

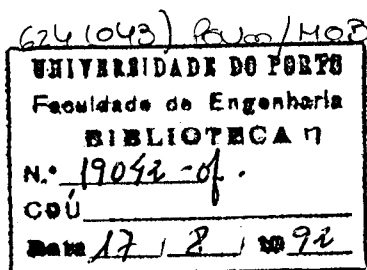
nelson saraiva vila pouca

MOBILIDADE DAS ESTRUTURAS DE BETÃO ARMADO
NA ANÁLISE À ENCURVADURA

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto
para a obtenção do Grau de Mestre em Estruturas de Engenharia Civil

nelson saraiva vila pouca

MOBILIDADE DAS ESTRUTURAS DE BETÃO ARMADO NA ANÁLISE À ENCURVADURA



043 M

V 744 m

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto
para a obtenção do Grau de Mestre em Estruturas de Engenharia Civil

janeiro 1992

AGRADECIMENTOS

Ao apresentar este trabalho não posso deixar de expressar aqui os meus agradecimentos a todos aqueles que contribuíram para a sua concretização:

De um modo especial ao Professor Raimundo Delgado, a quem devo os primeiros passos na vida académica. A forma amiga, demonstrada na sua colaboração e estímulo excedeu em muito o que lhe competia enquanto orientador de uma tese de mestrado.

Ao Professor Manuel Matos Fernandes pela amizade e estímulo que sempre me soube dar.

Ao Professor Manuel Azeredo que através de palavras amigas, me transmitiu conselhos úteis durante a realização deste trabalho.

Aos Professores António Adão da Fonseca e José Manuel Ferreira Lemos pelo apoio concedido e pela confiança que em mim depositaram em momentos particularmente difíceis.

A todos os colegas que sempre me incentivaram e em particular aos Engenheiros João Macedo, Rui Faria, António Arêde e Elsa Caetano.

Ao Sr. Manuel Carvalho pela disponibilidade demonstrada no processamento e na execução gráfica deste trabalho, realizados com extrema competência e qualidade.

À minha mãe sempre incansável e à minha irmã, um agradecimento muito sentido.

Ao Zé, um cunhado que não sabe dizer não.

À minha mulher e à minha filha pelo que me deram e pelo que eu lhes tirei durante a realização deste trabalho.

SUMÁRIO

O objectivo principal deste trabalho consiste no estudo da mobilidade de estruturas de betão armado, no contexto da verificação da segurança em relação ao estado limite último de encurvadura.

É discutida a análise de 2ª ordem de estruturas reticuladas planas, com comportamento perfeitamente elástico, incidindo-se de forma especial nos aspectos relativos à determinação das cargas críticas.

Com o objectivo de classificar as estruturas de betão armado, em relação à mobilidade dos nós, é desenvolvido um modelo que permite de forma aproximada considerar os efeitos de 2ª ordem. Este modelo, de fácil implementação em programas de pórticos planos, estabelece uma analogia com uma consola equivalente, permitindo assim uma directa comparação com os valores regulamentares, caracterizando no entanto, de forma mais realista as estruturas, uma vez que nele se considera a rigidez das vigas na deformabilidade da estrutura.

Este modelo é aplicado a um conjunto de estruturas, avaliando-se a influência da rigidez das vigas na sua deformabilidade lateral. Os resultados são comparados quer com os obtidos pela utilização de um modelo baseado na teoria de 2ª ordem, demonstrando boa aproximação, quer com os obtidos pela via regulamentar, em que se evidencia a devida contribuição da rigidez das vigas.

ABSTRACT

The main objective of this thesis is the study of the mobility of reinforced concrete structures in the context of the assessment of safety with regard to the ultimate limit state of buckling.

The second order analysis of plane perfectly elastic structures is discussed, with special emphasis on critical load computation.

A model is developed for the classification of reinforced concrete frames with respect to node mobility, incorporating second order effects in an approximate manner. This model, easy to implement in a plane frame program, establishes an analogy with an equivalent cantilever beam, therefore allowing values, while providing a more realistic structural characterization since beam stiffness is taken into account.

The model is applied to a number of structures whose lateral deformability is investigated as to what concerns the influence of beam stiffness. The results are compared with those supplied by the full 2nd order theory as well as with the ones obtained via design code rules and the contribution of beam stiffness is clearly assessed.

Índice geral

	Pág.
Índice de figuras	VIII
Índice de quadros	XI
Capítulo 1	
INTRODUÇÃO	
1.1 - Introdução	1.1
1.2 - Descrição do conteúdo dos capítulos	1.2
1.3 - Referências	1.3
Capítulo 2	
SENSIBILIDADE DAS ESTRUTURAS AOS EFEITOS DE 2ª ORDEM	
2.1 - Introdução	2.1
2.2 - Critério de classificação definido pelo REBAP	2.1
2.2.1 - Apresentação e justificação	2.1
2.2.2 - Aplicabilidade	2.6
2.3 - Outros critérios de classificação	2.7
2.3.1 - Não consideração da rigidez dos pórticos na mobilidade da estrutura	2.7
2.3.2 - Contribuição da rigidez das vigas na mobilidade da estrutura	2.9
2.3.2.1 - Parâmetro de instabilidade α_k	2.10
2.3.2.2 - Factor de rigidez de flexão equivalente	2.11

	Pág.
2.3.2.3 - Parâmetro de forma da deformada	2.11
2.3.2.4 - Condição generalizada de imobilidade dos nós	2.14
2.3.2.5 - Condição de imobilidade dos nós para estruturas regulares	2.15
2.4 - Referências	2.16

Capítulo 3

ANÁLISE DE 2ª ORDEM - CARGA CRÍTICA DE ESTRUTURAS PLANAS

3.1 - Introdução	3.1
3.2 - Consideração dos efeitos de 2ª ordem na análise elástica de estruturas planas	3.1
3.3 - Carga crítica elástica de estruturas planas	3.5
3.4 - Carga crítica de estruturas planas de betão armado	3.13
3.5 - Referências	3.16

Capítulo 4

CLASSIFICAÇÃO DAS ESTRUTURAS QUANTO À SUA MOBILIDADE - PROPOSTA DE MÉTODO

4.1 - Introdução	4.1
4.2 - Carga crítica elástica de estruturas planas. Método aproximado	4.1
4.2.1 - Introdução	4.1
4.2.2 - Estrutura generalizada	4.2
4.2.3 - Consola equivalente	4.2
4.2.4 - Carga crítica da consola equivalente	4.7

	Pág.
4.2.5 - Influência da rotação das fundações dos elementos parede	4.9
4.2.6 - Carga crítica elástica da estrutura generalizada	4.9
4.3 - Carga crítica de estruturas planas de betão armado	4.9
4.4 - Critério de classificação das estruturas. Método proposto	4.11
4.5 - Referências	4.17

Capítulo 5

APLICAÇÕES

5.1 - Introdução	5.1
5.2 - Carga crítica elástica - aferição de resultados de PORT2	5.1
5.3 - Influência do número de andares na carga crítica e no parâmetro de instabilidade α	5.5
5.4 - Influência da relação de rigidez vigas-pilares na carga crítica e no parâmetro de instabilidade α	5.11
5.4.1 - Pórtico de 1 tramo e 4 andares - P1T4A	5.17
5.4.2 - Pórtico de 2 tramos e 8 andares P2T8A	5.22
5.5 - Referências	

Capítulo 6

CONCLUSÕES E FUTUROS DESENVOLVIMENTOS

6.1 - Conclusões	6.1
6.2 - Futuros desenvolvimentos	6.2

Anexo 1

Índice de figuras

Capítulo 2

SENSIBILIDADE DAS ESTRUTURAS AOS EFEITOS DE 2ª ORDEM

	Pág.
Fig. 2.1 - Associação da estrutura a um pilar equivalente.	2.3
Fig. 2.2 - Comprimento efectivo de encurvadura.	2.6
Fig. 2.3 - Parâmetro de instabilidade.	2.9
Fig. 2.4 - Estrutura equivalente.	2.10
Fig. 2.5 - Deformada horizontal.	2.13

Capítulo 3

ANÁLISE DE 2ª ORDEM - CARGA CRÍTICA DE ESTRUTURAS PLANAS

Fig. 3.1 - Relações forças-deslocamentos em coordenadas locais para o elemento i .	3.2
Fig. 3.2 - Consideração da rigidez rotacional da fundação.	3.10
Fig. 3.3 - Consola vertical.	3.11
Fig. 3.4 - Estruturas com deslocamentos horizontais impedidos.	3.13
Fig. 3.5 - Barra biarticulada.	3.13

Capítulo 4

CLASSIFICAÇÃO DAS ESTRUTURAS QUANTO À SUA MOBILIDADE - PROPOSTA DE MÉTODO

	Pág.
Fig. 4.1 - Estrutura generalizada - deslocamentos de 1ª ordem.	4.2
Fig. 4.2 - Consola equivalente.	4.5
Fig. 4.3 - Deformada para carregamento uniforme.	4.6
Fig. 4.4 - Carga crítica - consola vertical.	4.8
Fig. 4.5 - Classificação das estruturas.	4.12
Fig. 4.6 - Pilar encastrado na base.	4.13

Capítulo 5

APLICAÇÕES

Fig. 5.1 - Estrutura PT1.	5.2
Fig. 5.2 - Estrutura PT2.	5.2
Fig. 5.3 - Estruturas PT3.	5.2
Fig. 5.4 - Estrutura PT4.	5.3
Fig. 5.5 - Pórticos 1 tramo - n andares (P1TnA).	5.6
Fig. 5.6 - Variação da carga crítica com o número de andares.	5.9
Fig. 5.7 - Parâmetro de instabilidade α (P1TnA). Comparação PORT2/M.P./REBAP.	5.10
Fig. 5.8 - P1T4A - Variação da rigidez das vigas.	5.12
Fig. 5.9 - Variação da carga crítica com a rigidez das vigas (P1T4A).	5.15
Fig. 5.10 - Parâmetro de instabilidade α (P1T4A). Comparação PORT2/M.P./REBAP.	5.16
Fig. 5.11 - Pórtico P2T8A - Variação de rigidez das vigas.	5.18

	Pág.
Fig. 5.12 - Variação da carga crítica com a rigidez das vigas (P2T8A).	5.20
Fig. 5.13 - Parâmetro de instabilidade α (P2T8A). Comparação PORT2/M.P./REBAP.	5.21

Índice de quadros

Capítulo 3

ANÁLISE DE 2ª ORDEM - CARGA CRÍTICA DE ESTRUTURAS PLANAS

	Pág.
Quadro 3.1 - Consola vertical. Carga crítica elástica.	3.12
Quadro 3.2 - Barra biarticulada. Carga crítica elástica.	3.13
Quadro 3.3 - Rigidez efectiva de elementos de betão armado.	3.14

Capítulo 4

CLASSIFICAÇÃO DAS ESTRUTURAS QUANTO À SUA MOBILIDADE - PROPOSTA DE MÉTODO

Quadro 4.1 - Valores de α_{cr}^2 para uma consola vertical.	4.8
Quadro 4.2 - Critério de classificação - parâmetros ϕ , η .	4.16

Capítulo 5

APLICAÇÕES

Quadro 5.1 - Características dos elementos.	5.4
Quadro 5.2 - Factor de carga crítica elástica. Comparação de resultados.	5.4
Quadro 5.3 - Carga crítica. Pórticos P1TnA.	5.7
Quadro 5.4 - Carga crítica. Pórticos P1TnA. Comparação de resultados PORT2/MP.	5.7

	Pág.
Quadro 5.5 - Parâmetro de instabilidade α - Pórticos P1TnA.	5.8
Quadro 5.6 - Carga crítica. Pórtico P1T4A.	5.13
Quadro 5.7 - Carga crítica. Pórtico P1T4A. Comparação de resultados PORT2/MP.	5.13
Quadro 5.8 - Parâmetro de instabilidade α (P1T4A).	5.14
Quadro 5.9 - Carga crítica. Pórtico P2T8A.	5.17
Quadro 5.10 - Carga crítica. Pórtico P2T8A. Comparação de resultados PORT2/MP.	5.19
Quadro 5.11 - Parâmetro de instabilidade α (P2T8A).	5.19

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

1.1 - INTRODUÇÃO

O objectivo da análise da estrutura de um edifício, é o de lhe assegurar funcionalidade sob condições normais e segurança em relação à ruína sob condições extremas. Neste propósito, o estudo da estrutura pode ser feito através da determinação dos esforços resultantes das acções actuates, num sistema indeformado, correspondendo esta análise ao que se designa por teoria de 1ª ordem.

Na tendência actual, do emprego de betão e aços de alta resistência e ainda de uma maior efectiva utilização destes materiais, é possível estabelecer concepções estruturais de betão armado mais esbeltas, para as quais, pequenos incrementos de carga, podem induzir grandes incrementos de deformação. Assim, nestas estruturas é necessário efectuar o cálculo dos esforços, tendo em consideração os efeitos da própria deformação da estrutura, isto é, estabelecer uma análise através da teoria de 2ª ordem.

Nas estruturas de betão armado, os métodos clássicos de análise de estabilidade, estabelecidos pela teoria de 2ª ordem para materiais com comportamento elástico perfeito, obedecendo assim à lei de Hooke, não podem ser utilizados, sem que lhes sejam feitas importantes modificações. Devem nestas estruturas, ser considerados os efeitos relativos ao comportamento real dos materiais constituintes do betão armado, sendo então necessário estabelecer um modelo que traduza:

- a não linearidade geométrica - efeitos de 2ª ordem;
- a não linearidade material, devendo-se de uma forma geral considerar os efeitos da fluência do betão, fendilhação, retracção e deformações plásticas.

Este problema, foi já objecto de estudo de alguns investigadores, destacando-se os trabalhos desenvolvidos por Aas-Jakobsen e Grenacher baseados em modelos elaborados através do Método dos Elementos Finitos. É efectuada a análise de 2ª ordem em regime elástico perfeito, através da inclusão da matriz geométrica global do sistema, obtendo-se a configuração de equilíbrio por um processo iterativo. Esta análise é integrada no carregamento progressivo da estrutura, efectuando-se a redefinição das características de rigidez dos elementos para cada situação de carga e com estas, repetida a análise elástica de 2ª ordem. Estes modelos revelam no entanto custos elevados em aplicações práticas de projecto, devido ao grande número de variáveis que envolvem e ao elevado volume de operações que efectuam, tornando-se assim

conveniente utilizar métodos aproximados que permitam efectuar a análise da instabilidade em estruturas de edifícios correntes. Esta é a filosofia seguida por diversa regulamentação [1], [2].

A Regulamentação Portuguesa de estruturas de betão armado e pré-esforçado [1], estabelece que a verificação da segurança das estruturas em relação ao estado limite último de encurvadura, deve ser efectuada tendo em consideração as não linearidades físicas e geométricas do comportamento da estrutura, sendo no entanto possível adoptar critérios simplificados no caso de estruturas de edifícios correntes.

Assim, nestas estruturas o problema pode ser reduzido à verificação da segurança em relação à encurvadura dos pilares analisados isoladamente, desde que não seja previsível a instabilidade de conjunto. Nesta análise, é fundamental a classificação da estrutura quanto ao grau de mobilidade dos nós, porquanto neste processo simplificado, os efeitos de 2ª ordem são quantificados em função do comprimento efectivo de encurvadura de cada pilar, sendo este definido pela distância entre pontos de inflexão da deformada da estrutura na situação de instabilidade. A configuração desta deformada depende naturalmente do grau de mobilidade dos nós da estrutura.

A partir da classificação das estruturas quanto à mobilidade dos seus nós, o REBAP [1] apresenta critérios simplificados para a determinação do comprimento efectivo de encurvadura dos pilares nas situações correntes. Estes critérios, estabelecidos a partir de uma configuração típica da deformada na situação de instabilidade, permitem efectuar a verificação da segurança em relação à encurvadura, pela análise isolada dos pilares da estrutura.

1.2 - DESCRIÇÃO DO CONTEÚDO DOS CAPÍTULOS

O presente trabalho é constituído por 6 capítulos e um Anexo. Além da presente introdução, a organização dos restantes capítulos foi estabelecida da seguinte forma:

No Capítulo 2 são analisados vários factores com influência significativa na mobilidade de estruturas de betão armado, na sua análise à encurvadura. É aqui feita referência a vários critérios que possibilitam a classificação de estruturas quanto à mobilidade dos seus nós, sendo ainda analisados os aspectos relativos a simplificações contidas nestes critérios.

O 3º Capítulo é dedicado à análise de 2ª ordem de estruturas planas. É apresentada a análise, baseada na teoria de 2ª ordem, feita a partir da aplicação do método dos deslocamentos a estruturas com comportamento perfeitamente elástico. É ainda descrito um método para a determinação da carga crítica elástica de estruturas planas.

É feita neste capítulo a discussão dos efeitos do comportamento do betão armado na carga crítica de estruturas planas, apresentando-se procedimentos que permitem a sua determinação, de uma forma simples, a partir da análise elástica.

O Capítulo 4 é dedicado à apresentação de um método que permite, de uma forma simples, caracterizar o comportamento das estruturas quanto à mobilidade dos seus nós. Este método baseia-se na determinação aproximada da carga crítica de estruturas planas. É estabelecido um critério de classificação para estruturas de betão armado, a partir de um parâmetro de instabilidade directamente comparável ao apresentado pelo REBAP, sendo considerados os efeitos da rigidez das vigas na mobilidade das estruturas.

O Capítulo 5 dedica-se à aplicação do método proposto para vários conjuntos de estruturas. A partir destas aplicações é feita a análise do efeito da rigidez das vigas na mobilidade das estruturas de betão armado. Os resultados correspondentes ao método proposto são comparados com resultados obtidos pela utilização do programa PORT2 considerados como valores de referência. Procedeu-se ainda à aferição dos resultados deste programa a partir da análise de estruturas em relação às quais são conhecidos valores da carga crítica.

No Capítulo 6 são reunidas as conclusões mais significativas apresentadas neste trabalho. Indicam-se também neste capítulo vias para desenvolvimentos futuros na investigação dos aspectos abordados ao longo deste trabalho.

No Anexo 1 são apresentados os resultados das aplicações do programa PORTCR para o conjunto de estruturas analisadas.

1.3 - REFERÊNCIAS

- [1] Regulamento de Estruturas de Betão Armado e Pré-esforçado. REBAP, Imprensa Nacional Casa da Moeda, E.P., Lisboa, 1985.
- [2] Comité Euro-International du Béton, Fédération Internationale de la Précontrainte. CEB-FIP.

Capítulo 2

SENSIBILIDADE DAS ESTRUTURAS AOS EFEITOS DE 2ª ORDEM

2.1 - INTRODUÇÃO

A classificação de uma estrutura quanto ao seu grau de mobilidade, estruturas de nós fixos ou estruturas de nós móveis, é fundamental na análise de encurvadura de um edifício. Esta classificação, permitindo tipificar a configuração da deformada da estrutura na situação de instabilidade, possibilita a adopção de critérios simplificados na quantificação dos efeitos de 2ª ordem. De facto, diversa regulamentação europeia estabelece estes critérios distintamente para estruturas de nós fixos e estruturas de nós móveis.

2.2 - CRITÉRIO DE CLASSIFICAÇÃO DEFINIDO PELO REBAP

2.2.1 - Apresentação e justificação

São definidas pelo REBAP - Regulamento de Estruturas de Betão Armado e Pré-esforçado [1], no seu artigo 58º, estruturas de nós fixos como sendo estruturas que, sob o efeito dos valores de cálculo das acções actuates, sofram deslocamentos horizontais de valor desprezável; em caso contrário as estruturas devem ser consideradas como de nós móveis. Nesta apreciação entende-se que o valor dos deslocamentos horizontais é desprezável, quando o forem os efeitos secundários a eles devidos.

A caracterização de uma estrutura como sendo de nós fixos ou de nós móveis é extremamente complexa, porquanto depende do estabelecimento da sua deformada na situação de instabilidade, que possibilite a quantificação dos efeitos de 2ª ordem. De facto seria necessária uma análise da estrutura, tendo em consideração a não linearidade geométrica (efeitos de 2ª ordem) e as não linearidades físicas do material. Efectivamente é este estudo que se pretende evitar através da classificação da estrutura. Surge assim a necessidade de se adoptarem critérios que possibilitem, de uma forma simplificada, estabelecer esta classificação.

O REBAP apresenta na forma de comentário ao seu artigo 58º, um critério simplificado que permite classificar nas situações práticas uma estrutura como sendo de nós fixos. Poder-se-á assim considerar, uma estrutura de nós fixos se for satisfeita a condição:

$$h_{tot} \sqrt{\frac{\sum N}{\sum EI}} \leq \eta \quad (2.1)$$

sendo:

h_{tot} - altura total da estrutura acima das fundações;

$\sum EI$ - soma dos factores de rigidez de flexão, em fase não fendilhada, de todos os elementos verticais de contraventamento na direcção considerada; (se estes elementos não tiverem rigidez constante em altura, deve considerar-se uma rigidez equivalente);

$\sum N$ - soma dos esforços normais ao nível da fundação não multiplicados pelos factores γ_f , correspondentes à combinação de acções relativa ao estado limite último em consideração;

η - parâmetro definido por:

$$\eta = 0,2 + 0,1n \quad , \quad \text{se} \quad n \leq 4 \quad (2.2)$$

$$\eta = 0,6 \quad , \quad \text{se} \quad n > 4 \quad (2.3)$$

sendo n o número de andares da estrutura.

O mesmo critério é apresentado pelo CEB [2] estabelecido a partir das seguintes considerações:

- é desprezada a contribuição da rigidez de flexão das vigas na deformabilidade da estrutura assimilada assim, à situação definida na Fig. 2.1a);
- a estrutura é associada a um único pilar encastrado na fundação, com uma rigidez ($\sum EI$) igual à soma da rigidez de todos os elementos verticais da estrutura. Este pilar equivalente, Fig. 2.1b), é solicitado ao nível de cada andar pela soma das cargas verticais correspondentes a esse andar;
- considera-se que a estrutura é de nós fixos se o momento de 2ª ordem na base do pilar equivalente não ultrapassa em mais de 10% o momento de 1ª ordem definido para a acção actuante de cálculo;
- admite-se que o carregamento vertical é uniforme.

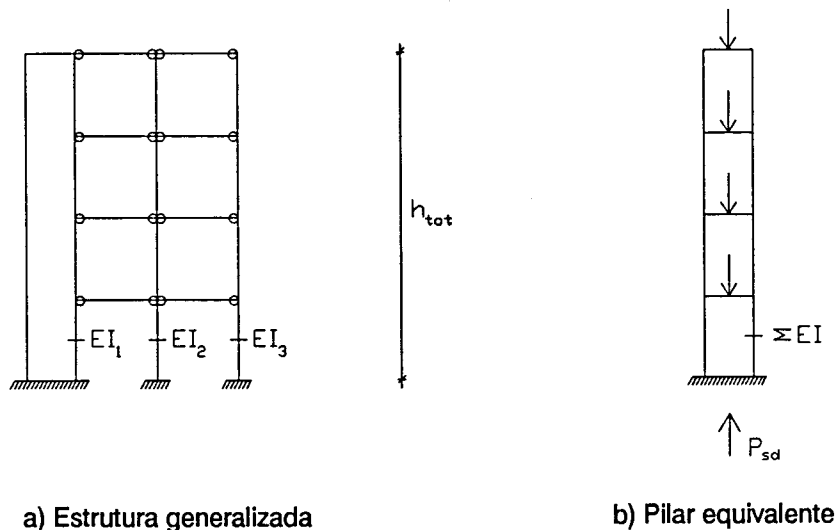


Fig. 2.1 - Associação da estrutura a um pilar equivalente.

O estabelecimento deste critério passa assim pela quantificação do momento de 2ª ordem na base do pilar equivalente, Fig. 2.1b).

Admitindo que o pilar equivalente, é solicitado horizontalmente por uma carga uniformemente distribuída, podemos obter com boa aproximação o momento de 2ª ordem na base a partir do método do factor de amplificação.

Assim

$$M'' = \frac{1}{1 - Q} M' \quad (2.4)$$

com

$$Q = \frac{P_{sd}}{P_{cr}} \quad (2.5)$$

sendo

M'' - momento de 2ª ordem na base do pilar;

M' - momento de 1ª ordem na base do pilar;

P_{sd} - valor actuante de cálculo da carga vertical total;

P_{cr} - carga crítica do pilar equivalente.

Segundo Timoshenko e Gere [3], o erro nesta aproximação é inferior a 2%, para valores de Q menores do que 0,6 o que se verifica de uma forma geral nas situações práticas.

Considerando que a estrutura é de nós fixos se o momento de 2ª ordem não ultrapassa em mais de 10% o momento de 1ª ordem, a condição de imobilidade pode ser expressa por:

$$M'' \leq 1,1 M' \quad (2.6)$$

utilizando a expressão (2.4) podemos estabelecer a relação anterior na forma

$$\frac{1}{1-Q} M' \leq 1,1 M' \quad (2.7)$$

Atendendo a (2.5), é possível traduzir esta expressão em função do valor actuante de cálculo da carga vertical total e do valor da carga crítica do pilar equivalente

$$\frac{P_{sd}}{P_{cr}} \leq \frac{1}{11} \quad (2.8)$$

A carga crítica do pilar equivalente, Fig. 2.1b), pode ser obtida por

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 (\sum EI) f}{l_0^2} \quad (2.9)$$

sendo

$(\sum EI) f$ - rigidez de flexão em fase fendilhada;

l_0 - comprimento efectivo de encurvadura.

