de resolução para o CLP, passam pela junção de métodos heurísticos com outros métodos de pesquisa, sendo o objectivo a melhoria dos resultados obtidos. Existem vários métodos de pesquisa utilizados na resolução destes problemas, sendo alguns descritos nas subsecções seguintes.

2.2.2.1 Meta-heurísticas

As meta-heurísticas, são heurísticas de pesquisa num espaço de soluções e podem ser divididas em duas classes. A primeira compreende os métodos que exploram uma vizinhança em cada iteração. A vizinhança é alterada de acordo com suas estratégias e nessa iteração é escolhido apenas um elemento dessa vizinhança. Esse tipo de pesquisa do espaço de soluções gera um caminho ou uma trajectória de soluções. Esta trajectória é obtida pela transição de uma solução para outra de acordo com os movimentos permitidos pela meta-heurística. Dentro dessa classe de métodos podem-se citar a Pesquisa Tabu e o Arrefecimento Simulado. A segunda classe de meta-heurísticas e em contraposição às anteriores, exploram uma população de soluções em cada iteração. As suas estratégias de pesquisa são capazes de explorar várias regiões do espaço de soluções de cada vez. Nestes casos ao longo das iterações não se constrói uma trajectória única de pesquisa, uma vez que as novas soluções são obtidas através da combinação de soluções anteriores. Nesta classe estão por exemplo os Algoritmos Genéticos. Algumas abordagens para resolução do CLP utilizam esta segunda classe de meta-heurísticas, tais como apresentam, Bortfeldt (1994), Gehring and Bortfeldt (1997), Bortfeldt and Gehring (2001) e Gehring and Bortfeldt (2002).

Bortfeldt (1994) melhorou a abordagem de Gehring *et al.* (1990) utilizando um algoritmo genético. A abordagem inicial é usada para gerar uma solução inicial. Esta solução é constituída por paredes que são guardadas sequencialmente. Em seguida os operadores genéticos são aplicados a essa sequência de soluções. Uma vez que o algoritmo genético usa a heurística base de Gehring *et al.* (1990), os arranjos produzidos são paredes verticais sem intersecções. Foram elaborados testes num conjunto de 100 problemas gerados aleatoriamente e verifica-se um aumento da média da eficiência do empacotamento de 3,1% relativamente à abordagem inicial de Gehring *et al.* (1990).

Gehring and Bortfeldt (1997), propõem uma abordagem especificamente direccionada para problemas fortemente heterogéneos. A abordagem consiste em dois passos: no primeiro passo são construídas colunas verticais de caixas (torres); no segundo passo, é utilizado um algoritmo genético para a colocação das torres no chão do contentor. Este segundo passo, é abordado como um problema bidimensional. Finalmente, a eficiência do algoritmo genético é valorizada com a

introdução da hibridação. Mais precisamente, é fornecido ao algoritmo genético algum conhecimento adicional do problema base. São apresentados resultados de testes, tanto dos problemas de Loh and Nee (1992), como dos problemas de Bischoff *et al.* (1995). Gehring and Bortfeldt (1997) provam que com esta abordagem são obtidos bons resultados, quando comparados com os resultados de outras abordagens, tais como Bischoff *et al.* (1995) e Bischoff and Ratcliff (1995).

Mais uma vez Bortfeldt and Gehring (2001) e Gehring and Bortfeldt (2002), usam os algoritmos genéticos para a geração de planos com uma estrutura tipo parede. Cada solução é gerada através de uma método de construção de paredes apresentado por Gehring *et al.* (1990) e descrito na secção 2.2.1.1. No início do procedimento a heurística base é usada para gerar planos de armazenamento completos, como indivíduos iniciais para a evolução. Para a geração de futuras gerações, são usados os operadores cruzamento e mutação. Isto implica uma transferência de paredes não modificadas para os descendentes. Uma vez que um descendente normalmente não representa uma solução completa, são então geradas paredes através da heurística base. A heurística base e os operadores genéticos, são tais que os planos de empacotamento são representados numa estrutura de dados por forma a não especificar a sequência das paredes. Esta sequência é só especificada no passo final do processo. Esta abordagem é direccionada para resolução de problemas fortemente heterogéneos. Foram testados os problemas de Bischoff and Ratcliff (1995). Os resultados obtidos pelos mesmos autores relativamente à abordagem descrita em Gehring and Bortfeldt (1997), são claramente superiores. Gehring and Bortfeldt (2002), utilizam um algoritmo genético paralelo, a diferença fundamental para a abordagem de Bortfeldt and Gehring (2001) é que neste caso existem várias sub-populações, estando estas separadas e sujeitas a um processo de evolução independente. A evolução destas sub-populações tem lugar cada uma numa máquina diferente (ligadas através de uma LAN - *Local Area Network*). Os resultados obtidos com esta abordagem comparativamente com a anterior, são ligeiramente superiores em todos os problemas de teste.

Estes autores usam também a Pesquisa Tabu em Bortfeldt and Gehring (1998) e Bortfeldt *et al.* (2003) para a resolução de problemas fracamente heterogéneos (equivalente aos problemas de classe (R) segundo a classificação de Dyckhoff (1990)). Bortfeldt and Gehring (1998) apresentam um procedimento heurístico que gera soluções (secção 2.2.1.4), essas soluções são representadas por uma *string* de inteiros definindo uma estrutura de vizinhança. A essas soluções é aplicada uma pesquisa tabu. Para cada um dos sete primeiros conjuntos de problemas de teste de Bischoff and Ratcliff (1995), esta abordagem produz em média melhores resultados do que a abordagem com algoritmos genéticos de Gehring and Bortfeldt (1997).

Esta melhoria é compreensível, uma vez que esta abordagem é direccionada para a resolução de problemas fracamente heterogéneos, enquanto que a abordagem de Gehring and Bortfeldt (1997) é direccionada para problemas fortemente heterogéneos. Bortfeldt *et al.* (2003) utilizam a mesma abordagem, mas com base num algoritmo de pesquisa tabu paralelo. A pesquisa paralela é efectuada através de instâncias diferentes, que cooperam entre si através da troca de (melhores) soluções no final da fase de pesquisa. Cada um destes algoritmos são executados em diferentes máquinas (ligadas por uma LAN). Para os mesmos sete primeiros conjuntos de problemas de Bischoff and Ratcliff (1995), os resultados obtidos superam os resultados apresentados em Bortfeldt and Gehring (1998).

Faina (2000) foi dos únicos autores a utilizar o arrefecimento simulado ao problema de empacotamento tridimensional. O autor apresenta o arrefecimento simulado como sendo a base de um algoritmo de empacotamento. Como já foi descrito na secção 2.2.1.5, as caixas são colocadas sem nenhuma ordem específica. Através do método da zona de Lipovetskji (1988) e depois de colocada a primeira caixa no contentor são obtidas as localizações para cada uma das outras caixas, obtendo-se desta forma uma configuração inicial. Nesta configuração inicial é efectuada uma pequena perturbação, por exemplo alterando (aleatoriamente) a posição de duas das caixas obtendo-se assim uma nova configuração. Esta nova configuração é aceite com uma probabilidade diferente de zero que decresce exponencialmente com o crescimento da função custo. O critério de aceitação é controlado por um parâmetro de controle que vai diminuindo passo a passo e que reduz o número de transições aceites conforme o algoritmo vai progredindo. Esta abordagem dá bons posicionamentos das caixas quando estas são em número relativamente pequeno.

2.2.2.2 Outros métodos de pesquisa

Na literatura encontram-se abordagens ao CLP que utilizam ferramentas de investigação operacional sofisticadas. Por exemplo, Han *et al.* (1989) e Scheithauer (1992) combinam elementos heurísticos com programação dinâmica e onde o objectivo é maximizar o valor da carga que pode ser empacotada num único contentor. Por outro lado a abordagem de Ivancic *et al.* (1989) é baseada em técnicas de programação inteira. Onde o objectivo é minimizar o custo total dos contentores necessários para empacotar uma determinada carga consignada. Neste caso o problema é formulado como um problema da mochila múltiplo e resolvido utilizando um método de geração de colunas. É identificado um sub-problema relacionado com o empacotamento de um único contentor, que é identificado e resolvido utilizando um procedimento heurístico.

Existem outras técnicas aplicadas aos CLP, que incluem grafos "and/or" – abordada por Morabito and Arenales (1993) e pesquisa em árvore - abordada por Eley (2002). Morabito and Arenales (1993), apresentam três procedimentos

heurísticos para o problema de empacotamento num único contentor. Cada uma das três abordagens é específica para cada problema sem restrições. Os autores definem problema sem restrições, se existir um número ilimitado de caixas de cada tipo. O objectivo é maximizar o volume das caixas empacotadas num único contentor. A primeira das três abordagens cai na categoria das abordagens em camadas. E reduz o problema a duas dimensões onde são geradas camadas horizontais que podem ser colocadas umas em cima das outras. Outra abordagem proposta é uma heurística de geração de colunas. As colunas são geradas resolvendo uma variedade de problemas de mochila unidimensionais. Estas colunas são colocadas no contentor através de um algoritmo de empacotamento bidimensional. A terceira heurística é uma abordagem em grafo "and/or", que gera todos os padrões de corte possíveis para os dois problemas – sem e com restrições.

Eley (2002), melhora as soluções iniciais da heurística construtiva (secção 2.2.1.5), através da aplicação de uma pesquisa em árvore. Esta pesquisa permite a consideração de diferentes sequências de carga a par com as sequências do volume de utilização determinado. A ramificação é feita para cada tipo de caixa e respectivas orientações. Para limitar a ramificação, existe uma função avaliadora que indica os nós mais promissores. Esta função não só considera o volume de utilização mas também o potencial para o preenchimento dos espaços vazios com os restantes itens. Só os nós com melhor valor desta função avaliadora é que são expandidos, permitindo assim limitar a pesquisa em largura.

2.2.3 Tipos de cargas e problemas de teste

Muitas das abordagens existentes na literatura são desenvolvidas com vista à resolução de um problema com um determinado tipo de carga. Isto é, umas são especificamente para resolução de problemas homogéneos outras para problemas heterogéneos. Dentro das abordagens para problemas homogéneos temos George (1992) e Han *et al.* (1989). Estas abordagens têm regras que exploram a natureza única da carga, não podendo por isso ser aplicadas em problemas de cargas heterogéneas. Relativamente às abordagens para problemas heterogéneos podemos fazer uma divisão entre as abordagens desenvolvidas com o objectivo de resolver problemas fracamente heterogéneos e outras para problemas fortemente heterogéneos. Por exemplo, as abordagens de George and Robinson (1980), Bischoff *et al.* (1995), Ratcliff and Bischoff (1998) e Bortfeldt and Gehring (1998), entre outras, enquadram-se na resolução de problemas fracamente heterogéneas. Enquanto que as abordagens Gehring *et al.* (1990), Gehring and Bortfeldt (1997), Bortfeldt and Gehring (2001), enquadram-se na resolução de problemas fortemente heterogéneos.

Dowsland (1995), menciona que uma das grandes dificuldades que se encontra quando se estuda o CLP é a selecção dos dados de teste mais apropriados. Muitas vezes as abordagens publicadas são exclusivamente desenvolvidas para resolução de problemas reais. Assim, fazer comparações com estas abordagens é bastante complicado uma vez que os resultados e dados publicados são insuficientes. Existem alguns autores que se dedicaram à resolução desta dificuldade, tais como, Loh and Nee (1992) e Bischoff and Ratcliff (1995). Loh and Nee (1992), criaram quinze problemas heterogéneos denominados por LN, sendo cada problema caracterizado por um conjunto de caixas de diversos tamanhos e contentores de dimensões diferentes. Cada problema é constituído por um número de caixas que varia entre 100 a 250 e com seis a dez tipos de caixas diferentes. Na maioria dos problemas o volume total das caixas é menor do que o volume do contentor.

Bischoff and Ratcliff (1995), propõem um procedimento de geração de dados, assim como um gerador de números aleatórios que é independente da máquina. Assim, propõem mil e quinhentos problemas de teste divididos em 15 conjuntos denominados por BR. Neste caso o volume total das caixas a empacotar é sempre superior ao volume do contentor. E tal como os problemas LN, a única restrição é relativa à orientação das caixas. Cada um dos 15 conjuntos de problemas, são constituídos por 100 problemas diferentes. Estes conjuntos variam desde fracamente heterogéneos (problemas BR1) até fortemente heterogéneos (problemas BR15). Em cada conjunto de 100 problemas o número de tipos diferentes de caixas é igual. Variando desde, três tipos de caixas para o conjunto BR1 até cem tipos de caixas para os problemas BR15. Verifica-se que a média do número de caixas por tipo de caixa em cada um dos conjuntos de problemas varia desde 50,2 para o conjunto BR1 até 1,3 para o conjunto BR15. Para todas as classes as dimensões largura, altura e profundidade das caixas, são números inteiros escolhidos dos intervalos [30, 120], [25, 100] e [20, 80] respectivamente. É utilizado um contentor standard (ISO).

2.2.4 Considerações práticas

Nas secções anteriores foram descritas abordagens para os problemas de empacotamento em contentores. Do ponto de vista da qualidade das soluções, a grande parte das abordagens têm como única consideração a eficiência do empacotamento. No entanto, existem autores que têm desenvolvido abordagens com o intuito de resolver outras especificações práticas características dos CLP. O propósito desta secção, é mostrar algumas das considerações práticas inerentes ao CLP e como é que alguns autores têm lidado com essas características. Bischoff and Ratcliff (1995), descreveram várias considerações práticas bastante importantes para o CLP. Algumas destas considerações já têm sido tratadas e referidas na literatura, por exemplo: estabilidade da carga empacotada; a capacidade de suporte de alguns

dos itens; o peso total admissível pelo contentor; a distribuição do peso da carga pelo contentor; etc..

Bischoff and Ratcliff (1995) referem que muitas vezes que estas considerações são negligenciadas. Nesse trabalho são referidas duas abordagens já descritas (secções 2.2.1.2 e 2.2.1.3), com vista à resolução do CLP abordando duas considerações práticas. Uma delas é baseada no princípio de camadas e dá bons resultados em termos de estabilidade do empacotamento. Esse grau de estabilidade é comparado através de três medidas ou indicadores. Uma medida está relacionada com o suporte da base de cada caixa e outra com seu suporte lateral. A Medida 1, definida pelo número médio de caixas porque cada caixa é suportada, excluindo as caixas que estão directamente pousadas no chão do contentor; a Medida 1a, baseada no mesmo conceito, exclui pequenas áreas de contacto definidas por - quantidade inferior a 5% da face superior da caixa suporte; a Medida 2 definida por a percentagem média de caixas não rodeadas em pelo menos três dos seus lados. Através da comparação de resultados foi concluído que a abordagem em camadas horizontais obtém melhores resultados do que as abordagens que utilizam a construção de colunas.

Gehring and Bortfeldt (1997), apresentam algumas considerações práticas que podem ser incorporadas na sua abordagem de algoritmos genéticos. A estabilidade da colocação de uma caixa é medida através da relação entre a base da caixa e a base que está em contacto com a superfície de apoio. É introduzida uma restrição de estabilidade que requer um montante mínimo de 70% de superfície de contacto. Bortfeldt and Gehring (1998), utilizam estas mesmas considerações na incorporação das restrições de estabilidade.

Outra das considerações práticas importantes é a capacidade de suporte dos itens. É natural que não se coloquem caixas pesadas em cima de outras que não possam suportar grandes pesos, uma vez que pode causar danos na carga. Uma suposição subjacente a muitas abordagens é que cada caixa é suficientemente forte para suportar qualquer peso que seja colocado em cima. Desta forma é contornado este problema. A capacidade de suporte dos itens é reconhecida por alguns autores que sugerem que as caixas que contenham itens frágeis, devem ser colocadas no topo do arranjo da carga. Contudo Ratcliff and Bischoff (1998), sugerem uma alteração à abordagem de camadas horizontais de Bischoff and Ratcliff (1995), alteração essa que inclui esta consideração nas regras heurísticas. Neste caso, cada caixa tem um determinado peso e até três possíveis "resistências" dependendo da orientação em que a caixa é colocada. A medida de resistência indica o peso que a caixa pode suportar sem risco de danos. Os autores mostram que introduzindo limitações de resistência nas caixas, o volume de utilização do empacotamento diminui.

Uma abordagem ligeiramente diferente é descrita por Gehring and Bortfeldt (1997) e por Bortfeldt and Gehring (1998). Na carga a empacotar é incluído um subconjunto de caixas que não podem suportar qualquer peso. Se alguma dessas caixas é empacotada, então mais nenhuma caixa pode ser colocada em cima desta. Isto é incorporado no algoritmo como uma restrição. Mas as duas abordagens têm técnicas evolutivas que avaliam um determinado número de soluções antes de seleccionar a melhor caixa para o empacotamento.

Existem ainda umas abordagens que têm em consideração o peso total da carga a empacotar, carga essa que não pode exceder o limite de peso do contentor. Outras tratam da distribuição de peso dentro do contentor. Liu and Chen (1981), Gehring and Bortfeldt (1997) e Bortfeldt and Gehring (1998) consideram situações onde o limite máximo de peso admitido pelo contentor, pode vir a ser violado. O algoritmo é executado normalmente até que o peso limite do contentor seja atingido. Nesta altura o processo de empacotamento termina. Gehring *et al.* (1990) e Gehring and Bortfeldt (1997), fazem referência à distribuição do peso dentro do contentor. No primeiro caso o algoritmo gera paredes verticais ao longo da secção horizontal do contentor (secção 2.2.1.1). Estas paredes são colocadas ao longo do comprimento do contentor e não são permitidas intersecções entre elas. Os autores sugerem a reordenação das paredes por forma a distribuir melhor o peso de cada uma delas dentro do contentor. No segundo caso, Gehring and Bortfeldt (1997) propõem um algoritmo genético baseado numa heurística de empacotamento de contentores (secção 2.2.2.1). Os empacotamentos têm de satisfazer cinco restrições, sendo uma delas a distribuição do peso da carga. Esta restrição exige que o centro de gravidade esteja perto do ponto médio do contentor. Depois de gerado um empacotamento são efectuadas várias alterações: toda a carga pode ser deslocada na direcção frente e esquerda do contentor. Além disso os planos de empacotamento estão divididos em secções que não se intersectam entre si, logo estas pode ser reposicionadas por forma a melhorar as distribuições do peso.

Davies and Bischoff (1999), apresentam uma heurística composta que origina blocos completamente independentes (secção 2.2.1.4). Tal como Gehring *et al.* (1990) tinham provado com a troca de paredes dentro do contentor, Davies and Bischoff (1999) demonstram também que através da rotação ou troca dos blocos é possível obter-se uma melhoria na distribuição do peso no contentor. Isto porque uma alteração na ordem dos blocos, normalmente resulta numa alteração da posição do centro de gravidade ao longo do contentor. Os resultados descritos neste artigo demonstram que, o pós-processamento das soluções é uma das formas de obter um bom balanceamento da distribuição do peso no contentor. Estes resultados quando comparados com os resultados obtidos pelas abordagens

originais, mostram que se obtém melhores distribuições de peso, assim como melhores aproveitamentos a nível de volumes de utilização.

Das mais recentes abordagens que lidam com considerações práticas são Bortfeldt and Gehring (2001), Gehring and Bortfeldt (2002), Eley (2002) e Bischoff (2003). Os dois primeiros consideraram algumas restrições tais como orientação das caixas, estabilidade da carga, capacidade de suporte de peso dos itens e capacidade máxima do contentor. Mas os resultados apresentados são só relativos à variação do volume de utilização quando estas restrições são inseridas (ou não) no problema.

Eley (2002), faz referência à estabilidade da carga e adapta a abordagem por forma a melhorar a distribuição do peso dentro do contentor. Em termos de estabilidade da carga, o próprio algoritmo construtivo (secção 2.2.1.5) garante que os itens são 100% apoiados. A comparação que é descrita neste artigo é relativa aos apoios laterais da carga - Medida 2 de Bischoff and Ratcliff (1995). Neste campo os seus resultados não são muito promissores. No que diz respeito à distribuição do peso, o algoritmo divide o contentor em blocos paralelos à sua largura. Os itens são empacotados nesses blocos de uma forma sequencial usando o algoritmo construtivo e em seguida os blocos são colocados pela mesma ordem dentro do contentor. Esta colocação é efectuada de tal forma que, a distância entre o centro de gravidade e o ponto médio do contentor seja mínima relativamente ao comprimento do contentor. Verifica-se com a aplicação desta abordagem, que o volume de utilização diminui consideravelmente quando se utilizam mais do que três blocos. E verifica-se também que se obtêm melhores resultados para problemas fortemente heterogéneos do que para problemas fracamente heterogéneos.

Bischoff (2003), demonstra que obtém bons resultados quando resolve problemas cuja capacidade de carga dos itens é uma característica a ter em consideração. Esta abordagem mesmo sendo desenvolvida a pensar na resolução de problemas que incluem esta restrição, consegue obter melhores resultados em termos de volume de utilização, para problemas fracamente heterogéneos quando comparados com as abordagens de Ratcliff and Bischoff (1998), Eley (2002) e Bortfeldt and Gehring (2001).

2.3 Heurística de George and Robinson (1980)

Neste trabalho, a abordagem heurística utilizada para a resolução do CLP, tem por base a heurística de George and Robinson (1980). Por esse motivo faremos nesta secção uma descrição pormenorizada desta heurística.

George and Robinson (1980) foram os primeiros a formular e desenvolver um algoritmo heurístico, para o empacotamento de mais do que vinte tipos de caixas

diferentes num contentor. Os autores utilizam o conceito de construção em paredes, onde as caixas são colocadas em primeiro lugar em colunas verticais e posteriormente colocadas dentro do contentor ao longo da sua largura formando paredes. No contentor só é considerada uma única abertura, através da qual é efectuado todo o empacotamento. Inicialmente as caixas são colocadas junto da face oposta à dita abertura, progredindo o empacotamento nessa direcção.

Este método executa o preenchimento do contentor por fases. Numa primeira fase são construídas paredes transversais. Durante a construção destas paredes tenta-se manter sempre uma superfície frontal plana. A colocação das caixas na parede obedece a uma determinada prioridade, isto é, uma vez utilizado um dado tipo de caixa, esse tipo tem prioridade sobre todos os outros ainda não utilizados. Assim as caixas do mesmo tipo têm tendência a ficar próximas umas das outras, tendendo o empacotamento a ficar mais compacto. Numa segunda fase, são preenchidos os espaços livres de uma parede ou entre duas paredes consecutivas.

Tal como é descrito pelos autores, a heurística está dividida em duas partes fundamentais: uma é a identificação de um espaço vazio para ser preenchido; outra é a técnica utilizada para o preenchimento do espaço. Esta distinção deve-se à forma como os espaços são tratados. Isto é, quando o espaço corresponde à largura e altura do contentor, o algoritmo inicia uma nova parede. Caso contrário, trata-se de um espaço livre dentro de uma parede.

2.3.1 Construção em paredes

Um dos objectivos desta heurística é obter paredes de dimensão adequada - não muito estreitas nem muito profundas. A profundidade de cada parede é determinada pela dimensão da primeira caixa a ser colocada nessa parede. Assim a escolha da primeira caixa é fundamental e obedece a determinadas regras (secção 2.3.1.1). Quando uma nova parede é iniciada (e só é iniciada quando a parede anterior estiver terminada), a escolha da caixa que determina a profundidade da parede é limitada por um parâmetro (parâmetro K). Desta forma, a dimensão da caixa escolhida para profundidade da parede tem de ser menor ou igual ao valor de K.

No final da construção de uma parede, poderão existir espaços livres para os quais não existem caixas que aí possam ser colocadas. Contudo, o método de preenchimento desta heurística, leva a que estes espaços sejam contíguos à parede seguinte. Sendo assim, é possível fazer a união destes espaços durante o empacotamento da próxima parede. À união dos espaços livres os autores dão o nome de "amalgamação". A amalgamação dos espaços em paredes adjacentes tem como objectivo a obtenção de um empacotamento compacto e eficiente. Isto pode possibilitar o empacotamento de uma caixa de profundidade superior à da parede

que está a ser empacotada (secção 2.3.4). Assim, o resultado será um empacotamento compacto, mas com intersecção entre as paredes.

2.3.1.1 Ordenação e classificação dos tipos de caixas

Esta abordagem é fortemente dependente da ordenação dos tipos de caixa e da escolha da primeira caixa para início de uma camada. George and Robinson (1980), classificam os tipos de caixa em: "*open*" e "*unopened*". Inicialmente todos os tipos de caixa têm a classificação "*unopened*", passando para "*open*" quando um tipo de caixa é utilizado no empacotamento. Sempre que se efectua a escolha de um tipo de caixa, as caixas classificadas como "*open*" têm preferência relativamente às caixas classificadas como "*unopened*". Em caso de empate, é escolhido do tipo de caixas "*open*" as que tenham maior quantidade de caixas. Evita-se assim que um tipo de caixas com reduzida quantidade disponível determine a profundidade da parede. Quando não é possível escolher caixas do tipo "*open*", a selecção das caixas do tipo "*unopened*" segue o seguinte critério:

1. Tipo de caixa cuja menor dimensão seja a maior das menores dimensões das caixas disponíveis; (em caso de empate):
2. Tipo de caixa com o maior número de caixas por empacotar; (em caso de empate):
3. Tipo de caixa cuja maior dimensão seja a maior das maiores dimensões.

Quando uma parede está completa, poderão surgir espaços livres de dimensões conhecidas. Em questões de empacotamento, estes espaços são considerados separadamente.

2.3.1.2 Método de preenchimento de uma parede

O método de preenchimento de um espaço correspondente a uma parede, baseia-se na escolha de um tipo de caixas, que são agrupadas em colunas cuja altura não exceda a altura do espaço disponível. Essas colunas são colocadas transversalmente no contentor e sempre no mesmo sentido. O número de colunas a empacotar é sempre um número inteiro, tendo como única limitação o número de caixas disponíveis desse tipo. Contudo, existe uma excepção que ocorre quando o número de caixas disponíveis não permite formar uma coluna completa. Neste caso é permitido e empacotamento de uma coluna incompleta.

Para a escolha do tipo de caixa a empacotar, a regra difere no caso de estarmos perante a abertura de uma nova parede ou não. A principal característica de distinção é a profundidade. Isto é, quando é feita a escolha de um tipo de caixa para iniciar uma nova parede, admite-se que a única limitação da profundidade do espaço disponível é o parâmetro K. Quando não se trata do início de uma parede, o

tipo de caixa é escolhido pelo melhor aproveitamento da profundidade do espaço (secção 2.3.2).

A heurística considera ainda um outro parâmetro – parâmetro de comprimento mínimo. Este parâmetro só é usado no fim do contentor, a partir do qual não é permitido a construção de novas paredes. Para o caso de problemas com poucas caixas e poucos tipos de caixa diferentes, quando se chega ao final do contentor aparecem paredes subaproveitadas. Logo este parâmetro foi introduzido com o objectivo de contornar este problema.

2.3.2 Preenchimento de um espaço livre

Para o preenchimento de um espaço, é efectuada uma procura nas dimensões das caixas disponíveis. Essas dimensões devem proporcionar o melhor aproveitamento da profundidade do espaço livre. A escolha do tipo de caixa neste caso, tem como única limitação a profundidade do espaço em si. Não existe aqui a limitação do parâmetro K. No preenchimento deste espaço deve também ser considerada a possibilidade de colocação de várias colunas em profundidade. Quando não existe nenhum tipo de caixa que possa ser colocado no espaço em questão, verifica-se se o espaço pode ser amalgamado com algum espaço livre da parede anterior e adjacente. Caso isto não se verifique, então esse espaço é também rejeitado.

2.3.3 Criação de novos espaços

Depois de colocado um conjunto de caixas no contentor, se as dimensões totais desse conjunto de caixas forem inferiores às dimensões do próprio contentor, então são criados três novos espaços (Figura 4). Estes novos espaços podem ou não ser considerados para o empacotamento, dependendo das suas dimensões. Estes espaços surgem através de cortes ortogonais do espaço original. Os cortes são efectuados de um lado ao outro do espaço, segundo os planos que contêm as faces do conjunto de caixas colocadas no contentor.

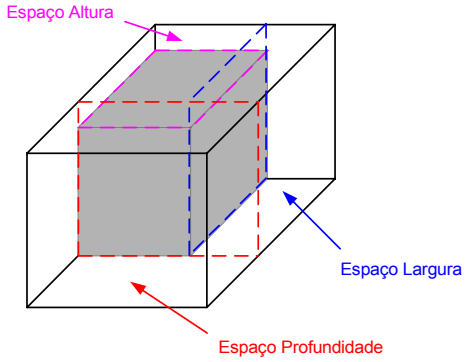

Figura 4 - Criação de novos espaços

A criação dos espaços segue uma determinada ordem. O primeiro espaço a ser criado é o espaço em profundidade. Quando se trata de uma nova parede, este espaço corresponde ao resto do contentor livre. Caso não seja uma nova parede, este espaço corresponde ao espaço frontal livre. Este espaço nunca é rejeitado, uma vez que existe sempre a possibilidade de o amalgamar com espaços que surjam em paredes seguintes. A ordem de criação dos espaços em altura e largura depende da largura restante livre. Se a dimensão em largura for menor que a menor das dimensões das caixas restantes, então o espaço em largura é rejeitado. Neste caso, o espaço em altura assume a largura do espaço original (Figura 5).

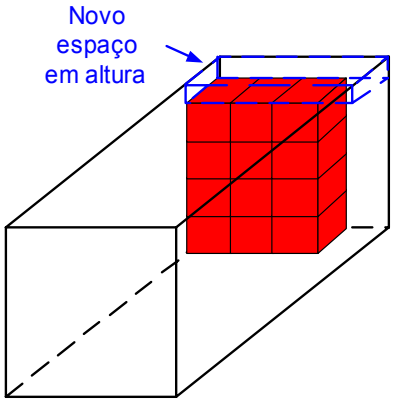

Figura 5 - Criação espaço em altura

Caso isto não se verifique, então é criado em primeiro lugar o espaço em largura. O espaço em altura pode também ser rejeitado, caso a sua altura seja menor que a menor das menores dimensões das caixas ainda não empacotadas. Os espaços são colocados numa pilha conforme a ordem pela qual são criados, sendo posteriormente retirados pela ordem inversa.

2.3.4 Escolha do próximo espaço

Depois de criados novos espaços, estes têm de ser preenchidos. Então é retirado o primeiro espaço da pilha. Mas antes de o tentar preencher, o algoritmo verifica se esse espaço pode ser amalgamado com espaços anteriormente rejeitados. Como já foi referido, a amalgamação de dois espaços (Figura 6) aumenta a profundidade do espaço livre. Além disso o algoritmo verifica se é necessário o parâmetro "largura flexível". Isto é, a cada espaço está associado um parâmetro – Largura Flexível – que corresponde ao valor da largura da última camada empacotada. Este parâmetro é utilizado na limitação do número de colunas a colocar nesse espaço. Por exemplo, na Figura 7 está representado o conceito de "Largura Flexível".

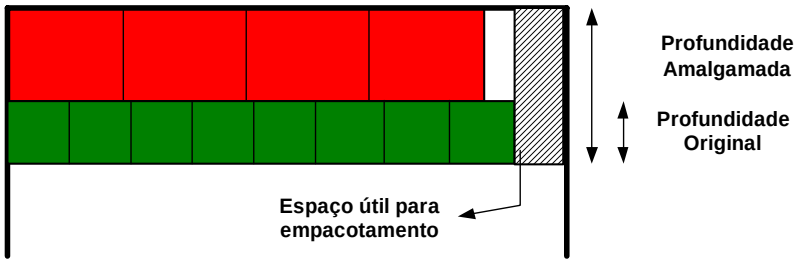

Figura 6 - Amalgamação de espaços

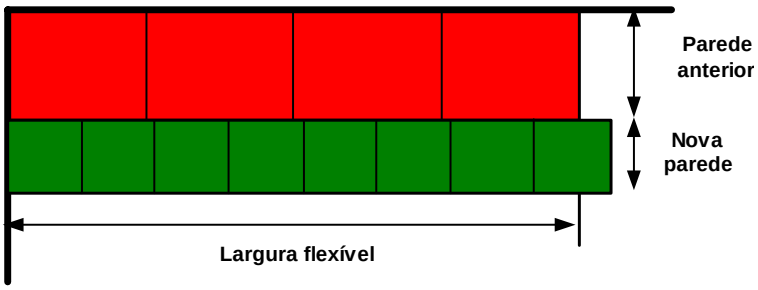

Figura 7 - Largura flexível

O número de colunas a ser colocadas na nova parede foi limitado a oito. E apenas uma das colunas poderá exceder a largura flexível calculada para o espaço em questão.

2.3.5 Insucesso no empacotamento

Esta heurística foi desenvolvida para problemas cujo volume total das caixas é menor ou igual ao volume do contentor. Por isso, no final de um empacotamento é possível verificar se existem ou não caixas que não foram empacotadas. Nestes casos diz-se que houve insucesso no empacotamento. Caso isto se verifique o algoritmo tem duas alternativas. A primeira alternativa está relacionada com as dimensões reais do contentor. O algoritmo inicia com um contentor de dimensões ligeiramente inferiores às dimensões reais devido à consideração de "*Buffers*[5]". Então a alternativa é reduzir ou eliminar estes espaços e considerar as dimensões reais do contentor. Neste caso o algoritmo procede ao reempacotamento da última parede. A segunda alternativa envolve a reordenação das prioridades. Assim, passa a ser necessário o empacotamento completo da carga, de acordo com um novo método de ordenação.

[5] Segundo George and Robinson (1980) os *Buffers* são espaços deixados livres para o manuseamento de caixas durante as operações de carga e descarga.

2.4 Heurística construtiva

Como já foi referido, a heurística construtiva utilizada neste trabalho é baseada na heurística de George and Robinson. Tendo como base esta heurística, foram feitas várias alterações. Algumas dessas alterações foram apresentadas por Correia *et al.* (1992). No entanto, o principio básico da heurística de George and Robinson é mantido, sendo portanto uma heurística de construção em paredes em que o empacotamento é efectuado na direcção da profundidade do contentor. Uma das nossas preocupações foi que esta abordagem tenha a possibilidade de ser utilizada tanto em problemas onde o volume total das caixas é igual, inferior ou superior ao volume do contentor. Desta forma o empacotamento é efectuado até que uma das três condições de paragem se verifique:

- não existem mais espaços livres no contentor;
- não existem caixas para serem empacotadas;
- as dimensões dos espaços livres restantes são menores do que as menores dimensões das caixas a serem empacotadas.

Assim, no final da heurística pode acontecer que algumas das caixas não tenham sido empacotadas. A esta nova heurística construtiva damos o nome de G&RMod. Na secção seguinte (secção 2.4.1) são descritas as alterações gerais efectuadas à heurística de George and Robinson e na secção 2.4.2 e respectivas subsecções é descrito em pormenor a heurística modificada (G&RMod).

2.4.1 Alterações à heurística de George and Robinson (1980)

Algumas alterações à heurística de George and Robinson consideradas na nossa heurística construtiva, foram já apresentadas por outros autores. Uma modificação efectuada por Correia *et al.* (1992) está relacionada com a eliminação da fase do "insucesso do empacotamento". Para isso, passa-se a considerar as dimensões reais do contentor logo desde o início do empacotamento. Outra alteração apresentada em Correia *et al.* (1992), consiste na anulação dos critérios de ordenação das caixas e consequentemente na anulação da distinção dos tipos de caixa "*open*" e "*unopened*". Na heurística original este critério é fundamental e a solução é altamente dependente da ordenação inicial das caixas. Por último, a remoção dos parâmetros comprimento mínimo e parâmetro K foi outra alteração efectuada à heurística de George and Robinson. Assim no final do contentor não é considerado o parâmetro comprimento mínimo, parâmetro a partir do qual não se permite a construção de novas paredes. Além disso, foi também eliminado o parâmetro K, que limitava a dimensão da caixa escolhida para a abertura da parede. A escolha do tipo de caixa para um espaço livre ou para abertura de uma parede, passa a ser feita através da

construção de três empacotamentos fictícios, usando para profundidade de cada um deles uma orientação diferente (e possível) da caixa. É permitido assim a escolha do tipo de caixa que obtém um melhor aproveitamento do espaço ou da parede.

Verifica-se que com estas alterações o aproveitamento do contentor melhora relativamente ao aproveitamento obtido com a heurística de George and Robinson original. Mas um dos objectivos da heurística construtiva apresentada neste trabalho é a estabilidade da carga. Logo com o objectivo de melhorar a estabilidade do empacotamento e também o aproveitamento do mesmo em termos de volume, foram feitas mais duas alterações, uma está relacionada com a criação dos novos espaços livres e outra com a utilização do parâmetro "Largura Flexível". Cada uma destas alterações será explicada em pormenor nas secções 2.4.2.1.2 e 2.4.2.1.4, respectivamente.

2.4.2 Heurística G&RMod

Tal como a heurística de George and Robinson, esta heurística construtiva lida com os espaços livres de duas formas distintas. Se um espaço livre tem a mesma altura e largura que a altura e largura do contentor, então esse espaço é uma nova parede (secção 2.4.2.1). Neste caso as caixas são colocadas em colunas verticais ao longo da largura do contentor. Caso contrário, o espaço é um espaço livre (secção 2.4.2.2). O algoritmo tenta empacotar as caixas nos espaços livres deixados na parede corrente ou nas paredes anteriormente construídas e nenhuma parede é iniciada sem que a anterior tenha sido terminada. Diz-se que uma parede termina quando nenhum dos espaços livres (diferente da profundidade do contentor) possa ser preenchido com as caixas existentes para empacotamento. Este algoritmo é apresentado em Moura and Oliveira (2004a).

2.4.2.1 Construção de uma parede

O contentor é preenchido por paredes transversais cuja profundidade é determinada pela dimensão da primeira caixa colocada nessa parede. Estas paredes são construídas sequencialmente. Durante a construção das paredes existem dois passos fundamentais: o início de uma parede e a gestão dos espaços livres. Damos o nome de gestão dos espaços livres à geração de novos espaços (secção 2.4.2.1.2), amalgamação dos mesmos (secção 2.4.2.1.3) e cálculo da sua largura flexível (secção 2.4.2.1.4).

2.4.2.1.1 Iniciar uma parede

Para iniciar uma parede, calcula-se para todos os tipos de caixa disponíveis e para cada uma das suas possíveis orientações, os melhores arranjos de caixas. O melhor

arranjo é encontrado através da simulação de no mínimo três[6] empacotamentos fictícios e calculado o correspondente volume de utilização (Correia *et al.* (1992)). De entre todos os empacotamentos fictícios, é escolhido o que tem melhor aproveitamento e em seguida é feito o seu empacotamento definitivo. Caso exista mais do que um empacotamento fictício com o mesmo aproveitamento (sendo este o melhor), então a escolha entre eles é aleatória. Depois de efectuado o empacotamento definitivo são actualizadas a lista das caixas não empacotadas e a lista dos espaços livres. A profundidade atribuída à parede depende somente da dimensão da caixa colocada nessa direcção. A quantidade de caixas colocadas ao longo da largura e altura é limitada pelas dimensões reais do contentor e pela disponibilidade (em termos de quantidades) do tipo de caixa escolhido. Primeiro é preenchida a altura do contentor com um número inteiro do tipo de caixa escolhido, formando uma coluna. Em seguida enquanto existirem caixas desse tipo e a dimensão da largura do contentor não for ultrapassada, são colocadas colunas de caixas ao longo da largura do contentor.

2.4.2.1.2 Geração de novos espaços

Se existirem alguns espaços vazios entre a parede e a altura, largura ou profundidade do contentor (Figura 8), então são criados mais espaços livres para que posteriormente possam ser empacotadas as restantes caixas (secção 2.4.2.2). Tal como na heurística de George and Robinson, estes espaços são gerados através de cortes ortogonais ao longo do espaço original. Têm o nome de espaço em profundidade, espaço em altura e espaço em largura, de acordo com a sua posição relativa. Aqui, também a sua geração segue uma ordem fixa. O primeiro espaço gerado é o espaço em profundidade, que corresponde ao espaço livre frontal. Este espaço é sempre criado até que se alcance o fim do contentor. O segundo espaço gerado é o espaço em largura e finalmente o espaço em altura. É necessário ter em consideração, que se o arranjo das caixas anteriormente empacotado couber perfeitamente no contentor ao longo de uma destas duas dimensões, então os espaços correspondentes têm dimensões nulas. Isto é, estes espaços não são criados. Se uma das dimensões de um dos espaços criados for menor do que a menor das dimensões das caixas para empacotamento, então esse espaço é temporariamente rejeitado. Todos os espaços gerados são colocados numa lista de espaços pela ordem da sua geração assim como na heurística de George and Robinson. Mais tarde, quando se pretende preencher os espaços livres, estes são usados seguindo a estratégia "*first-in-last-out*".

---

[6] O número de empacotamentos fictícios depende do número de orientações possíveis que cada tipo de caixa tem. Este número pode variar entre um e três.

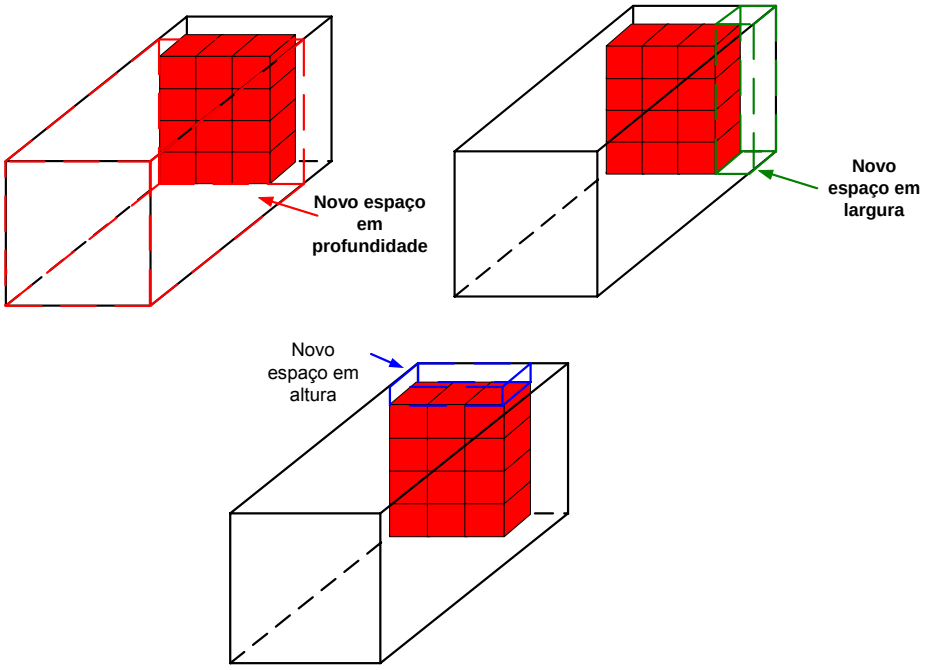

Figura 8 - Geração de espaços livres

Com o objectivo de aumentar a estabilidade da carga e ao contrário da heurística de George and Robinson, quando o espaço em largura criado é temporariamente rejeitado (devido à sua dimensão ser menor do que a menor dimensão das caixas), o espaço em altura não assume a largura do espaço original (Figura 9).

