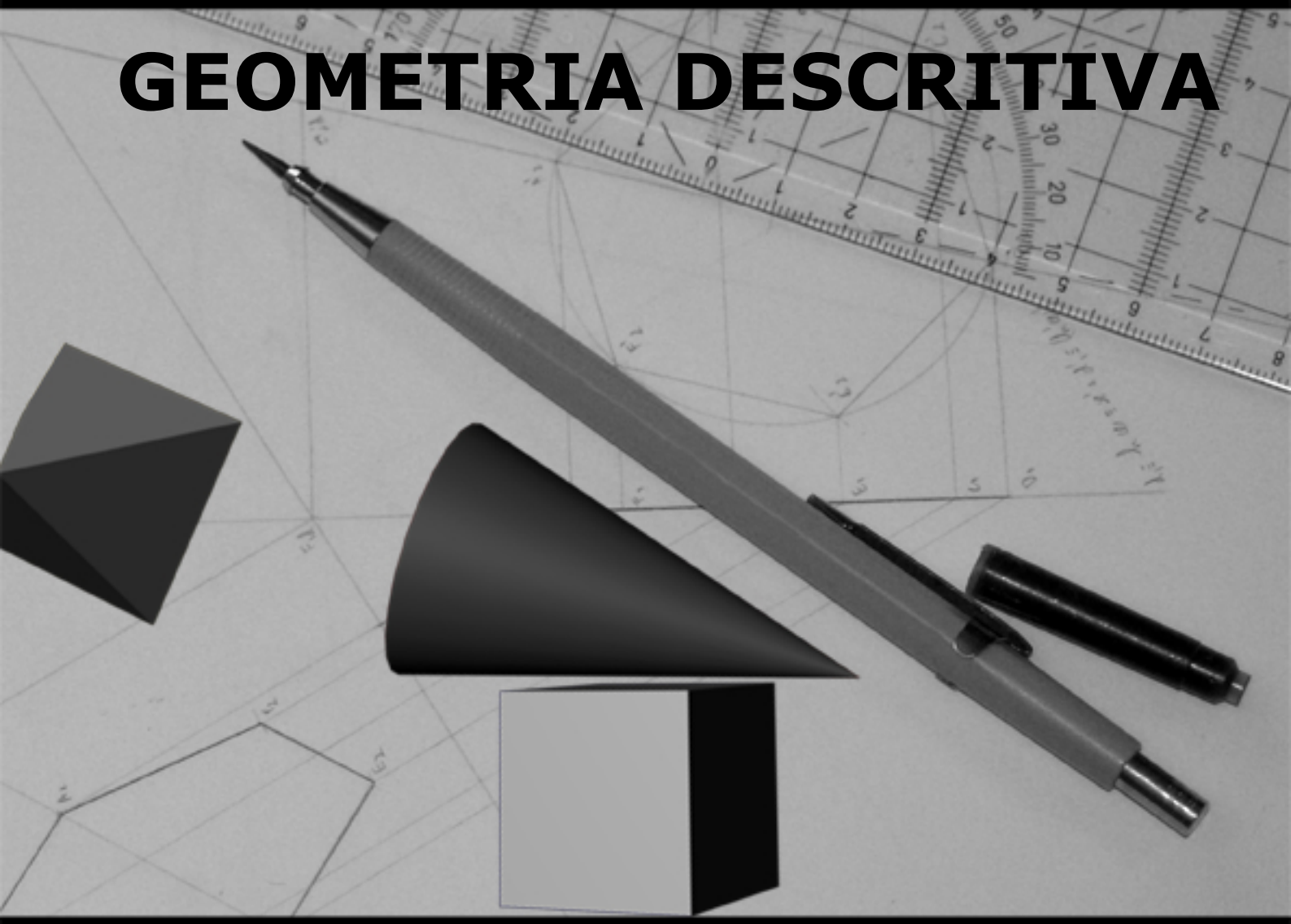
FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

REALIDADE VIRTUAL

NO ENSINO E NA APRENDIZAGEM DE

GEOMETRIA DESCRITIVA



Ana Sofia Lopes Figueiredo

Licenciada em Artes Plásticas - Pintura pela Faculdade de Belas Artes da Universidade do Porto

Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do grau de Mestre em Tecnologia Multimédia

Dissertação realizada sob a supervisão do Professor Jorge Fonseca e Trindade

do Departamento de Matemática da Escola Superior de Tecnologia e Gestão do Instituto Politécnico da Guarda

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

REALIDADE VIRTUAL NO ENSINO E NA APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA DESCRITIVA

Ana Sofia Lopes Figueiredo

Licenciada em Artes Plásticas – Pintura
pela Faculdade de Belas Artes da Universidade do Porto

Dissertação submetida para satisfação parcial
dos requisitos do grau de
Mestre em Tecnologia Multimédia

Dissertação realizada sob a supervisão do Professor Jorge Fonseca e Trindade
do Departamento de Matemática
da Escola Superior de Tecnologia e Gestão
do Instituto Politécnico da Guarda

Porto, Janeiro de 2007

ERRATA

Página 7

Onde se lê:

A evolução do Homem dotou-o de um apurado sentido da visão, bastante desenvolvido, conseguindo ver em profundidade Esta capacidade ...

Deve ler-se:

A evolução do Homem dotou-o de um apurado sentido da visão, bastante desenvolvido, conseguindo ver em profundidade. Esta capacidade...

Página 11

Onde se lê:

Falta ainda referência à representação axonométrica.

Deve ler-se:

Falta ainda fazer referência à representação axonométrica.

Página 20

Onde se lê:

No entanto, muitos editores como o *3DStudio Max* (*Discreet*), permitem a conversão de um modelo construído no mesmo para linguagem VRML.

Deve ler-se:

No entanto, muitos editores como o *3D Studio Max* (*Discreet*), permitem a conversão de um modelo construído no mesmo para linguagem VRML.

Página 22

Onde se lê:

Fig. 12 - Sensorama.

Deve ler-se:

Fig. 12 - Sensorama.

Página 35

Onde se lê:

Fig.21 e 22 – Screenshots que se podiam ver num dos módulos escritos para o PLATO.

Deve ler-se:

Fig. 21 e 22 – Screenshots que se podiam ver num dos módulos escritos para o PLATO.

Página 39

Onde se lê:

No entanto, e como já foi referido, o aparecimento do computador coincidiu/gerou uma mudança de paradigma nas teorias educativas.

Deve ler-se:

No entanto, e como já foi referido, o aparecimento do computador coincidiu com/gerou uma mudança de paradigma nas teorias educativas.

Página 49

Onde se lê:

> *"ao trabalhar com estes modelos, eles podem perceber as relações existentes entre os objectos." Também "para estruturar a proposta, levou-se em conta o conteúdo de geometria (geo=terra+metria=medida), por causa, exactamente, do seu conceito.*

Deve ler-se:

> *"ao trabalhar com estes modelos, eles podem perceber as relações existentes entre os objectos."*

Também

> *"para estruturar a proposta, levou-se em conta o conteúdo de geometria (geo=terra+metria=medida), por causa, exactamente, do seu conceito.*

Página 62

Onde está:

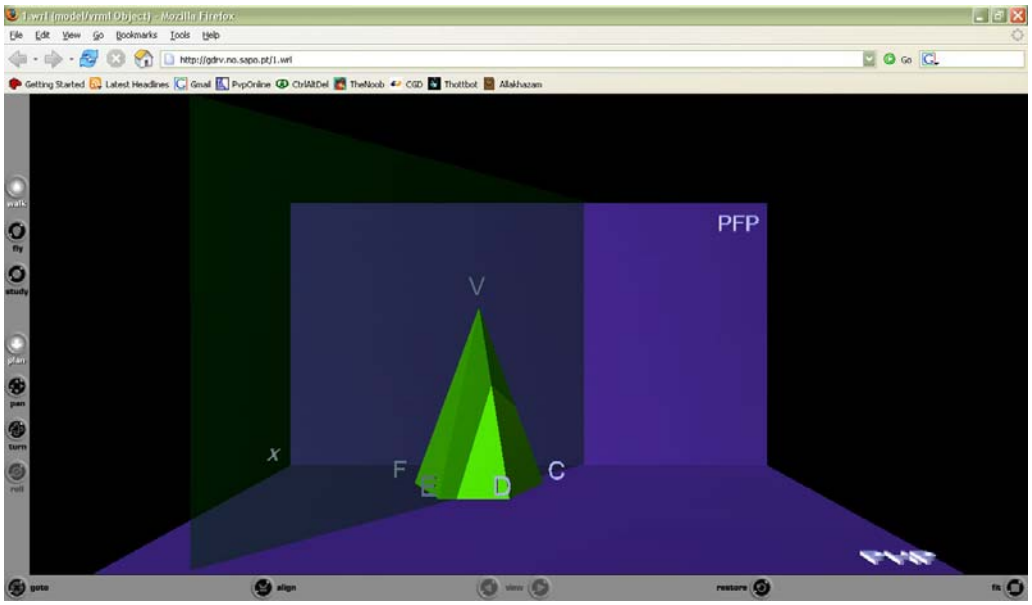


Fig. 37 – Um dos modelos disponibilizados visto na consola VRML.

Deve estar:

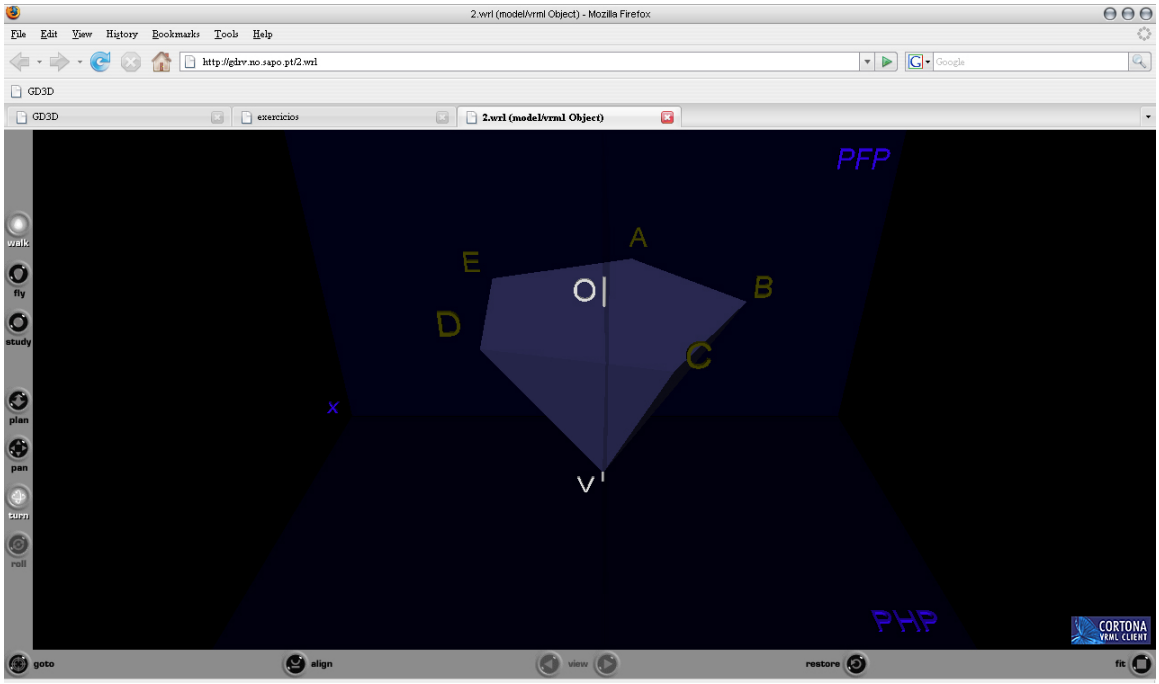


Fig. 37 – Um dos modelos disponibilizados visto na consola VRML.

Página 64

Onde se lê:

*Altere o ficheiro *.dat que se encontra na pasta \\ARToolkit*.*vrml\bin\WRL\ com o* notepad.

Deve ler-se:

*Altera o ficheiro *.dat que se encontra na pasta \\ARToolkit*.*vrml\bin\WRL\ com o* notepad.

Página 65

Onde se lê:

Podemos observar as diferenças entre os programas de ambas as abordagens no Anexo A.

Deve ler-se:

Podemos observar as diferenças entre os programas de ambas as abordagens nos Anexos A e B.

Página 69

Onde se lê:

Entre as sessões de treino e as experimentais decorreram aproximadamente 5 semanas, durante as quais foi possível avançar com a matéria mais susceptível a dificuldades de visualização.

Deve ler-se:

Entre as sessões de treino e as experimentais decorreram aproximadamente 5 semanas, durante as quais foi possível avançar para a matéria mais susceptível a dificuldades de visualização.

Resumo

Este trabalho pretende contribuir para o estudo da aplicação de novas metodologias apoiadas em técnicas de realidade aumentada, que auxiliem e estimulem os alunos na aprendizagem de conceitos básicos de Geometria Descritiva.

Após uma descrição sucinta da história e evolução da representação de modelos tridimensionais em suportes bidimensionais, desde o paleolítico até à prática computacional, apresentam-se exemplos de estudos recentes no ensino-aprendizagem de alguns conceitos e respectiva visualização mental, não só no âmbito da Geometria Descritiva como em áreas afins. Neste contexto, faz-se uma abordagem à temática da realidade virtual, com particular ênfase à realidade aumentada, assunto estritamente relacionado com o âmbito deste trabalho.

Neste domínio têm sido referidas, por vários autores, algumas virtudes na utilização de ambientes virtuais, como por exemplo fomentar a capacidade de trabalho cooperativo e permitir a realização de experiências difíceis ou mesmo impossíveis de realizar de outra forma. Constata-se ainda que, embora não existam conclusões definitivas, a utilização de ambientes virtuais em ambientes educativos parece accionar os mesmos processos mentais que a experimentação real.

Desta forma, indicam-se algumas especificidades da Geometria Descritiva que motivam o recurso à utilização de modelos tridimensionais em meio digital como facilitadoras do ensino-aprendizagem. A disciplina exige a visualização de conceitos geométricos abstractos tais como pontos, rectas, planos, figuras e sólidos, que se movimentam e intersectam de variadas formas. Estes conceitos revestem-se, muitas vezes, de tal complexidade, que os professores recorrem amiúde a modelos improvisados na tentativa de elucidar os alunos. Neste sentido, a utilização de modelos digitais permite ampliar o conjunto de ferramentas à disposição dos docentes.

Por fim, descreve-se a experiência realizada com uma amostra constituída por alunos do 11º ano do ensino secundário português, os quais dispuseram, nas aulas de Geometria Descritiva, durante um período de tempo limitado, de modelos tridimensionais em suporte digital. Os modelos foram construídos com base em exercícios propostos pela docente da disciplina, traduzidos para VRML e associados à aplicação de realidade aumentada, *ARToolkit*. A resposta dos alunos e da docente responsável pela disciplina, registada por meio de inquéritos e observação directa das sessões, foi positiva, apesar de tal não se ter traduzido nas avaliações dos alunos. Conclui-se, assim, que é necessário prosseguir com este tipo de experiência.

Abstract

The present study aims to contribute for the research on new methodologies, supported on augmented reality technology, which provide help and stimulus to the students while learning Descriptive Geometry basic concepts.

A brief survey of the history and evolution of three-dimensional objects representation in bi-dimensional support, since Paleolithics to the computational area, is followed by some examples of recent studies in the learning of concepts and its according mental visualization, not only in the Descriptive Geometry field but also in its related areas. In this context, the thematic of virtual reality, with special emphasis to augmented reality, is then approached, as it is strictly related to the subject of the present study.

Many authors claim that there are certain advantages in using virtual environments, as the development of cooperative work and the possibility to perform experiments difficult or even impossible to reproduce in different conditions. It also seems, though there aren't any definitive conclusions about it, that the mental skills required to learn in such environments resemble closely the ones used in real experimentation.

Having this in mind, there are some characteristics of Descriptive Geometry that motivate the usage of three-dimensional models to help the learning process. A student should be able to imagine abstract concepts such as dots, lines, figures and solids, which move and interact in many ways. Such concepts are sometimes so complex that teachers often use improvised models in an attempt to elucidate their students. Digital models enlarge the possibilities that can be used by both students and teachers.

An experiment with portuguese students, attending the portuguese secondary school's 11th year is, at last, described. These students had the possibility to use, in their classes, for a limited period of time, three-dimensional digital models, built based on exercises proposed by their teacher. The models were translated

to VRML and associated to the augmented reality application ARToolkit. The feedback given by the teacher and her students, recorded by means of direct observation and inquiries, was positive, despite the lack of influence in the students' evaluation. Thus it is concluded that, most of all, it is necessary to continue this kind of research.

Agradecimentos

Agradeço ao Professor Jorge Fonseca e Trindade por ter aceite a orientação desta dissertação e pela forma atenta e participada como o fez, mostrando grande disponibilidade e deixando sugestões e críticas, as quais considerei interessantes e pertinentes em todos os momentos do trabalho.

Ao Professor Eurico Carrapatoso agradeço também a disponibilidade constante e o apoio prestado, sempre com muita simpatia.

Agradeço também aos meus colegas e professores do ano lectivo deste mestrado, por criarem um fértil ambiente de trabalho e pela amizade e ajuda prestadas.

À minha colega e amiga Ana Maria Coutinho agradeço a ajuda preciosa, sem a qual não teria sido possível realizar este trabalho, e a flexibilidade e disponibilidade que sempre demonstrou.

Agradeço também aos alunos a disponibilidade que tiveram para testar os modelos tridimensionais.

Finalmente, um agradecimento especial aos meus pais e irmãos por criarem aquele ambiente especial em que tudo é possível nascer e florescer.

Índice

Resumo.. v
Abstract.. vii
Agradecimento.. ix
Índice.. x
Lista de figuras.. xi
Lista de tabelas.. xiii
1. Introdução.. 1
1. 1 Motivação.. 2
1.2 Objectivos.. 3
1.3 Organização.. 4
2. Estado da arte.. 6
2.1 A representação da realidade.. 7
2.1.1 Representação tridimensional em suporte bidimensional: principais tipos e breve resenha histórica.. 7
2.1.2 Representação tridimensional em meios computacionais.. 13
2.1.3 Realidade virtual.. 21
2.2 Enquadramento da investigação realizada.. 30
2.2.1 Teorias educativas e de aprendizagem aplicadas ao ensino assistido por computador.. 30
2.2.2 Realidade virtual e a aprendizagem construída.. 42
2.2.3 Visualização e aprendizagem.. 50
3. Aplicação desenvolvida e conteúdos programáticos abrangidos.. 55
3.1 Desenvolvimento do projecto.. 56
3.2 Contextualização da disciplina: conteúdos programáticos.. 64
4. Descrição dos métodos e apresentação de resultados.. 67
4.1 Metodologia.. 68
4.2 Caracterização da amostra.. 72
4.3 Resultados.. 79
5. Conclusões.. 89
5.1 Avaliação dos modelos e tecnologia utilizada.. 91
5.2 Avaliação da planificação das sessões.. 91
5.3 Avaliação dos métodos de recolha de dados utilizados.. 92
5.4 Trabalho futuro.. 95
Referências.. 96
Figuras – fontes.. 99
Anexo A1 – Programa Nacional de Geometria Descritiva A.. 100
Anexo A2 - Programa Nacional de Geometria Descritiva B.. 146
Anexo B – Exercícios propostos aos alunos durante as quatro sessões.. 187
Anexo C – Provas PARC: Raciocínio Espacial/Compreensão Espacial.. 195
Anexo D – Inquérito inicial apresentado aos alunos.. 216
Anexo E – Inquérito apresentado aos alunos durante as sessões.. 218
Anexo F – Grelha de observação.. 220
Anexo G – Comentário da docente.. 223
Anexo H – Exames Nacionais de Geometria Descritiva.. 224

Lista de figuras

Fig. 1 - (a) Pintura na gruta de Lascaux, França, datada de há cerca 17 000 anos; (b) vaso grego, representando Hércules em luta com Antaios, datado de 510 a.C.; (c) *O Jardim das Delícias*, Hieronymus Bosch, cerca de 1500 d.C.. A profundidade não é representada, a não ser pela sobreposição dos objectos. 8
Fig. 2 - Esquema de Alberti sobre a representação perspéctica: a) ponto de fuga e b) linha do horizonte. 8
Fig. 3 - Dupla representação ortogonal: método de Monge (resolução do segundo exercício do grupo I, presente no exame nacional 408, da 2ª fase, de 2006). 10
Fig. 4 - Desenho em sistema axonométrico de uma patente para *Machine for forming Temple-Teeth* (Maio, 1874) 11
Fig.5 – Estampa japonesa do século XIX na qual podemos observar a utilização de perspectiva axonométrica. 12
Fig. 6 - Representação ortográfica realizada por William Fetter. 13
Fig. 7 - Esquema de funcionamento do algoritmo *Z-buffer*. 14
Fig. 8 - Diferentes representações de uma esfera recorrendo ao algoritmo de iluminação base (em baixo), algoritmo de Gouraud (à direita) e de Phong (em cima). 15
Fig. 9 - *Bump mapping*. Repare-se que a superfície da parede é lisa. 16
Fig. 10 - Modelo VRML representando três planos ortogonais, um prisma pentagonal e as representações do mesmo em cada um dos planos, cuja exploração é feita num navegador apropriado para o efeito. .. 18
Fig. 11 - *World of Warcraft*, um dos mais populares MMORPGs actuais, desenvolvido pela *Blizzard*. 21
Fig. 12 - *Sensorama*. 22
Fig. 13 - Interacção com objectos virtuais através de um capacete de visualização e luvas de dados. 23
Figs. 14 e 15 - Luva de dados (*data glove*) e capacete de visualização. 23
Fig. 16 - Contínuo Real – Virtual. 24
Fig. 17 - Visão através de um HMD (*Head Mounted Display*), que combina realidade com modelos virtuais. 26
Fig. 18 – Sobreposição de modelos virtuais a objectos reais visto num monitor. 26
Fig. 19 - Evolução do *ARToolkit*. 27
Fig. 20 - Diagrama de funcionamento do algoritmo de *computer vision* utilizado pelo *Artoolkit*. 29
Fig.21 e 22 – *Screenshots* que se podiam ver num dos módulos escritos para o PLATO. 35
Figs. 23 e 24 – Programa LOGO (Papert, 1967), e que permite o desenho de figuras geométricas, e a mascote do mesmo. 37
Fig. 25 - Esquema de ligações do hipertexto. 38
Fig. 26 - *NewtonWorld*. 42
Fig. 27 - Desenho por camadas disponível no Centro de Recursos da Escola Secundária Josefa de Óbidos 46
Fig. 28 - GEO 3D 47
Fig.29 – Exercício de uma PARC – raciocínio espacial. O exercício consiste em identificar qual dos cubos representados na linha de baixo corresponde ao cubo indicado em cima, desenhado em três vistas diferentes de forma a mostrar todas as faces. 53
Fig.30 – Interface do software *3ds Max 7 (Discreet)* e modelo referente ao exercício indicado. 57
Fig. 31 - Padrão inserido em folha A4: repare-se que a folha foi equiparada ao Plano Axonométrico (canto inferior direito) 59

Fig. 32 - Padrão reconhecido pelo *ARToolkit*. 59
Fig. 33 - Modelo visto em consola VRML. 60
Fig. 34 – Prisma pentagonal inserido em imagens do mundo real: *ARToolkit*. 60
Fig. 35 – Página inicial de GDRV: apresentação do projecto. 61
Fig. 36 – Hiperligações para obter os modelos tridimensionais e os padrões para aplicação no ARToolkit, após o enunciado de um exercício..... 62
Fig. 37 – Um dos modelos disponibilizados visto na consola VRML. 62
Fig. 38 – Padrão disponível para impressão e utilização com o *ARToolkit*. 63
Fig. 39 – Instruções para a configuração e utilização do *ARToolkit*. 63
Fig. 40 – Cronograma das actividades. 70
Fig. 41 – Classificações obtidas pelos alunos em momentos anteriores de avaliação. 73
Fig. 42 – Relação entre o número de respostas e o número de respostas certas obtidas pelos alunos na prova PARC – Compreensão Espacial. 74
Fig. 43 – Relação entre o número de respostas e o número de respostas certas obtidas pelos alunos na prova PARC – Raciocínio Espacial. 74
Fig. 44 – Indicação de facilidade da leitura dos modelos tridimensionais por sessão. 80
Fig. 45 – Indicação de adequação dos modelos tridimensionais à explicação da docente da disciplina. 81
Fig. 46– Indicação da pertinência da utilização dos modelos para a compreensão da matéria. 82
Fig. 47 – Utilização da estação individual – respostas dos alunos. 83
Fig. 48 – Resultados obtidos quando questionados os alunos sobre a vontade de continuar a utilizar os meios disponibilizados para a realização desta experiência. 84

Lista de tabelas

Quadro 1 – Descrição de um prisma hexagonal em código VRML. 19
Quadro 2 – Excerto de código VRML relativo ao modelo construído. 58
Quadro 3 – Distribuição etária e por sexo da amostra. 72
Quadro 4 – Locais de utilização dos computadores. 75
Quadro 5 – Número de alunos que utilizam computadores em mais do que um local. 75
Quadro 6 – Finalidade da utilização de meios informáticos. 76
Quadro 7 – Contacto anterior com modelos digitais tridimensionais. 76
Quadro 8 – Dificuldades sentidas pelos alunos quanto à disciplina. 77
Quadro 9– Estratégias desenvolvidas na aula que os alunos consideram eficazes. 77
Quadro 10 – Dificuldades sentidas pelos alunos ao resolver exercícios práticos. 78
Quadro 11 – Estratégias utilizadas pelos alunos para superar as dificuldades com que se deparam ao resolver exercícios práticos. 78

1. Introdução

1. 1 Motivação

A Geometria Descritiva é uma ferramenta de trabalho essencial em diversas profissões, nomeadamente as que possuem uma forte componente de desenho técnico, como por exemplo as várias Engenharias e Arquitectura. Como tal, esta disciplina integra os currículos de estudos de alguns cursos nas áreas artística e científica do ensino secundário português. São exemplos, os cursos artísticos de carácter geral.
Não obstante, os resultados na Geometria Descritiva no ensino secundário não são os melhores, com a agravante de a classificação obtida em exame nacional da disciplina ser, até à data, factor decisivo para o acesso a alguns cursos do ensino superior (como por exemplo Arquitectura e Artes plásticas). Torna-se evidente a necessidade de utilizar novas práticas de ensino que estimulem uma melhor aprendizagem e compreensão dos métodos e conceitos de Geometria Descritiva.