Admitindo um carregamento vertical uniformemente distribuído ao longo do pilar obtemos para o comprimento de encurvadura

$$l_0 = 1,12 h_{tot} \quad (2.10)$$

Supondo que a rigidez de flexão em fase fendilhada corresponde a 70% da rigidez considerando as secções não fendilhadas vem

$$(\sum EI)f = 0,7 \sum EI \quad (2.11)$$

Reescrevendo agora a expressão (2.9) tendo em consideração (2.10) e (2.11)

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 \times 0,7 \times \sum EI}{(1,12h_{tot})^2} \quad (2.12)$$

Admitindo que o valor do coeficiente de majoração γ_f é igual a 1,5 para todas as acções, o valor de cálculo da carga vertical actuante será obtido por

$$P_{sd} = 1,5 \sum N \quad (2.13)$$

sendo $\sum N$ o somatório das cargas verticais em condições de serviço, portanto não multiplicadas pelos coeficientes γ_f . Podemos agora atendendo a (2.12) e (2.13) definir a condição de imobilidade (2.8) pela relação

$$\frac{1,5 \sum N}{\frac{\pi^2 \cdot 0,7 \cdot \sum EI}{(1,12h_{tot})^2}} \leq \frac{1}{11} \quad (2.14)$$

ou ainda expressa na forma apresentada pelo REBAP

$$h_{tot} \sqrt{\frac{\sum N}{\sum EI}} \leq \eta \quad (2.15)$$

com $\eta = 0,58$.

Saliente-se que o comprimento de encurvadura definido por (2.10), corresponde a um carregamento vertical uniformemente distribuído indicado na Fig. 2.2a). Para estruturas com um pequeno número de andares, sendo as cargas verticais aplicadas ao nível de cada andar, será necessário obter o valor do comprimento de encurvadura em função do número de andares.

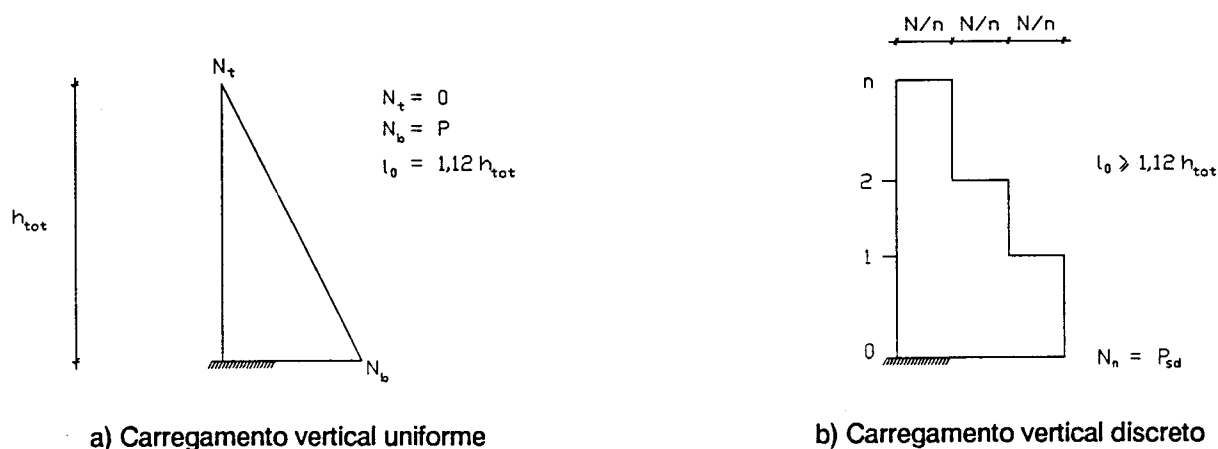


Fig. 2.2 - Comprimento efectivo de encurvadura.

São assim definidos pelo CEB os valores do parâmetro η expressos nas relações (2.2) e (2.3) em função do número de andares da estrutura.

2.2.2 - Aplicabilidade

Na análise de estruturas de edifícios em situações práticas de projecto é fundamental a sua classificação quanto à mobilidade dos nós, surgindo assim a necessidade de se aplicarem procedimentos simples e expeditos que permitam esta classificação. Contudo, deve ser cuidadosamente analisada a aplicação de critérios simplificados como o referido no art. 58º do REBAP traduzido por (2.1). De facto, tendo em consideração que no estabelecimento deste critério é desprezada a contribuição da rigidez de flexão das vigas na deformabilidade da estrutura, a sua aplicação será adequada a estruturas assimiláveis a esta hipótese, como por exemplo, estruturas de elementos pré-fabricados de betão armado ou estruturas porticadas constituídas por elementos metálicos contraventados por paredes ou núcleos de betão armado. No caso de estruturas constituídas por pórticos de betão armado associados a elementos de

contraventamento, a importância da contribuição da rigidez das vigas no valor da carga crítica da estruturas é significativa, pelo que, nestas situações a utilização do critério definido por (2.1) conduz a resultados muito conservadores e pouco realistas.

De facto, como salientam Goldberg [4] e Stevens [5] o valor da carga crítica de uma estrutura porticada aumenta significativamente com a rigidez de flexão das vigas que constituem o pórtico. Sendo então a carga crítica da estrutura superior ao valor traduzido por (2.9), definido para o pilar equivalente Fig. 2.1b), o valor do parâmetro η que estabelece o limite para as estruturas de nós fixos será necessariamente superior ao definido por (2.2) e (2.3). Assim, uma estrutura classificada como sendo de nós móveis através deste critério pode, devido à rigidez conferida pelas vigas, ter um comportamento nitidamente de estrutura de nós fixos.

Em estruturas constituídas por pórticos associados a elementos de contraventamento, com uma rigidez preponderante em relação às deformações horizontais, a aplicação do critério referido deve ser cuidadosamente analisada, quando sejam previsíveis rotações das fundações destes elementos produzidas por deformação do terreno de fundação. A rotação das fundações das paredes ou núcleos de betão armado pode produzir significativos acréscimos da deformação lateral em estruturas de edifícios altos.

Como resultado, a rigidez lateral e consequentemente a carga crítica da estrutura, pode vir significativamente reduzida [6]. Poderá assim a simples aplicação do critério definido por (2.1) conduzir a resultados inseguros, uma vez que na sua dedução o valor da carga crítica (2.9) é sobreestimado.

2.3 - OUTROS CRITÉRIOS DE CLASSIFICAÇÃO

Tendo em consideração que a análise de uma estrutura efectuada pela teoria de 2ª ordem exige um esforço em tempo e meios considerável, torna-se importante dispormos de meios que permitam determinar antecipadamente quando esta análise é necessária. Alguns autores, tendo analisado este problema, propuseram critérios simples e expeditos que permitam efectuar esta avaliação.

2.3.1 - Não consideração da rigidez dos pórticos na mobilidade da estrutura

Baseados na análise de estruturas constituídas por pórticos associados a elementos de contraventamento, Beck e König [7] estabeleceram um critério para a necessidade de se efectuar a análise de instabilidade nos pórticos. Neste estudo foram

considerados os pórticos com os nós traduzidos por rótulas e os elementos de contraventamento, constituídos por paredes ou núcleos, como consolas verticais encastradas na fundação, Fig. 2.3. Assim, foi admitido que sómente os elementos de contraventamento conferem estabilidade lateral à estrutura, desprezando-se portanto a rigidez dos pórticos. Foi ainda admitido que as cargas verticais são transmitidas uniformemente aos elementos de contraventamento.

Tendo por base estas considerações foi definido o parâmetro de instabilidade α

$$\alpha = h_{tot} \sqrt{\frac{P_o}{EI_g}} \quad (2.16)$$

com

h_{tot} - altura total da estrutura acima das fundações;

P_o - carga vertical da estrutura ao nível das fundações em condições de serviço;

EI_g - factor de rigidez de flexão dos elementos de contraventamento (paredes ou núcleos de betão armado) sendo o módulo de elasticidade tomado com o seu valor característico aos 28 dias.

Se $\alpha \leq 0,6$ Bech e König sugerem que a análise de 1ª ordem é suficiente e para $\alpha > 0,9$ a análise de 2ª ordem é necessária.

Refira-se ainda que este critério, tendo em consideração os pressupostos em que se baseia, é aplicável a estruturas de edifícios altos constituídas por pórticos, realizados com elementos metálicos ou elementos pré-fabricados de betão armado, associados a elementos parede ou núcleos de caixas de escadas de betão armado.

A rotação da fundação dos elementos de contraventamento é um parâmetro fundamental na análise deste tipo de estruturas. De facto, para edifícios altos, esta rotação pode produzir por si só deslocamentos horizontais importantes, sendo então agravados os efeitos de 2ª ordem. Este efeito pode ser interpretado como se a estrutura sofresse uma redução da sua rigidez lateral, por perda de rigidez dos elementos de contraventamento, vindo consequentemente reduzido o valor da sua carga crítica.

Dicke [6] propôs a alteração do parâmetro de instabilidade α (2.16), por forma a que este incluísse o efeito da rotação da fundação dos elementos de

contraventamento. Considerando a carga vertical uniformemente distribuída em altura (edifícios altos), a rigidez de flexão EI_g constante e a rotação em regime elástico da fundação, Dicke reescreveu o parâmetro α

$$\alpha = h_{tot} \sqrt{\frac{\mu + 4}{\mu} \frac{P_o}{EI_g}} \quad (2.17)$$

com

$$\mu = \frac{k_s h_{tot}}{EI_g} \quad (2.18)$$

sendo k_s a rigidez rotacional da fundação.

O teste em relação à sensibilidade da estrutura quanto aos efeitos de 2ª ordem será ainda feito através dos limites propostos por Bech e König.

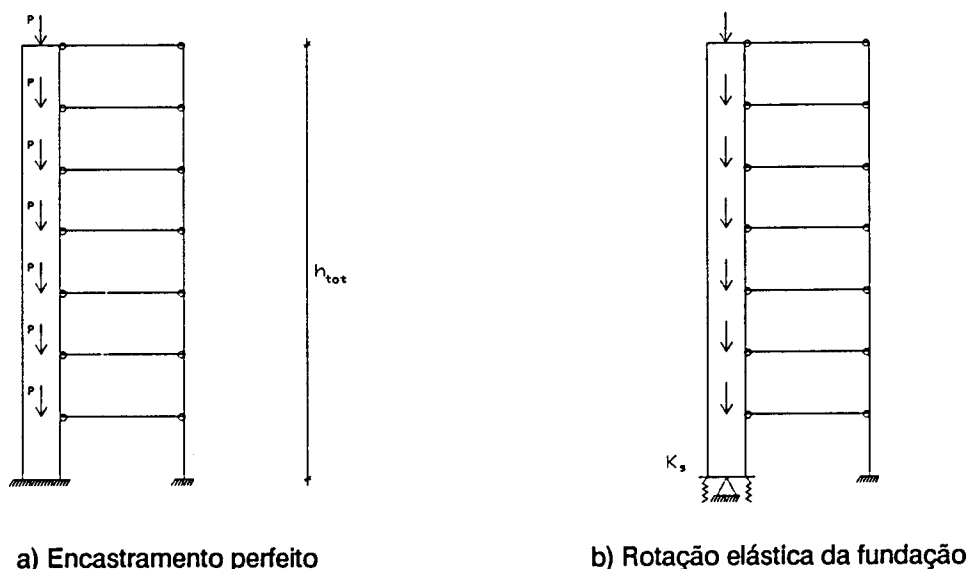


Fig. 2.3 - Parâmetro de instabilidade.

2.3.2 - Contribuição da rigidez das vigas na mobilidade da estrutura

Nas estruturas de edifícios constituídas por pórticos monolíticos de betão armado, associados ou não a elementos parede (paredes ou núcleos de caixas de escada), a rigidez das vigas pode ter uma contribuição significativa na redução dos deslocamentos horizontais da estrutura. De facto, como foi salientado no ponto 2.2.2, esta contribuição

refletindo-se num acréscimo da carga crítica da estrutura conduz a que os efeitos de 2ª ordem assumam uma menor importância na análise da estrutura. Quando se pretende, neste tipo de edifícios, classificar a estrutura quanto à mobilidade dos nós deve então ser tida em consideração a influência da rigidez das vigas.

Analisando este problema segundo a filosofia adoptada pelo REBAP e CEB, Mário Franco [8] estabeleceu um critério que, fazendo intervir a rigidez das vigas, permite a classificação das estruturas como sendo de nós fixos ou de nós móveis. Este critério é estabelecido através do parâmetro de instabilidade α a partir das seguintes considerações:

A estrutura generalizada é associada a uma estrutura equivalente constituída por uma consola vertical perfeitamente encastrada na fundação, Fig. 2.4. A rigidez de flexão da estrutura equivalente $(EI)_{eq}$, considerada constante em toda a sua altura, é definida por forma a que: sob a acção de uma carga horizontal uniformemente distribuída apresente o mesmo deslocamento horizontal no topo da estrutura generalizada.

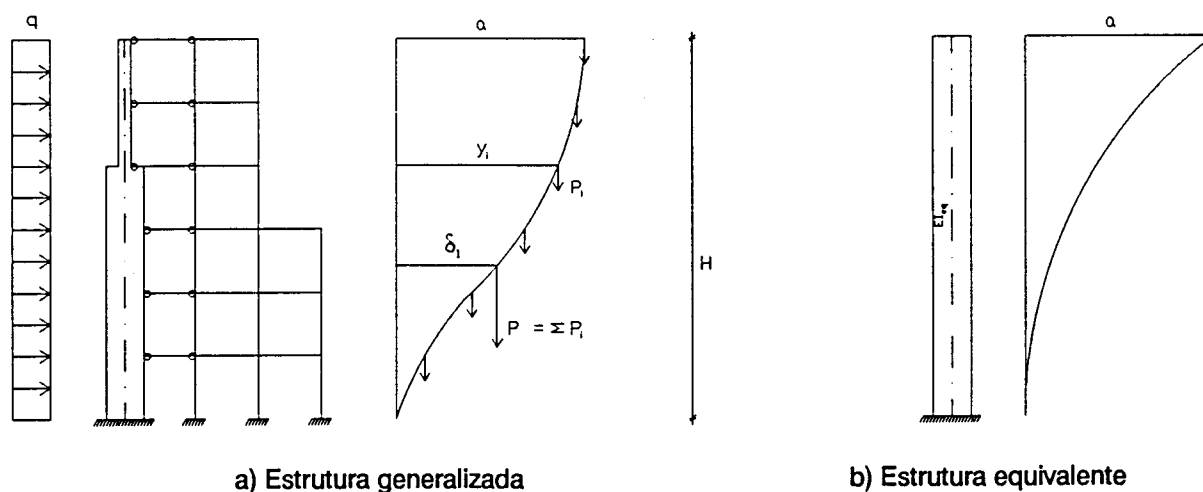


Fig. 2.4 - Estrutura equivalente.

2.3.2.1 - Parâmetro de instabilidade α_k

Define-se o parâmetro de instabilidade α_k em relação a valores característicos como:

$$\alpha_k = H \sqrt{\frac{P_k}{(EI)_{k\text{eq}}}} \quad (2.19)$$

sendo:

H - altura total da estrutura;

P_k - valor característico da carga vertical ao nível das fundações;

$(EI)_{keq}$ - factor de rigidez de flexão da estrutura equivalente em fase não fendilhada.

2.3.2.2 - Factor de rigidez de flexão equivalente

O factor de rigidez da estrutura equivalente, obtém-se a partir do deslocamento no topo da estrutura generalizada α_d devido a uma carga uniformemente distribuída q_d . Para que a estrutura equivalente tenha o mesmo deslocamento no topo deverá ser:

Para valores de cálculo

$$(EI)_{daq} = \frac{q_d H^4}{8\alpha_d} \quad (2.20.a)$$

Para valores característicos

$$(EI)_{keq} = \frac{q_k H^4}{8\alpha_k} \quad (2.20.b)$$

2.3.2.3 - Parâmetro de forma da deformada

Define-se o parâmetro de forma da deformada da estrutura generalizada ψ como sendo:

$$\psi = \frac{\delta_{1d}}{\alpha_d} = \frac{\delta_{1k}}{\alpha_k} \quad (2.21)$$

Sendo δ_{1d} o deslocamento horizontal de 1ª ordem do ponto de aplicação da resultante das cargas verticais, obtido para uma carga uniformemente distribuída de valor q_d , virá então:

$$\delta_{1d} = \frac{\sum P_{id} y_{id}}{P_d} \quad (2.22)$$

Para estruturas irregulares pode ser obtido o parâmetro ψ a partir dos deslocamentos horizontais dos andares y_{id} , resultando de (2.21) e (2.22)

$$\psi = \frac{\sum P_{id} y_{id}}{P_d \alpha_d} \quad (2.23.a)$$

ou, em relação a valores característicos

$$\psi = \frac{\sum P_{ik} y_{ik}}{P_k \alpha_k} \quad (2.23.b)$$

Para estruturas regulares é possível, admitindo configurações aproximadas da deformada, calcular o valor de ψ sem o conhecimento dos deslocamentos de andar y_i . Assim, admitindo que a carga vertical é uniformemente distribuída ao longo da altura do edifício virá:

Estrutura Parede

deformada de 4ª ordem, Fig. 2.5a)

$$y_d = \alpha_d \left(1 - \frac{4}{3} \xi + \frac{1}{3} \xi^4 \right) \quad (2.24.a)$$

$$\psi = \frac{2}{5} \quad (2.25.b)$$

Estrutura Mista Pórtico-Parede
deformada de 3ª ordem, Fig. 2.5b)

$$y_d = \alpha_d(1 - 3\xi^2 + 2\xi^3) \quad (2.24.b)$$

$$\psi = \frac{1}{2} \quad (2.25.b)$$

Estrutura em Pórtico
deformada de 2ª ordem, Fig. 2.5c)

$$y_d = \alpha_d(1 - \xi^2) \quad (2.24.c)$$

$$\psi = \frac{2}{3} \quad (2.25.c)$$

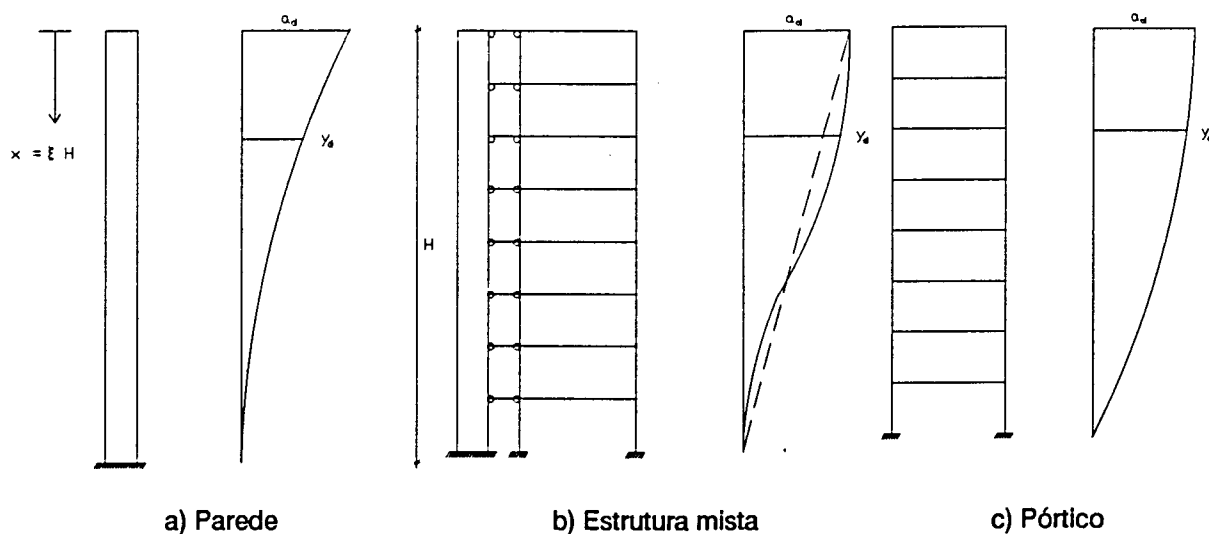


Fig. 2.5 - Deformada horizontal.

2.3.2.4 - Condição generalizada de imobilidade dos nós

Considerando a estrutura solicitada por uma carga horizontal uniformemente distribuída q_d o momento de 1ª ordem na base será dado por:

$$M_{1d} = \frac{q_d H^2}{2} \quad (2.26)$$

O incremento deste momento devido aos deslocamentos de 1ª ordem será:

$$\Delta M_d = \delta_{1d} P_d \quad (2.27)$$

Atendendo a (2.21), e sendo α_d o deslocamento no topo da estrutura generalizada podemos escrever:

$$\Delta M_d = \psi \cdot \frac{q_d H^4}{8(EI)_{\text{deq}}} \cdot P_d \quad (2.28)$$

O momento de 2ª ordem na base pode ser obtido com boa aproximação por:

$$M_{2d} = \frac{M_{1d}}{1 - \frac{\Delta M_d}{M_{1d}}} \quad (2.29)$$

A condição de imobilidade dos nós, de forma análoga ao assumido pelo CEB, será traduzida por

$$M_{2d} \leq 1,1 M_{1d} \quad (2.30)$$

Substituindo os momentos M_{1d} e M_{2d} pelas expressões (2.26) e (2.29) e efectuando as necessárias simplificações, esta condição pode ser escrita na forma:

$$\frac{H^2 P_d}{(EI)_{\text{deq}}} \leq \frac{4}{11\psi} \quad (2.31)$$

Considerando como no CEB

$$P_d = 1,5 P_k$$

$$(EI)_{deq} = 0,7 (EI)_{keq}$$

vem em relação a valores característicos

$$\frac{H^2 P_k}{(EI)_{keq}} \leq \frac{4}{11 \psi} \cdot \frac{0,7}{1,5} \quad (2.32)$$

Considerando o parâmetro de instabilidade α_k definido por (2.19) a condição de imobilidade pode então ser expressa por:

$$\alpha_k \leq \sqrt{\frac{4}{11 \psi} \cdot \frac{0,7}{1,5}} \quad (2.33)$$

2.3.2.5 - Condição de imobilidade dos nós para estruturas regulares

Para estruturas regulares, admitindo-se um carregamento vertical uniforme (estruturas altas), é possível estabelecer a condição de imobilidade de uma forma simplificada. Assim, tendo em consideração os valores de ψ definidos em 2.3.2.3 virá:

Estruturas Parede

$$\alpha_k \leq 0,65 \quad (2.34.a)$$

Estruturas Mistas Pórticos Parede

$$\alpha_k \leq 0,58 \quad (2.34.b)$$

Estruturas em Pórtico

$$\alpha_k \leq 0,50 \quad (2.34.c)$$

Assim, segundo Mário Franco, uma estrutura alta com geometria regular pode ser classificada como sendo de nós fixos se for verificada a condição expressa por (2.34).

Para o cálculo do parâmetro de instabilidade α_k será necessário determinar:

1 - O deslocamento horizontal no topo da estrutura (α_k) para uma carga uniformemente distribuída (q_k). A rigidez de flexão EI dos elementos da estrutura deve ser considerada em fase não fendilhada.

2 - O factor de rigidez equivalente $(EI)_{keq}$ definido por (2.20.b)

2.4 - REFERÊNCIAS

- [1] Regulamento de Estruturas de Betão Armado e Pré-esforçado. REBAP, Imprensa Nacional Casa da Moeda, E.P., Lisboa, 1985.
- [2] Comité Euro-International du Béton, Fédération Internationale de la Précontrainte. CEB-FIP, Bulletin d'Information nº 137.
- [3] Timoshenko, S.P. and Gere, J.M., Theory of Elastic Stability, Second ed., McGraw-Hill, New York, N.Y. 1961.
- [4] Goldberg, J.E., Approximate Methods for Stability and Frequency Analysis of Tall Buildings, Proceedings, Conferência Regional Sobre Edifícios de Altura, Madrid, 1973, pp. 123-146.
- [5] Stevens, L.K., Elastic Stability of Practical Multi-Storey Frames, Proceedings, Institution of Civil Engineers, Vol. 36, 1967, pp. 99-117.
- [6] Structural Design of Tall Concreta and Masonry Buildings
- [7] Beck, H. e König, G., Restraining Forces in the Analysis of Tall Buildings, Symposium on Tall Buildings, Proceedings, Pergamon Press, Oxford, England, 1966.
- [8] Franco, M., O Parâmetro de Instabilidade dos Edifícios Altos, Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas, RPEE. Ano VIII, 1985, nº 23, pp. 69-72.

Capítulo 3

ANÁLISE DE 2ª ORDEM - CARGA CRÍTICA DE ESTRUTURAS PLANAS

3.1 - INTRODUÇÃO

O estabelecimento de um critério, que possibilite avaliar antecipadamente a sensibilidade de uma estrutura aos efeitos de 2ª ordem, assenta fundamentalmente no conhecimento da sua carga crítica. De facto, como foi analisado no capítulo anterior, os critérios propostos por vários autores e também pelo REBAP surgem a partir de valores assumidos para as cargas críticas das estruturas. Aqui estes valores são obtidos de uma forma aproximada, a partir da assimilação da estrutura real a estruturas mais simples.