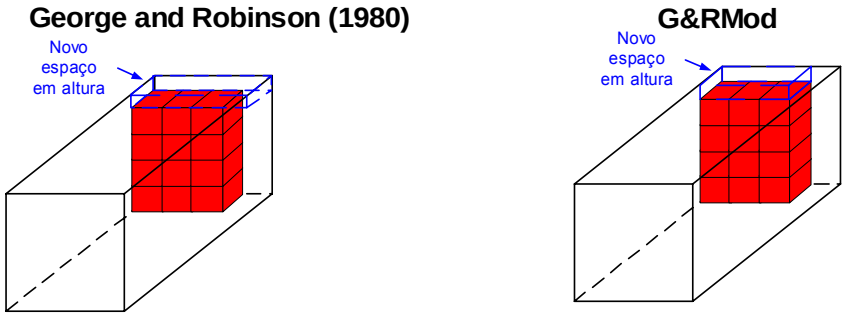

Figura 9 – Diferença entre as duas heurísticas na geração de espaços

Isto para que as caixas posteriormente empacotadas nesse espaço, não fiquem com parte da sua base em suspensão, favorecendo assim o suporte total das caixas no empacotamento e aumentando a estabilidade da carga.

2.4.2.1.3 Amalgamação

Quando as caixas disponíveis para empacotamento não couberem num espaço livre, então esse espaço é temporariamente rejeitado. Essa rejeição é temporária uma vez que se for construída alguma parede adjacente, esse espaço pode vir a ser amalgamado, tal como na heurística original. Isto é, quando um espaço é rejeitado,

o algoritmo tenta aumentar o seu tamanho através da sua amalgamação com espaços contíguos pertencentes à parede anterior e também já temporariamente rejeitados. Através deste procedimento pode ser gerado um espaço útil para o empacotamento (Figura 10). Se não for possível fazer a amalgamação com nenhum dos espaços da parede contígua, então esse espaço rejeitado é mantido na lista de espaços rejeitados. Porque pode ser que posteriormente na parede seguinte exista algum espaço rejeitado que possa ser amalgamado com ele. Caso isto não se verifique, então esse espaço é definitivamente rejeitado.

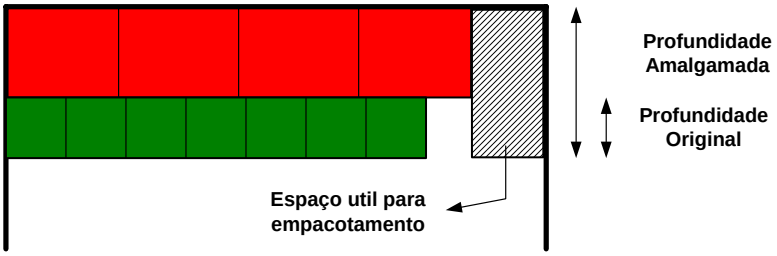

Figura 10 - Procedimento de amalgamação

Com este procedimento é possível obter-se um empacotamento denso e eficiente. Uma consequência directa é a possibilidade de empacotamento de caixas com profundidades maiores do que a profundidade da parede. Logo, é de notar que nesta abordagem tal como na de George and Robinson (1980), as paredes podem intersectar-se entre si.

2.4.2.1.4 Largura flexível

Como já foi dito, os espaços pequenos podem ser definitivamente rejeitados se não forem amalgamados com outros espaços contíguos. Desta forma já não vão ser usados futuramente para o empacotamento. Existindo assim uma fragmentação dos espaços. Para evitar esta fragmentação a heurística original de George and Robinson propõe o conceito de "Largura Flexível". Este parâmetro limita o número de colunas que podem ser colocadas ao longo da largura numa nova parede. O seu valor depende da parede anterior e é igual à sua largura (Figura 11).

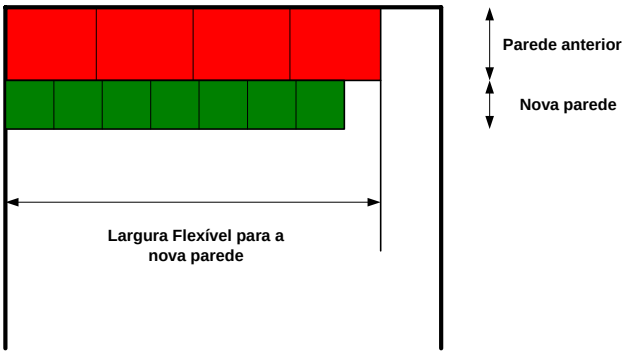

Figura 11 - Largura flexível de uma camada

No caso da heurística original, a largura flexível limita o número de colunas na nova parede ao inteiro mais pequeno que a contém. Nesta abordagem, o número de colunas é limitado ao maior inteiro, menor do que o valor da largura flexível. Por exemplo, na Figura 11 a heurística original colocaria mais uma coluna na nova parede (oito colunas) ao contrário das sete colunas colocadas pela heurística G&RMod.

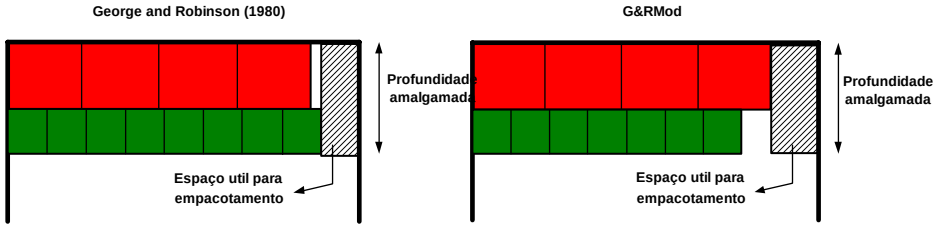

Figura 12 - Relação entre a largura flexível e a amalgamação de espaços

Esta alteração do cálculo da largura flexível implica um melhor aproveitamento dos espaços. Isto porque, quando se executa a amalgamação dos espaços livres das duas paredes adjacentes (Figura 12), o espaço amalgamado (espaço útil para empacotamento) fica com maiores dimensões. Sendo possível empacotar nestes espaços, caixas com maiores dimensões ou simplesmente maior quantidade de caixas.

2.4.2.2 Preenchimento de um espaço livre

A construção de uma parede termina quando se preenchem todos os espaços livres da parede. O primeiro espaço a ser preenchido é o espaço em altura, seguindo a estratégia já mencionada "*last-in-first-out*". Só as caixas que têm menores dimensões (ou iguais) que as dimensões dos espaços é que são consideradas. Tal como no início de uma parede, são calculados arranjos efectuando empacotamentos fictícios para todos os tipos de caixa. Assim, para cada empacotamento fictício, o algoritmo calcula o seu volume de utilização. Se existir mais do que um arranjo com o mesmo volume de utilização, o arranjo para o empacotamento definitivo é aleatoriamente escolhido. Quando não se obtém nenhum arranjo de caixas admissível, então o espaço é rejeitado.

Depois de preencher um espaço, são gerados novos espaços em profundidade, largura e altura e guardados na lista de espaços. O último a ser inserido na lista vai ser o primeiro a ser tratado. Este procedimento de preenchimento de espaços é recursivamente aplicado até que não existam mais espaços livres, diferentes do espaço frontal do contentor. Quando o único espaço livre é o espaço frontal do contentor, então é iniciada uma nova parede.

2.5 Meta-Heurísticas Não-Populacionais

Meta-heurísticas têm sido aplicadas aos problemas de optimização combinatória com muito bons resultados. Neste trabalho, propõe-se quatro abordagens para a resolução do CLP utilizando as meta-heurísticas não populacionais: GRASP, Arrefecimento Simulado, Pesquisa Tabu e Pesquisa Local Iterativa (Anexo I). Pretende-se comparar os resultados obtidos quando cada uma destas meta-heurísticas é aplicada tendo como base a heurística G&RMod. Nesta secção é feita uma avaliação dos resultados relativamente ao volume de utilização, tempos de execução (secção 2.6) e também à estabilidade da carga (secção 2.7) para cada uma das abordagens. O objectivo é demonstrar que o sucesso da aplicação de uma ou outra meta-heurística é fortemente dependente da heurística base utilizada.

2.5.1 Implementação do algoritmo GRASP

A descrição da aplicação desta meta-heuristica foi dividida em duas partes, partes essas que correspondem à duas fases do GRASP: fase construtiva e fase de pesquisa local.

2.5.1.1 Fase construtiva e processo de aleatorização

Seguindo o paradigma do GRASP (Anexo I) é usada uma aleatorização da heurística G&RMod (Secção 2.4.2) (Moura and Oliveira (2004a)). Em cada iteração a escolha do próximo tipo de caixa a ser empacotado é feita a partir de uma lista de candidatos. Para um dado espaço, essa lista contém as várias alternativas dos arranjos das caixas (empacotamentos fictícios), ordenados pelo seu volume de utilização. Uma estratégia totalmente gulosa, leva à escolha do melhor arranjo (o primeiro elemento da lista de candidatos) e uma estratégia completamente aleatória escolhe qualquer um dos elementos pertencentes à lista. Assim, de acordo com o paradigma GRASP (Feo and Resende (1995) e Resende and Ribeiro (2003)), é construída uma lista de candidatos (CL), que vai ser restringida de acordo com um determinado parâmetro. Esta lista restrita - RCL ("*restricted candidate list*"), contém os melhores candidatos da CL (Figura 13). O volume de utilização é a medida do benefício da selecção de um determinado arranjo, ao qual corresponde um tipo de caixa, para uma nova parede ou para um espaço livre.

Para definir que candidatos é que pertencem à RCL, é utilizado um parâmetro α, que controla o nível de aleatoriedade do algoritmo. Este parâmetro pode variar entre [0,1]. Depois de calculado o volume de utilização de cada empacotamento fictício, a lista RCL é preenchida com os candidatos cujo aproveitamento seja maior do que o valor do parâmetro seguinte:

$$\beta = VUM + \alpha \times (VUm - VUM)$$

Equação 1 - Parâmetro para criação da RCL

onde:

- β é um parâmetro que serve de comparação para os resultados dos volumes de utilização dos diversos candidatos;
- VUM é o volume de utilização máximo obtido entre todos os volumes de utilização de cada candidato;
- VUm é o volume de utilização mínimo obtido entre todos os volumes de utilização de cada candidato;

Se o volume de utilização calculado para o arranjo for maior ou igual que o parâmetro β, então o candidato é adicionando à LRC. Verifica-se facilmente que quando o valor do parâmetro $\alpha = 0 \rightarrow \beta = \max$ a heurística é gulosa. Quando $\alpha = 1 \rightarrow \beta = \min$ a heurística é aleatória.

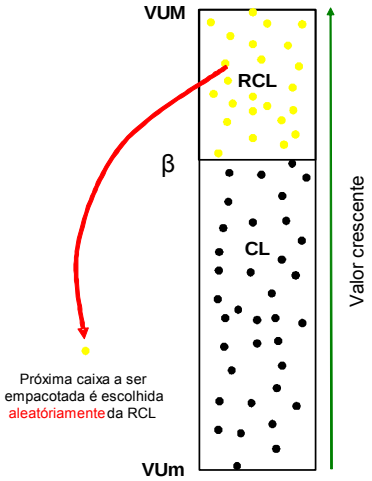

Figura 13 - Escolha dos candidatos da/para a RCL

Para encontrar o melhor valor para o parâmetro α, foram testados todos os valores entre 0 e 1 com intervalos de 0,5 unidades. Verificamos que na fase construtiva do GRASP, quando se varia o valor de α e no caso de problemas fracamente heterogéneos, os resultados obtidos (em termos de volume de utilização) são muito semelhantes. Para problemas fortemente heterogéneos, verifica-se que o volume de utilização é ligeiramente superior quando o α toma valores entre 0,6 e 1 (heurística mais aleatória). Mas, depois de executada a pesquisa local, os resultados pouco diferem, qualquer que seja o valor atribuído a α. Definiu-se então, que cada iteração do GRASP é executada para todos os valores de α entre 0 e 1, em intervalos de 0.5, sendo apresentado o resultado da melhor solução obtida.

2.5.1.2 Pesquisa local

O algoritmo inicia a fase da pesquisa local com a solução encontrada na fase construtiva. Em seguida é construída a vizinhança dessa solução inicial. Se na vizinhança for encontrada uma solução melhor, então esta passa a ser a melhor solução corrente, sendo construída uma nova vizinhança desta nova solução. A pesquisa local termina quando não é encontrada na vizinhança nenhuma solução melhor.

Para construir uma vizinhança (Figura 15) são efectuadas perturbações na solução (Figura 14). Cada solução é definida por uma sequência pela qual os candidatos são posicionados no contentor. É escolhida aleatoriamente uma posição nessa sequência. Em seguida todos os candidatos colocados desde essa posição até ao final são retirados da sequência, sendo as respectivas caixas inseridas na lista de caixas não empacotadas e a lista de espaços actualizada. O candidato que corresponde à posição aleatória, fica tabu e o tipo de caixa respectivo é temporariamente retirado da lista de caixas não empacotadas.

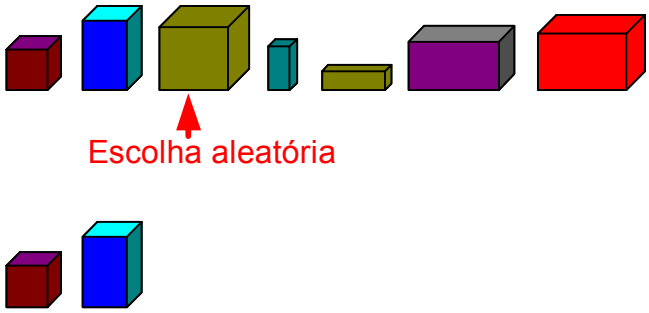

Figura 14 - Perturbação da solução

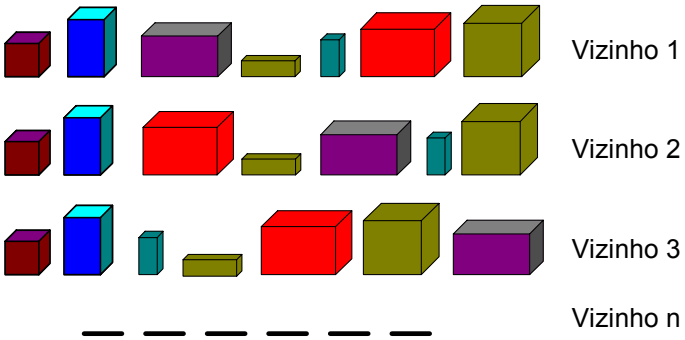

Figura 15 - Vizinhança da solução corrente

Em seguida, para todas as caixas não empacotadas, é aplicada a heurística de G&RMod gulosa, isto é com $\alpha=0$. Depois de empacotado o primeiro arranjo de caixas, o candidato tabu é inserido na lista de caixas não empacotadas. Desta forma, o tipo de caixa que anteriormente ocupava a posição perturbada não volta a ocupa-la. A heurística G&RMod (versão gulosa) continua até que se verifique uma das condições de paragem, construindo uma nova solução.

2.5.1.3 Testes ao algoritmo

Foram testadas outras formas de construção de vizinhanças e uma das hipóteses colocadas foi a aleatorização do algoritmo G&RMod para a construção da solução vizinha. Esta aleatorização poderia ser feita de várias formas, o que nos permitiu fazer várias combinações com a fase construtiva e a fase da pesquisa local do GRASP, alterando a aleatoriendade do algoritmo G&RMod. Estas combinações seriam:

1. Pesquisa local com algoritmo G&RMod guloso;
2. Pesquisa local com algoritmo G&RMod aleatório;
3. Pesquisa local com algoritmo G&RMod com vários graus de aleatoriedade.

Nesta última combinação, o algoritmo depende (tal como na fase construtiva) do valor de α. Assim, nesta fase o algoritmo assume o valor de α igual ao valor assumido na fase construtiva do GRASP. Isto é, igual ao valor de α que origina a solução inicial. Após vários testes efectuados a cada uma destas combinações, constatamos que os melhores resultados são obtidos para o caso da primeira combinação. Isto é, quando o algoritmo G&RMod é guloso (α=0).

Outro dos testes efectuados ao algoritmo, está relacionado com o número de iterações GRASP a executar. Desta forma foram testados 20, 50, 100 e 500 iterações, para cada valor do parâmetro α. Verificou-se que o aumento do número de iterações não melhorava consistentemente os resultados. Por isso fixou-se o número de 20 iterações para cada valor de α (Figura 16).

```
Algoritmo GRASP:
  α =0;
  Enquanto (α <= 1) fazer
     Repetir 20 vezes
          Constrói Solução Inicial;
          Enquanto (critério paragem não satisfeito) fazer
               Pesquisa Local;
          Fim {Enquanto}
     α = α+0,5;
   Fim {Enquanto}
   Retorna(Melhor solução);
Fim Algoritmo;
```

Figura 16 - Pseudo código da abordagem GRASP

Como para cada valor de α o algoritmo é executado vinte vezes, a partir de soluções iniciais com um grau elevado de aleatoriedade, teremos potencialmente vinte soluções iniciais diferentes. Para problemas fortemente heterogéneos parte-se efectivamente de 20 soluções diferentes. No caso dos problemas fracamente heterogéneos o número de diferentes soluções iniciais diferentes é inferior, sendo mesmo assim um número significativo.

2.5.2 Implementação do algoritmo de arrefecimento simulado

Na implementação de um algoritmo de arrefecimento simulado é sempre necessário tomar decisões a dois níveis (Anexo I):

1. Decisões genéricas:
    a. Temperatura inicial;
    b. Esquema de arrefecimento;
    c. Número de iterações à mesma temperatura;
    d. Probabilidade de aceitação das soluções piores;
    e. Critério de paragem.
2. Decisões específicas – envolvem a escolha do espaço de soluções vizinhas admissíveis do problema, da função objectivo e da estrutura de vizinhança utilizada.

Estas decisões vão afectar a velocidade computacional do algoritmo e a qualidade das soluções obtidas.

2.5.2.1 Determinação da temperatura inicial

A temperatura inicial deve ser alta para que o algoritmo possa pesquisar livremente o espaço de soluções. Mas por outro lado, se for muito elevada a eficiência do algoritmo diminuirá. Isto porque passa muito tempo num estado do sistema que é muito volátil para que a pesquisa seja orientada para a solução óptima. É habitual determinar a temperatura inicial (T_0) em função de uma probabilidade inicial de aceitação das soluções piores (Oliveira (1995)). É técnica usual na literatura tomar um majorante para a variação da função objectivo e com esse valor calcular a temperatura a que corresponda uma probabilidade de aceitação entre 0,4 e 0,5.

A temperatura inicial é calculada utilizando a função

$$p(n) = \exp(-\frac{\Delta F_n}{T_0})$$

Equação 2 - Cálculo da temperatura inicial

onde:

- $p(n)$ é a probabilidade de aceitação;
- ΔF_n a variação da função objectivo;
- T_0 a temperatura inicial.

A probabilidade de aceitação ($p(n)$), foi tomada com o valor de 0,5. Isto é, a T_0 foi determinada de modo a garantir uma probabilidade de aceitação de uma solução pior do que a solução corrente, de pelo menos 0,5. Para tal escolheu-se o valor de 5 para a variação da função objectivo (ΔF_n) entre duas soluções vizinhas.

2.5.2.2 Esquema de arrefecimento

Os esquemas mais utilizados são o esquema geométrico e o esquema logarítmico. No esquema geométrico diminui-se a temperatura através da multiplicação desta por um factor α (0< α <1).

$$T_{n+1} = \alpha T_n \text{ ou } T_n = \alpha^n T_0$$

Equação 3 – Esquema de arrefecimento geométrico

Os valores típicos de α variam entre 0,80 e 0,99. No esquema logarítmico a temperatura é dada por:

$$T_n = \frac{K}{1 + \lg(n)}$$

Equação 4 - Esquema de arrefecimento logarítmico

Um terceiro esquema – esquema adaptativo – onde existe um aumento ou diminuição da temperatura em função do número de soluções aceites ou rejeitadas, é frequentemente considerado. No entanto este esquema implica a afinação de dois parâmetros adicionais: os pontos de comutação entre o aquecimento e o arrefecimento.

Escolhemos o esquema de arrefecimento geométrico (Equação 3). Segundo Reeves (1995), com valores de α mais elevados obtêm-se melhores soluções e é normal verem-se valores entre 0,80 e 0,99. Depois de vários testes executados para valores de α a variarem entre 0,70 e 0.99, concluímos que o valor mais adequado para α era de 0,90.

2.5.2.3 Número de iterações à mesma temperatura

A capacidade do algoritmo para explorar convenientemente a vizinhança do problema depende do número de iterações à mesma temperatura (L_n). Este número pode ser constante e independente da temperatura mas está relacionado com o tamanho médio das vizinhanças. L_n dependerá também de α, uma vez que quanto maior for α mais lento é o arrefecimento e logo L_n pode ser menor.

Foram efectuados testes para um número de iterações à mesma temperatura, que variou entre dez e mil. Verificou-se que o aumento de L_n não apresenta vantagens quando ultrapassa as dez vezes o número de tipos de caixa em cada um dos

problemas. Por exemplo, para problemas com vinte tipos de caixa diferentes o L_n deve rondar os duzentos. Concluímos assim que este parâmetro deve ser dinâmico, sendo ajustado de acordo com o número de tipos de caixa, tomando o valor de dez vezes esse número em cada um dos problemas de teste.

2.5.2.4 Probabilidade de aceitação

A probabilidade de aceitação é tipicamente dada pela expressão:

$$p(n) = \exp^{(-\frac{\Delta F_n}{T_n})}$$

Equação 5 - Probabilidade de aceitação

onde:

$$\Delta F_n = Fx - F(x_n)$$

Equação 6 - Variação da função objectivo

sendo T_n a temperatura na iteração n. No caso do valor da função objectivo de uma solução $F(x_n)$ ser melhor do que o valor da função objectivo da função corrente Fx, esta solução é aceite e passa a ser a nova solução corrente. Caso contrário, quando uma solução tem pior valor, é aceite com uma probabilidade $p(n)$ e rejeitada com uma probabilidade $1 - p(n)$. A probabilidade $p(n)$ depende da variação da função objectivo entre as duas soluções e do valor da temperatura (Equação 5).

2.5.2.5 Critério de paragem

Os dois critérios mais utilizados na literatura para parar o algoritmo são:

1. Paragem após N temperaturas consecutivas sem que se verifique uma melhoria da função objectivo de pelo menos y. Ou como variante, y=0, isto é, pára após N temperaturas sem melhoria da função objectivo.
2. Paragem após N temperaturas consecutivas, em que o número de soluções aceite é menor do que y.

Nesta abordagem é utilizado o primeiro critério de paragem na sua variante de y=0. Para cada instância o algoritmo é executado quinhentas vezes. No fim da execução sai com a melhor das soluções encontradas.

2.5.2.6 Geração da solução inicial

Existem autores que defendem que quando a solução inicial é uma boa solução, se conseguem melhores resultados. Neste caso, o algoritmo deve ser iniciado com uma temperatura não muito elevada, não se correndo o risco de destruição das boas características da solução inicial. Mas nos casos em que a vizinhança é pequena e

com valores da função objectivo muito próximos, então tem que se aquecer muito o sistema. Isto equivale a começar o algoritmo com uma solução aleatória e com uma temperatura elevada.

Foram efectuados vários testes, com soluções iniciais geradas pela heurística G&RMod gulosa e aleatória. Durante estes testes comprovou-se que, tendo este problema um número de vizinhos de cada solução relativamente pequeno, era aconselhável utilizar uma solução inicial aleatória.

2.5.2.7 Estrutura de vizinhança

A vizinhança é criada fazendo uma perturbação na solução corrente. A estrutura de vizinhança é gerada de uma forma similar à da pesquisa local do algoritmo GRASP (Secção 2.5.1.2). A perturbação é a mesma. A única diferença está na geração das novas soluções uma vez que, nesta abordagem, depois da solução ser perturbada, o primeiro candidato a ser inserido no empacotamento é escolhido aleatoriamente (Figura 17). Esse candidato pode ser mesmo o que origina pior arranjo e consequentemente pior volume de utilização. Posteriormente é aplicada a heurística G&RMod gulosa.

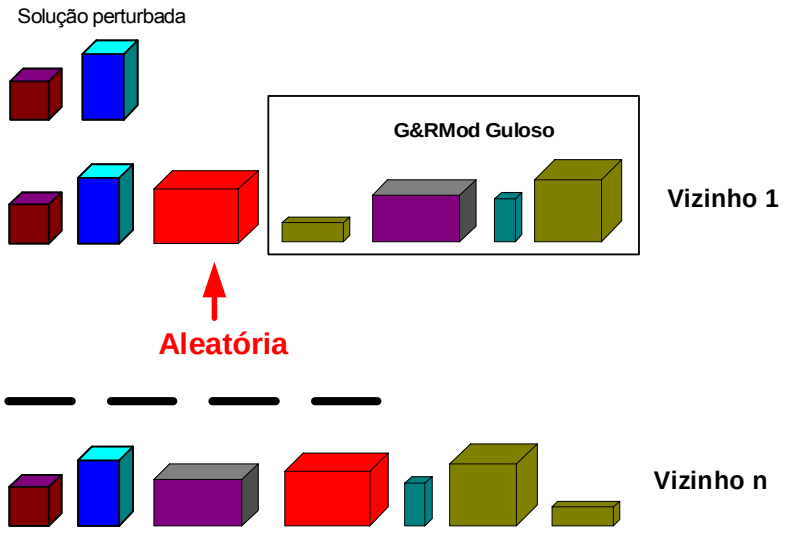

Figura 17 - Geração de soluções vizinhas

Procurou-se testar outras variantes para a geração de soluções vizinhas. Na primeira hipótese, como descrito anteriormente, a heurística G&RMod é aplicada ao reempacotamento da solução vizinha num modo guloso. Outra hipótese foi a aplicação da heurística G&RMod aleatória. Foram testadas e analisadas estas duas hipóteses e concluímos que as melhores soluções são obtidas quando é utilizada a heurística G&RMod gulosa.

2.5.3 Implementação da pesquisa tabu

Para a implementação de um algoritmo de pesquisa tabu na sua versão de "memória recente" (Glover (1989)) é necessário tomar decisões relativamente a: Solução inicial; Estrutura de vizinhança; Lista e estado tabu; Critério de paragem.

2.5.3.1 Estrutura de vizinhança e solução inicial

A solução inicial é obtida com a heurística G&RMod aleatória. Em seguida é construída uma vizinhança dessa solução. A estrutura da vizinhança é similar à utilizada no algoritmo do arrefecimento simulado (Secção 2.5.2.7). A vizinhança obtém-se escolhendo aleatoriamente candidatos na sequência de empacotamento, a partir dos quais todas as caixas são retiradas do contentor. Em seguida é efectuado o reempacotamento das caixas, sendo o primeiro candidato escolhido aleatoriamente e os seguintes através da heurística G&RMod gulosa. Depois de construída a vizinhança, é escolhido sempre a melhor das soluções vizinhas.

Tal como no arrefecimento simulado, foram também efectuados testes relativos à construção da vizinhança, utilizando a heurística G&RMod gulosa e aleatória. Verificou-se que os resultados obtidos melhoravam quando se utiliza a heurística G&RMod gulosa.

2.5.3.2 Lista e estado tabu

O estado tabu (Anexo I) é atribuído à modificação que transforma a solução corrente na solução vizinha. Uma solução é representada por uma sequência de candidatos e é atribuído o estado tabu à posição aleatoriamente escolhida nessa sequência para ser a base da perturbação da solução. Por exemplo, a posição escolhida é a posição i, que corresponde a um candidato. Então, durante algumas vizinhanças (iterações do algoritmo), a posição i é considerada tabu para a geração dos outros vizinhos. Relativamente ao tamanho da lista tabu, foram realizados testes para valores entre cinco e onze. Após a observação dos resultados verifica-se que, como frequentemente ocorre na literatura, sete é o tamanho da lista tabu que apresenta em média melhores valores para a função objectivo.

2.5.3.3 Nível de aspiração

Para nível de aspiração consideramos o valor da função objectivo da solução gerada a partir de uma modificação tabu. Se esse valor é melhor que o melhor valor encontrado até então, mesmo sendo tabu essa solução é aceite.

2.5.3.4 Critério de paragem e número de iterações

Para critério de paragem utiliza-se um determinado número de iterações sem melhoria da função objectivo. Depois de executados alguns testes preliminares, consideramos que dez iterações sem melhoria são um valor adequado. Este número

corresponde sensivelmente a metade do número total de iterações realizado durante toda a pesquisa.

Para existir uma certa coerência para a comparação dos resultados obtidos com as diferentes meta-heurísticas implementadas, o número de iterações para cada uma das instâncias é quinhentas.

2.5.4 Implementação da pesquisa local iterada

Na implementação de um algoritmo de pesquisa local iterada (Iterated Local Search – ILS) deve-se ter em consideração quatro aspectos: geração da solução inicial; pesquisa local; perturbação da solução; critério de aceitação.

A componente fundamental da ILS é o mecanismo de perturbação (Anexo I). Este deve ser forte suficiente para que se saia do mínimo local e que permita que uma nova pesquisa local encontre um novo mínimo local (Lourenço *et al.* (2001)). Por outro lado, deve ser suficientemente fraco para que se mantenham algumas das características do mínimo local corrente. Em contrapartida, pequenas modificações fazem com que o algoritmo de pesquisa local seja mais rápido. Além disso, a escolha da perturbação deve ser tal que não permita à pesquisa local reverter esta modificação num único passo.

2.5.4.1 Solução inicial

A solução inicial é o ponto de partida da pesquisa, sendo por isso um dos pontos importantes também nesta abordagem. Assim foram efectuados testes utilizando soluções iniciais variando entre aleatórias e gulosas. Concluímos que o melhor seria iniciar a pesquisa com uma solução inicial aleatória.

2.5.4.2 Perturbação da solução e pesquisa local

O objectivo é sair do óptimo local aplicando uma perturbação na solução corrente, que leva a uma outra solução intermédia. Para a perturbação da solução (Figura 18) é escolhida uma posição aleatória na sequência de candidatos do empacotamento.

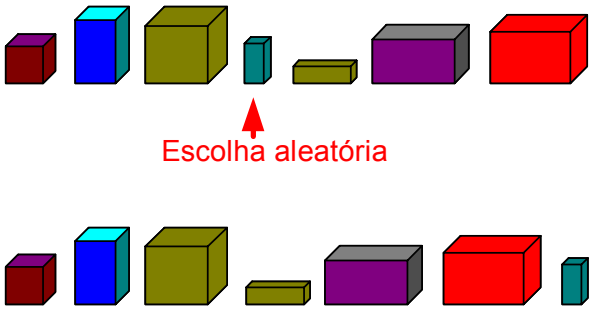

Figura 18 - Perturbação da solução

Essa posição corresponde a um determinado candidato na solução corrente. Esse candidato é removido da solução e colocado no final da sequência do empacotamento. Nalguns casos este candidato, depois de efectuado o reempacotamento, não cabe no contentor, ficando assim sem pertencer à nova sequência de empacotamento, logo sem pertencer à solução.

À solução perturbada é aplicada a pesquisa local. O algoritmo de pesquisa local utilizado nesta abordagem é igual ao utilizado na abordagem GRASP, explicado na secção 2.5.1.2.

2.5.4.3 Critério de aceitação e critério de paragem

O mecanismo de perturbação em conjunto com a pesquisa local define as vizinhanças. Mas o procedimento "critério de aceitação" define se uma determinada solução vizinha é aceite ou não para nova solução corrente. A esta nova solução corrente vai ser novamente aplicada uma perturbação e em seguida a pesquisa local. Neste caso, uma solução é aceite se o valor da sua função objectivo for maior ou igual (estamos num problema de maximização) ao valor da função objectivo da solução corrente. Quando ao fim de 10 iterações sem obtenção de melhoramento da função objectivo, o algoritmo pára.

Tal como nos algoritmos anteriores o número de iterações para cada uma das instâncias é quinhentas.

2.6 Testes computacionais

Qualquer uma das abordagens, incluindo a heurística G&RMod, foram testadas para os problemas LN e BR descritos na secção 2.2.3. Na Tabela 2, são apresentados os resultados obtidos para os problemas LN. Em cada problema os resultados são dados em termos de volume de utilização. Nalguns problemas, junto com o volume de utilização, está um outro valor dentro de parênteses, valor esse que corresponde ao número de caixas não empacotadas. Está também representado o tempo médio de execução que cada abordagem necessita para conseguir alcançar uma solução óptima. Analisando as médias do volume de utilização (Tabela 2), concluímos que a abordagem G&RModGRASP obtém melhores resultados relativamente às restantes. Por outro lado, as médias dos tempos de execução para o G&RModILS são praticamente insignificantes. Além disso, esta abordagem, depois do G&RModGRASP, é a que obtém melhores valores médios de volume de utilização. Apenas em três problemas alguma das outras abordagens obtém melhores resultados.

Qualquer que seja a abordagem utilizada, os tempos de execução são muito pequenos. Esta observação levou-nos a tentar novos critérios de paragem. Isto é, um critério de paragem baseado no tempo de execução: 300 segundos. Verificamos

que ao fim deste tempo a solução obtida era igual à obtida com o primeiro critério de paragem e com um tempo de execução muito inferior. Deste modo, os primeiros critérios de paragem foram mantidos.

	G&RMod		G&RModGRASP		G&RModSA		G&RModPT		G&RModILS	
Problema	Vol. Util. (%)	Temp Exe Exec. (seg)	Volume Util. (%)	Tempo Exec. (seg)	Volume Util. (%)	Tempo Exec. (seg)	Volume Util. (%)	Tempo Exec. (seg)	Volume Util. (%)	Tempo Exec. (seg)
LN01	62,5	< 1	62,5	28	62,5	97	62,5	74	62,5	10
LN02	89,2 (34)	< 1	92,6 (19)	45	91,3 (25)	103	90,4 (27)	86	91,7 (24)	7
LN03	53,4	< 1	53,4	105	53,4	56	53,4	102	53,4	9
LN04	55,0	< 1	55,0	54	55,0	140	55,0	93	55,0	13
LN05	75,9 (3)	< 1	77,2	16	77,2	68	77,2	54	77,2	4
LN06	84,6 (49)	< 1	91,7 (28)	34	86,9 (34)	87	91,7 (31)	64	91,7 (31)	6
LN07	79,3 (22)	< 1	84,7	56	82,3 (4)	73	82,6 (3)	25	82,6 (4)	8
LN08	59,4	< 1	59,4	20	59,4	129	59,4	16	59,4	5
LN09	61,9	< 1	61,9	78	61,9	144	61,9	91	61,9	16
LN10	67,3	< 1	67,3	54	67,3	67	67,3	103	67,3	5
LN11	62,2	< 1	62,2	34	62,2	112	62,2	12	62,2	8
LN12	75,4 (6)	< 1	78,5	57	78,5	128	78,5	27	78,5	9
LN13	81,8 (7)	< 1	85,6	68	85,6	101	81,8 (7)	36	85,6	11
LN14	62,8	< 1	62,8	54	62,8	98	62,8	17	62,8	7
LN15	59,5	< 1	59,5	42	59,5	119	59,5	48	59,5	12
Média	68,7	< 1	**70,3**	49,7	69,7	101,5	69,7	56,5	70,1	**8,7**

Tabela 2 - Resultados dos problemas de teste LN

Na Tabela 3 apresentamos os resultados obtidos para os problemas BR. Como seria de esperar as meta-heurísticas melhoram significativamente os resultados da heurística G&RMod. Esta melhoria varia entre 2,56% para problemas fracamente heterogéneos até 29,55% para problemas fortemente heterogéneos. Comparando os resultados das quatro abordagens (Figura 19), o G&RModGRASP consegue melhores resultados para os problemas fracamente heterogéneos. Para problemas fortemente heterogéneos é igualado, e nalguns problemas ligeiramente ultrapassado, pelo G&RModSA. Relativamente à diferença entre o G&RModSA e o G&RModTS, observa-se que para problemas fracamente heterogéneos os volumes de utilização obtidos são muito próximos, sendo nalguns casos o G&RModTS superior. À medida que a heterogeneidade dos problemas vai aumentando os valores do G&RModSA destacam-se dos valores obtidos com o G&RModTS. Fazendo a média dos volumes de utilização, o G&RModGRASP tem claramente um melhor desempenho relativamente às outras abordagens.

	G&RMod	G&RModGRASP	G&RModSA	G&RModPT	G&RModILS
Problemas	Vol. Util. (%)	Vol. Util. (%)	Vol. Util. (%)	Vol. Util. (%)	Vol. Util. (%)
BR1	86,67	**89,07**	88,14	88,21	88,05
BR2	87,77	**90,43**	89,19	89,50	89,05
BR3	87,19	**90,86**	89,47	89,52	89,22
BR4	86,21	**90,42**	89,14	89,06	88,89
BR5	85,54	**89,57**	88,92	88,88	88,62
BR6	84,20	**89,71**	88,55	88,47	88,12
BR7	82,37	**88,05**	87,57	87,63	86,88
BR8	79,24	**86,13**	85,97	85,60	85,49
BR9	76,81	**85,08**	85,08	84,37	84,10
BR10	73,76	**84,21**	84,20	83,82	83,37
BR11	71,11	83,98	**84,08**	83,14	82,50
BR12	67,59	**83,64**	83,54	82,94	82,49
BR13	65,32	**83,54**	83,40	82,65	82,13
BR14	60,62	**83,25**	83,17	82,21	81,42
BR15	59,81	83,21	**83,41**	82,04	81,08
Média	76,95	**86,74**	86,26	85,87	85,43

Tabela 3 - Resultados dos problemas de teste BR

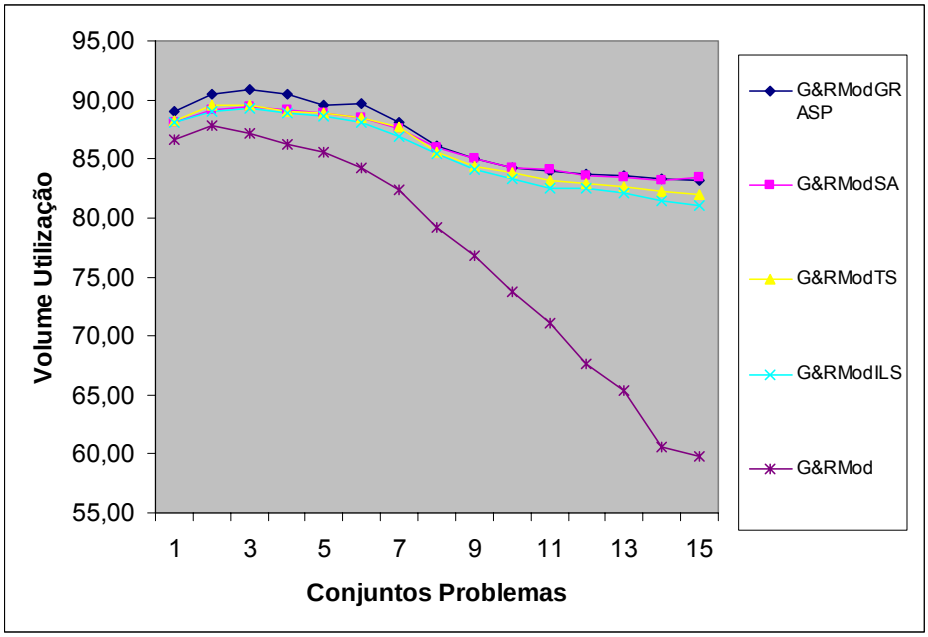

Figura 19 – Comparação dos resultados das diferentes abordagens

Os tempos médios de execução são representados na Figura 20, com excepção da heurística G&RMod uma vez que estes são inferiores a um segundo. Verifica-se que para problemas fracamente heterogéneos estes tempos são bastante reduzidos. Tal como com os problemas LN, foi testado um novo critério de paragem para cada uma das abordagens: o tempo de execução. Para cada conjunto de problemas, o algoritmo pára ao fim de três vezes o tempo de execução obtido anteriormente (Figura 20). Por exemplo, no caso da abordagem G&RModGRASP para os problemas do conjunto BR7, o tempo de execução passa para 177 segundos. Quando o algoritmo termina sai com a melhor solução encontrada.

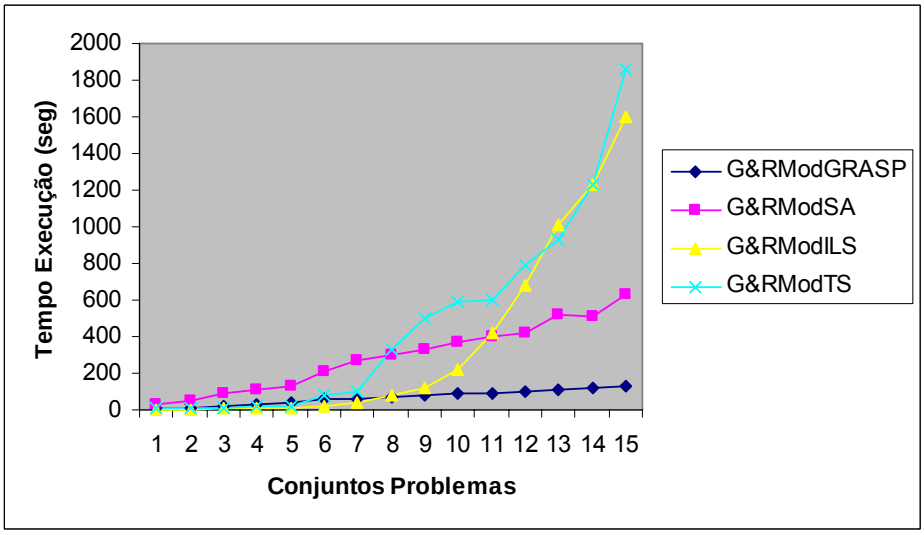

Figura 20 - Tempos de execução para problemas de teste BR

Concluímos que por muito que se aumente o tempo de execução, em média os volumes de utilização obtidos são sensivelmente os mesmos, não se justificando por isso um aumento no tempo de execução, principalmente para os problemas fortemente heterogéneos. Concluímos que o mais adequado seria manter o primeiro critério de paragem estabelecido para cada uma das abordagens.

2.7 Análise da estabilidade da carga

A estabilidade da carga é um dos requisitos práticos mencionados e descritos por Bischoff and Ratcliff (1995). Em termos de transporte de uma determinada mercadoria, é necessário que esta não tenha possibilidade de movimento dentro do contentor. Este é um dos requisitos fundamentais para cargas frágeis. Além dos danos materiais, uma carga instável pode ter implicações importantes de segurança, para as operações de carga e descarga.