É no 3º ciclo do ensino básico que os alunos são, pela primeira vez, confrontados com os elementos geométricos e respectivos métodos de representação. Devido à dificuldade em desenvolver pensamentos abstractos (a idade média dos alunos neste nível de ensino é de 14 anos) a introdução dos conceitos na disciplina é feita tão intuitiva quanto possível. Desta forma, não apresentam maiores dificuldades do que o rigor na representação em suporte bidimensional de objectos tridimensionais e, em geral, os alunos compreendem o que estão a representar.
Nos anos lectivos subsequentes, os alunos devem desenvolver a capacidade de compreender métodos de representação menos directamente representativos da visão humana, embora mais precisos, surgindo, então, as primeiras dificuldades. Por exemplo, deixa de ser relacionado o objecto com a sua representação, os objectos perdem materialidade (um ponto não tem dimensões) e é cada vez mais necessário um alto nível de abstracção. No entanto, mantém-se a premissa de que a representação mostra a realidade, de acordo com os métodos determinados, que os alunos devem interiorizar para interpretarem com sucesso as representações.

Professores e alunos debatem-se, os primeiros com a dificuldade em dar a entender elementos tão abstractos e os segundos com a necessidade de ver, para representar, o que não é visível.
Uma das formas encontradas para auxiliar o relacionamento dos objectos geométricos com a sua representação é a construção de modelos. Estes modelos podem ser tão simples como um par de esferográficas e um livro aberto, simulando os planos de representação, ou mais sofisticados como sólidos de plástico, cheios de água, de forma a exemplificar uma secção. No entanto, estes modelos apresentam sempre limitações, que começam na simulação insuficiente do espaço e passam pelas dificuldades mais pragmáticas de transporte e manuseamento. Desta forma, muitos professores utilizam outros métodos, menos inconvenientes, como o desenho perspéctico no quadro, que se aproxima mais da visão humana. Outros professores limitam-se a repetir exercícios e soluções até à memorização dos passos a seguir.

Parece-nos que estas formas de aprender geometria não auxiliam quem revela maiores dificuldades no raciocínio espacial. Quando confrontados com exercícios diferentes dos que foram memorizados muitos alunos não conseguem perceber do que se trata, dado que, por hipótese, não visualizam o problema. Estes alunos poderão ser bem sucedidos em termos de classificações finais, mas, quando for necessário utilizar, no decurso das suas profissões, a ferramenta adquirida, apresentarão sérias limitações.

1.2 Objectivos

Pelo exposto, torna-se necessário complementar os métodos tradicionais de ensino da Geometria Descritiva com outras formas de representar e, inclusive, manipular os conceitos geométricos, que auxiliem os alunos na sua aprendizagem.

Apesar da manifestação de desagrado que alguns possam sentir em relação ao uso das novas tecnologias (pela sua complexidade e/ou novos desafios que

possam representar), elas representam um apelo irrecusável pelas possibilidades que oferecem. Não deixa, contudo, de ser importante distinguir e clarificar em que medida nos podem auxiliar. No caso da Geometria Descritiva, a possibilidade de criar e manipular modelos que facilitem a visualização de conceitos geométricos abstractos, ultrapassando os obstáculos colocados pela utilização de modelos reais, tornou-se num atractivo que urgia experimentar e testar. A utilização de ferramentas tridimensionais suportadas por meios tecnológicos devem, assim, possibilitar a utilização simples, não só pelo professor, na criação de modelos e situações, como pelos alunos, na manipulação posterior. Devem também possibilitar uma visualização e compreensão claras e intuitivas.

O objectivo principal deste trabalho é, assim, a experimentação de modelos tridimensionais digitais, visualizados e manipulados com recurso a técnicas de realidade aumentada, no contexto do ensino-aprendizagem de conceitos de Geometria Descritiva no 11º ano de escolaridade. Para atingir este objectivo considerou-se relevante o estudo da representação digital de modelos tridimensionais, assim como do seu desempenho em situações de Intranet e mesmo da Internet (admitindo que seriam as escolas a usufruir do resultado deste trabalho). Clarificado o ambiente em que se desenvolveria a aplicação, revelou-se exequível, para além de desejável, o teste das ferramentas tridimensionais em ambiente de aula, de forma a clarificar os inconvenientes e vantagens da utilização das mesmas.

1.3 Organização

Este trabalho está organizado em cinco capítulos.
No capítulo 1, “Introdução”, enumera-se a descrição dos temas abordados na dissertação.

O capítulo 2, “Estado da Arte”, divide-se em duas partes. Na primeira, “A Representação da realidade”, descreve-se o desenvolvimento da representação

tridimensional, através do desenho e, posteriormente, de forma digital. É abordada a apetência que as representações digitais revelam para simular uma realidade digital, imersiva ou não. Na segundo parte, “Enquadramento da investigação desenvolvida”, aborda-se as questões que se levantam quando se fala de experiências em ambiente educativo, nomeadamente as teorias existentes quanto a métodos educativos, assim como a relação do aparecimento dos computadores com alterações que surgiram nestas teorias.

O capítulo 3, “Aplicação desenvolvida e conteúdos programáticos abrangidos”, desenvolve questões específicas relacionadas com a preparação da experiência, nomeadamente com a escolha dos elementos curriculares mais apropriados ao teste e aos preparativos técnicos exigidos.
O capítulo 4, “Descrição dos métodos e apresentação de resultados”, apresenta a experiência realizada, assim como as respostas dadas pelos alunos às diversas situações.

Finalmente, o capítulo 5, “Conclusões”, apresenta as principais conclusões retiradas de todo este processo e apresenta algumas possibilidades para o futuro da utilização de elementos digitais no ensino da Geometria Descritiva.

2. Estado da arte

2.1 A representação da realidade

2.1.1 Representação tridimensional em suporte bidimensional: principais tipos e breve resenha histórica

A evolução do Homem dotou-o de um apurado sentido da visão, bastante desenvolvido, conseguindo ver em profundidade Esta capacidade desenvolveu-se pela necessidade que os nossos antepassados primatas tinham de avaliar correctamente a que distância se encontravam os ramos das árvores, de forma a poderem deslocar-se rapidamente.

Desde sempre o Homem sentiu a necessidade de representar o meio envolvente. As gravuras rupestres nas cavernas, nos primórdios da humanidade, comprovam-no. Sentindo a necessidade de comunicar através do desenho, o ser humano deparou-se com uma dificuldade: a da representação da tridimensionalidade num suporte bidimensional. Durante milénios esta representação foi realizada de forma mais ou menos empírica, mais ou menos abstracta (Fig. 1).



a)



b)



c)

Fig. 1 - *(a)* Pintura na gruta de Lascaux, França, datada de há cerca 17 000 anos; *(b)* vaso grego, representando Hércules em luta com Antaios, datado de 510 a.C.; *(c) O Jardim das Delícias*, Hieronymus Bosch, cerca de 1500 d.C.. A profundidade não é representada, a não ser pela sobreposição dos objectos.

Com o desenvolvimento da câmara escura, os renascentistas puderam observar algumas regras na representação da profundidade, tendo estas sido esquematizadas pelo italiano Leone Alberti, cerca de 1435, no seu tratado *De la Pittura* (Fig. 2). A representação perspéctica que hoje utilizamos baseia-se neste trabalho.

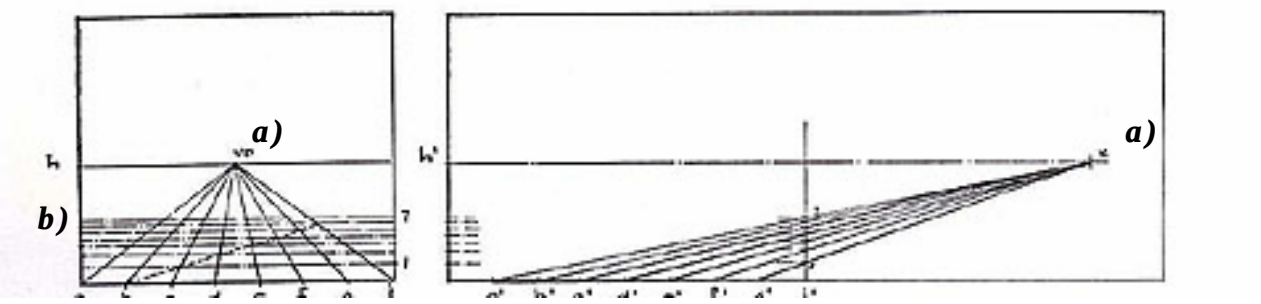


Fig. 2 - Esquema de Alberti sobre a representação perspéctica: *a)* ponto de fuga e b*)* linha do horizonte.

A representação verosímil da profundidade estava assim resolvida. No entanto, a interpretação de certos dados, através destas imagens, tornava-se muito complexa. Embora facilmente identificáveis, os objectos assim representados não são facilmente *mensuráveis*.

O francês Gaspard Monge, nascido no século XVIII, é o pai da dupla representação ortogonal, que evoluiu mais tarde para os métodos europeu e americano de representação das vistas. Segundo este processo, designado por método de Monge, os objectos encontram-se no espaço, relacionados com um referencial, à imagem do referencial cartesiano. Através de projectantes ortogonais, i.e. rectas perpendiculares aos dois planos de projecção (que também são perpendiculares entre si e se intersectam num eixo, o eixo *x*) as vistas de cada ponto dos objectos são transportadas até formarem um desenho em cada plano. Os dois planos colapsam de forma a tornarem-se num suporte bidimensional, que poderá ser a nossa folha de papel. As medidas não sofrem distorção e são facilmente recuperáveis. Os métodos das vistas acrescentaram a este método a possibilidade de introduzir mais planos, até à formação de um cubo, permitindo assim a visão rigorosa de seis lados do objecto. Este método é o utilizado para os projectos de arquitectura, *design* e engenharia que hoje conhecemos (Fig. 3).

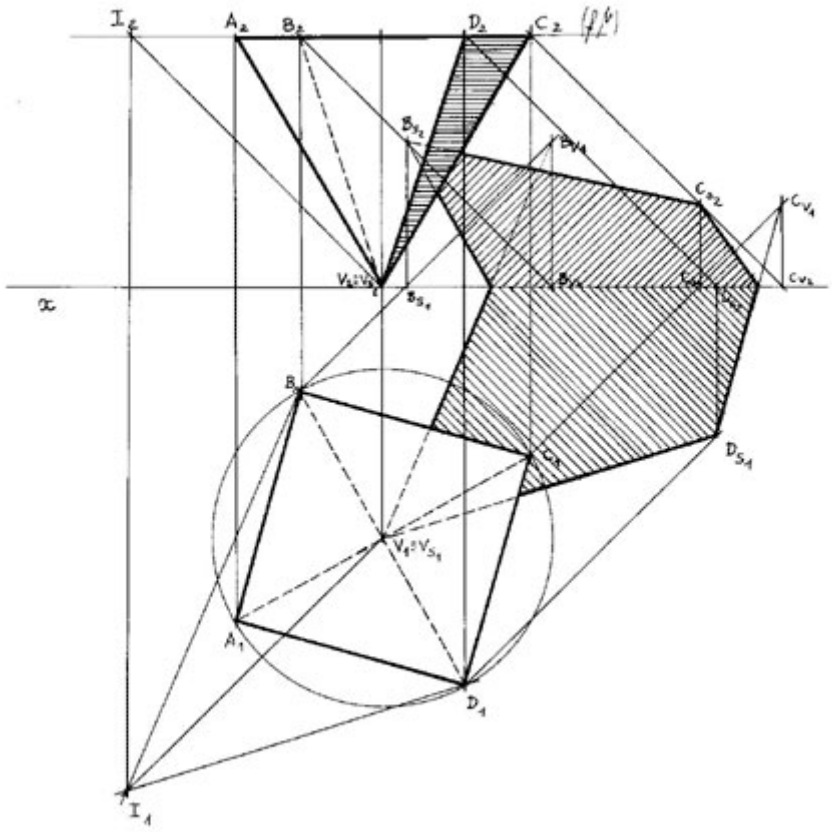


Fig. 3 - Dupla representação ortogonal: método de Monge (resolução do segundo exercício do grupo I, presente no exame nacional 408, da 2ª fase, de 2006).

A dupla representação ortogonal apresenta vantagens claras quando se trata de representar um objecto de forma a poder ser construído.

No entanto, enquanto no caso da representação perspéctica a compreensão do objecto representado é empírica, a representação ortogonal requer treino de forma a ser compreendida e utilizada. Por este motivo, e por ser indispensável para o desempenho de muitas profissões, é uma matéria fulcral no ensino secundário português, em que os alunos apresentam grandes dificuldades uma vez que, ao contrário de Gaspard Monge, podem não possuir habilidades de visualização mental extraordinárias.

Falta ainda referência à representação axonométrica. Esta baseia-se na representação ortogonal, utilizando o mesmo sistema de eixos e permitindo fiabilidade métrica. Ao mesmo tempo, deve ser mais simples de interpretar. No fundo a axonometria é uma representação perspéctica em que o observador se encontra no infinito (Fig. 4).

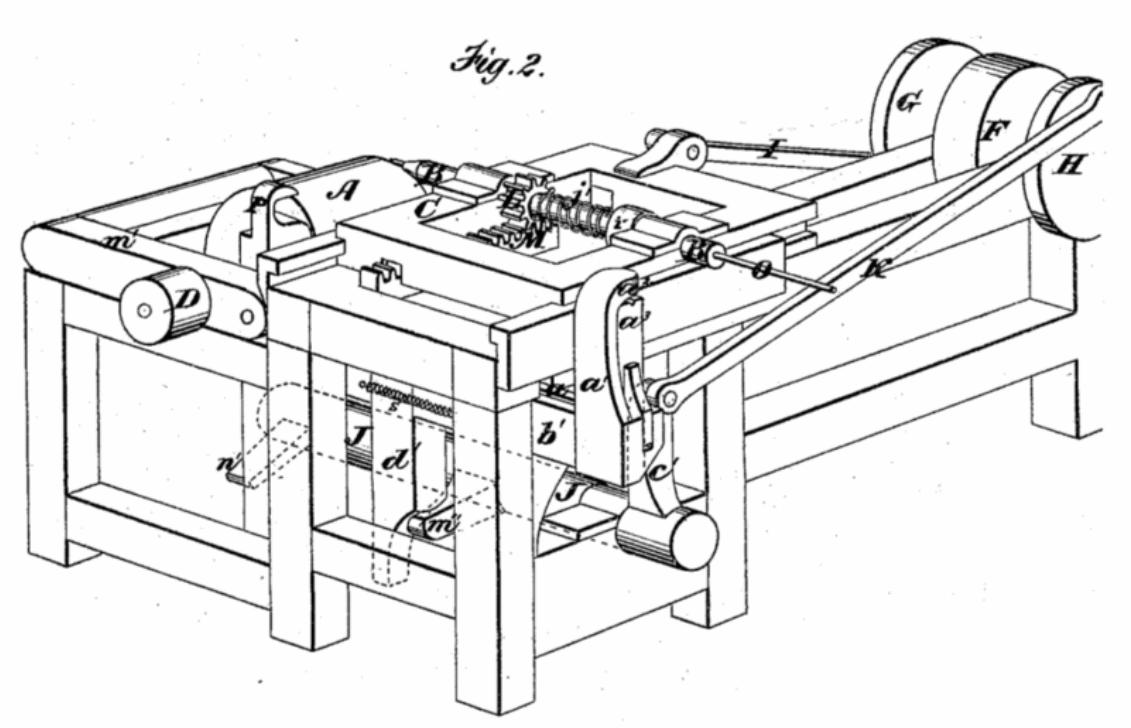


Fig. 4 - Desenho em sistema axonométrico de uma patente para *Machine for forming Temple-Teeth* (Maio, 1874)

Sistemas axonométricos, como a vista *cavaleira*, podem ser observados nas estampas japonesas trazidas para o mundo ocidental nos séculos XVIII e XIX (Fig. 5). Era também um sistema utilizado para representar fortificações militares durante a Revolução Francesa.

Os subsistemas axonométricos não passam de variações na inclinação dos eixos em relação ao plano de representação, ou do ângulo feito pelas projectantes em relação ao mesmo plano. Assim, temos representações ortogonais e clinogonais, em que na primeira as projectantes são perpendiculares ao plano axonométrico.

As representações ortogonais podem ser isométricas, dimétricas ou trimétricas (ou anisométricas): isométricas no caso de os três eixos formarem, com o plano axonométrico, ângulos iguais, dimétricas se um dos eixos apresenta um ângulo diferente, e anisométricas se todos os ângulos apresentam valores diferentes. As representações clinogonais dividem-se em cavaleira e planométrica ou militar.

A representação axonométrica não pretende mimar a realidade mas sim fornecer dados rigorosos sobre objectos volumétricos, sendo por isso utilizada em larga escala em projectos arquitectónicos e de engenharia.



Fig.5 – Estampa japonesa do século XIX na qual podemos observar a utilização de perspectiva axonométrica.

2.1.2 Representação tridimensional em meios computacionais

A representação tridimensional em meios computacionais surgiu em 1960 quando o americano William Fetter precisou de optimizar o espaço do *cockpit* de um avião para tornar o seu aproveitamento mais eficiente (1). Fetter acabou por fazer uma representação ortográfica computacional do corpo humano, a qual pode ser vista na Fig. 6.

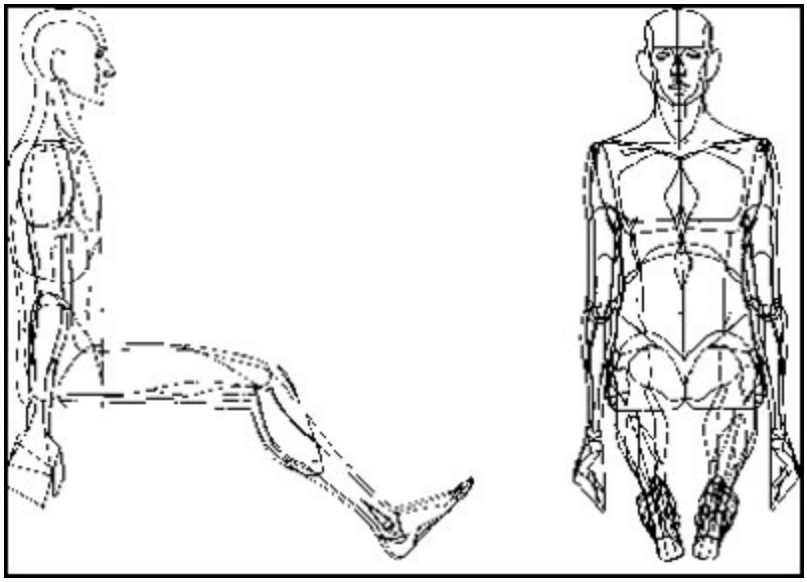


Fig. 6 - Representação ortográfica realizada por William Fetter.

Três anos mais tarde, o americano Ivan Sutherland apresentaria a sua tese de doutoramento, intitulada *Sketchpad: A Man-Machine Graphical Communications System*. O software *Sketchpad*, desenvolvido por Sutherland, ainda hoje é utilizado, com actualizações, e permite a construção de elementos geométricos, como curvas, rectas e polígonos, num monitor de computador. Esta aproximação era bidimensional, mas iniciou o interesse geral por interacções com gráficos, que culminou com o aparecimento de sistemas operativos cuja interface já não era textual, mas sim gráfica.

As imagens tridimensionais surgiram inicialmente (nos finais dos anos 60) como resultado da pesquisa do Gabinete de Ciências Computacionais da

Universidade do Utah, nos Estados Unidos. Era possível ver não só a imagem pretendida, como as estruturas que se pretendiam escondidas. Para resolver este problema foram surgindo numerosos algoritmos ainda hoje utilizados: *back-face detection*, *depth sorting*, *ray casting*, *Z-Buffer* (Fig. 7) e *area subdivision*. Todos estes algoritmos lidam, de uma ou de outra forma, com a profundidade e esquemas de representação da mesma, quer atribuindo valores de *y* a cada polígono, quer analisando as intersecções com um vector que parte do observador.

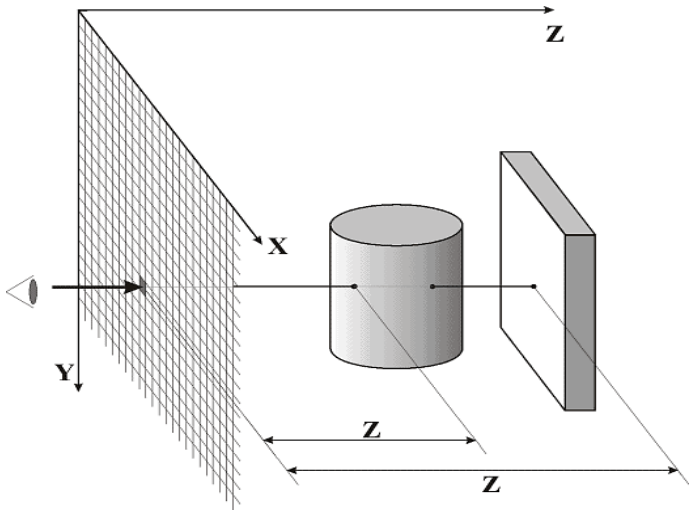


Fig. 7 - Esquema de funcionamento do algoritmo *Z-buffer*.

Outro problema com que se depararam os primeiros investigadores foi a exigência de recursos computacionais que os modelos mais complexos requeriam. A escolha era difícil: mais perfeição equivalia a um maior número de polígonos e, consequentemente, a um maior consumo de recursos. Um menor número de polígonos tornava-se facilmente detectável se o observador se aproximasse dos objectos e, principalmente, nos reflexos gerados pela iluminação. O único algoritmo disponível, no que toca a iluminação dos objectos, consistia na análise do vector normal a cada ponto, aplicando o reflexo adequado nessa área. Os resultados podem ser observados na Fig. 8.

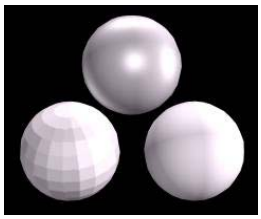


Fig. 8 - Diferentes representações de uma esfera recorrendo ao algoritmo de iluminação base (em baixo), algoritmo de Gouraud (à direita) e de Phong (em cima).

Uma vez que o caminho da investigação tinha como meta maior realismo, este resultado não era satisfatório. O francês Henry Gouraud surgiu então (1971) com o algoritmo que é conhecido hoje em dia pelo seu nome, e que analisa os vectores normais dos vértices de cada polígono, interpolando os que se encontram entre os mesmos, e aplicando a cor devida a cada uma. A superfície assim gerada é suave e mais realista, se excluirmos os brilhos, que continuam pouco realistas. Uma abordagem diferente foi a do vietnamita Phong Bui-Tuong, em 1973, que partiu do algoritmo de Gouraud, mas atribuiu a cada ponto um vector normal alterado – correspondente à superfície esperada. Este novo algoritmo permite uma representação correcta de brilhos. É, no entanto, muito mais pesado em termos de recursos computacionais.

A investigação em torno dos vectores normais à superfície levou a uma outra descoberta, que permite, actualmente, representar objectos com relevo sem aumentar o número de polígonos. Esta técnica é chamada *bump mapping* (Fig. 9) e foi inicialmente desenvolvida pelo americano Jim Blinn em 1978.



Fig. 9 - Bump mapping. Repare-se que a superfície da parede é lisa.

O interesse crescente pela representação tridimensional aliado à democratização e melhoria exponencial do desempenho dos meios computacionais contribuíram para uma maior divulgação, nomeadamente através da Internet. No entanto, e apesar de todos os esforços, o elevado volume dos modelos tridimensionais tornavam-nos completamente inadequados para um meio que requer economia de recursos de modo a manter-se viável. Desta forma, sentiu-se a necessidade de encontrar uma solução para o problema.

As primeiras tentativas bem sucedidas de representação de modelos tridimensionais, suficientemente "leves" para serem visualizados pela Internet, deram-se quando alguns investigadores sentiram a necessidade de criar uma interface mais amigável entre o utilizador e a navegação na Internet. Para tal, desenvolveram uma linguagem que permitia a representação de mundos virtuais através de redes, de forma a poderem ser participados por mais do que um utilizador. Esta foi cunhada com a designação VRML, ou *Virtual Reality Modelling Language* (Linguagem de Modelação de Realidade Virtual). Esta pretendia ser independente de plataformas, tal como o HTML (*HyperText Markup Language*, que surgiu com o intuito de convencionar ficheiros destinados a circular em redes de computadores, de forma a serem lidos em

qualquer terminal, independentemente de plataformas.), "leve" e de aplicação simples. A especificação da primeira versão do VRML era a seguinte:

> *"The Virtual Reality Modelling Language (VRML) is a language for describing multi-participant interactive simulations - virtual worlds networked via the global Internet and hyperlinked with the World Wide Web. All aspects of virtual world display, interaction and internetworking can be specified using VRML. "* (2)

O arranque deste projecto deu-se em finais de 1993, impulsionado pelos americanos Mark Pesce, Gavin Bell e Anthony Parisi.