3.2 - CONSIDERAÇÃO DOS EFEITOS DE 2ª ORDEM NA ANÁLISE ELÁSTICA DE ESTRUTURAS PLANAS

A análise de uma estrutura reticulada plana realizada a partir do método dos deslocamentos, baseia-se no estabelecimento das condições de equilíbrio expressas em termos de deslocamentos nodais por:

$$[K] \cdot \{u\} = \{f\} \quad (3.1)$$

onde $[K]$ representa a matriz de rigidez global do sistema, $\{u\}$ o vector dos deslocamentos nodais e $\{f\}$ o vector das forças nodais associadas.

O estabelecimento da equação (3.1) faz-se a partir do conhecimento das relações entre forças e deslocamentos de cada elemento considerado isolado da estrutura. De facto, para um elemento isolado como o representado na figura 3.1, estas relações são traduzidas por:

$$[K_i] \cdot \{u_i\} = \{f_i\} \quad (3.2)$$

sendo $[K]_i$ a matriz de rigidez do elemento i estabelecida em relação ao seu referencial local, $\{u\}_i$ o vector dos deslocamentos das suas extremidades correspondentes aos 3 graus de liberdade no plano e $\{f\}_i$ o vector das forças a eles associados.

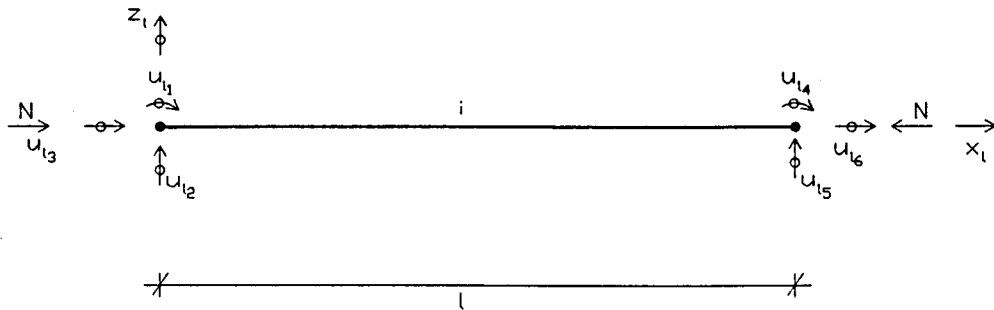


Fig. 3.1 - Relações forças-deslocamentos em coordenadas locais para o elemento i

Considerando as características geométricas do elemento constantes ao longo do seu comprimento, e admitindo ainda um comportamento perfeitamente elástico do seu material, a matriz $[K]_i$ corresponde à conhecida matriz de rigidez elástica de um elemento.

A relação (3.2) pode ser estabelecida em relação a um referencial global, desde que se conheça a matriz de transformação entre este e o referencial local $[T]$. Virá então:

$$[K]_i = [T]^T \cdot [K]_i [T] \quad (3.3)$$

$$\{u\}_i = [T] \{u\}_i \quad (3.4)$$

$$\{f\}_i = [T] \{f\}_i \quad (3.5)$$

sendo $\{u\}_i$ e $\{f\}_i$ os deslocamentos e forças nodais associados aos nós do elemento i e $[K]_i$ a sua matriz de rigidez elástica referida às coordenadas globais.

Pode então ser construída a matriz de rigidez global do sistema $[K]$ através do agrupamento conveniente dos elementos da matriz de rigidez de cada barra, podendo ainda pelo mesmo processo, definir-se os elementos do vector das forças nodais $\{f\}$, estabelecendo-se assim a equação matricial (3.1).

A determinação dos deslocamentos de uma estrutura reticulada plana, e consequentemente dos seus esforços, obtém-se a partir do conhecimento da deformada na situação de equilíbrio, ou seja, do vector $\{u\}$, solução do sistema traduzido por (3.1).

Admitindo um comportamento elástico da estrutura, a solução do sistema pode ser feita a partir de um método directo, uma vez que os elementos da matriz de rigidez não dependem nem dos esforços, nem dos deslocamentos produzidos na estrutura. Esta é a prática utilizada na elaboração de programas de cálculo que seguem a metodologia agora descrita e que passaremos a designar por programas standard de pórticos planos.

Os efeitos de 2ª ordem podem ser incluídos na análise anteriormente referida, desde que, no estabelecimento das equações de equilíbrio (3.1) sejam considerados os esforços desenvolvidos em cada elemento da estrutura quando este está sujeito a um conjunto de deslocamentos nodais e a um esforço axial. Deverá assim, a relação entre as forças e deslocamentos nodais da estrutura ser traduzida pela matriz de rigidez completa do sistema $[K_c]$ sendo então as condições de equilíbrio expressas por:

$$[K_c] \cdot \{u\} = \{f\} \quad (3.6)$$

significando ainda $\{u\}$ e $\{f\}$ os vectores dos deslocamentos e forças nodais da estrutura.

A obtenção da matriz de rigidez completa do sistema, pode ser conseguida a partir da matriz de rigidez completa de cada elemento estabelecida no seu referencial local, pelo processo anteriormente referido.

Considerando ainda o elemento representado na figura 3.1, e admitindo um comportamento perfeitamente elástico do material, a sua matriz de rigidez completa pode ser obtida para o referencial local por [1], [2]:

$$[K_{lc}]_i = [K_l]_i - [K_{lg}]_i \quad (3.7)$$

sendo:

$[K_l]_i$ - a matriz de rigidez elástica de 1ª ordem do elemento i definida anteriormente;

$[K_{tg}]_i$ - a matriz de rigidez geométrica do elemento i responsável pela tradução dos efeitos de 2ª ordem (designada também por alguns autores por matriz de rigidez de 2ª ordem).

Para o elemento representado na figura 3.1 a matriz de rigidez geométrica será dada por [1]:

$$[K_{tg}]_i = N \begin{bmatrix} \frac{2}{15l} & -\frac{1}{10} & 0 & -\frac{1}{30l} & \frac{1}{10} & 0 \\ -\frac{1}{10} & \frac{6}{5l} & 0 & -\frac{1}{10} & -\frac{6}{5l} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{30l} & -\frac{1}{10} & 0 & \frac{2}{15l} & \frac{1}{10} & 0 \\ \frac{1}{10} & -\frac{6}{5l} & 0 & \frac{1}{10} & \frac{6}{5l} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

A obtenção da configuração de equilíbrio, solução do sistema definido por (3.6), não pode ser conseguida por métodos directos de resolução deste sistema, como acontecia na análise de 1ª ordem, uma vez que a matriz de rigidez geométrica depende dos esforços axiais instalados nos elementos da estrutura. O problema pode ser interpretado como se a estrutura sofra progressivamente uma perda de rigidez à medida que os esforços axiais e as suas deformações vão aumentando, até se atingir uma situação de equilíbrio. Pode, de facto, recorrer-se a um método iterativo que conduza a uma solução aproximada do problema.

Numa 1ª iteração, considerando nulos os esforços axiais, a solução do sistema (3.6) corresponde aos deslocamentos de 1ª ordem $\{u^1\}$. De facto a matriz de rigidez geométrica nesta situação é uma matriz nula. Pode então ser iniciado um processo iterativo efectuando-se os seguintes passos:

- 1 - cálculo dos esforços axiais a partir dos deslocamentos obtidos na iteração anterior;
- 2 - correcção, a partir de (3.7) e (3.8), da matriz de rigidez completa considerando os esforços axiais obtidos em 1.
- 3 - cálculo dos novos deslocamentos pela resolução do sistema definido por (3.6).

O processo será interrompido quando a diferença entre os deslocamentos obtidos numa iteração em relação à anterior, for inferior a uma tolerância previamente fixada. Em situações correntes as forças axiais praticamente não são influenciadas pelos efeitos de 2ª ordem, pelo que o processo converge muito rapidamente, sendo suficientes duas iterações para se obterem os deslocamentos com boa aproximação.

Estudos realizados por K. Aas-Jakobsen [1] mostram a boa precisão conseguida com um modelo baseado neste método. Para estruturas em pórtico, com possibilidade dos nós sofrerem deslocamentos horizontais relativos "*Sway Frames*", os momentos obtidos com os pilares traduzidos por um só elemento estão em perfeita concordância com resultados teóricos. Porém, quando a estes pórticos são associados elementos parede de grande rigidez, o erro obtido para os momentos pode ser superior a 10%. Consegue-se contudo, obter resultados com erros insignificantes se os pilares em vez de serem representados por um elemento passarem a ser traduzidos por dois elementos.

3.3 - CARGA CRÍTICA ELÁSTICA DE ESTRUTURAS PLANAS

Considerando uma estrutura reticulada plana, constituída por barras perfeitamente rectilíneas, é possível obter-se uma situação de equilíbrio quando esta está sujeita apenas a cargas axiais actuando segundo o eixo das barras. Esta situação de equilíbrio diz-se instável, quando devido a uma pequena perturbação induzida à estrutura a actuação agora excêntrica das cargas axiais, implique novos agravamentos da deformada, não se estabelecendo um processo convergente para uma configuração de equilíbrio. O maior valor da carga em que ainda se verifica equilíbrio designa-se por carga crítica, obtendo-se para esta um modo de encurvadura. De facto, para a carga crítica, estabelece-se uma situação de equilíbrio indiferente na medida em que este se pode obter para uma qualquer deformada proporcional ao modo de encurvadura.

Se na análise da estrutura for admitido um comportamento elástico perfeito dos materiais, a carga crítica diz-se carga crítica elástica que passará aqui a ser designada por P_{cre} .

A determinação da carga crítica de uma estrutura reticulada pode ser conseguida a partir da sua análise efectuada pelo método dos deslocamentos. O problema consiste assim em determinar o valor da carga para o qual exista uma situação de equilíbrio correspondente a uma qualquer deformada proporcional ao modo de encurvadura.

Efectuando-se a análise da estrutura a partir do método descrito no ponto 3.2, traduzindo-se aí os efeitos de 2ª ordem através da matriz de rigidez geométrica $[K_g]$ definida por (3.8), o problema da determinação da carga crítica elástica [3] pode então apresentar-se como consistindo na determinação do parâmetro λ_g pelo qual se devem multiplicar os esforços axiais de modo a que:

$$[K]\{u\} = \lambda_g[K_g]\{u\} \quad (3.9)$$

tendo as matrizes $[K]$, $[K_g]$ e o vector $\{u\}$ o significado anteriormente atribuído. λ_g será o parâmetro que define a carga crítica elástica obtida por:

$$P_{cre} = \lambda_g P \quad (3.10)$$

onde P representa o valor da carga total actuante da estrutura.

Reescrevendo a equação (3.9) na forma:

$$([K] - \lambda_g[K_g])\{u\} = \{0\} \quad (3.11)$$

verificamos que esta apresentará soluções diferentes da solução trivial, como se pretende, se:

$$\det([K] - \lambda_g[K_g]) = 0 \quad (3.12)$$

O problema da determinação da carga crítica elástica reduz-se assim à determinação de valores e vectores próprios associados às matrizes de rigidez $[K]$ e $[K_g]$. De facto, tendo estas matrizes uma dimensão n , correspondente aos n graus de liberdade do sistema, a equação (3.12) terá como raízes n valores próprios em relação aos quais estão associados n vectores próprios que caracterizam os n modos de encurvadura do sistema.

Estando a configuração de rotura da estrutura associada ao primeiro destes modos, a sua carga crítica será assim obtida por (3.10) a partir do valor próprio mais baixo, traduzindo o correspondente vector próprio, o modo de encurvadura que interessará analisar.

Foi apresentado por R. Delgado e Elsa Caetano [3], um processo simplificado que permite a determinação deste valor próprio mais baixo e consequentemente da carga crítica da estrutura. Será aqui feita a descrição dos passos relevantes deste processo, desenvolvido por estes autores por forma à sua inclusão num programa de cálculo standard de pórticos planos. Foi admitido neste estudo, um comportamento perfeitamente elástico dos materiais, pelo que o referido processo permite determinar a carga crítica elástica de uma estrutura reticulada.

A equação (3.9) pode ser escrita na forma:

$$[K] \cdot \frac{1}{\lambda_g} \{u\} = [K_g] \{u\} \quad (3.13)$$

Se nesta equação o parâmetro λ_g representar o valor próprio mais baixo, ela será satisfeita para o vector $\{u\}$ correspondente ao modo de encurvadura que importa analisar, ou seja, à configuração de instabilidade da estrutura. Recorreu-se, para a determinação deste valor próprio, a um processo simplificado resultante da iteração matricial de Stodola. Este processo consiste em arbitrar uma configuração inicial da deformada $\{u\}_0$, que traduza de forma aproximada a situação de instabilidade. No trabalho em referência [3] esta foi obtida a partir da aplicação de forças horizontais ao nível de cada andar. Estas forças foram consideradas com valores iguais à resultante das acções verticais correspondentes a cada andar.

A importância da escolha desta deformada inicial, resulta de que, quanto melhor ela aproxime a configuração de instabilidade mais rápida será a convergência do método, com os benefícios decorrentes do menor volume de cálculo envolvido no processo. Análises efectuadas pelos autores mostram que se conseguem obter, com 3 a 5 iterações, valores do parâmetro λ_g com erros inferiores a 1%. Aplicações efectuadas no âmbito desta tese, analisadas em capítulo separado, comprovam a obtenção destes resultados.

Escrevendo a equação (3.13) numa forma recorrente temos

$$[K] \cdot \{\bar{u}\}_i = [K_g] \{u\}_{i-1} \quad (3.14)$$

com

$$\{\bar{u}\}_i = \left(\frac{1}{\lambda_g} \{u\} \right)_i \quad (3.15)$$

Considerando o segundo membro desta equação matricial como um vector solicitação $\{f_g\}$, este poderá ser construído para a 1ª iteração a partir da deformada inicial $\{u\}_0$ vindo:

$$\{f_g\}_0 = [K_g]\{u\}_0 \quad (3.16)$$

Com este vector solicitação inicial, obtém-se da resolução do sistema (3.14) para a 1ª iteração o vector $\{\bar{u}\}_1$. Se a configuração inicial traduzisse exactamente a configuração de instabilidade $\{u\}$, as relações entre as componentes do vector $\{u\}_0$ e as do vector $\{\bar{u}\}_1$ seriam constantes. O parâmetro λ_g , atendendo a (3.15) seria então obtido por:

$$\lambda_g = \frac{(u_j)_0}{(\bar{u}_j)_1} \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (3.17)$$

sendo n a ordem do sistema (n^o de graus de liberdade da estrutura).

Em princípio não se verificará esta situação, vindo diferentes as relações entre as componentes $(u_j)_0$ e $(\bar{u}_j)_1$, não se obtendo portanto de (3.17) o valor de λ_g .

Uma primeira aproximação para este valor, pode ser obtida a partir da ponderação pela matriz de rigidez geométrica vindo:

$$(\lambda_g)_1 = \frac{\{\bar{u}\}_1^T [K_g] \{u\}_0}{\{\bar{u}\}_1^T [K_g] \{\bar{u}\}_1} \quad (3.18)$$

Para se obter uma melhor aproximação do valor de λ_g deverá prosseguir-se o processo iterativo, corrigindo-se a deformada inicialmente arbitrada a partir do valor de λ_g já calculado. Assim, a determinação da carga crítica elástica de uma estrutura reticulada assenta nos seguintes passos:

- 1 - Determinação de uma configuração de instabilidade aproximada; $\{u\}_0$.
- 2 - Estabelecimento do processo iterativo correspondendo à iteração j os passos:

2.1 - Determinação do vector solicitação $\{f_g\}_j$

$$\{f_g\}_j = [K_g]\{u\}_{j-1} \quad (3.19)$$

2.2 - Determinação do vector $\{\bar{u}\}_j$ por resolução do sistema

$$[K]\{\bar{u}\}_j = \{f_g\}_j \quad (3.20)$$

2.3 - Determinação de $(\lambda_g)_j$ pela ponderação da matriz de rigidez geométrica

$$(\lambda_g)_j = \frac{\{\bar{u}\}_j^T [K_g] \{u\}_{j-1}}{\{\bar{u}\}_j^T [K_g] \{\bar{u}\}_j} \quad (3.21)$$

e verificação da precisão conseguida.

2.4 - Repetição dos passos 2.1 a 2.3 com a nova configuração de instabilidade $\{u\}_j$

$$\{u\}_j = (\lambda_g)_j \{\bar{u}\}_j \quad (3.22)$$

3 - Determinação da carga crítica elástica P_{cre}

$$P_{cre} = \lambda_g P \quad (3.23)$$

sendo P a carga vertical total aplicada à estrutura.

O método aqui descrito, foi implementado [3], num programa de pórticos planos, resultando num modelo que permite a obtenção da carga crítica elástica de estruturas reticuladas planas. Foram realizadas várias aplicações nesta tese, tendo-se recorrido a este modelo para o cálculo da carga crítica, que permitiram testar o método proposto no capítulo seguinte. Nestas aplicações, apresentadas em capítulo separado, os resultados obtidos através deste modelo são referenciados por PORT2.

O modelo referido permite obter a carga crítica de estruturas reticuladas, sendo considerados os seguintes factores:

- a) Contribuição da rigidez das vigas. De facto sendo a estrutura analisada de uma forma global, os elementos de rigidez das vigas são incluídos na matriz de rigidez global da estrutura, tendo assim reflexos na sua deformabilidade.
- b) Rotação das fundações dos elementos parede. O programa não estando preparado para incluir assentamentos elásticos dos apoios, não permite a inclusão do efeito da rotação elástica das fundações de uma forma directa. No entanto, este efeito pode ser introduzido, de uma forma simples, a partir da ligação a este apoio de uma barra fictícia com um factor de rigidez de flexão igual à rigidez rotacional da fundação conforme se indica na Fig. 3.2. Assim para esta barra fictícia deverá ser:

$$\frac{4(EI)_f}{l_f} = k_s \quad (3.24)$$

sendo k_s a rigidez rotacional da fundação.

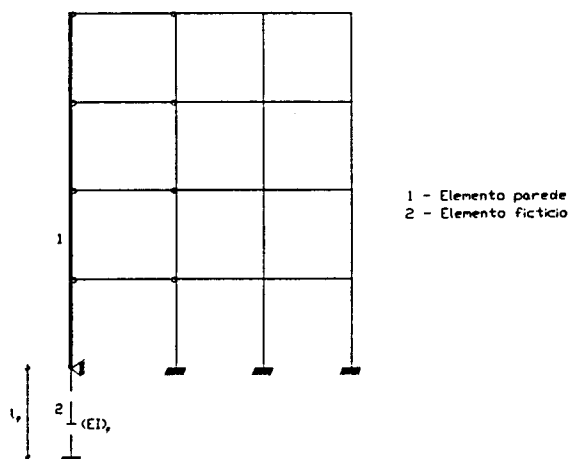


Fig. 3.2 - Consideração da rigidez rotacional da fundação.

- c) Distribuição das cargas verticais. As cargas verticais são consideradas ao nível de cada andar com os valores correspondentes às acções actuates da estrutura. Quanto à sua distribuição pelos vários elementos verticais num mesmo nível, ela é feita tendo em consideração os efeitos de continuidade nas ligações viga-pilar.

Refira-se ainda que o valor da carga crítica é obtido através deste modelo de uma forma aproximada. A configuração de encurvadura, traduzida pelos deslocamentos nodais da estrutura, é estabelecida a partir de uma configuração inicialmente arbitrada $\{u\}_0$.

Sendo esta configuração caracterizada de uma forma aproximada também o valor da carga crítica correspondente assumirá valores aproximados. Contudo, a análise de resultados de aplicações realizadas nesta tese permitem concluir a boa precisão deste modelo.

Na análise em regime elástico de uma consola vertical representada na figura 3.3, com rigidez EI constante em altura e solicitada no topo por uma carga vertical, obteve-se o valor da carga crítica com um erro inferior a 1% em relação ao valor teórico. Dividindo a barra em vários elementos verifica-se, pela análise dos resultados apresentados no quadro 3.1, que o valor da carga crítica vai convergindo para o valor teórico, sendo o erro insignificante (0,002%) com 4 elementos.

Foram analisados ainda 3 pórticos, com diferente configuração geométrica, em relação aos quais são conhecidos os valores da carga crítica elástica obtidos por outros autores [4], podendo-se verificar a boa concordância dos resultados obtidos por este modelo através do Quadro 5, apresentado no Capítulo 5.

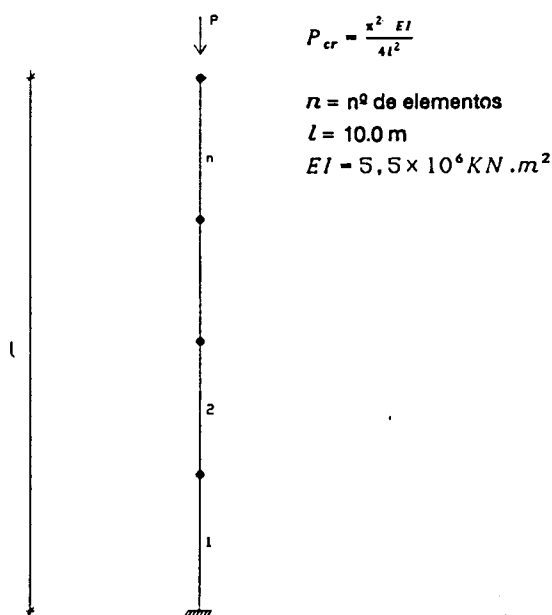


Fig. 3.3 - Consola vertical.

Quadro 3.1 - Consola vertical. Carga crítica elástica.

Número de elementos (1)	Carga crítica elástica		
	Teórico (2)	PORT2 (3)	ERRO % (4)
1	135707,06	136732,40	0,756
2		135776,30	0,050
3		135723,90	0,010
4		135709,06	0,002

O processo iterativo adoptado neste modelo baseia-se em sucessivas correlações, efectuadas pela introdução dos efeitos de 2ª ordem, a uma deformada de instabilidade inicialmente arbitrada. Assim, como se pode verificar pelas equações (3.19) e (3.20), para que este processo se inicie é necessário que a configuração inicial $\{u\}_0$ não seja nula.

Em estruturas com os deslocamentos horizontais dos nós impedidos, como a representada na figura 3.4, a utilização deste modelo requer algumas modificações na estrutura. De facto, para estas estruturas, a configuração inicial de instabilidade $\{u\}_0$, obtida pelos deslocamentos da estrutura correspondentes à aplicação de forças horizontais nos seus nós, é um vector nulo.

Esta dificuldade pode no entanto ser ultrapassada com a introdução de nós em pontos intermédios dos elementos verticais desde que aí sejam aplicadas cargas verticais.

Este procedimento foi adoptado para a obtenção da carga crítica da barra biarticulada representada na figura 3.5, conseguindo-se bons resultados (erro inferior a 1%) com a introdução de 1 nó intermédio na barra, aplicando aí uma carga correspondente a 0,1% da carga aplicada na sua extremidade. Conforme se pode verificar pelos resultados apresentados no quadro 3.2, o valor da carga crítica converge para a solução teórica com a introdução de outros nós intermédios.

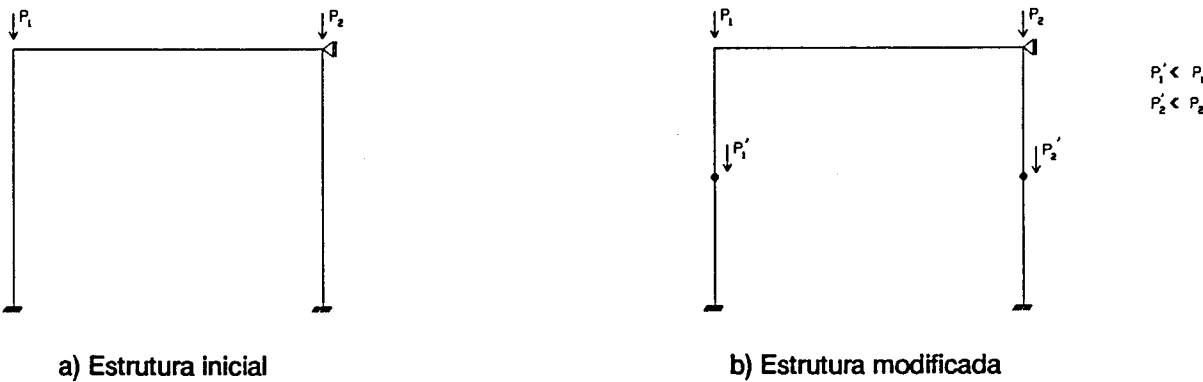


Fig. 3.4 - Estruturas com deslocamentos horizontais impedidos.