A heurística de construção utilizada neste trabalho (Secção 2.4) é uma heurística de construção em paredes. A altura entre paredes adjacentes varia e além disso podem existir espaços entre elas que não são preenchidos. Então, do ponto de vista de estabilidade, é natural que esta aproximação não seja a mais apropriada. De acordo com estas considerações, torna-se pertinente medir o grau de estabilidade da carga para cada um dos empacotamentos obtidos com as quatro abordagens.

O sistema de medida utilizado para determinar o grau de estabilidade da carga, é o mesmo adoptado por Bischoff and Ratcliff (1995). De acordo com o carácter construtivo da heurística G&RMod, não é permitido a colocação de caixas parcialmente ou totalmente em suspensão. Todas as caixas têm a sua base totalmente apoiada, quer no chão de contentor, quer em cima de uma ou mais caixas, como já foi descrito na secção 2.4.2.1.2. Neste caso particular, as medidas de estabilidade necessárias são as seguintes:

Medida 1 **–** Número médio de caixas pelo qual os itens (excepto os que estão posicionados no chão do contentor) estão suportados.

Carpenter and Dowsland (1985), sugerem que para uma carga ser estável cada caixa deveria ser suportada pelo menos por duas caixas. Esta medida não indica a possibilidade de uma caixa ter movimentos laterais, assim é também necessário a utilização de uma outra medida.

Medida 2 **–** Percentagem média das caixas que não estão rodeadas pelo menos em três dos seus lados.

Entende-se por suporte lateral de uma caixa, as paredes do contentor ou outras caixas. Com estas duas medidas podemos avaliar o desempenho das quatro abordagens, relativamente à estabilidade da carga. Esta condição de estabilidade e

respectivos resultados obtidos estão também descritos em Moura and Oliveira (2004a).

2.7.1 Comparação dos resultados relativos à estabilidade da carga

Para cada um dos problemas de teste LN e BR, foi verificada a estabilidade da carga. Para os problemas LN (Tabela 4) e fazendo a comparação em termos de valores médios, verifica-se que os melhores resultados para a Medida 1 são obtidos com o G&RModGRASP e G&RModILS. Relativamente à Medida 2, os melhores resultados são obtidos com o G&RModSA e G&RModTS.

As Figura 21 e Figura 22 e a Tabela 5 apresentam os resultados para os problemas BR. Podemos concluir que as cargas mais estáveis são obtidas, de uma maneira geral, com a abordagem G&RModGRASP. Apesar de no caso da Medida 1, esta ter os piores valores para problemas fortemente heterogéneos. Como com qualquer uma destas abordagens é sempre garantido que qualquer caixa fica 100% apoiada, então a Medida 2 tem mais importância para definir uma boa estabilidade da carga.

	G&RMod		G&RModGRASP		G&RModSA		G&RModPT		G&RModILS	
Problema	**M1**	**M2**	**M1**	**M2**	**M1**	**M2**	**M1**	**M2**	**M1**	**M2**
LN01	1,00	14,00	1,07	17,00	1,00	14,00	1,00	3,30	1,00	15,00
LN02	1,01	5,42	1,00	2,89	1,00	3,01	1,00	2,89	1,07	5,88
LN03	1,08	8,00	1,03	16,05	1,03	6,50	1,01	7,07	1,03	9,50
LN04	1,00	18,00	1,00	17,00	1,01	3,00	1,00	16,00	1,00	16,00
LN05	1,10	5,13	1,36	12,50	1,16	3,42	1,15	6,67	1,36	12,50
LN06	1,01	13,91	1,08	4,73	1,00	9,93	1,08	4,73	1,08	4,73
LN07	1,05	10,11	1,05	2,03	1,04	3,93	1,05	2,03	1,08	6,63
LN08	1,01	12,31	1,04	13,85	1,01	16,15	1,01	13,08	1,02	6,92
LN09	1,06	20,50	1,07	15,00	1,07	9,00	1,07	19,00	1,06	24,50
LN10	1,00	14,80	1,00	12,00	1,01	8,40	1,00	11,60	1,00	6,80
LN11	1,00	13,00	1,00	12,00	1,00	14,00	1,00	14,00	1,00	14,00
LN12	1,00	12,17	1,03	12,50	1,01	3,51	1,04	12,50	1,00	8,33
LN13	1,02	8,84	1,02	11,54	1,02	11,54	1,02	8,94	1,02	11,54
LN14	1,14	14,17	1,02	8,33	1,10	2,50	1,10	3,33	1,10	8,33
LN15	1,11	9,60	1,11	9,60	1,12	8,80	1,11	15,60	1,10	16,00
Média	1,04	12,00	**1,06**	11,13	1,04	**7,85**	1,04	9,38	**1,06**	11,11

Tabela 4 - Resultados da estabilidade da carga para problemas de teste LN

De uma maneira geral, e com qualquer uma das abordagens, quanto mais heterogéneo for o problema mais instável é o carregamento. Não é surpresa que o número de caixas suporte para cada caixa aumente com o aumento da heterogeneidade dos problemas e que o número de caixas com apoio lateral em pelo menos três lados diminua. Uma vez que para problemas fracamente heterogéneos a maior parte das caixas só tem uma caixa como suporte, uma vez que estas são agrupadas em colunas praticamente homogéneas e o número de caixas não suportadas em três dos seus lados é baixo, ao contrário dos problemas fortemente heterogéneos.

	G&RMod		G&RModGRASP		G&RModSA		G&RModTS		G&RModILS	
Problema	**M1**	**M2**	**M1**	**M2**	**M1**	**M2**	**M1**	**M2**	**M1**	**M2**
BR1	1,09	12,00	1,07	11,53	1,07	8,22	1,06	7,10	1,06	6,54
BR2	1,14	13,59	1,10	12,67	1,04	17,41	1,04	13,80	1,05	15,58
BR3	1,09	17,82	1,09	17,75	1,09	12,50	1,08	11,06	1,05	14,80
BR4	1,11	20,60	1,10	20,03	1,07	21,69	1,09	20,43	1,14	18,46
BR5	1,08	24,74	1,10	22,75	1,13	23,70	1,07	20,95	1,09	21,53
BR6	1,12	27,86	1,10	26,50	1,11	27,56	1,11	23,67	1,11	19,76
BR7	1,11	32,00	1,11	28,86	1,10	31,08	1,11	30,53	1,10	33,31
BR8	1,16	38,86	1,12	32,77	1,11	33,67	1,15	35,25	1,15	37,34
BR9	1,19	41,87	1,10	37,49	1,11	35,30	1,15	38,24	1,12	39,86
BR10	1,25	48,69	1,10	39,21	1,15	36,39	1,15	41,29	1,15	48,42
BR11	1,25	53,22	1,14	40,63	1,22	43,29	1,18	46,63	1,23	48,84
BR12	1,32	54,96	1,15	41,44	1,23	50,21	1,21	49,98	1,29	49,22
BR13	1,34	57,62	1,16	41,67	1,22	51,79	1,23	53,21	1,29	54,51
BR14	1,33	58,75	1,16	43,14	1,25	56,51	1,25	53,98	1,33	51,40
BR15	1,34	60,27	1,17	44,12	1,27	58,51	1,27	56,33	1,39	55,50
Média	1,19	37,52	1,12	**30,70**	1,14	33,85	1,14	33,50	**1,17**	34,34

Tabela 5 - Resultados da estabilidade da carga para problemas de teste BR

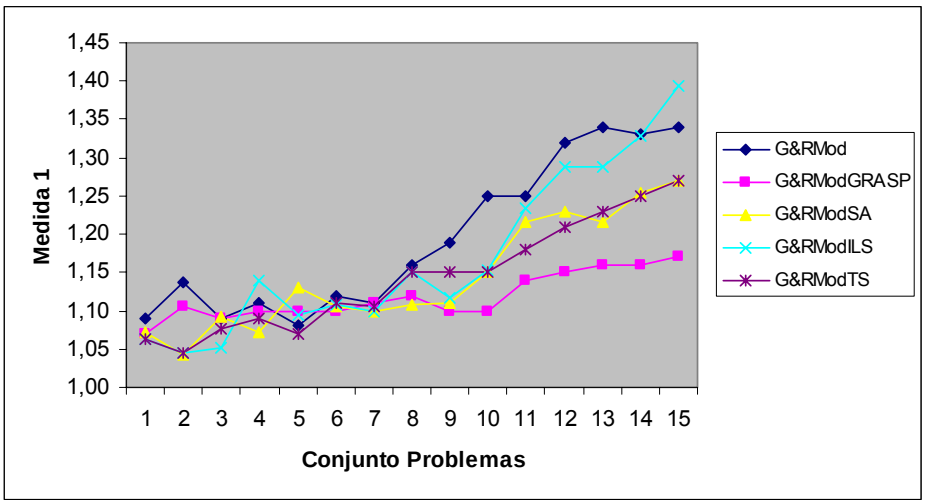

Figura 21 - Resultados da Medida 1 para problemas de teste BR

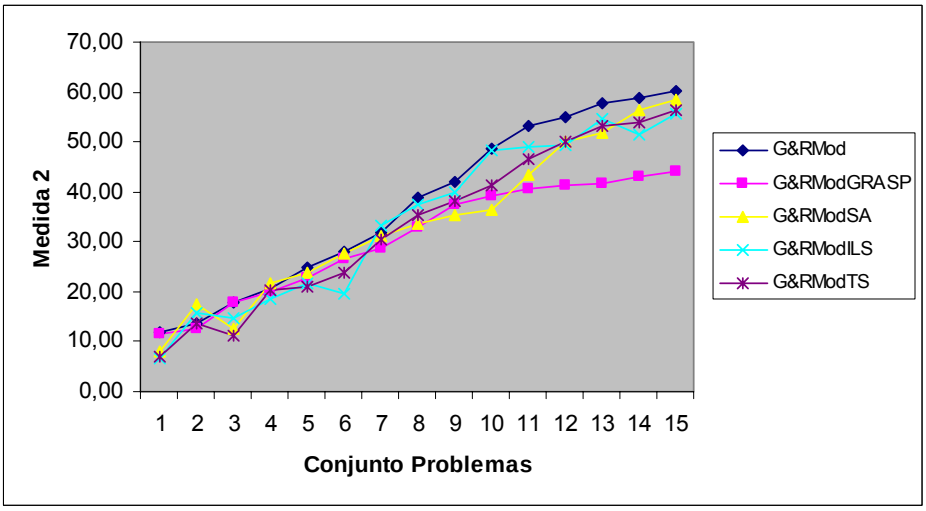

Figura 22 - Resultados da Medida 2 para problemas de teste BR

2.7.2 Alteração à heurística construtiva

Para a abordagem que dá melhores resultados em termos de estabilidade (G&RModGRASP) tentamos fazer algumas alterações, tendo como finalidade, melhorar a estabilidade da carga. Uma das primeiras ideias foi a "inversão das paredes" dentro do contentor. Com esta "inversão", o volume de utilização não é alterado, uma vez que o número e tipo de caixas colocadas dentro do contentor também não são alterados. A modificação feita na heurística construtiva G&RMod foi a nível do preenchimento dos espaços livres, mantendo-se o procedimento de construção da parede. Na fase de preenchimento de espaços livres, se o espaço pertencer a uma camada par então o empacotamento é "invertido". A "inversão" está relacionada com o sistema de coordenadas, isto é, inicialmente o empacotamento é efectuado na coordenada inferior-trás-esquerda do espaço livre em questão. Agora passa a ser na coordenada inferior-frente-esquerda do mesmo espaço. Nestas paredes pares (segunda, quarta, etc.) os espaços livres existentes (Figura 23) passam para a parte de trás da parede. Mas as caixas que ocupam esses espaços, uma vez que à sua frente vai ser colocada mais uma camada, têm maior probabilidade de ficar com mais um dos seus lados apoiados nas caixas da parede seguinte. Uma vez que, a parede seguinte é uma parede ímpar e logo não sofre "inversão" no empacotamento dos espaços livres.

De acordo com a Figura 23, os espaços livres das paredes 1, 2 e 3 são empacotados normalmente. No entanto, a colocação das caixas no espaço livre gerado por cima da parede 2 (parede par) é feita de maneira invertida, sendo no entanto o tipo de caixa e respectiva quantidade, calculado exactamente da mesma forma. Isto é, o arranjo é colocado não na coordenada inicial do espaço (inferior-trás-esquerda), mas sim na coordenada inferior-frente-esquerda do mesmo espaço. Verificamos depois de vários testes que para o caso de problemas fortemente heterogéneos, não faz muito sentido esta inversão da parede, uma vez que as paredes não são compactas, mas sim constituídas por conjuntos de colunas de caixas diferentes (Figura 24).

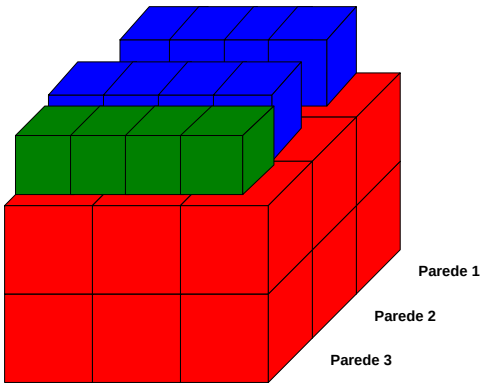

Figura 23 - Inversão das paredes

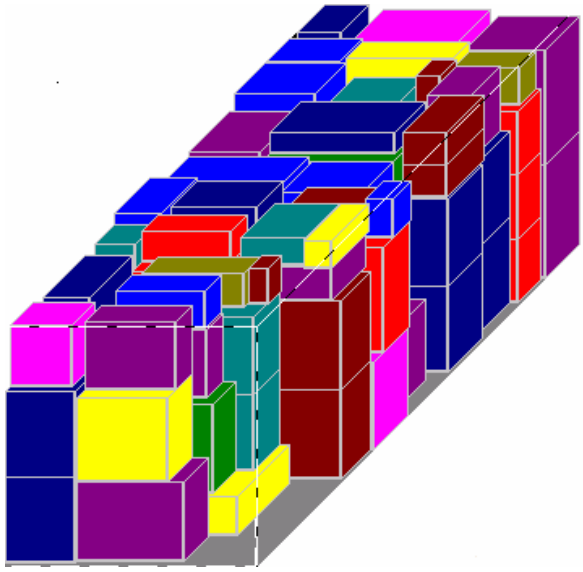

Figura 24 – Exemplo de um empacotamento fortemente heterogéneo

Para os problemas fracamente heterogéneos (Figura 25 e Figura 26) nem sempre se obtêm os resultados desejados para a Medida 2. Verifica-se em muito poucos casos uma pequena melhoria da estabilidade, que no âmbito geral não é suficiente para obter uma melhoria na média dos 100 problemas de cada um dos conjuntos BR.

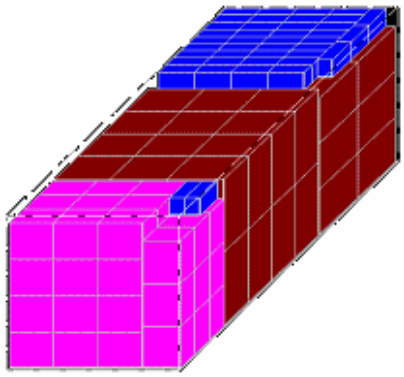

Figura 25 - Empacotamento fracamente heterogéneo sem "inversão"

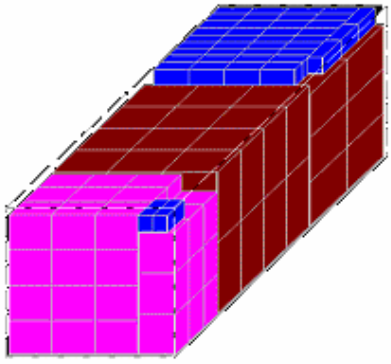

Figura 26 - Empacotamento fracamente heterogéneo com "inversão"

Além disso, existem casos em que a Medida 2 aumenta, logo piorando a estabilidade da carga. Esta situação é retratada na Figura 26, para um dos problemas BR1 com três tipos de caixas diferentes, onde uma das caixas pequenas colocadas no último espaço livre do contentor, deixa de ter os três lados com apoio lateral para passar a ter só dois. A Medida 2 passa de 3,91 para 4,69.

2.7.3 Utilização da estabilidade como função objectivo

Ainda com vista à melhoria da estabilidade da carga, foi testada mais uma alteração, desta vez nas quatro meta-heurísticas. A alteração é efectuada na heurística construtiva que passou a ter a estabilidade da carga como primeiro objectivo do empacotamento. A função objectivo passa a ser a minimização da Medida 2, isto é, a diminuição do número de caixas com menos do que três lados suportados. Para implementar esta ideia, alterou-se a forma de selecção dos candidatos (tipos de caixa) ao empacotamento. Assim, os candidatos ao preenchimento de um dado espaço, são ordenados decrescentemente na lista de candidatos, pelo valor da Medida 2, e em caso de empate pelo volume de utilização do candidato. A estabilidade passa a ser o primeiro objectivo do empacotamento e só no caso de empate é que é escolhido o candidato que tiver melhor volume de utilização.

Esta alteração foi testada para cada uma das abordagens, verificando-se sem excepção que além da estabilidade não ter melhorias significativas, o volume de utilização decresceu significativamente para cada um dos grupos de problemas.

2.8 Comparação com os resultados computacionais de outras abordagens

Nesta secção vamos comparar os resultados obtidos em termos de volume de utilização e estabilidade de carga de cada um dos conjuntos de problemas de teste, com os resultados de outras abordagens existentes na literatura. Concretamente, os resultados para os problemas de LN representados na Tabela 6, foram retirados do artigo de Bortfeldt and Gehring (2001). Os resultados para os problemas de BR representados na Tabela 8, foram retirados dos artigos Bortfeldt and Gehring (2001), Gehring and Bortfeldt (2002), Bortfeldt *et al.* (2003) e Bischoff (2003). Relativamente à estabilidade da carga, os resultados foram retirados dos artigos de Bischoff and Ratcliff (1995), Eley (2002) e para a abordagem Bischoff (2003) os resultados foram fornecidos directamente pelo Professor Eberhard Bischoff.

2.8.1 Volume de utilização

A comparação dos resultados para os problemas de LN é feita com as abordagens apresentadas na Tabela 6. A primeira abordagem (Loh and Nee (1992)) utiliza o critério de utilização de capacidade, referido como *Densidade de Empacotamento*. Este critério avalia de uma forma excessiva o critério normal do volume de utilização, não sendo comparável com os resultados das outras abordagens. Analisando a Tabela 6, verifica-se que os melhores resultados são obtidos com as abordagens de Bortfeldt and Gehring (1998) e Bortfeldt and Gehring (2001). Sendo a primeira uma abordagem meta-heurística de construção em paredes e a segunda uma abordagem de construção em blocos.

	Loh and Nee (1992)	Ngoi et al. (1994)	Bischoff et al. (1995)	Bischoff and Ratcliff (1995)	Gehring and Bortfeldt (1997)	Bortfeldt and Gehring (1998)	Bortfeldt and Gehring (2001)	Eley (2002)
Problema	**Dens. Emp.**	**Vol. Util. (%)**	**Vol. Util. (%)**	**Vol. Util. (%)**	**Vol. Util. (%)**	**Vol. Util. (%)**	**Vol. Util. (%)**	**Vol. Util. (%)**
LN01	78,1	62,5	62,5	62,5	62,5	62,5	62,5	62,5
LN02	76,8 (32)	80,7 (54)	89,7 (23)	90,0 (35)	90,7 (36)	96,7 (28)	89,8 (51)	90,8 (53)
LN03	69,5	53,4	53,4	53,4	53,4	53,4	53,4	53,4
LN04	59,2	55,0	55,0	55,0	55,0	55,0	55,0	55,0
LN05	85,8	77,2	77,2	77,2	77,2	77,2	77,2	77,2
LN06	88,6 (45)	88,7 (48)	89,5 (24)	83,1 (77)	91,1 (36)	96,3 (40)	92,4 (45)	87,9 (44)
LN07	78,2 (21)	81,8 (10)	83,9 (1)	78,7 (18)	82,7 (5)	84,7	84,7	84,7
LN08	67,6	59,4	59,4	59,4	59,4	59,4	59,4	59,4
LN09	84,2	61,9	61,9	61,9	61,9	61,9	61,9	61,9
LN10	70,1	67,3	67,3	67,3	67,3	67,3	67,3	67,3
LN11	63,8	62,2	62,2	62,2	62,2	62,2	62,2	62,2
LN12	79,3	78,5	76,5	78,5	78,5	78,5	78,5	78,5
LN13	77,0 (15)	84,1 (2)	82,3 (5)	78,1 (20)	85,6	85,6	85,6	85,6
LN14	69,1	62,8	62,8	62,8	62,8	62,8	62,8	62,8
LN15	65,6	59,6	59,5	59,5	59,5	59,5	59,5	59,5
Média	74,2	69,0	69,5	68,6	70,0	**70,9**	70,1	69,9
Sol. Opt.	11	11	11	11	12	**13**	13	13

Tabela 6 - Resultados dos problemas de teste LN

Na Tabela 7, estão os resultados das duas melhores abordagens desenvolvidas neste trabalho – G&RModGRASP e o G&RModILS, e as duas melhores abordagens da literatura. Verifica-se que em termos de média de volume de utilização, as abordagens G&RModILS, e Bortfeldt and Gehring (2001) são equivalentes. Conseguindo esta última um resultado melhor para o problema LN07 ao contrário

do G&RModILS, que obtém menos uma solução melhor do que as restantes abordagens. A abordagem G&RModGRASP em termos de número de soluções melhores, obtém os mesmos resultados que Bortfeldt and Gehring (1998) e Bortfeldt and Gehring (2001). Relativamente aos problemas LN02 e LN06, os volumes de utilização do G&RModGRASP são piores, mas o número de caixas não empacotadas são inferiores ao número de caixas não empacotadas pelas outras duas abordagens.

	Bortfeldt and Gehring (1998)	Bortfeldt and Gehring (2001)	G&RModGRASP	G&RModILS
Problema	**Vol. Util. (%)**	**Vol. Util. (%)**	**Vol. Util. (%)**	**Vol. Util. (%)**
LN01	62,5	62,5	62,5	62,5
LN02	96,7 (28)	89,8 (51)	92,6 (19)	91,7 (24)
LN03	53,4	53,4	53,4	53,4
LN04	55,0	55,0	55,0	55,0
LN05	77,2	77,2	77,2	77,2
LN06	96,3 (40)	92,4 (45)	91,7 (28)	91,7 (31)
LN07	84,7	84,7	84,7	82,6 (4)
LN08	59,4	59,4	59,4	59,4
LN09	61,9	61,9	61,9	61,9
LN10	67,3	67,3	67,3	67,3
LN11	62,2	62,2	62,2	62,2
LN12	78,5	78,5	78,5	78,5
LN13	85,6	85,6	85,6	85,6
LN14	62,8	62,8	62,8	62,8
LN15	59,5	59,5	59,5	59,5
Média	**70,9**	70,1	70,3	70,1
Sol. Opt.	**13**	13	13	12

Tabela 7 - Comparação resultados de teste LN

Em seguida são comparados os resultados obtidos para os problemas BR (Tabela 8). Os artigos, Bischoff (2003), Eley (2002) e Davies and Bischoff (1999) só apresentam resultados para os primeiros sete grupos de problemas, enquanto que os outros apresentam resultados para os quinze grupos. Os melhores resultados para problemas fracamente heterogéneos são obtidos por Bortfeldt and Gehring (1998), Bischoff (2003) e Bortfeldt *et al.* (2003). E para os problemas fortemente heterogéneos são obtidos por Bortfeldt and Gehring (2001) e Gehring and Bortfeldt (2002). Os resultados destas duas abordagens são muito idênticos, como podemos verificar na Tabela 8. Comparando agora os resultados obtidos com a melhor abordagem deste trabalho (G&RModGRASP) com os melhores resultados da literatura (Figura 27), podemos constatar que:

- Para alguns dos problemas fracamente heterogéneos, o G&RModGRASP obtém bons resultados comparativamente com as abordagens Gehring and Bortfeldt (2002) e Bischoff (2003). O mesmo já não se pode dizer quando

comparado com a abordagem de Bortfeldt and Gehring (1998) e Bortfeldt *et al.* (2003).

- Para alguns dos problemas fortemente heterogéneos, o G&RModGRASP obtém bons resultados comparativamente com a abordagem de Bortfeldt and Gehring (1998). Não se podendo dizer o mesmo relativamente à abordagem de Gehring and Bortfeldt (2002). Nesta região de problemas não podemos fazer qualquer comparação com a abordagem de Bischoff (2003) e Bortfeldt *et al.* (2003) uma vez que não temos resultados disponíveis para tal.

	Bischoff et al. (1995)	Bischoff and Ratcliff (1995)	Gehring and Bortfeldt (1997)	Bortfeldt and Gehring (1998)	Davies (2000)	Bortfeldt and Gehring (2001)	Gehring and Bortfeldt (2002)	Eley (2002)	Bischoff (2003)	Bortfeldt et al. (2003)
Probl.	Vol. Util. (%)	Vol. Util. (%)	Vol. Util. (%)	Vol. Util. (%)	Vol. Util. (%)	Vol. Util. (%)	Vol. Util. (%)	Vol. Util. (%)	Vol. Util. (%)	Vol. Util. (%)
BR1	81,76	83,37	86,77	92,63	78,99	87,81	88,10	88,00	89,39	**93,52**
BR2	81,70	83,57	88,12	92,70	83,04	89,40	89,56	88,50	90,26	**93,77**
BR3	82,98	83,59	88,87	92,31	84,62	90,48	90,77	89,50	91,08	**93,58**
BR4	82,60	84,16	88,68	91,62	84,69	90,63	91,03	89,30	90,90	**93,05**
BR5	82,76	83,89	88,78	90,86	83,73	90,73	91,23	89,00	91,05	**92,34**
BR6	81,50	82,92	88,53	90,04	84,12	90,72	91,28	89,20	90,70	**91,72**
BR7	80,51	82,14	88,36	88,63	82,74	90,65	**91,04**	88,00	90,44	90,55
BR8	79,65	80,10	87,52	87,11		89,73	**90,26**			
BR9	80,19	78,03	86,46	85,76		89,06	**89,50**			
BR10	79,74	76,53	85,53	84,73		88,40	**88,73**			
BR11	79,23	75,08	84,82	83,55		87,53	**87,87**			
BR12	79,16	74,37	84,25	82,79		86,94	**87,18**			
BR13	78,23	73,56	83,67	82,29		86,25	**86,70**			
BR14	77,40	73,37	82,99	81,33		85,55	**85,81**			
BR15	75,15	73,38	82,47	80,85		85,23	**85,48**			

Tabela 8 - Comparação de resultados dos problemas de teste BR

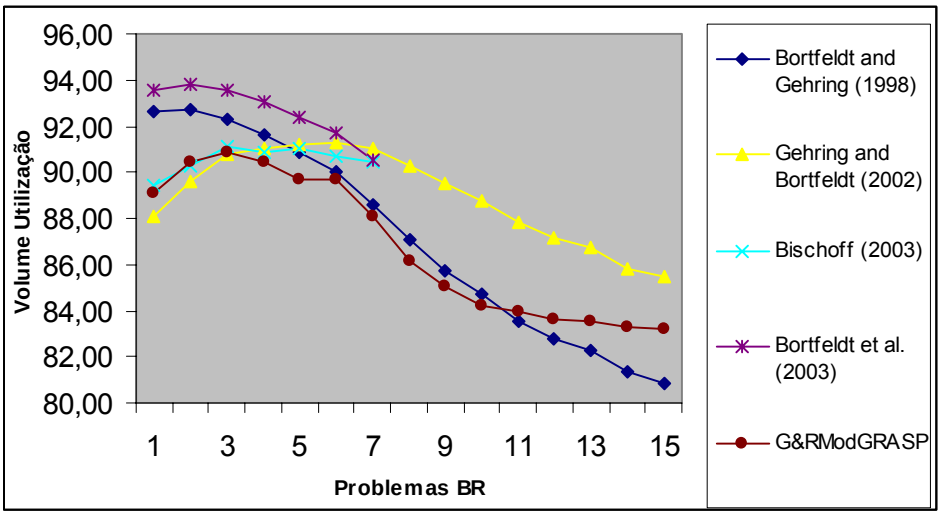

Figura 27 - Comparação resultados dos problemas de teste BR

2.8.2 Estabilidade da carga

Além da comparação de resultados em termos de volume de utilização, são também comparados os resultados relativos à estabilidade do empacotamento da carga. A informação disponível sobre estes resultados, para as abordagens existentes na literatura é muito escassa. Foram só encontrados na literatura resultados relativos aos primeiros sete problemas BR. Além disso estes valores foram retirados de um gráfico apresentado no artigo de Eley (2002), podendo por esse motivo não ser muito exactos. Os únicos valores exactos são os valores de Bischoff (2003), que foram fornecidos directamente pelo autor. Todos estes dados estão representados na Tabela 9. Verifica-se que em média, os melhores resultados são obtidos por Bischoff *et al.* (1995), estando também os resultados de Bischoff (2003) e Eley (2002) muito próximos.

	Bischoff et al. (1995)		Bischoff and Ratcliff (1995)		Gehring and Bortfeldt (1997)	Bortfeldt and Gehring (1998)	Eley (2002)	Bischoff (2003)		G&RModGRASP	
Probl.	M1	M2	M1	M2	M2	M2	M2	M1	M2	M1	M2
BR1	2,02	8,50	1,13	10,36	11,00	13,00	9,80	1,17	12,37	1,07	11,53
BR2	2,22	11,21	1,10	14,60	16,00	19,00	13,50	1,14	15,30	1,10	12,67
BR3	2,20	15,93	1,08	19,67	18,50	24,50	18,00	1,09	17,05	1,09	17,75
BR4	2,10	17,51	1,07	23,53	21,50	29,90	20,50	1,07	18,65	1,10	20,03
BR5	2,09	21,60	1,06	26,03	22,50	34,00	21,50	1,06	20,79	1,10	22,75
BR6	2,04	22,13	1,06	31,04	25,00	33,50	22,90	1,05	23,31	1,10	26,50
BR7	1,92	27,07	1,04	35,99	28,50	46,10	26,00	1,03	24,25	1,11	28,86
BR8										1,12	32,77
BR9										1,10	37,49
BR10										1,10	39,21
BR11										1,14	40,63
BR12										1,15	41,44
BR13										1,16	41,67
BR14										1,16	43,14
BR15										1,17	44,12

Tabela 9 - Comparação dos resultados da estabilidade da carga

Os melhores resultados obtidos neste trabalho foram conseguidos com a abordagem G&RModGRASP, daí na Figura 28, estes serem comparados com os

melhores resultados publicados. Verifica-se que a inclinação da curva representativa dos resultados para a abordagem G&RModGRASP, é em média mais acentuada que as outras curvas. Isto significa que a instabilidade da carga aumenta consideravelmente com o aumento da heterogeneidade das cargas.

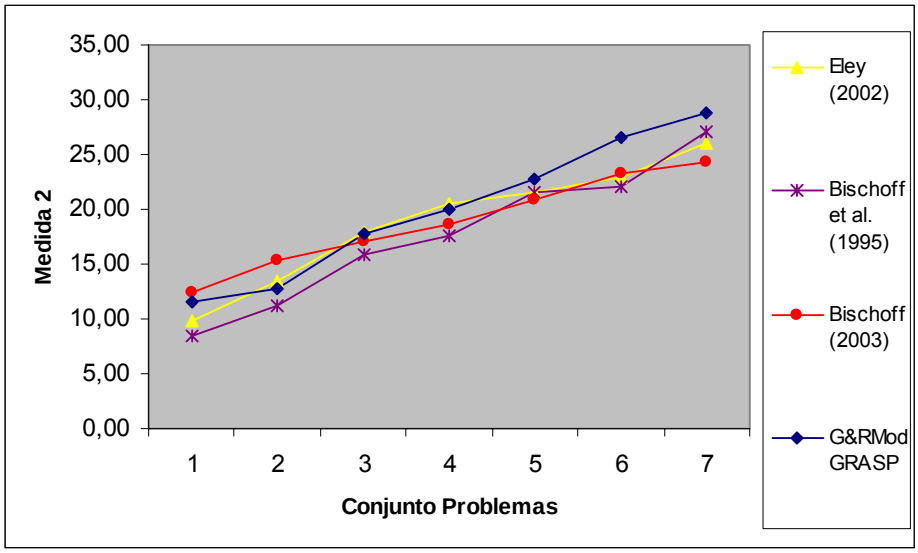

Figura 28 - Comparação dos resultados de estabilidade da carga

Para os primeiros dois conjuntos de problemas os resultados são relativamente bons considerando o método construtivo da heurística base. Isto é, sendo um método de construção em paredes, que não é o mais indicado em termos de estabilidade da carga, os resultados são razoavelmente bons comparativamente com as restantes abordagens.

Capítulo 3

Problema de Rotas para Veículos com Janelas Temporais

O problema de planeamento de rotas para veículos com janelas temporais é o segundo problema estudado nesta tese. Neste capítulo é feita a sua descrição (secção 3.1) e apresentado o estado da arte (secção 3.2), onde são descritas algumas abordagens heurísticas (secção 3.2.1) e meta-heurísticas (secção 3.2.2) para resolução do VRPTW. Depois de formulado o problema (secção 3.3) é apresentada uma heurística composta (secção 3.4) com vista à sua resolução. Tendo esta heurística como base, é criada uma abordagem GRASP (secção 3.5) denominada CompGRASP. Para mostrar o desempenho desta abordagem são efectuados testes e apresentados os respectivos resultados (secção 3.6). Na secção 3.7 é feita uma avaliação dos resultados sendo estes comparados com outros descritos na literatura.

3.1 Descrição do VRPTW

O problema de rotas para veículos (VRP) é um problema que tem sido estudado com bastante interesse nas últimas três ou quatro décadas. Na base do VRP está o problema do caixeiro viajante (TSP), onde um caixeiro tem de visitar um conjunto de cidades e retornar à cidade inicial. O objectivo do TSP é a minimização da distância total percorrida pelo caixeiro viajante.

Sendo o VRP uma generalização do TSP, pode ser definido da seguinte forma: considere-se um determinado número de clientes onde cada um coloca uma determinada encomenda a um armazém. As encomendas são entregues por uma frota de veículos homogéneos. Cada veículo inicia o seu percurso no armazém, entrega as encomendas a um subgrupo de clientes e retorna ao mesmo armazém descrevendo uma rota. Cada uma das rotas, deve satisfazer um determinado número de restrições. Por exemplo, a quantidade de encomendas entregues não deve exceder a capacidade do veículo e deve existir um limite de tempo no percurso total da rota. Fundamentalmente a resolução do VRP traduz-se na decisão sobre

quais os clientes que o veículo deve visitar, e por que ordem, de forma que todos os pedidos dos mesmos sejam satisfeitos, sem violação de restrições, e os objectivos sejam optimizados. Existem três objectivos que são frequentemente considerados: minimização do número de veículos; minimização da distância total percorrida por todos os veículos; e minimização do tempo total das rotas. Existem abordagens que usam uma destas funções objectivo e outras que combinam duas delas ou mesmo as três.

Em contextos reais de distribuição existe um conjunto adicional de restrições que complicam o modelo. Um exemplo dessas restrições está relacionado com a limitação temporal da visita a um cliente, denominada por janelas temporais. Problemas que considerem janelas temporais nos clientes são referidos na literatura por problemas de rotas para veículos com janelas temporais (VRPTW). No VRPTW os clientes têm de ser servidos[7] dentro de um determinado período de tempo ou janela. É possível existir mais do que uma janela temporal para o mesmo cliente, a que se dá o nome de janelas temporais múltiplas. Nestes casos os clientes têm mais do que um período em que podem ser visitados pelos veículos.

Existem dois tipos diferentes de janelas temporais:

- "*soft*" - Permitem que o veículo inicie o serviço no cliente antes ou depois do início ou fim da janela temporal, respectivamente. Como resultado, é atribuído um custo adicional ao veículo pela violação da janela temporal.
- "*hard*" - Neste caso o veículo pode chegar ao cliente antes do início da janela, mas tem de esperar pelo seu começo para que possa prestar o serviço ao cliente. Não é permitido que um veículo chegue ao cliente depois do fim da sua janela temporal.

Nos VRPTW com janelas temporais *"hard"* pode existir mais uma função objectivo, além das três anteriormente mencionadas para o caso do VRP, que é a minimização do tempo total de espera do veículo nos clientes. Normalmente esta função objectivo é combinada com uma (ou mais) das três funções objectivo anteriores.

Dependendo das especificações do modelo, os armazéns podem ou não ter também uma janela temporal. Se tiverem uma janela temporal, então o início da janela define a hora mais cedo que o veículo pode sair do armazém e o fim da janela, define a hora máxima a que o veículo pode retornar. Além das janelas temporais existem muitas outras características relacionadas com o VRP. Por exemplo, recolha de vasilhame, armazéns múltiplos, encomendas estocásticas, veículos heterogéneos, etc.. De acordo com essas características o VRP pode ter

[7] Servir um cliente implica a entrega, recolha ou qualquer outra tarefa modelada.

várias classificações. Muitas publicações descrevem o VRP e respectivas variantes ao problema. São exemplo os artigos de Bodin and Golden (1981), Laporte and Nobert (1987), Assad (1988), Laporte (1992) e Fisher (1995). Estes artigos, além da descrição do problema apresentam também formulações, heurísticas e/ou métodos exactos para a sua resolução.

3.2 Estado da arte

Existem vários métodos de resolução adoptados para o VRP e VRPTW, desde algoritmos exactos a heurísticas e meta-heurísticas. Em Laporte (1992), o autor identifica três categorias de algoritmos exactos: métodos de pesquisa em árvore, programação dinâmica, programação linear inteira. Cook and Rich (1999), apresentam um novo método de programação linear, baseado no algoritmo de Kohl *et al.* (1999), etc.. Mas no caso de aplicações do mundo real é mais comum confiar nas heurísticas para obtenção de boas soluções. Uma vez que estas têm provado que se adaptam bem às diferentes variantes do problema. A partir dos anos 90, começam a aparecer abordagens que utilizam meta-heurísticas (tais como, pesquisa tabu, algoritmos genéticos, arrefecimento simulado) que geram soluções de elevada qualidade para o VRP e VRPTW. Uma vez que neste trabalho se enfatiza os problemas de planeamento de rotas para veículos com janelas temporais, nas próximas secções são descritas algumas abordagens existentes na literatura para resolução deste problema. Com vista à sistematização das descrições as abordagens são divididas em dois grandes grupos: abordagens heurísticas e meta-heurísticas.

3.2.1 Abordagens heurísticas

As heurísticas são procedimentos de resolução de problemas que usam uma abordagem intuitiva e racional. Este tipo de abordagem obtém soluções de boa qualidade mas não garantem a solução óptima. De uma maneira geral podemos dizer que existem dois tipos de heurísticas: as construtivas, onde é criada uma solução admissível e as de melhoramento, onde se tenta melhorar uma solução inicial. Por vezes surge a designação de heurística composta para heurísticas que incorporam uma fase construtiva e uma fase de melhoramentos, com um impacto na solução final e um nível se sofisticação semelhantes.

3.2.1.1 Heurísticas construtivas

Uma heurística de construção de rotas basicamente selecciona clientes até que seja criada uma solução admissível. Os clientes são escolhidos com base num critério de minimização de custo e de tal forma que a selecção não viole as restrições de capacidade do veículo e das janelas temporais. Estes métodos são executados sequencialmente (rota a rota), ou em paralelo (várias rotas em simultâneo). Para a concepção destes métodos são colocadas duas questões: Qual o próximo cliente a

ser seleccionado para a próxima inserção? Onde vai ser inserido? Para responder a estas perguntas consideram-se alguns critérios, como por exemplo, distância ou tempos mínimos, menor custo, etc..

Solomon (1987) descreve várias abordagens heurísticas para o VRPTW. Uma das aboradgens é uma extensão ao método da heurística económica de Clarke and Wright (1964). Este método foi originalmente proposto para o VRP clássico. Outra heurística proposta por Solomon (1987) é um método do vizinho mais próximo orientado ao tempo. A terceira abordagem é um algoritmo de inserção com duas fases. Na primeira fase, cada cliente é inserido numa posição admissível de uma rota, com base no tempo mínimo e distância mínima necessários. Na segunda fase, o método selecciona os clientes a inserir usando o conceito de menor custo. Potvin and Rousseau (1993), apresentam uma variante a este método, numa implementação paralela.

Mais tarde, Bräysy (2001) apresenta duas heurísticas construtivas, uma heurística híbrida e outra de união. A heurística construtiva híbrida é baseada na heurística de inserção económica de Solomon (1987) e de Russell (1995). As rotas são construídas sequencialmente e depois de serem inseridos k clientes (k é um parâmetro definido pelo utilizador), a rota é reordenada usando trocas Or-opt. A heurística de união é baseada na heurística económica de Clarke and Wright (1964). A medida económica original é modificada por forma a considerar alterações no tempo de espera. É implementada uma versão paralela da heurística económica, isto é, em primeiro lugar visita-se cada um dos clientes com rotas separadas, em seguida unem-se pares de rotas por forma a construir a solução. A união de um par de rotas, corresponde ao par que tem maior economia relativamente à função custo.

Algumas heurísticas construtivas têm tempos de processamento muito elevados, o que faz com que tenham sido estudadas estratégias para redução destes tempos. Uma estratégia bastante utilizada, é a limitação da pesquisa de acordo com a proximidade dos clientes. Isto é, as heurísticas só consideram para inserção numa rota os clientes que estejam mais próximos do último cliente inserido. Este tipo de estratégia foi utilizada em vários trabalhos como por exemplo, Liu and Shen (1999), Moura (2000), Berger *et al.* (2003), Bräysy *et al.* (2004) e Moura and Oliveira (2004b), entre outros.

3.2.1.2 Heurísticas de melhoramento

Estas heurísticas são baseadas no conceito de melhorar uma solução de um problema através da exploração de vizinhanças. Para elaborar um algoritmo de pesquisa local é necessário definir os seguintes pontos:

1. Como é gerada a solução inicial;

2. Qual o mecanismo de geração da vizinhança;
3. Qual o critério e estratégia de aceitação;
4. Qual o critério de paragem.