Embora o objectivo da linguagem VRML fosse proporcionar um novo paradigma de interacção na e com a Internet, com o tempo esta pretensão foi-se esbatendo e passou a ser um modo eficiente de representação e navegação através de modelos (*mundos*) tridimensionais. É necessário instalar um interpretador, que funciona em conjunto com o navegador, e que permite movimentos em torno dos objectos. Devido a terem sido previstas utilizações em *chat rooms* virtuais e jogos, que requerem avatares, muitas vezes os movimentos têm designações peculiares, como *walking* (andando), *flying* (voando), etc. Na Fig. 10 pode-se observar um modelo escrito em linguagem VRML integrado num navegador.

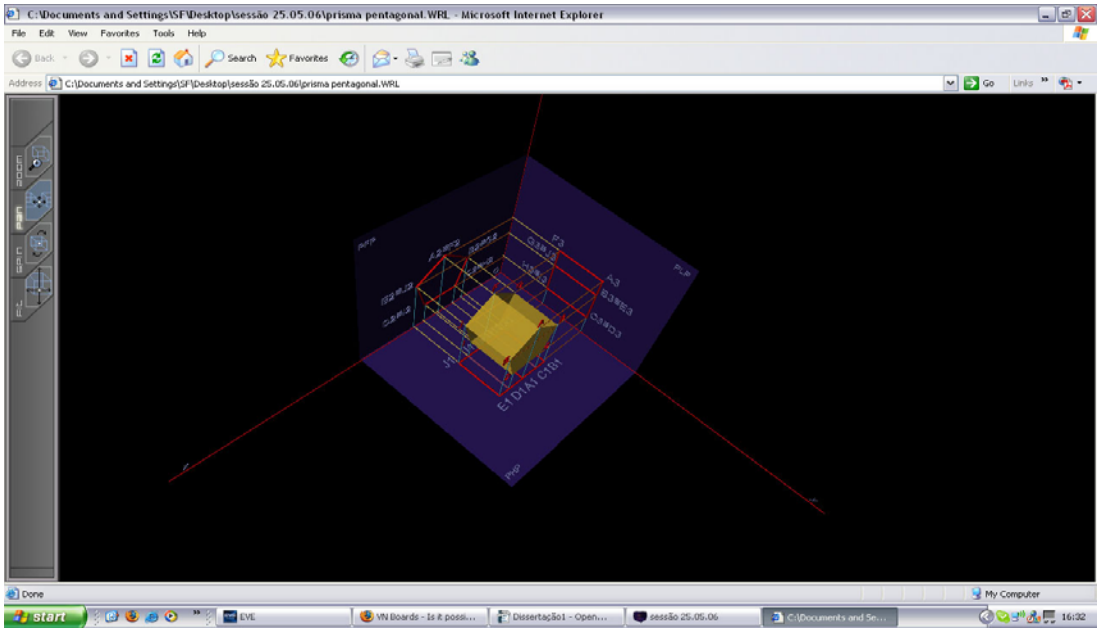


Fig. 10 - Modelo VRML representando três planos ortogonais, um prisma pentagonal e as representações do mesmo em cada um dos planos, cuja exploração é feita num navegador apropriado para o efeito.

Outras aplicações para o VRML são manuais técnicos que incluem peças tridimensionais, representação de locais para visualização de problemas arquitectónicos ou centros meteorológicos.

O Quadro 1 apresenta, a título de exemplo, um excerto de código VRML, que descreve as características de um prisma hexagonal. São visíveis valores de rotação, translação, materiais e iluminação, assim como as coordenadas dos vértices do objecto.

Quadro 1 – Descrição de um prisma hexagonal em código VRML.

```
#VRML V2.0 utf8
# Produced by 3D Studio MAX VRML97 exporter, Version 7, Revision 0,65
# MAX File: prisma pentagonal.max, Date: Sat May 20 13:28:40 2006

DEF prisma_hexagonal Transform {
  translation 1.431 76.67 75.68
  rotation -0.9838 -0.1267 -0.1267 -1.587
  children [
    Shape {
      appearance Appearance {
        material Material {
          diffuseColor 1 0.6 0
          ambientIntensity 1.0
          specularColor 0 0 0
          shininess 0.145
          transparency 0
        }
      }
      geometry DEF prisma_hexagonal-FACES IndexedFaceSet {
        ccw TRUE
        solid TRUE
        coord DEF prisma_hexagonal-COORD Coordinate { point [
          0 0 0, 79.36 0 0, 39.68 0 68.73, -39.68 0 68.73, -79.36 0 0,
          -39.68 0 -68.73, 39.68 0 -68.73, 79.36 -75.96 0, 39.68 -75.96
68.73,
          -39.68 -75.96 68.73, -79.36 -75.96 0, -39.68 -75.96 -68.73,
          39.68 -75.96 -68.73, 0 -75.96 0]
        }
        coordIndex [
          0, 2, 1, -1, 0, 3, 2, -1, 0, 4, 3, -1, 0, 5, 4, -1, 0, 6, 5, -
1,
          0, 1, 6, -1, 1, 8, 7, -1, 1, 2, 8, -1, 2, 9, 8, -1,
          2, 3, 9, -1, 3, 10, 9, -1, 3, 4, 10, -1, 4, 11, 10, -1,
          4, 5, 11, -1, 5, 12, 11, -1, 5, 6, 12, -1, 6, 7, 12, -1,
          6, 1, 7, -1, 13, 7, 8, -1, 13, 8, 9, -1, 13, 9, 10, -1,
          13, 10, 11, -1, 13, 11, 12, -1, 13,  12, 7, -1]
        }
    }
  ]
```

É possível editar um ambiente VRML através de um editor de texto vulgar, o que o torna fácil de movimentar pela Internet, mesmo com baixa largura de

banda. No entanto, muitos editores como o *3DStudio Max* (*Discreet*), permitem a conversão de um modelo construído no mesmo para linguagem VRML.

Por todos estes motivos o VRML tornou-se popular na Internet em pouco tempo.

No entanto, uma vez que as ideias de interacção, que levaram ao desenvolvimento do VRML, não se revelaram muito práticas, a tridimensionalidade através da *Web* foi perdendo a grande massa de adeptos curiosos, ganhando especificidade.

Verifica-se ser mais simples a interacção textual/gráfica que utilizamos nos dias de hoje, do que a simulação de avatares que trocam entre si, por exemplo, um ficheiro, emulando movimentos reais (por exemplo, um dos avatares retira um ficheiro de uma mochila virtual, estende o braço, entrega-o a outro, que o guarda na respectiva mochila, em oposição a clicar em dois botões, um para cada extremo da transacção).

Onde é requerida uma tal emulação da realidade (por exemplo, em jogos *online*, os chamados MMORPG – *massive multiplayer online role playing game* – Fig. 11) são hoje em dia preferidas linguagens diferentes, mais complexas e inacessíveis a alteração por terceiros.



Fig. 11 - *World of Warcraft*, um dos mais populares MMORPGs actuais, desenvolvido pela *Blizzard*.

No entanto, o VRML continua a ser utilizado em tarefas que requerem a visualização e difusão de modelos tridimensionais de forma fácil, rápida e manipulável.

2.1.3 Realidade virtual

Realidade virtual é o termo aplicado a representações em três (ou mais) dimensões que permitem algum tipo de interacção, sendo esta última característica a que a distingue de modelos CAD (*Computer Aided Design*).

Uma definição mais precisa de realidade virtual é difícil de obter, já que é um conceito bastante vasto (e, por conseguinte, também algo vago). Algumas possibilidades incluem: ambientes sintéticos; modo de interagir com bases de dados tridimensionais; ou ainda um modo de integrar o homem e a informação (3). Todas elas diferem da imagem fantasista que retemos das séries de ficção científica.

As primeiras tentativas de construção de ambientes virtuais tiveram como finalidade o treino de situações perigosas ou impossíveis em meios reais, tais como simuladores de voo.

O *Sensorama* (Fig. 12) foi gizado no início da década de 60 por um cinematógrafo curioso, o americano Morton Heilig. Consistia num conjunto de aspersor de odores e correntes de ar, imagem estereoscópica possibilitada pela montagem de três câmaras no momento de captação e som estéreo, montados num cubículo. O utilizador podia usufruir da simulação de um passeio de motocicleta.



Fig. 12 - Sensorama.

Por volta de 1966, Ivan Sutherland, já citado, desenvolveu a ideia de aceleração gráfica enquanto estudante na Universidade do Utah. As tecnologias que permitiram o desenvolvimento pleno da realidade virtual foram convergindo a partir desse momento: não só as possibilidades de que hoje desfrutamos nos computadores pessoais que temos em casa, como ecrãs CRT (*Cathode Ray Tube*) ou LCD (*Liquid Crystal Display*) e processadores gráficos de alta capacidade, como sistemas de *tracking* e periféricos específicos.

Quando falamos de realidade virtual é inevitável referir o conceito de imersão. A imersão é o sentimento que o utilizador desenvolve na interacção com o ambiente virtual e que lhe permite estar mais ou menos inserido na simulação (Fig. 13). A imersão é, de um modo geral, desejável, e foi a pensar neste conceito

que foram desenvolvidos alguns periféricos, tais como capacetes de visualização, *data gloves*, entre outros (Fig. 14 e 15).

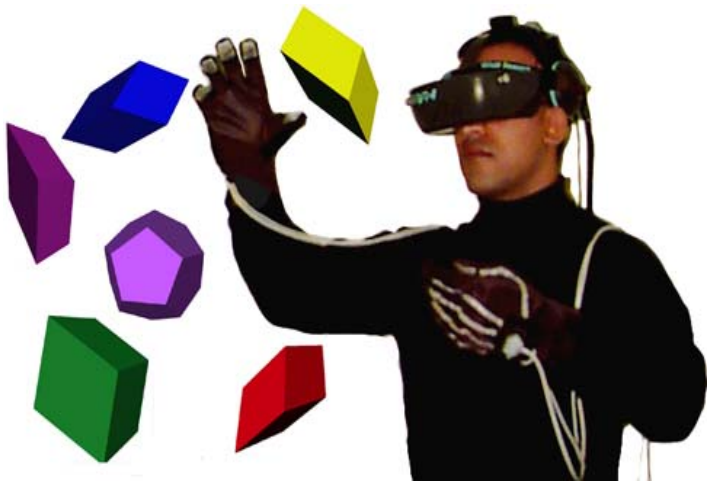


Fig. 13 - Interacção com objectos virtuais através de um capacete de visualização e luvas de dados.





Figs. 14 e 15 - Luva de dados (*data glove*) e capacete de visualização.

Como requisitos e objectivos da realidade virtual foram identificados pelo americano Chris Shaw (4) os seguintes:

- animação e estereoscopia;

- rapidez de resposta às acções do utilizador (tempo real);

- distribuição por múltiplos processadores: computação repartida (permite complexidade);

- no caso de serem utilizados dados provenientes de sistemas remotos, os canais de comunicação devem permitir rapidez suficiente para assegurar respostas em tempo real;

- monitorização do desempenho do sistema (habitualmente, através do *frame rate* e atraso de resposta do sistema).

A realidade aumentada foi, durante algum tempo, considerada o oposto da realidade virtual, no sentido em que não insere o utilizador num ambiente sintético, mas introduz objectos gerados por computador no ambiente real (5).

No entanto, parece-nos mais correcto considerar ambas as manifestações como estádios de um espectro entre a realidade virtual e a realidade (Fig. 16).

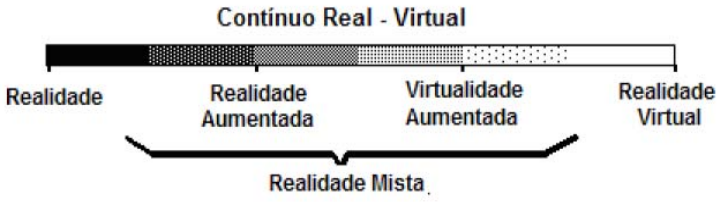


Fig. 16 - Contínuo Real – Virtual.

O americano Paul Milgram (6) define uma taxonomia para a realidade mista baseada em três factores: fidelidade de reprodução, nível de presença da metáfora e nível de conhecimento do ambiente.

A fidelidade de reprodução representa a qualidade dos objectos gerados por computador. Quanto maior for a necessidade de geração em tempo real destes

objectos, menos disponíveis se encontrarão os recursos de processamento para os gerar com grande perfeição. Assim, e considerando que a realidade aumentada requer geração em tempo real, podemos verificar que tende a encontrar-se no extremo mais baixo de foto realismo possível.

O nível de presença da metáfora encontra-se igualmente baixo. Pode, no entanto, variar conforme o equipamento utilizado. Capacetes de visualização permitirão maior imersão do que um monitor de computador (Fig. 17 e 18).

Finalmente, o nível de conhecimento do ambiente requerido pela realidade aumentada é muito elevado, já que esta deve estar em cada momento de acordo com a realidade percebida pelo utilizador, sob o risco de ser totalmente descoordenada e, logo, perder todo o sentido e utilidade. (Por seu turno, a realidade puramente virtual requer um baixo nível de conhecimento do sistema do meio ambiente.)

Devido à sua natureza composta, a realidade aumentada presta-se a utilizações como a computação ubíqua (i.e. meios computacionais acessíveis a cada instante e em qualquer situação, de forma integrada e, tanto quanto possível, invisível no ambiente), *wearable computing* (caso particular da computação ubíqua que se refere à inserção de meios computacionais no vestuário) e a consequente computação afectiva (como o nome indica, utilização de meios computacionais que gera e envolve respostas emocionais), muito discutidas actualmente pelas consequências sociais e éticas que podem gerar. Utilidades mais objectivas passam por assistência a cirurgias complexas, programas de televisão que já nos habituámos a ver (boletins meteorológicos, eventos desportivos difundidos pela televisão, etc), treino militar, engenharia e *design* de objectos, entre muitas outras possibilidades.

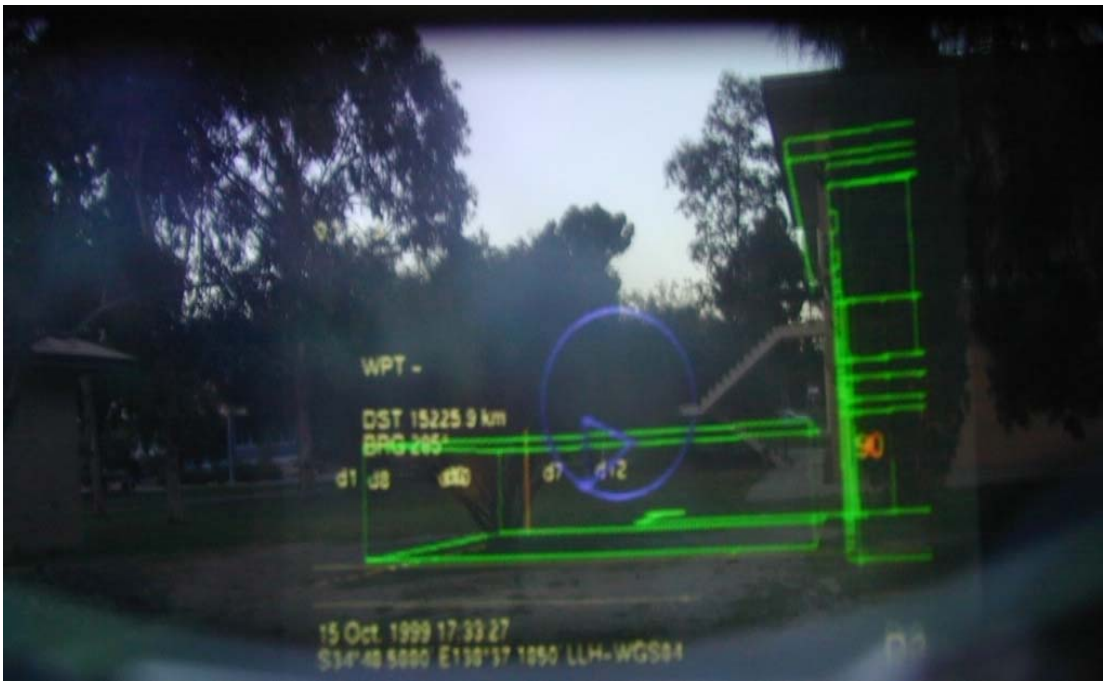


Fig. 17 - Visão através de um HMD (*Head Mounted Display*), que combina realidade com modelos virtuais.

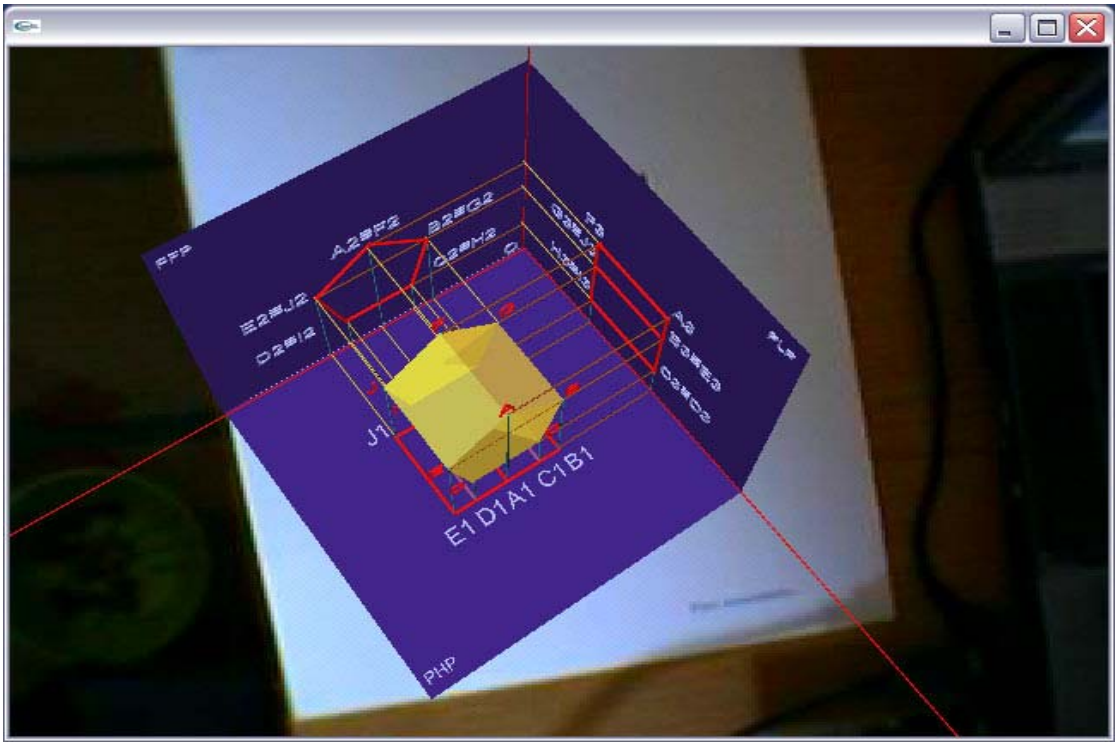


Fig. 18 – Sobreposição de modelos virtuais a objectos reais visto num monitor.

O *Artoolkit* é uma biblioteca de ferramentas que permite a construção de aplicações em realidade aumentada, isto é, a sobreposição de imagens virtuais sobre o mundo real (7). Este *software* permite recorrer à realidade aumentada de forma simples, embora com algumas limitações, como a necessidade de inserir padrões num quadrado negro que deve obedecer a determinadas condições de luz e estar colocado numa posição frontal em relação ao instrumento de captação. No entanto não requer equipamentos complexos ou caros, sendo assim uma opção a ter em conta, quando pensamos na sua aplicação no contexto das escolas portuguesas.

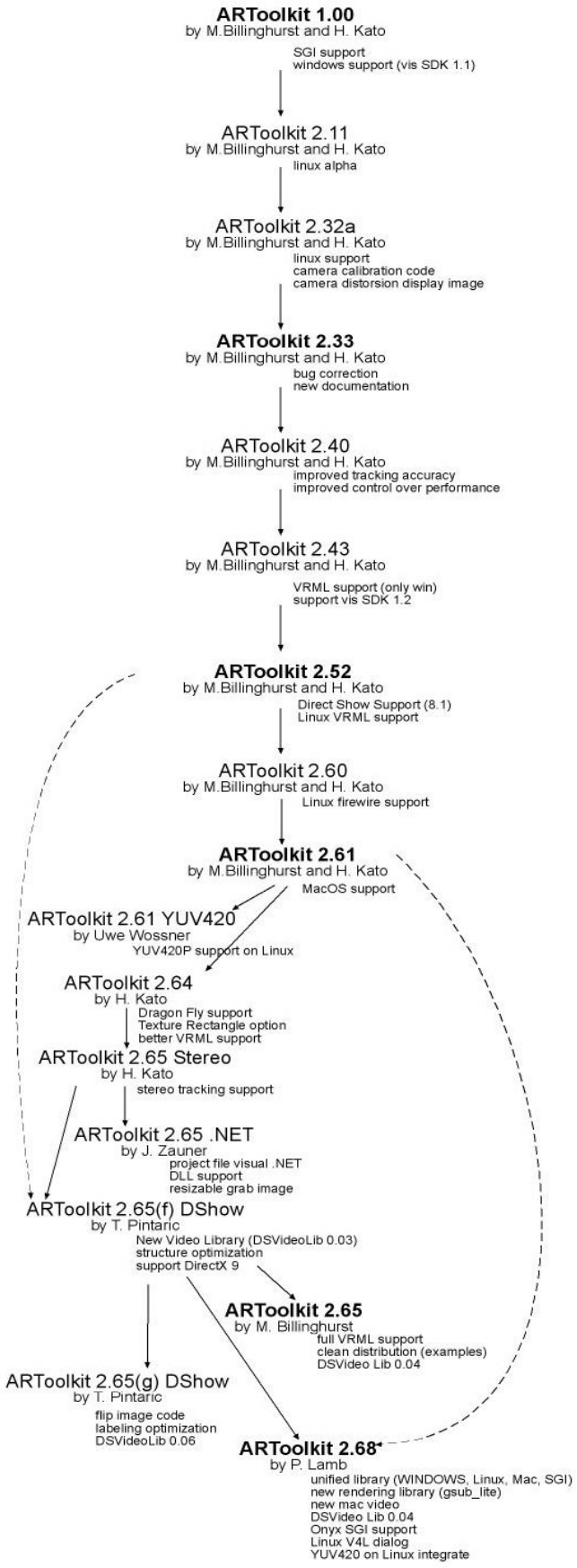


Fig. 19 - Evolução do *ARToolkit*.

O *ARToolkit* foi desenvolvido em 1999 pelo japonês Hirokazo Kato e pelo americano Mark Billinghurst. Actualmente está disponível a versão 2.68 em

http://www.hitl.washington.edu/artoolkit/, sob a licença GPL.

Um esquema da evolução da ferramenta, assim como uma lista das características adicionadas com o tempo podem ser vistos na Fig. 19.

De forma a sobrepor os modelos virtuais sobre objectos reais, torna-se necessário detectar para onde é que o utilizador está a olhar.

Este é um dos grandes obstáculos no que toca às aplicações em realidade aumentada.

Para resolver esta questão, os autores do *Artoolkit* criaram um algoritmo que relaciona a posição do captador de imagem real – geralmente uma câmara – com marcadores físicos (Fig. 20), cujo procedimento consiste no seguinte:

1. Faz-se a captura da imagem, recorrendo a uma câmara. Esta pode ser uma *webcam*, sem especificações complexas.

2. A imagem é convertida em preto e branco (sem valores intermédios de cinzento).

3. O algoritmo reconhece rectângulos negros, acabando por identificar o marcador. A posição relativa da câmara em relação ao marcador é calculada.

4. O padrão que se encontra no interior do marcador é comparado com a lista de padrões anteriormente carregados na memória.

5. Os objectos tridimensionais associados ao padrão identificado são alinhados com as posições relativas do marcador em relação à câmara (observador).

6. É feito o *rendering* dos objectos tridimensionais sobre o *video stream*.

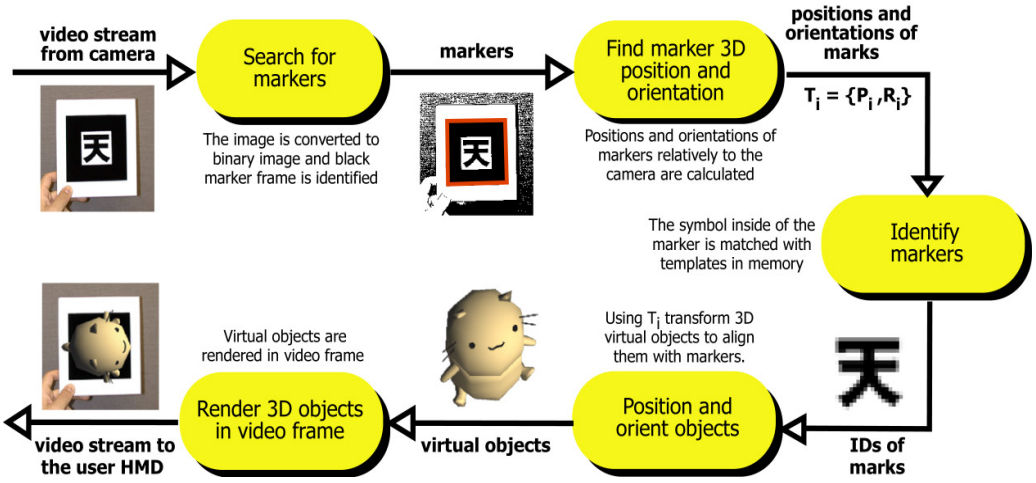


Fig. 20 - Diagrama de funcionamento do algoritmo de *computer vision* utilizado pelo *Artoolkit*.