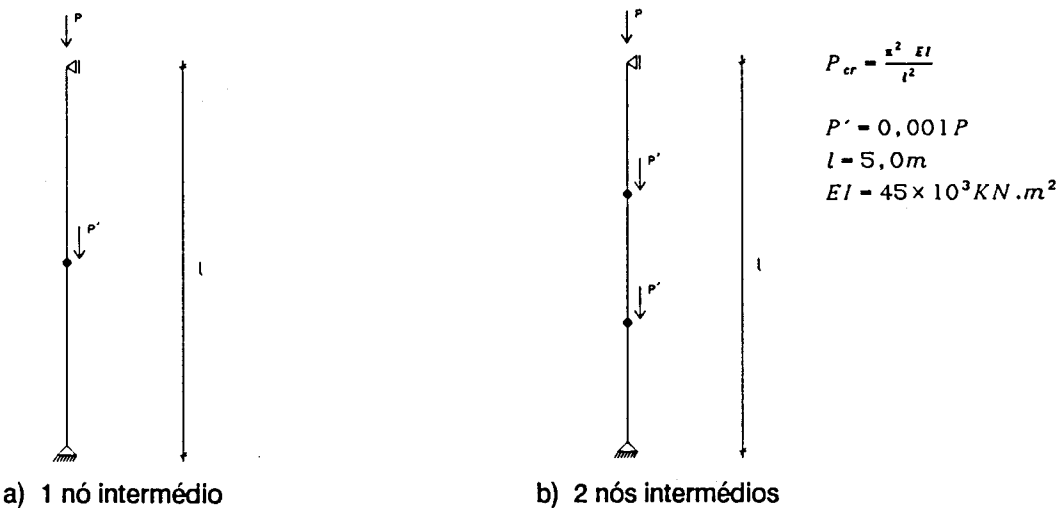


Fig. 3.5 - Barra biarticulada.

Quadro 3.2 - Barra biarticulada. Carga crítica elástica.

Número de nós intermédios (1)	Carga crítica elástica (KN)		
	Teórico (2)	PORT2 (3)	ERRO % (4)
1	17765,29	17890,00	0,70
2		17776,32	0,06

3.4 - CARGA CRÍTICA DE ESTRUTURAS PLANAS DE BETÃO ARMADO

A determinação da carga crítica de estruturas de betão armado reveste-se de problemas específicos e complexos devidos ao comportamento deste material. De

facto, a análise de 2ª ordem destas estruturas passa pelo estabelecimento de um modelo matemático que traduza de forma realista a rigidez de flexão, EI dos seus elementos, para várias situações de carga. Assim, os valores de EI deverão reflectir [2], a percentagem de armadura, a fendilhação, os efeitos dos esforços axiais, o comportamento não linear do aço e do betão e os efeitos da fluência.

Para cada elemento, os valores de EI não devem representar sómente as suas secções mais esforçadas, mas sim a variação de rigidez de todo o elemento reflectindo assim a extensão das secções fendilhadas. Um modelo elaborado nestas condições, dada a sua complexidade, envolve custos elevados nas aplicações práticas de projecto.

A possibilidade de se ultrapassarem estas dificuldades, passa pela aplicação de um modelo baseado numa análise elástica de 2ª ordem fazendo-se aqui intervir a rigidez de flexão efectiva EI_{eff} dos elementos. Esta rigidez efectiva deverá reflectir o comportamento dos elementos de betão armado para os níveis de carga próximos da situação de rotura.

Kordina [5], apresentou factores de redução da rigidez de flexão EI , reproduzidos aqui no Quadro 3.3, por forma a traduzir-se o comportamento de elementos de betão armado em estádios de carga próximos da rotura.

Quadro 3.3 - Rigidez efectiva de elementos de betão armado.

FACTOR DE REDUÇÃO (FR)		
ESFORÇOS	SECÇÃO TRANSVERSAL RECTANGULAR	SECÇÃO TRANSVERSAL DE VIGAS EM T
Flexão e Compressão Axial (a) condições de rotura condições de serviço	$0,2 + 15(\rho + \rho')$ $0,6 + 15(\rho + \rho')$	
Flexão e Tracção (a) condições de rotura condições de serviço	$15(\rho + \rho')$ $15(\rho + \rho')$	
Flexão (b) condições de rotura condições de serviço	$0,3 + 10\rho$ $0,6 + \rho$	$0,45$ $0,65$
(a) Secções duplamente armadas (b) Secções simplesmente armadas $(EI)_{eff}$ Rigidez efectiva $(EI)_e$ Rigidez em fase não fendilhada		

$$FR = \frac{(EI)_{eff}}{(EI)_e}$$
$$\rho = \frac{A_s}{A_c}$$
$$\rho' = \frac{A_s'}{A_c}$$

Estes factores foram obtidos em função da percentagem de armadura e para várias situações de carga, tendo em consideração a variação das propriedades dos materiais ao longo de todo o elemento.

Hage [2], estudou as variações na rigidez EI , para níveis de carga crítica, em vigas de pórticos planos de betão armado sujeitos a acções verticais combinadas com acções horizontais devidas ao vento. Para os casos estudados a rigidez efectiva das vigas, correspondente aos níveis da carga crítica, variavam entre 0,45 e 0,65 $E_c I_g$ sendo E_c o módulo de elasticidade característico do betão, I_g o momento de inércia da secção de betão. Tendo por base estes estudos, é possível [2] estimar valores da rigidez de flexão efectiva $(EI)_{eff}$, para serem usados na análise elástica de 2ª ordem de estruturas de betão armado. Assim poder-se-á considerar para elementos com percentagens normais de armadura os valores:

$$\text{Vigas: } (EI)_{eff} = 0.4 \text{ a } 0.5 E_c I_g \quad (3.25)$$

$$\text{Pilares: } (EI)_{eff} = 0.8 E_c I_g \quad (3.26)$$

sendo

$(EI)_{eff}$ - rigidez de flexão efectiva;

E_c - módulo de elasticidade característico do betão;

I_g - momento de inércia da secção transversal considerando o betão não fendilhado e desprezando as armaduras.

Nas aplicações realizadas nesta tese, os valores da carga crítica em estruturas de betão armado foram obtidos a partir de valores assumidos para a rigidez efectiva dos seus elementos, traduzindo-se desta forma o comportamento do betão armado.

Foram considerados, nestas aplicações os seguintes valores da rigidez de flexão efectiva $(EI)_{eff}$:

$$\text{Vigas: } (EI)_{eff} = 0.4 E_c I_g \quad (3.27)$$

$$\text{Pilares: } (EI)_{eff} = 0.8 E_c I_g \quad (3.28)$$

Foram ainda calculados os valores da carga crítica para estas estruturas, considerando-se a rigidez de flexão efectiva para os pilares e vigas dada por:

$$(EI)_{eff} = 0,7 E_c I_g \quad (3.29)$$

Para esta segunda hipótese os valores obtidos para a carga crítica são superiores aos obtidos com a rigidez efectiva traduzida por (3.27) e (3.28).

3.5 - REFERÊNCIAS

- [1] Aas-Jakobsen, K., Design of Slender Reinforced Concrete Frames, Report nº 48, Institut für Baustalik ETH Zurich, Switzerland, Nov., 1973.
- [2] Structural Design of Tall Concrete and Masonry Buildings, American Society of Civil Engineers. ASCE, Vol. CB, 1978.
- [3] Delgado, R.M. e Caetano, E., A Encurvadura em Pórticos de Betão Armado. Jornadas sobre a Aplicação da Nova Regulamentação de Estruturas, Gabinete de Estruturas, FEUP, Porto, 1988.
- [4] Awadalla, E.S., Elastic Critical Loads on Multistory Rigid Frames, Journal of Structural Engineering, Vol. 109, nº 5, Maio, 1983, pp. 1091-1106.
- [5] Kordina, K., Discussion nº 3 - Cracking and Crack Control, Proceedings, International Conference on Planning and Design of Tall Buildings, Vol. III, Aug., 1972.

Capítulo 4

CLASSIFICAÇÃO DAS ESTRUTURAS QUANTO À SUA MOBILIDADE - PROPOSTA DE MÉTODO

4.1 - INTRODUÇÃO

Na análise de estruturas de edifícios, o conhecimento prévio da sensibilidade destas estruturas aos efeitos de 2ª ordem assume grande importância nas situações correntes de projecto. Sendo a análise de estruturas de betão armado, baseada na teoria de 2ª ordem, extremamente complexa e de difícil aplicação em situações práticas, torna-se importante dispormos de meios simplificados de análise que permitam introduzir de uma forma aproximada os efeitos de 2ª ordem no seu dimensionamento.

A aplicação de formas simplificadas, indicadas em diversa regulamentação [1] [2], que permitem caracterizar os efeitos de 2ª ordem baseia-se numa classificação prévia das estruturas quanto à sua sensibilidade em relação a estes efeitos. Torna-se assim necessário dispormos de critérios que, tendo em consideração o real comportamento da estrutura, possibilitem esta classificação.

Será aqui proposto um critério para a classificação de estruturas de betão armado, como estruturas de nós fixos ou de nós móveis. Este critério, reflectindo os efeitos da influência da rigidez das vigas e ainda os efeitos inerentes à forma como as cargas verticais são distribuídas em altura, permite a classificação das estruturas de uma forma mais realista.

4.2 - CARGA CRÍTICA ELÁSTICA DE ESTRUTURAS PLANAS. MÉTODO APROXIMADO

4.2.1 - Introdução

A carga crítica de estruturas reticuladas planas pode ser determinada a partir da sua análise pela teoria de 2ª ordem. De facto, como se viu no capítulo anterior, esta carga crítica pode ser obtida pela determinação de valores e vectores próprios associados à matriz de rigidez completa do sistema. Contudo, para estruturas correntes de betão armado, é possível a partir da sua assimilação a estruturas mais simples, obter-se valores aproximados da carga crítica.

4.2.2 - Estrutura generalizada

Considere-se a estrutura generalizada representada na figura 4.1, com comportamento elástico, submetida à acção de cargas verticais aplicadas nos seus diversos níveis. A distribuição em altura destas cargas pode não ser uniforme, representando-se por P_i a resultante das cargas verticais aplicadas no nível i .

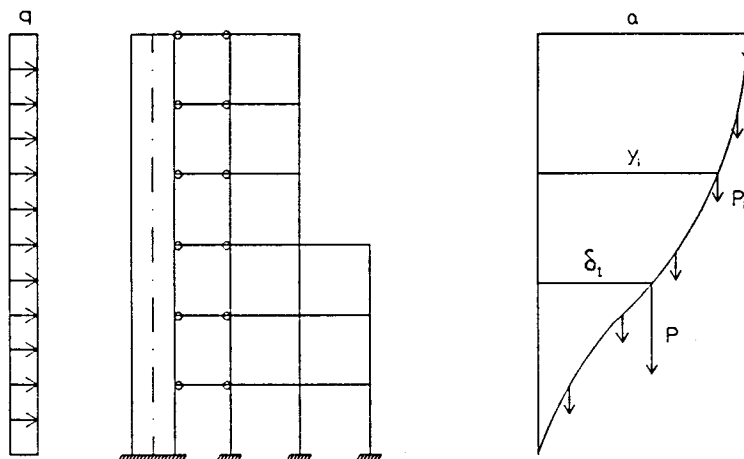


Fig. 4.1 - Estrutura generalizada - deslocamentos de 1ª ordem.

Assimilando esta estrutura a uma consola vertical perfeitamente encastrada na sua base, é possível obter-se de uma forma aproximada a sua carga crítica. De facto, se os efeitos de 2ª ordem da consola equivalente estiverem em correspondência com os da estrutura real, o valor da sua carga crítica pode ser entendido como o da estrutura real.

4.2.3 - Consola equivalente

Considere-se a aplicação de uma carga horizontal uniformemente distribuída á estrutura generalizada. O momento de 1ª ordem na base devido à acção desta carga horizontal é obtido por:

$$M_1 = \frac{q h_{tot}^2}{2} \quad (4.1)$$

sendo:

q - carga horizontal uniformemente distribuída;

h_{tot} - altura total da estrutura generalizada.

Sendo a deformada horizontal da estrutura, correspondente a esta acção, caracterizada pelos deslocamentos horizontais de andar y_i , o incremento do momento na base devido aos deslocamentos de 1ª ordem é dado por:

$$\Delta M_I = \sum P_i y_i \quad (4.2)$$

Este poderá ainda ser escrito na forma:

$$\Delta M_I = \delta \cdot P \quad (4.3)$$

sendo

δ - deslocamento horizontal de 1ª ordem do ponto de aplicação das cargas verticais;

P - resultante das cargas verticais aplicadas.

O momento de 2ª ordem na base da estrutura pode ser obtido com boa aproximação [1], desde que $\Delta M_I \ll M_I$, por:

$$M_{II} = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_I}{M_I}} \cdot M_I \quad (4.4)$$

Atendendo a (4.1) e (4.3) podemos ainda escrever

$$M_{II} = \frac{1}{1 - \frac{2\delta P}{qh_{tot}^2}} \cdot \frac{qh_{tot}^2}{2} \quad (4.5)$$

A consola equivalente será definida de forma a que, por acção da mesma carga horizontal uniformemente distribuída, o momento de 2ª ordem na sua base seja igual ao da estrutura real.

Considere-se a consola vertical, representada na figura 4.2, com um encastramento perfeito na sua base, uma altura h_{tot} igual à altura total da estrutura real e uma rigidez de flexão EI constante.

Para esta consola o momento de 1ª ordem na base devido à acção horizontal q é ainda definido por (4.1).

Considerando aplicadas a esta consola equivalente as mesmas cargas verticais da estrutura real, o incremento do momento na base devido aos deslocamentos de 1ª ordem pode ainda ser obtido por:

$$\Delta M_I = \beta \cdot P \quad (4.6)$$

representando β o deslocamento de 1ª ordem do ponto de aplicação das cargas verticais (ver figura 4.2). Assim, tendo em consideração (4.4), o momento de 2ª ordem na base da consola é definido por:

$$M_{II} = \frac{1}{1 - \frac{2\beta P}{qh_{tot}^2}} \frac{qh_{tot}^2}{2} \quad (4.7)$$

A igualdade dos momentos de 2ª ordem traduzidos por (4.5) e (4.7) pode então ser expressa por:

$$\delta = \beta \quad (4.8)$$

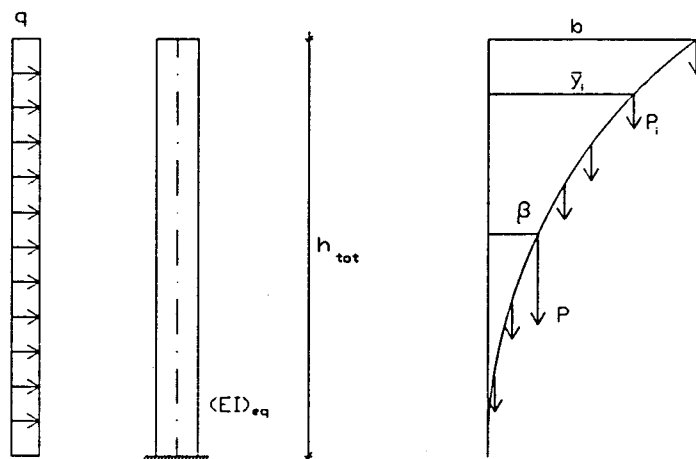


Fig. 4.2 - Consola equivalente.

É possível, através do parâmetro de forma da linha elástica ψ , definir os deslocamentos δ e β em função dos deslocamentos do topo, assim teremos:

para a estrutura real

$$\delta = \psi_e \alpha \quad (4.9a)$$

para a consola equivalente

$$\beta = \psi_c b \quad (4.9b)$$

sendo:

ψ_e, ψ_c - os parâmetros de forma da linha elástica;

α, b - os deslocamentos horizontais de 1ª ordem do topo.

O deslocamento no topo devido à acção horizontal q , é para a consola equivalente:

$$b = \frac{q h_{tot}^4}{8(EI)_{eq}} \quad (4.10)$$

Assim a condição (4.8) que traduz a igualdade de momentos de 2ª ordem pode agora escrever-se:

$$\frac{\psi_e}{\psi_c} \alpha = \frac{q h_{tot}^4}{8(EI)_{eq}} \quad (4.11)$$

ou ainda explicitando em relação à rigidez equivalente

$$(EI)_{eq} = \frac{q h_{tot}^4}{8 \cdot \alpha} \frac{\psi_c}{\psi_e} \quad (4.12)$$

Admitindo um carregamento vertical uniformemente distribuído o parâmetro de forma da consola equivalente ψ_c pode ser obtido a partir da sua deformada correspondente à acção horizontal q . Assim teremos:

$$\bar{y} = b \left(1 - \frac{4}{3}\xi + \frac{1}{3}\xi^4 \right) \quad (4.13a)$$

$$\psi_c = \frac{1}{b} \int_0^1 \bar{y} d\xi = \frac{2}{5} \quad (4.13b)$$

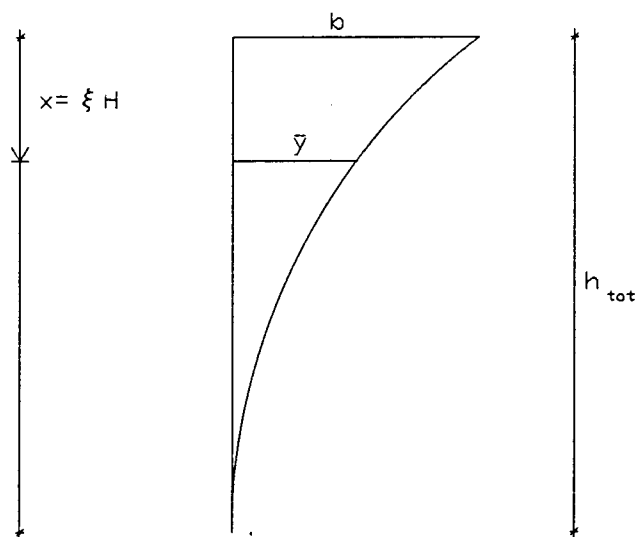


Fig. 4.3 - Deformada para carregamento uniforme.

É assim possível definir a rigidez da consola equivalente unicamente em função da deformada horizontal da estrutura real, devida à acção de uma carga horizontal distribuída. De (4.12) e (4.13b) resulta:

$$(EI)_{eq} = \frac{qh_{tot}^4}{20\psi_e\alpha} \quad (4.14)$$

Sendo ψ_e calculado a partir da deformada horizontal da estrutura real por:

$$\psi_e = \frac{\sum P_i y_i}{P} \quad (4.15)$$

4.2.4 - Carga crítica da consola equivalente

Admitindo-se que as cargas verticais são aplicadas uniformemente em altura, o que é legítimo para estruturas altas, o valor da carga crítica da consola equivalente é obtido por:

$$P_{cr} = 7,83 \frac{(EI)_{eq}}{h_{tot}^2} \quad (4.16)$$

Para estruturas baixas, sendo as cargas verticais aplicadas ao nível dos andares, a hipótese de carregamento vertical uniforme conduz a erros acentuados no valor da carga crítica. Nestas situações o valor da carga crítica pode ser obtido por:

$$P_{cr} = \alpha_{cr}^2 \frac{(EI)_{eq}}{h_{tot}^2} \quad (4.17)$$

apresentando-se valores de α_{cr}^2 , em função do número de andares da estrutura, no quadro 4.1.

Os valores correspondentes à coluna (2) deste quadro foram calculados através do programa referido no Capítulo 2 (PORT2) para a situação de carregamento indicada na figura 4.4a.

Na coluna (3) apresentam-se os valores de α_{cr}^2 calculados a partir de valores do comprimento de encurvadura, correspondente ao carregamento representado na figura 4.4b, indicados por [2].

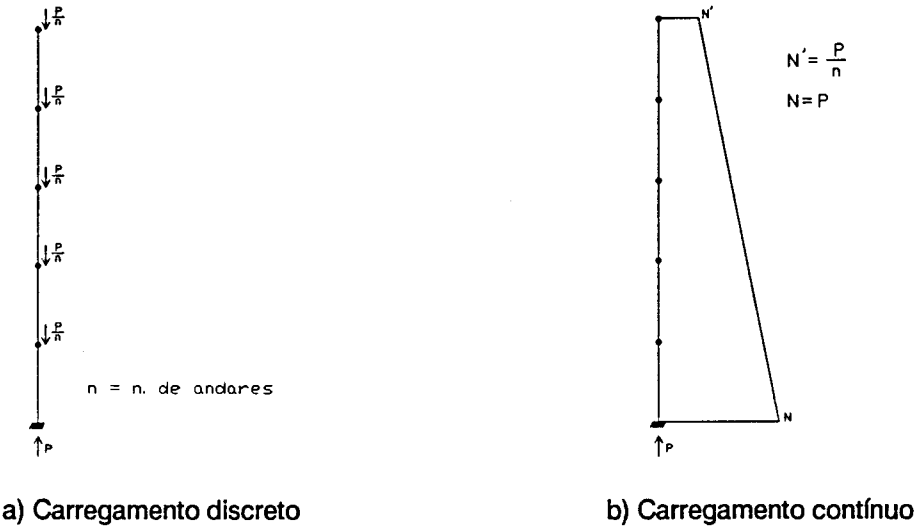


Fig. 4.4 - Carga crítica - consola vertical.

Quadro 4.1 - Valores de α_{cr}^2 para uma consola vertical.

Nº de Andares (1)	PORT2 Fig. 4.4a) (2)	NBE-MV103 Fig. 4.4b) (3)
1	2,486	2,468
2	4,140	3,761
3	5,028	4,582
4	5,560	5,086
5	5,982	5,448
10	6,784	6,440
40	7,505	—
∞	—	7,834

4.2.5 - Influência da rotação das fundações dos elementos parede

Para estruturas constituídas pela associação de pórticos planos e elementos parede (paredes ou núcleos de caixa de escadas), a rotação da fundação destes elementos pode, como se viu no Capítulo 2, produzir significativos decréscimos do valor da carga crítica destas estruturas.

Assim, um método, mesmo que aproximado de determinar a carga crítica, deve traduzir estes efeitos.

A inclusão deste efeito pode ser feita, no método apresentado, de uma forma simples. De facto será apenas necessário que a deformada horizontal de 1ª ordem da estrutura generalizada y_b correspondente à acção horizontal q , seja calculada tendo em consideração a rotação elástica da fundação dos elementos parede.

Assim, o momento de 2ª ordem na base da estrutura obtido por (4.5) e consequentemente a rigidez da consola equivalente $(EI)_{eq}$ calculada por (4.14), traduziram este efeito. Desta forma o valor da carga crítica definido a partir da rigidez $(EI)_{eq}$, terá também a influência desta rotação.

O cálculo da deformada horizontal nestas condições pode ser feito directamente com um programa de pórticos, preparado de forma a incluir na matriz de rigidez global da estrutura, a rigidez elástica destes apoios. No entanto, este cálculo pode ainda ser feito com um programa corrente de pórticos, bastando para isso introduzir uma barra fictícia nestes apoios como se referiu no ponto 3.3 do capítulo anterior.

4.2.6 - Carga crítica elástica da estrutura generalizada

Considera-se que a carga crítica da estrutura generalizada é igual à carga crítica da consola equivalente. De facto, esta é apenas uma aproximação. No entanto os resultados obtidos nas aplicações realizadas, permitem concluir que esta aproximação é satisfatória.

4.3 - CARGA CRÍTICA DE ESTRUTURAS PLANAS DE BETÃO ARMADO

O cálculo da carga crítica de estruturas de betão armado, será feito a partir do método descrito no ponto anterior, sendo os efeitos relativos ao comportamento do betão armado considerados pela adopção de valores efectivos da rigidez de flexão.

Tendo por base as considerações apresentadas no ponto 3.4 do capítulo anterior, foram adoptados os seguintes valores para a rigidez efectiva dos elementos:

Vigas

$$(EI)_{eff} = 0,4 \ E_c I_g \quad (4.18a)$$

Pilares

$$(EI)_{eff} = 0,8 \ E_c I_g \quad (4.18b)$$

sendo:

E_c - módulo de elasticidade do betão tomado com o seu valor característico;

I_g - momento de inércia da secção transversal.

Assim, a determinação da carga crítica para estruturas de betão armado, será feita a partir dos seguintes passos:

- 1 - Determinação da deformada horizontal da estrutura, traduzida pelos deslocamentos horizontais de andar y_i , para a acção de uma carga horizontal uniformemente distribuída arbitrária q . Para o cálculo desta deformada serão considerados os valores da rigidez efectiva dos elementos $(EI)_{eff}$ definidos por (4.18).
- 2 - Determinação do parâmetro de forma ψ_e .

$$\psi_e = \frac{\sum P_i y_i}{P} \quad (4.19)$$

com

P_i - resultante das cargas verticais aplicadas no nível i ;

P - resultante das cargas verticais aplicadas ao nível das fundações.

- 3 - Determinação da rigidez equivalente efectiva

3.1 - Cargas verticais iguais nos vários níveis

$$(EI)_{eq, eff} = \frac{qh_{tot}^4}{20 \cdot \psi_e \alpha} \quad (4.20)$$

com

h_{tot} - altura total da estrutura;

α - deslocamento horizontal no topo.