O mecanismo de geração de vizinhos, cria soluções através da alteração de um atributo ou combinação de atributos de uma dada solução corrente. Neste tipo de problemas, um atributo pode ser por exemplo, um arco que liga um par de clientes. Depois de criada uma solução vizinha, esta é comparada com a solução corrente. Se a nova solução for melhor do que a solução corrente, então passa a ser a nova solução corrente e a pesquisa continua. É comum existirem duas estratégias de aceitação, FA – *First Accept* e BA - *Best Accept*. A estratégia FA, selecciona o primeiro vizinho que satisfaça o critério de aceitação. A estratégia BA, examina todos os vizinhos que satisfaçam o critério de aceitação e selecciona o melhor entre eles. Os métodos de pesquisa local geram soluções que dependem fortemente das soluções iniciais e do mecanismo de geração de vizinhos usado. Estes métodos executam uma pesquisa miópica, uma vez que só aceitam soluções sequenciais que produzem reduções no valor da função objectivo. Logo o mínimo local produzido por estes procedimentos pode estar longe da solução óptima global.

Os primeiros autores a apresentarem este tipo de procedimento de melhoria para o VRPTW foram: Russell (1977), Cook and Russell (1978) e Baker and Schaffer (1986), que apresentam heurísticas de melhoramento *k-optimal*. No entanto, estas abordagens têm *k*'s muito pequenos (*k*=2 ou 3) e vizinhanças muito grandes. Isto implica grandes tempos de processamento. Para contornar este problema, apareceram outras abordagens baseadas no método de trocas OR-opt, que só consideram trocas de 2- e 3-opt entre clientes adjacentes. Solomon *et al.* (1988) aplicaram este método ao VRPTW.

Shaw (1997), descreve uma pesquisa de vizinhança grande (LNS – *Large Neighbourhood Search*) baseada no reescalonamento das visitas a clientes através da utilização de técnicas de programação por restrições. Shaw (1998), usa a mesma abordagem mas para resolução do VRP. Outras sugestões mais recentes foram feitas por Bräysy (2003), que propõe uma abordagem em quatro fases. Onde as soluções são melhoradas em termos da distância total percorrida, através de quatro novos algoritmos. Cada um deles utiliza um operador de pesquisa local. Dois dos operadores executam trocas de clientes entre um par de rotas. O operador ICROSS é uma extensão ao *CROSS-exchanges* de Taillard *et al.* (1997). Outro operador (o IRC) tem por ideia base a remoção (em primeiro lugar) de um conjunto de clientes relacionados, de uma forma semelhante ao procedimento LNS de Shaw (1997) e Shaw (1998). Os outros dois operadores, são IOPT e O-opt, que executam trocas de clientes na mesma rota. Sendo o IOPT uma generalização da heurística Or-opt.

3.2.1.3 Algoritmos de redução do número de veículos

Existem estratégias que por vezes são aplicadas às soluções dos algoritmos construtivos ou à pesquisa local, cujo objectivo é a redução do número de rotas. Tendo cada rota um veículo atribuído, então a redução do número de rotas corresponde à diminuição do número de veículos necessários. Esta estratégia tem sido recentemente utilizada por, Gambardella *et al.* (1999), Liu and Shen (1999), Moura (2000), Cordone and Calvo (2001), Gehring and Homberger (2001), Bräysy (2001), Berger *et al.* (2003), Bent and Van Hentenryck (2004) e Moura and Oliveira (2004b), entre outros.

Gehring and Homberger (2001) e Bent and Van Hentenryck (2004) têm uma fase separada para a redução do número de rotas no início do procedimento. Bräysy (2001), apresenta uma abordagem com três fases, onde utiliza na segunda fase um procedimento de eliminação de rotas, cuja ideia é utilizar um novo tipo de estrutura de vizinhança baseado nas cadeias de ejecção propostas por Glover (1991) e Glover (1992). Por outro lado, Moura (2000) assim como Moura and Oliveira (2004b), junta dois métodos para a estratégia de redução do número de rotas. Isto é, no início do procedimento através de uma realocação de clientes tenta reduzir o número de rotas. Em seguida na segunda fase da heurística, existe uma interacção entre a pesquisa local e o procedimento de redução do número de rotas. Cordone and Calvo (2001), apresentam uma heurística que combina a fase de pesquisa local e as clássicas trocas 2- e 3-opt. Tentam reduzir o número de rotas através da sua fusão, existindo uma interacção entre estes dois procedimentos.

3.2.1.4 Heurísticas compostas

Muitas das heurísticas recentemente publicadas para o VRPTW usam uma abordagem composta. Em primeiro lugar é utilizada uma heurística construtiva para gerar soluções iniciais admissíveis. Em seguida é aplicada à solução inicial uma heurística de melhoramento iterativa. Kontoravdis and Bard (1995), desenvolveram uma heurística com vista a produzir rotas em paralelo. Estas rotas são em seguida melhoradas através de uma pesquisa local. Nesta fase algumas rotas podem ser eliminadas. Os autores propõem também três limites inferiores para o tamanho da frota. Dois deles são baseados em estruturas de *Bin-Packing* geradas pela capacidade ou pelas restrições de janelas temporais. Outra é derivada do grafo criado pelos pares de clientes que têm pedidos ou janelas temporais incompatíveis. Russell (1995), desenvolveu uma abordagem que junta o melhoramento das rotas com o processo de construção. Propõe trocar clientes entre rotas assim como a eliminação de rotas durante o processo de construção. Desta forma, algumas das dificuldades que os algoritmos de melhoramento de rotas têm para melhorar as soluções iniciais, são eliminadas. Muitas outras abordagens têm sido propostas, utilizando heurísticas

compostas, como por exemplo, Moura (2000), Cordone and Calvo (2001), Bräysy (2001) e Moura and Oliveira (2004b) entre outros.

Moura (2000) e Moura and Oliveira (2004b) apresentam uma heurística composta para resolução de uma situação real de uma empresa de distribuição de produtos alimentares. As soluções iniciais são melhoradas através de um procedimento de trocas (2-opt) dividido em duas fases. Numa primeira fase são efectuadas trocas de clientes em cada uma das rotas (intra-rotas). Na segunda fase efectuam-se trocas de clientes entre as várias rotas (inter-rotas). Nesta segunda fase, se for encontrada uma solução melhor então é aplicada novamente a primeira fase, isto é, são efectuadas novamente trocas intra-rotas por forma a melhorar a função objectivo das rotas alteradas. Cordone and Calvo (2001), utilizam uma heurística composta onde aplicam a pesquisa local de uma forma hierárquica. Primeiro numa fase de pesquisa local, tentam reduzir o número de rotas e em seguida com uma outra heurística tentam sair do óptimo local. Neste procedimento utilizam uma função objectivo parcialmente modificada. Bräysy (2001), sugerem uma abordagem em três fases, na primeira fase criam várias soluções inicias usando uma heurística construtiva com diferentes combinações de parâmetros. Na segunda fase, através de uma abordagem baseada em ejecção em cadeia fazem a redução do número de rotas. Por fim na terceira fase, fazem a minimização da distância percorrida através de trocas Or-opt.

3.2.2 Abordagens meta-heurísticas

As meta-heurísticas são procedimentos heurísticos que guiam um operador de pesquisa local na exploração do espaço de solução para além da solução óptima local. Estes métodos exploram as características das boas soluções e novas regiões promissoras. A sua eficiência depende da estrutura da vizinhança e dos procedimentos heurísticos utilizados na geração das soluções. Assim, é possível integrar heurísticas construtivas com heurísticas de melhoramento. As meta-heurísticas permitem a deterioração temporária do espaço de soluções ao longo do percurso de pesquisa, para que seja possível sair de um óptimo local e chegar a uma solução perto do óptimo global. As meta-heurísticas são o âmago do trabalho recente em métodos aproximados para o VRPTW. Estudos recentes tais como, Liu and Shen (1999) e Van Breedam (2001), mostram que partindo de soluções iniciais de elevada qualidade as meta-heurísticas conseguem encontrar mais rapidamente soluções de maior qualidade.

Este trabalho tem sido direccionado para a aplicação de meta-heurísticas não populacionais. Mas no entanto, existe uma grande variedade de meta-heurísticas que foram e têm sido aplicadas ao VRPTW tanto populacionais como não populacionais. Durante os últimos anos têm sido escritos inúmeros artigos que

utilizam os algoritmos genéticos (GA) com os quais obtêm boas soluções para o VRPTW. A maior parte desses artigos apresentam hibridações dos GA com diferentes heurísticas construtivas (Blanton and Wainwright (1993), Berger *et al.* (1998) e Bräysy (1999)), com pesquisas locais (Thangiah *et al.* (1995), Bräysy *et al.* (2000), Zhu (2000) e Mester and Bräysy (2005)) e com outras meta-heurísticas, como por exemplo com a TS apresentado por Wee Kit *et al.* (2001). Estes algoritmos evolutivos seguem a analogia do processo de evolução natural e baseiam-se em seleccionar iterativamente soluções geradas por recombinação e mutação, por forma a obter indivíduos superiores. Os algoritmos genéticos estão inseridos no contexto da pesquisa local clássica, onde a melhoria é procurada em cada um dos movimentos na vizinhança da solução corrente. Uma meta-heurística recentemente aplicada ao VRPTW é o sistema de colónia de formigas (ACO). Por exemplo, Gambardella *et al.* (1999) e Berger and Barkaoui (2004) utilizam este tipo de abordagem híbrida com algoritmos genéticos.

Ibaraki *et al.* (2001) propõem três meta-heurísticas, uma é o MLS (*Multi-start Local Search*) que cria e melhora de uma forma independente um número de soluções iniciais e no fim sai com a melhor solução encontrada. Outra meta-heurística é a pesquisa local iterada (ILS), que é uma variante ao MLS, onde as soluções iniciais para o procedimento de pesquisa local são geradas através de uma perturbação das boas soluções (Anexo I). Por fim a terceira meta-heurística é o AMLS (*Adaptative Multi-start Local Search*) que fica com um conjunto de boas soluções encontradas na pesquisa local anterior e gera soluções iniciais para a nova pesquisa local através da combinação de partes dessas soluções.

Kontoravdis and Bard (1995), propõem o GRASP (Anexo I) para resolução do VRPTW. Em primeiro lugar, é gerado um conjunto de rotas através de um procedimento construtivo. A geração das rotas é feita por selecção de um cliente semente que está o mais disperso geograficamente ou o mais restringido em termos de tempo. Em seguida o algoritmo para cada cliente, encontra o melhor local de inserção em cada rota e calcula uma penalização utilizando a função custo de Solomon (1987). Esta penalização é a soma das diferenças entre o custo mínimo de inserção para cada rota e o melhor custo total. É criada uma lista de clientes não inseridos cujo valor de penalização é o mais elevado e o próximo cliente a ser inserido na rota é escolhido aleatoriamente dessa lista. Em seguida é aplicada a pesquisa local à melhor solução encontrada. Nesta fase, cada rota é considerada para eliminação e são examinadas as rotas que têm menos clientes. Por fim, depois de uma eliminação com sucesso, é aplicado um procedimento de trocas 2-opt para melhorar a solução em termos de distância.

A TS (Anexo I) é uma técnica de pesquisa local muito aplicada ao VRPTW. Numa abordagem que use a TS, a solução inicial pode ser criada por exemplo, por uma

heurística de inserção económica. Tan *et al.* (2000) utilizam uma versão modificada da heurística de inserção de Solomon. Enquanto que Cordeau *et al.* (2001) usam uma versão modificada da heurística desenvolvida por Gillett and Miller (1974). Depois de criada essa solução inicial, é feita uma tentativa para a melhorar. Então é utilizada uma pesquisa local com uma ou mais estruturas de vizinhança e uma estratégia de aceitação. Com vista a reduzir a complexidade da pesquisa, alguns autores propõem estratégias especiais para limitar as vizinhanças. Por exemplo, em Garcia *et al.* (1994) só são permitidos movimentos entre arcos que estejam próximos. Outra estratégia utilizada com frequência é a paralelização do algoritmo, como é apresentado nos trabalhos de Garcia *et al.* (1994) e Badeau *et al.* (1997). Estes últimos aplicam a abordagem de Taillard *et al.* (1997) utilizando uma implementação paralela de dois níveis. Contudo, e ainda com o objectivo de acelerar o processo de pesquisa, alguns autores permitem soluções inadmissíveis. Por exemplo, Cordeau *et al.* (2001), permite a violação de cada uma das restrições (capacidade, tempo total e janelas temporais). Estas violações são penalizadas na função custo e os valores dos parâmetros relativos a cada tipo de violação são ajustados dinamicamente. A maior parte das abordagens de TS propostas usam estratégias de diversificação e intensificação para guiar a pesquisa. Por exemplo, Rochat and Taillard (1995) propõem o uso de memória adaptativa. Aqui a memória adaptativa é um conjunto de rotas retiradas das melhores soluções visitadas durante a pesquisa. A sua proposta é obter novas soluções iniciais para a TS através da selecção e combinação de rotas extraídas da memoria. Esta selecção de rotas da memoria é feita probabilisticamente e a probabilidade de seleccionar uma rota particular depende do valor da solução à qual a rota pertence. As rotas seleccionadas são melhoradas utilizando a TS e inseridas novamente na memoria adaptativa. Mais tarde Taillard *et al.* (1997), usam esta estratégia para a resolução do VRP com janelas temporais "*soft*". Neste problema é permitido chegar tarde a um cliente, sendo adicionado ao valor da função objectivo uma penalização. Os autores também diversificam a pesquisa através da penalização frequente das trocas executadas. E intensificam a pesquisa reordenando os clientes dentro das melhores rotas utilizando a heurística de inserção de Solomon. Cordeau *et al.* (2001) usam uma estratégia para diversificação idêntica à de Taillard *et al.* (1997).

Outro tipo de diversificação da pesquisa é apresentado por Tan *et al.* (2000). Sempre que é encontrado um mínimo local a pesquisa é diversificada e é mantida uma lista de candidatos que guarda as soluções de elite encontradas durante o processo de pesquisa. Essas soluções de elite são posteriormente utilizadas como um ponto de partida para a intensificação. Muito recentemente, Lau *et al.* (2003) propõem a TS para resolução do VRPTW, onde é permitido um atraso na chegada do veículo. Atraso esse que é penalizado. Além disso, os clientes são inseridos nas rotas com base numa função objectivo hierárquica que considera múltiplos objectivos.

Chiang and Russell (1996), combinam o processo do SA com a abordagem de construção paralela de Russell (1995), que tem um procedimento de melhoria durante o processo de construção. Tan *et al.* (2000), desenvolveram um método rápido de SA baseado em permutas dois a dois com a estratégia de aceitação do melhor e um esquema de arrefecimento decrescente monótono. Depois de ser alcançada a temperatura final, a temperatura que produziu a melhor solução é utilizada para reiniciar o procedimento. Li *et al.* (2001), propõem uma abordagem usando o SA, onde as soluções iniciais são criadas através da heurística de trocas de Solomon (1987). Em seguida três operadores baseados em trocas e deslocações de segmentos de clientes entre e dentro de rotas, são combinados com o procedimento do SA. Este procedimento é forçado a reiniciar várias vezes tendo como solução inicial a melhor solução corrente. O procedimento de inserção de Solomon é utilizado para reduzir o número de rotas. Tenta-se inserir os clientes noutras rotas e intensifica-se a pesquisa através da reordenação das mesmas. Finalmente a pesquisa é também diversificada através de trocas e deslocações aleatórias de segmentos de clientes. Czech and Czarnas (2002) propõem uma abordagem com um algoritmo SA paralelo, onde mostram que com este tipo de abordagem obtêm-se bons resultados para problemas de optimização bicritério. Além das abordagens paralelas existem também abordagens híbridas, onde se combina o SA com um outro método de pesquisa de vizinhança, como por exemplo em Bent and Van Hentenryck (2004). Neste trabalho é proposto um algoritmo híbrido com duas fases. Em primeiro lugar o algoritmo minimiza o número de veículos utilizando o SA. Em seguida minimiza o custo de deslocação usando uma pesquisa de vizinhança onde pode mudar um grande número de clientes.

3.2.3 Avaliação das heurísticas

A avaliação de qualquer método heurístico está sujeita à comparação de um número de critérios relacionados com os vários aspectos do desempenho do algoritmo. Alguns exemplos desses critérios são:

- Tempo de execução;
- Qualidade da solução;
- Facilidade de implementação;
- Robustez;
- Flexibilidade.

A flexibilidade é considerada nos critérios de avaliação uma vez que os métodos heurísticos são normalmente utilizados para a resolução de problemas do mundo real. Um algoritmo deve ser capaz de tratar facilmente de alterações no modelo, nas restrições e na função objectivo. A robustez é outro critério considerado, porque

um algoritmo deve ser capaz de produzir resultados mesmo sob circunstâncias complicadas (Cordeau *et al.* (2001)). Além disso, quando se tem de escolher entre várias técnicas, o tempo que uma heurística necessita para produzir boas soluções é crucial. De igual modo, a qualidade da solução final medida pela função objectivo, é também muito importante, existindo sempre um compromisso entre o tempo de execução e a qualidade das soluções.

Uma das grandes dificuldades no contexto dos VRPTW prende-se com a apresentação dos resultados. De uma maneira geral, nas publicações só são relatados os melhores resultados obtidos. Além disso, nalguns casos os autores não indicam o número de corridas do algoritmo nem o tempo necessário para conseguirem tais resultados. Desta forma é difícil retirar conclusões acerca da eficiência dos métodos e compará-los com outros resultados. Relativamente ao VRPTW, a forma mais comum de comparar heurísticas é através da comparação dos resultados obtidos para os 56 problemas de referência criados pelo Prof Marius M. Solomon em 1983. Cada um desses problemas estão divididos em classes (R, C, RC) e são constituídos por:

- Cem clientes;
- Um armazém central;
- Restrições de capacidade;
- Restrições de janelas temporais;
- Restrição de tempo total de rota.

A classe de problemas C1 e C2 têm os clientes dispostos (geograficamente) em grupos e a classe R1 e R2 têm os clientes dispostos aleatoriamente. A classe de problemas RC1 e RC2 são uma mistura das duas classes anteriores. Cada classe contém entre oito a doze instâncias. Dentro de cada classe os clientes têm a mesma localização geográfica e o mesmo tipo de veículo (com a mesma capacidade). A diferença entre os conjuntos de problemas de uma classe (R, C ou RC), são as janelas temporais dos clientes, o tempo total permitido para cada rota e a capacidade dos veículos. Relativamente à densidade[8] das janelas temporais os problemas têm entre 25%, 50%, 75% e 100% de janelas temporais. Os conjuntos de problemas C1, R1 e RC1 têm um curto horizonte de escalonamento, que implica em média muitos veículos por problema (entre nove a dezanove) e poucos clientes por rota (entre cinco a dez). Estes conjuntos de problemas com horizonte de escalonamento pequeno, têm veículos com capacidades pequenas e tempos

[8] Entenda-se por densidade das janelas temporais, como sendo a percentagem de clientes com janela temporal.

totais de rota pequenos, logo cada rota terá poucos clientes. Os conjuntos de problemas C2, R2 e RC2 têm um longo horizonte de escalonamento o que implica poucos veículos por problema (entre dois a quatro) e muitos clientes por rota (mais de trinta). Este tipo de conjunto de problemas tem veículos com grande capacidade e tempos totais de rota grandes.

Em qualquer uma das classes o tempo de deslocação e/ou distância são dados pela distância Euclideana entre dois pontos. Os resultados são normalmente classificados de acordo com: o número de veículos por problema e a distância total percorrida (ou tempo total necessário) por estes. O número de veículos é o objectivo principal e o tempo total necessário ou a distância total percorrida é o objectivo secundário.

3.3 Formulação matemática do VRPTW

Seja $G(N,A)$ um grafo directo, onde $N=\{0,1,...,n,n+1\}$ é o conjunto de nós e $A=\{(i,j):i,j\in N, i\neq j\}$ o conjunto de arestas. Os nós 0 e $n+1$ representam o armazém e $N^{'}=\{1,...,n\}$ refere-se ao conjunto de clientes que devem ser visitados. Todos os percursos têm início no nó 0 e terminam no nó $n+1$. A cada arco (i,j) está associada uma distância[9] $d_{ij}>0$ e um custo $c_{ij}>0$. Assume-se que $c_{ij}=d_{ij}, \forall(i,j)\in A$. Cada nó i tem um pedido $p_i>0$ que tem de ser sempre satisfeito, um tempo de serviço $t_{ik}>0$ que corresponde ao tempo que o veículo k demora a fazer a entrega no cliente i e uma janela temporal $[a_i,b_i], i\in N'$. Assume-se que $a_i\geq 0$ e $b_i>0$.

Os veículos devem sair e chegar ao armazém dentro de uma janela temporal $[a_0,b_0]$ que corresponde ao tempo (distância) máximo admitido para cada rota e onde $a_0=0$ e $b_0>0$. Sendo um problema com janelas temporais "*hard*", um veículo pode chegar a um cliente antes do início da sua janela temporal e esperar até que seja possível efectuar as entregas, mas não pode chegar depois do fim da janela temporal. $V=\{1,...,k\}$ é o conjunto de veículos todos com a mesma capacidade $q_k>0$, que é definida em termos de peso máximo admitido pelo veículo e um custo $h_k>0$. Assume-se que o valor de h_k é suficientemente elevado para garantir que a minimização do número de veículos é o objectivo principal.

Assume-se também que os dados $q_k, h_k, p_i, d_{ij}, c_{ij}, t_{ik} a_i, b_i, a_0, b_0$ têm valores inteiros. São utilizados dois tipos de variáveis de decisão:

---

[9] d_{ij} pode também ser o tempo que o veículo leva a deslocar-se do cliente i para o cliente j.

1. A variável x_{ijk} (definida $\forall i, j \in N^{'}, \forall k \in V$), com $i \neq j, i \neq n+1, j \neq 0$, que toma o valor 1 se o veículo k se deslocar do nó i para o nó j e o valor 0 se não.
2. A variável s_{ik} (definida por $\forall i \in N^{'}, \forall k \in V$), que nos indica o instante em que um veículo $k, k \in V$ inicia o serviço no cliente $i, i \in N^{'}$. Assume-se que $s_{0k} = 0, \forall k \in V$, e que $s_{n+1,k}$ indica o instante em que o veículo k chega ao armazém.

O objectivo **(Eq. 1)** é a minimização do número de veículos necessários para servir todos os clientes. Além disso pretende-se também minimizar os tempos totais necessários para que os veículos executem as respectivas rotas. As rotas atribuídas a cada um dos veículos devem ser admissíveis, isto é, devem respeitar as janelas temporais dos clientes e do armazém e também a capacidade do veículo. Matematicamente podemos modelar este problema da seguinte forma:

$$\min\left[f_1 \sum_{k \in V} \sum_{j \in N'} h_k x_{0jk} + f_2 \sum_{k \in V} \sum_{i,j \in N'} c_{ij} x_{ijk} \right]$$

Eq. 1 - Função objectivo

$$\sum_{k \in V} \sum_{j \in N} x_{ijk} = 1 \qquad \forall i \in N^{'} \qquad \textbf{(Eq. 2)}$$

$$\sum_{i.j \in S} x_{ijk} \leq |S| - 1 \qquad S \subset N^{'}, 2 \leq |S| \leq n-2 \qquad \textbf{(Eq. 3)}$$

$$\sum_{j \in N^{'}} x_{0jk} = 1 \qquad \forall k \in V \qquad \textbf{(Eq. 4)}$$

$$\sum_{i \in N^{'}} x_{ilk} - \sum_{j \in N^{'}} x_{ljk} = 0 \qquad \forall l \in N^{'}, \forall k \in V \qquad \textbf{(Eq. 5)}$$

$$\sum_{i \in N^{'}} x_{in+1k} = 1 \qquad \forall k \in V \qquad \textbf{(Eq. 6)}$$

$$\sum_{i \in N^{'}} \left[p_i \times \sum_{j \in N'} x_{ijk} \right] \leq q_k \qquad \forall k \in V \qquad \textbf{(Eq. 7)}$$

$$s_{ik} + t_{ik} - M(1 - x_{ijk}) \leq s_{ik} \qquad \forall i, j \in N', \forall k \in V, M \to +\infty \qquad \textbf{(Eq. 8)}$$

$$a_i \leq s_{ik} \leq b_i \qquad \forall i \in N', \forall k \in V \qquad \textbf{(Eq. 9)}$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\} \qquad \forall i, j \in N', \forall k \in V \qquad \textbf{(Eq. 10)}$$

$$s_{ik} \geq 0 \qquad \forall i \in N, \forall k \in V \qquad \textbf{(Eq.11)}$$

em que:

N' - Conjunto de clientes que devem ser visitados;

V - Conjunto de veículos;

d_{ij} - Distância (ou tempo de deslocação) entre dois clientes i, j;

c_{ij} - Custo associado ao arco (i, j);

p_i - Pedido associado ao cliente i;

t_{ik} - Tempo de serviço de um veículo k no cliente i;

$[a_i, b_i]$ - Janela temporal de um cliente i, onde a_i corresponde ao início da janela temporal e b_i corresponde ao fim da janela temporal;

$[a_0, b_0]$ - Janela temporal do armazém, onde a_0 corresponde ao início da janela temporal e b_0 corresponde ao fim da janela temporal;

q_k - Capacidade máxima admitida pelo veículo k;

h_k - Custo associado ao veículo k;

x_{ijk} - Variável de decisão que indica a deslocação do veículo k entre os clientes i, j;

s_{ik} - Variável de decisão que indica o instante em que o veículo k inícia o serviço no cliente i;

f_1 e f_2 - Pesos estabelecidos em função da aplicação prática em concreto e da importância dada pelo decisor às duas componentes da função objectivo.

As equações, de **(Eq. 2)** até **(Eq. 11),** são as restrições do problema.

- A restrição **(Eq. 2)**, garante que a cada cliente é atribuído um e um só veículo e de cada cliente só se sai para outro cliente ou para o armazém;
- A restrição **(Eq. 3)**, impede a formação de ciclos em subconjuntos de cardinalidade inferior a n. Se existir um subconjunto de vértices S, este subconjunto contém |S| arcos e o mesmo número de vértices. Então a restrição será violada uma vez que estará compreendida entre |S| e |S|-1. Devido às restrições de fluxo **(Eq. 4)**, **(Eq. 5)** e **(Eq. 6)**, os ciclos num vértice e em n-1 vértices não podem ocorrer. Logo define-se a restrição para $2 \leq |S| \leq n-2$.

- As restrições **(Eq. 4)**, **(Eq. 5)** e **(Eq. 6)**, são restrições de fluxo que garantem que cada veículo parte do nó 0, só sai de um nó i se lá tiver entrado previamente e termina o percurso no nó n+1;
- A restrição **(Eq. 7)**, é relativa à capacidade do veículo, garantindo que nenhum veículo visita mais clientes do que os permitidos pela sua capacidade em termos de peso.
- A restrição **(Eq. 8)** garante que, se a ligação de i para j for escolhida para o veículo k ($x_{ijk} = 1$) não se inicia o serviço em j antes do veículo chegar. Se $x_{ijk} = 0$ a restrição fica não activa pois ficará uma proposição verdadeira: $-\infty \leq s_{jk}$;
- A restrição **(Eq. 9)**, garante que todas as janelas temporais são respeitadas.
- As restrições **(Eq. 10)** e **(Eq. 11)** dizem respeito aos naturais domínios das variáveis.

Considera-se então como sendo o objectivo principal a visita de todos os clientes com o menor número de veículos possível. Cada um desses veículos deve respeitar a janela temporal do armazém e a sua capacidade máxima de carga em termos de peso. Além disso o veículo deve visitar os clientes no menor tempo possível. Com vista à minimização destes objectivos desenvolveu-se uma heurística composta descrita na próxima secção e à qual posteriormente é aplicada a meta-heurística GRASP.

3.4 Uma heurística composta para o VRPTW

A heurística composta aqui apresentada é baseada na abordagem de Moura (2000) e Moura and Oliveira (2004b), estando dividida em três partes distintas. No início da heurística são construídas rotas (secção 3.4.1) tendo em consideração a minimização do número de veículos e dos tempos totais de percurso. Em seguida existe uma fase onde se tenta reduzir o número de rotas construídas, tentando mais uma vez optimizar o objectivo principal do problema. A esta fase da heurística damos o nome de pós-construção e melhoramento (secção 3.4.2). Nesta fase, é ainda possível inserir na solução inicial clientes que porventura ainda não pertençam a nenhuma das rotas existentes. Posteriormente é efectuada uma pesquisa local (secção 3.4.3) sobre a solução. Esta pesquisa local tem por finalidade a melhoria da solução inicial em termos de redução do número de veículos e minimização dos tempos totais de percurso.

Os problemas de teste utilizados para avaliação da heurística composta desenvolvida, são os problemas do Prof. Marius M. Solomon (secção 3.2.3). Nos

dados destes problemas o parâmetro distância entre dois clientes pode também ser considerado como o tempo de percurso. Desta forma, sempre que nas próximas secções se falar em distâncias entenda-se como tempos de deslocação.

3.4.1 Fase construtiva

Para a construção das rotas é necessário ter em consideração três aspectos muito importantes: que estamos perante um problema com restrições de janelas temporais; cada veículo corresponde à existência de uma rota com início e fim no armazém; e cada rota tem um determinado tempo de percurso total que se pretende que seja minimizado. Assim na construção, a escolha do próximo cliente a ser inserido pode ser feita usando um dos seguintes critérios de ordenação dos clientes:

1. Menor janela temporal;
2. Menor distância;
3. Maior distância;
4. Menor tempo de espera no cliente;

A diferença fundamental entre os critérios Maior e Menor distância, relaciona-se com a distância do primeiro cliente relativamente ao armazém. Por exemplo, utilizando o critério maior distância, o primeiro cliente a ser visitado pelo veículo é o cliente mais afastado do armazém. Com o critério menor distância, o primeiro cliente é o mais próximo. Em qualquer um destes dois critérios todos os outros clientes a inserir na rota são sempre escolhidos utilizando o método do vizinho mais próximo. Além destes critérios são também utilizados outros que resultam da combinação dos critérios anteriores:

5. Menor janela temporal e menor tempo de espera;
6. Menor distância e menor janela temporal;
7. Maior distância e menor janela temporal;
8. Menor distância e menor tempo de espera;
9. Maior distância e menor tempo de espera.

A heurística construtiva é baseada na heurística de vizinho mais próximo. Isto é, de acordo com um dos critérios anteriores os clientes são ordenados numa lista de candidatos. O próximo candidato à rota é o primeiro cliente da lista de candidatos. Se a inserção desse cliente for admissível então o cliente passa a pertencer à rota. Para que a inserção de um cliente seja admissível, é necessário que sejam satisfeitas as seguintes restrições:

A. Janela temporal do cliente é respeitada;

B. Janela temporal do armazém é respeitada;

C. A capacidade do veículo não é excedida.

Caso o cliente a inserir viole pelo menos uma das restrições é então escolhido o segundo cliente da lista de candidatos. Este processo repete-se até que um dos três critérios de paragem se verifique:

1. Não existem mais clientes para serem visitados;
2. A capacidade do veículo (em termos de peso) é excedida;
3. O número de veículos da frota foi excedido;

Quando o algoritmo pára devido ao primeiro ou terceiro critério, então termina a fase construtiva da heurística composta. Se o motivo da paragem é o segundo critério, então o algoritmo recomeça criando uma nova rota para um novo veículo. Caso o algoritmo pare devido ao terceiro critério de paragem, então no final da fase construtiva vão existir clientes que não foram visitados, isto é, que não pertencem a nenhuma das rotas construídas. Esses clientes vão ser guardados numa lista denominada, "lista de clientes não visitados" (LCNV), uma vez que não fazem parte da solução inicial. Daí existir um algoritmo que, posteriormente a esta fase, tenta inserir estes clientes nas rotas construídas (fase pós-construção).

3.4.2 Fase pós-construção e melhoramento

Numa segunda fase da heurística composta, existem dois procedimentos distintos e com finalidades diferentes. Um é o procedimento de pós-construção e o outro de melhoramento. Se a fase construtiva terminou devido ao terceiro critério de paragem, "O número de veículos existentes foi excedido" (secção 3.4.1), então existem clientes na LCNV. Uma vez que todos os clientes têm de ser visitados, existe um procedimento denominado pós-construção, que se segue à fase construtiva. Esse procedimento tem como finalidade inserir nas rotas da solução inicial os clientes não visitados. Só é executado caso a LCNV não seja uma lista vazia. O segundo procedimento desta fase é o procedimento denominado melhoramento. Este procedimento serve para melhorar a solução em termos de redução do número de veículos necessários para visitar todos os clientes.

A pós-construção inicia com a solução gerada na fase construtiva. Para cada uma das rotas existentes e para cada cliente da LCNV, o algoritmo tenta inseri-lo em qualquer uma das posições de qualquer uma das rotas (Figura 29). Assim cada inserção efectuada numa posição de uma rota necessita que todas as restrições sejam verificadas.

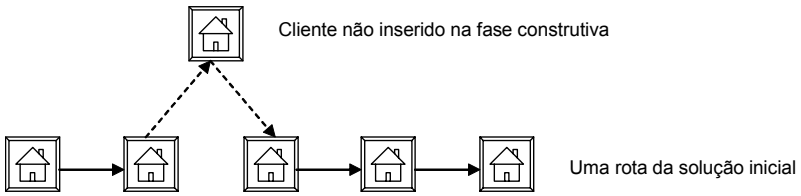

Figura 29 - Inserção de clientes não visitados na fase construtiva

Caso as restrições não sejam violadas, então o cliente passa a pertencer a essa rota e nessa mesma posição. Caso contrário, o procedimento continua até que um dos dois critérios se verifique:

1. Já não existem mais clientes não visitados (ou a LCNV é vazia);
2. Já não existem mais rotas para testar a inserção dos clientes da LCNV;

Quando este procedimento pára é iniciado o procedimento de melhoramento que tenta eliminar rotas. A solução inicial é a solução gerada pelo procedimento de pós-construção ou pela fase construtiva, caso a LCNV seja vazia. A eliminação de uma rota é feita través da inserção de todos os seus clientes nas (ou na) outras rotas existentes. O algoritmo ao eliminar uma rota está automaticamente a diminuir o número de veículos necessários. Este procedimento é feito através da tentativa de retirar todos os clientes de uma rota e inseri-los (sem violar as restrições) em qualquer posição de todas as outras rotas existentes. O algoritmo começa sempre pelas rotas que tenham menor número de clientes. Quando não se consegue inserir todos os clientes da rota a eliminar nas outras, então é porque não é possível minimizar o número de veículos. Neste caso as rotas mantêm-se inalteradas.

3.4.3 Fase de pesquisa local

O objectivo desta terceira fase é melhorar a solução gerada na primeira e segunda fases da heurística composta. Para isso é necessário construir uma vizinhança dessa solução. A vizinhança é construída utilizado o procedimento de melhoria 2-OTP aplicado às rotas já existentes. O algoritmo 2-Opt foi proposto por Croes (1958) e baseia-se no conceito de movimentos simples, apesar dos movimentos simples já terem sido sugeridos anteriormente por Flood (1956). Este procedimento pode ser definido da seguinte forma: "*Dadas 2 arestas de uma rota, estas podem ser trocadas por outras 2 arestas, que não se encontrem nesse conjunto de soluções, logo que o resultado dessa troca seja também uma rota e cujo seu comprimento total seja inferior ao comprimento total da rota anterior à troca*".

Aqui este procedimento é aplicado de duas formas distintas e de acordo com a seguinte sequência:

1. Aplicação do algoritmo 2-Opt a cada uma das rotas da solução (Figura 30), ao qual se dá nome de trocas intra-rotas.

Em cada rota cada cliente é trocado com todos os outros. É uma estratégia FA – "*First accept*", isto é, quando se encontra uma solução melhor então essa solução é aceite passando a ser a solução corrente. E uma solução diz-se melhor do que a solução corrente quando o seu tempo total de percurso é inferior ao tempo total de percurso da solução corrente.

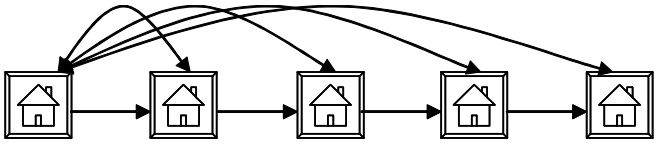

Figura 30 - Algoritmo 2-OPT intra-rotas

2. Aplicação do algoritmo 2-OPT entre as várias rotas existentes (Figura 31), ao qual se dá o nome de trocas inter-rotas.

Cada um dos clientes de cada uma das rotas é trocado com todos os outros clientes de todas as outras rotas. É também uma estratégia FA – "*First accept*". Logo quando se encontrar uma solução melhor então essa nova solução é aceite passando a ser a solução corrente. Uma solução diz-se melhor do que a solução corrente quando a soma dos tempos totais de percurso das duas rotas alteradas for inferior à soma dos tempos totais de percurso das mesmas duas rotas antes da alteração.

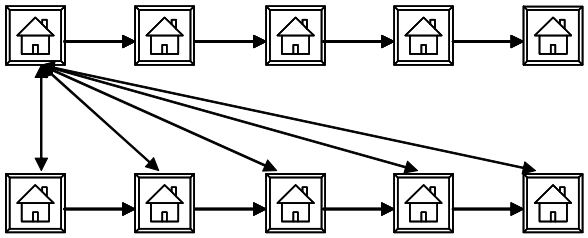

Figura 31 - Algoritmo 2-OPT inter-rotas

Depois de executadas as trocas inter-rotas se existir uma melhoria na solução significa que existem rotas que foram alteradas. Assim sendo, executa-se novamente as trocas intra-rotas para que o tempo total de cada uma das rotas alteradas possa ser minimizado. E todo o processo é repetido. A pesquisa local termina quando na vizinhança não existir nenhuma solução melhor que a solução corrente.

Sempre que durante a sequência de trocas intra e inter-rotas se verifica uma melhoria, então a segunda fase (pós-construção e melhoramento) da heurística composta é aplicada. Isto porque como existe uma alteração na ordem de visita dos clientes pode ser possível que se consiga inserir clientes pertencentes à LCNV (caso esta não seja vazia) ou então que se consiga eliminar um dos veículos (Figura 32).

A heurística nunca termina depois da execução da segunda fase, isto porque, se um cliente pertencente à LCNV é inserido numa das rotas ou se uma rota é eliminada, a ordem de visita dos clientes é alterada e o tempo total das rotas aumenta. Logo, é

necessário que seja novamente aplicado o algoritmo 2-Opt para que se possibilite a minimização desse tempo.

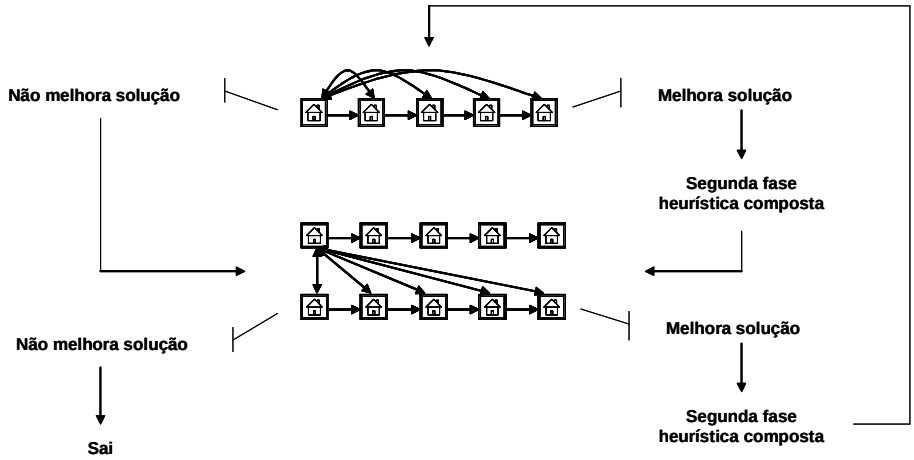

Figura 32 - Terceira fase da heurística composta

No final da heurística composta verifica-se se existem clientes na LCNV. Se assim for o algoritmo verifica se existem veículos disponíveis. A disponibilidade dos veículos acontece devido a ter sido eliminada uma ou mais rotas, durante a execução da heurística composta. Isto porque para existirem clientes na LCNV, é porque a fase construtiva termina devido ao terceiro critério de paragem. Isto é, porque o número de veículos existente foi excedido. Caso existam veículos disponíveis, então cria-se uma nova rota para os clientes não visitados. Caso não existam veículos disponíveis, então a solução encontrada não é uma solução admissível para o problema, uma vez que todos os clientes têm de ser servidos.

3.5 Aplicação do GRASP ao VRPTW

O GRASP é uma abordagem utilizada para problemas de optimização combinatória. Este método está descrito no Anexo I e aplicado ao problema de carga em contentores no Capítulo 2. Para resolução do VRPTW vamos também aplicar esta meta-heurística. Tal como já foi descrito, o GRASP tem uma fase construtiva onde é construída de uma forma inteligente, uma solução. Em seguida tem uma fase de pesquisa local, onde a solução construída é melhorada até que seja encontrado um óptimo local. A heurística composta (anteriormente descrita) é também constituída por estas duas fases não sendo desta forma difícil aplicar o paradigma do GRASP. Mantendo a fase de pós-construção e melhoramento e a fase de pesquisa local, a alteração fundamental é feita na fase construtiva. Na construção temos uma heurística gulosa onde o próximo cliente a ser inserido na rota é o primeiro cliente pertencente à lista de candidatos (secção 3.4.1). Para que o próximo cliente seja escolhido com uma determinada probabilidade e não de uma forma gulosa, é construída uma lista restrita de candidatos (RCL). Essa lista contém

os melhores candidatos para a rota, de acordo com o critério de ordenação utilizado. A Figura 33 representa a RCL para os critérios de ordenação crescente. Para os critérios ordenação decrescente a RCL é o oposto da representada na Figura 33.

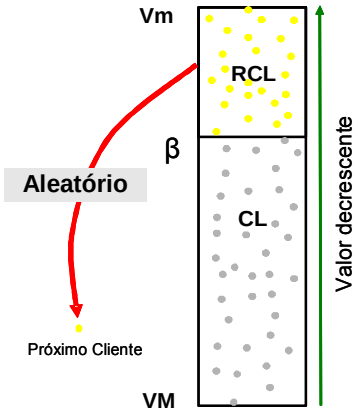

Figura 33 - Construção da RCL para o VRPTW

Um cliente passa a pertencer à RCL quando o seu valor (relativamente ao critério de ordenação) for inferior ao valor da medida do parâmetro de decisão β. O valor deste parâmetro depende do critério de ordenação e define o nível a partir do qual um cliente passa a pertencer ou não à RCL:

$$\beta = Vm - \alpha \times (Vm - VM)$$ [10]

Equação 7 - Parâmetro de decisão para construção da RCL

Onde, VM e Vm é o valor máximo e mínimo (respectivamente) encontrado de entre os candidatos para o critério de ordenação. Se para um dado cliente e para um dos critérios de ordenação o valor obtido for inferior ou igual ao valor do parâmetro β, então esse cliente passa a pertencer à RCL. Assim esta lista é constituída sempre pelos melhores candidatos. Na Equação 7, o parâmetro α controla o grau de aleatoriedade do algoritmo. Este parâmetro varia entre zero e um. Para α=0, β tem o valor mínimo (ou máximo nos casos dos critérios de ordenação decrescente) logo a heurística é gulosa. Para α=1, β tem o valor máximo (ou mínimo nos casos dos critérios de ordenação decrescente) e a heurística é aleatória, porque neste caso a RCL coincide com a CL (Lista de candidatos). Depois de definido o melhor valor para α, é executada a fase construtiva do GRASP para construir uma solução com um determinado grau de aleatoriedade. Posteriormente

[10] No caso dos critérios de ordenação que contenham a maior distância, o cálculo do parâmetro de decisão é: $\beta = VM - \alpha \times (VM - Vm)$.

na fase de pesquisa local são executadas as restantes duas fases da heurística composta (secção 3.4).