2.2 Enquadramento da investigação realizada

2.2.1 Teorias educativas e de aprendizagem aplicadas ao ensino assistido por computador

O modo como a educação é interpretada sofreu variações profundas ao longo do tempo. Os meios económicos, físicos, morais, entre outros, de cada época e local, motivaram alterações na forma de pensar a aprendizagem.
Podemos dizer que as principais teorias de aprendizagem se desenvolveram a partir de, ou são relacionadas de alguma forma, com o passado histórico da filosofia e da psicologia (8).

Remontando a Platão (c. 427–c. 347 a.C.), relembremos a noção de *ideia*. A *Alegoria da Caverna* pretende, precisamente, descrever como os seres humanos, prisioneiros no fundo da caverna, são limitados, e portanto só têm um acesso reduzido à realidade, que existe num mundo superior, o das *ideias*.

As primeiras teorizações assumidas sobre o conhecimento humano surgem, no entanto, com Aristóteles (384 a.C. – 322 a.C.) (9). Este diz-nos que não é possível pensar sem imagens mentais, construídas com a memória a partir dos dados sensíveis.

O inglês John Locke desenvolveu, no século XVII, a ideia de impressão dos dados sensoriais numa mente até aí em branco, comparando a mente humana a uma *Tabula Rasa*. Contrariando esta noção surge o Inatismo, que teorizava o modo como um ser humano nasce já com noções adquiridas; o Associativismo tenta conjugar ambas as noções; a fenomenologia, a teoria da *Gestalt*, entre muitas outras, vão equilibrando a influência do meio e das estruturas mentais inatas no processo humano do conhecimento. O todo e as partes do conhecimento tomam lugar na discussão, assim como os significados que damos ao que aprendemos.

O francês Jean Piaget desenvolve, nos finais da década de 60 do século XX, uma teoria sobre o crescimento mental da criança (19), baseada no equilíbrio entre as acções do indivíduo e a resposta do meio. Se existir equilíbrio, não há aprendizagem; esta só acontece quando a resposta não corresponde à acção, momento em que a criança deve incorporar nas suas estruturas mentais um novo procedimento.

Certo é que, pelo menos na aplicação das teorias à prática educativa, o ambiente científico, económico e político deixou sempre uma marca.
A teoria do estímulo - resposta, ou comportamentalismo, surge por volta de 1900, no seguimento de algumas propostas no campo das ciências. Um exemplo é o caso do russo Ivan Pavlov e do já famoso cão que, por volta de 1890, salivava depois de condicionado para o fazer ao som de uma campainha, uma vez que era alimentado ao mesmo tempo que esta soava.

Este caso inspirou alguns autores a discorrer sobre o treino como método educativo, no sentido de atingir metas pré-estabelecidas. Os processos cognitivos são deliberadamente ignorados por comportamentalistas como os americanos Edward Thorndike, John Watson e Burrhus Skinner, que, por volta dos anos 40 – 50 do século XX, consideram a mente como uma *caixa negra*: os estímulos são processados de forma desconhecida, produzindo, no entanto, resultados observáveis. Estes podiam ser estudados, ao passo que os processos mentais não.

Os assuntos a dominar eram divididos em pequenas parcelas de conhecimento, que, à medida que iam sendo apreendidos, conduziam a novos conhecimentos. Cada parcela deveria ser completamente conhecida e automatizada antes de avançar para a seguinte.

A teoria da caixa negra não foi bem aceite por teóricos posteriores, que decidiram torná-la objecto de estudo exclusivo. Assim, durante a segunda metade do século XX, os cognitivistas (o canadiano Albert Bandura, os

americanos Jerome Bruner e Robert Gagné, o soviético Lev Vygotsky, o francês Henri Wallon, entre outros) concluíram que o conhecimento se faz por construção de mapas mentais, ou *representações.* Aceitam que reforços e repetição possam ser auxiliadores da aprendizagem; no entanto, as estruturas cognitivas são o factor fundamental.

O modo como estas estruturas se organizam é, no entanto, objecto de inúmeras disposições, que nem sempre estão de acordo. Assim, se o francês Jean Piaget, inspirador de muitas teorias actuais sobre a aprendizagem, refere a maturação dos processos cognitivos, em relação estreita com o meio, como elemento de assimilação e acomodação de novos elementos, já o francês Henri Wallon fala da cultura como o meio de actualização do ser humano, que se dá não por ampliação mas por reformulação (8).

Enquanto o cognitivismo e o comportamentalismo partilham alguns métodos de actuação, o construtivismo partilha com o cognitivismo o conceito, mas difere totalmente na aplicação. Prevê a construção de conhecimentos pelo indivíduo, que, de acordo com as suas estruturas mentais, avança e recua conforme lhe é significante. Os ambientes de aprendizagem devem ser flexíveis; o professor não lidera, apenas facilita o processo de aprendizagem.

Uma outra teoria, muito recente (2002), que tem encontrado vários apoiantes, é a de múltiplas inteligências e estilos de aprendizagem, formulada pelo americano Howard Gardner. Segundo este autor, o ser humano processa informação de formas diversas, que se equilibram com forças diferentes em cada um de nós (9). Assim, um aluno poderá ter maior sucesso se realizar exercícios até memorizar os mecanismos de resolução, enquanto outro não será capaz de o fazer, preferindo resolver intuitivamente problemas sempre novos. Gardner descreveu vários estilos de aprendizagem, tais como os que recorrem preferencialmente a dados visuais/espaciais, verbais/linguísticos, lógico - matemáticos, entre outros.

A aplicação destas teorias, e outras que não são aqui discutidas, fica ao critério de cada professor e educador. Ainda se encontram muitos práticos comportamentalistas nas escolas em todo o mundo. Algumas experiências estão a ser feitas no âmbito cognitivista e construtivista. Em geral, no entanto, os novos teóricos concordam que devem ser aplicadas estratégias combinadas, adequadas a cada caso (9).

Um exemplo português da aplicação experimental das mais recentes teorias é o da escola da Ponte. Localizada em Vila das Aves, foi criada com o objectivo de permitir a cada aluno desenvolver as suas capacidades ao seu ritmo de aprendizagem, aplicando assim os princípios construtivistas. A escola é única no país; em geral, podemos considerar que o modelo que vigora na maioria das escolas portuguesas se baseia no treino como método de aprendizagem. Pode ser consultado o seu projecto em *http://www.eb1-ponte-n1.rcts.pt/html2/portug/bemvindo.htm*.

Todas estas teorias estão subjacentes na criação de materiais didácticos, nomeadamente quando se trata de meios informáticos/digitais. A história dos meios informáticos como auxiliares de aprendizagem confunde-se, inicialmente, com a história da educação à distância.
Devemos considerar ainda o impulso que a instrução militar deu a este tipo de dispositivos.

Os primeiros computadores surgiram para realizar, mais rapidamente e com menos esforço tarefas complexas confiadas a humanos. Por este motivo, durante muito tempo, foram vistos como substitutos. O papel do professor encontrava-se entre os que podiam ser cumpridos por estas máquinas.

Um dos primeiros computadores foi o ENIAC (*Electronic Numerical Integrator and Computer*), construído em 1946 para realizar cálculos complexos relativos a artilharia, no período da Segunda Grande Guerra. Quem fazia previamente estes cálculos eram as *computadoras*: empregadas que se viram substituídas por uma calculadora gigante, que ocupava três salas.

O sucesso relativo do ENIAC levou à construção de mais maquinaria complexa, como o *Mark I* (1944), totalmente electromecânico, como o seu predecessor, resultado de uma encomenda feita à Universidade de Harvard na década de quarenta. Estas primeiras máquinas eram financiadas, pelo menos em parte, pelo Governo dos Estados Unidos, que se tornou, mais tarde, o primeiro país do mundo a utilizar computadores para a educação.

Cerca de vinte anos antes destas complexas máquinas de calcular, o americano Samuel Pressley desenvolveu, com base nas teorias comportamentalistas da educação, as máquinas de ensinar.
Tratavam-se de mecanismos programados que permitiam corrigir respostas de questionário. Eram instrumentos que, de acordo com os métodos de Skinner (psicólogo americano que lançou as bases do comportamentalismo) apresentavam questões sequenciais, que, à medida que eram dominadas, permitiam avançar, em pequenos passos.

Em trinta anos as máquinas de ensinar conheceram um enorme sucesso, com aplicações no ensino militar, propagando-se posteriormente ao ensino civil. No entanto nunca foram totalmente adoptadas devido, entre outros factores, à falta de formação dos professores.

Uma destas máquinas que alcançou maior sucesso, sendo utilizada em países tão diferentes como os Estados Unidos da América, a Bélgica, o Canadá, a África do Sul, o Reino Unido e a Coreia do Sul, foi o PLATO (Fig. 21 e 22), desenvolvido em 1959 sob a direcção do americano Donald Bitzer, na Universidade do Illinois.
PLATO significa *Programmed Logic for Automated Teaching Operation* (ensino programado e automatizado) e era, tal como o nome indica, um sistema concebido para programar os utilizadores, um pouco como os tutorais hoje em dia. (Curiosamente existe ainda, disponível na Internet, um *web site* - *www.plato.com* - no qual nos podemos inscrever para usufruirmos de cursos baseados neste sistema.) Desenhado com um fundo democrático, o PLATO

pretendia levar a educação aos americanos que não podiam aceder ao sistema educativo do país, o que não era invulgar no final da Segunda Grande Guerra. O sistema PLATO foi pioneiro em conceitos como forums *online*, mensageiros instantâneos, correio electrónico, avaliação remota, jogos *online* e ecrã partilhado, embora consistisse apenas numa televisão ligada ao primitivo ILLIAC, que permitia a introdução de dados através de um teclado. O sistema foi evoluindo de forma a permitir a partilha de ambientes e o desenho de módulos educativos por qualquer um.

Embora não tenha sido um sucesso económico, foi um marco na história da utilização de computadores para a educação, cujo sucesso se deveu, em parte, às fortes convicções do seu criador: para Bitzer, as teorias educativas que começavam então a surgir (cognitivistas) não tinham qualquer fundo aplicável.

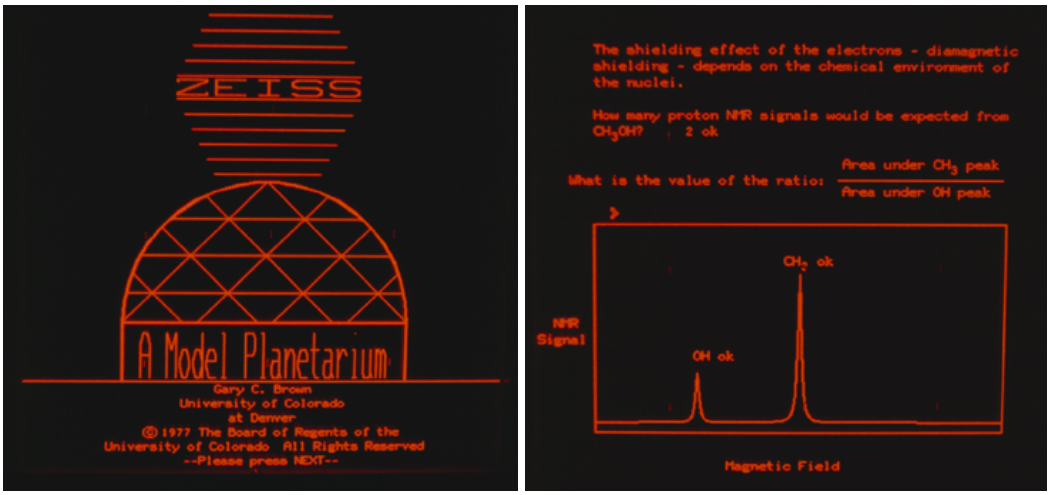


Fig.21 e 22 – Screenshots que se podiam ver num dos módulos escritos para o PLATO.

As máquinas de ensinar começavam, no entanto, a entrar em declínio.

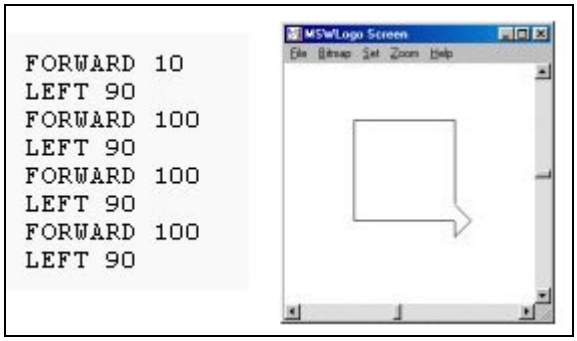
Em finais da década de sessenta, adoptando novas teorias educativas, surgiu uma sequência de sistemas concebidos para permitir uma aprendizagem interactiva. O primeiro sistema chamava-se TICCET ou *Time-shared, Interactive, Computer-Controlled Educational Television*, e deu lugar em 1971 ao TICCIT, ou *Time-shared, Interactive, Computer-Controlled, Information*

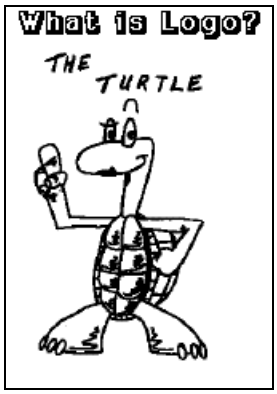
Television. Ambos os sistemas foram financiados pela Fundação Nacional da Ciência americana e tinham como objectivo serem a principal fonte de instrução dos estudantes de universidades americanas, e não um complemento.

Os sistemas TICCIT são um exemplo do que pode acontecer se a instituição, e os seus professores, não se mantiverem a par das tecnologias que utilizam. Os alunos não terminavam os cursos ministrados através do TICCIT porque ninguém os supervisionava; isto dava-se, segundo algumas fontes, porque os professores manifestavam desconhecimento da ferramenta, e optavam por se desligar totalmente dela. Algumas razões apontadas para este facto passam pelo típico receio das novas tecnologias, a que ainda hoje assistimos com frequência, e que levam muitas vezes à falência de novas experiências. Mas deste tema tratamos mais adiante.

O golpe final no ensino programado assistido por máquinas foi dado com o aparecimento do computador pessoal, flexível e versátil. A rigidez do ensino programado não se coadunava com este novo instrumento e foi, parcialmente, posta de parte.

Algumas aplicações didácticas desenvolvidas para a nova máquina, na década de 80, encontram-se entre as mais famosas ferramentas de ensino alguma vez utilizadas. O LOGO (Fig. 23 e 24), desenvolvido pelo sul-africano Seymour Papert, consistia numa linguagem de programação que permitia a crianças desenhar figuras geométricas. Papert defendia que os computadores seriam revolucionários no que toca a educação (4).





Figs. 23 e 24 – Programa LOGO (Papert, 1967), e que permite o desenho de figuras geométricas, e a mascote do mesmo.

Em 1984 surgiram as interfaces gráficas e os sistemas operativos construídos numa base de manipulação *visual,* que foram, segundo Alan Kay (pai da programação orientada ao objecto e colaborador no projecto *Macintosh* da Apple (10)) baseados na psicologia de Bruner „ *da progressiva alienação, partindo do contacto táctil para o visual e depois para o simbólico*“ (citado em (4)).

Com a Internet, surgida na década de 80 e com grande expansão a partir de 1990, surgiram os conceitos de hipertexto (Fig. 25), hipermédia e multimédia. Tornou-se possível aplicar, até certo ponto, as convicções construtivistas. De facto, as múltiplas ligações permitem uma descoberta não linear dos conteúdos. A metáfora do virar de página já não faz sentido, dado que não é desejável conduzir o aprendiz, mas sim propiciar um ambiente de conhecimento que este vai descobrindo à medida que se sente preparado.

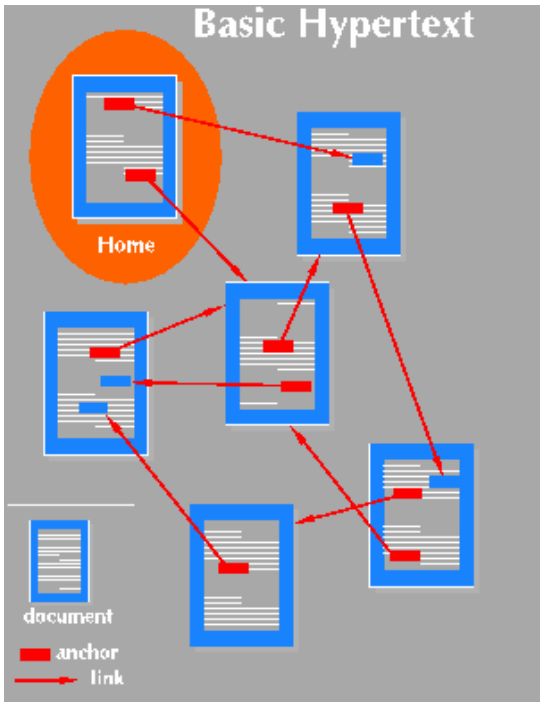


Fig. 25 - Esquema de ligações do hipertexto.

Dentro das necessidades apresentadas neste contexto, existe ainda uma outra resposta possível, que tem sido cada vez mais aprofundada. A realidade virtual emula a realidade que conhecemos, estimulando os centros cerebrais responsáveis pela aprendizagem de forma idêntica à que é apresentada quando estamos em ambientes reais (8). Permite interacções entre indivíduos, proporcionando a possibilidade de aprendizagem em grupo, o que tenta responder às sugestões construtivistas acerca da sociedade como elemento actualizador do ser humano (11). Parece ser a resposta ideal às preocupações construtivistas.

Como sempre, todos estes elementos têm vantagens e desvantagens, tal como as teorias que os suportam. É, portanto, necessário analisar cada situação e apropriar os métodos aos efeitos desejados. Embora acusadas de rigidez, as máquinas de ensinar poderão ser adequadas a situações de treino motor, tal como montar e desmontar uma arma e carregá-la. A hipermédia poderá desorientar um utilizador pouco informado, sendo necessária alguma direcção prévia para permitir a estruturação dos conhecimentos em elementos

significantes. A realidade virtual apresenta desvantagens mais prosaicas, como os custos de instalação e reacções físicas a ambientes virtuais, assim como o desligar da realidade. Todas estas ferramentas têm o seu papel e devem ser aplicadas em fases distintas de aprendizagem.

Tornam-se necessárias algumas considerações em torno da utilização de *novas tecnologias* no ensino.

O aparecimento de novas possibilidades tecnológicas trouxe sempre consigo profecias revolucionárias a todos os campos da sociedade, sendo o ensino / aprendizagem, inevitavelmente, um deles. O aparecimento da televisão é disso exemplo: os arautos da novidade previram a substituição do professor pela caixa mágica; a aprendizagem seria feita totalmente à distância; outras afirmações, ainda mais espectaculares, foram adicionadas a estas. Se recuarmos ainda mais, podemos identificar um processo idêntico quando ocorreu a expansão da telefonia.

Com a revolução que foi a difusão do computador pessoal, que incorpora em si um novo mundo de possibilidades, devido à sua versatilidade, tornou-se claro, mais uma vez, que o professor deixaria de ter um lugar na sociedade. Podemos, assim, identificar um padrão na reacção a novas tecnologias.

No entanto, e como já foi referido, o aparecimento do computador coincidiu/gerou uma mudança de paradigma nas teorias educativas. A aprendizagem é agora construída.
Podemos assim dizer que o aparecimento do computador trouxe mudanças não só tecnológicas como estratégicas: mudou o modo como se aprende, mudaram as relações entre professores e alunos, e mudou o rumo da reflexão sobre o conhecimento. (12)

Segundo o português Duarte Teodoro (12),

> *"A história da inovação tecnológica na escola tem sido uma história de insucessos que se repetem (...):*
>
> 1. *falta de identificação clara dos objectivos da utilização das novas tecnologias;*
> 2. *colocação de ênfase sobre o* meio *e não sobre a* mensagem*;*
> 3. *resistência à mudança;*
> 4. *falta de sistemas de apoio;*
> 5. *falta de domínio das novas tecnologias;*
> 6. *custos excessivos;*
> 7. *falta de software de qualidade;*
> 8. *falta de uma aproximação sistémica à inovação."* (12)

Importa, então, evitar erros do passado e avançar cautelosamente, mas de forma preparada, para a utilização das novas tecnologias na sala de aula e, mais abrangentemente, no ensino e aprendizagem no seu todo.

Teodoro (12) identifica ainda as fases do ciclo que se origina com cada inserção de uma nova tecnologia na educação:

1. elevadas expectativas;
2. retórica sobre a necessidade de inovação;
3. política dirigida;
4. uso limitado.

Segundo este autor actualmente, em Portugal, estamos nas segunda e terceira fases.

Se bem que, presentemente, se verifique uma mudança de discurso, que considera as novas tecnologias já não como tecnologias de substituição mas como de complemento às estratégias tradicionais, torna-se necessário avaliar de

forma consistente e sistemática as possibilidades que o uso de computadores pode trazer de novo aos processos de aprendizagem. Para isso, é indispensável conhecer os aspectos cognitivos associados ao uso destas ferramentas.

A avaliação destes processos faz-se, muitas vezes, de forma insuficiente, dado que é possível avaliar facilmente a eficácia dos processos, mas não os processos em si. Não nos propomos formar examinandos profissionais mas sim auxiliar o processo de construção do conhecimento.

Esta questão leva-nos a uma outra, que se tem revelado problemática, e que se refere ao software educativo existente. Segundo o autor acima citado (12), o *software disponível é, na grande maioria dos casos, e em todo o mundo, muito deficiente*. Um dos factores muito evidenciado pelo autor é a necessidade de a interface do utilizador permitir a exploração quase imediata dos conteúdos, e não exigir uma grande aprendizagem para gerir a peça de software em si.

Uma das possibilidades apresentadas é a criação de micromundos de aprendizagem, que são descritos como *ambientes que compreendem manipulações de objectos formais, mas não fazem qualquer inferência sobre o utilizador* (12). Esta descrição poderá ser concretizada na chamada realidade virtual.

Para finalizar citemos Forman (citado em (12)), que considera que os computadores devem incitar os alunos a:

1. Construir conhecimento formal a partir do conhecimento intuitivo;

2. Utilizar representações computacionais para produzir representações digitais e analógicas do conhecimento intuitivo;

3. Reflectir sobre as concepções intuitivas quando surgem conflitos conceptuais.

2.2.2 Realidade virtual e a aprendizagem construída

Vários estudos, apresentados em seguida, referem as vantagens que a realidade virtual pode representar em termos educativos. No entanto, nenhum afirma, de forma conclusiva, que melhorias significativas foram introduzidas com a utilização da mesma.

Um dos projectos mais conhecidos, o *Science Space* (13), consiste em três ambientes virtuais (de carácter imersivo): o *NewtonWorld* (Fig. 26), o *MaxwellWorld* e o *PaulingWorld*. Estes três ambientes permitem ao utilizador adquirir conceitos empíricos em três campos da física e da química.

Trata-se de um projecto iniciado em 1994 (Chris Dede, Marilyn C. Salzman e R. Bowen Loftin, na Universidade George Mason, na Virgínia, com o apoio da NASA, EUA) para estudar as possibilidades dos ambientes virtuais no ensino das ciências para alunos dos últimos anos do ensino secundário e primeiros do ensino superior. Estes mundos virtuais visam promover respostas intuitivas a alguns aspectos da física e da química, tentando corrigir noções erradas adquiridas com os métodos tradicionais de ensino.

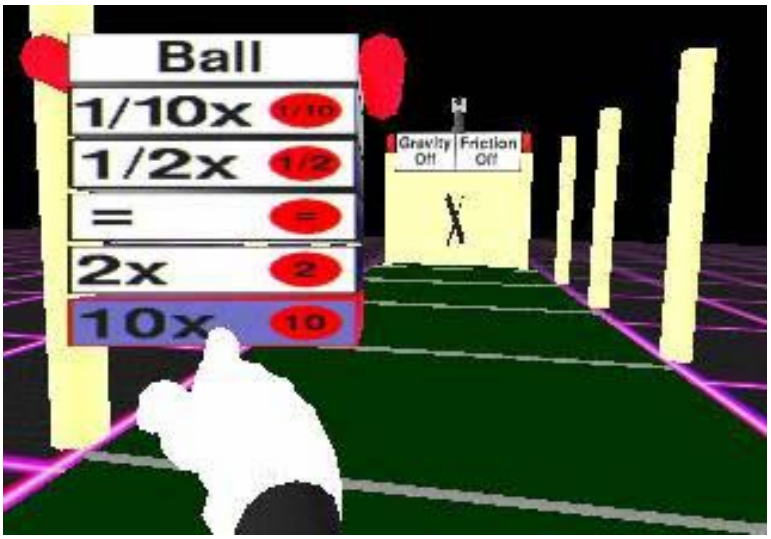


Fig. 26 - *NewtonWorld*.

Estudos dos autores do projecto (13) indicam que, nos testes realizados aos alunos, estes tiveram melhores resultados do que os alunos do grupo de controlo apenas em questões relacionadas com intuições adquiridas no mundo virtual. Quando as questões almejavam conceitos sistematizados, os alunos que tinham experimentado os ambientes virtuais revelavam dificuldades em aplicar os conhecimentos obtidos.