3.2 - Variações acentuadas da carga vertical entre os vários níveis

$$(EI)_{eq, eff} = \frac{qh_{tot}^4}{8\alpha} \cdot \frac{\psi_c}{\psi_e} \quad (4.21)$$

com

$$\psi_c = \frac{\sum P_i \bar{y}_i}{P} \quad (4.22)$$

sendo $\bar{y}$ a deformada da consola equivalente definida por (4.13a).

4 - Determinação da carga crítica

$$P_{cr} = 7,83 \frac{(EI)_{eq, eff}}{h_{tot}^2} \quad (4.23)$$

4.4 - CRITÉRIO DE CLASSIFICAÇÃO DAS ESTRUTURAS. MÉTODO PROPOSTO

O estabelecimento de um critério, seguindo os princípios gerais adoptados no CEB, que possibilite a caracterização das estruturas, como sendo de nós fixos ou de nós móveis, assenta no conhecimento da carga crítica destas estruturas.

A classificação de uma estrutura quanto à mobilidade dos seus nós baseia-se fundamentalmente na caracterização de dois comportamentos perfeitamente distintos desta estrutura, estruturas de nós fixos e estruturas de nós móveis. De acordo com o REBAP [1], consideram-se como estruturas de nós fixos aquelas cujos nós, sob o efeito

dos valores de cálculo das acções, sofrem deslocamentos horizontais de valor desprezável. Assim, a classificação das estruturas representadas na figura 4.5 é imediata. De facto, para estas estruturas as acções consideradas não produzem deslocamentos horizontais, devendo assim estas serem consideradas como estruturas de nós fixos.

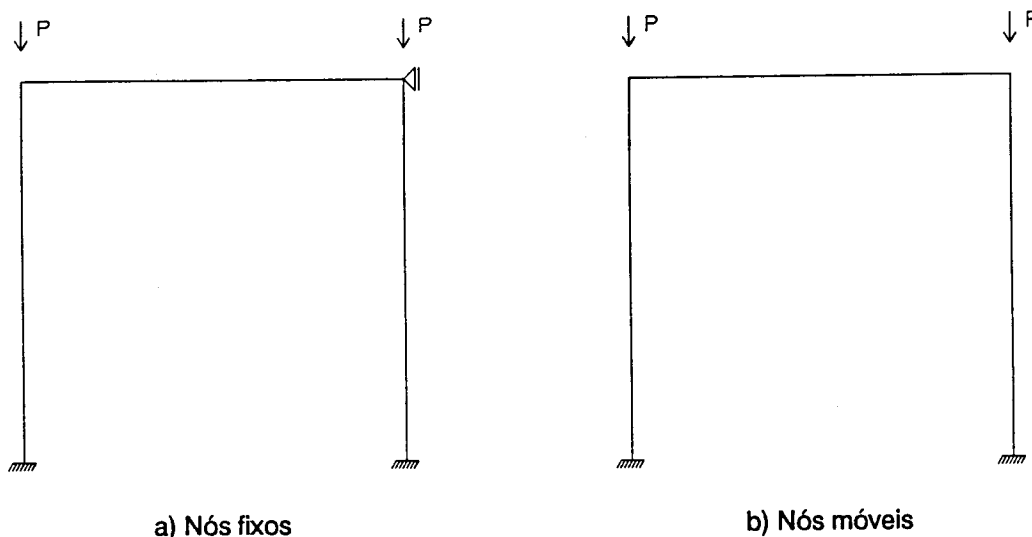


Fig. 4.5 - Classificação das estruturas.

No entanto, ainda segundo o REBAP, considera-se que os deslocamentos horizontais são desprezáveis, quando o forem os efeitos secundários a eles devidos. Desta forma, para a estrutura representada na figura 4.5b), admitindo-se pequenos deslocamentos horizontais, resultantes de uma acção exterior ou de imperfeições geométricas, os efeitos de 2ª ordem a eles devidos podem não ser desprezáveis para a acção vertical considerada, resultando assim a estrutura como sendo de nós móveis.

A classificação de uma estrutura envolve assim a consideração, por um lado da acção a ela aplicada e por outro da sua sensibilidade aos efeitos de 2ª ordem associados a esta acção. Podendo ser estes efeitos traduzidos pela carga crítica da estrutura, torna-se então possível estabelecer um critério, que possibilite uma tal classificação, a partir do conhecimento do valor desta carga crítica.

Podemos assim estabelecer um critério simplificado para a classificação de estruturas, tendo em consideração os princípios gerais seguidos pelo REBAP e CEB, mas fazendo-se introduzir factores com significativa influência no valor da sua carga crítica como sejam:

- 1 - contribuição da rigidez das vigas na deformabilidade da estrutura;

- 2 - distribuição não uniforme das cargas verticais pelos vários níveis da estrutura;
- 3 - rotação elástica das fundações dos elementos parede;
- 4 - redução da rigidez de flexão dos elementos por acção da fendilhação nestes produzida.

Considere-se o pilar de betão armado, representado na figura 4.6, perfeitamente encastrado na sua base com as seguintes características:

- altura h_{tot} igual à altura total da estrutura;
- rigidez de flexão EI constante em toda a sua altura;
- solicitado por um conjunto de cargas verticais P aplicadas nas secções correspondentes aos níveis da estrutura.

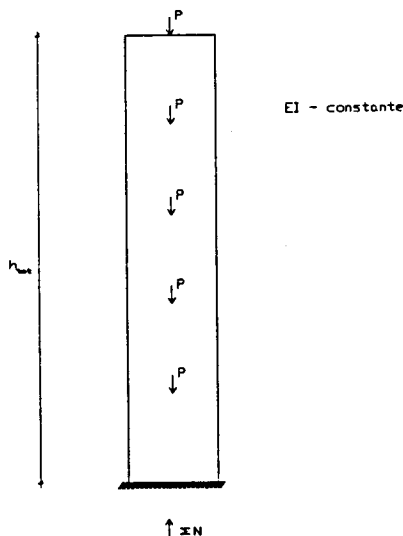


Fig. 4.6 - Pilar encastrado na base.

A carga crítica pode ser obtida para este pilar por:

$$(P_{cr})_p = \alpha_{cr}^2 \frac{(EI)_f}{h_{tot}^2} \quad (4.24)$$

sendo:

α_{cr}^2 - parâmetro definido no quadro 4.1;

$(EI)_f$ - rigidez de flexão em fase fendilhada.

Considerando como no CEB para o pilar, uma redução de 30% da rigidez devida à fendilhação temos

$$(EI)_f = 0,7 \quad EI \quad (4.25)$$

assim a carga crítica pode ser obtida a partir da rigidez de flexão em fase não fendilhada

$$(P_{cr})_p = 0.7 \alpha_{cr}^2 \frac{EI}{h_{tot}^2} \quad (4.26)$$

A rigidez de flexão do pilar será definida por forma a que a sua carga crítica seja igual à carga crítica da estrutura. Virá então:

$$(P_{cr})_p = P_{cr} \quad (4.27)$$

e de (4.26) obtém-se:

$$EI = \frac{h_{tot}^2}{0.7 \alpha_{cr}^2} P_{cr} \quad (4.28)$$

Segundo o REBAP e CEB, os efeitos de 2ª ordem são desprezáveis se o momento de 2ª ordem na base não ultrapassa em mais de 10% o momento de 1ª ordem. Esta condição é expressa para o pilar por:

$$h_{tot} \sqrt{\frac{\sum N}{EI}} \leq \eta \quad (4.29)$$

$$\text{com} \quad \eta = 0,2 + 0,1n \quad \text{se} \quad n \leq 4 \quad (4.30a)$$

$$\eta = 0,2 \quad \text{se} \quad n > 4 \quad (4.30b)$$

sendo n o número de andares da estrutura.

Substituindo aqui a rigidez do pilar pelo valor definido por (4.28) vem:

$$h_{tot} \sqrt{\frac{\sum N}{\frac{h_{tot}^2 \cdot P_{cr}}{0,7 \cdot \alpha_{cr}^2}}} \leq \eta \quad (4.31)$$

e ainda simplificando esta expressão temos:

$$\sqrt{0,7} \cdot \alpha_{cr} \cdot \sqrt{\frac{\sum N}{P_{cr}}} \leq \eta \quad (4.32)$$

Considerando a carga vertical uniformemente distribuída, o que é legítimo para um elevado número de andares da estrutura, o valor de α_{cr}^2 é:

$$\alpha_{cr}^2 = 7,834$$

Para edifícios baixos, com um número de andares inferior a 4, os valores de α_{cr}^2 podem ser obtidos a partir do Quadro 4.1. Assim, o critério pode finalmente ser apresentado na forma

$$\phi \sqrt{\frac{\sum N}{P_{cr}}} \leq \eta \quad (4.32)$$

sendo:

- $\sum N$ - carga vertical total aplicada à estrutura, correspondente a valores de serviço;
- P_{cr} - carga crítica da estrutura (podendo ser obtida de uma forma aproximada a partir das considerações feitas no ponto anterior deste capítulo);
- ϕ, η - parâmetros definidos no Quadro 4.2.

Quadro 4.2 - Critério de classificação - parâmetros ϕ, η

Nº de andares	ϕ	η
n = 1	1,32	0,3
n = 2	1,71	0,4
n = 3	1,88	0,5
n = 4	1,98	0,6
n > 4	2,34	0,6

Com vista à realização das aplicações numéricas, apresentada no capítulo seguinte, foi desenvolvido o programa PORTCR. Este programa resultou da implementação num programa de pórticos planos do método anteriormente exposto. Para estruturas com as ligações das vigas aos pilares traduzidas por rótulas, a aplicação deste critério conduziu a resultados em perfeita concordância com os obtidos pelo critério apresentado no REBAP. Nos pórticos com continuidade nas ligações viga-pilar, o efeito da rigidez das vigas mostrou ser significativo, tendo-se obtido resultados substancialmente diferentes daqueles a que conduz o REBAP. De facto, verificou-se que estruturas com secções de vigas correntes, classificadas pelo REBAP como estruturas de nós móveis, são por este critério classificadas como estruturas de nós fixos.

4.5 - REFERÊNCIAS

- [1] Regulamento de Estruturas de Betão Armado e Pré-esforçado. REBAP, Imprensa Nacional Casa da Moeda, E.P., Lisboa, 1985.
- [2] Comité Euro-International du Béton, Fédération Internationale de la Précontrainte. CEB - FIP, Bulletin d'Information nº 137.
- [3] Timoshenko, S.P. and Gere, J.M., Theory of Elastic Stability, Second ed., McGraw-Hill, New York, 1961.
- [4] Norma Básica de la Edificación. NBE-MV103, 1972. Cálculo de las Estructuras de Acero Laminado en Edificación, Dirección General de Arquitectura y Vivienda. Ministerio de Obras Públicas y Urbanismo, Madrid, 1980.

Capítulo 5

APLICAÇÕES

5.1 - INTRODUÇÃO

No presente capítulo são analisados os resultados obtidos, para várias aplicações dos programas PORT2 e PORTCR.

A análise de um primeiro conjunto de estruturas, permitiu aferir os resultados obtidos a partir do programa PORT2. Foram ainda considerados três conjuntos de pórticos planos com o objectivo de se analisar a variação da carga crítica com o número de andares dos pórticos e com a relação de rigidez vigas-pilares. Para estes pórticos, os valores do parâmetro de instabilidade α , correspondentes à aplicação do critério de classificação proposto, foram comparados com os valores definidos pelo REBAP.

5.2 - CARGA CRÍTICA ELÁSTICA - AFERIÇÃO DE RESULTADOS DE PORT2

Foram consideradas as estruturas PT1, PT2, PT3 e PT4, para as quais são conhecidos valores de carga crítica elástica, para a aferição dos resultados através do programa PORT2. Para as duas primeiras estruturas, representadas nas figuras 5.1 e 5.2, são conhecidos os valores teóricos da carga crítica. Para as estruturas representadas nas figuras 5.3 e 5.4 os resultados são comparados com valores obtidos por outros métodos apresentados por Awadalla [1]. A comparação destes resultados é feita a partir do parâmetro λ_{cr} definido por:

$$\lambda_{cr} = \frac{P_{cr}}{P} \quad (5.1)$$

representando P o valor da carga vertical total aplicada à estrutura.

Pela análise dos resultados apresentados no Quadro 5.2, podemos constatar que os valores obtidos através do programa PORT2 estão em perfeita concordância (erros inferiores a 0,58%) com os valores "exactos" indicados na coluna (3). Refira-se ainda que os valores correspondentes às colunas (4) e (5), obtidos por métodos aproximados [1], apresentam erros superiores.

Em face destes resultados, e tendo em consideração os vários tipos de estruturas analisadas, podem-se aceitar os resultados do programa PORT2, como valores de referência para comparação com os resultados do método proposto, obtidos a partir do programa PORTCR.

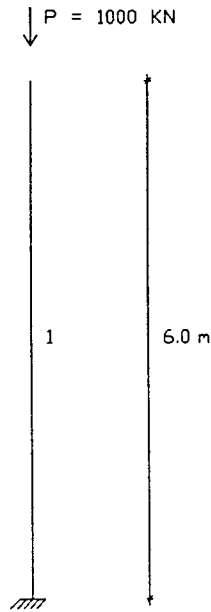


Fig. 5.1 - Estrutura PT1.

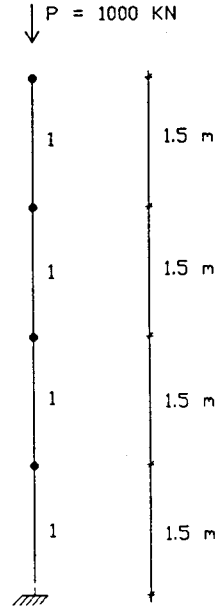


Fig. 5.2 - Estrutura PT2.

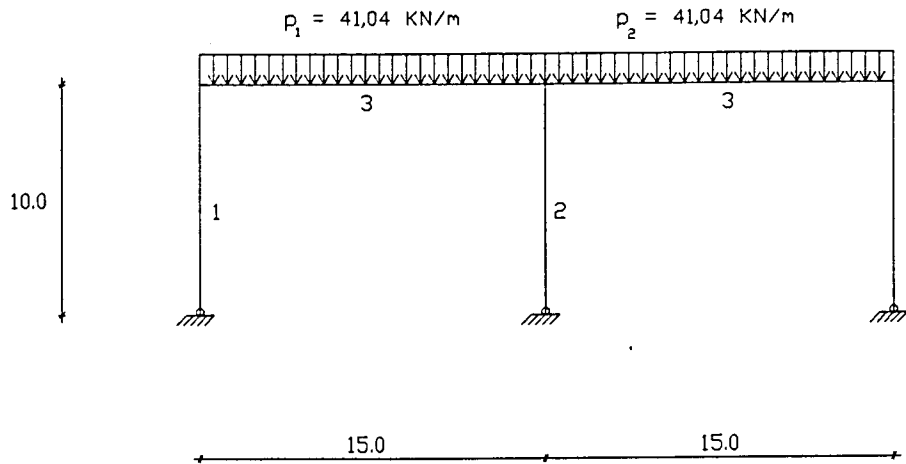


Fig. 5.3 - Estruturas PT3.

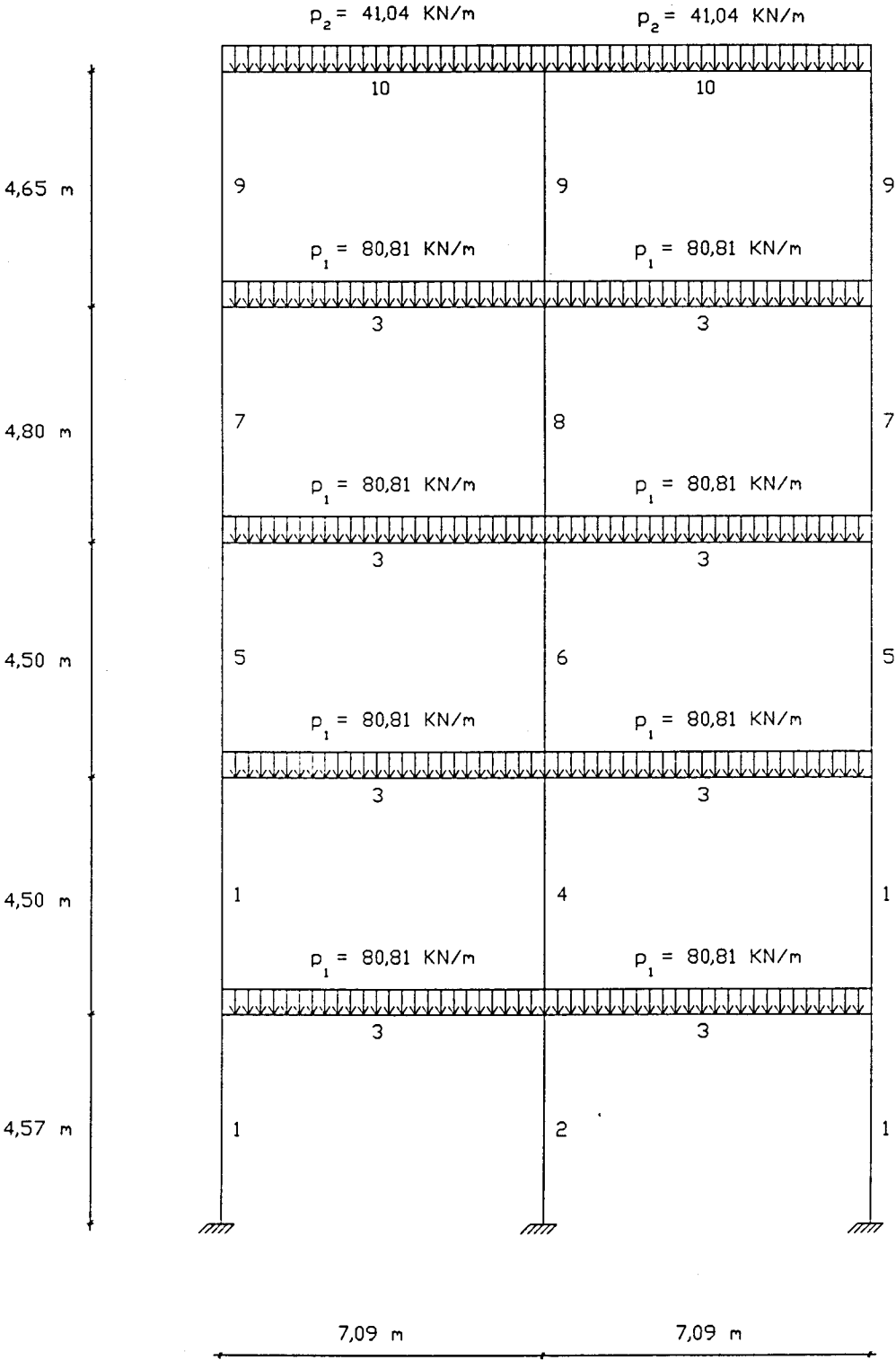


Fig. 5.4 - Estrutura PT4.

Quadro 5.1 - Características dos elementos.

Estrutura	Elementos	E (GPa)	I (cm ⁴)	A (cm ²)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
PT1	1	200	25166	149,1
	2	200	25166	149,1
	3	200	25166	149,1
PT2	1	200	25166	149,1
	2	200	25166	149,1
	3	200	25166	149,1
PT3	1	200	48526	195,0
	2	200	99994	366,0
	3	200	717325	494,0
PT4	1	200	13426	134,0
	2	200	25101	221,0
	3	200	51037	123,0
	4	200	19165	183,0
	5	200	11260	118,0
	6	200	15713	150,0
	7	200	8663	95,0
	8	200	9211	102,0
	9	200	4789	66,0
	10	200	20475	85,0

Quadro 5.2 - Factor de carga crítica elástica. Comparação de resultados.

Estrutura	Factor de carga crítica elástica λ_{cr}			
	PORT2	Funções de estabilidade	Awadalla	Horne
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
PT1	3,461	3,435	—	—
PT2	3,433	3,435	—	—
PT3	2,35	2,55	2,57	2,73
PT4	7,73	7,70	7,86	7,12

5.3 - INFLUÊNCIA DO NÚMERO DE ANDARES NA CARGA CRÍTICA E NO PARÂMETRO DE INSTABILIDADE α

Fez-se a análise da variação da carga crítica com o número de andares de um pórtico de betão armado. Neste estudo, foram considerados os pórticos de 1 tramo e um número variável de andares (P1TnA) representados na figura 5.5.

Apresentam-se no quadro 5.3 os valores da carga crítica obtidos por PORT2. Na coluna (3) deste quadro são indicados os valores da carga crítica elástica P_{cre} . Os valores da carga crítica referentes às colunas (4) e (5) foram obtidos a partir da rigidez efectiva dos elementos do pórtico. Consideraram-se os seguintes valores desta rigidez efectiva:

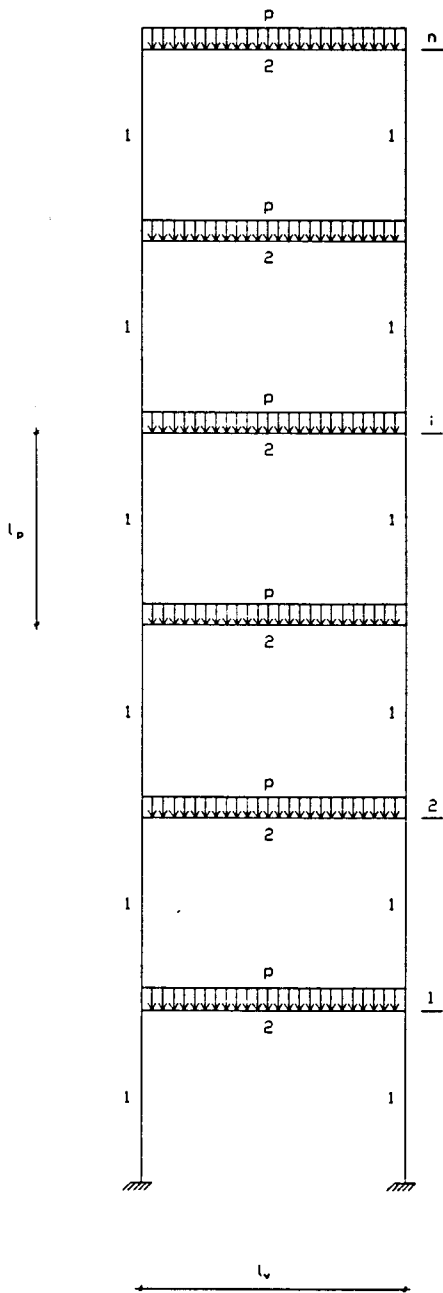
$$\text{a) vigas:} \quad (EI)_{eff} = 0,4 \quad E_c I_g \quad (5.2a)$$

$$\text{pilares:} \quad (EI)_{eff} = 0,8 \quad E_c I_g \quad (5.2b)$$

$$\text{b) vigas e pilares:} \quad (EI)_{eff} = 0,7 \quad E_c I_g \quad (5.3)$$

A análise dos resultados obtidos permitiu verificar que o primeiro critério conduz a valores mais baixos da carga crítica. Verifica-se ainda que as diferenças entre os valores, obtidos por uma ou outra via, aumentam com o número de andares do pórtico, ou seja, com o aumento da sua flexibilidade.

Para as restantes aplicações consideraram-se os valores da rigidez efectiva traduzidos por (5.2).



Pilares (1):
 $h = 0.35\text{ m}$; $b = 0.35\text{ m}$
 $l_p = 3.0\text{ m}$

Vigas (2):
 $h = 0.45\text{ m}$; $b = 0.25\text{ m}$
 $p = 30\text{ KN/m}$
 $l_v = 5.0\text{ m}$

n - número de andares

Fig. 5.5 - Pórticos 1 tramo - n andares (P1TnA).

Quadro 5.3 - Carga crítica. Pórticos P1TnA

PÓRTICO	Nº ANDARES	PORT2				
		P_{cre}	$P_{cr}(\alpha)$	$P_{cr}(b)$	$\frac{P_{cr}(\alpha)}{P_{cre}}$	$\frac{P_{cr}(b)}{P_{cre}}$
		(KN)	(KN)	(KN)		
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
P1T1A	1	57512	36398	40258	0,633	0,700
P1T2A	2	53830	31730	37681	0,598	0,700
P1T4A	4	46259	25564	32381	0,553	0,700
P1T8A	8	39429	20710	27600	0,525	0,700
P1T16A	16	33911	17573	23738	0,518	0,700

Foram ainda calculadas as cargas críticas para este conjunto de pórticos, a partir do programa PORTCR referenciando-se os seus resultados por Método Proposto.

Neste cálculo foi considerada a rigidez efectiva dos elementos definida por (5.2). Comparam-se estes resultados, no quadro 5.4 e ainda de uma forma gráfica na figura 5.6, com os obtidos por PORT2.

Quadro 5.4 - Carga crítica. Pórticos P1TnA. Comparação de resultados PORT2/MP.