3.6 Testes e resultados computacionais

Foram usados nos testes computacionais os conjuntos de problemas criados pelo Prof. Marius M. Solomon em 1983 (R1, R2, C1, C2, RC1 e RC2). Cada conjunto de problemas realça factores que afectam o comportamento dos algoritmos de construção de rotas. Estes factores são: os dados geográficos dos clientes e armazém, o número de clientes e a dimensão das janelas temporais. Estes problemas já foram explicados em detalhe na secção 3.2.3. São apresentadas na Figura 34 as três classes, cada uma só com cinquenta clientes, para uma melhor visualização da diferença da distribuição geográfica dos mesmos.

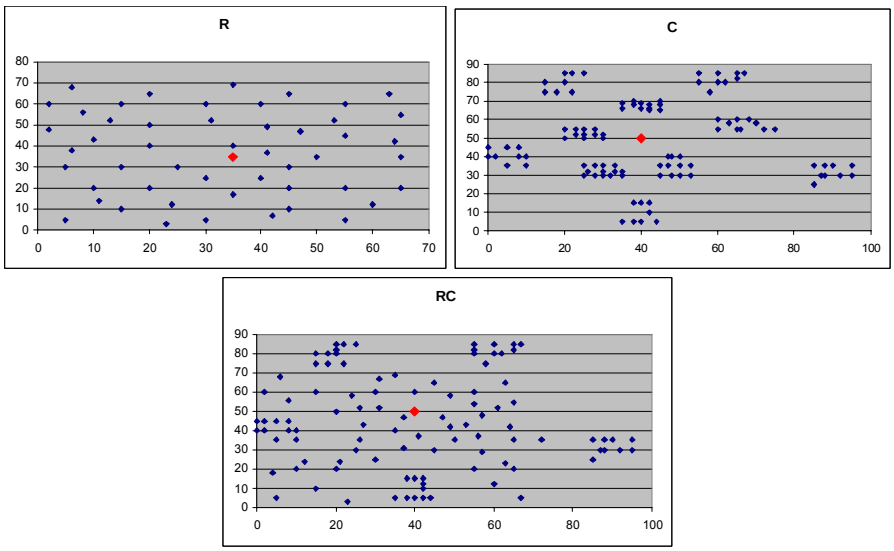

Figura 34 - Distribuição geográfica dos clientes

Uma vez que o objectivo principal deste trabalho (secção 1.1) é a resolução de problemas com poucos clientes e uniformemente distribuídos, os problemas alvo foram os problemas das classes R1 e R2 considerando apenas 25 clientes.

3.6.1 Testes ao algoritmo

Para os problemas da classe R com 25 clientes, foram efectuados vários testes usando os diferentes critérios de ordenação. Para cada um deles foi executado o algoritmo GRASP descrito na secção anterior e denominado CompGRASP. O parâmetro α foi testado para todos os valores entre 0 e 1 em intervalos de 0,05. Verificamos que os melhores resultados são obtidos para α = 0,70. Verificamos também que a abordagem CompGRASP obtém sempre melhores resultados do que quando é utilizada a heurística composta gulosa (secção 3.4).

Os critérios de ordenação são os critérios anteriormente descritos na secção 3.4.1 e respectivas combinações. Dependendo dos critérios usados para a criação da RCL, os resultados obtidos diferem. Constatamos que os critérios de ordenação que obtinham sempre melhores resultados são: Menor janela temporal; Maior distância; Menor distância; Maior distância menor janela temporal; e Menor distância menor janela temporal.

3.6.2 Resultados obtidos

Nas tabelas seguintes são apresentados os resultados obtidos quando utilizados os cinco melhores critérios de ordenação para os problemas de teste da classe R. Para cada um dos problemas é indicado o número de veículos necessários para servir todos os clientes e a distância total percorrida (tempo total de percurso). Como se pode verificar analisando a Tabela 10 e a Tabela 11, de uma maneira geral e para o caso de problemas com horizonte de escalonamento curto (R1), os melhores resultados obtêm-se quando se utiliza o critério de ordenação Maior distância. Relativamente aos resultados para os problemas com horizonte de escalonamento longo (R2) os melhores resultados são obtidos com o critério de ordenação Maior distância menor janela temporal.

R1 25 cli	**CompGRASP – VRPTW (NºVeic / Dist)**				
Ord / Prob	**JT**	**MaiorDMenorJT**	**MenorDMenorJT**	**MaiorDist**	**MenorDist**
1	8/ 752.61	8/ 725.30	**7/ 735.40**	11/ 781.20	13/ 907.40
2	7/ 734.58	**7/ 734.50**	8/ 777.70	8/ 666.38	14/ 965.20
3	7/ 748.97	6/ 728.79	8/ 810.45	**5/ 510.91**	10/ 803.88
4	6/ 733.82	6/ 690.25	7/ 787.42	**6/ 558.70**	8/ 694.48
5	7/ 758.49	7/ 762.10	7/ 758.49	**6/ 593.89**	11/ 772.20
6	**6/ 705.28**	**6/ 705.28**	6/ 794.04	9/ 681.13	11/ 860.02
7	6/ 796.36	6/ 743.06	7/ 821.47	**6/ 588.67**	8/ 677.07
8	6/ 799.33	5/ 695.28	7/ 735.45	**5/ 521.92**	7/ 646.03
9	6/ 753.57	7/ 878.59	6/ 753.85	**5/ 568.32**	8/ 703.02
10	6/ 704.13	6/ 757.23	6/ 704.13	**5/ 534.40**	7/ 653.07
11	6/ 722.20	6/ 722.20	6/ 686.38	**6/ 564.02**	9/ 758.48
12	5/ 634.30	6/ 784.30	5/ 646.66	**5/ 539.75**	5/ 553.49

Tabela 10 - Resultados dos problemas R1 com 25 clientes

Para uma análise do comportamento da heurística, resolvemos os mesmos problemas mas sem considerar as janelas temporais. Assim aplicando a mesma

abordagem CompGRASP resolve-se um VRP onde se descartam as restrições de janelas temporais. Por razões óbvias os critérios de ordenação limitam-se à Maior e Menor distância. Os resultados obtidos estão representados na Tabela 12. Uma vez que os clientes para os dois conjuntos de problemas têm as mesmas localizações geográficas a única limitação é o horizonte de escalonamento.

R2 25 cli	**CompGRASP – VRPTW (NºVeic / Dist)**				
Ord / Prob	**JT**	**MaiorDMenorJT**	**MenorDMenorJT**	**MaiorDist**	**MenorDist**
1	2/ 878.40	2/ 747.90	**2/ 733.90**	5/ 618.20	7/ 737.50
2	**2/ 653.30**	2/ 798.10	3/ 766.90	6/ 597.10	7/ 711.90
3	**2/ 876.74**	3/ 784.34	3/ 831.74	4/ 512.28	4/ 560.07
4	**2/ 913.01**	3/ 722.13	3/ 718.26	4/ 544.75	5/ 576.40
5	2/ 787.16	**2/ 749.74**	2/ 753.98	3/ 529.05	4/ 511.31
6	2/ 857.37	**2/ 717.35**	2/ 795.58	4/ 542.89	4/ 560.27
7	2/ 858.82	**2/ 730.16**	2/ 796.63	3/ 554.47	4/ 867.35
8	2/ 830.25	**2/ 666.10**	3/ 697.96	4/ 544.51	3/ 508.00
9	2/ 858.64	**2/ 741.18**	2/ 781.92	3/ 564.33	3/ 518.97
10	2/ 836.40	**2/ 737.46**	2/ 746.56	4/ 605.39	4/ 599.48
11	2/ 776.10	2/ 754.94	2/ 759.78	**2/ 463.86**	2/ 475.32

Tabela 11 - Resultados dos problemas R2 com 25 clientes

25 cli	**CompGRASP – VRP (NºVeic / Dist)**	
Ord / Prob	**MaiorDist**	**MenorDist**
R1	3 / 415.59	4 / 426.31
R2	1 / 365.57	1 / 352.97

Tabela 12 - Resultados da classe R1 e R2 sem janelas temporais

Nos problemas R1, com menor horizonte de escalonamento, são necessários mais veículos do que nos problemas R2, como seria de esperar. Além disso para problemas R2, concluímos também que a ordenação dos clientes pela Menor distância obtém melhores resultados em termos de tempo total de percurso. Enquanto que para os problemas R1 a ordenação Maior distância é a que obtém melhores resultados em termos do número de veículos. Comparativamente com os resultados do VRPTW para os problemas R2, com maior horizonte de escalonamento, os resultados obtidos diferem só em um veículo relativamente ao VRP. Apesar de que em termos de tempo de percurso (ou distância percorrida) a diferença seja significativa. Nos problemas com pequeno horizonte de

escalonamento, a diferença é bastante significativa, tanto para o número de veículos como para o tempo de percurso qualquer que seja o critério de ordenação utilizado.

3.7 Comparação com os resultados de outras abordagens

Muitas das abordagens existentes na literatura apresentam resultados para os problemas de teste de Solomon para os cem clientes. Mas como o objectivo deste trabalho é a resolução de problemas pequenos, a abordagem CompGRASP foi desenvolvida com esse propósito. É então conveniente comparar os resultados com outras abordagens que apresentem também resultados para problemas pequenos. Existem algumas publicações publicadas com resultados de problemas com vinte e cinco e cinquenta clientes, tais como:

- KDMSS (1999) - Kohl *et al.* (1999)
- KLM (2000) - Kallehauge *et al.* (2000)
- CR (1999) - Cook and Rich (1999)
- C (2002) - Chabrier (2002)

Tal como na secção anterior (secção 3.6.2) os resultados comparados são para os conjuntos de problemas do tipo R. É interessante apresentar também a comparação dos resultados quando se aumenta o número de clientes para o dobro. Por isso foram também testados os mesmos problemas para 50 clientes. Nas tabelas seguintes, os resultados a negrito são os melhores resultados até então publicados.

Verifica-se que no caso de problemas com horizonte de escalonamento curto (os problemas R1) tanto para cinquenta como para vinte e cinco clientes, os resultados são globalmente satisfatórios. Isto é, com a ordenação Maior distância menor janela temporal, no caso de cinquenta clientes (Tabela 13), para o problema 2 obtém-se uma solução melhor de que a melhor das publicadas. No caso de vinte e cinco clientes (Tabela 14), o melhor resultado é obtido para o primeiro problema com o critério de ordenação Menor distância menor janela temporal.

Para problemas com horizonte de escalonamento longo (os problemas R2) tanto para cinquenta como para vinte e cinco clientes, os resultados são muito bons. Isto porque em quase todos os problemas a abordagem CompGRASP consegue superar os melhores resultados até então publicados (Tabela 15 e Tabela 16), existindo casos em que consegue uma redução bastante significativa do número de veículos.

R1 - 50 Clientes	Resultados Publicados	JT	MaiorDistMenorJT	MenorDistMenorJT	MaiorDist	MenorDist
1	**12/ 1044 - KDMSS (1999)**	13/ 1388.32	12/ 1314.90	13/ 1468.80	23/ 1590.20	21/ 1480.90
2	11/ 909 - KDMSS (1999)	12/ 1407.56	**10/ 1304.8**	12/ 1273.70	19/ 1435.80	21/ 1600.20
3	**9/ 772.9 - KDMSS (1999)**	10/ 3436.41	11/ 1408.17	11/ 1206.83	9/ 951.68	15/ 1225.48
4	**6/ 625.4 - KDMSS (1999)**	12/ 1501.46	9/ 1049.72	9/ 981.00	15/ 1261.15	10/ 992.72
5	**9/ 899.3 - KDMSS (1999)**	11/ 1388,19	11/ 1318.01	10/ 1266.22	10/ 1024.61	19/ 1442.80
6	**5/ 793 - KDMSS (1999)**	9/ 1160.72	9/ 1189.30	10/ 1115.73	18/ 1391.76	17/ 1383.87
7	**7/ 711.1 - KDMSS (1999)**	10/ 1382.99	9/ 1194.02	10/ 1262.47	16/ 1280.58	12/ 1092.74
8	**6/ 617.7 - KLM(2000); CR(1999)**	11/ 1423.67	9/ 1073.16	8/ 1086.09	14/ 1197.46	10/ 937.71
9	**8/ 786.8 - KDMSS (1999)**	11/ 1404.56	10/ 1417.91	9/ 1160.43	10/ 1037.82	12/ 1154.31
10	**7/ 697 - KDMSS (1999)**	10/ 1339.58	10/ 1305.19	10/ 1187.81	13/ 1102.33	11/ 1102.57
11	**7/ 707.2 - KLM(2000); CR(1999)**	11/ 1572.70	11/ 1497.99	9/ 1162.86	11/ 1072.54	13/ 1215.71
12	**6/ 639.2 - KLM(2000); CR(1999)**	10/ 1237.08	9/ 1166.80	9/ 1191.25	12/ 1180.96	8/ 890.86

Tabela 13 - Resultados do CompGRASP para problemas R1 (50 clientes)

R1 - 25 Clientes	KDMSS (1999)	JT	MaiorDistMenorJT	MenorDistMenorJT	MaiorDist	MenorDist
1	8/ 617.1	8/ 752.61	8/ 725.30	**7/ 735.40**	13/ 781.20	13/ 907.40
2	**7/ 547.1**	7/ 734.58	7/ 734.50	8/ 777.70	8/ 666.38	14/ 965.20
3	**5/ 454.6**	7/ 748.97	6/ 728.79	8/ 810.45	5/ 510.91	10/ 803.88
4	**4/ 416.9**	6/ 733.82	6/ 690.25	7/ 787.42	6/ 558.70	8/ 694.48
5	**6/ 530.5**	7/ 758.49	7/ 762.10	7/ 758.49	6/ 593.89	11/ 772.20
6	**3/ 465.4**	6/ 705.28	6/ 705.28	6/ 794.04	10/ 681.13	11/ 860.02
7	**4/ 424.3**	6/ 796.36	6/ 743.06	7/ 821.47	6/ 588.67	8/ 677.07
8	**4/ 397.3**	6/ 799.33	5/ 695.28	7/ 735.45	5/ 521.92	7/ 646.03
9	**5/ 441.3**	6/ 753.57	7/ 878.59	6/ 753.85	5/ 568.32	8/ 703.02
10	**4/ 444.1**	6/ 704.13	6/ 757.23	6/ 704.13	5/ 534.40	7/ 653.07
11	**5/ 428.8**	6/ 722.20	6/ 722.20	6/ 686.38	6/ 564.02	9/ 758.48
12	**4/ 393**	5/ 634.30	6/ 784.30	5/ 646.66	5/ 539.75	5/ 553.49

Tabela 14 - Resultados do CompGRASP para problemas R1 (25 clientes)

R2 - 50 Clientes	Resultados Publicados	JT	MaiorDistMenorJT	MenorDistMenorJT	MaiorDist	MenorDist
1	6/ 791.9 - KLM(2000); CR(1999)	3/ 1579.40	**3/ 1369.60**	3/ 1529.70	9/ 1271.40	11/ 1308.10
2	5/ 698.5 - KLM(2000); CR(1999)	**3/ 1353.70**	3/ 1466.50	5/ 1425.7	9/ 1411.30	8/ 1289.40
3	5/ 605.3 - C(2002)	**3/ 1730.79**	4/ 1147.42	4/ 1196.37	6/ 1091.98	7/ 970.72
4	4/ 690.1 - C(2002)	4/ 1505.76	3/ 973.44	4/ 997.96	4/ 854.02	**2/ 640.90**
5	4/ 632.4 - C(2002)	3/ 1558.03	**2/ 1211.74**	3/ 1397.07	6/ 1069.81	4/ 595.48
6		3/ 1447.41	**3/ 1206.64**	3/ 1253.86	6/ 1016.50	6/ 1082.85
7		3/ 1487.07	3/ 1200.25	**3/ 1128.97**	4/ 895.66	5/ 956.27
8		4/ 1629.38	3/ 1006.62	3/ 918.38	3/ 789.62	**2/ 673.99**
9	5/ 600.6 - C(2002)	4/ 1649.18	**3/ 1325.22**	3/ 1334.72	4/ 953.21	5/ 1021.39
10	4/ 645.6 - C(2002)	3/ 1595.11	**3/ 1318.46**	3/ 1334.69	5/ 1011.01	6/ 1048.76
11		3/ 1671.18	3/ 1331.47	3/ 1403.41	3/ 926.17	**3/ 780.77**

Tabela 15 - Resultados do CompGRASP para problemas R2 (50 clientes)

R2 - 25 Clientes	Resultados Publicados	JT	MaiorDistMenorJT	MenorDistMenorJT	MaiorDist	MenorDist
1	4/ 463.3 - KLM(2000); CR(1999)	2/ 878.40	2/ 747.90	**2/ 733.90**	5/ 618.20	7/ 737.50
2	4/ 410.5 - KLM(2000); CR(1999)	**2/ 653.30**	2/ 798.10	3/ 766.90	6/ 597.10	7/ 711.90
3	3/ 391.4 - KLM(2000); CR(1999)	**2/ 876.74**	3/ 784.34	3/ 831.74	4/ 512.28	4/ 560.07
4	**2/ 355.0 - C(2002)**	2/ 913.01	3/ 722.13	3/ 718.26	4/ 544.75	5/ 576.40
5	3/ 393 - KLM(2000); CR(1999)	2/ 787.16	**2/ 749.74**	2/ 753.98	3/ 529.05	4/ 511.31
6	3/ 374.4 - KLM(2000); CR(1999)	2/ 857.37	**2/ 717.35**	2/ 795.58	4/ 542.89	4/ 560.27
7	3/ 361.6 - KLM(2000)	2/ 858.82	**2/ 730.16**	2/ 796.63	3/ 554.47	4/ 867.35
8		2/ 830.25	**2/ 666.10**	3/ 697.96	4/ 544.51	3/ 508.00
9	**1/ 328.2 - C(2002)**	2/ 858.64	2/ 741.18	2/ 781.92	3/ 564.33	3/ 518.97
10	3/ 404.6 - KLM(2000); CR(1999)	2/ 836.40	**2/ 737.46**	2/ 746.56	4/ 605.39	4/ 599.48
11	**2/ 350.9 - KLM(2000); CR(1999)**	2/ 776.10	2/ 754.94	2/ 759.78	2/ 472.68	2/ 475.32

Tabela 16 - Resultados do CompGRASP para problemas R2 (25 clientes)

Concluímos que no caso de problemas com poucos clientes e uniformemente distribuídos a abordagem proposta obtém bons resultados. À excepção de dois ou três instâncias, os resultados obtidos são melhores que os resultados publicados obtidos por outras abordagens.

Capítulo 4

Integração dos Problemas de Planeamento de Rotas e Empacotamento de Veículos

Os problemas de distribuição reais têm determinadas considerações práticas que nem sempre são vistas numa perspectiva realista aquando o seu estudo teórico. Uma dessas considerações está relacionada com a capacidade dos veículos. Analisando os problemas estudados nos capítulos Capítulo 2 e Capítulo 3 numa perspectiva prática e real, concluímos que estes se interrelacionam de uma forma natural, sendo mesmo interdependentes. Cada um destes problemas tem sido ao longo das últimas décadas tratados individualmente e com bastante sucesso. No entanto, torna-se necessária a sua integração para que seja possível a resolução de problemas reais de transporte de bens e para que se consiga um compromisso entre um bom transporte e um bom serviço ao cliente. Neste capítulo é apresentado e estudado um novo problema, denominado por Planeamento de Rotas e Empacotamento de Veículos (PREV). Sendo este o resultado da integração do VRPTW e CLP. Na secção 4.1 é feita uma descrição e formulação do problema PREV. Posteriormente (nas secções 4.2.1 e 4.2.2) são apresentadas quatro abordagens heurísticas criadas com vista à sua resolução. Estas heurísticas resolvem o planeamento de rotas e o empacotamento de contentores de uma forma integrada. Devido a ser um problema novo, foi necessário criar problemas para testar as abordagens heurísticas desenvolvidas, estando estes explanados na secção 4.3. Na secção 4.4 é feita uma avaliação da qualidade das soluções obtidas. Os resultados obtidos com as quatro abordagens heurísticas são comparados com os resultados obtidos quando resolvemos estes problemas separadamente. Isto é, separando o planeamento de rotas do empacotamento em contentores. Para isso resolvem-se os novos problemas de teste utilizando cada uma das abordagens

CompGRASP e G&RModGRASP e comparam-se esses resultados com os obtidos com as abordagens do problema integrado.

4.1 Descrição matemática do problema integrado

Como já foi abordado no Capítulo 1 – secção 1.1, nos modelos de planeamento de rotas a expressão "restrições de capacidade" dos veículos tem sido utilizada com alguma superficialidade. Em aplicações reais e com unidades físicas, a capacidade de um veículo está não só relacionada com a capacidade de peso, mas também com a capacidade volúmica tridimensional do mesmo. As rotas obtidas para uma determinada capacidade em termos de peso, podem perder a sua admissibilidade devido à incompatibilidade de dimensões da carga empacotada e vice-versa. Existe uma interdependência entre os problemas de Planeamento de Rotas para Veículos e Empacotamento em Contentores. Por estes motivos achamos necessário desenvolver uma abordagem que trate integradamente os dois problemas para que esta deficiência seja corrigida. Quando os problemas de planeamento de rotas são resolvidos individualmente, ignorando a sua interdependência com os problemas de empacotamento da carga nos contentores, resulta muitas vezes numa deficiência na colocação da carga atribuída ao veículo. Seja esta deficiência em termos de estabilidade e/ou volume, como foi já demonstrado na secção 1.1 (Figura 1).

Vamos então iniciar um estudo que não é mais do que a integração dos problemas de optimização VRPTW e CLP. Ao integrar estes dois problemas, as restrições inerentes a qualquer um deles têm necessariamente de ser também consideradas de uma forma integrada. Fazendo uma análise dos impactos dos problemas VRPTW relativamente ao CLP e vice-versa, verificamos que podem existir duas situações extremas:

1. O VRPTW domina a solução do CLP;
2. O CLP domina a solução do VRPTW.

Para que o VRPTW domine a solução do CLP é necessário existir um grande número de clientes por veículo e cada um deles com poucos pedidos, porque desta forma a escolha dos clientes a visitar tem maior influência na construção das rotas do que na eficiência do empacotamento. Por outro lado, quando os pedidos de um só cliente preenchem completamente um veículo, o único problema passa a ser como empacotar a carga. Neste caso o CLP domina a solução do VRPTW. Para que exista uma forte interdependência entre os problemas VRPTW e CLP é necessário que o número de clientes visitados por cada veículo seja reduzido. Isto significa que os pedidos de cada cliente preenchem uma porção importante do contentor. Nestes casos a inclusão de um cliente numa rota tem um grande impacto

no problema de empacotamento de contentores. Por outro lado um bom volume de utilização do contentor pode levar a rotas inadmissíveis e grandes (considerando janelas temporais dos clientes). Portanto, com um número relativamente pequeno de clientes por veículo e uma carga fracamente heterogénea, a solução integrada dos dois problemas torna-se mais importante para a qualidade da solução final, uma vez que a sua interdependência é maior.

Seguindo este raciocínio, para o estudo em questão consideramos problemas cm as seguintes caracteristicas:

- Um conjunto de clientes uniformemente distribuídos e uma frota de veículos homogénea;
- O número de clientes é relativamente pequeno e a carga a distribuir é fracamente heterogénea;
- Os pedidos dos clientes são heterogéneos e a quantidade em termos de volume e peso é tal que um cliente não preenche completamente um veículo;
- Existe um único armazém de onde saem os veículos e onde retornam no final das entregas;
- Cada cliente tem um determinado pedido que deve ser satisfeito por um único veículo, respeitando as suas janelas temporais;
- Os pedidos dos clientes têm de ser sempre satisfeitos, nem que para isso seja necessário introduzir na solução mais um veículo;
- A ordem de carga dos veículos é inversa à ordem de visita dos clientes e o pedido de cada cliente deve ser empacotado com os seus itens todos juntos para facilitar a descarga;
- A capacidade dos veículos em termos de peso e volume tem de ser sempre respeitada.

Consideramos então as seguintes restrições e condições ao problema:

- Janelas temporais dos clientes e do armazém - Todos os clientes devem ser visitados dentro da sua janela temporal e o veículo tem um tempo máximo de percurso que não pode ser excedido (correspondendo este tempo à janela temporal do armazém);
- Capacidade dos veículos - Cada veículo tem uma capacidade em termos de peso e volume;

- Orientação da carga - Os pedidos dos clientes são caixas paralelipipédicas que podem ou não ter determinadas posições não permitidas. Por exemplo indicações de "*This side up*";
- Posicionamento da carga no veículo - O pedido de cada um dos clientes deve ser sempre empacotado junto;
- Ordem de carregamento dos pedidos - O empacotamento dos pedidos deve obedecer a uma dada ordem, que é inversa à ordem de visita dos clientes pelo veículo;
- Estabilidade da carga - A carga deve ser empacotada no veículo de um forma estável para que não haja problemas de danos durante o transporte.

Nos dois capítulos anteriores foram descritos cada um destes problemas (Capítulo 2 - CLP e Capítulo 3 - VRPTW) e apresentadas restrições e respectivas funções objectivo. Considerando agora os dois problemas de uma forma integrada, o objectivo principal é a minimização do número de veículos. Tanto o planeamento de rotas como o empacotamento em contentores "beneficiam" com esta função objectivo. Isto porque no caso do VRPTW a função objectivo é exactamente a mesma (Capítulo 3 - secção 3.3). No caso do CLP, ao tentar maximizar o volume de utilização de um contentor, quando se pretende empacotar toda a carga disponível em mais do que um contentor, estamos implicitamente a tentar diminuir o número de contentores necessários para o empacotamento total da carga. Desta forma tenta-se com cada um dos veículos servir o maior número de clientes e empacotar os seus pedidos da forma mais eficaz. Além disso, pretende-se também que o tempo total de percurso de cada um dos veículos seja o menor possível. Neste caso estamos perante o segundo objectivo dos problemas VRPTW (Capítulo 3 - secção 3.3).

Algumas das restrições da formulação matemática do problema PREV estão directamente relacionadas com o planeamento das rotas e outras com o empacotamento da carga em contentores. Foi feita uma formulação do problema usando como base a formulação do VRPTW (secção 3.3) e utilizando a mesma terminologia. Recorda-se que a frota é homogénea – logo os veículos[11] têm dimensões iguais. Podemos então formular este problema da seguinte forma:

[11] Neste trabalho quando falamos em veículos, além do veículo por si só, pretendemos que seja visto também como um contentor no qual vai ser empacotada uma determinada carga.

$$\min\left[f_1 \sum_{k\in V}\sum_{j\in N'} h_k x_{0jk} + f_2 \sum_{k\in V}\sum_{i,j\in N'} c_{ij} x_{ijk} + f_3 \sum_{j\in N'}\sum_{k\in V}\left(L_k \times W_k \times H_k - \sum_{\alpha\in C} l_\alpha \times w_\alpha \times h_\alpha \times \gamma_{\alpha k}\right)\times x_{0jk}\right]$$

Eq. 2 - Função objectivo

$$\sum_{k\in V}\sum_{j\in N'} x_{ijk} = 1 \qquad \forall i \in N' \qquad \textbf{(Eq.3)}$$

$$\sum_{i.\,j\in S} x_{ijk} \le |S| - 1 \qquad S \subset N', 2 \le |S| \le n-2 \qquad \textbf{(Eq.4)}$$

$$\sum_{j\in N'} x_{0jk} = 1 \qquad \forall k \in V \qquad \textbf{(Eq.5)}$$

$$\sum_{i\in N'} x_{ilk} - \sum_{j\in N'} x_{ljk} = 0 \qquad \forall l \in N', \forall k \in V \qquad \textbf{(Eq.6)}$$

$$\sum_{i\in N'} x_{in+1k} = 1 \qquad \forall k \in V \qquad \textbf{(Eq.7)}$$

$$\sum_{i\in N'}\left[p_i \times \sum_{j\in N} x_{ijk}\right] \le q_k \qquad \forall k \in V \qquad \textbf{(Eq.8)}$$

$$s_{ik} + t_{ik} - M(1 - x_{ijk}) \le s_{ik} \qquad \forall i, j \in N', \forall k \in V, M \to +\infty \qquad \textbf{(Eq.9)}$$

$$a_i \le s_{ik} \le b_i \qquad \forall i \in N', \forall k \in V \qquad \textbf{(Eq.10)}$$

$$\sum_{k\in V} \gamma_{\alpha k} = 1 \qquad \forall \alpha \in C \qquad \textbf{(Eq.10)}$$

$$\gamma_{\alpha k} \ge \sum_{j\in N'} x_{ijk} \qquad \forall i \in N', \forall k \in V, \forall \alpha \in e(i) \qquad \textbf{(Eq.11)}$$

$$z'_{\alpha k} \ge (\gamma_{\alpha k} - 1)M \qquad \forall \alpha \in C, \forall k \in V \qquad \textbf{(Eq.12)}$$

$$z'_{\alpha k} - L_k + l_\alpha \le (1 - \gamma_{\alpha k})M \qquad \forall \alpha \in C, \forall k \in V \qquad \textbf{(Eq.13)}$$

$$z''_{\alpha k} \ge (\gamma_{\alpha k} - 1)M \qquad \forall \alpha \in C, \forall k \in V \qquad \textbf{(Eq.14)}$$

$$z''_{\alpha k} - W_k + w_\alpha \le (1 - \gamma_{\alpha k})M \qquad \forall \alpha \in C, \forall k \in V \qquad \textbf{(Eq.15)}$$

$$z'''_{\alpha k} \ge (\gamma_{\alpha k} - 1)M \qquad \forall \alpha \in C, \forall k \in V \qquad \textbf{(Eq.16)}$$

$$z'''_{\alpha k} - H_k + h_\alpha \le (1 - \gamma_{\alpha k})M \qquad \forall \alpha \in C, \forall k \in V \qquad \textbf{(Eq. 17)}$$

$$-z'_{\alpha' k} + z'_{\alpha'' k} + l_{\alpha''} \le \delta_{1\alpha'\alpha'' k} M \qquad \forall \alpha', \alpha'' \in C, \forall k \in V \qquad \textbf{(Eq.18)}$$

$$z'_{\alpha' k} - z'_{\alpha'' k} + l_{\alpha'} \le \delta_{2\alpha'\alpha'' k} M \qquad \forall \alpha', \alpha'' \in C, \forall k \in V \qquad \textbf{(Eq.19)}$$

$$-z''_{\alpha' k} + z''_{\alpha'' k} + w_{\alpha''} \le \delta_{3\alpha'\alpha'' k} M \qquad \forall \alpha', \alpha'' \in C, \forall k \in V \qquad \textbf{(Eq.20)}$$

$$z''_{\alpha' k} - z''_{\alpha'' k} + w_{\alpha'} \le \delta_{4\alpha'\alpha'' k} M \qquad \forall \alpha', \alpha'' \in C, \forall k \in V \qquad \textbf{(Eq.21)}$$

$$-z'''_{\alpha' k} + z'''_{\alpha'' k} + h_{\alpha''} \le \delta_{5\alpha'\alpha'' k} M \qquad \forall \alpha', \alpha'' \in C, \forall k \in V \qquad \textbf{(Eq.22)}$$

$$z'''_{\alpha'k} - z'''_{\alpha''k} + h_{\alpha'} \leq \delta_{6\alpha'\alpha''k} M \qquad \forall \alpha', \alpha'' \in C, \forall k \in V \qquad \textbf{(Eq.23)}$$

$$\delta_{1\alpha'\alpha''k} + \delta_{2\alpha'\alpha''k} + \delta_{3\alpha'\alpha''k} + \delta_{4\alpha'\alpha''k} + \delta_{5\alpha'\alpha''k} + \delta_{6\alpha'\alpha''k} \leq 5 + (1 - \gamma_{\alpha'k}) + (1 - \gamma_{\alpha''k})$$
$$\forall \alpha', \alpha'' \in C, \forall k \in V \qquad \textbf{(Eq.24)}$$

$$M \to +\infty \qquad \textbf{(Eq.25)}$$

$$\delta_{\alpha'\alpha''k} \in \{0,1\} \qquad \forall \alpha', \alpha'' \in C, \forall k \in V \qquad \textbf{(Eq.26)}$$

$$\gamma_{\alpha k} \in \{0,1\} \qquad \forall \alpha \in C, \forall k \in V \qquad \textbf{(Eq.27)}$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\} \qquad \forall i, j \in N', \forall k \in V \qquad \textbf{(Eq.28)}$$

$$s_{ik} \geq 0 \qquad \forall i \in N', \forall k \in V \qquad \textbf{(Eq.29)}$$

em que:

N' - Conjunto de clientes que devem ser visitados;

V - Conjunto de veículos;

c_{ij} - Custo associado ao arco (i, j);

p_i - Peso do pedido associado ao cliente i;

t_{ik} - Tempo de serviço de um veículo k no cliente i;

$[a_i, b_i]$ - Janela temporal de um cliente i, onde a_i corresponde ao início da janela temporal e b_i corresponde ao fim da janela temporal;

$[a_0, b_0]$ - Janela temporal do armazém, onde a_0 corresponde ao início da janela temporal e b_0 corresponde ao fim da janela temporal;

q_k - Capacidade máxima admitida pelo veículo k;

h_k - Custo associado ao veículo k;

x_{ijk} - Variável de decisão que indica se o veículo k se desloca entre os clientes i, j;

s_{ik} - Variável de decisão que indica o instante em que o veículo k inicia o serviço no cliente i;

C - Conjunto total de caixas do problema;

$e(i)$ - Conjunto de caixas de um pedido do cliente i;

$l_\alpha, w_\alpha, h_\alpha$ - Dimensões de comprimento, largura e altura (respectivamente) da caixa α;

L_k, W_k, H_k - Dimensões de comprimento, largura e altura (respectivamente) do veiculo k;

$\gamma_{\alpha k}$ - Variável de decisão que indica se uma caixa α é transportada pelo veículo k;

$z'_{\alpha k}, z''_{\alpha k}, z'''_{\alpha k}$ - Coordenadas de colocação da caixa α no veículo k, sendo o vértice de referência da caixa o de baixo, trás, esquerda.

f_1, f_2 e f_3 - Pesos atribuidos a cada uma das três componentes da função objectivo, número de veículos, tempo e espaço, respectivamente.

As equações, de **(Eq.2)** até **(Eq.29),** são as restrições do problema. As equações, de **(Eq.2)** a **(Eq.9)** e **(Eq.28)** e **(Eq.29)** foram descritas na secção 3.3 na formulação do VRPTW.

- A restrição **(Eq.10)**, garante que cada caixa é transportada por um e um só veículo;
- A restrição **(Eq.11)**, garante que se uma caixa pertence a um determinado cliente, então deve ser transportada por um veículo que sirva esse mesmo cliente;
- As equações **(Eq.12)** até **(Eq.17)**, garantem que cada caixa está dentro do veículo;
- As equações **(Eq.18)** até **(Eq.24)**, garantem a não sobreposição entre caixas, dentro do veículo;
- As restrições **(Eq. 25)**, **(Eq. 26)** e **(Eq. 27)** dizem respeito aos naturais domínios das variáveis.

Considera-se então como sendo o objectivo principal a visita de todos os clientes com o menor número de veículos possível, minimizando o espaço desperdiçado e o tempo total de percurso de cada um dos veículos. Existem três pesos atribuídos a cada uma das três componentes da função objectivo: número de veículos, tempo e espaço. Sendo cada um deles estabelecidos em função da aplicação prática em concreto e da importância dada pelo decisor a cada uma das componentes da função objectivo. Além disso tanto os veículos como a carga neles empacotada devem respeitar todas as restrições impostas pelo problema.

4.2 Abordagens ao PREV

Depois de definido e formulado o problema PREV, vamos apresentar várias abordagens desenvolvidas segundo dois métodos diferentes para resolução deste novo problema.

Tendo como foco principal a interdependência entre os problemas VRPTW e CLP, surgiram duas ideias para resolução do problema PREV. Uma primeira ideia foi abordar a problema de uma forma simultânea (secção 4.2.1). Outra ideia foi abordar

o PREV obedecendo a uma determinada hierarquia imposta pela integração dos problemas VRPTW e CLP (secção 4.2.2).

Analisando separadamente os dados dos dois problemas combinatórios (VRPTW e CLP), verifica-se que por um lado temos clientes com localizações geográficas, janelas temporais, pedidos definidos pelos seus pesos totais e tempos de serviço. Por outro lado, temos tipos de caixas com diferentes dimensões, quantidades e restrições de orientação. No caso dos VRPTW existe também uma frota com um número limitado de veículos, tendo cada veículo um limite para o peso da carga. Nos CLP existem contentores com dimensões definidas. Integrando estes dados, vamos obter pedidos (para cada cliente) constituídos por um ou mais tipos diferentes de caixas. Estes pedidos estão caracterizados não só pelo seu peso como também pelo volume, uma vez que cada caixa está definida pelas suas dimensões e peso. A frota, para além do número de veículos disponíveis e respectivos pesos admissíveis, é também caracterizada pelo seu volume de carga útil, isto é, cada veículo tem associado as suas dimensões úteis do espaço de carga. Tanto o peso como o volume dos veículos, não podem ser excedidos.

4.2.1 Integração simultânea

Analisar o problema PREV de uma forma sequencial significa que vamos planear rotas e empacotar pedidos simultaneamente. Isto é, cada candidato seleccionado para um veículo vê simultaneamente inserido o respectivo cliente na rota e os seus pedidos empacotados no veículo. Só depois de tratado um candidato é que o algoritmo passa para o candidato seguinte. Seguindo este raciocínio, os dados do problema vão ser separados em candidatos, isto é, deixamos de ter clientes e respectivo pedido (conjunto de caixas diferentes, ou não) e passamos a ter clientes e tipos de caixas. Sendo um candidato definido por um cliente e um tipo de caixa pertencente ao seu pedido (Figura 35). O número de candidatos depende do número de tipos de caixas diferentes por cliente.

Clientes	Coordenadas (x,y)	Janela cemporal	Tipos de caixas	Quantidades de caixas por tipos	Carga total	Tempo Serviço
1	(35,56)	12/256	1;2;5	1: 20 / 2: 32 / 5: 12	187	10

Candidato 1: Cliente 1; Caixa Tipo 1
Candidato 2: Cliente 1; Caixa Tipo 2
Candidato 3: Cliente 1; Caixa Tipo 5

Figura 35 - Exemplo de dados dos problemas de teste do PREV

Em seguida inicia-se um processo construtivo onde cada candidato é atribuído a um veículo. O cliente pertencente ao candidato passa a fazer parte da rota e a quantidade do tipo de caixas são empacotadas nesse veículo. Este processo é iniciado a partir de uma sequência de candidatos aleatória. Nesta primeira abordagem as restrições: *Posicionamento de carga no veículo* e *Cada cliente é visitado por um e*

um só veículo (secção 4.1) são relaxadas. É então possível que mais do que um veículo visite o mesmo cliente, sendo esta situação naturalmente penalizada na função objectivo, uma vez que o facto de mais do que um veículo visitar o mesmo cliente, implicar um aumento no tempo total das rotas.

Seguindo este princípio, foram desenvolvidas três abordagens, tendo todas elas o mesmo princípio construtivo. Uma primeira abordagem é baseada no método de Monte Carlo (secção 4.2.1.1) e denominada IntegMC. A segunda (IntegLS) é uma heurística composta com um mecanismo de pesquisa local (secção 4.2.1.2). A terceira e última deste método simultâneo é denominada IntegGRASP uma vez que é uma aplicação da meta-heurística GRASP (secção 4.2.1.3).

4.2.1.1 Abordagem baseada no método Monte Carlo

Baseando-se numa utilização de escolhas aleatórias, o algoritmo inicia com uma sequência aleatória de candidatos[12] (secção 4.2.1). Os candidatos são caracterizados por um cliente e um tipo de caixa que faça parte do pedido desse mesmo cliente. O algoritmo construtivo inicia após a construção da LSC (Lista de Sequência de Candidatos), atribuindo candidatos a veículos criando em simultâneo rotas e empacotamentos. Cumprindo a ordem pela qual os candidatos se encontram na LSC e para um dado veículo, o algoritmo selecciona o primeiro candidato da lista. O respectivo cliente é inserido na rota e verificadas as restrições inerentes a essa inserção. As caixas desse candidato são empacotadas no veículo utilizando a heurística G&RMod (Capítulo 2 – secção 2.4.2). Deste modo as rotas são criadas de acordo com a ordem pela qual os clientes estão colocados na LSC, assim como a ordem de empacotamento das caixas. Para cada candidato são verificadas todas as restrições inerentes ao problema PREV. Assim, as rotas e os empacotamentos vão sendo construídos simultaneamente de acordo com a ordem pela qual os candidatos são colocados na LSC. Caso as restrições das rotas ou do empacotamento não sejam admissíveis, o cliente não é inserido na rota nem o empacotamento se efectua. Neste caso, o candidato é retirado da LSC e inserido no final desta. A solução obtida é um conjunto de rotas e veículos carregados com os respectivos pedidos. Pode existir repetição de clientes entre as várias rotas da solução e numa mesma rota. Desta forma, é possível que um veículo tenha pedidos para o mesmo cliente em sítios distintos do contentor. Neste caso duas hipóteses:

Hipótese 1 - A carga é descarregada e carregada novamente para se poder aceder ao pedido completo do cliente;

---

[12] A partir de agora, durante o resto do texto, a sequência de candidatos vai ser designada por LSC – Lista de sequência de candidatos.

Hipótese 2 – Ou o veículo terá de voltar ao mesmo cliente para entregar o resto do pedido.

É também possível que um cliente seja visitado por mais do que um veículo. Quando se verifica a primeira situação, é adicionado um custo ao valor da função objectivo. Para cada uma das hipóteses o algoritmo verifica qual é o respectivo custo (secção 4.1):

1. $c_{ord} = \sum_{j \in N'} \sum_{k \in V} 2 \times t_{jk}$ - Custo de ordem da carga - corresponde ao tempo necessário de descarga e carga do(s) pedido(s) do(s) cliente(s) seguinte(s) da rota para que seja possível descarregar o pedido completo do cliente corrente.
2. $c_{reinc} = \sum_{(i,j) \in N'} \sum_{k \in V} c_{ji} + c_{ik}$ - Custo de reincidência na rota - corresponde ao tempo despendido pelo veículo para se deslocar entre o cliente corrente até ao cliente reincidente e deste até ao cliente seguinte para descarregar a totalidade do pedido (Figura 36).