Outros estudos revelam dificuldades semelhantes.

Para a CAVE (11), projecto que combina uma sala que permite a projecção em todas as paredes com controlos remotos e sensores de movimento, foi desenvolvido, também no intuito de explorar métodos pedagógicos que se possam associar à utilização da realidade virtual, o NICE (*Narrative-based, Interactive, Constructionist/Collaborative Environment* – 1997, Maria Roussos, Andrew E. Johnson, Jason Leigh, Christina A. Vasilakis, Craig R. Barnes e Thomas G. Moher, da Universidade do Illinois, em Chicago, EUA). Direccionado para idades mais jovens, o NICE consiste num jardim que é necessário tratar e observar com base em alguns conceitos simples. Foram feitas experiências com grupos de crianças, apesar de só uma poder conduzir o grupo, tendo sido observado que a criança que interage é aquela que melhor compreende os objectivos.

Um outro projecto que visa o estudo da adequação da realidade virtual para a educação é o *Global Change World* (2000, Randolph L. Jackson e Eileen Fagan, da Universidade de Washington, EUA), no qual os utilizadores podem alterar valores de variáveis relativas a factores ambientais e industriais no mundo virtual para verificar alguns acontecimentos. O mundo virtual foi construído tendo em vista a avaliação da sua eficácia educativa quando utilizado por grupos, em colaboração, contrapondo com a utilização individual. O projecto enfatiza a necessidade de tornar *o conhecimento real* (14) para os alunos, como forma de motivação, assim como a necessidade de dissimular a *interface*, para permitir a imersão. Esta necessidade assenta na noção construtivista de conhecimento experimentado na primeira pessoa, já que, sendo um dos

objectivos a interiorização de noções ambientais, as alterações provocadas pelos alunos só podem ser observadas "acelerando" o passar do tempo. É portanto um exemplo da utilidade da realidade virtual como veículo de experiências impossíveis de outro modo.

Water on Tap (1996, C. Byrne, *Human Interface Technology Laboratory* da Universidade de Washington, Seattle)) e *VRCheL* (1996, J. Bell e H. Fogler, Professores de Engenharia Química da Universidade do Michigan, EUA) são mais dois projectos educacionais que utilizam a realidade virtual. Ambos permitem adquirir conhecimentos no âmbito da química, embora o primeiro esteja vocacionado para a investigação sobre o ensino e a aprendizagem, e o segundo seja efectivamente uma ferramenta de ensino.

Enquanto que a colocação na *web* de materiais bidimensionais não pode ser considerada no espectro da realidade virtual, as possibilidades lançadas pela interactividade são válidas no que toca à construção de materiais digitais de suporte.

MQML (15), desenvolvido em 2004 por Ragnhild Halvorsrud e Simen Hagen com os apoios da Universidade de Oslo e do *Telenor Research and Development*, é, ao contrário dos projectos anteriores, um sistema virtual não imersivo, que combina narração sonora gravada previamente, com o mundo virtual, e com uma página *web* que fornece os conteúdos. As tarefas são apresentadas de forma lúdica, e devem ser completadas com a ajuda da página *web*. É também um ambiente colaborativo: não será possível realizar as tarefas individualmente. O MQML centra-se no domínio de noções relativas ao ADN.

Trabalhos como os dos portugueses Jorge Trindade e Carlos Fiolhais e do brasileiro Cláudio Kirner, acerca da representação de orbitais hidrogenóides (16), começam a desbravar terreno no âmbito da realidade aumentada. É utilizada a ferramenta *ARToolkit*.

Fechando o cerco em torno da Geometria Descritiva, encontramos alguns materiais que, embora se distanciem nos objectivos do trabalho presente,

podem fornecer algumas informações quanto a metodologias e resultados. Assim, e embora não se trate de um ambiente virtual, o projecto *Integrating Concrete and Virtual Materials in an Elementary Mathematics Classroom: A Case Study of Success with Fractions* (17) (2002, Romina M. J. Proctor, Annette R. Baturo and Tom J. Cooper, Universidade de Tecnologia de Queensland, Austrália) integra, tal como o nome indica, materiais virtuais com materiais concretos, de modo a permitir uma visualização do significado das fracções matemáticas, matéria com a qual os alunos pareciam ter muitas dificuldades. O contacto com os computadores, que alguns alunos nunca tinham visto, e a capacidade de interagir com os materiais, parecem ter sido a causa do sucesso deste projecto. Alunos problemáticos começaram por reagir de forma negativa, tendo, com o avançar do projecto e o domínio progressivo dos conceitos e tarefas, alterado a sua forma de comportamento e revelado competências até então desconhecidas. A motivação provocada pela presença dos computadores é a palavra-chave deste projecto.

Um caso interessante, porque se baseia na discussão aberta *on-line*, está presente em *http://blogs.prof2000.pt/geometria-descritiva*, um *blog* assistido por professores portugueses da disciplina de Geometria Descritiva (18). É possível colocar dúvidas ou responder a outras colocadas por terceiros. Embora não passe da versão digital de um centro de apoio, não propondo soluções novas para problemas de visualização mental, é de alguma utilidade devido à acessibilidade fácil.

Uma outra abordagem é a do centro de recursos da Escola Secundária Josefa de Óbidos, em Lisboa (19). Este centro disponibilizou *on-line* desenhos constituídos por camadas, que se podem ir eliminando e activando para ver as várias fases de resolução dos problemas (Fig. 27). Estão disponíveis também modelos tridimensionais, embora não sejam navegáveis nem interactivos.

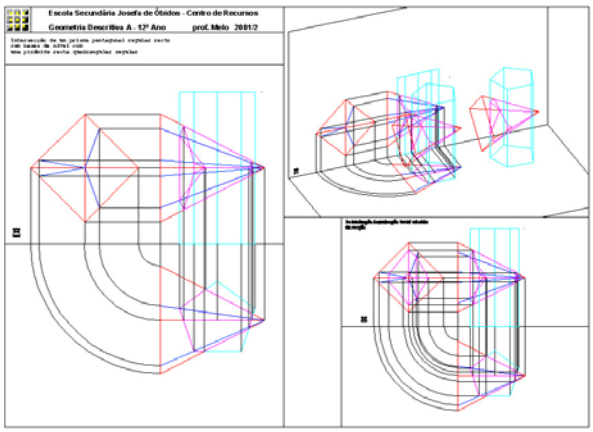


Fig. 27 - Desenho por camadas disponível no Centro de Recursos da Escola Secundária Josefa de Óbidos

Outra hipótese de trabalho, ainda sem entrarmos na realidade virtual, encerra os materiais multimédia. O termo multimédia refere a conjugação de *muitos meios* (tal como a origem da palavra indica), tais como texto, imagens, gráficos, vídeos, animações e sons. Não é necessária a presença de todos os meios para garantir a designação de multimédia. Pode incluir também a interactividade.

Os materiais multimédia apresentam grandes vantagens ao permitirem contactar o problema de muitos modos diversos, contextualizando e interligando os dados.
No caso da Geometria Descritiva, a interactividade é uma mais valia importante, ao permitir a manipulação dos objectos e verificação dos resultados dessa manipulação.

O centro de recursos da Escola Secundária Josefa de Óbidos, já referido, pode ser considerado multimédia, já que apresenta múltiplos pontos de vista do mesmo problema, que podem ser acedidos e manipulados, embora a apresentação não difira muito daquela que se pode fazer num manual impresso.

Alguns exemplos de aplicações multimédia estão disponíveis livremente na Internet (20). Outros são distribuídos em formato de CD-ROM, como é o caso do catálogo da Porto Editora (21). No entanto, estas aplicações são direccionadas para a geometria analítica, bem como para idades inferiores

(cálculo de perímetros e áreas, identificação e classificação de formas, etc.). Algumas são jogos, tal como *Eu Adoro Matemática!* (Porto Editora), o que poderá representar um reforço lúdico para gerar motivação nos alunos.
Em geral, as aplicações multimédia relativas à Geometria Descritiva seriam, por um lado, direccionadas para jovens entre os 14 e os 18 anos, ou seja, mais velhos, recorrendo a estratégias diferentes; por outro lado, sendo uma disciplina gráfica, elementos como o som não são considerados muito relevantes, sendo feita uma aposta mais forte na animação e/ou manipulação dos objectos.

Em *http://www.pgie.ufrgs.br/keller/geo3d/* (22) (Fig. 28) encontramos um projecto que, de acordo com os autores,

> *" (...) tem como objetivo principal acrescentar os recursos da realidade virtual como: visualização em 3D, interação e envolvimento do usuário na Educação. O GEO-3D é um protótipo, sendo possível sua utilização como uma ferramenta de auxílio no processo de ensino e aprendizagem da disciplina de Geometria Espacial, especificamente sobre o estudo dos Poliedros."* (24)

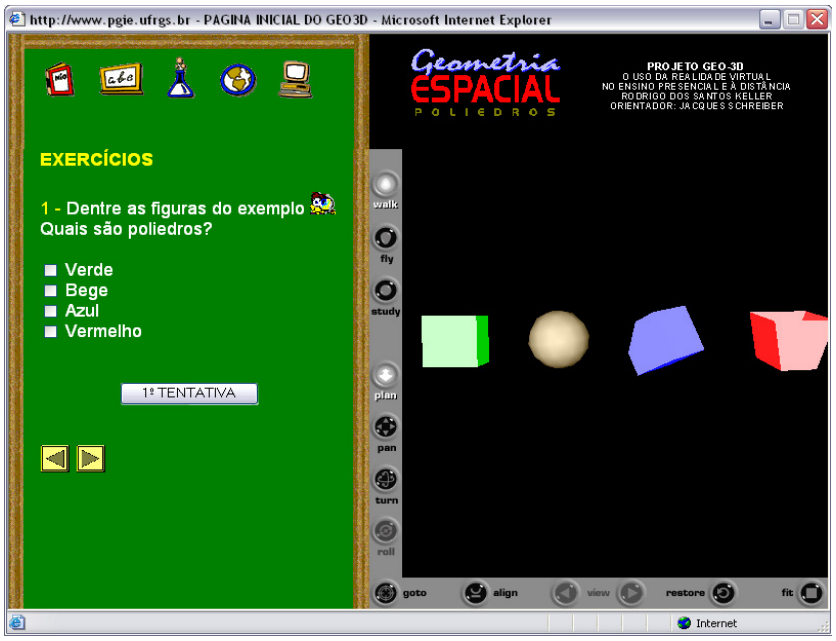


Fig. 28 - GEO 3D

Este tipo de aplicações é uma solução interessante para o problema da visualização no caso da Geometria Descritiva. É apoiado por uma versão no formato *html*, que sistematiza conceitos adquiridos empiricamente com a manipulação dos objectos.

O projecto brasileiro Geo 3D aproxima-se mais do assunto do presente trabalho, permitindo a visualização e manipulação de objectos geométricos tridimensionais, apresentando diversas noções relacionadas com poliedros. (23) Como objectivos apresenta motivar os alunos para um novo tipo de aprendizagem, complementar à tradicional, através da construção do conhecimento, e possibilitar a visualização e manipulação de objectos geométricos tridimensionais. Apresenta-se sob a forma de jogo, tendo em vista atrair os alunos na busca de conhecimento. Para além do jogo estão disponíveis tutoriais, exercícios e simulações virtuais de objectos, que se podem manipular.

As vantagens da aplicação da realidade virtual ao ensino da Geometria Descritiva apontadas pelo brasileiro Rodrigo Keller (24), como justificação e motivação da sua investigação, recaem sobre a possibilidade de exploração e manipulação dos objectos, e sobre o acréscimo de motivação que a utilização de materiais informáticos parece trazer ao ensino.

Na Coreia foi desenvolvido um projecto semelhante, também em linguagem VRML e com possibilidade de distribuição utilizando redes de computadores, com base na ideia de que

> *" (...) se objectos ou figuras reais, como poliedros e polígonos, são disponibilizados, e os alunos são livres de os explorar durante as aulas, a realidade física da geometria dessas figuras pode ser um grande auxílio na compreensão de conceitos geométricos tridimensionais. Infelizmente, disponibilizar objectos tridimensionais não é simples devido às dificuldades que surgem na construção destes objectos complexos. Desta forma, torna-se necessário criar alternativas que o permitam, e acreditamos que a tecnologia informática e de computadores pode ser utilizada neste propósito.* (24)

Algumas vantagens da linguagem VRML são apontadas, como a facilidade de criação dos objectos e disponibilização na Internet, assim como a possibilidade de manipulação dos mesmos.
Alguns testes foram realizados com alunos pelos autores do projecto, Ki-Sang Song, ByungRae Han e Woo Yul Lee, tendo sido apresentada uma tabela de resultados de exames de turmas que seguiram o sistema tradicional de aprendizagem, em comparação com os resultados de outras turmas, que utilizaram a aplicação virtual. Em geral foi concluído que, embora os resultados não diferissem muito, os alunos que tinham tido aulas com recurso à realidade virtual tinham melhores respostas a perguntas que implicassem intuição geométrica.

Um outro projecto, o AV MAT, foi desenvolvido no Brasil por Adriano Pasqualotti e Carla Freitas (25). Recorrendo também a linguagem VRML, este projecto recorre à representação da realidade e posterior redução da mesma a sólidos geométricos. Segundo os autores, esta estratégia é seguida porque

> *"ao trabalhar com estes modelos, eles podem perceber as relações existentes entre os objectos." Também "para estruturar a proposta, levou-se em conta o conteúdo de geometria (geo=terra+metria=medida), por causa, exactamente, do seu conceito. No uso da geometria, salienta-se não somente o aspecto espacial ou visual, mas a metodologia pela qual a hipótese formulada conduz à conclusão."* (25)

Isto é, mais uma vez, a noção construtivista de construção de conhecimento pelo aluno. A aplicação é constituída por três tipos de sessão: ambiente familiar, representações matemáticas ou avaliação de desempenho do aluno. Embora ensaie métodos de avaliação a partir de registos da actividade do aluno na aplicação, estes não são totalmente bem sucedidos devido a dificuldades técnicas.

De certa forma pode ser esboçada a hipótese, a partir dos estudos consultados, que a utilização da realidade virtual no campo educativo poderá representar uma vantagem se for acompanhado por sistematização de conceitos e informação transmitida de forma mais tradicional.

2.2.3 Visualização e aprendizagem

Estruturação programática e adequação dos métodos aos alunos e aos conteúdos

Segundo o português Manuel Sequeira (26), em 1981, os cursos portugueses do ensino secundário eram estruturados tendo em conta dois pressupostos:

- deve ser transmitida ao aluno uma quantidade de informação factual, ao mesmo tempo que é fomentado o desenvolvimento de atitudes e capacidades;
- este procedimento é suficiente para o ensinar a pensar.

Embora muito tempo tenha passado desde 1981, trazendo consigo inúmeras transformações, existe a sensação comum que, em muitos pontos, os métodos actuais se mantêm, na prática, idênticos aos do passado.

As orientações metodológicas constantes do programa de Geometria B sugerem que

> *"para que a aprendizagem da abstracção seja favorecida, propõe-se que seja realizada em ligação ao concreto, através do recurso sistemático a modelos tridimensionais nos quais se torna possível simular, de forma visível e palpável, as situações espaciais que o aluno irá representar posteriormente na folha de papel - após ter visto e compreendido - sem decorar apenas traçados, situação que, irremediavelmente, o impediria de resolver problemas mais complexos."* (Anexo A)

Mais à frente somos confrontados com a possibilidade de utilizar

> *"software de geometria dinâmica [que] pode, em contraponto com os modelos tridimensionais, ser muito interessante e estimulante nas actividades de ensino-aprendizagem por permitir registar graficamente o movimento e, sobretudo, por facilitar a detecção, em tempo real, das invariantes dos objectos geométricos quando sujeitos a transformações, favorecendo, por conseguinte, a procura do que permanece constante no meio de tudo o que varia.*
>
> *Essa faceta permite a exploração dessas mesmas transformações, que estão na raiz do próprio software, o que dá entrada ao aluno, na Geometria, através de um conceito extremamente lato e poderoso, que está na essência das projecções utilizadas na representação descritiva.*
>
> *Por outro lado, a arquitectura destes programas de computador, favorece o de um ensino-aprendizagem baseado na experimentação e na descoberta permitindo deduzir, a partir de indícios, as leis gerais que governam os problemas geométricos que vão sendo propostos."* (Anexo A)

Quando avançamos para sugestões mais específicas para cada tema, verificamos que se mantêm as referências a software auxiliar, mas apenas quando é necessário observar o movimento das figuras/sólidos geométricos:

> *"Recomenda-se que, no estudo das rotações, se recorra a software de geometria dinâmica, não só porque essa transformação é uma operação base desse tipo de programas, mas também porque se torna possível acompanhar o movimento espacial da figura."* (Anexo A)

Estas observações permitem-nos identificar um dos objectivos necessários à compreensão da disciplina, do qual trataremos adiante: a necessidade de visualização para a compreensão dos conteúdos.

Capacidade de visualização e sucesso académico

Segundo os espanhóis Alfredo Campos, Maria Angeles González e Maria José Pérez-Fabello (27), a capacidade de formar imagens mentais revela-se importante não só para imaginar espacialmente, como para resolver problemas, em questões de criatividade ou de raciocínio. A memória é um dos processos cognitivos mais auxiliados pela visualização mental; assim sendo, também a aprendizagem se baseia neste recurso.

Com base no estudo efectuado pelos autores, demonstra-se que, embora no caso de alunos universitários espanhóis a capacidade de visualizar mentalmente esteja associada a bons resultados académicos em campos específicos, como artes, engenharia, matemática ou arquitectura, sendo menos clara a relação noutros âmbitos de estudo, no caso dos alunos que frequentam cursos correspondentes ao ensino secundário português esta relação é mais nítida. Os autores diferenciam, no entanto, as capacidades de visualização da memória visual.

Os campos mais beneficiados por capacidades de visualização mental e espacial têm como elemento fulcral a geometria descritiva ou o seu descendente directo: o desenho técnico. No caso da disciplina de Geometria Descritiva é possível, pois, considerar de extrema importância a tais capacidades.

Interessava compreender até que ponto os alunos escolhidos para amostra para a realização deste trabalho apresentavam dificuldades de visualização mental, de forma a excluir outras possibilidades (falta de motivação, estratégia pedagógica inadequada, entre outras) que motivassem o pouco rendimento escolar no que toca à disciplina Geometria Descritiva.

Desta forma, tornou-se necessário investigar as hipóteses que nos permitiriam testar tais qualidades. Um estudo realizado por dois investigadores da Universidade do Minho (28), foca precisamente o modo como as capacidades mentais podem ser, até certo ponto, medidas e analisadas.

O PARC, ou Provas de Avaliação da Realização Cognitiva (Fig. 29), desenvolvido por Iolanda Ribeiro e Leandro Almeida, apresenta numerosas vertentes, das quais utilizámos a prova de raciocínio espacial e a prova de compreensão espacial. Ambas as provas consistem na identificação, de um grupo de figuras ou cubos, do elemento que corresponde ao elemento dado rodado.

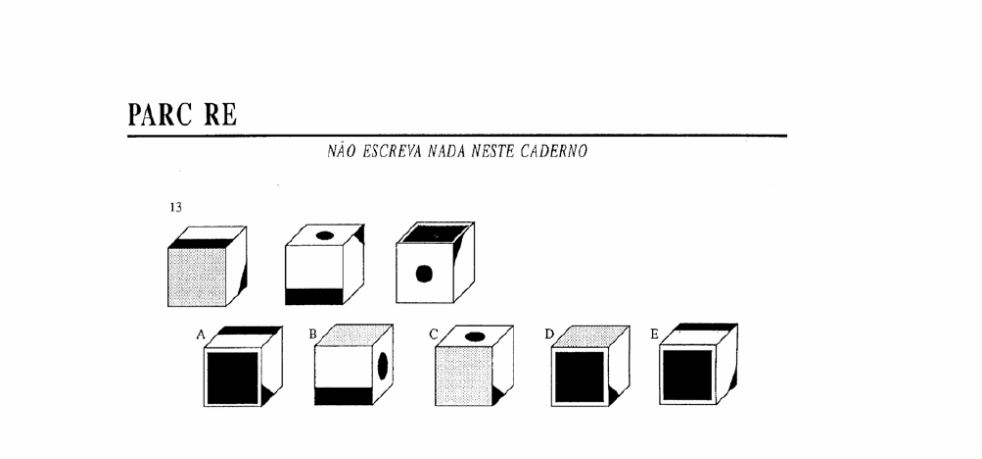


Fig.29 – Exercício de uma PARC – raciocínio espacial. O exercício consiste em identificar qual dos cubos representados na linha de baixo corresponde ao cubo indicado em cima, desenhado em três vistas diferentes de forma a mostrar todas as faces.

É possível que a utilização de modelos tridimensionais digitais para o ensino e a aprendizagem de Geometria Descritiva só traga benefícios marcantes a partir de um tempo elevado de utilização. Uma vez que essa abordagem não era possível, uma utilização intensiva acompanhada de observação estreita dos comportamentos e atitudes, assim como o registo da evolução na aprendizagem dos conteúdos, surgiu como a mais correcta. O pequeno tamanho da amostra corroborou esta decisão.

Para a britânica Judith Bell (29),

> *"um estudo de caso interessa-se sobretudo pela interacção de factores e acontecimentos(...). Apesar de a observação e as entrevistas serem os métodos mais frequentemente utilizados nesta abordagem, nenhum método é excluído. As técnicas de recolha de informação seleccionadas são aquelas que se adequam à tarefa."* (29)

Os problemas apontados a esta abordagem passam pelos critérios de selecção da informação recolhida, que podem permitir distorção, e o facto de não permitir, na maioria dos casos, generalização. No entanto, Bell considera possível extrair relações e aspectos significativos por enquadramento com o quadro geral e comparação com casos semelhantes:

> *"Um estudo bem sucedido dará ao leitor uma ideia tridimensional e ilustrará relações, questões micropolíticas e padrões de influências para um contexto particular."* (29)

3. Aplicação desenvolvida e conteúdos programáticos abrangidos

3.1 Desenvolvimento do projecto

Construção dos modelos e associação ao ARToolkit

No capítulo anterior descreveu-se a forma como é possível associar modelos tridimensionais, descritos em código VRML, à aplicação *ARToolkit*, de forma a permitir a visualização destes modelos inseridos em ambientes reais.

Do ponto de vista da aprendizagem dos conceitos da Geometria Descritiva, esta solução pareceu a mais interessante, por permitir comparação directa entre o exercício resolvido pelo aluno, e a sua forma tridimensional. O modelo poderia também ser manipulado, o que facilitaria a apreensão da posição, forma e representação do mesmo.

Como ponto de partida obrigatório, foram fornecidos, pela docente da disciplina e por sessão, os exercícios que os alunos poderiam resolver. Temos como exemplo o seguinte:

> *Represente, em isometria, um prisma pentagonal recto, cuja base, [ABCDE], está assente num plano de frente com 6cm de afastamento, sabendo que é a base com maior afastamento.*
> *O prisma tem 3 de altura e a face [DCHI] tem 1,5 de cota.*
> *C(4;6;1,5) e D (6;6;1,5).*

O exercício era então construído (Fig. 30), utilizando para tal o software *3ds Max 7 (Discreet)*. Outros modeladores poderiam igualmente ter sido utilizados, se à partida, fosse possível exportar o modelo, quando acabado, para código VRML.

Seria possível posteriormente efectuar pequenas edições reescrevendo partes do código. No entanto, pareceu mais intuitivo e rigoroso efectuá-lo no próprio modelador, por permitir visualização imediata.

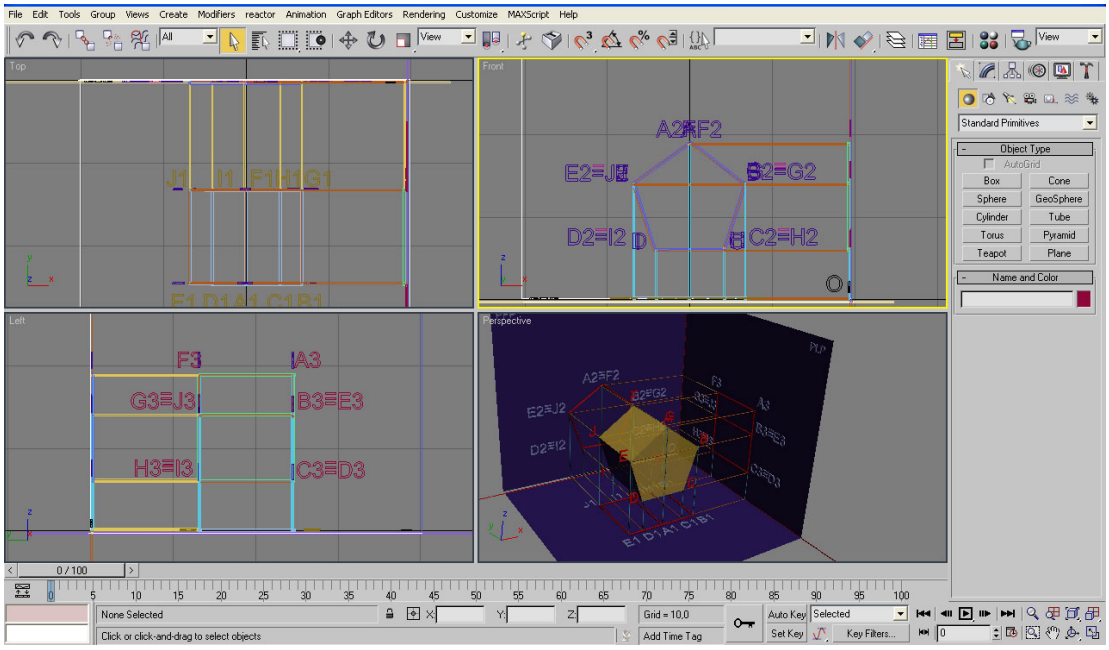


Fig.30 – Interface do *software 3ds Max 7 (Discreet)* e modelo referente ao exercício indicado.