PÓRTICO	Nº ANDARES	PORT2		MÉTODO PROPOSTO		Erro (%)
		P_{cr}	β	P_{cr}	β	
		(KN)		(KN)		
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
P1T1A	1	36398	0,915	39732	0,918	+ 8,6
P1T2A	2	31730	0,798	29235	0,679	- 7,8
P1T4A	4	25564	0,643	22790	0,529	- 10,8
P1T8A	8	20710	0,521	19207	0,446	- 7,3
P1T16A	16	17573	0,441	16361	0,380	- 6,9

$$\beta = \frac{P_{cr}}{P_{Ep}}$$

$$P_{Ep} = \frac{\pi^2 EI_p}{l_p^2}$$

Com base nos valores da carga crítica apresentados no quadro 5.4, calcularam-se os valores do parâmetro de instabilidade α definido no capítulo anterior. Este parâmetro, directamente comparável ao definido pelo REBAP, permite a classificação das estruturas. Assim estas serão consideradas como estruturas de nós fixos se $\alpha \leq \eta$, sendo η o parâmetro limite definido pelo REBAP. A comparação destes valores é apresentada no quadro 5.5, e graficamente na figura 5.7. Destes resultados podemos verificar que de acordo com o REBAP apenas os pórticos com 1 e 2 andares são de nós fixos. Introduzindo o efeito da rigidez das vigas, quer por PORT2 quer pelo Método Proposto (M.P.), sómente o pórtico de 16 andares é de nós móveis. Pela figura 5.7 podemos verificar que as diferenças do valor de α obtidas por PORT2 e Método Proposto não são significativas. Contudo as diferenças entre estes valores e os definidos pelo REBAP são substanciais, resultando estas diferenças pela não consideração da rigidez das vigas no critério apresentado pelo REBAP.

Quadro 5.5 - Parâmetro de instabilidade α - Pórticos P1TnA

PÓRTICO (1)	Nº ANDARES (2)	PORT2 α (3)	M.P. α (4)	REBAP α (5)	η (6)
P1T1A	1	0,09	0,08	0,14	0,30
P1T2A	2	0,17	0,17	0,39	0,40
P1T4A	4	0,30	0,32	1,09	0,60
P1T8A	8	0,56	0,59	3,09	0,60
P1T16A	16	0,87	0,91	6,55	0,60

- colunas (3) e (4)

$$\alpha = \phi \sqrt{\frac{\sum N}{P_{cr}}}$$

ϕ - parâmetro definido no quadro 4.2

- coluna (5)

$$\alpha = h_{tot} \sqrt{\frac{\sum N}{\sum EI}}$$

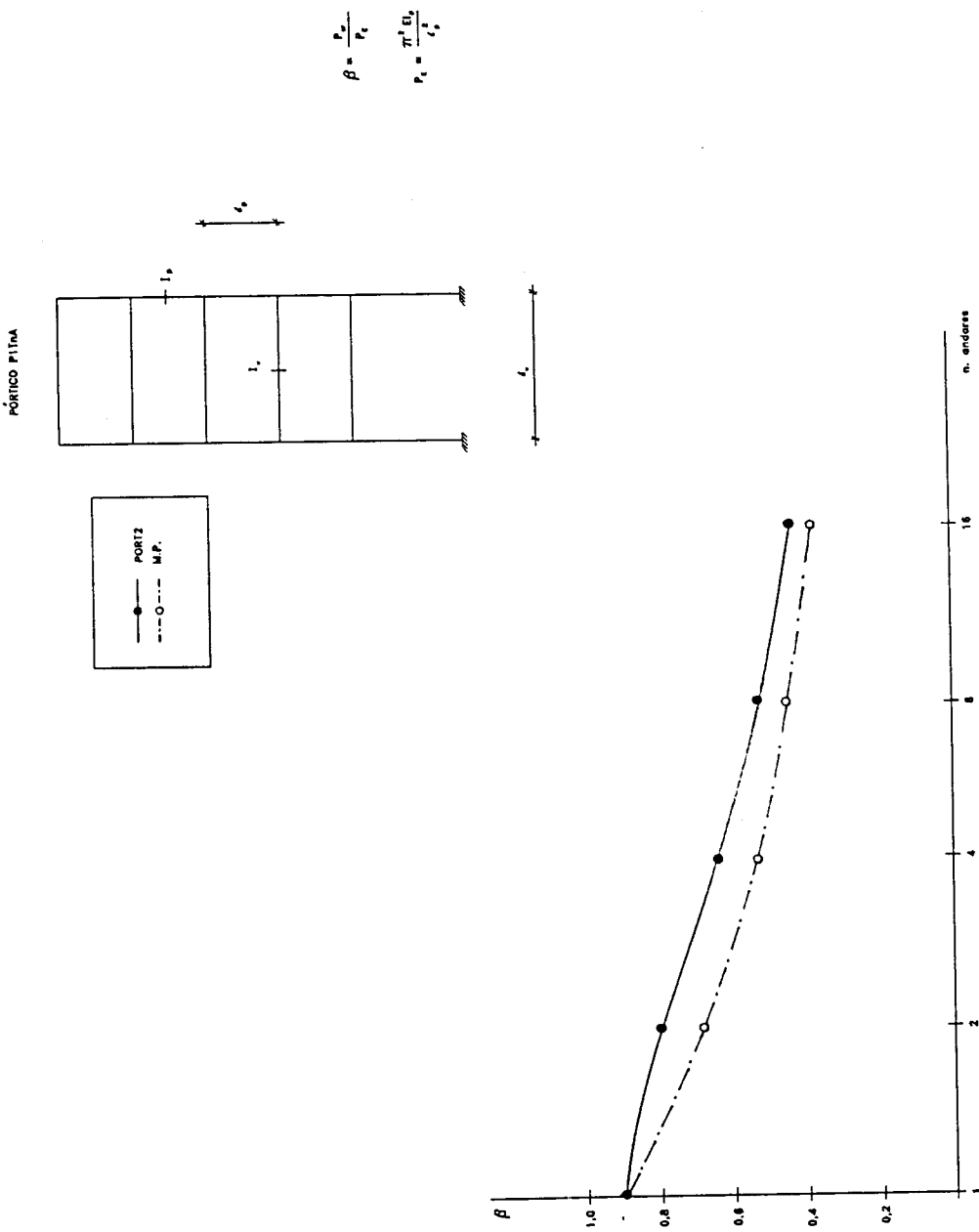


Fig. 5.6 - Variação da carga crítica com o número de andares.

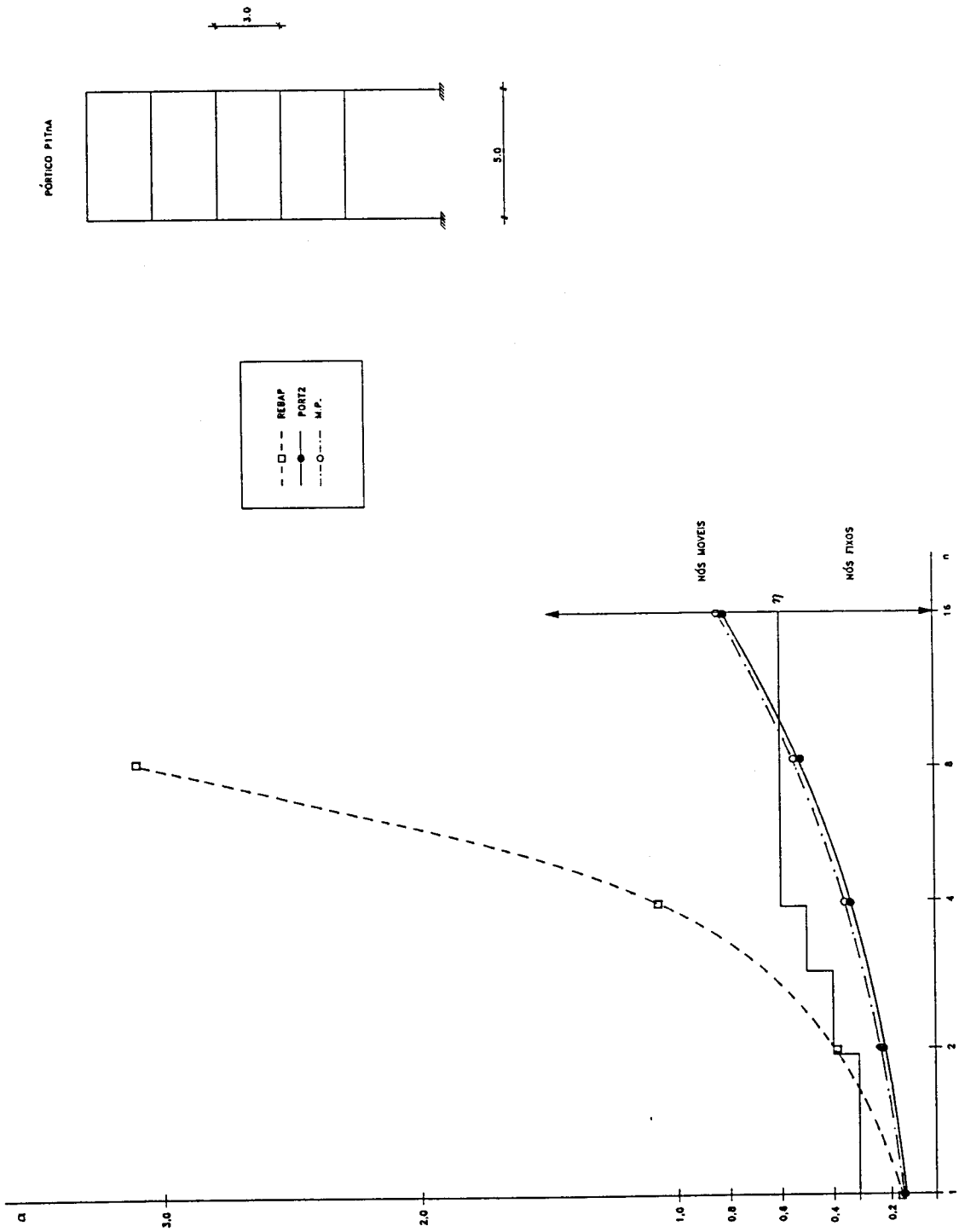


Fig. 5.7 - Parâmetro de Instabilidade α (P1TnA). Comparação PORT2/M.P./REBAP.

5.4 - INFLUÊNCIA DA RELAÇÃO DE RIGIDEZ VIGAS-PILARES NA CARGA CRÍTICA E NO PARÂMETRO DE INSTABILIDADE α

Foi avaliada a influência da rigidez das vigas na mobilidade de pórticos de betão armado. Para esta análise foram considerados dois pórticos com características de flexibilidade diferentes. Determinaram-se, para cada um destes pórticos, os valores da carga crítica e do parâmetro de instabilidade α correspondentes a várias relações entre a rigidez das vigas e dos pilares traduzidos pelo parâmetro γ .

5.4.1 - Pórtico de 1 tramo e 4 andares - P1T4A

Para o pórtico representado na figura 5.8, a variação da relação de rigidez entre as vigas e pilares, foi concretizada a partir da variação da altura h_v das secções transversais das vigas, mantendo-se as características geométricas de todos os outros elementos.

O estudo correspondente aos vários valores da relação de rigidez das vigas e pilares definido por γ , foi efectuado segundo os critérios adoptados no ponto anterior.

Apresentam-se no quadro 5.6 os valores da carga crítica, obtidos pelo programa PORT2, para os dois valores da rigidez efectiva anteriormente considerados. Observa-se ainda aqui que os valores correspondentes à hipótese a), indicados na coluna (6) deste quadro, são inferiores aos obtidos para a hipótese b), exceptuando os casos do primeiro e último pórticos.

De facto para o primeiro pórtico (P1T40.0), sendo a rigidez das vigas nula, a relação entre a carga crítica e a carga crítica elástica corresponde ao valor do factor de redução da rigidez dos pilares definido por (5.2a). Para os outros pórticos, não sendo nula a rigidez das vigas, o factor de redução considerado para as vigas (0,4) exerce a sua influência baixando consideravelmente os valores da relação das cargas críticas indicados na coluna (8).

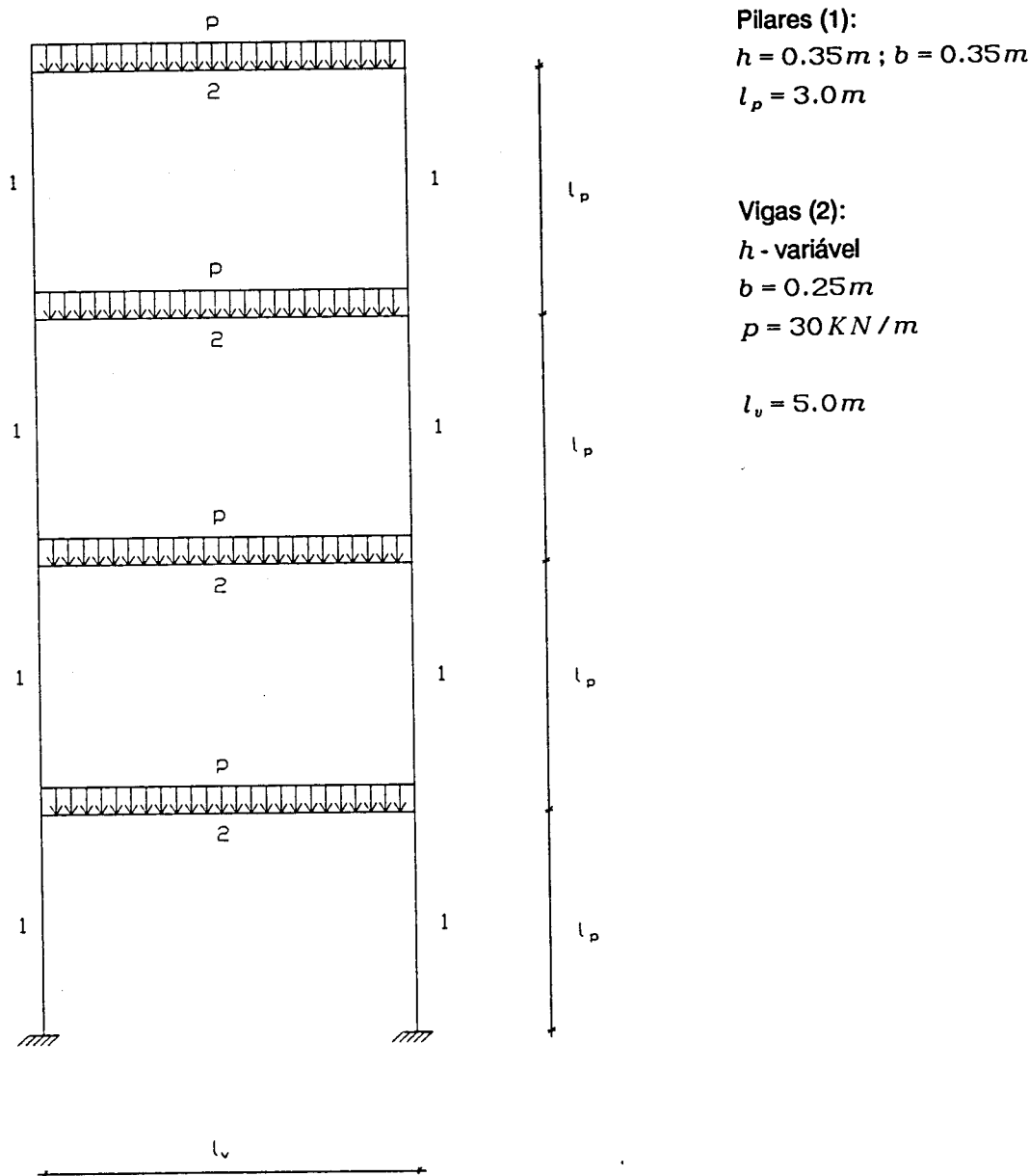


Fig. 5.8 - P1T4A - Variação da rigidez das vigas.

Quadro 5.6 - Carga crítica. Pórtico P1T4A.

PÓRTICO	VIGAS		γ	PORT2				
	b	h		P_{cre}	$P_{cr}(\alpha)$	$P_{cr}(b)$	$\frac{P_{cr}(\alpha)}{P_{cre}}$	$\frac{P_{cr}(b)}{P_{cre}}$
	(m)	(m)		(KN)	(KN)	(KN)	(KN)	(KN)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
P1T4A0.0	0,01	0,01	0,0	2733	2210	1913	0,81	0,70
P1T4A0.1	0,25	0,22	0,1	12507	6561	8755	0,52	0,70
P1T4A0.4	0,25	0,34	0,4	29607	15516	20725	0,52	0,70
P1T4A1.0	0,25	0,46	1,0	47715	26554	33401	0,56	0,70
P1T4A2.0	0,25	0,59	2,0	62532	38668	43772	0,62	0,70
P1T4A10	0,25	1,00	10,0	78039	59606	54627	0,76	0,70

$$\gamma = \frac{I_v \cdot l_p}{I_p \cdot l_v}$$

A comparação dos valores da carga crítica obtidos pelos programas PORT2 e PORTCR é apresentada no quadro 5.7. Esta comparação pode ainda ser visualizada através do gráfico apresentado na figura 5.9. Observa-se a boa concordância entre estes valores e ainda o crescimento progressivo da carga crítica com a relação de rigidez γ .

Quadro 5.7 - Carga crítica. Pórtico P1T4A. Comparação de resultados PORT2/MP.

PÓRTICO	VIGAS		γ	PORT2		MÉTODO PROPOSTO		Erro (%)
	b	h		P_{cr}	β	P_{cr}	β	
	(m)	(m)		(KN)		(KN)		
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	
P1T4A0.0	0,01	0,01	0,0	2210	0,06	2384	0,06	+ 7,8
P1T4A0.1	0,25	0,22	0,1	6561	0,17	6305	0,16	- 3,9
P1T4A0.4	0,25	0,34	0,4	15516	0,39	13836	0,35	- 10,8
P1T4A1.0	0,25	0,46	1,0	26554	0,67	23403	0,59	- 11,8
P1T4A2.0	0,25	0,59	2,0	38668	0,97	34359	0,86	- 11,1
P1T4A10	0,25	1,00	10,0	59606	1,50	59155	1,49	- 0,7
P1T4A40	0,25	1,59	40,0	63875	1,61	69629	1,75	+ 9,0
P1T4A100	0,25	2,16	100,0	64304	1,62	72239	1,82	+ 12,3

Os valores do parâmetro de instabilidade α correspondentes ao programa PORT2, Método Proposto (M.P.) e REBAP são apresentados no quadro 5.8 e de uma forma gráfica na figura 5.10.

Observa-se que para o pórtico P1T4A0.0 os valores correspondentes a PORT2 e M.P. estão em perfeita concordância com os definidos pelo REBAP, de facto neste pórtico a rigidez das vigas é nula ($\gamma = 0$) pelo que a sua influência não se faz sentir. Observa-se ainda a partir da figura 5.10 a boa concordância dos valores de α definidos por PORT2 e M.P.. A diferença destes valores e os obtidos pelo REBAP vai aumentando à medida que a rigidez das vigas aumenta.

Quadro 5.8 - Parâmetro de instabilidade α (P1T4A).

PÓRTICO	VIGAS		γ	PORT2 α	M.P. α	REBAP α
	b	h				
	(m)	(m)				
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
P1T4A0.0	0,01	0,01	0,0	1,03	0,99	1,09
P1T4A0.1	0,25	0,22	0,1	0,59	0,61	1,09
P1T4A0.4	0,25	0,34	0,4	0,39	0,41	1,09
P1T4A1.0	0,25	0,46	1,0	0,30	0,32	1,09
P1T4A2.1	0,25	0,59	2,0	0,24	0,26	1,09
P1T4A10.0	0,25	1,00	10,0	0,20	0,20	1,09

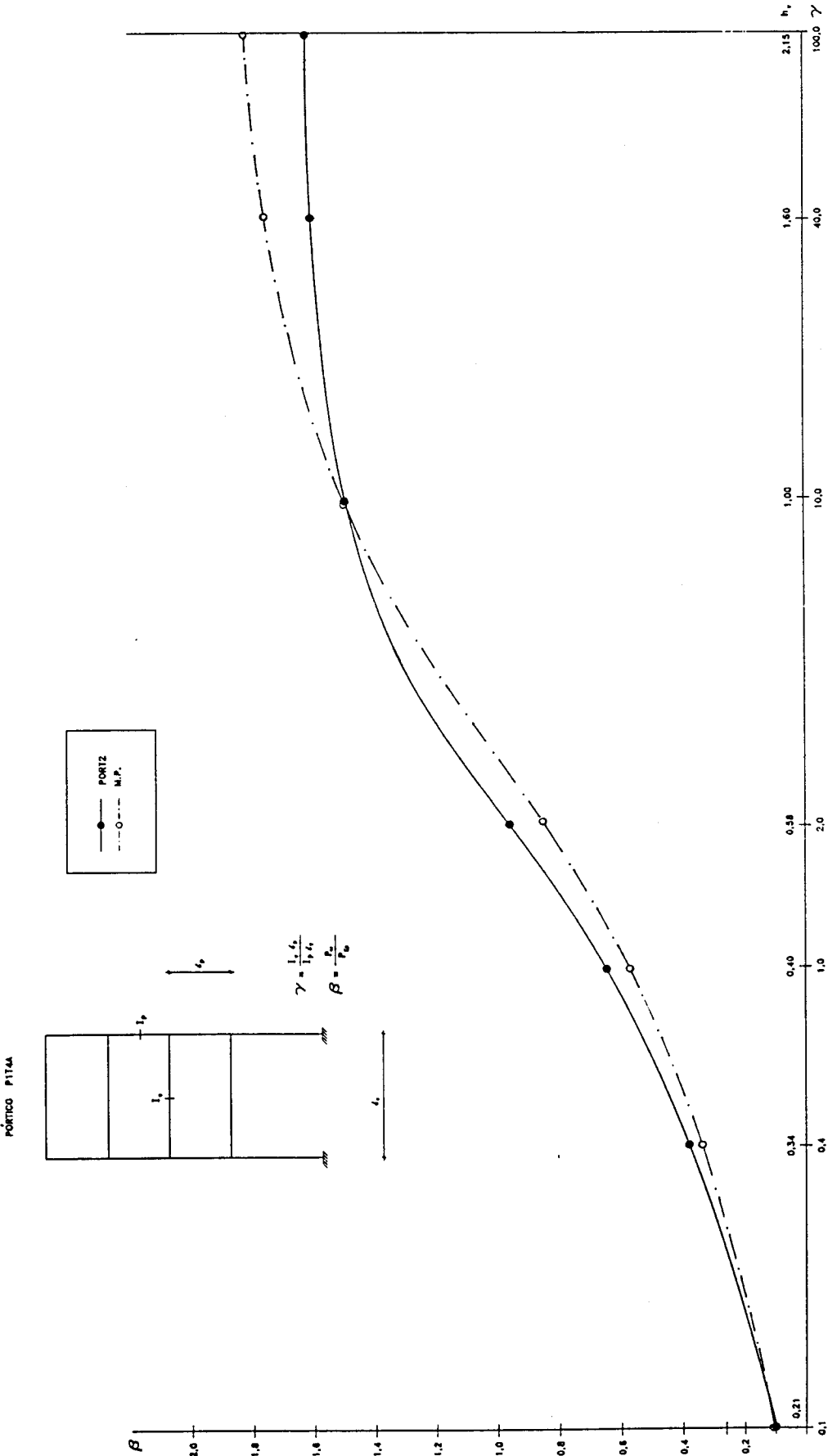


Fig. 5.9 - Variação da carga crítica com a rigidez das vigas (P1T4A).