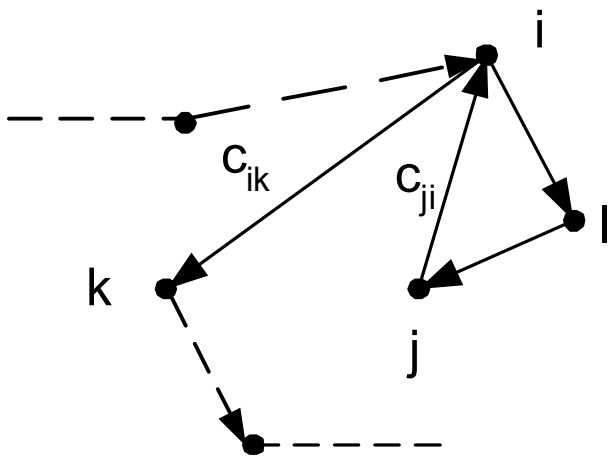

Figura 36 - Custo de reincidência

Dependendo dos valores calculados a algoritmo aceita a solução que tiver menor custo: $\min(c_{ord}, c_{reinc})$. Caso o menor custo seja o custo relativo à segunda hipótese (c_{reinc}), a solução em termos de rota e respectivo empacotamento mantém-se inalterada. Caso a solução passe pela primeira hipótese, isto é a opção relativa ao primeiro custo (c_{ord}), a rota é reconstruída, por forma a que a segunda passagem pelo cliente em questão seja eliminada. Verificando-se uma minimização do tempo total da rota. É necessário, nestes casos, verificar as restrições das janelas temporais dos clientes seguintes da rota.

O algoritmo termina quando já não existem candidatos na LSC ou o número total de veículos da frota foi excedido. O processo de construção de uma solução está

resumido no fluxograma da Figura 37. Após cinco mil iterações o algoritmo termina, sendo no fim seleccionada a melhor das soluções encontradas.

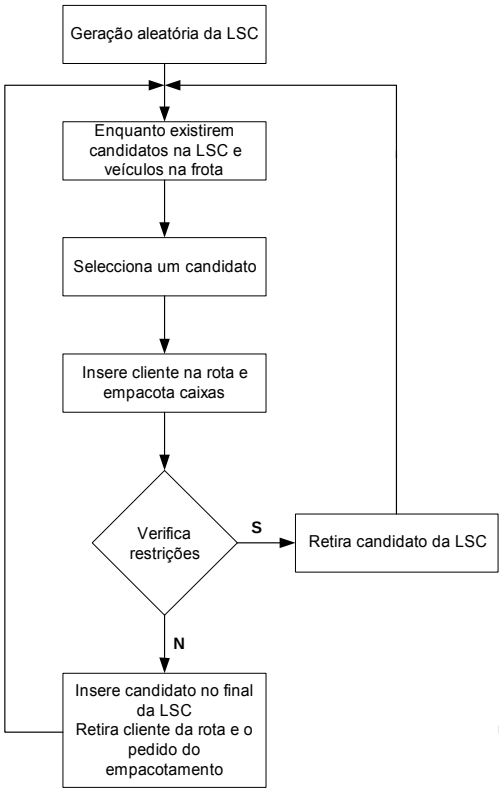

Figura 37 - Fluxograma do algoritmo construtivo

4.2.1.2 Abordagem composta

A segunda abordagem desenvolvida para resolução do PREV é uma heurística composta. Esta heurística é constituída por duas fases: fase construtiva e outra de pesquisa local.

Na fase construtiva cria-se uma solução inicial aleatória utilizando o algoritmo descrito anteriormente (secção 4.2.1.1). Posteriormente, na fase da pesquisa local, é gerada uma vizinhança dessa solução. Nesta vizinhança o algoritmo tenta melhorar a solução inicial. Para a geração da vizinhança a solução é perturbada de acordo com um determinado mecanismo. Esta perturbação é feita através de uma troca entre dois candidatos (aleatoriamente escolhidos) da LSC. Com essa nova sequência (implica uma nova LSC) é construída uma nova solução. Depois de criada a vizinhança, o algoritmo tenta encontrar uma solução melhor do que a solução corrente. Neste caso, essa solução é aceite e para ela é gerada uma nova vizinhança. Uma solução é considerada melhor do que a solução corrente quando o número de veículos for menor ou, para um mesmo número de veículos, se os tempos totais das rotas forem menores. O algoritmo pára após a geração de dez vizinhanças consecutivas sem melhoria da função objectivo. Como na abordagem descrita na

secção anterior, o número de iterações escolhido foi de cinco mil, para que exista coerência aquando da comparação dos resultados.

4.2.1.3 Abordagem baseada no paradigma GRASP

Seguindo ainda a mesma filosofia de abordagem, foi desenvolvido um terceiro método de resolução para o problema PREV. Este método basea-se na abordagem anterior (secção 4.2.1.2), à qual é aplicada a meta-heurística GRASP.

Como já foi referido ao longo desta dissertação, o GRASP está dividido em duas fases. Uma fase construtiva e uma fase de pesquisa local. Tal como a abordagem anterior, esta é constituída por estas duas fases, onde na primeira se constrói uma solução aleatória e na segunda se pesquisa um óptimo local na vizinhança da solução construída. Até aqui, não se acrescenta nada de novo relativamente à abordagem anterior. Aplicando a meta-heurística GRASP, vai ser alterado o processo inicial de geração da LSC. A geração da sequência passa a ter um determinado grau de aleatoriedada. Este grau de aleatoriedade depende do parâmetro α (Anexo I) que pode tomar valores entre [0,1].

Cada candidato seleccionado para fazer parte da LSC é escolhido aleatoriamente de uma lista restrita de candidatos (RCL). Tal como no CompGRASP (Capítulo 3 - secção 3.5) consideramos cinco tipos diferentes de ordenação: Menor distância, Maior distância, Menor janela temporal, Maior distancia e menor janela temporal, Menor distância e menor janela temporal.

O primeiro candidato da LSC é sempre o armazém. O algoritmo de geração da LSC em cada iteração inicia com o último candidato inserido na LSC (ao qual damos o nome de candidato actual). Em seguida, para o candidato actual, é construída uma RCL. Desta lista, é escolhido aleatoriamente um candidato e inserido na LSC, passando este a ser o candidato actual. O tamanho da RCL é limitado, isto é, inclui só os β "melhores" elementos. Sendo o "melhor" elemento definido pelo grau de aleatoriedade e dependendo da ordenação utilizada. Depois de criada a LSC é construída uma solução. Utilizando o algoritmo construtivo apresentado na secção 4.2.1.1 (Figura 37). Estando concluída a fase construtiva, inicia-se a fase de pesquisa local do GRASP. Esta pesquisa local é igual à efectuada na abordagem anterior (secção 4.2.1.2). Como temos cinco métodos de ordenação dos candidatos na LSC, obtemos cinco métodos de resolução diferentes. Esta diferença está na geração da RCL e consequentemente na ordenação dos candidatos na LSC.

Foram realizados testes a cada uma das heurísticas com vista à definição do grau de aleatoriedade (parâmetro α) para a construção da RCL. Variamos este parâmetro entre [0,1] em intervalos de 0,02. Os melhores resultados foram encontrados com α=0.98. Isto significa que os melhores resultados são obtidos quando a LSC tem uma ordenação muito próxima do guloso (α=1). Para este valor de α verifica-se

que o tamanho das RCL para a escolha de cada candidato varia de acordo com os problemas, mas de uma maneira geral ronda em média os três elementos.

A escolha do número de iterações foi também feita por forma a existir coerência na comparação dos resultados com as abordagens anteriores. Verificamos que em média para cada vizinhança ao fim de dez vizinhos, o algoritmo encontra uma solução melhor. Assim o número de iterações imposto é de quinhentas. O critério de paragem adoptado é o mesmo da abordagem composta. Ao fim da geração de dez vizinhanças sem melhoria na função objectivo, o algoritmo pára. Obtemos assim cinco algoritmos cuja diferença se encontra na geração da LSC, isto é, no método de ordenação dos candidatos.

4.2.2 Integração hierárquica

Sendo o PREV um problema resultante da integração dos problemas VRPTW com CLP, desenvolvemos um outro método de abordagem. Esta abordagem segue uma hierarquia sendo por isso mais complexa do que as anteriores, passando pela integração das abordagens CompGRASP (secção 3.5) e G&RMod (secção 2.4.2).

Nas três abordagens apresentadas anteriormente, os dados são divididos em candidatos (secção 4.2.1). Nesta abordagem, os dados dos problemas (VRPTW e CLP) mantêm-se separados. Isto porque, contrariamente às abordagens anteriores onde a solução é obtida através da construção de rotas e empacotamento em simultâneo, aqui a solução é obtida primeiro construindo as rotas para todos os clientes e posteriormente executados os respectivos empacotamentos. Existe assim uma hierarquia, onde o método de resolução dominante é o VRPTW. Para cada rota construída o algoritmo tenta empacotar os pedidos dos clientes no mesmo veículo. Para cada cliente, os pedidos são sempre empacotados juntos, logo o empacotamento de um pedido não inicia sem ter sido completamente empacotado o pedido do cliente anterior. Assim sendo, a restrição: *Posicionamento de carga no veículo* não sé relaxada. Neste caso não é permitido que um cliente seja visitado por mais do que um veículo, então a restrição *Cada cliente é visitado por um e um só veículo* também não é relaxada. Esta abordagem tem sempre em consideração as restrições de cada um dos problemas de optimização e principalmente, a satisfação dos clientes. A função objectivo mantém-se, mas o processo construtivo das soluções é completamente distinto.

Genericamente a integração das duas abordagens (CompGRASP e G&RMod) resulta numa nova abordagem composta por três fases:

1. Fase construtiva;
2. Fase pós-construção;
3. Fase pesquisa local.

Na primeira fase as rotas são construídas e é feito o empacotamento dos pedidos dos clientes pertencentes a cada uma delas. No fim desta fase, tanto as rotas como os respectivos empacotamentos, têm de ser admissíveis. Na segunda fase, o algoritmo tenta reduzir o número de veículos necessários de acordo com a função objectivo do problema. Por fim na terceira fase é feita uma melhoria da solução relativamente ao tempo (ou distância) total de percurso dos veículos.

Por vezes, nem sempre é possível empacotar, no mesmo veículo todos os pedidos dos clientes pertencentes a uma rota. Quando isto se verifica, admitimos que podem surgir duas situações:

1. O volume total dos pedidos é maior do que o volume do contentor, logo é impossível empacotar todos os pedidos no mesmo veículo;
2. O volume total dos pedidos é menor do que o volume do contentor, então o empacotamento é deficiente em termos de aproveitamento volúmico.

Quando se verifica a primeira situação, os clientes (ou cliente) cujos pedidos não foram empacotados devem passar a fazer parte de outra rota. Ou é possível inserir esse cliente em rotas já existentes, e neste caso verifica-se um aumento do volume de utilização do veículo em questão, ou deve ser criada uma nova rota com vista a satisfazer os clientes não satisfeitos, sendo neste caso a função objectivo principal prejudicada.

Na segunda situação (o volume total dos pedidos é menor que o volume do contentor), pode ser possível efectuar o empacotamento da totalidade da carga no respectivo veículo se a ordem de empacotamento (entre dois pedidos consecutivos) for alterada. Neste caso não se aumenta o número de veículos necessários. Para isso a restrição de *Ordem de carregamento dos pedidos* (secção 4.1) é relaxada. Assim sendo podemos ter que, num dado cliente, desempacotar parcialmente o contentor para alcançar o pedido que nos interessa. Esta alteração de ordem de empacotamento não implica a alteração da ordem de visita dos clientes. De facto, pode não ser possível efectuar esta troca (entre os dois clientes na rota) devido à violação de restrições. Neste caso a ordem de visita mantém-se e é adicionado um custo à função objectivo (custo $c_{ord} = \sum_{j \in N'} \sum_{k \in V} 2 \times t_{jk}$). Este custo corresponde ao tempo necessário de descarga e carga do pedido do cliente seguinte da rota para que seja possível descarregar o pedido do cliente corrente. Note-se que as trocas de pedidos são limitadas a trocas entre pedidos contíguos. Caso a troca entre os respectivos clientes da rota seja admissível, então esta é considerada e nenhum custo de descarga e reempacotamento é adicionado à função objectivo.

4.2.2.1 Fase construtiva

É a principal fase desta abordagem, visto que aqui são criadas as rotas e respectivo empacotamento dos pedidos. Para isso são seguidos os seguintes passos:

1. Construção das rotas;
2. Empacotamento dos pedidos;
3. Verificação da satisfação dos clientes;

O algoritmo inicia-se com a construção das rotas utilizando a abordagem CompGRASP aplicada ao VRPTW. As rotas são construídas com uma das ordenações referidas na secção (secção 3.4.1) e os clientes são inseridos nas rotas com uma determinada probabilidade (secção 3.5). Depois de construídas, temos um conjunto de rotas admissíveis. São admissíveis uma vez que as restrições das janelas temporais dos clientes e armazém e as restrições de capacidade do veículo em termos de peso não são violadas. Temos portanto um conjunto de rotas, cada uma com um veículo atribuído e um conjunto de clientes. Os pedidos de cada cliente são agora empacotados no veículo. Para respeitar a ordem de visita dos clientes imposta pela rota, o empacotamento é feito pela ordem inversa a essa ordem de visita. E o empacotamento de um pedido não é iniciado sem que o pedido do cliente precedente tenha sido totalmente empacotado. O empacotamento é feito utilizando a heurística G&RMod (secção 2.4.2). Um pedido é empacotado formando uma ou mais paredes e de maneira a que o aproveitamento do espaço pelo volume total das caixas colocadas no contentor, seja maximizado. Podem surgir duas situações: ou as caixas do pedido formam uma ou mais paredes completas, ou não. Verificando-se a primeira situação, então o pedido de um cliente está empacotado numa ou mais paredes independentes. Verificando-se a segunda situação, é possível que numa parede existam pedidos de mais do que um cliente. Qualquer que seja a situação, nesta fase, garante-se sempre que quando o veículo chega ao cliente as caixas pertencentes ao seu pedido são as mais acessíveis. Isto é, são as que se encontram na primeira[13] camada existente no veículo. Diz-se que o empacotamento dos pedidos de uma rota é admissível, quando as restrições relativas ao problema CLP, tais como, capacidade volúmica do veículo, orientação das caixas, estabilidade da carga e ordem de entrega dos pedidos, não são violadas. O empacotamento pára quando se verificar uma das seguintes situações:

- O volume do veículo é excedido;
- Já não existem mais pedidos para empacotar.

[13] Primeira camada relativamente à porta de acesso ao interior do veículo.

Este passo da fase construtiva é efectuado para todas as rotas. No final, temos rotas e empacotamentos admissíveis. Contudo pode acontecer que existam clientes que não podem ser satisfeitos de acordo com a solução construída. Estes são os clientes cujos pedidos não foram totalmente ou parcialmente empacotados, para que a restrição de capacidade volúmica do veículo não fosse violada. O terceiro e último passo da fase construtiva incide exactamente sobre a verificação da satisfação dos clientes (Figura 38). Se no veículo estiverem empacotados todos os pedidos de todos os clientes da rota, então diz-se que os clientes são satisfeitos e o par rota-empacotamento é guardado. Caso contrário é porque existe um ou mais clientes pertencentes à rota que não são satisfeitos. Dizemos que um cliente não é satisfeito se uma das duas situações se verificar:

1. Nenhuns dos itens do pedido foram empacotados;
2. Alguns itens do pedido não foram empacotados;

Em qualquer um dos casos, o algoritmo verifica se o volume total dos pedidos não empacotados é inferior ou igual ao volume livre do contentor. Duas situações podem surgir:

1º - O volume total dos pedidos não empacotados é superior ao volume livre do contentor - o algoritmo remove o cliente não satisfeito do par rota-empacotamento, executando o algoritmo *"Cliente insatisfeito"* (Figura 39).

Este algoritmo (*"Cliente insatisfeito"*) tenta inserir o cliente nas outras rotas da solução corrente. Caso o cliente seja inserido numa outra rota é feito um reempacotamento dos pedidos pertencentes à rota modificada, (com a heurística G&RMod). Deste modo é criado um par diferente e todo o procedimento de verificação da satisfação dos clientes é repetido (Figura 38).

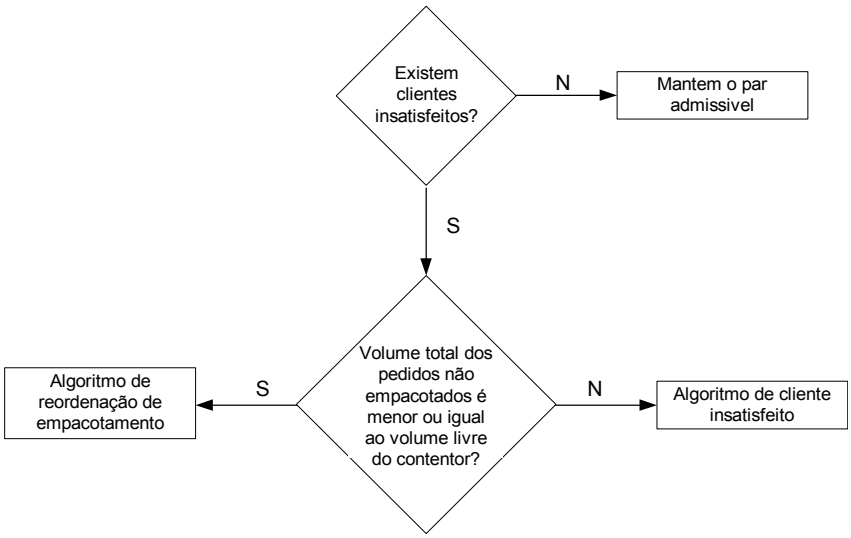

Figura 38 - Fluxograma do algoritmo de verificação da satisfação dos clientes

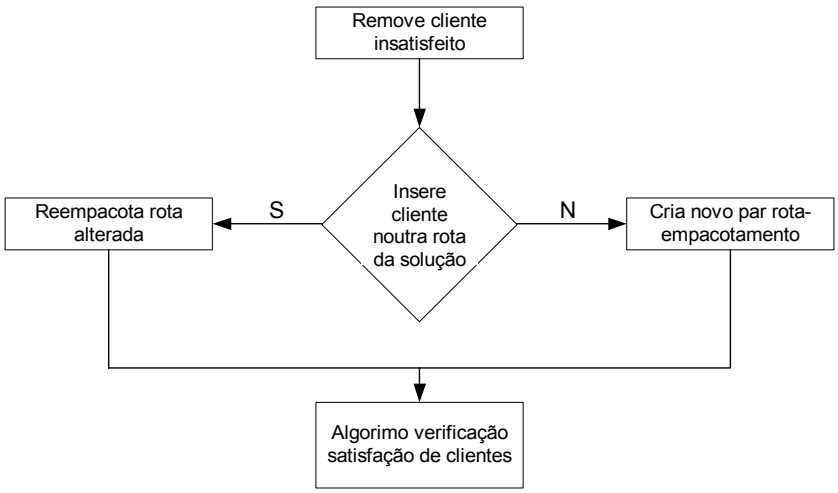

Figura 39 - Fluxograma do algoritmo de cliente insatisfeito

Se não for possível inserir o cliente em nenhuma das rotas existentes na solução, então é criada uma nova rota e feito o empacotamento num novo veículo e para este novo par é novamente verificada a satisfação dos clientes (Figura 38).

2º - O volume total dos pedidos não empacotados é igual ou inferior ao volume livre do contentor - o algoritmo tenta reordenar os pedidos empacotados no contentor, isto é, executado o algoritmo de *"Reordenação do empacotamento"* (Figura 40).

Este algoritmo lida unicamente dos pedidos empacotados no contentor e pára quando não for possível fazer mais trocas entre dois pedidos contíguos ou quando todos os clientes do par estiverem satisfeitos. Primeiro, tenta trocar dois pedidos contíguos e verifica se as restrições do empacotamento não são violadas. Se todos os pedidos da rota forem empacotados, isto é, se todos os clientes do par estiverem satisfeitos e as restrições do CLP não forem violadas, então é feita uma avaliação do custo de ordenação que essa troca acarreta. Caso contrário a ordem de empacotamento original é mantida. Quando não for possível executar mais trocas de pedidos contíguos, é executado o algoritmo do "*cliente insatisfeito*".

Como já foi referido, sempre que é alterada a ordem de empacotamento e os clientes em questão não podem ser trocados na rota, então o custo c_{ord} é considerado na função objectivo. Assumimos que, sempre que for possível empacotar todos os pedidos de uma rota num único veículo, mesmo que para isso seja necessário trocar a ordem de empacotamento de dois pedidos contíguos, esta troca é preferível à alternativa de ser necessário mais um veículo para satisfazer esse cliente, isto é, prejudica-se o tempo total de percurso para não se prejudicar o número total de veículos.

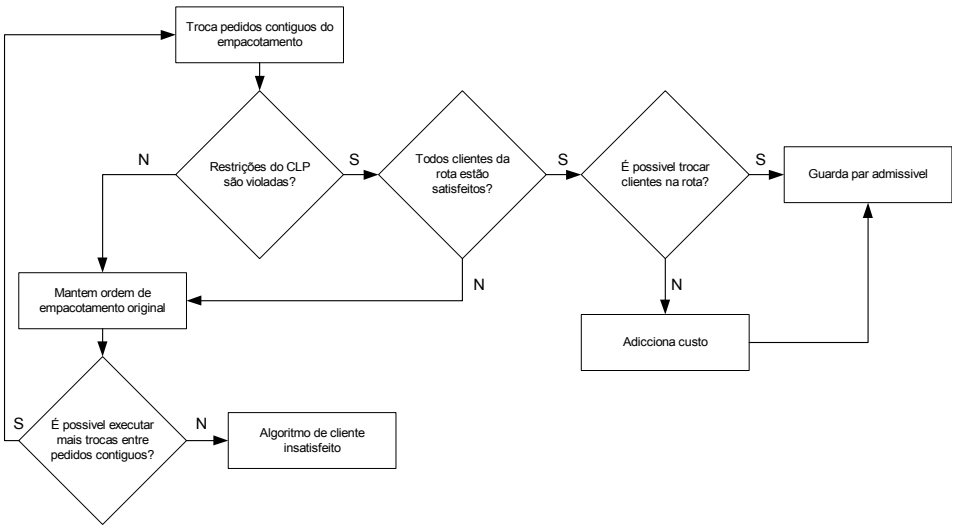

Figura 40 - Fluxograma do algoritmo de reordenação do empacotamento

No final da fase construtiva existe uma solução constituída com um determinado número de pares rota-empacotamento. Todos estes pares são admissíveis relativamente a todas as restrições existentes do problema PREV.

4.2.2.2 Fase pós-construção

A fase de pós-construção é baseada na fase homónima da heurística CompGRASP aplicada ao problema VRPTW (secção 3.5). Esta fase é iniciada com a solução gerada na fase construtiva. Em seguida para todos os pares rota-empacotamento, verifica-se quais os veículos que têm menor aproveitamento de volume. O algoritmo tenta inserir os clientes desse par, nas outras rotas, cujos veículos ainda tenham espaço disponível. Caso se consigam inserir todos os clientes de uma rota nas outras sem que nenhuma restrição seja violada, então existe uma melhoria da solução, uma vez que se diminuiu o número de veículos. Sempre que um desses clientes é inserido numa outra rota, é efectuado o reempacotamento de todos os pedidos no novo veículo. Em seguida é verificada a satisfação dos clientes desse par rota-empacotamento. Nesta fase a verificação é mais simples do que na fase anterior. Neste caso o algoritmo só confirma se todos os pedidos dos clientes são empacotados. Caso isto seja verdade o novo par é guardado. Caso contrário o cliente não é inserido nessa rota e o par mantém-se inalterado. Quando não diminui o número de veículos, a fase de pós-construção termina com a solução inicial.

4.2.2.3 Fase pesquisa local

A fase de pesquisa local inicia com a solução gerada na pós-construção. O objectivo é fazer uma pesquisa na vizinhança da solução corrente por forma a encontrar uma solução melhor. Se na vizinhança criada existir uma solução melhor do que a solução corrente, então essa nova solução passa a ser a solução corrente. Tal como

na heurística CompGRASP a vizinhança é construída de duas formas diferentes. Cada uma delas utiliza o procedimento de melhoria 2-OTP. Este procedimento é aplicado sequencialmente, primeiro a cada rota da solução (trocas intra-rotas) e em seguida entre as várias rotas (trocas inter-rotas).

4.2.2.3.1 Trocas intra-rotas

A cada rota da solução corrente é aplicado o algoritmo 2-Opt, em que cada um dos clientes vai ser trocado com todos os outros clientes da rota (Figura 41). A escolha da melhor solução da vizinhança, é feita de acordo com a regra BA – "*First accept*". Quando o algoritmo encontra uma solução melhor do que a corrente, pára e essa solução passa a ser a nova solução corrente.

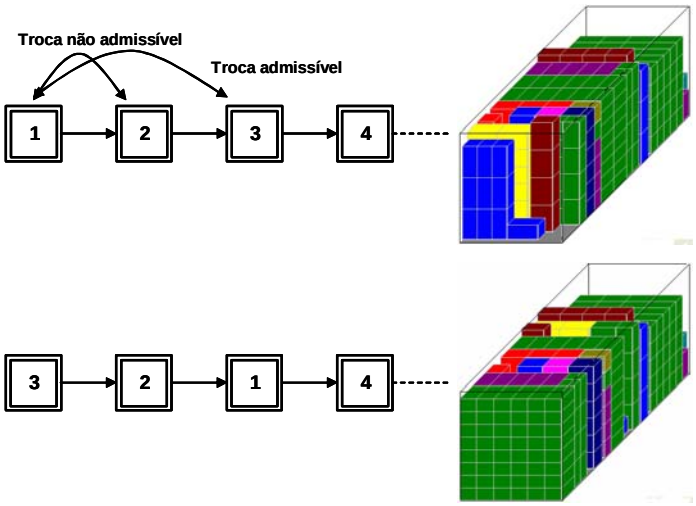

Figura 41 - Trocas intra-rotas

De cada vez que o algoritmo efectua uma troca entre dois clientes, faz duas verificações:

1. A nova solução é admissível, isto é, se satisfaz todas as restrições do problema PREV;
2. A distância total da nova rota é inferior à distância total da rota original.

Caso estas duas condições se verifiquem, a troca é admissível. Neste caso, a ordem de visita aos clientes é alterada e os pedidos devem ser reempacotados, usando mais uma vez o algoritmo G&RMod de empacotamento para a nova rota. Em seguida é executado o algoritmo "*verificação da satisfação dos clientes*" (Figura 38). Caso todos os clientes sejam satisfeitos então o novo par rota-empacotamento é guardado, gerando-se uma nova solução. O critério de aceitação de um novo par é, a minimização do tempo total de percurso e a satisfação do cliente. Não se entra em consideração com o volume de utilização do veículo, uma vez que este não sofre alteração porque o volume total dos pedidos é o mesmo (mesmos clientes com os

mesmos pedidos). Este procedimento é efectuado para todas as rotas da solução. Pára quando na vizinhança não se encontra um novo par que minimize a função objectivo.

4.2.2.3.2 Trocas inter-rotas

Depois de terminado o procedimento de trocas intra-rotas, inicia-se uma nova pesquisa. Tal como no procedimento precedente, o objectivo é fazer uma pesquisa na vizinhança da solução corrente, procurando minimizar o tempo total das rotas. Neste segundo passo da pesquisa local, são efectuadas trocas entre as várias rotas da solução. Para cada rota todos os clientes são trocados com os clientes de cada uma das outras rotas da solução. Tal como na pesquisa anterior é seguida a regra BA – "*First accept*". Sempre que é efectuada uma troca de dois clientes entre duas rotas, o algoritmo verifica se:

1. Cada uma das novas rotas satisfaz as restrições do problema PREV;
2. Existe uma minimização dos tempos totais das duas rotas;

Caso estas duas condições se verifiquem, então a troca é admissível (Figura 42) e são feitos novos empacotamentos para cada uma das novas rotas, criando-se novos pares. Para que a nova solução seja considerada melhor, o somatório dos tempos totais das duas rotas novas deve ser inferior ao somatório dos tempos totais das duas rotas originais.

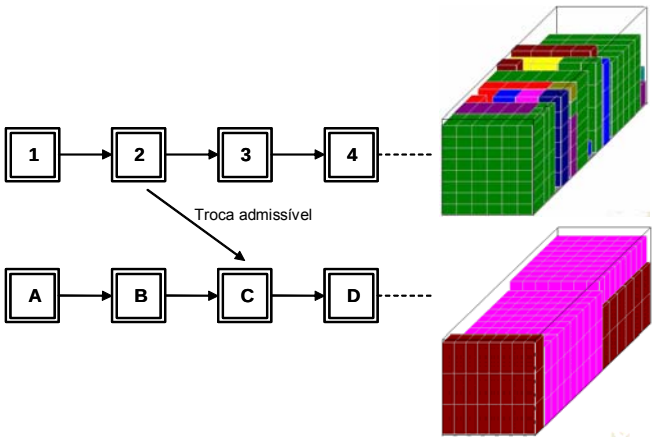

Figura 42 - Trocas inter-rotas

Em seguida é executado o algoritmo de "*verificação da satisfação dos clientes*" (Figura 38) para cada um dos novos pares. Se todos os clientes forem satisfeitos, os novos pares são guardados, obtendo-se uma nova solução. Neste passo o critério de aceitação de uma solução é a minimização do somatório dos tempos totais das duas rotas e a satisfação dos clientes. Numa solução nova, cada uma das rotas passa a ter novos clientes, logo nos veículos existem pedidos diferentes. Isto implica empacotamentos diferentes (Figura 43).

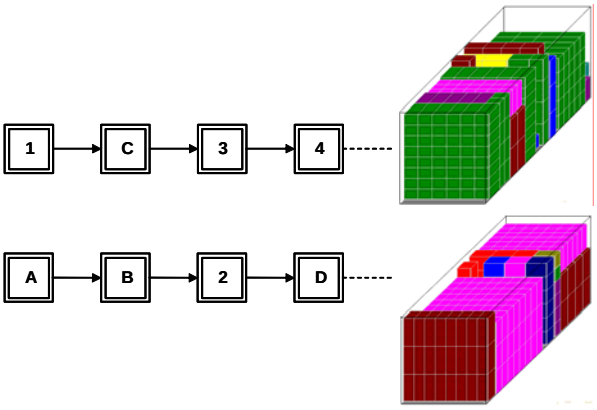

Figura 43 - Resultado da troca inter-rota

Neste caso os volumes de utilização de cada um dos veículos vão ser alterados. Mas o volume de utilização total dos dois veículos é o mesmo, uma vez que se mantém o volume total dos pedidos das duas rotas. Por este motivo e tal como no passo anterior não faz sentido introduzir o volume de utilização como condição no critério de aceitação. Em qualquer um dos passos (trocas intra e inter-rotas) como os volumes totais dos pedidos são sempre iguais e a frota é homogénea, então os volumes de utilização totais mantém-se.

4.3 Problemas de teste

A integração dos dois problemas VRPTW e CLP, desenvolvida neste trabalho, é um estudo pioneiro. Por isso surge a necessidade de criar problemas para testar as abordagens desenvolvidas.

No início deste estudo definiu-se que o objectivo era resolver problemas com poucos clientes e uniformemente distribuídos. Além disso, os pedidos dos clientes seriam fracamente heterogéneos. Foram testados para o VRPTW os problemas criados por Solomon (R1, R2) e para o CLP os problemas fracamente heterogéneos (BR2) criados por Bischoff e Ratcliff (secção 2.2.3 e secção 3.2.3 respectivamente). Estes problemas estão descritos no Capítulo 2 e no Capítulo 3 (secção 2.2.3 e secção 3.2.3 respectivamente). Para testar as abordagens anteriormente descritas criamos problemas de teste para o PREV. Para isso desenvolvemos um gerador de problemas que combina as características de cada um dos problemas de teste de Solomon e Bischoff e Ratcliff. Geraram-se duas classes de novos problemas, a classe I1 e a classe I2. A classe I1 é um conjunto de problemas cujos clientes têm a distribuição geográfica, as janelas temporais e a capacidade máxima (peso máximo) admitida pelos veículos, dos problemas R1 de Solomon. E a classe I2 é um conjunto de problemas cujos clientes têm a distribuição geográfica, as janelas temporais e a capacidade máxima (peso máximo) admitida pelos veículos, dos problemas R2 de Solomon. Qualquer uma destas duas classes tem o número de

tipos de caixas e respectivas dimensões correspondentes aos problemas BR2 de Bischoff e Ratcliff.

Para cada instância, o pedido de cada cliente foi gerado proporcionalmente ao número médio de tipos de caixas existentes em BR2. Além disso o número de caixas por cada tipo foi substancialmente incrementado, relativamente ao problema BR2.

Foram criados dois grupos diferentes para cada classe:

1. Poucos pedidos por cliente – em média 42 caixas por pedido. Nestas instâncias os pedidos variam entre 30 a 80 caixas de 1 a 5 tipos de caixa por pedido, num total de 1050 caixas dos cinco tipos de caixa diferentes.
2. Muitos pedidos por cliente – em média 62 caixas por pedido. Nestas instâncias os pedidos variam entre 50 a 100 caixas de 1 a 5 tipos de caixa por pedido, num total de 1550 caixas dos cinco tipos de caixa diferentes.

O resultado foram quarenta e seis instâncias divididas em:

- Vinte e quatro pertencentes à classe I1:
  - Doze instâncias com poucos pedidos por cliente.
  - Doze instâncias com muitos pedidos por cliente.
- Vinte e dois pertencentes à classe I2:
  - Onze instâncias com poucos pedidos por cliente.
  - Onze instâncias com muitos pedidos por cliente.

Para se ter uma ideia do número de contentores necessários para empacotar cada uma destas duas quantidades totais de caixas fracamente heterogéneas (1050 e 1550), foi usada a abordagem G&RModGRASP para duas instâncias. Os resultados são apresentados na Figura 44, para o caso de poucos pedidos por cliente e na Figura 45, para muitos pedidos por clientes.

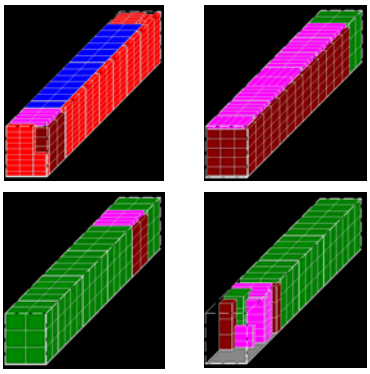

Figura 44 - Empacotamento de poucos pedidos por cliente

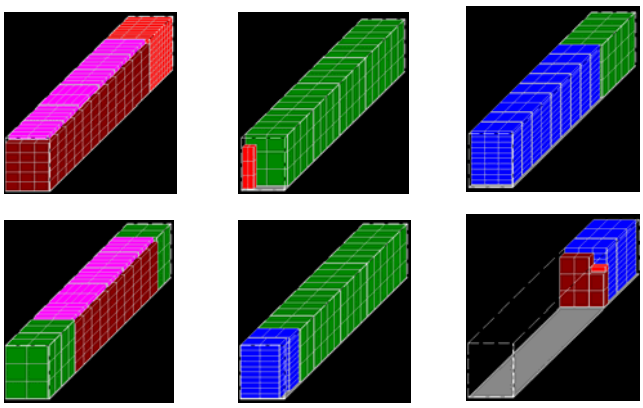

Figura 45 - Empacotamento de muitos pedidos por cliente

Para poucos pedidos por cliente são necessários quatro veículos para expedir a totalidade da carga. O que significa que o número mínimo de rotas para este grupo é quatro. No caso dos problemas com muitos pedidos por cliente, são necessários seis veículos. Neste caso, o número mínimo de rotas será de seis.

4.4 Testes e resultados computacionais

Testaram-se as abordagens integradas com as quarenta e seis instâncias descritas na secção anterior. Uma vez que não existem referências bibliográficas que nos permitam comparar resultados, na secção 4.4.1 comparam-se os resultados obtidos com as sete abordagens integradas. Isto é, com a abordagem IntegMC, IntegLS e as cinco variantes da abordagem IntegGRASP. Em seguida na secção 4.4.2 estes resultados são comparados com os resultados obtidos quando os problemas I1 e I2 são resolvidos separadamente. Ou seja, utilizando a abordagem CompGRASP e a abordagem G&RModGRASP. Também aqui são usadas as cinco variantes da abordagem CompGRASP, correspondendo às diferentes ordenações: Menor janela temporal, Maior distância menor janela temporal, Menor distância menor janela temporal, Maior distância e Menor distância. Tanto os resultados do problema PREV como do VRPTW são apresentados em termos de número de veículos e distância total percorrida (ou tempo total de percurso).

Para as duas classes de problemas I1 e I2, os resultados do empacotamento para poucos e muitos pedidos por clientes, é dado em termos de número de veículos necessários e a média do volume de utilização por veículo.

4.4.1 Comparação dos resultados das abordagens integradas

Nas tabelas seguintes (Tabela 17, Tabela 18, Tabela 19 e Tabela 20) são apresentados todos os resultados obtidos com cada uma das abordagens do problema PREV. Fazendo uma análise genérica, verifica-se que os tempos totais

das rotas para as abordagens simultâneas são sempre muito superiores aos tempos obtidos com a abordagem hierárquica. Isto deve-se ao carácter construtivo desta última abordagem. Uma vez que nos métodos simultâneos são relaxadas algumas restrições. Por exemplo, um cliente pode ser visitado por mais do que um veículo, ou é permitido que um veículo retorne ao mesmo cliente para descarregar a totalidade da carga. Isto implica um aumento do tempo total das rotas. Além disso, na abordagem hierárquica a dominância da resolução dos problemas de planeamento de rotas sobre o empacotamento dos pedidos é significativa, uma vez que são primeiro criadas as rotas sem ter em consideração o empacotamento e só posteriormente é que este é executado.

De uma maneira geral, os melhores resultados são obtidos com as abordagens integradas que utilizam a meta-heurística GRASP, tanto na abordagem simultânea (IntegGRASP) como na hierárquica (HierarqVRPTWCLP). Podemos considerar que os valores destas duas abordagens se completam em termos de número de veículos, uma vez que dependendo do problema os melhores resultados são obtidos ora com uma delas ora com outra. Se por acaso for dada preferência ao tempo total das rotas então a melhor abordagem é a HierarqVRPTWCLP.

Considerando que uma solução óptima é aquela cujo número de veículos iguala o número de veículos necessário para empacotar a totalidade da carga do problema em questão, analisando as tabelas de resultados podemos constatar que é obtida a solução óptima em alguns problemas, tanto com a abordagem IntegGRASP como com a HierarqVRPTWCLP.