Devido à extensão do código VRML do modelo representado, não se inclui aqui na totalidade, apenas o excerto (Quadro 2) que representa o plano frontal de projecção:

Quadro 2 – Excerto de código VRML relativo ao modelo construído.

```
#VRML V2.0 utf8

# Produced by 3D Studio MAX VRML97 exporter, Version 7, Revision 0,65
# MAX File: cubo.max, Date: Thu May 11 10:03:31 2006

DEF PFP Transform {
  translation -4.057 181.5 0
  rotation -1 0 0 -1.571
  children [
    Shape {
      appearance Appearance {
        material Material {
          diffuseColor 0.1843 0.1059 0.3882
          ambientIntensity 1.0
          specularColor 0 0 0
          shininess 0.145
          transparency 0
        }
      }
      geometry DEF PFP-FACES IndexedFaceSet {
        ccw TRUE
        solid FALSE
        coord DEF PFP-COORD Coordinate { point [
          -200 0 179.7, 200 0 179.7, -200 0 -179.7, 200 0 -179.7]
        }
        coordIndex [
          2, 0, 3, -1, 1, 3, 0, -1]
        }
    }
  ]
}
```

Depois de exportado para VRML, era necessário criar o padrão que se associaria ao modelo na aplicação *ARToolkit*. Optou-se por apresentar uma imagem do modelo captada de forma a assemelhar-se o mais possível à resolução do exercício, de forma a permitir a comparação (Fig. 31 e 32):

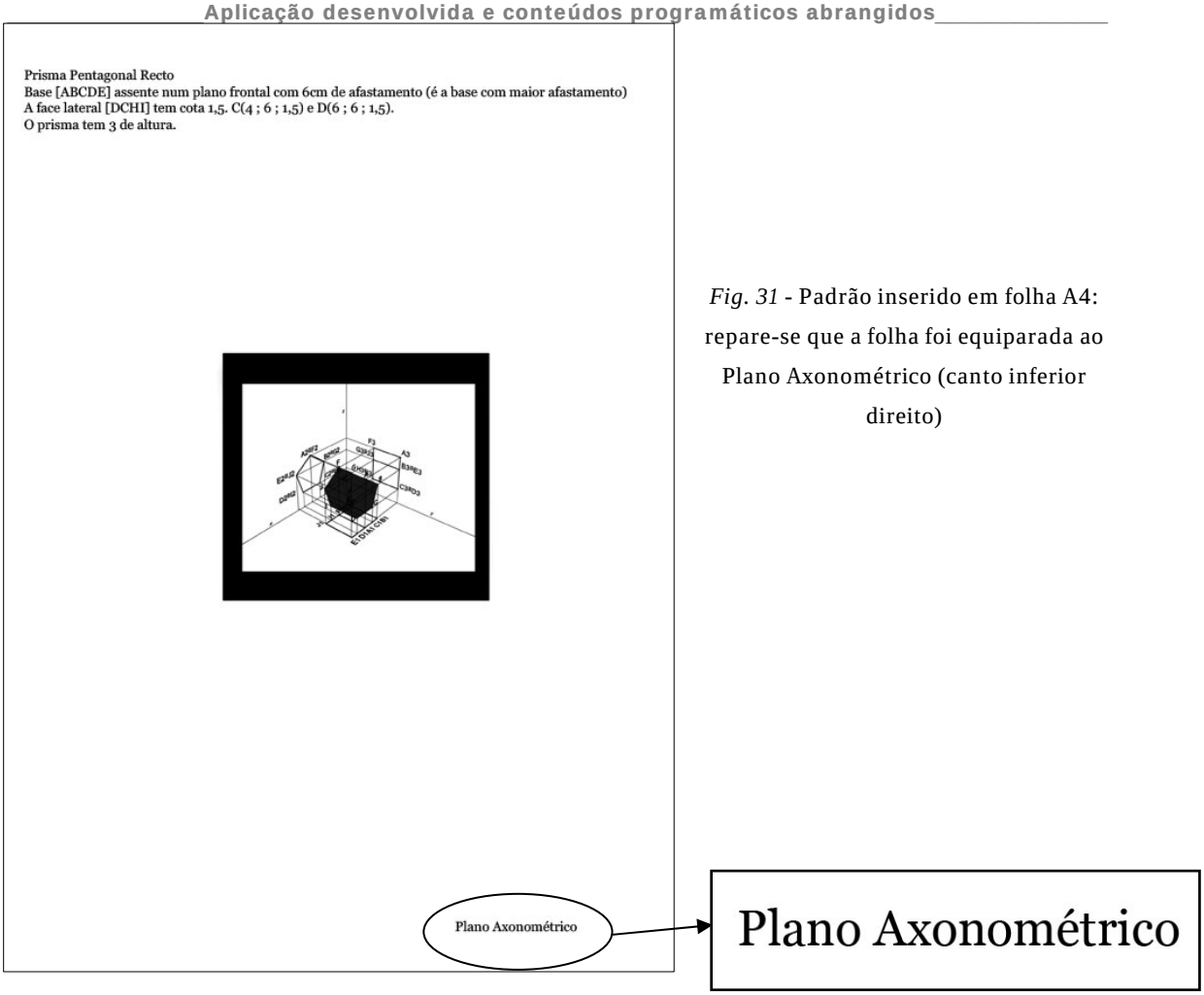


Fig. 31 - Padrão inserido em folha A4: repare-se que a folha foi equiparada ao Plano Axonométrico (canto inferior direito)

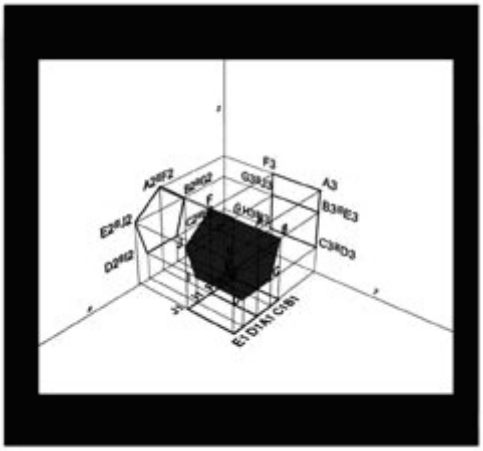


Fig. 32 - Padrão reconhecido pelo *ARToolkit*.

O resultado, visto em *browser*, deveria corresponder ao modelo construído em *3ds Max7 (Discreet)* (Fig. 33). Devido a alguns erros de tradução de um formato para outro, foi necessário, por exemplo, criar cilindros em vez de rectas, dado que se verificou que estas não eram traduzidas para VRML.

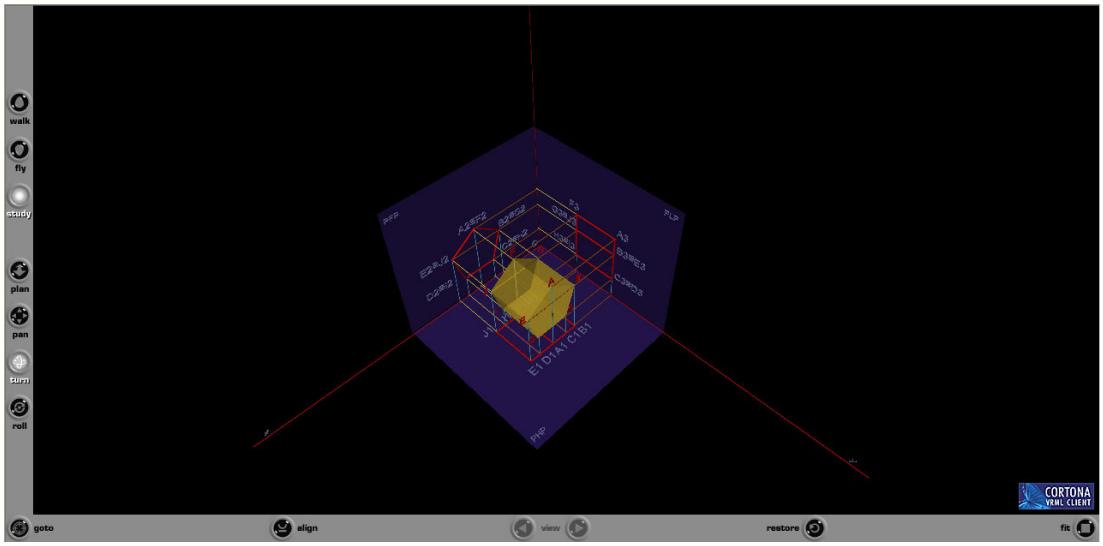


Fig. 33 - Modelo visto em consola VRML.

Restava agora tornar possível a visualização do modelo simultaneamente com o exercício, através dos procedimentos indicados no capítulo 2, secção 2.1.3. O resultado pode ser observado na Fig. 34.

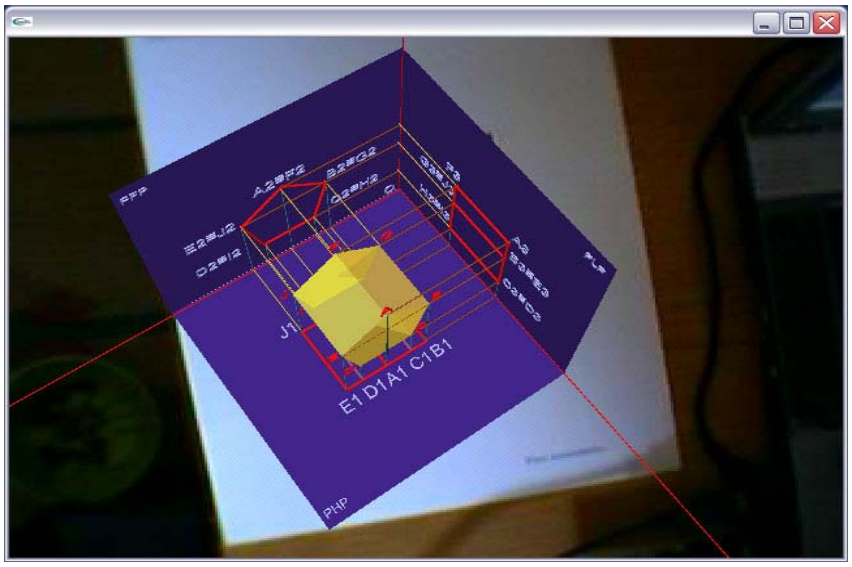


Fig. 34 – Prisma pentagonal inserido em imagens do mundo real: *ARToolkit*.

Foi criado um dispositivo auxiliar, para divulgação através da *web*, que pode ser consultado em *http://gdrv.no.sapo.pt*. Deste constava a apresentação do projecto, assim como alguns exercícios sobre a matéria dada, respectivos

modelos tridimensionais em VRML, padrões para aplicar com o *ARToolkit*, hiperligações para obtenção do *software* que permitia visualizar os mesmos e uma explicação de como o utilizar e configurar (Fig. 35, 36, 37, 38 e 39).

Algumas das figuras que se seguem apresentam texto que, devido a ter sido reduzido para a dimensão de uma folha A4, é ilegível. Desta forma, é possível apreciar o *layout* da página. O texto que se encontra na página *web* é apresentado na legenda.

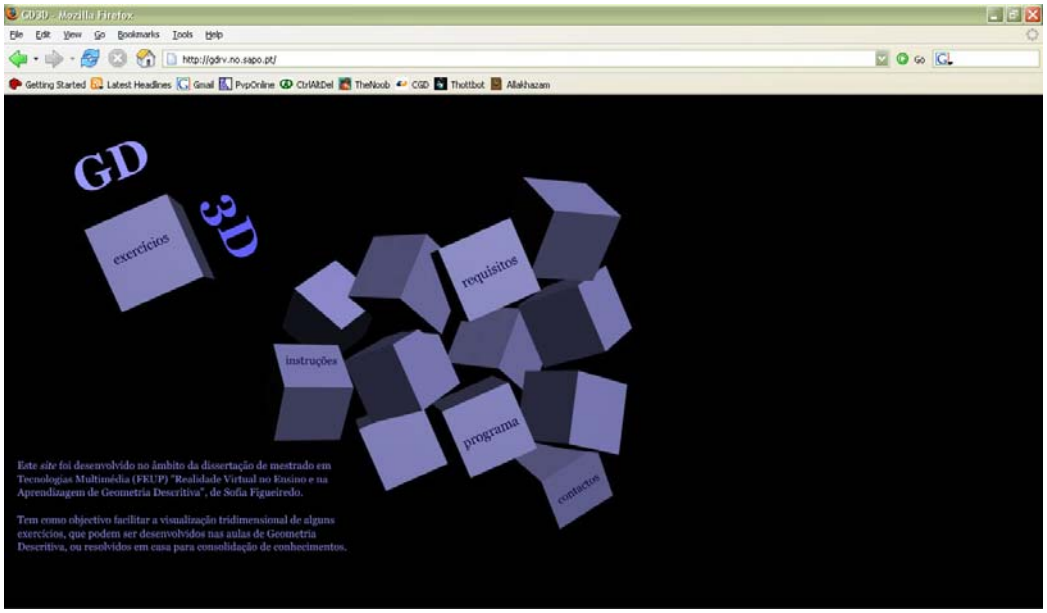


Fig. 35 – Página inicial de GDRV: apresentação do projecto.

"Este site foi desenvolvido no âmbito da dissertação de mestrado em Tecnologias Multimédia (FEUP) "Realidade Virtual no Ensino e na Aprendizagem de Geometria Descritiva", de Sofia Figueiredo.

Tem como objectivo facilitar a visualização tridimensional de alguns exercícios, que podem ser desenvolvidos nas aulas de Geometria Descritiva, ou resolvidos em casa para consolidação de conhecimentos."

Como se pode ver na figura, alguns cubos apresentam hiperligações que levam o visitante à secção pretendida. Por, exemplo, em *Exercícios*, pode-se ler (Fig. 36):

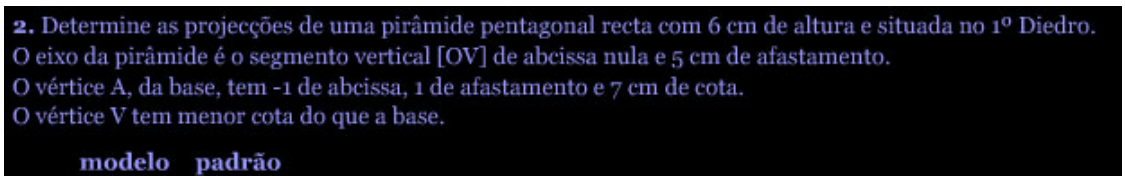


Fig. 36 – Hiperligações para obter os modelos tridimensionais e os padrões para aplicação no *ARToolkit*, após o enunciado de um exercício.

A escolha da hipótese modelo faz surgir o modelo relativo ao exercício (Fig. 37):

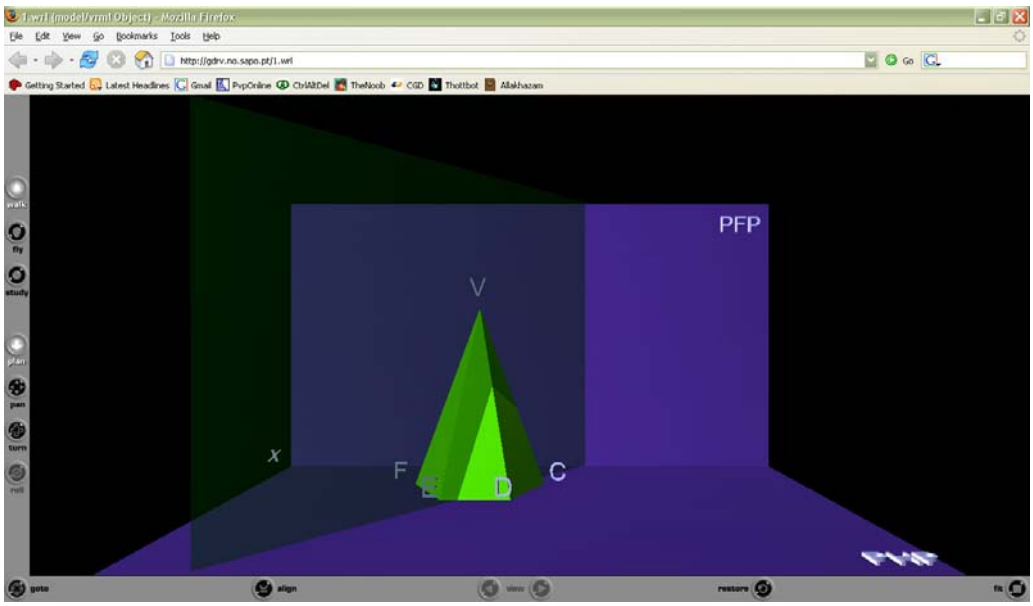


Fig. 37 – Um dos modelos disponibilizados visto na consola VRML.

A escolha da hipótese padrão faz surgir o padrão relativo ao exercício (Fig. 38):

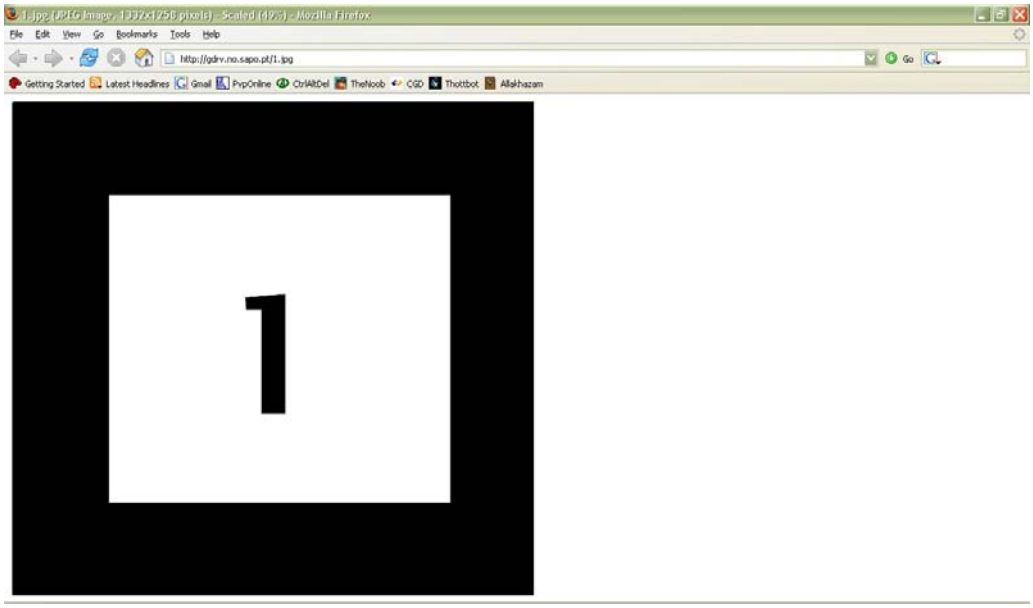


Fig. 38 – Padrão disponível para impressão e utilização com o *ARToolkit*.

A secção Instruções indica como operar com os modelos e padrões (Fig. 39):

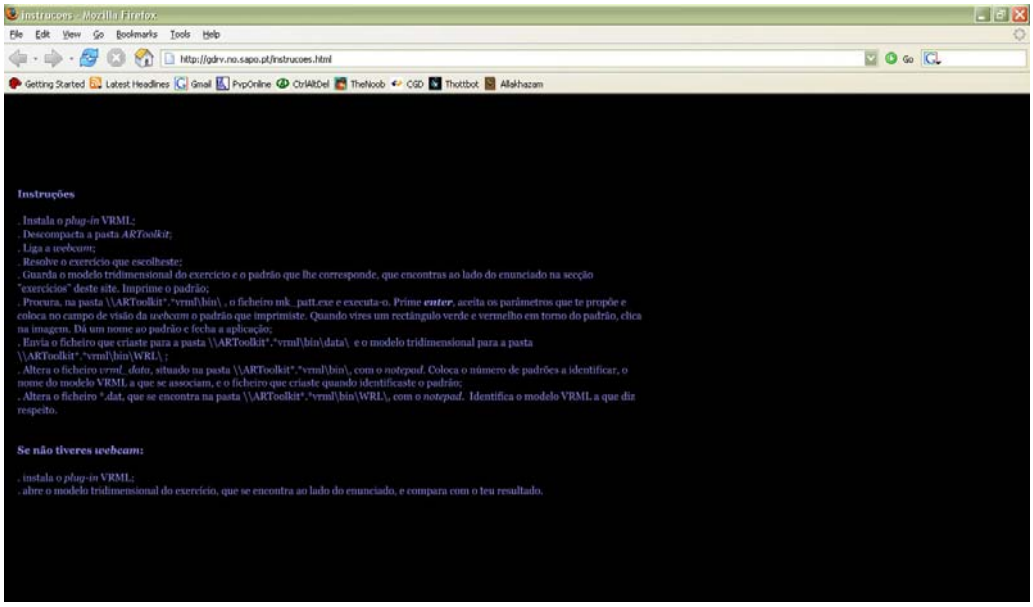


Fig. 39 – Instruções para a configuração e utilização do *ARToolkit*.

"Instruções

. Instala o plug-in VRML;

. Descompacta a pasta ARToolkit;

. Liga a webcam;

. Resolve o exercício que escolheste;

. Guarda o modelo tridimensional do exercício e o padrão que lhe corresponde, que encontras ao lado do enunciado na secção "exercícios" deste site. Imprime o padrão;
. Procura, na pasta \\ARToolkit.*vrml\bin\ , o ficheiro mk_patt.exe e executa-o. Prime enter, aceita os parâmetros que te propõe e coloca no campo de visão da webcam o padrão que imprimiste. Quando vires um rectângulo verde e vermelho em torno do padrão, clica na imagem. Dá um nome ao padrão e fecha a aplicação;*
. Envia o ficheiro que criaste para a pasta \\ARToolkit.*vrml\bin\data\ e o modelo tridimensional para a pasta \\ARToolkit*.*vrml\bin\WRL\ ;*
. Altera o ficheiro vrml_data, situado na pasta \\ARToolkit.*vrml\bin\, com o* notepad. *Coloca o número de padrões a identificar, o nome dos ficheiros VRML a que se associam, e o ficheiro que criaste quando associaste o padrão.*
*. Altere o ficheiro *.dat que se encontra na pasta \\ARToolkit*.*vrml\bin\WRL\ com o* notepad. *Identifica o modelo VRML a que diz respeito.*
Se não tiveres webcam:
. instala o plug-in VRML;
. abre o modelo tridimensional do exercício, que se encontra ao lado do enunciado, e compara com o teu resultado."

Foi escolhido o *Flash MX (Macromedia)* para construir o site devido à flexibilidade que permite e ao público-alvo, jovens estudantes de Arte no curso tecnológico de multimédia, que certamente não se deixariam intimidar pela falta de um *plug-in*.

No entanto, e apesar de se mostrarem interessados na aula em que foi divulgada, os alunos não visitaram a página *web* disponibilizada, segundo as suas afirmações posteriores.

3.2 Contextualização da disciplina: conteúdos programáticos

Tendo como objectivo reter algumas conclusões acerca da utilização de modelos tridimensionais em ambiente de sala de aula, o estudo realizado focou principalmente os comportamentos observados em 15 alunos, quatro do sexo feminino e onze do sexo masculino, de idades compreendidas entre os 16 e os 18 anos, pertencentes à mesma turma e ao décimo primeiro ano do ensino secundário. Os alunos frequentam o curso tecnológico de multimédia numa

escola cujos resultados em estudos nacionais relacionados com exames do décimo segundo ano têm sido bastante positivos.

A turma foi descrita pela docente da disciplina como desmotivada e desinteressada da disciplina de Geometria Descritiva, tendo sido a experiência bem vinda pela mesma. Um episódio anterior, que implicava a utilização de sólidos de cartão na aula, permitia concluir que, dadas condições diferentes, os alunos mostrar-se-iam mais interessados. Daí a docente inferiu que a não compreensão dos meios tradicionais (desenhos no quadro, etc) poderia estar na causa da desmotivação dos estudantes, e não o contrário.

Descrição da disciplina

A disciplina Geometria Descritiva é actualmente leccionada de duas formas diferentes. Os alunos contemplados frequentam um curso tecnológico e assim a Geometria de que falamos é designada por *B*. Em cursos gerais, considerados de *prosseguimento de estudos*, na área das Artes, é leccionada a Geometria *A*. Podemos observar as diferenças entre os programas de ambas as abordagens no Anexo A.

O programa de Geometria Descritiva B é bastante menos extenso, sendo possível um maior dispêndio de tempo com cada assunto. Aos alunos de Geometria B não é requerida a realização de exame para conclusão da disciplina, ao contrário do que acontece com os restantes alunos.

A matéria leccionada no segundo ano da vertente B revela-se, em parte, bastante problemática para os alunos. Se a representação de sólidos com bases em planos projectantes é a excepção à regra, as secções dos mesmos sólidos implicam um maior poder de visualização, tanto pela complexificação dos traçados, como pelo número de soluções possíveis. Por outro lado, a representação axonométrica de sólidos, ainda que facilite a visualização, implica um número de passos que os alunos muitas vezes não compreendem, sendo justificável a utilização de um auxiliador visual.