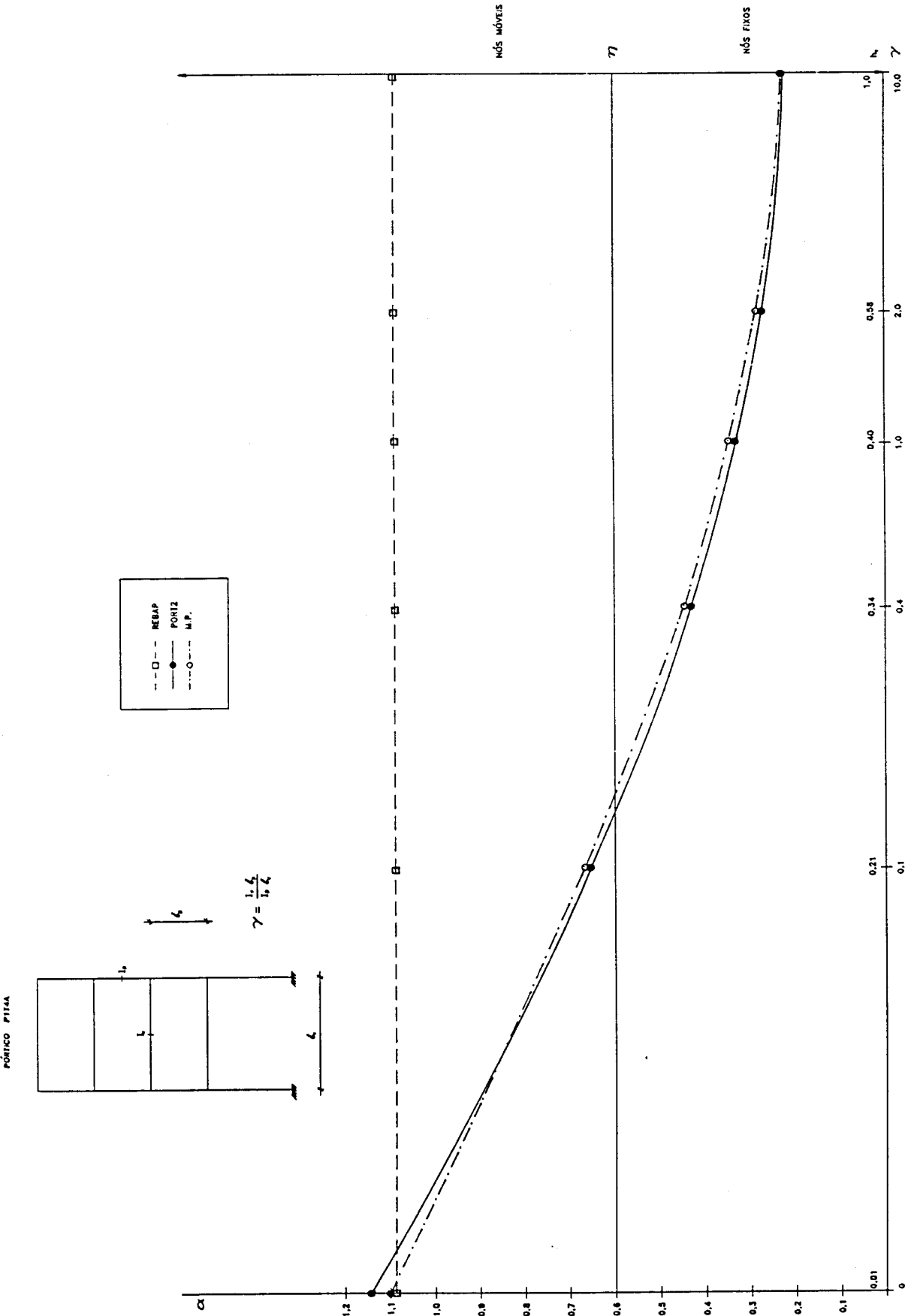


Fig. 5.10 - Parâmetro de instabilidade α (P1T4A). Comparação PORT2/M.P./REBAP.

5.4.2 - Pórtico de 2 tramos e 8 andares P2T8A

Realizou-se ainda o estudo referido no ponto anterior para o pórtico P2T8A representado na figura 5.11.

Em relação aos valores da carga crítica obtidos por PORT2 para as hipóteses a) e b), observam-se ainda a partir do quadro 5.9, que o critério utilizado na hipótese a) conduz a resultados mais conservadores. Estes resultados estão em concordância com os obtidos para o pórtico P1T4A indicados no quadro 5.6.

Quadro 5.9 - Carga crítica. Pórtico P2T8A.

PÓRTICO	VIGAS		γ	PORT2				
	b	h		P_{cre}	$P_{cr} \quad (\alpha)$	$P_{cr} \quad (b)$	$\frac{P_{cr} \quad (a)}{P_{cre}}$	$\frac{P_{cr} \quad (b)}{P_{cre}}$
	(m)	(m)		(KN)	(KN)	(KN)	(KN)	(KN)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
P2T8A0.0	0,01	0,01	0,0	1240	989	868	0,80	0,70
P2T8A0.1	0,25	0,22	0,1	16535	8190	11575	0,50	0,70
P2T8A0.4	0,25	0,34	0,4	42705	21607	29893	0,51	0,70
P2T8A1.0	0,25	0,46	1,0	69477	38514	48634	0,55	0,70
P2T8A2.0	0,25	0,59	2,0	91042	56289	63729	0,62	0,70
P2T8A10	0,25	1,00	10,0	117783	87859	82448	0,75	0,70

A comparação dos valores da carga crítica obtida por PORT2 e PORTCR (M.P.) é apresentado no quadro 5.10 e na figura 5.12. Verifica-se que, para este pórtico, os efeitos da rigidez das vigas se fazem sentir de forma idêntica aos obtidos para o pórtico analisado no ponto anterior. Contudo para valores elevados da relação da rigidez vigas-pilares ($\gamma > 10$), os erros aqui obtidos, entre os resultados de PORT2 e M.P. são maiores do que os encontrados para o pórtico P1T4A. Este efeito resulta da menor flexibilidade deste pórtico.

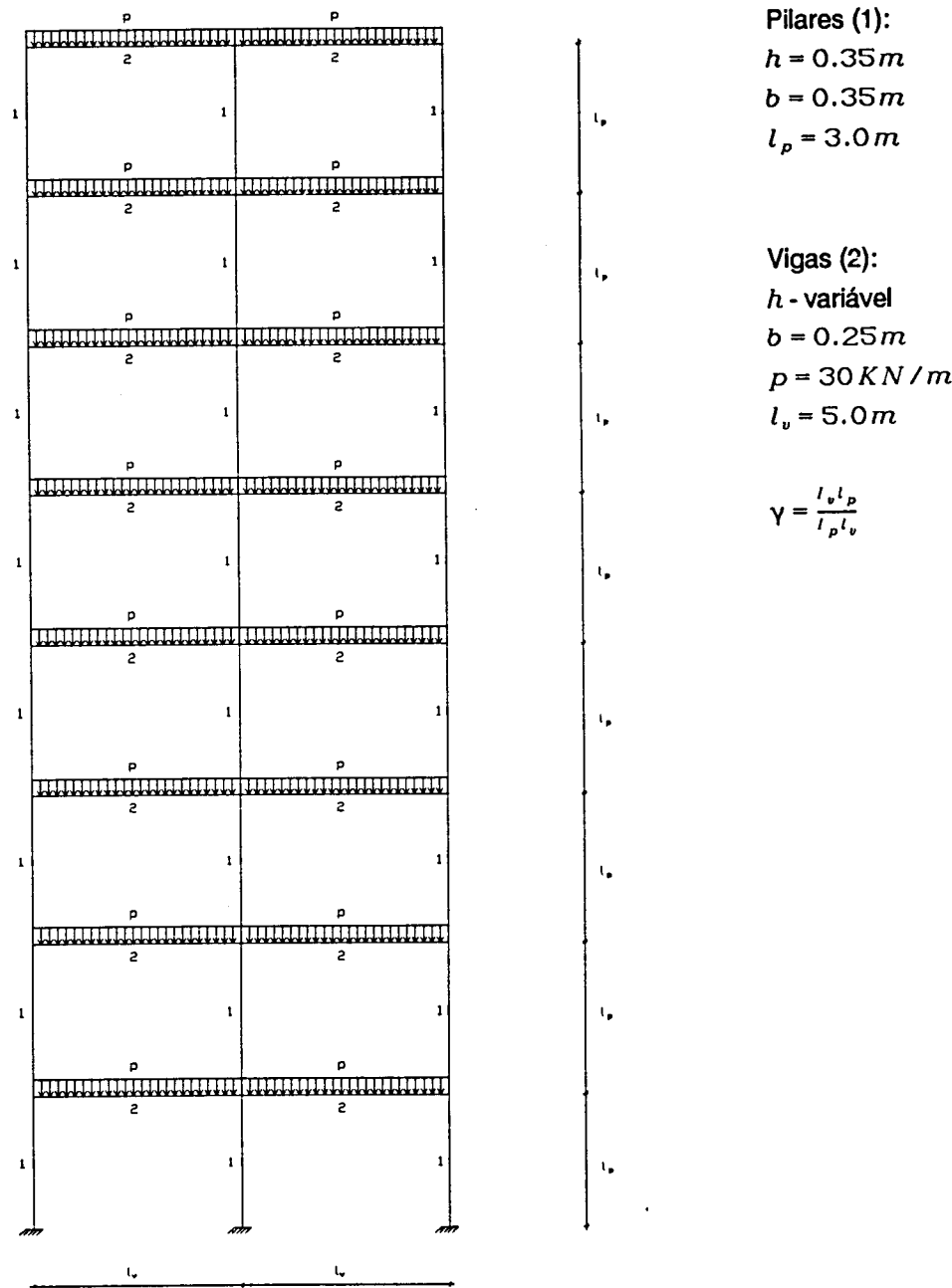


Fig. 5.11 - Pórtico P2T8A - Variação de rigidez das vigas.

Quadro 5.10 - Carga crítica. Pórtico P2T8A. Comparação de resultados PORT2/MP.

PÓRTICO	VIGAS		γ	PORT2		MÉTODO PROPOSTO		Erro (%)
	b	h		P_{cr}	β	P_{cr}	β	
	(m)	(m)		(KN)		(KN)		
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	
P1T8A0.0	0,01	0,01	0,0	989	0,03	1025	0,03	+ 3,6
P1T8A0.1	0,25	0,22	0,1	8190	0,26	7314	0,18	- 10,0
P1T8A0.4	0,25	0,34	0,4	21607	0,54	19663	0,50	- 9,0
P1T8A1.0	0,25	0,46	1,0	38514	0,97	35836	0,90	- 7,0
P1T4A2.0	0,25	0,59	2,0	56289	1,41	53671	1,35	- 5,0
P1T8A10	0,25	1,00	10,0	87859	2,21	91961	2,31	+ 4,0
P1T8A40	0,25	1,59	40,0	96730	2,43	108956	2,74	+ 12,0
P1T8A100	0,25	2,16	100,0	98480	2,48	113556	2,86	+ 15,0

A comparação dos valores do parâmetro de instabilidade α é apresentado no quadro 5.11 e na figura 5.13.

Verifica-se ainda, que para o pórtico com viga de rigidez nula (P2T8A0.0), os valores obtidos por PORT2 e M.P. são muito próximos dos definidos pelo REBAP. Estes valores afastam-se significativamente quando a rigidez das vigas aumenta conforme se pode ver a partir da figura 5.13.

Quadro 5.11 - Parâmetro de instabilidade α (P2T8A).

PÓRTICO	VIGAS		γ	PORT2	M.P.	REBAP
	b	h				
	(m)	(m)		α	α	α
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
P1T8A0.0	0,01	0,01	0,0	3,41	3,35	3,56
P1T8A0.1	0,25	0,22	0,1	1,19	1,25	3,56
P1T8A0.4	0,25	0,34	0,4	0,73	0,77	3,56
P1T8A1.0	0,25	0,46	1,0	0,55	0,57	3,56
P1T8A2.1	0,25	0,59	2,0	0,45	0,46	3,56
P1T8A10	0,25	1,00	10,0	0,36	0,35	3,56

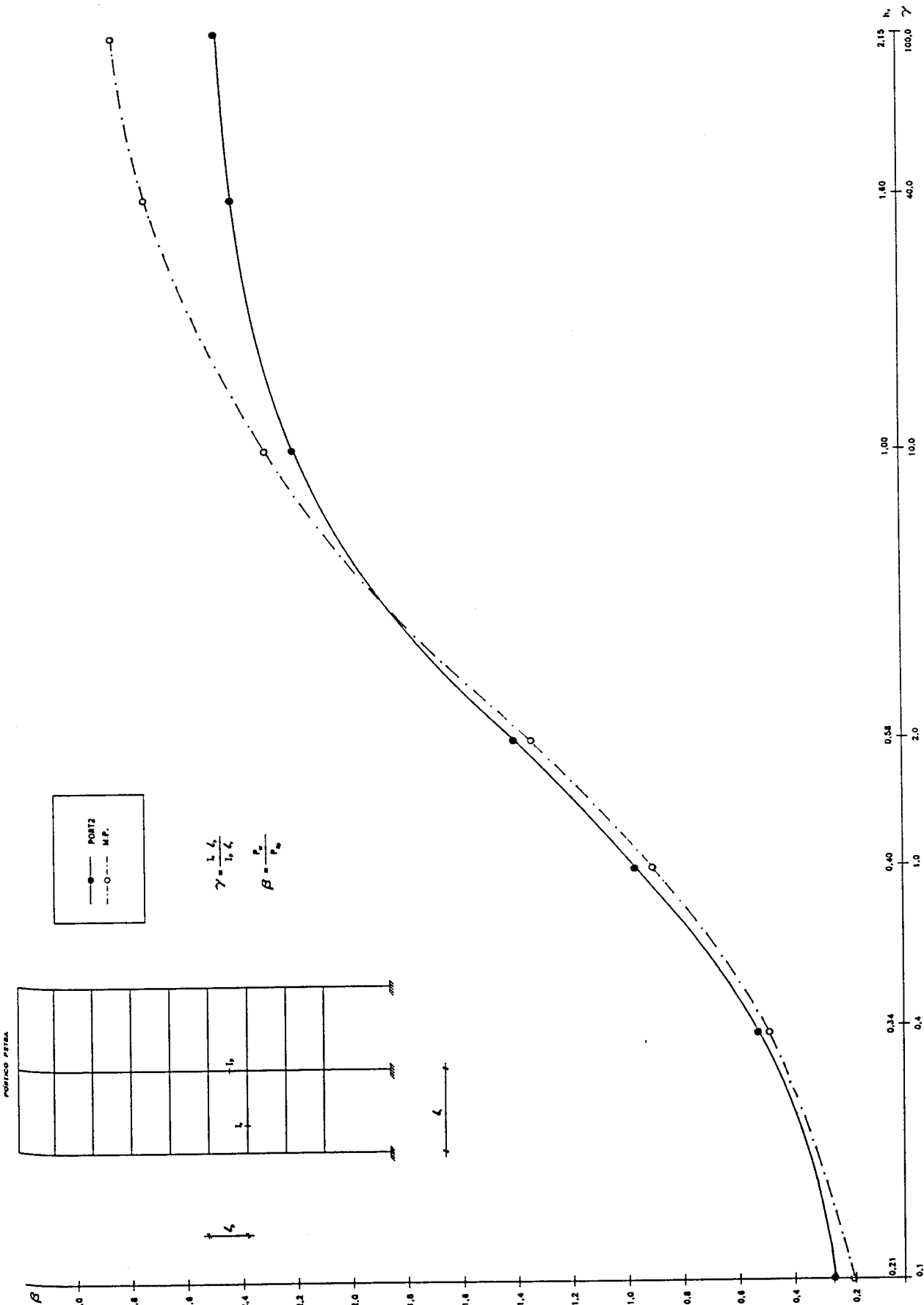


Fig. 5.12 - Variação da carga crítica com a rigidez das vigas (P2T8A).

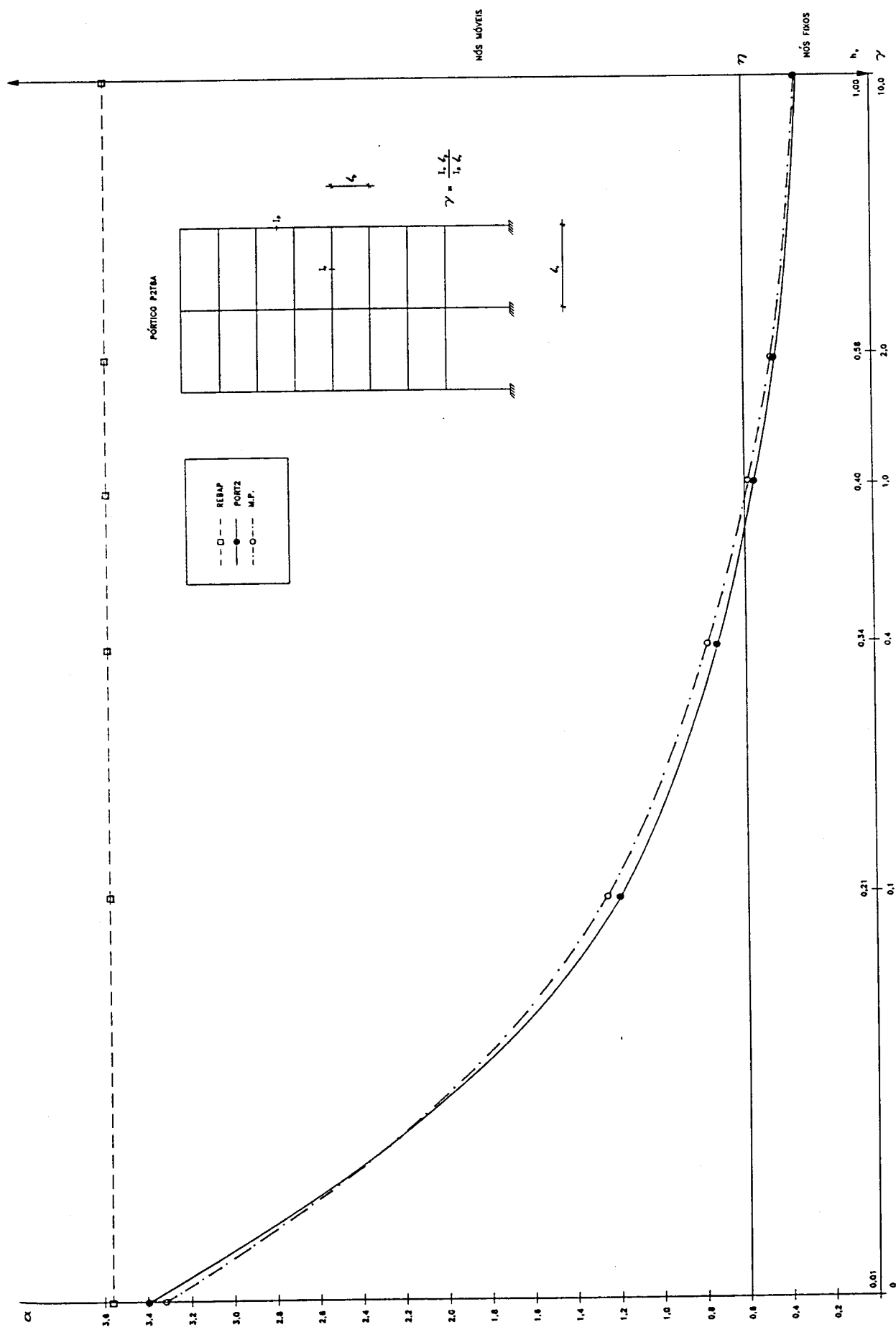


Fig. 5.13 - Parâmetro de Instabilidade α (P2T8A). Comparação PORT2/M.P./REBAP.

5.5 - REFERÊNCIAS

- [1] Awadalla, E.S., Elastic Critical Loads on Multistory Rigid Frames, Journal of Structural Engineering, Vol. 109, nº 5, May, 1983, pp. 1091-1106.
- [2] Delgado, R.M. e Caetano, E., A encurvadura em Pórticos de Betão Armado. Jornadas sobre a Aplicação da Nova Regulamentação de Estruturas, Gabinete de Estruturas, FEUP, Porto, 1988.

Capítulo 6

CONCLUSÕES E FUTUROS DESENVOLVIMENTOS

6.1 - CONCLUSÕES

Nas aplicações numéricas realizadas no presente trabalho, os modelos utilizados, baseados na metodologia desenvolvida, revelaram-se em geral eficientes para a classificação das estruturas quanto ao grau de mobilidade dos seus nós. Sempre que possível, os resultados foram comparados com soluções exactas ou fornecidas por outros modelos.

- 1) A utilização do programa PORT2, para a determinação da carga crítica elástica de estruturas planas, proporcionou a obtenção de resultados muito próximos das soluções exactas. Os valores de referência que permitiram a aferição do modelo proposto, foram calculados, para o conjunto de estruturas analisadas, pela utilização do programa PORT2.
- 2) O método proposto para a determinação da carga crítica de estruturas planas, revelou-se eficiente, no conjunto de estruturas analisadas, tendo em vista que os valores assim determinados servem de base para o estabelecimento de um critério de caracterização de estruturas em relação à sua mobilidade. De facto este critério resulta, pelas considerações nele contidas, numa forma aproximada de classificação, pelo que os erros observados não se revestem de importância significativa.
- 3) As aplicações numéricas levadas a efeito no presente trabalho, permitiram avaliar a importância da rigidez das vigas em relação à mobilidade das estruturas de betão armado na análise à encurvadura. Dos resultados obtidos verifica-se que esta influência se traduz em significativos acréscimos da carga crítica das estruturas.
- 4) A influência da flexibilidade das estruturas, traduzida por uma variação do número de andares, na sua carga crítica, foi avaliada a partir da análise numérica de um conjunto de pórticos. Este estudo permitiu verificar, que a carga crítica de uma estrutura, decresce significativamente com o aumento do número de andares.
- 5) O modelo proposto para a classificação das estruturas quanto ao seu grau de mobilidade, traduzido pelo parâmetro de instabilidade α , revelou-se eficiente quando comparado com valores obtidos pela utilização do programa PORT2. Estes valores, apresentam no entanto diferenças significativas, quando comparados com os definidos pelo REBAP. Estas diferenças, resultando da não consideração dos efeitos da rigidez das vigas pelo critério apresentado no REBAP, acentuam-se quando a relação entre a rigidez das vigas e dos pilares aumenta. Assim para as estruturas analisadas, a aplicação

do critério baseado no modelo proposto, permitiu classificar como estruturas de nós fixos várias estruturas que de acordo com o REBAP seriam classificadas como estruturas de nós móveis.

O modelo aqui proposto, conduz, pelo facto de introduzir os efeitos da rigidez das vigas, a resultados mais realistas do que os obtidos com o critério apresentado pelo REBAP. Este modelo pode ser facilmente implementado num programa corrente de pórticos planos, não se traduzindo num significativo aumento do volume de operações, pelo que a sua utilização em situações práticas de projecto se torna vantajosa.

6.2 - FUTUROS DESENVOLVIMENTOS

Um dos problemas mais complexos que se levantam na análise de 2ª ordem de estruturas de betão armado, diz respeito aos efeitos do comportamento deste material na deformabilidade da estrutura. A utilização de modelos, que considerem simultaneamente as não linearidades geométricas e não linearidades físicas, revelam-se de difícil utilização em situações práticas de projecto. Assim torna-se vantajosa a utilização de modelos elásticos, que considerem de forma aproximada o comportamento real do betão. Esta metodologia foi adoptada no presente trabalho, tendo sido considerados valores efectivos para a rigidez de flexão dos elementos propostos por alguns autores. Esta é contudo uma forma aproximada de traduzir os efeitos do comportamento do betão armado na deformabilidade das estruturas. Este é um campo, onde futuras investigações poderão incidir, tendentes ao estabelecimento de modelos que caracterizem de uma forma mais exacta o real comportamento do betão armado.

No desenvolvimento deste trabalho procedeu-se à análise da mobilidade de estruturas planas de betão armado. Esta análise poderá ser feita de uma forma mais realista se a estrutura for considerada na sua globalidade, considerando-se assim na configuração de instabilidade a rigidez global da estrutura. Serão assim importantes futuros desenvolvimentos, que conduzam ao estabelecimento de um modelo baseado na análise tridimensional.



Anexo 1

Apresentam-se neste anexo as listagens dos resultados do programa PORTCR resultantes da sua aplicação ao conjunto de estruturas analisadas neste trabalho.