I1 - 25 cli	IntegMC	IntegLS	IntegGRASP NºVeic / Dist					HierarqVRPTWCLP NºVeic / Dist				
Probl / Ord	NºVeic / Dist (Iteração)	NºVeic / Dist	JT	MaiorDMenorJT	MenorDMenorJT	MaiorDist	MenorDist	JT	MaiorDMenorJT	MenorDMenorJT	MaiorDist	MenorDist
1	11 / 1753.19 (3727)	10 / 1672.92	10 / 1711.34	10 / 1626.27	10/ 1721.18	10 / 1654.67	10 / 1643.11	9 / 762.59	11 / 743.32	12 / 799.74	11 / 790.32	13 / 852.71
2	9 / 1611.22 (1119)	9 / 1612.07	9 / 1617.70	9 / 1539.91	9 / 1563.51	8 / 1431.97	9 / 1589.75	11 / 944.44	8 / 675.24	13 / 892.88	11 / 895.69	14 / 965.25
3	8 / 1510.29 (390)	7 / 1417.82	6 / 1250.86	7 / 1340.16	7 / 1302.05	7 / 1304.58	7 / 1287.11	8 / 754.27	8 / 673.38	10 / 803.88	9 / 720.48	11 / 789.20
4	7 / 1283.18 (248)	6 / 1234.09	6 / 1212.51	6 / 1153.22	6 / 1184.20	6 / 1064.55	6 / 1230.86	6 / 804.14	8 / 671.68	8 / 667.21	6 / 605.72	8 / 694.48
5	9 / 1466.37 (2832)	9 / 1557.28	9 / 1562.02	9 / 1432.31	9 / 1448.57	9 / 1527.15	9 / 1398.47	10 / 815.36	10 / 742.56	11 / 786.02	11 / 795.61	11 / 775.39
6	8 / 1484.77 (3717)	7 / 1383.99	7 / 1273.26	7 / 1337.99	7 / 1301.29	7 / 1233.27	7 / 1262.35	7 / 757.08	8 / 679.49	11 / 860.02	9 / 705.27	10 / 799.67
7	7 / 1348.90 (3137)	7 / 1299.04	6 / 1227.40	6 / 1177.89	7 / 1195.26	6 / 1108.67	6 / 1145.11	7 / 901.80	8 / 679.91	8 / 677.07	9 / 705.05	8 / 677.07
8	6 / 1121.81 (2927)	6 / 1182.09	6 / 1158.76	6 / 1043.36	6 / 1138.08	6 / 1089.29	6 / 1104.82	6 / 785.95	7 / 696.04	8 / 649.04	5 / 397.19	7 / 646.03
9	7 / 1243.00 (3918)	8 / 1288.45	7 / 1270.07	6 / 1050.70	7 / 1306.71	7 / 1118.01	7 / 1262.49	7 / 820.17	7 / 673.77	10 / 827.83	7 / 700.96	8 / 621.48
10	7 / 1231.02 (1820)	7 / 1176.75	6 / 1098.71	6 / 1042.40	6 / 1069.83	6 / 1129.22	7 / 1128.64	7 / 753.01	8 / 697.67	9 / 711.18	6 / 578.36	8 / 706.20
11	7 / 1272.50 (506)	6 / 1217.32	7 / 1198.02	7 / 1237.03	7 / 1269.96	6 / 1128.55	6 / 1170.30	7 / 851.45	8 / 691.08	9 / 758.48	7 / 627.67	10 / 747.09
12	6 / 1049.39 (35)	6 / 1044.79	6 / 1070.44	6 / 1006.57	5 / 980.97	6 / 950.13	6 / 966.18	6 / 803.62	7 / 698.98	12 / 786.74	6 / 698.39	7 / 631.49

Tabela 17 - Comparação resultados: I1 poucos pedidos por cliente

I1 - 25 cli	IntegMC	IntegLS	IntegGRASP NºVeic / Dist					HierarqVRPTWCLP NºVeic / Dist				
Probl / Ord	NºVeic / Dist (Iteração)	NºVeic / Dist	JT	MaiorDMenorJT	MenorDMenorJT	MaiorDist	MenorDist	JT	MaiorDMenorJT	MenorDMenorJT	MaiorDist	MenorDist
1	11 / 1803.41 (3429)	11 / 1826.68	13 / 2089.69	10 / 1675.65	11 / 1822.68	12 / 1800.76	12 / 1853.53	9 / 823.04	12 / 871.39	14 / 972.74	14 / 920.31	15 / 949.24
2	11 / 1903.93 (1)	10 / 1860.83	9 / 1622.59	9 / 1624.37	9 / 1668.11	10 / 1740.39	10 / 1700.47	11 / 927.17	11 / 897.44	14 / 905.00	11 / 771.40	14 / 1017.89
3	8 / 1556.54 (2020)	8 / 1626.45	8 / 1380.53	8 / 1481.73	8 / 1478.13	8 / 1463.66	7 / 1451.39	10 / 970.26	9 / 706.74	10 / 856.51	9 / 702.87	10 / 856.51
4	8 / 1427.30 (841)	8 / 1433.91	8 / 1405.80	8 / 1385.51	8 / 1264.79	7 / 1221.44	7 / 1252.98	8 / 844.66	10 / 741.33	10 / 761.16	8 / 524.96	10 / 675.25
5	10 / 1617.84 (1179)	10 / 1604.76	10 / 1675.86	10 / 1532.44	11 / 1619.15	11 / 1587.78	10 / 1648.78	12 / 864.48	12 / 838.32	13 / 889.43	13 / 861.41	13 / 829.06
6	9 / 1605.89 (2524)	8 / 1576.10	8 / 1476.54	9 / 1525.28	9 / 1512.84	9 / 1489.78	8 / 1470.08	14 / 1109.74	10 / 697.66	12 / 889.18	11 / 805.78	12 / 889.18
7	8 / 1586.18 (84)	8 / 1379.38	8 / 1381.41	8 / 1400.20	7 / 1398.36	8 / 1348.86	7 / 1378.36	9 / 944.26	10 / 754.90	10 / 838.35	12 / 847.45	10 / 838.35
8	8 / 1320.58 (349)	7 / 1331.92	7 / 1303.89	8 / 1283.48	7 / 1243.19	7 / 1187.52	7 / 1195.51	9 / 103537	9 / 699.52	10 / 717.10	8 / 593.30	10 / 717.10
9	8 / 1271.75 (589)	9 / 1382.43	8 / 1359.87	8 / 1251.53	8 / 1366.81	8 / 1228.80	8 / 1246.38	15 / 1202.91	6 / 625.91	10 / 855.61	8 / 664.33	7 / 666.07
10	8 / 1319.04 (4958)	8 / 1282.37	8 / 1298.79	8 / 1214.00	8 / 1126.86	8 / 1200.74	7 / 1235.62	8 / 673.16	9 / 751.07	9 / 700.00	10 / 719.90	9 / 700.00
11	8 / 1312.92 (2495)	8 / 1470.89	8 / 1502.61	8 / 1388.52	8 / 1358.64	8 / 1298.00	7 / 1293.95	10 / 1023.30	8 / 605.31	10 / 885.02	8 / 550.00	10 / 885.02
12	7 / 1379.83 (521)	7 / 1205.18	8 / 1377.93	7 / 1202.61	7 / 1086.82	7 / 1069.11	7 / 1123.28	8 / 844.40	9 / 763.45	13 / 879.69	9 / 691.47	9 / 660.59

Tabela 18 - Comparação resultados: I1 muitos pedidos por cliente

I2 - 25 cli	IntegMC	IntegLS	IntegGRASP NºVeic / Dist					HierarqVRPTWCLP NºVeic / Dist				
Probl / Ord	NºVeic / Dist (Iteração)	NºVeic / Dist	JT	MaiorDMenorJT	MenorDMenorJT	MaiorDist	MenorDist	JT	MaiorDMenorJT	MenorDMenorJT	MaiorDist	MenorDist
1	7 / 3350.03 (34)	6 / 3460.96	5 / 2668.55	6 / 3458.88	6 / 3180.87	6 / 3242.23	6 / 3052.05	14 / 1105.19	7 / 692.16	8 / 842.73	7 / 935.75	8 / 842.03
2	6 / 3732.38 (13)	6 / 3745.91	5 / 2555.26	6 / 3558.75	5 / 3126.48	6 / 3388.30	6 / 3248.94	12 / 987.27	9 / 813.95	9 / 835.58	7 / 644.90	8 / 844.09
3	5 / 3498.78 (382)	6 / 3802.06	5 / 2526.11	5 / 3324.22	5 / 3288.81	5 / 2928.99	5 / 2875.46	11 / 1038.27	10 / 859.35	9 / 742.73	6 / 646.22	8 / 726.39
4	5 / 2375.94 (2036)	5 / 2525.06	5 / 1953.67	5 / 2729.68	5 / 2074.53	5 / 2364.58	5 / 2220.89	10 / 1091.51	15 / 958.82	14 / 853.43	6 / 660.74	15 / 1022.59
5	6 / 2868.47 (2)	6 / 2874.70	5 / 2647.03	6 / 2823.35	6 / 2615.71	5 / 2443.93	5 / 2568.01	17 / 1129.44	8 / 864.70	5 / 635.96	5 / 640.96	5 / 635.96
6	6 / 3156.67 (30)	5 / 3286.00	5 / 2394.25	5 / 2831.04	6 / 3134.16	5 / 2907.20	5 / 2925.39	14 / 1128.91	10 / 779.28	9 / 677.32	7 / 662.85	9 / 864.10
7	5 / 2902.58 (186)	5 / 2734.85	5 / 2187.27	5 / 2773.78	5 / 3111.19	5 / 2563.57	5 / 2887.24	11 / 997.21	11 / 1144.90	10 / 935.50	7 / 778.00	8 / 817.26
8	5 / 2072.25 (92)	5 / 2242.90	5 / 1804.70	5 / 1991.56	5 / 2013.08	5 / 2113.14	5 / 1868.44	9 / 903.80	10 / 739.33	9 / 741.28	4 / 472.35	9 / 682.86
9	5 / 2316.86 (32)	5 / 2364.72	5 / 2351.13	5 / 2486.56	5 / 2454.71	5 / 2350.55	5 / 2440.93	13 / 1073.35	10 / 804.56	9 / 764.54	5 / 674.01	7 / 640.55
10	5 / 3056.37 (39)	5 / 2840.82	5 / 3063.39	5 / 2948.08	5 / 2680.64	6 / 3334.28	5 / 2787.85	13 / 1058.32	8 / 666.28	7 / 713.85	5 / 753.04	6 / 749.10
11	5 / 2232.80 (2568)	5 / 2240.92	5 / 2076.89	5 / 2180.60	5 / 2385.62	5 / 2120.36	5 / 2049.39	13 / 1005.83	17 / 1260.46	9 / 792.93	8 / 714.51	6 / 536.68

Tabela 19 - Comparação resultados: I2 poucos pedidos por cliente

I2 - 25 cli	IntegMC	IntegLS	IntegGRASP NºVeic / Dist					HierarqVRPTWCLP NºVeic / Dist				
Probl / Ord	NºVeic / Dist (Iteração)	NºVeic / Dist	JT	MaiorDMenorJT	MenorDMenorJT	MaiorDist	MenorDist	JT	MaiorDMenorJT	MenorDMenorJT	MaiorDist	MenorDist
1	8 / 4087.29 (53)	8 / 3915.36	7 / 3740.55	8 / 4290.39	8 / 4181.74	8 / 4174.41	8 / 3895.85	17 / 1168.68	11 / 1025.60	12 / 896.02	8 / 710.38	11 / 924.79
2	7 / 4302.54 (5)	7 / 4033.24	7 / 3496.39	7 / 4092.10	7 / 4211.86	7 / 4088.33	7 / 4381.37	15 / 1069.66	13 / 1008.91	14 / 987.68	10 / 813.03	17 / 1091.37
3	8 / 4125.71 (2139)	7 / 4038.13	7 / 3134.62	7 / 4015.78	7 / 4093.92	8 / 4307.52	7 / 4466.30	10 / 923.09	20 / 1297.23	14 / 992.93	10 / 853.62	14 / 992.93
4	7 / 3326.76 (216)	7 / 3260.77	6 / 3814.29	7 / 3019.28	7 / 2556.46	7 / 3048.27	7 / 2536.08	12 / 1051.02	13 / 912.34	18 / 1150.27	11 / 764.30	16 / 1135.64
5	7 / 3400.67 (1201)	7 / 3400.67	7 / 3180.35	8 / 3850.73	7 / 3511.13	7 / 3468.94	7 / 3390.09	19 / 1204.52	18 / 1315.51	11 / 884.94	7 / 627.66	9 / 720.54
6	7 / 3621.70 (605)	7 / 3479.52	7 / 3115.18	7 / 3539.48	7 / 3820.80	7 / 3598.88	7 / 3733.76	16 / 1133.04	17 / 1198.08	19 / 1045.56	12 / 831.65	18 / 1023.20
7	7 / 3666.25 (434)	7 / 3378.71	7 / 2740.03	7 / 3211.93	7 / 3087.93	7 / 3206.84	7 / 3788.90	14 / 1070.33	12 / 918.35	11 / 859.87	13 / 953.88	11 / 876.48
8	7 / 3113.36 (34)	7 / 2822.71	7 / 2330.75	7 / 2455.03	7 / 2238.34	7 / 2606.30	7 / 2212.02	11 / 953.54	14 / 862.22	20 / 1198.62	11 / 703.48	20 / 1202.02
9	7 / 3094.06 (3088)	7 / 3108.10	7 / 3076.78	7 / 3055.81	7 / 2962.35	7 / 3083.32	7 / 3158.39	18 / 1189.13	18 / 1247.33	19 / 1148.51	8 / 780.93	15 / 989.20
10	7 / 4309.37 (2275)	7 / 4149.98	7 / 4081.19	7 / 3964.58	7 / 3663.32	7 / 3772.83	7 / 3512.25	16 / 1108.39	13 / 982.52	15 / 981.32	10 / 704.87	12 / 960.55
11	7 / 2858.05 (90)	7 / 2951.03	6 / 2631.39	7 / 2860.46	7 / 2900.74	7 / 3062.82	7 / 2837.53	15 / 1055.11	20 / 1383.01	19 / 1327.72	8 / 661.24	12 / 782.98

Tabela 20 - Comparação resultados: I2 muitos pedidos por cliente

4.4.2 Comparação dos resultados das abordagens integradas com as abordagens individuais

A comparação dos resultados entre as melhores abordagens integradas e os resultados com as abordagens individuais, pode ser feita consultando as Tabela 21, Tabela 22, Tabela 23 e Tabela 24.

Como seria de esperar, em qualquer dos casos o número de veículos aumenta quando se resolve o problema PREV, relativamente aos resultados dos problemas VRPTW. Este facto deve-se à interdependência existente entre os problemas VRPTW e CLP. Além disso, o número de veículos é sempre superior ou na melhor das hipóteses, igual ao número de veículos necessários para o empacotamento total da carga a distribuir. Existem casos onde resolvendo um VRPTW só são necessários dois veículos para satisfazer os clientes, mas quando se resolve o PREV o número de veículos aumenta significativamente. Este facto está relacionado com o número de veículos necessário para o empacotamento total de carga, logo, com a dominância dos problemas CLP sobre o VRPTW.

Na Figura 46 é apresentado graficamente o resultado de uma instância do conjunto de problemas I1 com poucos pedidos por cliente. Como resultado da resolução do VRPTW (Figura 46) obtêm-se cinco rotas ou seja cinco veículos. Resolvendo em seguida o problema PREV correspondente, e utilizando o mesmo tipo de ordenação dos clientes, verifica-se que é necessário mais um veículo para poder satisfazer todos os clientes (Figura 47).

Analisando os resultados obtidos para o PREV, em alguns problemas, o aproveitamento do veículo não é o melhor. Isto por comparação com o resultado do empacotamento quando resolvido só o problema CLP (Figura 44 e Figura 45). Por este motivo achamos interessante comparar estes resultados quando não se utilizam janelas temporais dos clientes, isto é, fazendo a integração do VRP simples com CLP.

I1/R1 - 25 cli	IntegMC	IntegLS	IntegGRASP NºVeic / Dist				
Probl / Ord	NºVeic / Dist (Iteração)	NºVeic / Dist	JT	MaiorDMenorJT	MenorDMenorJT	MaiorDist	MenorDist
1	11 / 1753.19 (3727)	10 / 1672.92	10 / 1711.34	10 / 1626.27	10/ 1721.18	10 / 1654.67	10 / 1643.11
2	9 / 1611.22 (1119)	9 / 1612.07	9 / 1617.70	9 / 1539.91	9 / 1563.51	8 / 1431.97	9 / 1589.75
3	8 / 1510.29 (390)	7 / 1417.82	6 / 1250.86	7 / 1340.16	7 / 1302.05	7 / 1304.58	7 / 1287.11
4	7 / 1283.18 (248)	6 / 1234.09	6 / 1212.51	6 / 1153.22	6 / 1184.20	6 / 1064.55	6 / 1230.86
5	9 / 1466.37 (2832)	9 / 1557.28	9 / 1562.02	9 / 1432.31	9 / 1448.57	9 / 1527.15	9 / 1398.47
6	8 / 1484.77 (3717)	7 / 1383.99	7 / 1273.26	7 / 1337.99	7 / 1301.29	7 / 1233.27	7 / 1262.35
7	7 / 1348.90 (3137)	7 / 1299.04	6 / 1227.40	6 / 1177.89	7 / 1195.26	6 / 1108.67	6 / 1145.11
8	6 / 1121.81 (2927)	6 / 1182.09	6 / 1158.76	6 / 1043.36	6 / 1138.08	6 / 1089.29	6 / 1104.82
9	7 / 1243.00 (3918)	8 / 1288.45	7 / 1270.07	6 / 1050.70	7 / 1306.71	7 / 1118.01	7 / 1262.49
10	7 / 1231.02 (1820)	7 / 1176.75	6 / 1098.71	6 / 1042.40	6 / 1069.83	6 / 1129.22	7 / 1128.64
11	7 / 1272.50 (506)	6 / 1217.32	7 / 1198.02	7 / 1237.03	7 / 1269.96	6 / 1128.55	6 / 1170.30
12	6 / 1049.39 (35)	6 / 1044.79	6 / 1070.44	6 / 1006.57	5 / 980.97	6 / 950.13	6 / 966.18

HierarqVRPTWCLP NºVeic / Dist					G&RModGRASP	CompGRASP NºVeic / Dist				
JT	MaiorDMenorJT	MenorDMenorJT	MaiorDist	MenorDist	NºVeic / VolUtil	JT	MaiorDMenorJT	MenorDMenorJT	MaiorDist	MenorDist
9 / 762.59	11 / 743.32	12 / 799.74	11 / 790.32	13 / 852.71	4 / 93.75	8 / 752.61	8 / 725.30	7 / 735.40	11 / 781.20	13 / 907.40
11 / 944.44	8 / 675.24	13 / 892.88	11 / 895.69	14 / 965.25		7 / 734.58	7 / 734.50	8 / 777.70	8 / 666.38	14 / 965.20
8 / 754.27	8 / 673.38	10 / 803.88	9 / 720.48	11 / 789.20		7 / 748.97	6 / 728.79	8 / 810.45	5 / 510.91	10 / 803.88
6 / 804.14	8 / 671.68	8 / 667.21	6 / 605.72	8 / 694.48		6 / 733.82	6 / 690.25	7 / 787.42	6 / 558.70	8 / 694.48
10 / 815.36	10 / 742.56	11 / 786.02	11 / 795.61	11 / 775.39		7 / 758.49	7 / 762.10	7 / 758.49	6 / 593.89	11 / 772.20
7 / 757.08	8 / 679.49	11 / 860.02	9 / 705.27	10 / 799.67		6 / 705.28	6 / 705.28	6 / 794.04	9 / 681.13	11 / 860.02
7 / 901.80	8 / 679.91	8 / 677.07	9 / 705.05	8 / 677.07		6 / 796.36	6 / 743.06	7 / 821.47	6 / 588.67	8 / 677.07
6 / 785.95	7 / 696.04	8 / 649.04	5 / 397.19	7 / 646.03		6 / 799.33	5 / 695.28	7 / 735.45	5 / 521.92	7 / 646.03
7 / 820.17	7 / 673.77	10 / 827.83	7 / 700.96	8 / 621.48		6 / 753.57	7 / 878.59	6 / 753.85	5 / 568.32	8 / 703.02
7 / 753.01	8 / 697.67	9 / 711.18	6 / 578.36	8 / 706.20		6 / 704.13	6 / 757.23	6 / 704.13	5 / 534.40	7 / 653.07
7 / 851.45	8 / 691.08	9 / 758.48	7 / 627.67	10 / 747.09		6 / 722.20	6 / 722.20	6 / 686.38	6 / 564.02	9 / 758.48
6 / 803.62	7 / 698.98	12 / 786.74	6 / 698.39	7 / 631.49		5 / 634.30	6 / 784.30	5 / 646.66	5 / 539.75	5 / 553.49

Tabela 21 - Resultados R1/I1 com poucos pedidos por cliente

I1/R1 - 25 cli	IntegMC	IntegLS	IntegGRASP NºVeic / Dist				
Probl / Ord	NºVeic / Dist (Iteração)	NºVeic / Dist	JT	MaiorDMenorJT	MenorDMenorJT	MaiorDist	MenorDist
1	11 / 1803.41 (3429)	11 / 1826.68	13 / 2089.69	10 / 1675.65	11 / 1822.68	12 / 1800.76	12 / 1853.53
2	11 / 1903.93 (1)	10 / 1860.83	9 / 1622.59	9 / 1624.37	9 / 1668.11	10 / 1740.39	10 / 1700.47
3	8 / 1556.54 (2020)	8 / 1626.45	8 / 1380.53	8 / 1481.73	8 / 1478.13	8 / 1463.66	7 / 1451.39
4	8 / 1427.30 (841)	8 / 1433.91	8 / 1405.80	8 / 1385.51	8 / 1264.79	7 / 1221.44	7 / 1252.98
5	10 / 1617.84 (1179)	10 / 1604.76	10 / 1675.86	10 / 1532.44	11 / 1619.15	11 / 1587.78	10 / 1648.78
6	9 / 1605.89 (2524)	8 / 1576.10	8 / 1476.54	9 / 1525.28	9 / 1512.84	9 / 1489.78	8 / 1470.08
7	8 / 1586.18 (84)	8 / 1379.38	8 / 1381.41	8 / 1400.20	7 / 1398.36	8 / 1348.86	7 / 1378.36
8	8 / 1320.58 (349)	7 / 1331.92	7 / 1303.89	8 / 1283.48	7 / 1243.19	7 / 1187.52	7 / 1195.51
9	8 / 1271.75 (589)	9 / 1382.43	8 / 1359.87	8 / 1251.53	8 / 1366.81	8 / 1228.80	8 / 1246.38
10	8 / 1319.04 (4958)	8 / 1282.37	8 / 1298.79	8 / 1214.00	8 / 1126.86	8 / 1200.74	7 / 1235.62
11	8 / 1312.92 (2495)	8 / 1470.89	8 / 1502.61	8 / 1388.52	8 / 1358.64	8 / 1298.00	7 / 1293.95
12	7 / 1379.83 (521)	7 / 1205.18	8 / 1377.93	7 / 1202.61	7 / 1086.82	7 / 1069.11	7 / 1123.28

HierarqVRPTWCLP NºVeic / Dist					G&RModGRASP	CompGRASP NºVeic / Dist				
JT	MaiorDMenorJT	MenorDMenorJT	MaiorDist	MenorDist	NºVeic / VolUtil	JT	MaiorDMenorJT	MenorDMenorJT	MaiorDist	MenorDist
9 / 823.04	12 / 871.39	14 / 972.74	14 / 920.31	15 / 949.24	6 / 84.00	8 / 752.61	8 / 725.30	7 / 735.40	11 / 781.20	13 / 907.40
11 / 927.17	11 / 897.44	14 / 905.00	11 / 771.40	14 / 1017.89		7 / 734.58	7 / 734.50	8 / 777.70	8 / 666.38	14 / 965.20
10 / 970.26	9 / 706.74	10 / 856.51	9 / 702.87	10 / 856.51		7 / 748.97	6 / 728.79	8 / 810.45	5 / 510.91	10 / 803.88
8 / 844.66	10 / 741.33	10 / 761.16	8 / 524.96	10 / 675.25		6 / 733.82	6 / 690.25	7 / 787.42	6 / 558.70	8 / 694.48
12 / 864.48	12 / 838.32	13 / 889.43	13 / 861.41	13 / 829.06		7 / 758.49	7 / 762.10	7 / 758.49	6 / 593.89	11 / 772.20
14 / 1109.74	10 / 697.66	12 / 889.18	11 / 805.78	12 / 889.18		6 / 705.28	6 / 705.28	6 / 794.04	9 / 681.13	11 / 860.02
9 / 944.26	10 / 754.90	10 / 838.35	12 / 847.45	10 / 838.35		6 / 796.36	6 / 743.06	7 / 821.47	6 / 588.67	8 / 677.07
9 / 103537	9 / 699.52	10 / 717.10	8 / 593.30	10 / 717.10		6 / 799.33	5 / 695.28	7 / 735.45	5 / 521.92	7 / 646.03
15 / 1202.91	6 / 625.91	10 / 855.61	8 / 664.33	7 / 666.07		6 / 753.57	7 / 878.59	6 / 753.85	5 / 568.32	8 / 703.02
8 / 673.16	9 / 751.07	9 / 700.00	10 / 719.90	9 / 700.00		6 / 704.13	6 / 757.23	6 / 704.13	5 / 534.40	7 / 653.07
10 / 1023.30	8 / 605.31	10 / 885.02	8 / 550.00	10 / 885.02		6 / 722.20	6 / 722.20	6 / 686.38	6 / 564.02	9 / 758.48
8 / 844.40	9 / 763.45	13 / 879.69	9 / 691.47	9 / 660.59		5 / 634.30	6 / 784.30	5 / 646.66	5 / 539.75	5 / 553.49

Tabela 22 - Resultados R1/I1 com muitos pedidos por cliente

I2/R2 - 25 cli	IntegMC	IntegLS	IntegGRASP NºVeic / Dist				
Probl / Ord	NºVeic / Dist (Iteração)	NºVeic / Dist	JT	MaiorDMenorJT	MenorDMenorJT	MaiorDist	MenorDist
1	7 / 3350.03 (34)	6 / 3460.96	5 / 2668.55	6 / 3458.88	6 / 3180.87	6 / 3242.23	6 / 3052.05
2	6 / 3732.38 (13)	6 / 3745.91	5 / 2555.26	6 / 3558.75	5 / 3126.48	6 / 3388.30	6 / 3248.94
3	5 / 3498.78 (382)	6 / 3802.06	5 / 2526.11	5 / 3324.22	5 / 3288.81	5 / 2928.99	5 / 2875.46
4	5 / 2375.94 (2036)	5 / 2525.06	5 / 1953.67	5 / 2729.68	5 / 2074.53	5 / 2364.58	5 / 2220.89
5	6 / 2868.47 (2)	6 / 2874.70	5 / 2647.03	6 / 2823.35	6 / 2615.71	5 / 2443.93	5 / 2568.01
6	6 / 3156.67 (30)	5 / 3286.00	5 / 2394.25	5 / 2831.04	6 / 3134.16	5 / 2907.20	5 / 2925.39
7	5 / 2902.58 (186)	5 / 2734.85	5 / 2187.27	5 / 2773.78	5 / 3111.19	5 / 2563.57	5 / 2887.24
8	5 / 2072.25 (92)	5 / 2242.90	5 / 1804.70	5 / 1991.56	5 / 2013.08	5 / 2113.14	5 / 1868.44
9	5 / 2316.86 (32)	5 / 2364.72	5 / 2351.13	5 / 2486.56	5 / 2454.71	5 / 2350.55	5 / 2440.93
10	5 / 3056.37 (39)	5 / 2840.82	5 / 3063.39	5 / 2948.08	5 / 2680.64	6 / 3334.28	5 / 2787.85
11	5 / 2232.80 (2568)	5 / 2240.92	5 / 2076.89	5 / 2180.60	5 / 2385.62	5 / 2120.36	5 / 2049.39

HierarqVRPTWCLP NºVeic / Dist					G&RModGRASP	CompGRASP NºVeic / Dist				
JT	MaiorDMenorJT	MenorDMenorJT	MaiorDist	MenorDist	NºVeic / VolUtil	JT	MaiorDMenorJT	MenorDMenorJT	MaiorDist	MenorDist
14 / 1105.19	7 / 692.16	8 / 842.73	7 / 935.75	8 / 842.03		2 / 878.40	2 / 747.90	2 / 733.90	5 / 618.20	7 / 737.50
12 / 987.27	9 / 813.95	9 / 835.58	7 / 644.90	8 / 844.09		2 / 653.30	2 / 798.10	3 / 766.90	6 / 597.10	7 / 711.90
11 / 1038.27	10 / 859.35	9 / 742.73	6 / 646.22	8 / 726.39		2 / 876.74	3 / 784.34	3 / 831.74	4 / 512.28	4 / 560.07
10 / 1091.51	15 / 958.82	14 / 853.43	6 / 660.74	15 / 1022.59		2 / 913.01	3 / 722.13	3 / 718.26	4 / 544.75	5 / 576.40
17 / 1129.44	8 / 864.70	5 / 635.96	5 / 640.96	5 / 635.96		2 / 787.16	2 / 749,74	2 / 753.98	3 / 529.05	4 / 511.31
14 / 1128.91	10 / 779.28	9 / 677.32	7 / 662.85	9 / 864.10	4 / 93.75	2 / 857.37	2 / 717.35	2 / 795.58	4 / 542.89	4 / 560.27
11 / 997.21	11 / 1144.90	10 / 935.50	7 / 778.00	8 / 817.26		2 / 858.82	2 / 730.16	2 / 796.63	3 / 554.47	4 / 867.35
9 / 903.80	10 / 739.33	9 / 741.28	4 / 472.35	9 / 682.86		2 / 830.25	2 / 666.10	3 / 697.96	4 / 544.51	3 / 508.00
13 / 1073.35	10 / 804.56	9 / 764.54	5 / 674.01	7 / 640.55		2 / 858.64	2 / 741.18	2 / 781.92	3 / 564.33	3 / 518.97
13 / 1058.32	8 / 666.28	7 / 713.85	5 / 753.04	6 / 749.10		2 / 836.40	2 / 737.46	2 / 746.56	4 / 605.39	4 / 599.48
13 / 1005.83	17 / 1260.46	9 / 792.93	8 / 714.51	6 / 536.68		2 / 776.10	2 / 754.94	2 / 759.78	2 / 463.86	2 / 475.32

Tabela 23 - Resultados R2/I2 com poucos pedidos por cliente

I2/R2 - 25 cli	IntegMC	IntegLS	IntegGRASP NºVeic / Dist				
Probl / Ord	NºVeic / Dist (Iteração)	NºVeic / Dist	JT	MaiorDMenorJT	MenorDMenorJT	MaiorDist	MenorDist
1	8 / 4087.29 (53)	8 / 3915.36	7 / 3740.55	8 / 4290.39	8 / 4181.74	8 / 4174.41	8 / 3895.85
2	7 / 4302.54 (5)	7 / 4033.24	7 / 3496.39	7 / 4092.10	7 / 4211.86	7 / 4088.33	7 / 4381.37
3	8 / 4125.71 (2139)	7 / 4038.13	7 / 3134.62	7 / 4015.78	7 / 4093.92	8 / 4307.52	7 / 4466.30
4	7 / 3326.76 (216)	7 / 3260.77	6 / 3814.29	7 / 3019.28	7 / 2556.46	7 / 3048.27	7 / 2536.08
5	7 / 3400.67 (1201)	7 / 3400.67	7 / 3180.35	8 / 3850.73	7 / 3511.13	7 / 3468.94	7 / 3390.09
6	7 / 3621.70 (605)	7 / 3479.52	7 / 3115.18	7 / 3539.48	7 / 3820.80	7 / 3598.88	7 / 3733.76
7	7 / 3666.25 (434)	7 / 3378.71	7 / 2740.03	7 / 3211.93	7 / 3087.93	7 / 3206.84	7 / 3788.90
8	7 / 3113.36 (34)	7 / 2822.71	7 / 2330.75	7 / 2455.03	7 / 2238.34	7 / 2606.30	7 / 2212.02
9	7 / 3094.06 (3088)	7 / 3108.10	7 / 3076.78	7 / 3055.81	7 / 2962.35	7 / 3083.32	7 / 3158.39
10	7 / 4309.37 (2275)	7 / 4149.98	7 / 4081.19	7 / 3964.58	7 / 3663.32	7 / 3772.83	7 / 3512.25
11	7 / 2858.05 (90)	7 / 2951.03	6 / 2631.39	7 / 2860.46	7 / 2900.74	7 / 3062.82	7 / 2837.53

HierarqVRPTWCLP NºVeic / Dist					G&RModGRASP	CompGRASP NºVeic / Dist				
JT	MaiorDMenorJT	MenorDMenorJT	MaiorDist	MenorDist	NºVeic / VolUtil	JT	MaiorDMenorJT	MenorDMenorJT	MaiorDist	MenorDist
17 / 1168.68	11 / 1025.60	12 / 896.02	8 / 710.38	11 / 924.79		2 / 878.40	2 / 747.90	2 / 733.90	5 / 618.20	7 / 737.50
15 / 1069.66	13 / 1008.91	14 / 987.68	10 / 813.03	17 / 1091.37		2 / 653.30	2 / 798.10	3 / 766.90	6 / 597.10	7 / 711.90
10 / 923.09	20 / 1297.23	14 / 992.93	10 / 853.62	14 / 992.93		2 / 876.74	3 / 784.34	3 / 831.74	4 / 512.28	4 / 560.07
12 / 1051.02	13 / 912.34	18 / 1150.27	11 / 764.30	16 / 1135.64		2 / 913.01	3 / 722.13	3 / 718.26	4 / 544.75	5 / 576.40
19 / 1204.52	18 / 1315.51	11 / 884.94	7 / 627.66	9 / 720.54		2 / 787.16	2 / 749,74	2 / 753.98	3 / 529.05	4 / 511.31
16 / 1133.04	17 / 1198.08	19 / 1045.56	12 / 831.65	18 / 1023.20	6 / 84.00	2 / 857.37	2 / 717.35	2 / 795.58	4 / 542.89	4 / 560.27
14 / 1070.33	12 / 918.35	11 / 859.87	13 / 953.88	11 / 876.48		2 / 858.82	2 / 730.16	2 / 796.63	3 / 554.47	4 / 867.35
11 / 953.54	14 / 862.22	20 / 1198.62	11 / 703.48	20 / 1202.02		2 / 830.25	2 / 666.10	3 / 697.96	4 / 544.51	3 / 508.00
18 / 1189.13	18 / 1247.33	19 / 1148.51	8 / 780.93	15 / 989.20		2 / 858.64	2 / 741.18	2 / 781.92	3 / 564.33	3 / 518.97
16 / 1108.39	13 / 982.52	15 / 981.32	10 / 704.87	12 / 960.55		2 / 836.40	2 / 737.46	2 / 746.56	4 / 605.39	4 / 599.48
15 / 1055.11	20 / 1383.01	19 / 1327.72	8 / 661.24	12 / 782.98		2 / 776.10	2 / 754.94	2 / 759.78	2 / 463.86	2 / 475.32

Tabela 24 - Resultados R2/I2 com muitos pedidos por cliente

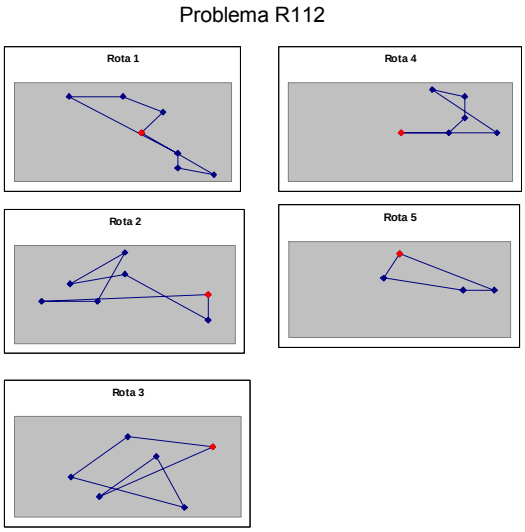

Figura 46 - VRPTW com ordenação menor janela temporal

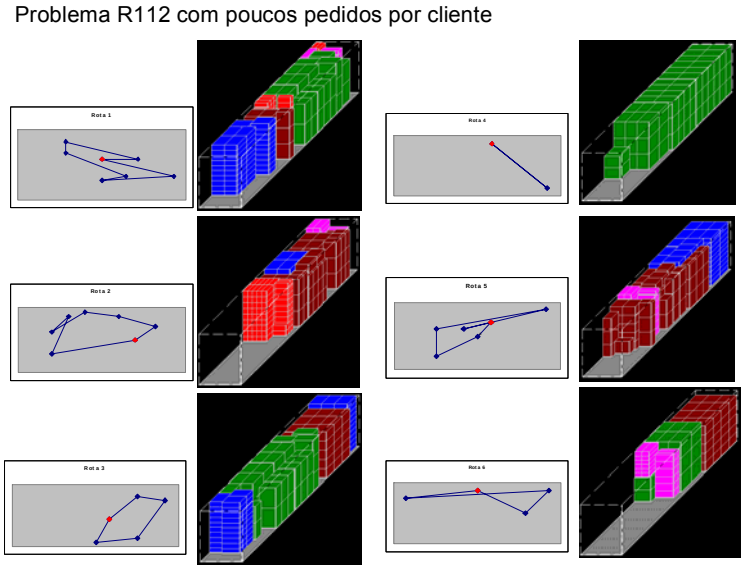

Figura 47 - Problema I112 - Abordagem HierarqVRPTWCLP

De acordo com as características dos problemas da classe R, quando se retiram as janelas temporais dos clientes ficamos só com dois problemas diferentes cada um com um período de escalonamento curto R1 e outro com um período de escalonamento longo R2. Os resultados do VRP utilizando a abordagem CompGRASP e os resultados obtidos com as abordagens integradas sem janelas temporais, são apresentados na Tabela 25 (problemas com poucos pedidos por clientes) e Tabela 26 (problemas com muitos pedidos por cliente).

25 cli	IntegMC	IntegLS	IntegGRASP NºVeic / Dist		HierarqVRPCLP NºVeic / Dist		G&RModGRASP	GRASPVRPCLP NºVeic / Dist	
Probl / Ord	NºVeic / Dist (Iteração)	NºVeic / Dist	MaiorDist	MenorDist	MaiorDist	MenorDist	NºVeic / VolUtil	MaiorDist	MenorDist
I1	5 / 1025.94 (617)	5 / 1052.00	5 / 815.34	5 / 826.59	5 / 609.63	5 / 521.33	4 / 93.75	2 / 418.21	2 / 405.16
I2	5 / 979.61 (1171)	5 / 978.33	5 / 796.79	5 / 803.10	5 / 593.66	5 / 572.12		1 / 365.57	1 / 352.97

Tabela 25 - Resultados I1 e I2 com poucos pedidos por cliente

25 cli	IntegMC	IntegLS	IntegGRASP NºVeic / Dist		HierarqVRPCLP NºVeic / Dist		G&RModGRASP	GRASPVRPCLP NºVeic / Dist	
Probl / Ord	NºVeic / Dist (Iteração)	NºVeic / Dist	MaiorDist	MenorDist	MaiorDist	MenorDist	NºVeic / VolUtil	MaiorDist	MenorDist
I1	7 / 1164.31 (54)	7 / 1091.69	7 / 920.93	7 / 914.84	7 / 727.77	7 / 784.36	6 / 84.00	2 / 418.21	2 / 405.16
I2	7 / 1107.11 (8)	7 / 1107.11	7 / 921.25	7 / 905.06	7 / 904.85	7 / 671.32		1 / 365.57	1 / 352.97

Tabela 26 - Resultados I1 e I2 com muitos pedidos por cliente

Fazendo uma análise dos resultados, verifica-se que o número de veículos diminui quando não se consideram as janelas temporais, como seria de esperar. Mas a diferença do número de veículos quando se integra o VRP/CLP e o VRPTW/CLP, não é grande. Isto deve-se exclusivamente ao volume dos pedidos dos clientes, isto é, à dominância do CLP sobre o VRP (ou VRPTW). Verifica-se também que no caso da integração VRP/CLP o volume de utilização dos veículos é superior (Figura 48 e Figura 49) - principalmente nos problemas R2 - do que na integração VRPTW/CLP. Mas este facto também era expectável uma vez que para o mesmo volume de carga se utilizam menos veículos no caso do VRP relativamente ao VRPTW (devido às janelas temporais).

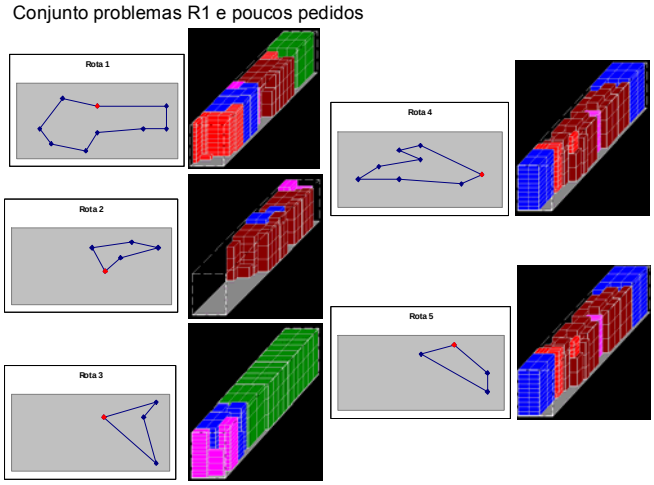

Figura 48 - Integração VRP/CLP com ordenação menor distância

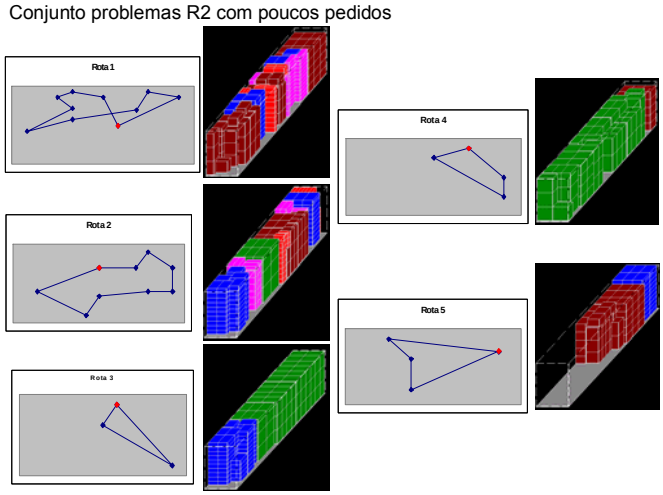

Figura 49 - Integração VRP/CLP com ordenação menor distância

Convém referir que as rotas criadas nos problemas VRP podem ter intersecções, por causa da escolha aleatória do próximo cliente (lista que contém os melhores candidatos). Logo, nem sempre é inserido o melhor cliente, e daí a existência destas

intersecções. Tal não se verifica quando criamos as rotas através de uma escolha gulosa, isto é, quando igualamos α a zero.

Capítulo 5

Conclusão

Esta dissertação está dividida em três partes fundamentais nas quais se estudaram três problemas de optimização combinatória. Iniciou com um estudo aprofundado do problema de empacotamento em contentores, para o qual foram desenvolvidas algumas abordagens e testada a sua qualidade e eficiência. Em seguida foi estudado o problema de planeamento de rotas para veículos com janelas temporais, para o qual também foi estudada uma abordagem heurística para instâncias de pequenas dimensões e feitos testes computacionais. Na última parte da dissertação, foi apresentado um novo problema, o qual denominamos por PREV – Planeamento de Rotas e Empacotamento de Veículos. O problema PREV foi descrito e feita a sua formulação matemática. Basicamente este problema não é mais do que a integração dos dois problemas combinatórios VRPTW e CLP. Por fim com vista à sua resolução foram desenvolvidas algumas abordagens heurísticas. Além disso, foram criados problemas de teste para ser possível fazer uma avaliação do desempenho das abordagens heurísticas criadas.

Este capítulo conclusivo está dividido em quatro partes. A primeira relaciona-se com as conclusões retiradas no estudo do CLP (secção 5.1). Em seguida estão descritas algumas conclusões retiradas do estudo do VRPTW (secção 5.2). Na terceira parte (secção 5.3) estão descritas as conclusões retiradas a quando o estudo do problema PREV. Para finalizar o capítulo (secção 5.4) são apresentadas algumas ideias sobre desenvolvimentos futuros.

5.1 Conclusões sobre o CLP

No capítulo relativo ao CLP, começamos por fazer uma apresentação do problema de empacotamento em contentores. Em seguida é feita uma revisão bibliográfica dos métodos de resolução deste problema. Achamos interessante e de mais fácil compreensão dividir estes métodos em dois grupos: métodos de construção e métodos de pesquisa. Dentro dos métodos construtivos existem várias abordagens publicadas. Estas abordagens estão organizadas segundo a forma pela qual as caixas são introduzidas nos contentores. Ainda dentro da revisão bibliográfica

apresentadas algumas considerações de ordem prática relativas ao CLP. Posteriormente, e uma vez que a abordagem por nós desenvolvida é baseada na heurística de George and Robinson, é feita uma descrição pormenorizada desta heurística.

A ideia passa por fazer um estudo do comportamento de algumas meta-heurísticas não populacionais, quando aplicadas à mesma heurística construtiva de geração da solução inicial. É então em primeiro lugar apresentada uma heurística construtiva designada por G&RMod, na qual o princípio construtivo é baseado na heurística de George and Robinson. Pretende-se que sem prejudicar o volume de utilização do contentor, a carga seja empacotada com o máximo de estabilidade. Além disso que seja uma abordagem robusta e flexível, ao ponto de resolver qualquer tipo de problema. Foram então feitas algumas alterações à heurística de George and Robionson original, por forma a melhorar os empacotamentos a nível de aproveitamento do espaço e principalmente de estabilidade da carga. Em seguida tendo como heurística construtiva base a heurística G&RMod, aplicamos quatro meta-heurísticas não populacionais. A qualidade de cada uma das abordagens é verificada através dos volumes de utilização obtidos para os empacotamentos e também da avaliação da estabilidade da carga.