Os métodos geométricos auxiliares, como rotações e rebatimentos, revelam-se também difíceis de apreender. No caso presente, devido a condicionantes temporais, foram deixados de parte, tendo sido focada principalmente, no presente trabalho, a representação diédrica de sólidos e de secções, e a representação axonométrica, que são leccionados no 11º ano.

4. Descrição dos métodos e apresentação de resultados

4.1 Metodologia

Condições de realização

Pretendia-se estudar os aspectos concernentes à utilização de modelos tridimensionais digitais, com recurso à realidade aumentada, referentes a conceitos de Geometria Descritiva, em ambiente de sala de aula. Em particular, pretendia-se averiguar as melhores condições de prática destes recursos no contexto da aula e da sua integração com o currículo, conhecer as reacções dos alunos a esta iniciativa, bem como os resultados que estes poderiam auferir pela utilização desta metodologia. Para tal, e em conformidade com os conteúdos de Geometria Descritiva abrangidos, optou-se por seleccionar uma amostra do 11º ano de escolaridade, respeitante a uma turma com 15 alunos.

Para melhor conhecer as condições de realização do trabalho efectuaram-se várias acções prévias:

- Requereu-se autorização à escola e tomou-se conhecimento dos meios disponíveis para realizar o trabalho.
- Auscultou-se a docente da disciplina responsável pela turma em que os conteúdos estritamente relacionados com este trabalho eram leccionados. Manifestou, desde o início, grande interesse na colaboração com esta iniciativa, não tendo ocorrido qualquer dificuldade na adaptação do plano de aula da docente à utilização dos modelos tridimensionais (já que estes se destinavam, de certo modo, a substituir recursos tradicionalmente utilizados, mas que não cobriam todas as necessidades do professor).
- Informaram-se os alunos da turma em questão (pela respectiva docente da disciplina de Geometria Descritiva), tendo sido motivados a colaborar com a realização deste trabalho.

Cronograma

Por condicionantes impostas por várias restrições (da actividade docente, do cumprimento do plano curricular, entre outros) a parte experimental do trabalho desenrolou-se em 4 sessões. Estas sessões ocorreram semanalmente, o que resultou na observação de uma em cada duas aulas da turma em questão. Por motivos de organização, não foi possível efectuar o teste em mais do que uma turma, o que seria, certamente, uma mais valia para este trabalho. No entanto, perante a escolha apresentada, de testar alunos inseridos num mesmo ambiente (mesma docente, mesmo grau de ensino) ou em circunstâncias diferentes, optou-se pela primeira situação.

Estas sessões experimentais foram precedidas por 3 sessões de treino com o objectivo de familiarizar os alunos com a tecnologia e de corrigir formas de abordagem (Fig. 40). Entre as sessões de treino e as experimentais decorreram aproximadamente 5 semanas, durante as quais foi possível avançar com a matéria mais susceptível a dificuldades de visualização.

Instrumentos

Empregaram-se vários instrumentos (antes, durante e no final da parte experimental) com o intuito de conhecer e caracterizar a amostra e de obter resultados.
Assim, numa primeira instância utilizaram-se:

- Provas de compreensão e de raciocínio espaciais (Anexo C) – Permitem caracterizar a aptidão espacial da amostra.
- Inquérito inicial (anexo D) - Destinou-se a caracterizar a amostra e a conhecer os seus hábitos informáticos.

Durante as sessões experimentais utilizaram-se:

- Inquérito aos alunos (Anexo E) - Tinha por objectivo focar a adequação dos métodos utilizados aos problemas de aprendizagem, assim como registar observações que pudessem surgir como pertinentes.

- Grelha de observação (Anexo F) – Permitiu a recolha de informações comportamentais na relação dos alunos com o material disponível e com a disciplina.

Na última sessão foi solicitado aos alunos que elaborassem um comentário ou opinião relativos à globalidade das sessões e às práticas utilizadas.
Outros elementos considerados importantes, tais como avaliações anteriores, foram obtidos através da docente da disciplina, que prestou também algumas declarações no final da experiência.

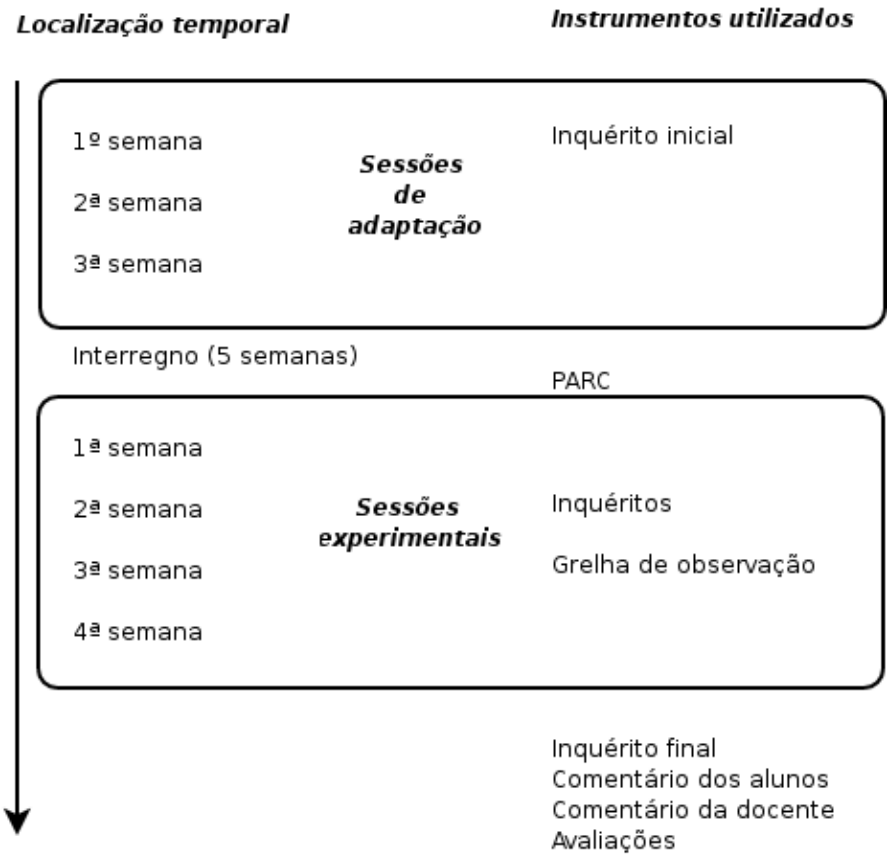


Fig. 40 – Cronograma das actividades.

O esquema geral programado para as sessões experimentais previa:

- exposição de conteúdos pela docente da disciplina, apoiada por materiais tridimensionais projectados;

- no final de cada aula expositiva, os alunos poderiam deslocar-se a um computador, no qual os modelos estavam associados a marcadores e podiam ser vistos com a ajuda de uma *webcam*. O objectivo deste procedimento era permitir a associação dos objectos virtuais com características do mundo real (por exemplo, o marcador era inserido numa folha de papel com a legenda *Plano Axonométrico* de forma a permitir a associação deste com a folha de exercício do aluno - Fig. 31, capítulo 3).

- Nas aulas práticas não eram projectados os modelos, estando no entanto presente a estação individual descrita acima. Aos alunos era permitido, assim, retirar dúvidas quanto à posição e outras características do objecto a representar. Era ainda possível comparar o resultado obtido com o modelo tridimensional.

- Tal como foi referido acima, eram recolhidas informações na grelha de observação. Aos alunos era pedido que preenchessem o inquérito que lhes era fornecido no início da aula, sendo recolhido no fim da mesma. Foi pedido aos alunos que fizessem, em cada sessão, um comentário, no espaço destinado a tal.

- Foi realizado um inquérito inicial, de forma a ser feita uma aproximação à amostra, e pedido um comentário final, para registo das impressões dos alunos quanto à utilização, em geral, dos materiais digitais.

- Foi pedido à docente um comentário final, no qual exprimisse as suas opiniões quanto à utilização de materiais digitais e ao decurso das sessões.

- Foi ainda tida em conta a classificação obtida pelos alunos nas duas provas de avaliação que fizeram no final das unidades apoiadas pelos modelos.

4.2 Caracterização da amostra

A amostra é constituída por 11 alunos do sexo masculino e 4 do sexo feminino, num total de 15 alunos do 11º ano de escolaridade. À data das sessões, 9 alunos tinham dezassete anos de idade, sendo que apenas 2 tinham dezasseis (a idade típica de um aluno que frequenta o 11º ano, entrando na escolaridade aos seis anos e nunca ficando retido) e 4 alunos tinham dezoito anos ou mais (quadro 3).

Quadro 3 – Distribuição etária e por sexo da amostra.

Sexo	**Masculino**		**Feminino**	**Total**
Nº de alunos	11		4	**15**
Faixa etária	**16 anos**	**17 anos**	**18 anos ou mais**	
Nº de alunos	2	9	4	**15**

No 10º ano de escolaridade e no 2º período do actual ano lectivo (11º) o espectro de classificações obtidas por estes alunos situa-se entre 10 a 14 valores, como se pode verificar na Fig. 41.

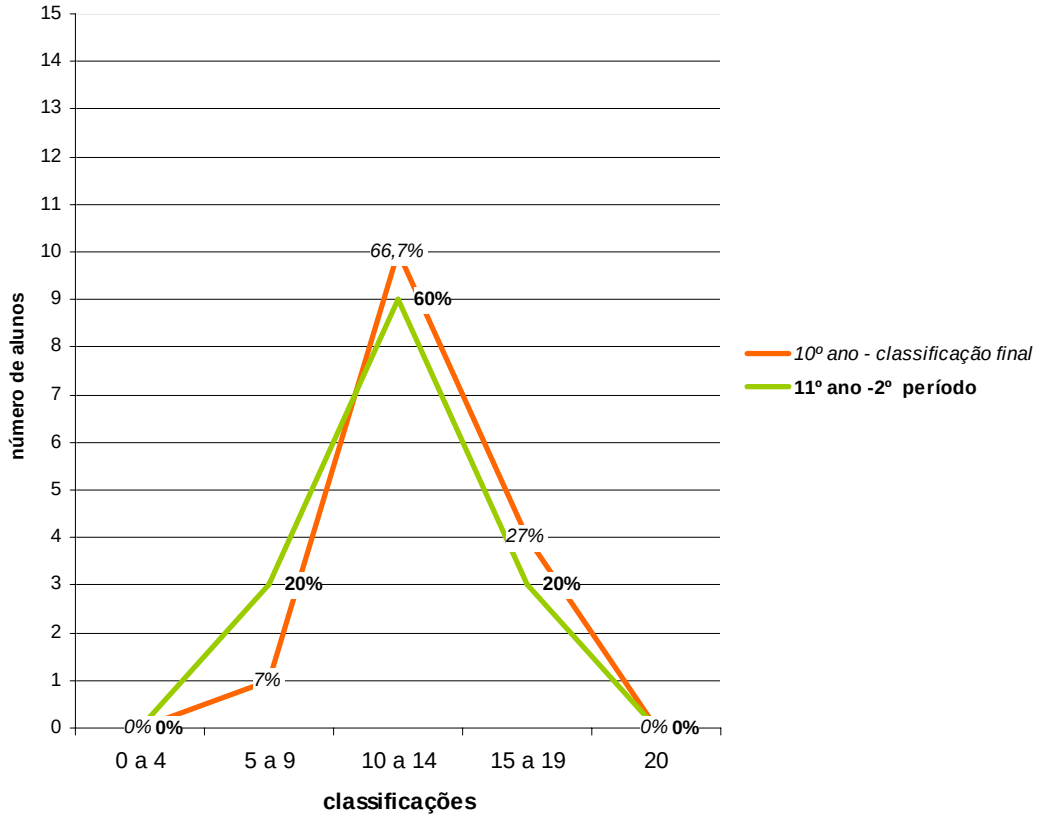


Fig. 41 – Classificações obtidas pelos alunos em momentos anteriores de avaliação.

Estas classificações estão consentâneas com as provas de aptidão espacial realizadas, cujos resultados denotam alguma dificuldade com a compreensão e raciocínios espaciais. Com efeito, os resultados nos testes de aptidão espacial (realizados apenas com 12 alunos) indicaram o seguinte:

- Na prova de compreensão espacial, 3 alunos ultrapassaram os 50% de respostas certas.

- Na prova de raciocínio espacial, nenhum aluno atingiu os 50% de respostas certas. Treze alunos realizaram esta prova.

- Foi deixado um elevado número de questões por responder em ambas as provas.

Na primeira prova (compreensão espacial) verifica-se que 4 alunos acertaram a todas as questões respondidas, enquanto outros 4 erraram apenas 1 ou 2 das

questões a que responderam (Fig. 42). Na segunda prova, raciocínio espacial, o número de respostas erradas aumenta grandemente (Fig. 43).

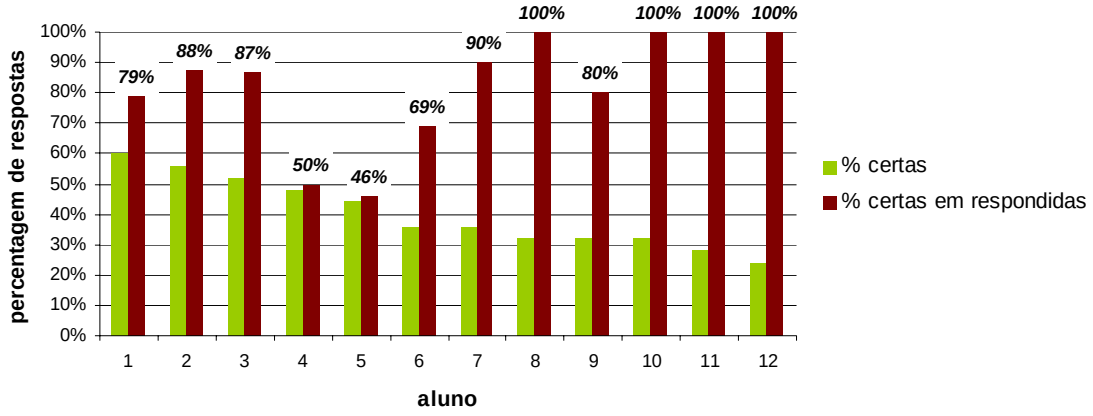


Fig. 42 – Relação entre o número de respostas e o número de respostas certas obtidas pelos alunos na prova PARC – Compreensão Espacial.

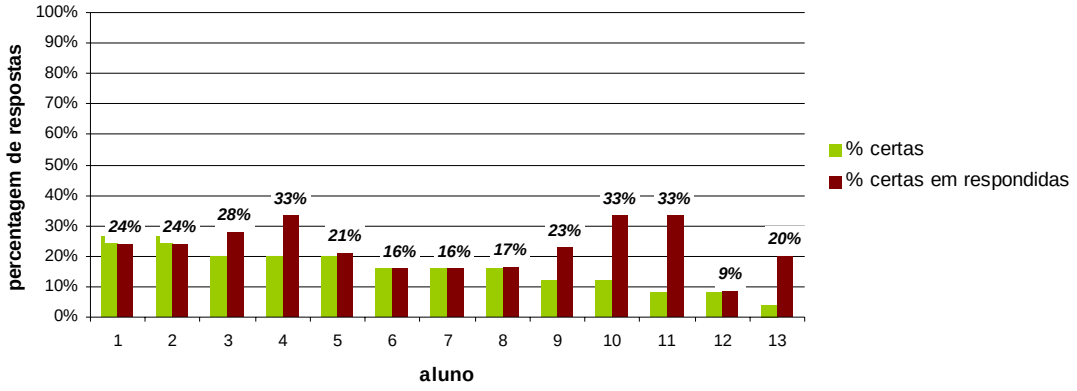


Fig. 43 – Relação entre o número de respostas e o número de respostas certas obtidas pelos alunos na prova PARC – Raciocínio Espacial.

De acordo com os resultados obtidos pelos autores da prova (27), com alunos do 10º ano do ensino secundário dos distritos de Porto e Braga, entre 1993 e 1995, podemos considerar que os resultados da amostra são muito pobres, especialmente no que toca à prova de raciocínio espacial.

A discrepância de resultados no que toca às duas provas realizadas pela amostra, Compreensão espacial e Raciocínio espacial, pode ser explicada de duas formas (que não se excluem mutuamente):

- a prova de raciocínio espacial apresenta um maior grau de dificuldade, dado que requer a visualização de movimentos tridimensionais (de forma a identificar o objecto), enquanto que a prova de compreensão espacial apenas exige movimentos bidimensionais;
- a prova de raciocínio espacial já não apresentou novidade para os alunos, que não se sentiram compelidos a resolvê-la com empenho; a dificuldade acrescida da mesma pode ter contribuído para uma maior desmotivação.

No respeitante aos hábitos informáticos dos alunos os resultados obtidos no inquérito inicial indiciam que todos eles mantinham regularmente alguma prática com meios informáticos, particularmente no que toca a jogos e consultas da Internet (quadros 4, 5 e 6). Todos os alunos indicaram que utilizavam os computadores quase todos os dias. Pode-se ainda concluir que todos os alunos têm acesso a meios informáticos em casa, não se cingindo no entanto a este local: a maioria utiliza estes recursos onde estão disponíveis.

Quadro 4 – Locais de utilização dos computadores.

casa	**15**	**100%**
escola	14	94%
casa de amigos	10	67%
ciber café	4	27%

Quadro 5 – Número de alunos que utilizam computadores em mais do que um local.

Apenas 1 local (casa)	1	6%
2 locais (casa, escola)	4	27%
3 locais (casa, escola, casa de amigos)	**6**	**40%**
Todos os locais	4	27%

Quadro 6 – Finalidade da utilização de meios informáticos.

jogar	13	87%
Consultar páginas na Internet	**14**	**94%**
Comunicar com amigos	12	80%
Outro	7	47%

Apesar da familiaridade com meios informáticos, três alunos não conheciam modelos digitais tridimensionais (quadro 7).

Quadro 7 – Contacto anterior com modelos digitais tridimensionais.

Não existiu	3	20%
Internet	6	40%
Jogos	9	60%
Aplicações *off-line*	**10**	**67%**

Como foi descrito acima, estes alunos frequentam o curso tecnológico de multimédia, estando os resultados do primeiro inquérito em consonância com os pressupostos iniciais.

De um modo geral pode-se afirmar que a experiência não se apresentou, em termos tecnológicos, como nenhuma novidade aos alunos que nela participaram, sendo, desta forma, limitado o impacto que poderia ter adulterado os resultados.

Quanto à relação com a disciplina, apenas um aluno refere falta de interesse pela mesma. Sete alunos não sentem quaisquer dificuldades, em oposição ao mesmo número de alunos, que assinalaram a visualização dos conceitos e a compreensão da matéria como principais obstáculos (quadro 8). É curioso

comparar esta indicação com a da docente (anexo G), e, posteriormente, com os registos de observação no decurso das sessões experimentais, na qual apenas uma aluna revelou facilidade na compreensão dos conceitos, sendo os restantes alunos bastante fracos, o que nos leva a pôr em causa o interesse e empenho dos alunos.

Quadro 8 – Dificuldades sentidas pelos alunos quanto à disciplina.

Visualizar os conceitos	**4**	**27%**
Compreender a explicação da matéria	3	20%
Não tem interesse pela disciplina	1	7%
Não sinto dificuldades	**7**	**47%**

Dois alunos não indicam qualquer estratégia de superação de dificuldades (quadro 9), enquanto que apenas um assinala todas as estratégias sugeridas.

Quadro 9– Estratégias desenvolvidas na aula que os alunos consideram eficazes.

Desenho perspéctico	3	21,4%
Repetição de exercícios	**6**	**42,9%**
Utilização de objectos tridimensionais	**5**	**35,7%**

Verificou-se a necessidade de questionar os alunos sobre as dificuldades encontradas ao resolverem exercícios, dado o carácter essencialmente prático da disciplina. Desta forma, e dado que não tinha sido incluída no inquérito inicial, a questão foi colocada no inquérito preenchido durante a segunda sessão.
As respostas dos alunos no que toca a dificuldades sentidas ao resolver exercícios (quadro 10), actividade referida pela maioria como uma boa estratégia de aprendizagem dos conteúdos, reflectem que a maioria (11) refere dificuldade em visualizar o problema.

Quadro 10 – Dificuldades sentidas pelos alunos ao resolver exercícios práticos.

Dificuldade em compreender o enunciado	5	34%
Dificuldade em visualizar o problema	**11**	**74%**
Compreende mas não sabe como começar	4	27%
Compreende e começa a resolver o exercício mas não consegue ultrapassar dificuldades	5	34%

Em consequência, a maioria (12) dos alunos refere que tenta memorizar os passos que permitem a resolução do problema, enquanto apenas quatro recorrem ao desenho perspéctico à mão livre e nenhum refere a construção de objectos (em cartolina, por exemplo) para visualizar melhor a questão que se lhe coloca (quadro 11).

Quadro 11 – Estratégias utilizadas pelos alunos para superar as dificuldades com que se deparam ao resolver exercícios práticos.

Memorização	**12**	**80%**
Desenho perspéctico à mão livre	4	27%
Construção de objectos	0	0%

Apenas um dos alunos referiu tanto a memorização como o desenho à mão livre.

Pode-se assim concluir que, apesar de familiarizados com meios informáticos, os alunos apresentam falhas graves no que toca à visualização mental de espaço tridimensional, o que é corroborado pelos testes de aptidão espacial. No que toca à sua relação com a disciplina de Geometria Descritiva, os dados são incoerentes e mesmo, por vezes, contraditórios. Enquanto a docente da disciplina aponta para uma incapacidade de visualização geral, derivada do pouco estudo, a qual se reflecte nas classificações obtidas, a maioria dos alunos afirma-se sem dificuldades. No entanto, as dificuldades apresentadas pelos restantes alunos incluem, na sua maior parcela, a dificuldade na visualização mental dos conceitos.

Com base nos resultados apresentados, a amostra afigurou-se apropriada, neste estádio de conhecimento da mesma, para a realização do estudo pretendido.

4.3 Resultados

Indicam-se, de seguida, os resultados obtidos durante as sessões experimentais com base nos instrumentos referidos na primeira secção deste capítulo.

Inquéritos aos alunos

Conforme já referido, apresentaram-se aos alunos quatro inquéritos iguais, um em cada sessão, com um espaço para comentários, de forma a permitir uma resposta objectiva a questões operacionais e afectivas perante a experiência a decorrer, assim como um comentário livre. No entanto, pode-se desde já referir que quando se observa os registos efectuados pelos alunos durante as aulas, transparece de imediato que, embora as questões tenham sido respondidas, a ausência de comentários é quase total. Apenas na última sessão surgiram algumas observações, provavelmente em consequência do reforço do pedido para o fazerem.

Apresenta-se uma análise questão a questão.

Dificuldades na visualização dos modelos

A esta primeira questão, embora a maioria dos alunos (em média, 45% por sessão) tenha sempre respondido que não tinha sentido dificuldades em visualizar os modelos, é curioso verificar que o número de respostas "*por vezes*" tem tendência para aumentar (Fig. 44).

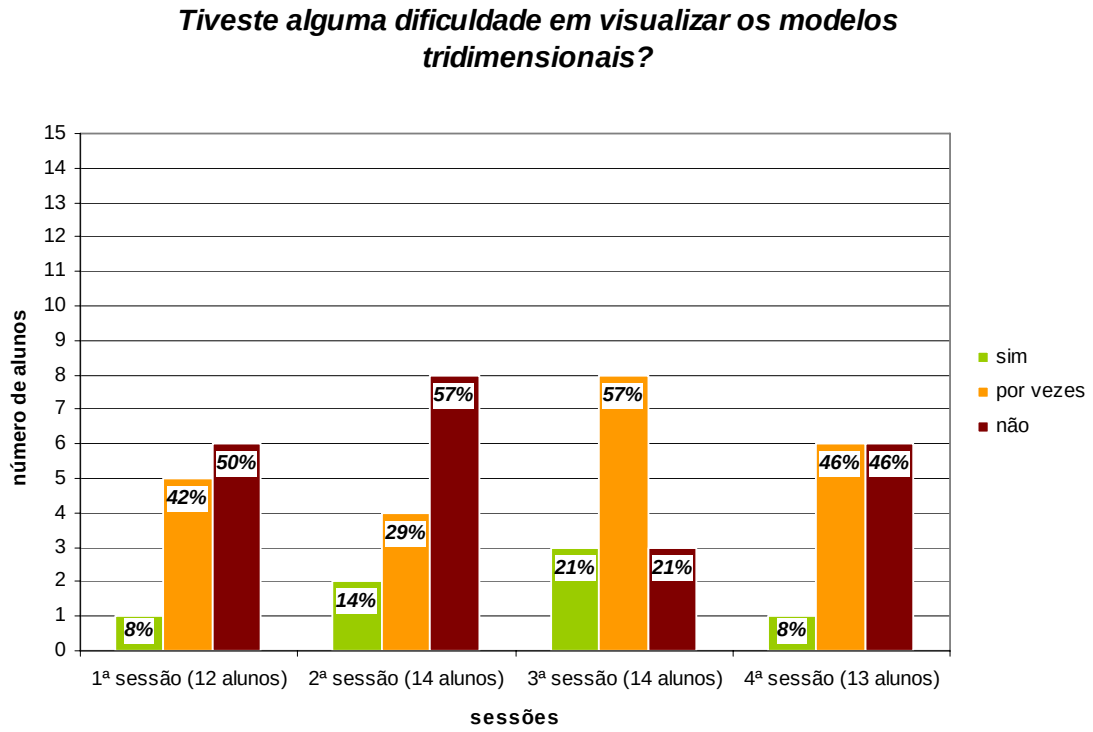


Fig. 44 – Indicação de facilidade da leitura dos modelos tridimensionais por sessão.