Titulo: CARGA CRITICA -- VARIACAO DO NUMERO DE ANDARES
Estrutura: PORTICO P1T1A -- 1 ANDAR

Resultados obtidos com o programa PORTCR
Estudo da Encurvadura de porticos planos
Determinacao aproximada da carga critica

Ficheiro de dados: DPT1T1A.DAD

UNIDADES : KN , m
RIGIDEZ EFECTIVA $(EIV)_{eff} = 0.4EIV$; $(EIp)_{eff} = 0.8EIp$

CARGA CRITICA -- METODO PROPOSTO

DEFORMADA HORIZONTAL DA ESTRUTURA

DESLOC. HORIZONTAL DO 1 ANDAR	.00089134
CARGA TOTAL DA ESTRUTURA -----	150.000000
CARGA HORIZONTAL DISTRIBUIDA --	10.000000
PSI -----	1.000000
EI equivalente -----	45437.370000
CARGA CRITICA -----	39732.450000

Titulo: CARGA CRITICA -- VARIACAO DO NUMERO DE ANDARES
 Estrutura: PORTICO P1T2A -- 2 ANDARES

Resultados obtidos com o programa PORTCR
 Estudo da Encurvadura de porticos planos
 Determinacao aproximada da carga critica

Ficheiro de dados: DPT1T2A.DAD

UNIDADES : KN , m
 RIGIDEZ EFECTIVA $(EIV)_{eff} = 0.4EIV$; $(EIp)_{eff} = 0.8EIp$

CARGA CRITICA -- METODO PROPOSTO

DEFORMADA HORIZONTAL DA ESTRUTURA

DESLOC. HORIZONTAL DO 1 ANDAR	.00337009
DESLOC. HORIZONTAL DO 2 ANDAR	.00632106
CARGA TOTAL DA ESTRUTURA -----	300.000000
CARGA HORIZONTAL DISTRIBUIDA --	10.000000
PSI -----	.766577
EI equivalente -----	133730.300000
CARGA CRITICA -----	29234.930000

Titulo: CARGA CRITICA -- VARIACAO DO NUMERO DE ANDARES

Estrutura: PORTICO P1T4A -- 4 ANDARES

Resultados obtidos com o programa PORTCR
Estudo da Encurvadura de porticos planos
Determinacao aproximada da carga critica

Ficheiro de dados: DPT1T4A.DAD

UNIDADES : KN , m
RIGIDEZ EFECTIVA $(EIV)_{eff} = 0.4EIV$; $(EIP)_{eff} = 0.8EIP$

CARGA CRITICA -- METODO PROPOSTO

DEFORMADA HORIZONTAL DA ESTRUTURA

DESLOC. HORIZONTAL DO 1 ANDAR	.00946767
DESLOC. HORIZONTAL DO 2 ANDAR	.02243767
DESLOC. HORIZONTAL DO 3 ANDAR	.03157379
DESLOC. HORIZONTAL DO 4 ANDAR	.03597681

CARGA TOTAL DA ESTRUTURA -----	600.000000
CARGA HORIZONTAL DISTRIBUIDA --	10.000000
PSI -----	.691112
EI equivalente -----	416988.600000
CARGA CRITICA -----	22789.590000

Titulo: CARGA CRITICA -- VARIACAO DO NUMERO DE ANDARES

Estrutura: PORTICO P1T8A -- 8 ANDARES

Resultados obtidos com o programa PORTCR
Estudo da Encurvadura de porticos planos
Determinacao aproximada da carga critica

Ficheiro de dados: DPT1T8A.DAD

UNIDADES : KN , m
RIGIDEZ EFECTIVA (EIV)eff = 0.4EIV ; (EIP)eff = 0.8EIP

CARGA CRITICA -- METODO PROPOSTO

DEFORMADA HORIZONTAL DA ESTRUTURA

DESLOC. HORIZONTAL DO	1 ANDAR	.02214861
DESLOC. HORIZONTAL DO	2 ANDAR	.05766241
DESLOC. HORIZONTAL DO	3 ANDAR	.09151192
DESLOC. HORIZONTAL DO	4 ANDAR	.12033230
DESLOC. HORIZONTAL DO	5 ANDAR	.14333330
DESLOC. HORIZONTAL DO	6 ANDAR	.16033110
DESLOC. HORIZONTAL DO	7 ANDAR	.17141380
DESLOC. HORIZONTAL DO	8 ANDAR	.17731220

CARGA TOTAL DA ESTRUTURA -----	1200.000000
CARGA HORIZONTAL DISTRIBUIDA --	10.000000
PSI -----	.665525
EI equivalente -----	1405763.000000
CARGA CRITICA -----	19207.210000

Titulo: CARGA CRITICA -- VARIACAO DO NUMERO DE ANDARES

Estrutura: PORTICO P1T16A -- 16 ANDARES

Resultados obtidos com o programa PORTCR
Estudo da Encurvadura de porticos planos
Determinacao aproximada da carga critica

Ficheiro de dados: DPT1T16A.DAD

UNIDADES : KN , m
RIGIDEZ EFECTIVA $(EI_v)_{eff} = 0.4EI_v$; $(EI_p)_{eff} = 0.8EI_p$

CARGA CRITICA -- METODO PROPOSTO

DEFORMADA HORIZONTAL DA ESTRUTURA

DESLOC. HORIZONTAL DO	1 ANDAR	.04794984
DESLOC. HORIZONTAL DO	2 ANDAR	.12994870
DESLOC. HORIZONTAL DO	3 ANDAR	.21592060
DESLOC. HORIZONTAL DO	4 ANDAR	.29908920
DESLOC. HORIZONTAL DO	5 ANDAR	.37779480
DESLOC. HORIZONTAL DO	6 ANDAR	.45151470
DESLOC. HORIZONTAL DO	7 ANDAR	.51998900
DESLOC. HORIZONTAL DO	8 ANDAR	.58303050
DESLOC. HORIZONTAL DO	9 ANDAR	.64048050
DESLOC. HORIZONTAL DO	10 ANDAR	.69220330
DESLOC. HORIZONTAL DO	11 ANDAR	.73808240
DESLOC. HORIZONTAL DO	12 ANDAR	.77802100
DESLOC. HORIZONTAL DO	13 ANDAR	.81194580
DESLOC. HORIZONTAL DO	14 ANDAR	.83982640
DESLOC. HORIZONTAL DO	15 ANDAR	.86178460
DESLOC. HORIZONTAL DO	16 ANDAR	.87855960

CARGA TOTAL DA ESTRUTURA -----	2400.000000
CARGA HORIZONTAL DISTRIBUIDA --	10.000000
PSI -----	.630730
EI equivalente -----	4789832.000000
CARGA CRITICA -----	16361.100000

Titulo: CARGA CRITICA -- VARIACAO DA RIGIDEZ DAS VIGAS

Estrutura: PORTICO P1T4A -- GAMA = 0.0

Resultados obtidos com o programa PORTCR
Estudo da Encurvadura de porticos planos
Determinacao aproximada da carga critica

Ficheiro de dados: DT1T4A00.DAD

UNIDADES : KN , m
RIGIDEZ EFECTIVA $(EIV)_{eff} = 0.4EIV$; $(EIp)_{eff} = 0.8EIp$

CARGA CRITICA -- METODO PROPOSTO

DEFORMADA HORIZONTAL DA ESTRUTURA

DESLOC. HORIZONTAL DO 1 ANDAR	.04711351
DESLOC. HORIZONTAL DO 2 ANDAR	.15820810
DESLOC. HORIZONTAL DO 3 ANDAR	.29838490
DESLOC. HORIZONTAL DO 4 ANDAR	.44670440
CARGA TOTAL DA ESTRUTURA -----	600.000000
CARGA HORIZONTAL DISTRIBUIDA --	10.000000
PSI -----	.531901
EI equivalente -----	43635.860000
CARGA CRITICA -----	2384.821000

Titulo: CARGA CRITICA -- VARIACAO DA RIGIDEZ DAS VIGAS

Estrutura: PORTICO P1T4A -- GAMA = 0.1

Resultados obtidos com o programa PORTCR
Estudo da Encurvadura de porticos planos
Determinacao aproximada da carga critica

Ficheiro de dados: DT1T4A01.DAD

UNIDADES : KN , m

RIGIDEZ EFECTIVA $(EI_v)_{eff} = 0.4EI_v$; $(EI_p)_{eff} = 0.8EI_p$

CARGA CRITICA -- METODO PROPOSTO

DEFORMADA HORIZONTAL DA ESTRUTURA

DESLOC. HORIZONTAL DO	1 ANDAR	.02337470
DESLOC. HORIZONTAL DO	2 ANDAR	.06899438
DESLOC. HORIZONTAL DO	3 ANDAR	.11465750
DESLOC. HORIZONTAL DO	4 ANDAR	.15246770

CARGA TOTAL DA ESTRUTURA -----	600.000000
CARGA HORIZONTAL DISTRIBUIDA --	10.000000
PSI -----	.589460
EI equivalente -----	115362.100000
CARGA CRITICA -----	6304.857000

Titulo: CARGA CRITICA -- VARIACAO DA RIGIDEZ DAS VIGAS

Estrutura: PORTICO P1T4A -- GAMA = 0.4

Resultados obtidos com o programa PORTCR
Estudo da Encurvadura de porticos planos
Determinacao aproximada da carga critica

Ficheiro de dados: DT1T4A04.DAD

UNIDADES : KN , m
RIGIDEZ EFECTIVA $(EIV)_{eff} = 0.4EIV$; $(EIp)_{eff} = 0.8EIp$

CARGA CRITICA -- METODO PROPOSTO

DEFORMADA HORIZONTAL DA ESTRUTURA

DESLOC. HORIZONTAL DO 1 ANDAR	.01354095
DESLOC. HORIZONTAL DO 2 ANDAR	.03521064
DESLOC. HORIZONTAL DO 3 ANDAR	.05243942
DESLOC. HORIZONTAL DO 4 ANDAR	.06262003

CARGA TOTAL DA ESTRUTURA -----	600.000000
CARGA HORIZONTAL DISTRIBUIDA --	10.000000
PSI -----	.653988
EI equivalente -----	253169.800000
CARGA CRITICA -----	13836.430000

Titulo: CARGA CRITICA -- VARIACAO DA RIGIDEZ DAS VIGAS

Estrutura: PORTICO P1T4A -- GAMA = 1.0

Resultados obtidos com o programa PORTCR
Estudo da Encurvadura de porticos planos
Determinacao aproximada da carga critica

Ficheiro de dados: DT1T4A10.DAD

UNIDADES : KN , m
RIGIDEZ EFECTIVA $(EIV)_{eff} = 0.4EIV$; $(EIP)_{eff} = 0.8EIP$

CARGA CRITICA -- METODO PROPOSTO

DEFORMADA HORIZONTAL DA ESTRUTURA

DESLOC. HORIZONTAL DO	1 ANDAR	.00927724
DESLOC. HORIZONTAL DO	2 ANDAR	.02187758
DESLOC. HORIZONTAL DO	3 ANDAR	.03072258
DESLOC. HORIZONTAL DO	4 ANDAR	.03497094

CARGA TOTAL DA ESTRUTURA -----	600.000000
CARGA HORIZONTAL DISTRIBUIDA --	10.000000
PSI -----	.692349
EI equivalente -----	428215.900000
CARGA CRITICA -----	23403.190000

Titulo: CARGA CRITICA -- VARIACAO DA RIGIDEZ DAS VIGAS

Estrutura: PORTICO P1T4A -- GAMA = 2.0

Resultados obtidos com o programa PORTCR
Estudo da Encurvadura de porticos planos
Determinacao aproximada da carga critica

Ficheiro de dados: DT1T4A20.DAD

UNIDADES : KN , m
RIGIDEZ EFECTIVA (Eiv)eff = 0.4Eiv ; (EIp)eff = 0.8EIp

CARGA CRITICA -- METODO PROPOSTO

DEFORMADA HORIZONTAL DA ESTRUTURA

DESLOC. HORIZONTAL DO	1 ANDAR	.00703123
DESLOC. HORIZONTAL DO	2 ANDAR	.01525396
DESLOC. HORIZONTAL DO	3 ANDAR	.02066535
DESLOC. HORIZONTAL DO	4 ANDAR	.02301559

CARGA TOTAL DA ESTRUTURA -----	600.000000
CARGA HORIZONTAL DISTRIBUIDA --	10.000000
PSI -----	.716537
EI equivalente -----	628686.400000
CARGA CRITICA -----	34359.460000

Titulo: CARGA CRITICA -- VARIACAO DA RIGIDEZ DAS VIGAS
 Estrutura: PORTICO P1T4A -- GAMA =10.0

Resultados obtidos com o programa PORTCR
 Estudo da Encurvadura de porticos planos
 Determinacao aproximada da carga critica

Ficheiro de dados: DT1T4A11.DAD

UNIDADES : KN , m
 RIGIDEZ EFECTIVA (Eiv)eff = 0.4Eiv ; (EIp)eff = 0.8EIp

CARGA CRITICA -- METODO PROPOSTO

DEFORMADA HORIZONTAL DA ESTRUTURA

DESLOC. HORIZONTAL DO 1 ANDAR	.00480882
DESLOC. HORIZONTAL DO 2 ANDAR	.00902369
DESLOC. HORIZONTAL DO 3 ANDAR	.01169093
DESLOC. HORIZONTAL DO 4 ANDAR	.01279184
CARGA TOTAL DA ESTRUTURA -----	600.000000
CARGA HORIZONTAL DISTRIBUIDA --	10.000000
PSI -----	.748823
EI equivalente -----	1082388.000000
CARGA CRITICA -----	59155.520000

Titulo: CARGA CRITICA -- VARIACAO DA RIGIDEZ DAS VIGAS
 Estrutura: PORTICO P1T4A -- GAMA =40.0

Resultados obtidos com o programa PORTCR
 Estudo da Encurvadura de porticos planos
 Determinacao aproximada da carga critica

Ficheiro de dados: DT1T4A12.DAD

UNIDADES : KN , m
 RIGIDEZ EFECTIVA (Eiv)eff = 0.4Eiv ; (EIp)eff = 0.8EIp

CARGA CRITICA -- METODO PROPOSTO

DEFORMADA HORIZONTAL DA ESTRUTURA

DESLOC. HORIZONTAL DO 1 ANDAR	.00431367
DESLOC. HORIZONTAL DO 2 ANDAR	.00768612
DESLOC. HORIZONTAL DO 3 ANDAR	.00983069
DESLOC. HORIZONTAL DO 4 ANDAR	.01072134
CARGA TOTAL DA ESTRUTURA -----	600.000000
CARGA HORIZONTAL DISTRIBUIDA --	10.000000
PSI -----	.759042
EI equivalente -----	1274030.000000
CARGA CRITICA -----	69629.280000

Titulo: CARGA CRITICA -- VARIACAO DA RIGIDEZ DAS VIGAS
 Estrutura: PORTICO P1T4A -- GAMA =100.0

Resultados obtidos com o programa PORTCR
 Estudo da Encurvadura de porticos planos
 Determinacao aproximada da carga critica

Ficheiro de dados: DT1T4A13.DAD

UNIDADES : KN , m
 RIGIDEZ EFECTIVA (EIV)eff = 0.4EIV ; (EIp)eff = 0.8EIp

CARGA CRITICA -- METODO PROPOSTO

DEFORMADA HORIZONTAL DA ESTRUTURA

DESLOC. HORIZONTAL DO 1 ANDAR	.00421109
DESLOC. HORIZONTAL DO 2 ANDAR	.00741147
DESLOC. HORIZONTAL DO 3 ANDAR	.00945177
DESLOC. HORIZONTAL DO 4 ANDAR	.01030147
CARGA TOTAL DA ESTRUTURA -----	600.000000
CARGA HORIZONTAL DISTRIBUIDA --	10.000000
PSI -----	.761440
EI equivalente -----	1321783.000000
CARGA CRITICA -----	72239.110000

Titulo: CARGA CRITICA -- VARIACAO DA RIGIDEZ DAS VIGAS

Estrutura: PORTICO P2T8A -- GAMA = 0.0

Resultados obtidos com o programa PORTCR
Estudo da Encurvadura de porticos planos
Determinacao aproximada da carga critica

Ficheiro de dados: DT2T8A00.DAD

UNIDADES : KN , m

RIGIDEZ EFECTIVA $(EI_v)_{eff} = 0.4EI_v$; $(EI_p)_{eff} = 0.8EI_p$

CARGA CRITICA -- METODO PROPOSTO

DEFORMADA HORIZONTAL DA ESTRUTURA

DESLOC. HORIZONTAL DO	1 ANDAR	.13688750
DESLOC. HORIZONTAL DO	2 ANDAR	.50256640
DESLOC. HORIZONTAL DO	3 ANDAR	1.03654200
DESLOC. HORIZONTAL DO	4 ANDAR	1.68762500
DESLOC. HORIZONTAL DO	5 ANDAR	2.41393500
DESLOC. HORIZONTAL DO	6 ANDAR	3.18289800
DESLOC. HORIZONTAL DO	7 ANDAR	3.97124700
DESLOC. HORIZONTAL DO	8 ANDAR	4.76502400

CARGA TOTAL DA ESTRUTURA -----	2400.000000
CARGA HORIZONTAL DISTRIBUIDA --	10.000000
PSI -----	.464235
EI equivalente -----	74991.500000
CARGA CRITICA -----	1024.623000

Titulo: CARGA CRITICA -- VARIACAO DA RIGIDEZ DAS VIGAS
 Estrutura: PORTICO P2T8A -- GAMA = 0.1

Resultados obtidos com o programa PORTCR
 Estudo da Encurvadura de porticos planos
 Determinacao aproximada da carga critica

Ficheiro de dados: DT2T8A01.DAD

UNIDADES : KN , m
 RIGIDEZ EFECTIVA $(EIV)_{eff} = 0.4EIV$; $(EIp)_{eff} = 0.8EIp$

CARGA CRITICA -- METODO PROPOSTO

DEFORMADA HORIZONTAL DA ESTRUTURA

DESLOC. HORIZONTAL DO	1 ANDAR	.03766460
DESLOC. HORIZONTAL DO	2 ANDAR	.11825180
DESLOC. HORIZONTAL DO	3 ANDAR	.21109120
DESLOC. HORIZONTAL DO	4 ANDAR	.29994270
DESLOC. HORIZONTAL DO	5 ANDAR	.37657460
DESLOC. HORIZONTAL DO	6 ANDAR	.43751290
DESLOC. HORIZONTAL DO	7 ANDAR	.48267140
DESLOC. HORIZONTAL DO	8 ANDAR	.51532750

CARGA TOTAL DA ESTRUTURA -----	2400.000000
CARGA HORIZONTAL DISTRIBUIDA --	10.000000
PSI -----	.601326
EI equivalente -----	535330.600000
CARGA CRITICA -----	7314.326000

Titulo: CARGA CRITICA -- VARIACAO DA RIGIDEZ DAS VIGAS
 Estrutura: PORTICO P2T8A -- GAMA = 0.4

Resultados obtidos com o programa PORTCR
 Estudo da Encurvadura de porticos planos
 Determinacao aproximada da carga critica

Ficheiro de dados: DT2T8A04.DAD

UNIDADES : KN , m
 RIGIDEZ EFECTIVA (Eiv)eff = 0.4Eiv ; (EIp)eff = 0.8EIp

CARGA CRITICA -- METODO PROPOSTO

DEFORMADA HORIZONTAL DA ESTRUTURA

DESLOC. HORIZONTAL DO	1 ANDAR	.01935815
DESLOC. HORIZONTAL DO	2 ANDAR	.05359356
DESLOC. HORIZONTAL DO	3 ANDAR	.08778744
DESLOC. HORIZONTAL DO	4 ANDAR	.11738190
DESLOC. HORIZONTAL DO	5 ANDAR	.14099440
DESLOC. HORIZONTAL DO	6 ANDAR	.15827850
DESLOC. HORIZONTAL DO	7 ANDAR	.16940610
DESLOC. HORIZONTAL DO	8 ANDAR	.17536420

CARGA TOTAL DA ESTRUTURA -----	2400.000000
CARGA HORIZONTAL DISTRIBUIDA --	10.000000
PSI -----	.657321
EI equivalente -----	1439119.000000
CARGA CRITICA -----	19662.960000

Titulo: CARGA CRITICA -- VARIACAO DA RIGIDEZ DAS VIGAS
 Estrutura: PORTICO P2T8A -- GAMA = 1.0

Resultados obtidos com o programa PORTCR
 Estudo da Encurvadura de porticos planos
 Determinacao aproximada da carga critica

Ficheiro de dados: DT2T8A10.DAD

UNIDADES : KN , m
 RIGIDEZ EFECTIVA (Eiv)eff = 0.4Eiv ; (EIp)eff = 0.8EIp

CARGA CRITICA -- METODO PROPOSTO

DEFORMADA HORIZONTAL DA ESTRUTURA

DESLOC. HORIZONTAL DO	1 ANDAR	.01281783
DESLOC. HORIZONTAL DO	2 ANDAR	.03211279
DESLOC. HORIZONTAL DO	3 ANDAR	.04994671
DESLOC. HORIZONTAL DO	4 ANDAR	.06490508
DESLOC. HORIZONTAL DO	5 ANDAR	.07671500
DESLOC. HORIZONTAL DO	6 ANDAR	.08532384
DESLOC. HORIZONTAL DO	7 ANDAR	.09077076
DESLOC. HORIZONTAL DO	8 ANDAR	.09338689

CARGA TOTAL DA ESTRUTURA -----	2400.000000
CARGA HORIZONTAL DISTRIBUIDA --	10.000000
PSI -----	.677262
EI equivalente -----	2622845.000000
CARGA CRITICA -----	35836.430000

Titulo: CARGA CRITICA -- VARIACAO DA RIGIDEZ DAS VIGAS
 Estrutura: PORTICO P2T8A -- GAMA = 2.0

Resultados obtidos com o programa PORTCR
 Estudo da Encurvadura de porticos planos
 Determinacao aproximada da carga critica

Ficheiro de dados: DT2T8A20.DAD

UNIDADES : KN , m
 RIGIDEZ EFECTIVA $(E_{Iv})_{eff} = 0.4E_{Iv}$; $(E_{Ip})_{eff} = 0.8E_{Ip}$

CARGA CRITICA -- METODO PROPOSTO

DEFORMADA HORIZONTAL DA ESTRUTURA

DESLOC. HORIZONTAL DO	1 ANDAR	.00974179
DESLOC. HORIZONTAL DO	2 ANDAR	.02251043
DESLOC. HORIZONTAL DO	3 ANDAR	.03385366
DESLOC. HORIZONTAL DO	4 ANDAR	.04330838
DESLOC. HORIZONTAL DO	5 ANDAR	.05080061
DESLOC. HORIZONTAL DO	6 ANDAR	.05630727
DESLOC. HORIZONTAL DO	7 ANDAR	.05982871
DESLOC. HORIZONTAL DO	8 ANDAR	.06149158

CARGA TOTAL DA ESTRUTURA -----	2400.000000
CARGA HORIZONTAL DISTRIBUIDA --	10.000000
PSI -----	.686766
EI equivalente -----	3928174.000000
CARGA CRITICA -----	53671.410000

Titulo: CARGA CRITICA -- VARIACAO DA RIGIDEZ DAS VIGAS

Estrutura: PORTICO P2T8A -- GAMA =10.0

Resultados obtidos com o programa PORTCR
Estudo da Encurvadura de porticos planos
Determinacao aproximada da carga critica

Ficheiro de dados: DT2T8A11.DAD

UNIDADES : KN , m

RIGIDEZ EFECTIVA $(E_{iv})_{eff} = 0.4E_{iv}$; $(E_{ip})_{eff} = 0.8E_{ip}$

CARGA CRITICA -- METODO PROPOSTO

DEFORMADA HORIZONTAL DA ESTRUTURA

DESLOC. HORIZONTAL DO	1 ANDAR	.00684393
DESLOC. HORIZONTAL DO	2 ANDAR	.01387827
DESLOC. HORIZONTAL DO	3 ANDAR	.01998229
DESLOC. HORIZONTAL DO	4 ANDAR	.02510848
DESLOC. HORIZONTAL DO	5 ANDAR	.02923012
DESLOC. HORIZONTAL DO	6 ANDAR	.03232735
DESLOC. HORIZONTAL DO	7 ANDAR	.03438649
DESLOC. HORIZONTAL DO	8 ANDAR	.03541902

CARGA TOTAL DA ESTRUTURA -----	2400.000000
CARGA HORIZONTAL DISTRIBUIDA --	10.000000
PSI -----	.695869
EI equivalente -----	6730557.000000
CARGA CRITICA -----	91960.910000

Titulo: CARGA CRITICA -- VARIACAO DA RIGIDEZ DAS VIGAS
Estrutura: PORTICO P2T8A -- GAMA =40.0

Resultados obtidos com o programa PORTCR
Estudo da Encurvadura de porticos planos
Determinacao aproximada da carga critica

Ficheiro de dados: DT2T8A12.DAD

UNIDADES : KN , m
RIGIDEZ EFECTIVA $(EIV)_{eff} = 0.4EIV$; $(EIp)_{eff} = 0.8EIp$

CARGA CRITICA -- METODO PROPOSTO

DEFORMADA HORIZONTAL DA ESTRUTURA

DESLOC. HORIZONTAL DO	1 ANDAR	.00615608
DESLOC. HORIZONTAL DO	2 ANDAR	.01189965
DESLOC. HORIZONTAL DO	3 ANDAR	.01689744
DESLOC. HORIZONTAL DO	4 ANDAR	.02111774
DESLOC. HORIZONTAL DO	5 ANDAR	.02453483
DESLOC. HORIZONTAL DO	6 ANDAR	.02712874
DESLOC. HORIZONTAL DO	7 ANDAR	.02888528
DESLOC. HORIZONTAL DO	8 ANDAR	.02980070

CARGA TOTAL DA ESTRUTURA -----	2400.000000
CARGA HORIZONTAL DISTRIBUIDA --	10.000000
PSI -----	.698056
EI equivalente -----	7974404.000000
CARGA CRITICA -----	108955.800000

Titulo: CARGA CRITICA -- VARIACAO DA RIGIDEZ DAS VIGAS
 Estrutura: PORTICO P2T8A -- GAMA =100.0

Resultados obtidos com o programa PORTCR
 Estudo da Encurvadura de porticos planos
 Determinacao aproximada da carga critica

Ficheiro de dados: DT2T8A13.DAD

UNIDADES : KN , m
 RIGIDEZ EFECTIVA $(EIV)_{eff} = 0.4EIV$; $(EIp)_{eff} = 0.8EIp$

CARGA CRITICA -- METODO PROPOSTO

DEFORMADA HORIZONTAL DA ESTRUTURA

DESLOC. HORIZONTAL DO	1 ANDAR	.00600322
DESLOC. HORIZONTAL DO	2 ANDAR	.01146263
DESLOC. HORIZONTAL DO	3 ANDAR	.01621956
DESLOC. HORIZONTAL DO	4 ANDAR	.02024266
DESLOC. HORIZONTAL DO	5 ANDAR	.02350639
DESLOC. HORIZONTAL DO	6 ANDAR	.02599080
DESLOC. HORIZONTAL DO	7 ANDAR	.02768156
DESLOC. HORIZONTAL DO	8 ANDAR	.02857207

CARGA TOTAL DA ESTRUTURA -----	2400.000000
CARGA HORIZONTAL DISTRIBUIDA --	10.000000
PSI -----	.698580
EI equivalente -----	8311080.000000
CARGA CRITICA -----	113555.900000





FACULDADE DE ENGENHARIA
UNIVERSIDADE DO PORTO

BIBLIOTECA



000006036