Para testar a qualidade das abordagens fizemos dois tipos de comparações. Primeiro entre os resultados obtidos com cada uma das quatro meta-heurísticas. Quaisquer que sejam os problemas de teste os melhores resultados em termos de volume de utilização e estabilidade da carga, são obtidos com a abordagem G&RModGRASP. Curiosamente esta abordagem tem em média os menores tempos de processamento. Em seguida comparamos os resultados da melhor abordagem com outras apresentadas por outros autores. Verifica-se que o G&RModGRASP não obtém sempre os melhores resultados, quando se varia o tipo de carga, mas podemos considerar que é uma das melhores abordagens existentes ao problema CLP. De facto as abordagens existentes foram desenvolvidas especificamente para um determinado tipo de carga, isto é, ou para cargas fortemente heterogéneas ou fracamente heterogéneas. No nosso caso as abordagens foram desenvolvidas para responder com o máximo de qualidade a qualquer tipo de carga. Daí se conseguir um bom compromisso entre resultados para cargas fracamente e fortemente heterogéneas. Comparativamente o G&RModGRASP nunca é superado por uma só abordagem quando variamos o tipo de problema.

Relativamente aos resultados da estabilidade da carga empacotada, verifica-se que nenhuma das abordagens publicadas conseguem superar os resultados obtidos pelo G&RModGRASP para os dois indicadores em simultâneo. Mas muito mais importante é o facto de que as abordagens que superam os resultados do G&RModGRASP para os indicadores da estabilidade da carga, não superam os

resultados em termos de volume de utilização. A única excepção é Bischoff (2003), que tem um comportamento muito idêntico à abordagem G&RModGRASP, mas no entanto só resolve problemas fracamente heterogéneos. De qualquer forma, dentro desta gama de problemas nenhuma destas duas abordagens domina a outra. Finalmente relativamente aos tempos computacionais, as soluções são obtidas em tempos muito pequenos, mesmo no caso de problemas fortemente heterogéneos. Curiosamente esta é a primeira abordagem ao problema de Empacotamento em Contentores que utiliza a meta-heurística GRASP.

5.2 Conclusões sobre o VRPTW

Numa segunda fase desta dissertação foi estudado aprofundadamente o problema VRPTW. É efectuada uma descrição completa do problema e apresentada a respectiva formulação matemática. Em seguida é descrito o estado da arte onde as várias formas de resolução deste problema são descritas e divididas em abordagens heurísticas e meta-heurísticas. Posteriormente é desenvolvida uma heurística composta cujo objectivo é a resolução eficiente de problemas com poucos clientes e uniformemente distribuídos. A razão pela qual escolhemos criar uma abordagem que obtivesse bons resultados para este tipo de problemas, está relacionada com a posterior integração deste problema com o CLP. Isto para que a interdependência entre o VRPTW e o CLP seja grande. Foi então apresentada uma heurística composta dividida em três fases. A primeira cria uma solução à qual é aplicado um procedimento de redução do número de veículos. Por fim à solução corrente é feita uma pesquisa local. Em seguida esta heurística composta é utilizada para o desenvolvimento de um algoritmo GRASP. A fase construtiva desta nova abordagem é deixa de ser gulosa e passa a ter um certo grau de aleatoriedade. Além disso são criadas cinco versões, correspondendo cada uma delas aos cincos tipos de ordenações (dos clientes) utilizados para criação das RCL na construção das rotas.

Para testar a qualidade da abordagem desenvolvida são resolvidos os problemas de teste de Solomon e comparados os resultados com outros trabalhos da bibliografia. Para problemas com clientes uniformemente distribuídos e com um longo horizonte de escalonamento, a abordagem CompGRASP consegue melhorar a maior parte dos resultados apresentados por outros autores. Isto é quando consideramos cinquenta clientes todos os resultados são sempre superados pela abordagem CompGRASP. No caso de vinte e cinco clientes só três instâncias é que não são superadas. Quando se comparam problemas com clientes uniformemente distribuídos mas com curto horizonte de escalonamento, a abordagem CompGRASP não tem tão bom desempenho. Nestes casos tanto para problemas com vinte e cinco como com cinquenta clientes só melhora um resultado de uma das instâncias.

5.3 Conclusões sobre o problema PREV

Durante esta dissertação foi dado a conhecer um novo problema que resulta da integração dos problemas VRPTW e CLP. Esse problema (PREV) foi proposto e apresentado no decorrer deste trabalho. Primeiro foram descritas as razões que nos levaram a sentir necessidade de pensar na integração dos dois problemas. Posteriormente o problema PREV é descrito e feita a sua formulação matemática. Depois de definido o problema é necessário resolvê-lo. Então abordamos o PREV segundo duas perspectivas completamente distintas. A primeira resolve o problema de uma forma simultânea. Isto significa que o planeamento das rotas e o empacotamento dos pedidos é feito em simultâneo. São assim desenvolvidas três abordagens seguindo esta filosofia construtiva. Uma das abordagens é baseada no método de Monte Carlo (IntegMC) para a selecção candidatos, isto é dos clientes a inserir nas rotas e pedidos a empacotar nos veículos. Uma segunda abordagem, digamos que completa esta primeira, com uma pesquisa local (IntegLS). Esta pesquisa é feita à solução aleatória gerada inicialmente e implica uma melhoria da solução. Por fim a terceira abordagem é uma aplicação da meta-heurística GRASP (IntegGRASP). Também neste caso, devido às diferentes formas de ordenação dos candidatos para geração das RCL, são criadas cinco versões da abordagem IntegGRASP. Verifica-se que os resultados obtidos vão melhorando com cada uma destas três abordagens, sendo os melhores obtidos para a abordagem IntegGRASP.

A segunda ideia foi tratar o problema de uma forma hierárquica. Isto é, damos prioridade ao problema de planeamento de rotas em detrimento do problema de empacotamento em contentores. Neste caso integramos as abordagens CompGRASP e G&RMod desenvolvidas para o VRPTW e CLP, respectivamente. Em primeiro lugar são criadas todas as rotas e só posteriormente é que são empacotados os pedidos dos clientes em cada um dos veículos. É feita uma avaliação das soluções em termos de satisfação dos clientes. Isto é, parte-se do princípio que todos os clientes têm de ser satisfeitos. Nem que para isso seja necessário acrescentar mais um veículo à solução. Em seguida é feita uma tentativa para redução do número de veículos e também para diminuição do tempo total de percurso de cada um deles. Tal como na abordagem CompGRASP, são criadas cinco versões correspondendo cada uma delas aos métodos de ordenação dos clientes. Com estas cinco versões da abordagem HierarqVRPTWCLP, conseguimos em alguns casos melhorar os resultados em termos de número de veículos relativamente às abordagens anteriores. Mas de uma forma geral os tempos totais das rotas para todos os problemas é sempre muito inferior aos tempos totais obtidos com qualquer um dos métodos anteriores. A explicação para este facto é porque neste último método a construção das rotas é favorecida, uma vez que estas são criadas ignorando o problema de empacotamento e só posteriormente é que

este é considerado. Além disso, na abordagem não hierárquica algumas restrições do problema são relaxadas, tais como, o facto de um veículo poder visitar o mesmo cliente mais do que uma vez e de um cliente poder ser visitado por mais do que um veículo. Estas relaxações vão implicar um aumento do tempo de percurso.

Além do desenvolvimento de diversas abordagens para resolução do PREV e devido a este ser um estudo pioneiro, foi necessário criar problemas de teste. Os problemas criados têm as mesmas características dos problemas de teste existentes na literatura para o VRPTW e CLP. Foram criadas duas classes de problemas. Cada uma delas correspondendo às duas classes de problemas R de Solomon. Isto é, a distribuição geográfica, tempo de serviço, janelas temporais dos clientes e horizonte de escalonamento são iguais às duas classes dos problemas de Solomon. As caixas dos pedidos têm as mesmas características das caixas dos problemas BR2 de Bischoff and Ratcliff. Os pedidos de cada cliente são constituídos por caixas com volume, dimensões, quantidades e pesos. Estes dados foram gerados aleatoriamente para cada um dos clientes. Além disso existem dois grupos para cada uma das classes que correspondem à quantidade dos pedidos por cada cliente.

Os resultados das abordagens integradas são também comparados com os resultados obtidos quando resolvemos os problemas individualmente. Isto é, resolvemos um VRPTW para os clientes e um CLP para a totalidade dos pedidos a distribuir. Neste caso, considerando que uma solução é óptima quando o número de veículos para um problema PREV é igual ao número de veículos necessário para empacotar a totalidade da carga resolvendo só o CLP, existem algumas instâncias em que este óptimo é conseguido tanto com a abordagem IntegGRASP como com a abordagem HierarqVRPTWCLP. Podemos mesmo afirmar que de uma maneira geral, qualquer uma das abordagens IntegGRASP e HierarqVRPTWCLP pode ser considerada um bom método de resolução para o problema PREV.

5.4 Desenvolvimentos futuros

Sendo este um estudo pioneiro, existe ainda um leque muito grande de ideias e melhorias para explorar. São diversos os desenvolvimentos que já se encontram perspectivados. Um dos mais imediatos está relacionado com o estudo de uma outra abordagem mais flexível em termos de hierarquia. Isto é, onde a dominância do VRPTW sobre o CLP não seja tão vincada.

Além disso é interessante testar outro tipo de método de empacotamento. A razão para termos adoptado o método de construção em paredes foi devido à necessidade de considerar a restrição de ordem de carga dos contentores. Daí ser também interessante desenvolver uma heurística onde o empacotamento seja efectuado em blocos ou mesmo caixa a caixa.

Uma das principais preocupações durante todo este trabalho, foi que as abordagens criadas fossem suficientemente flexíveis. Isto para que fosse possível aplicá-las posteriormente a casos reais. Está a ser feito um esforço, pela nossa parte, para testar estas abordagens em problemas reais. A ideia é estudar um caso real para ver até que ponto as restrições por nós impostas ao problema se coadunam com a realidade de algumas empresas de distribuição.

Referências Bibliográficas

Assad, A. A. (1988). "Modeling and implementation issues in vehicle routing". Vehicle Routing: Methods and Sudies: 7-45. North-Holland, Amesterdam.

Badeau, P., M. Gendreau, F. Guertin, J.-Y. Potvin and E. Taillard (1997). "A parallel tabu search heuristic for the vehicle routing problem with time windows". Transportation Research C5: 109-122.

Baker, E. and J. Schaffer (1986). "Computational experience with branch exchange heuristics for vehicle routing problems with time windows constraints". American Journal of Mathematical and Management Sciences 6: 261-300.

Bent, R. and P. Van Hentenryck (2004). "A two-stage hybrid local search for the vehicle routing problem with time windows". Transportation Science 38(4): 515-530.

Berger, J. and M. Barkaoui (2004). "A parallel hybrid genetic algorithm for the vehicle routing problem with time windows". Computer and Operations Research 31: 2037-2053.

Berger, J., M. Barkaoui and O. Bräysy (2003). "A route-directed hybrid genetic approach for the vehicle routing problem with time windows". Information Systems and Operations Research 41: 179-194.

Berger, J., M. Salois and R. Begin (1998). "A hybrid genetic algorithm for the vehicle routing problem with time windows". Lecture Notes in Artificial Intelligence 1418, AI'98 Advances in Artificial Intelligence: 114-127. Vancouver.

Bischoff, E. E. (2003). "Dealing with load bearing strength considerations in container loading problems". Technical Report. European Business Management School University of Wales. Swansea.

Bischoff, E. E., F. Janetz and M. S. W. Ratcliff (1995). "Loading pallets with non-identical items". European Journal of Operational Research 84: 681-692.

Bischoff, E. E. and M. D. Marriot (1990). "A comparative evaluation of heuristics for container loading". European Journal of Operational Research 44: 267-276.

Bischoff, E. E. and M. S. W. Ratcliff (1995). "Issues in the development of approaches to container loading". Omega, International Journal of Management Science 23: 377-390.

Blanton, J. L. and R. L. Wainwright (1993). "Multiple vehicle routing with time and capacity constraints using genetic algorithms". Proceedings of the Fifth International Conference on Genetic Algorithms.

Bodin, L. and B. Golden (1981). "Classification in vehicle routing and scheduling". Networks 11: 97-108.

Bortfeldt, A. (1994). "A genetic algorithm for the container loading problem". Proceedings of the Conference on Adaptive Computing and Information Processing 2: 25-32.

Bortfeldt, A. and H. Gehring (1998). "A tabu search algorithm for weakly heterogeneous container loading problems". OR Spektrum 20: 237-250.

Bortfeldt, A. and H. Gehring (2001). "A hybrid genetic algorithm for the container loading problem". European Journal of Operational Research 131: 143-161.

Bortfeldt, A., H. Gehring and D. Mack (2003). "A parallel tabu serach algorithm for solving the container loading problem". Parallel Computing 29: 641-662.

Bräysy, O. (1999). "A new algorithm for the vehicle routing problem with time windows based on the hybridization of a genetic algorithm and route constrution heuristics". Proceedings of the University of Vaasa, Research papers 227.

Bräysy, O. (2001). "Fast local searches for the vehicle routing problem with time windows". Working paper. SINTEF Applied Mathematics Department of Optimization. Norway.

Bräysy, O. (2003). "A reactive variable neighborhood search algorithm for the vehicle routing problem with time windows". Informs Journal on Computing 15 nº4: 347-368.

Bräysy, O., J. Berger and M. Barkaoui (2000). "A new hybrid evolutionary algorithm for the vehicle routing problem with time windows". Route 2000 workshop. Skodsborg, Denmark.

Bräysy, O., G. Hasle and W. Dullaert (2004). "A multi-start local search algorithm for the vehicle routing problem with time windows". European Journal of Operational Research 159(3): 586-605.

Carpenter, A. and H. Dowsland (1985). "Pratical considerations of the pallet-loading problem". Journal of the Operational Research Society 36: 487-497.

Cerny, V. (1985). "Thermidynamical approach to the travelling salesman problem: an efficient simulation algorithm". Journal of Optimization Theory and Applications 45: 41-51.

Chabrier, A. (2002). "Vehicle Routing Problem with Elementary Shortest Path based Column Generation". ILOG. Madrid, Spain.

Chiang, W. C. and R. A. Russell (1996). "Simulated annealing metaheuristics for the vehicle routing problem with time windows". Annals of Operations Research 63: 3-27.

Chien, C. F. and W. T. Wu (1998). "A recursive computational procedure for container loading". Computers and Industrial Engineering 35: 319-322.

Clarke, F. and J. Wright (1964). "Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points". Operations Research 12: 568-581.

Cook, T. and R. A. Russell (1978). "A simulation and statistical analysis of stochastic vehicle routing with timing constraints". Decision Science 9: 673-687.

Cook, W. and J. L. Rich (1999). "A Parallel Cutting-Plane Algorithm for the Vehicle Routing Problem with Time Windows". Technical Report TR99-04. Department of Computational and Applied Mathematics. Rice University, USA.

Cooper, J. (1990). "Logística e Planeamento da Distribuição". Edições CETOP.

Cordeau, J.-F., M. Gendreau, G. Laporte, J.-Y. Potvin and F. Semet (2001). "A guide to vehicle routing heuristics". Publication CRT-2001-23. University of Montreal. Canada.

Cordone, R. and R. W. Calvo (2001). "A heuristic for the vehicle routing problem with time windows". Journal of Heuristics 7: 107-129.

Correia, M. H., A. M. Gomes, J. F. Oliveira and J. S. Ferreira (1992). "Problemas de empacotamento tridimensional". Investigação Operacional 12(2): 169-180.

Croes (1958). "A method for solving traveling salesman problems". Operations Research 6: 791-812.

Czech, Z. J. and P. Czarnas (2002). "A parallel simulated annealing for the vehicle routing problem with time windows". Proc. 10th Euromicro Workshop on Parallel Distributed and Network-based Processing: 376-383.

Davies, A. P. and E. E. Bischoff (1999). "Weight distribution considerations in container loading". European Journal of Operational Research 114: 509-527.

Dowsland, W. B. (1995). "Two and three dimensional packing problems and solution methods". New Zealand Operational Research 13: 1-17.

Dyckhoff, H. (1990). "A typology of cutting and packing problems". European Journal of Operational Research 44: 145-159.

Eley, M. (2002). "Solving container loading problems by block arrangement". European Journal of Operational Research 141: 393-409.

Faina, L. (2000). "A global optimization algorithm for the three-dimensional packing problem". European Journal of Operational Research 126: 340-354.

Feo, T. A. and M. G. C. Resende (1995). "Greedy randomized adaptive search procedures". Journal of Global Optimization 6: 109-133.

Fisher, M. L. (1995). "Vehicle Routing". Network routing, handbooks in Operations Research and Management Science: 1-33. Amesterdam.

Flood (1956). "The Traveling Salesman Problem". Operations Research 4: 61-75.

Gambardella, L., E. Taillard and G. Agazzi (1999). "MACS-VRPTW: A multiple ant colony system for vehicle routing problem with time windows". London, McGraw-Hill.

Garcia, B.-L., J.-Y. Potvin and J.-M. Rousseau (1994). "A parallel implementation of the tabu search heuristic for the vehicle routing problems with time window constraints". Computers and Operations Research 21: 1025-1033.

Gehring, H. and A. Bortfeldt (1997). "A genetic algorithm for solving the container loading problem". International Transactions in Operational Research 4: 401-418.

Gehring, H. and A. Bortfeldt (2002). "A parallel genetic algorithm for solving the container loading problem". International Transactions in Operational Research 9: 497-511.

Gehring, H. and J. Homberger (2001). "Parallelization of a two phase metaheuristic for routing problems with time windows". Asia-Pacific Journal of Operational Research 18: 35-47.

Gehring, H., K. Menschner and M. Meyer (1990). "A computer-based heuristic for packing pooled shipment containers". European Journal of Operational Research 44: 277-288.

George, J. A. (1992). "A method for solving container packing for a single size of box". Journal of the Operational Research Society 43: 307-312.

George, J. A. and D. F. Robinson (1980). "A heuristic for packing boxes into a container". Computers and Operations Research 7: 147-156.

Gillett, B. and L. R. Miller (1974). "A heuristic algorithm for the vehicle dispatch problem". Operations Research 22: 340-349.

Glover, F. (1986). "Future Paths for Integer Programming and Links to Artificial Intelligence". Computers and Operations Research 13: 533-549.

Glover, F. (1989). "Tabu Search - Part I". ORSA Journal on Computing 1: 190-206.

Glover, F. (1991). "Multilevel tabu search and embedded search neighborhoods for the travelling salesman problem". Working paper. College of Business & Administration, University of Colorado. Boulder.

Glover, F. (1992). "New ejection chain and alternating path methods for traveling salesman problems". Computer Science and Operations Research: New Developments in Their Interfaces. 449-509. R. S. O.Balci, and Zenios (eds). Oxford, Pergamon Press.

Han, C. P., K. Knott and P. J. Egbelu (1989). "A heuristic approach to the three dimensional cargo-loading problem". International Journal of Production Research 27: 757-774.

Ibaraki, T., M. Kubo, T. Masuda, T. Uno and M. Yagiura (2001). "Effective local search algorithms for the vehicle routing problem with general time windows". Working paper. Department of Applied Mathematic and Physics, Kyoto University. Japan.

Ivancic, N., K. Mathur and B. Mohanty (1989). "An integer programming based heuristic to the three-dimensional packing problem". Journal of Manufacturing and Operations Management 2: 268-298.

Kallehauge, B., J. Larsen and O. B. G. Madsen (2000). "Lagrangean duality and non-differentiable optimization applied on routing with time windows - experimental results". Department of Mathematical Modelling, Technical University of Denmark. Lyngby, Denmark.

Kirkpatrick, S., C. D. Gelatt and M. P. Vecchi (1983). "Optimization by simulated annealing". Science 220: 671-680.

Kohl, N., J. Desrosiers, O. B. G. Madsen, M. M. Solomon and F. Soumis (1999). "2-path cuts for vehicle routing problem with time windows". Transportation Science 33 (1): 101-116.

Kontoravdis, G. and J. F. Bard (1995). "A GRASP for the vehicle routing problem with time windows". ORSA Journal on Computing 7: 10-23.

Laporte, G. (1992). "The vehicle routing problem: An overview of exact and approximate algorithms". European Journal of Operational Research 59: 345-358.

Laporte, G. and Y. Nobert (1987). "Exact algorithms for the vehicle routing problem". Annals of Discrete Mathematics 31: 147-184.

Lau, H. C., M. Sim and K. M. Teo (2003). "Vehicle routing problem with time windows and a limited number of vehicles". European Journal of Operational Research 148: 559,569.

Li, H., A. Lim and J. Huang (2001). "Local search with annealing-like resterts to solve the VRPTW". Working paper. Department of Computer Science, National University of Singapore. Singapore.

Lipovetskji, A. I. (1988). "Properties of the allocations of rectangles and some algorithms for optimal cutting layout". Preprint of Ural Branch of Acad. Sci. of USSR. Sverdlovsk.

Liu, F.-H. and S.-Y. Shen (1999). "A route-neighborhood-based metaheuristic for vehicle routing problem with time windows". European Journal of Operational Research 118: 485-504.

Liu, N.-C. and L.-C. Chen (1981). "A new algorithm for container loading". Compsac 81 - 5th International Computer Software and Applications Conference Papers. Chicago, IEEE Press.

Loh, T. H. and A. Y. C. Nee (1992). "A packing algorithm for hexahedral boxes". Proceedins of the Conference of Industrial Automation. Singapore.

Lourenço, H. R., O. C. Martins and T. Stutzle (2001). "A Beginner's Introduction to Iterated Local Search". MIC2001 - 4th Metaheuristics International Conference. Portugal.

Mester, D. and O. Bräysy (2005). "Active guided evolution strategies for large-scale vehicle routing problems woth time windows". Computer and Operations Research 32(6): 1593-1614.

Morabito, R. and M. N. Arenales (1993). "An and/or graph approach to the container loading problem". Technical Report. Universidade de São Paulo - ICMSC. São Paulo, Brasil.

Moura, A. (2000). "Aplicações de técnicas de optimização na determinação de rotas para veículos" (Tese de Mestrado). Porto, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.

Moura, A. and J. F. Oliveira (2004a). "A GRASP approach to the Container Loading Problem". Submited to: IEEE Intelligent Systems - Special issue on Metaheuristic Methods in Transportation and Logistics.

Moura, A. and J. F. Oliveira (2004b). "Uma heurística composta para a determinação de rotas para veículos em problemas com janelas temporais e entregas e recolhas". Investigação Operacional 24-Nº1: 45-62.

Ngoi, B. K. A., M. L. Tay and E. S. Chua (1994). "Applying the spatial representation technique to the container packing problem". International Journal of Production Research 32: 111-123.

Ngoi, B. K. A. and K. Whybrew (1993). "A fast spatial representation method (applied to fixture design)". International Journal of Advanced Manufacturing Technology 8: 71-77.

Oliveira, J. F. (1995). "Problemas de posicionamento de figuras irregulares: uma perspectiva de optimização" (Tese de Doutoramento). Porto, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.

Pisinger, D. (1999). "A tree-search heuristic for the container loading problem". Ricerca Operativa 28: 31-48.

Pisinger, D. (2002). "Heuristics for the container loading problem". European Journal of Operational Research 141: 382-392.

Potvin, J.-Y. and J.-M. Rousseau (1993). "A parallel route building algorithm for the vehicle routing and scheduling problem with time windows". European Journal of Operational Research 66: 331-340.

Ratcliff, M. S. W. and E. E. Bischoff (1998). "Allowing for weight considerations in container loading". OR Spektrum 20: 65-71.

Reeves, C. R. (1995). "Modern Heuristic Techniques for Combinatorial Problems", McGraw-Hill Book Company Europe.

Resende, M. G. C. and C. C. Ribeiro (2003). "Greedy randomized adaptive search procedures", Kluwer Academic Publishers.

Rochat, Y. and E. Taillard (1995). "Probabilistic diversification and intensification in local search for vehicle routing". Journal of Heuristics 1: 147-167.

Russell, R. A. (1977). "An effective heuristic for the m-tour traveling salesman problem with some side conditions". Operations Research 25: 517-524.

Russell, R. A. (1995). "Hybrid heuristics for the vehicle routing problem with time windows". Transportation Science 29: 156-166.

Scheithauer, G. (1991). "A three-dimensional bin packing algorithm". Journal of Information Processing and Cybernetics 27: 263-271.

Scheithauer, G. (1992). "Algorithms for the container loading problem". Operations Research Proceedings 1991. Spring-Verlag, Berlin Heidelberg.

Shaw, P. (1997). "A new local search algorithm providing high quality solutions to vehicle routing problems". Working paper. Glasgow, Scotland.

Shaw, P. (1998). "Using constraint programming and local search methods to solve vehicle routing problems". Principles and Practice of Constraint Programming - CP98, Lecture Notes in Computer Science. 417-431. e. M.Maher and J.-F.Puget. New York, Springer-Verlag.

Solomon, M. M. (1987). "Algorithms for the vehicle routing and scheduling problem with time windows constraints". Operations Research 35: 254-265.

Solomon, M. M., E. Baker and J. Schaffer (1988). "Vehicle routing and scheduling problems with time windows constraints: Efficient implementations os solution improvement procedures". Vehicle routing: Methods and studies. 85-106. e. In B.L.Golden and A.A.Assad. North-Holland, Amsterdam.

Taillard, E., P. Badeau, M. Gendreau, F. Guertin and J.-Y. Potvin (1997). "A tabu search heuristic for the vehicle routing problem with soft time windows". Transportation Science 31: 170-186.

Tan, K. C., L. H. Lee and K. Q. Zhu (2000). "Heuristic methods for vehicle routing problem with time windows". Proceedings of the 6th International Symposium on Artificial Intelligence & Mathematics. Ft. Lauderdale, Florida.

Thangiah, S. R., I. H. Osman, R. Vinayagamoorthy and T. Sun (1995). "Algorithms for the vehicle routing problems with time deadlines". American Journal of Mathematical and Management Sciences 13: 323-355.

Van Breedam, A. (2001). "Comparing descent heuristics and meteheuristics for the vehicle routing problem". Computers and Operations Research 28: 289-315.

Wäscher, G., H. Haubner and H. Schumann (2004). "An Improved Typology of Cutting and Packing Problems". FEMM - Faculty of Economics and Management Magdeburg Working Paper Series.

Wee Kit, H., J. Chin and A. Lim (2001). "A hybrid search algorithm for the vehicle routing problem with time windows". International Journal on Artificial Intelligence Tools 10(3): 431-449.

Xue, J. and K. K. Lai (1997). "Effective methods for a container packing operation". Mathematical and Computer Modelling 25: 75-84.

Zhu, K. Q. (2000). "A new genetic algorithm for VRPTW". IC-AI 2000. Las Vegas, U.S.A.

Anexo I

Meta-heurísticas não populacionais

GRASP

A meta-heurística GRASP (Greedy Randomized Adaptative Search Procedures), é das meta-heurísticas mais recentes. Surgiu na década de 80, com o objectivo de, tal como outras meta-heurísticas, resolver problemas difíceis no campo da optimização combinatória. Cada uma das palavras gulosa, aleatória, adaptativa e pesquisa, caracteriza cada um dos componentes da meta-heurística (Feo and Resende (1995) e Resende and Ribeiro (2003)). Esta abordagem dirige a maior parte do seu esforço a construir soluções de alta qualidade, que posteriormente são processadas para que se obtenham ainda melhores soluções.

O GRASP é um processo iterativo, onde cada iteração corresponde a duas fases: uma fase construtiva, onde se calcula uma solução, e uma fase de pesquisa local onde se procura um óptimo local na vizinhança da solução construída. O pseudo-código da Figura 50 ilustra o procedimento GRASP.

```
Procedimento GRASP
    Enquanto (critério paragem não satisfeito) fazer
            Construção (solução);
            Pesquisa Local (solução);
            Actualizar Solução (solução, Melhor solução);
    Fim {Enquanto}
    Retorna (Melhor Solução);
Fim Procedimento
```

Figura 50 - Pseudo código GRASP

Na fase construtiva do GRASP, uma solução admissível é construída iterativamente. Em cada iteração da construção, a escolha do próximo elemento a ser inserido na solução é determinado através da ordenação de todos os elementos numa lista de candidatos, relativamente a uma função gulosa. Esta função mede o benefício (míope) da selecção de cada elemento. A heurística diz-se adaptativa porque os benefícios associados a cada elemento são actualizados em cada iteração da fase construtiva. Isto proporciona uma reflexão das alterações trazidas com a escolha do último elemento. A componente probabilística do GRASP é caracterizada por uma escolha aleatória de um dos melhores elementos da lista restrita de candidatos. Mas não necessariamente o melhor dos candidatos. A lista de que reúne os melhores candidatos, tem o nome de RCL (Restricted Candidate List). Esta técnica de escolha, permite que em cada iteração GRASP se obtenham

diferentes soluções. Mas não compromete o poder da componente gulosa e adaptativa do método. No caso de soluções gulosas, o número de elementos da RCL é igual a um, isto é, a RCL contem unicamente o melhor dos candidatos. No outro extremo a RCL contém todos os candidatos admissíveis, logo a solução é aleatória. Para que a escolha não seja aleatória nem gulosa, a RCL é constituída por um conjunto de candidatos. Isto é, podemos limitar o tamanho da RCL, incluindo só os β melhores elementos. Além disso para controlar o grau de aleatoriedade do algoritmo, utiliza-se o parâmetro α que varia entre [0,1], isto é:

- Quando $\alpha = 0$, corresponde a um procedimento construtivo guloso;
- Quando $\alpha = 1$, corresponde a um procedimento construtivo aleatório.

Tal como em alguns métodos determinísticos, as soluções geradas pela fase construtiva do GRASP, não têm garantia de serem um óptimo local. Logo é aconselhável aplicar uma pesquisa local para tentar melhorar cada uma das soluções construídas. Um algoritmo de pesquisa local funciona de uma forma adaptativa através da reposição sucessiva da solução corrente por uma melhor solução pertencente à sua vizinhança. A condição de término verifica-se quando já não existem melhores soluções vizinhas. O sucesso de um algoritmo de pesquisa local depende da escolha adequada da estrutura da vizinhança, das técnicas eficientes de pesquisa e da solução inicial.

Como se pode verificar uma das maiores vantagens do GRASP, é a sua simplicidade de implementação, uma vez que existem poucos parâmetros para serem ajustados.

Simulated Annealing

O Arrefecimento Simulado (SA), tal como as outras meta-heurísticas, é aplicado na resolução de problemas de optimização combinatória. Esta meta-heurística pode ser vista como uma variante à heurística de pesquisa local. E baseia-se numa analogia entre a pesquisa da solução óptima de um problema de optimização combinatória e o processo físico de arrefecimento e cristalização de sólidos. A ideia básica do SA surge da termodinâmica, onde um metal em fusão é arrefecido lentamente, tendendo a solidificar numa estrutura de energia mínima. Segundo as leis da termodinâmica, a uma temperatura t, a probabilidade de um aumento de energia de amplitude ΔE é dada por $(\delta E) = e^{\frac{\delta E}{Kt}}$ onde K é a constante de Boltzmann. Pode-se considerar duas alterações para a energia:

1. Quando a energia diminui, neste caso o sistema move-se para um novo estado;

2. Quando a energia aumenta, então o novo estado é aceite de acordo com a probabilidade $p(\delta E)$.

Este processo repete-se para um pré-determinado número de iterações para cada uma da temperatura. Em seguida a temperatura diminui até o sistema chegar a um estado estável (energia mínima). A analogia entre encontrar um estado de energia mínima num sistema físico e encontrar um custo mínimo num problema de optimização combinatória, foi feita por Kirkpatrick *et al.* (1983) e Cerny (1985). Propuseram um novo algoritmo para resolução de problemas de optimização combinatória, SA, baseado no procedimento de Metropolis. Com esta analogia podemos converter qualquer problema num algoritmo de SA, através da escolha aleatória de vizinhos e permitir a aceitação de soluções inferiores, de acordo com uma dada probabilidade. Para se sair de mínimos locais, o SA permite também movimentos de "subir a colina" mas a sua frequência é controlada por uma função probabilística que vai alterando de acordo com os progressos do algoritmo.

O SA standard inicia com uma solução gerada aleatoriamente e com uma temperatura inicial cujo valor é um compromisso entre:

- não muito elevada - para que não ocorra uma perda de eficiência do algoritmo, uma vez que passa muito tempo num estado do sistema que é muito volátil, para que a pesquisa seja orientada para a solução óptima;
- nem muito baixa - para que o algoritmo possa pesquisar livremente o espaço de soluções.

Depois em cada passo, é seleccionada a próxima solução pertencente à vizinhança da solução corrente. A próxima solução é aceite se o seu custo não for superior ao custo da solução corrente. Caso contrário esta só será aceite com uma determinada probabilidade:

$$p(n) = \exp(-\frac{\Delta F_n}{T_n})$$

onde:

- $p(n)$ é a probabilidade de aceitação;
- ΔF_n a variação da função objectivo;
- T_n a temperatura actual.

Este procedimento é repetido com um ligeiro decréscimo do parâmetro de controlo T, até que seja encontrada uma solução suficientemente boa. A este decréscimo da temperatura, dá-se o nome de esquema de arrefecimento. Este esquema pode ser: esquema geométrico, esquema logarítmico ou esquema adaptativo. No primeiro, a

temperatura diminui através da multiplicação por um factor α que varia entre [0,1]. No segundo esquema, a temperatura é dada por:

$$T_n = \frac{K}{1+\lg(n)}$$

O esquema geométrico garante uma maior robustez. No terceiro esquema – esquema adaptativo – existe um aumento ou diminuição da temperatura em função do número de soluções aceites ou rejeitadas. Para cada temperatura, o algoritmo executa um determinado número de iterações (L_n). Estas iterações são constantes e independentes da temperatura e está relacionado com o tamanho médio das vizinhanças. L_n depende de α, porque quanto maior for α mais lento é o arrefecimento, logo o número de iterações pode ser menor.

O procedimento pára quando se verifica o critério de paragem definido para o algoritmo. Existem duas hipóteses para o critério de paragem, estando qualquer uma delas relacionadas com o parâmetro da temperatura:

1. Pára após N temperaturas consecutivas sem que se verifique uma melhoria da função objectivo de pelo menos um determinado valor y.
    a. Ou como variante, y=0, isto é, pára após N temperaturas sem melhoria da função objectivo.
2. Pára após N temperaturas consecutivas, em que o número de soluções aceites é menor do que y.

Depois de tomadas todas estas decisões genéricas (temperatura inicial, arrefecimento, actualização da temperatura, número de iterações à mesma temperatura, probabilidade de aceitação e critério de paragem) é necessário considerar outras decisões específicas para o problema. Estas decisões são: geração da solução inicial; a geração das soluções vizinhas e a estrutura de vizinhança; e a avaliação das soluções, isto é, a variação da função objectivo.

A solução inicial pode ser aleatória ou gulosa. No caso de utilizarmos uma solução gulosa, deve-se começar o algoritmo com uma temperatura não muito alta, para não destruir as boas características da solução. A estrutura de vizinhança, deve ser capaz de conduzir a pesquisa para a solução óptima global. É fundamental para a eficiência deste método, que o processo de geração de soluções vizinhas seja bastante rápido. Pelas mesmas razões o cálculo da variação da função objectivo deve ser eficiente, uma vez que é uma operação que é repetida em cada iteração.

Tabu Search

O TS é uma técnica de pesquisa local introduzida por Glover (1986). Esta meta-heurística explora o espaço de soluções através do movimento (em cada iteração) de uma solução para outra melhor, num subconjunto da sua vizinhança. Ao contrário dos métodos descendentes, a solução corrente pode deteriorar-se de uma iteração para a próxima. Esta meta-heurística, assim como o arrefecimento simulado, podem ser consideradas métodos mais elaborados do que os métodos de pesquisa local, sendo também estes, métodos de pesquisa de vizinhança. Para melhorar a eficiência do processo de exploração da vizinhança é necessário não só ter informação local (tal como o valor da função objectivo), mas também alguma informação relacionada com o processo de exploração. O que distingue a pesquisa tabu de uma pesquisa simples é o uso de memória. Este uso sistemático de memória é uma característica importante da pesquisa tabu. Enquanto que muitos métodos de exploração mantêm em memória o valor da melhor solução visitada até então, o TS mantém também informação sobre o percurso (ou ordem) de visita das últimas soluções (Glover (1989)). Tal informação é usada para conduzir o movimento da solução corrente para a próxima solução. O papel da memória será restringir a escolha de alguma solução, proibindo por exemplo os movimentos para algumas soluções vizinhas. Durante a pesquisa, tenta-se escapar dos mínimos locais, escolhendo para solução seguinte a melhor solução possível pertencente à vizinhança, mesmo que esta seja pior do que a solução corrente. Este processo faz com que a pesquisa possa entrar em ciclo, isto é, ao fim de algumas iterações uma solução que já foi solução corrente, pode voltar a sê-lo. A partir deste ponto, o algoritmo não conseguiria voltar a evoluir noutro sentido que não fosse repetir indefinidamente o percurso que o traz de volta à solução corrente. Para impedir esta situação, podem-se guardar as soluções já visitadas numa lista tabu. Mas esta solução para o problema do ciclo é muito redutora, uma vez que pode querer-se voltar a soluções já visitadas para se poder explorar novas direcções de pesquisa. Para isso, pode-se limitar o tamanho da lista tabu às n últimas soluções visitadas. Eventualmente com n variável ao longo da pesquisa, conseguem-se evitar ciclos de tamanho não superior a n, permitindo-se assim voltar a soluções já visitadas ao fim de n iterações. Desta forma sempre que uma nova solução é gerada, entra para a lista tabu saindo a mais antiga. Para garantir que mesmo assim não ocorram ciclos (o que ainda é possível acontecer), é fundamental que o critério de paragem seja baseado na melhoria da função objectivo nas últimas N iterações, ou num número total predeterminado.

Desta forma a pesquisa tabu pode ser vista como um método de pesquisa com vizinhanças de tamanho variável, onde em cada iteração a vizinhança é redefinida de modo a excluir as soluções que obrigariam a movimentos tabu. Mas verificar se um movimento é tabu, em termos computacionais, é um procedimento muito

pesado. Logo esta abordagem pode levantar problemas de ordem prática aquando da sua implementação. Então outra forma é atribuir um estado tabu, não aos pares de soluções mas sim a algum atributo ou característica de transformação de uma solução na outra. A atribuição do estado tabu às modificações em vez das soluções é mais restritivo. Isto porque pode-se estar a proibir mais movimentos do que aquele que foi de facto efectuado. Para ultrapassar este problema, a TS tem um mecanismo que permite ultrapassar o estado tabu de uma certa modificação, caso se verifiquem determinadas condições. Essas condições têm o nome de "critério de aspiração" e verifica-se por exemplo, quando uma solução tabu é melhor do que qualquer outra solução até então encontrada. Finalmente existem várias técnicas frequentemente utilizadas para diversificar ou intensificar o processo de pesquisa. Por vezes na TS para melhorar o processo de exploração introduzem-se características de intensificação e diversificação da pesquisa. No processo de pesquisa local, às vezes é conveniente intensificar a pesquisa nalgumas regiões da vizinhança, por que estas podem conter soluções aceitáveis.

Iterated Local Search

O algoritmo de ILS (*Iterated Local Search*) é uma meta-heurística simples e eficiente (Lourenço *et al.* (2001)). Esta meta-heurística difere do SA e da TS no facto de que não segue uma trajectória no espaço de pesquisa. No ILS, é aplicado repetidamente um algoritmo de pesquisa local às soluções obtidas por perturbação de um dos mínimos locais previamente visitados. O critério de aceitação determina quando se deve usar um novo mínimo local ou um dos mínimos locais anteriormente calculados, para que se continue a pesquisa. Este mecanismo pode ser utilizado para conduzir a pesquisa para melhores soluções.

A Figura 51 mostra o pseudo-código de um algoritmo ILS. Inicia-se com uma solução inicial e em seguida é aplicado um procedimento de pesquisa local para se chegar a um mínimo local. Posteriormente é feita uma perturbação no mínimo local e efectuada uma nova pesquisa local. A solução resultante é aceite ou não, segundo um critério de aceitação previamente definido. Todo este procedimento é repetido até que se verifique o critério de paragem. Em princípio pode ser usado qualquer algoritmo de pesquisa local. Mas a performance do algoritmo ILS, a qualidade das soluções e a velocidade computacional, dependem fortemente do algoritmo de pesquisa local utilizado.

```
Procedimento ILS
    Geração solução inicial s0;
    s = Pesquisa Local (s0);
    Repetir
            s' = Modificação (s, história);
            s'' = Pesquisa Local (s');
            s = Critério de aceitação (s, s'', história);
    enquanto {critério de paragem}
Fim Procedimento
```

Figura 51 - Pseudo código do procedimento da ILS

De acordo com a descrição anterior, conclui-se que para aplicar um algoritmo ILS a um dado problema, são necessários três "ingredientes":

1. Modificação;
2. Pesquisa Local;
3. Critério de aceitação.

A modificação, perturba a solução corrente, levando-a para uma solução intermédia. Esta modificação corresponde a saltos no espaço de soluções. Isto porque a forma mais simples de melhorar uma solução através de pesquisa local é repetir a pesquisa a partir de outro ponto de partida. O mecanismo de modificação deve ser suficientemente forte para permitir que se saia do mínimo local corrente e para permitir que a pesquisa local encontre um novo, e possivelmente melhor, mínimo local. Ao mesmo tempo a modificação deve ser fraca o suficiente para manter o maior número de características do mínimo local corrente. Além disso, pequenas modificações permitem que o algoritmo de pesquisa local necessite de menor tempo de computação, uma vez que necessita de poucos passos para chegar ao próximo óptimo local. No caso da modificação do óptimo local corrente ser muito grande, é a mesma coisa que iniciar a partir de uma solução aleatória. A modificação deve ser tal que a pesquisa local não consiga inverter essa modificação num único passo, e deve depender também da história da pesquisa. A pesquisa local pode ser baseada nos algoritmos de pesquisa propostos na literatura: trocas e inserções. O critério de aceitação decide a que solução é que vai ser aplicada a próxima perturbação. Um aspecto importante do critério de aceitação é introduzir uma influência entre a intensificação e a diversificação da pesquisa. A intensificação é conseguida, por exemplo, aceitando só os melhores óptimos locais para a modificação. Tal escolha pode ser preferível se se conseguir encontrar ainda melhores soluções perto do mínimo local. A diversificação pode ser conseguida no caso extremo, aceitando-se todos os novos óptimos locais. No entanto, a história da pesquisa pode também ser utilizada para decidir se alguns dos óptimos locais encontrados devem ser escolhidos.

Esta meta-heurística é de simples implementação, uma vez que não tem parâmetros para ajustar. Além disso, o tempo computacional depende fundamentalmente do algoritmo de pesquisa local utilizado e do tamanho da modificação efectuada do mínimo local. No entanto a escolha do critério de aceitação é crucial para se obter soluções de boa qualidade. Conseguindo-se bons compromissos entre os três "ingredientes" da ILS conseguem-se boas soluções em tempos computacionais pequenos.