Possivelmente, esta variação é causada pela utilização de modelos mais ou menos complexos que possibilitassem a visualização dos exercícios, também eles de complexidade variável, o que poderá, por vezes, ter dificultado a leitura imediata pelos alunos. Outros factores podem ter influenciado as respostas a esta questão, tais como questões logísticas relativas ao projector de vídeo, que na terceira sessão foi introduzido apenas após esclarecimento quanto à requisição do mesmo por um outro docente. De um modo geral, podemos concluir que os alunos consideraram fácil a visualização dos modelos tridimensionais.

Adequação dos modelos à exposição

Esta questão sondava os alunos sobre a adequação entre a exposição teórica da professora e a representação do modelo. Desta vez, o número de respostas positivas é significativamente maior do que o número de alunos que

consideravam que apenas por vezes os modelos eram adequados, ou mesmo que não o eram, de todo (Fig. 45).
Mais uma vez é de sublinhar o facto dos alunos não terem justificado a sua resposta com um pequeno reparo na área própria para o efeito.

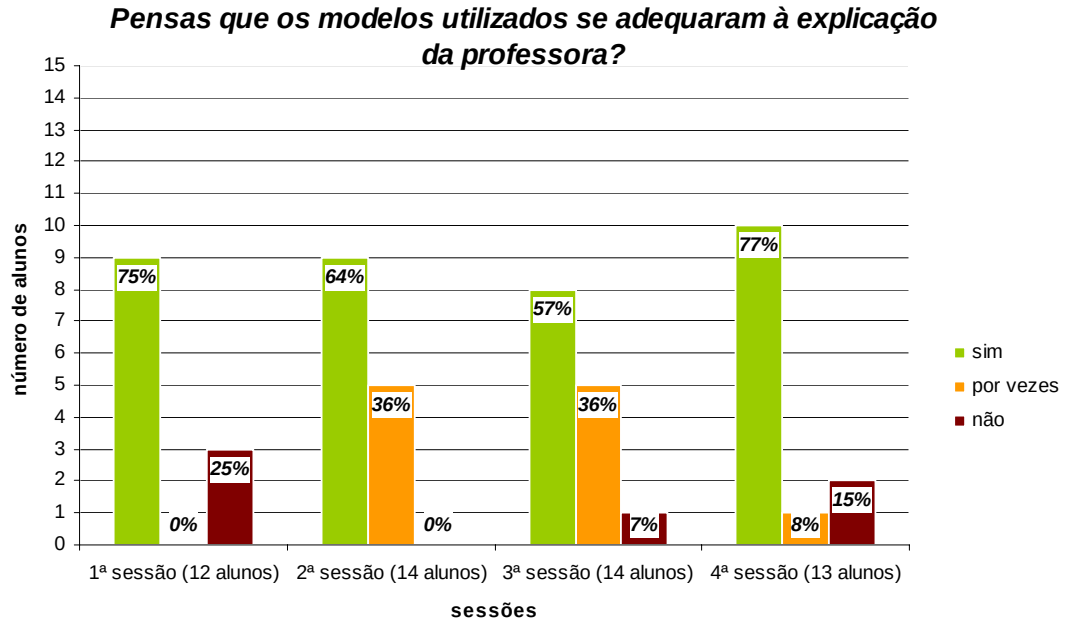


Fig. 45 – Indicação de adequação dos modelos tridimensionais à explicação da docente da disciplina.

Uma vez que os alunos que responderam negativamente não explicaram porquê, nem deixaram qualquer sugestão, é difícil compreender as suas motivações. Considera-se, no entanto, que a reacção geral dos alunos a este aspecto da experiência foi positiva.

Utilidade dos modelos para a compreensão individual do aluno

Nesta questão, mais uma vez o "*sim*" e o "*por vezes*" obtêm uma maioria significativa de respostas. Em média (por sessão), 41% dos alunos consideraram os modelos sempre úteis, enquanto 45% afirmaram que apenas por vezes o mesmo se verificava. Curiosamente o número de respostas negativas aumenta da 1ª para a 3ª sessão (Fig. 46).

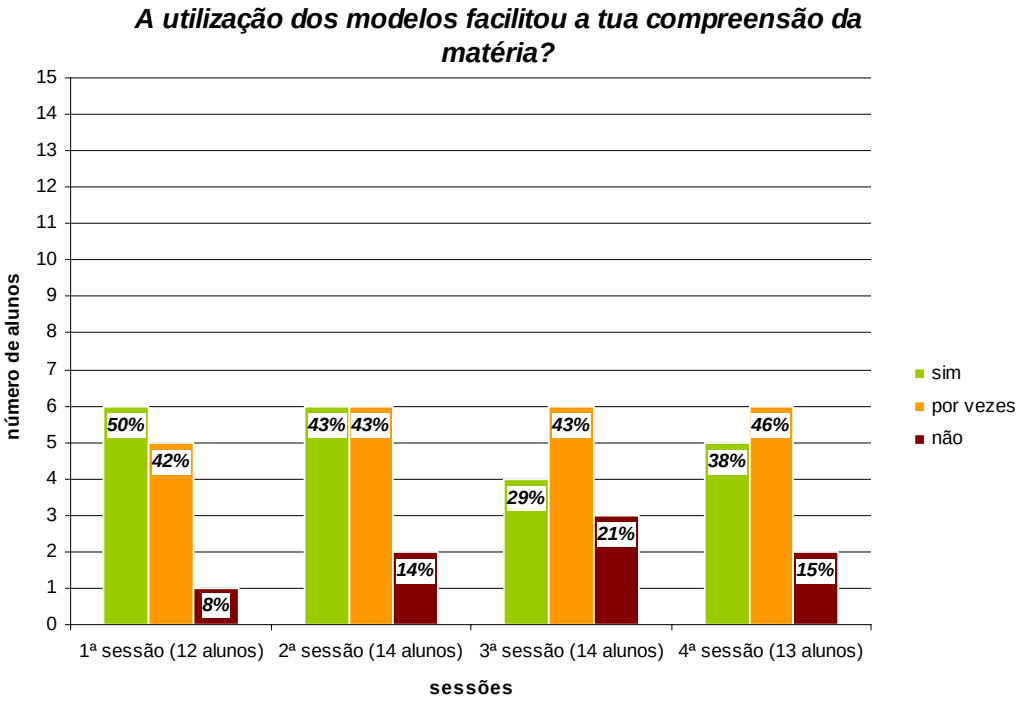


Fig. 46– Indicação da pertinência da utilização dos modelos para a compreensão da matéria.

Não se considerou, no entanto, este aumento significativo: pode reflectir o processo de aprendizagem dos alunos, que, com o avançar da exploração dos conceitos já não necessitam de métodos auxiliares. Uma outra interpretação consiste na complexificação dos exercícios, e, consequentemente, dos modelos, o que os torna menos imediatamente legíveis, deixando de proporcionar uma visualização dos conceitos tão clara como inicialmente.

Esclarecimento de dúvidas na estação individual

Quando questionados sobre se tentaram esclarecer as suas dúvidas na estação individual (no caso de esta ter estado operacional na sessão em causa), muito poucos alunos respondem sim. A maioria respondeu por vezes (51%), enquanto 45% responderam que não o tinham feito (Fig. 47).

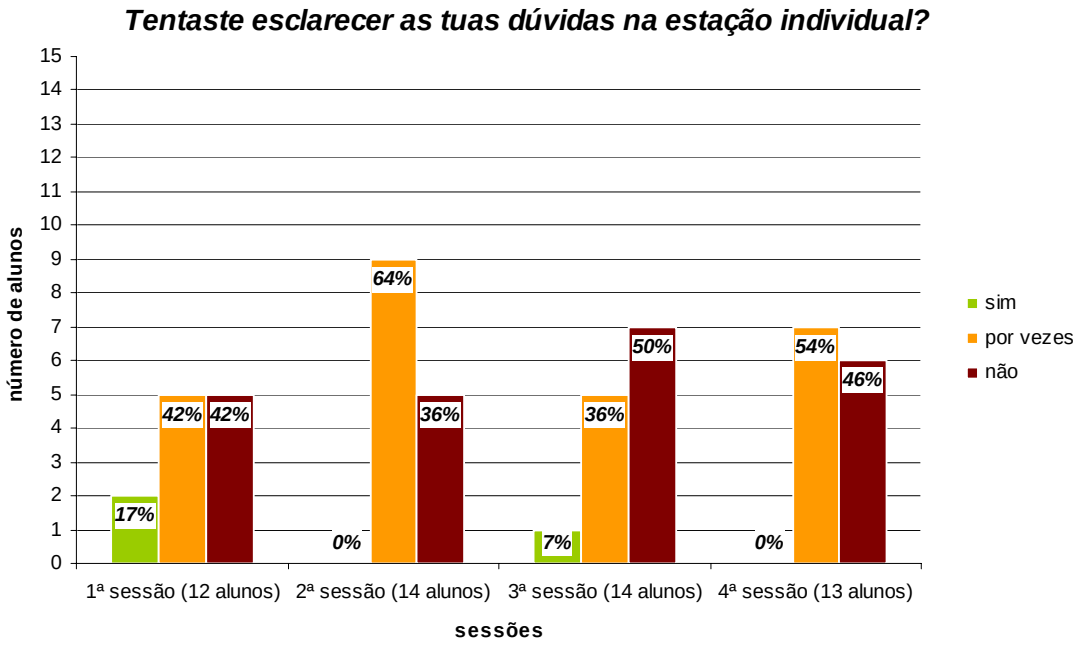


Fig. 47 – Utilização da estação individual – respostas dos alunos.

No entanto, os registos constantes da grelha de observação (efectuados no decurso das sessões), permitem observar que existiu, por sessão, um número crescente de aproximações exploratórias da estação individual: o valor máximo de oito utilizações deu-se na 3ª e 4ª sessões, enquanto que na 2ª existiram 6 e na 1ª apenas se registaram 2 utilizações.

A disparidade de valores deve-se ao facto de na grelha de observação constar o número de utilizações, em oposição ao inquérito, que regista apenas o número de utilizadores.

A fraca utilização da estação individual prende-se com o facto de exigir uma postura activa perante a experiência em curso e a disciplina. Os alunos revelaram-se desmotivados, estabelecendo como objectivo a obtenção do nível necessário para concluir a disciplina, adoptando uma postura passiva perante qualquer esforço da docente para os cativar.

Vontade do aluno em prosseguir a utilização destes materiais de apoio nas aulas

Esta questão apenas foi colocada na 1ª e 3ª sessões, já que na 2ª não pode ser colocada aos alunos devido à dinâmica da aula. Esta consistiu na finalização dos exercícios propostos na primeira sessão.

Os alunos demonstraram claramente a vontade de continuar a utilização dos modelos tridimensionais. A existência de respostas claramente negativas, no entanto, requer reflexão (Fig. 48).

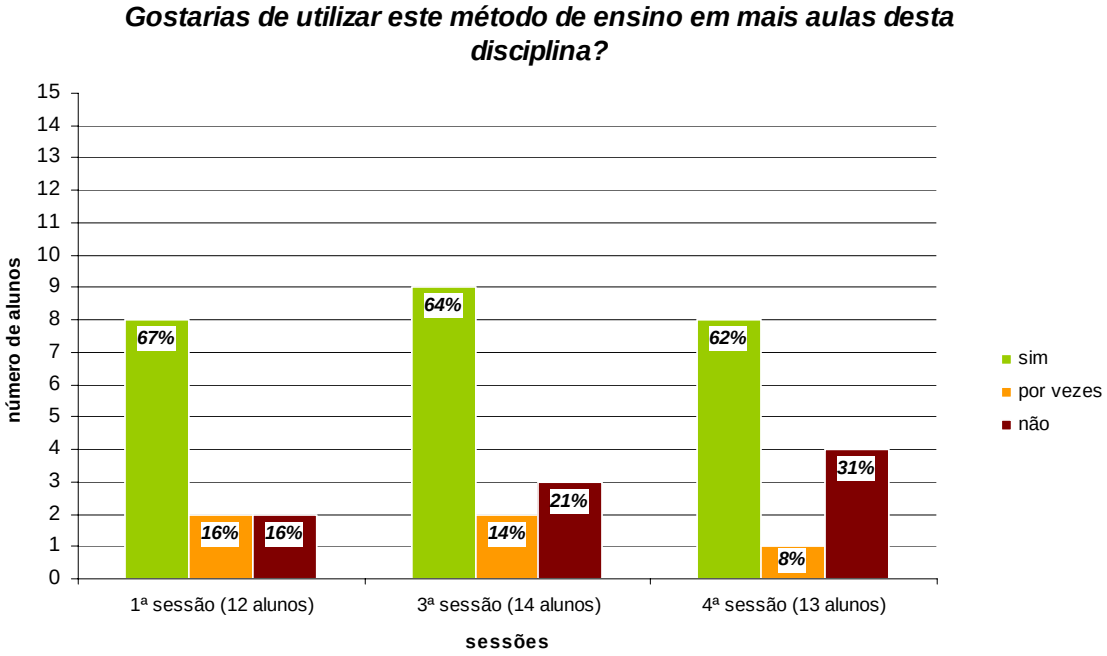


Fig. 48 – Resultados obtidos quando questionados os alunos sobre a vontade de continuar a utilizar os meios disponibilizados para a realização desta experiência.

Não se pretende aqui substituir o antigo pelo novo, mas sim complementar duas abordagens. Enquanto que a educação, e os métodos educativos, estão sempre em evolução, descobrindo novas formas de auxiliar a aprendizagem, é importante não excluir velhas tácticas. Desta forma pode-se considerar que existirão sempre alunos cujos processos de aprendizagem se coadunam melhor com os métodos já utilizados e que sentem como difícil e confusa a introdução de outras estratégias.

Comentários

No final do inquérito o aluno era convidado a escrever um comentário sobre a aula decorrida. Alguns dos comentários foram os seguintes:

- „Os modelos tridimensionais ajudam a visualizar de certa forma o exercício, tornando-o mais fácil de entender.“ – 1ª sessão
- „As aulas tornam-se mais acessíveis.“ – 1ª sessão
- „Os modelos tridimensionais podem ajudar mas por vezes também nos confundem ainda mais.“ – 3ª sessão
- „Acho que é um bom incentivo para os alunos, porque ficam a perceber melhor onde pode ficar situado o objecto.“ – 4ª sessão
- „Sobre os modelos tridimensionais acho que são uma boa ajuda para ajudar os alunos.“ – 4ª sessão

Grelha de observação

As observações registadas no decurso das várias sessões revelam principalmente algum desinteresse dos alunos na disciplina e mesmo no seu sucesso escolar (o que pode ser explicado pela não obrigatoriedade da realização do exame nacional como elemento de aprovação no ensino secundário). A recolha de comportamentos relativos à atenção dos alunos refere :

- Lentidão a adoptar uma postura de aula;
- Comentários a despropósito (acerca dos ícones presentes no ambiente de trabalho, projectados na parede previamente à projecção dos modelos, por exemplo);
- Repetição de questões sobre o teor dos enunciados;
- Conversas laterais (futebol, etc);
- Audição de música através de auscultadores;
- Realização de desenhos avulsos nas folhas do caderno.

No ponto relativo ao material, é notado que nunca todos os alunos trouxeram todo o material; a docente traz, ela própria, algum material, para fornecer os alunos desprovidos e assim poder prosseguir com a aula.

Algum material é crucial para a participação dos alunos na aula e, desta forma, é partilhado pelos mesmos, o que atrasa a resolução dos exercícios. Em cada sessão de noventa minutos os alunos nunca resolveram mais do que dois exercícios, tempo francamente mau, se for tido em conta que os exames nacionais do ano corrente de Geometria Descritiva B (Anexo B) apresentou 4 questões que deviam ser resolvidas em 150 minutos.

A área reservada a registos relativos aos conhecimentos demonstrados revela um desinteresse total na disciplina. Mais uma vez a frequência das questões colocadas sobre a matéria é severamente prejudicada pelo baixo nível de atenção dos alunos, o que é visível pela pertinência das questões que surgem, e que raramente demonstra conhecimento prévio ou estudo das matérias. Durante a exposição feita pela docente, os alunos não fazem qualquer comentário ou questão, deixando-os para a resolução de exercícios. Ainda assim, nesse momento as questões são relacionadas com:

- A dinâmica da aula;

- Comportamentos de outros colegas;

- Perguntas sobre a matéria de que trata o exercício e o modelo presente na estação individual, revelando que não reconhecem visualmente os conceitos adquiridos.

- Nas aulas reservadas para a resolução de exercícios, a docente atende cada aluno, ajudando-o individualmente. Os comentários são assim deixados para a professora, não sendo possível à observadora anotá-los todos. Devido a esta abordagem, muitos alunos só começam a trabalhar quando a professora os aborda.

- Duas alunas, que revelam interesse pela disciplina, são substancialmente mais rápidas do que os restantes colegas. Quando terminam emulam a professora e apoiam quem está ainda a resolver os exercícios. As suas observações revelam conhecimento prévio da matéria abordada.

Quanto à tecnologia apresentada na sala de aula, os alunos começam por colocar muitas questões à docente, revelando alguma desconfiança. Posteriormente, com a adaptação à situação, as reacções divergem:

- Alguns alunos revelaram-se interessados no processo que permite associar um modelo a um padrão; chegaram mesmo a associar, com ajuda, uma capa negra de um CD a um modelo criado no próprio instante. Este processo revelou-se interessante, uma vez que os restantes alunos olhavam de forma desconfiada para os padrões e para a estação individual, o que se desvaneceu com a compreensão do processo.

- Os alunos que inicialmente se interessam alheiam-se posteriormente dos modelos, parecendo apenas interessados na tecnologia e não na compreensão dos conteúdos. Estes alunos prosseguem nas sessões posteriores a brincar com a projecção e um caderno, a projecção e as sombras provocadas pelas mãos, e a virar a câmara digital para os colegas quando abordam a estação individual.

- Os outros alunos realizam um percurso inverso: inicialmente não revelaram qualquer vontade de aproximação dos materiais de apoio, tendo posteriormente sido os que os utilizaram mais frequentemente.

As utilizações da estação individual incluíram:

- Esclarecimento de dúvidas relativas à posição do sólido a representar durante a resolução do exercício;
- Comparação dos resultados com os modelos tridimensionais;

- Explicação de alunos a colegas ou da professora aos alunos (para além da exposição teórica inicial).

Com o número de sessões a aumentar os alunos e a docente utilizaram a estação individual com maior desinibição e para mais propósitos, o que nos leva a crer que com o prolongamento das sessões se tornaria um elemento útil, a ter presente nas aulas, sem causar distúrbios de atenção.

Quanto à projecção de conteúdos durante as aulas teóricas, foi observado que os alunos focaram a sua atenção no modelo, sendo, neste sentido, mais eficaz do que o desenho no quadro. No entanto algumas brincadeiras foram aumentando com o à-vontade, tal como a provocação de sombras na imagem projectadas, comportamento não esperado neste grupo etário.

Um reparo a acrescentar tem a ver com a colocação e direcção do projector: a sala estava equipada com um quadro negro, o que obrigou a projectar a imagem para a parede que se encontrava nas costas dos alunos. Desta forma não permitia o seguimento constante da explicação. A adoptar este procedimento de forma regular em aulas de Geometria Descritiva, seria necessário reformular a disposição das salas de aula.

5. Conclusões

As principais conclusões passam, necessariamente, por saber se os objectivos inicialmente propostos foram ou não alcançados, e as ilações que daí se tiram.

Com este trabalho tinha-se proposto observar a utilização de modelos virtuais tridimensionais num ambiente educativo, tendo em conta que as ferramentas tridimensionais deveriam possibilitar a utilização simples, não só pelo professor, na criação de modelos e situações, como pelos alunos, na manipulação posterior, e possibilitar uma visualização e compreensão claras e intuitivas dos conceitos a interiorizar.

Atendendo-se a que, em última instância, as avaliações sumativas dos alunos da amostra (referentes aos conceitos de Geometria Descritiva abordados) não melhoraram (como também não pioraram), somos levados a pensar que a utilização dos modelos virtuais não se mostrou útil (nem prejudicial).

Não obstante, quer a docente da disciplina quer os alunos da amostra consideraram que os modelos tridimensionais eram fáceis de utilizar e elucidativos no que toca à posição das figuras no espaço. A docente considera mesmo “importante a sua utilização por alunos com dificuldades de visualização no espaço, quer em situações de aula quer em trabalho de casa” (anexo G). Acrescenta ainda que lhe parece “mais pertinente começarem a ser utilizados no 10º ano, quando os alunos iniciam a disciplina e portanto uma nova linguagem de representação”, o que poderá explicar algumas das dificuldades verificadas com a amostra escolhida.

No entanto, há alguns aspectos decorrentes do trabalho realizado que merecem ênfase. Para tal, fez-se uma análise dos diversos elementos intervenientes, de modo a identificar experiências positivas e campos susceptíveis a alterações num trabalho futuro.

5.1 Avaliação dos modelos e tecnologia utilizada

Modelos

Os modelos revelaram-se adequados, no conteúdo e na forma, à utilização que deles se pretendia. Durante as sessões preliminares limaram-se algumas arestas, como a transparência dos sólidos e dos planos de projecção. Os modelos apresentados aos alunos eram a representação fiel do enunciado do exercício.

Os modelos foram também optimizados para facilitar a sua acessibilidade através da página *web* elaborada no contexto deste trabalho. Esta optimização não comprometeu a qualidade gráfica dos modelos virtuais dada a natureza geométrica dos elementos a representar.

ARToolkit

A associação de modelos ao *ARToolkit* não levantou problemas de maior, revelando-se simples.

A visualização dos modelos com o *ARToolkit* também não apresentou dificuldades. No entanto, verificou-se que os alunos tentavam manipular os modelos, acabando por colocar o padrão num ângulo (em relação à câmara) que já não permitia o seu reconhecimento. Assim, considerou-se a manipulação de objectos através do *ARToolkit* pobre e algo a ser melhorado.

5.2 Avaliação da planificação das sessões

A sequência planeada para as sessões não foi totalmente seguida, devido a condicionantes inesperadas, tais como a avaria de material da escola, uma falta da docente da disciplina, entre outras. Estas interrupções afectaram, de algum modo, a planificação do trabalho.

Verificou-se também que era difícil distinguir aulas teóricas de aulas práticas, dado que a teoria é leccionada de forma teórico-prática. Assim, o esquema das aulas foi na verdade mais livre do que o planeado. A presença da estação individual deu-se em todos os momentos em que os alunos resolviam exercícios, tendo sido utilizada pela docente para explicar passos de exercícios a alguns alunos. Por vezes os alunos tinham acesso aos modelos enquanto o projector de vídeo estava a funcionar, projectando para toda a turma as suas experiências com os modelos, o que se revelou uma experiência positiva, dado que alimentava a curiosidade dos colegas em utilizar a estação individual.

O modo como as sessões foram conduzidas foi assim saldado positivo.

5.3 Avaliação dos métodos de recolha de dados utilizados

Importa fazer uma reflexão sobre os métodos utilizados, de forma a perceber se foram os mais adequados ao trabalho proposto.

Inquérito inicial

O inquérito inicial demonstrou ser relativamente adequado, dado não existirem ambiguidades nas respostas e os alunos não sentirem (ou não colocarem) dúvidas quanto às questões formuladas.

No entanto, quando cruzadas as informações com outras fontes, nomeadamente com as avaliações anteriores, a veracidade das respostas prestadas é posta em causa. Como explicar a divergência entre as classificações obtidas por estes alunos e a existência de sete respostas negativas quando é perguntado que dificuldades sentem quanto à disciplina?

Registos durante as sessões

O inquérito que os alunos preencheram durante cada sessão revelou não funcionar da forma esperada. Assim, se bem que existia um espaço para comentários, os alunos não adquiriram o hábito de os escrever. Verificou-se também que, depois da primeira sessão, os alunos respondiam aos inquéritos de forma mecânica, muitos sem pensar na resposta (repetiam as respostas da sessão anterior). Os inquéritos eram também, muitas vezes, respondidos rapidamente após a hora de saída da aula.
Como melhorar a prestação destes pequenos inquéritos? Pensamos que, existindo a motivação por parte da amostra, estes inquéritos seriam adequados (ou pelo menos mostrariam outro tipo de inadequações).

Provas PARC

As provas PARC recolheram dados tão preocupantes que devem ser questionados. Será credível que alunos no segundo ano de Geometria Descritiva, ainda que pouco motivados e apresentando dificuldades, tenham resultados tão francamente negativos? Devemos analisar alguns factores antes de responder a esta questão.

- preparação para as provas: explicou-se o funcionamento das provas nos dois momentos em que os alunos as realizaram. Para tal realizou-se um exercício no quadro, respondeu-se a todas as dúvidas colocadas quanto à resolução do mesmo e prestou-se auxílio na tarefa pela docente da disciplina. No momento, pareceu não terem restado quaisquer dúvidas quanto à resolução dos exercícios em ambas as provas realizadas.

- espaçamento na realização das provas: as provas PARC realizaram-se em sessões alternadas, não sendo assim possível justificar os fracos resultados com o cansaço dos alunos. Realizaram-se também no início da sessão.

- tempo para realizar os exercícios: de acordo com os autores das provas PARC, o tempo necessário para a realização de uma prova PARC, por alunos do ensino secundário, é de sete minutos, de forma a permitir a avaliação correcta das mesmas. Os autores referem que testaram a realização das provas em alunos de zonas específicas do país, nomeadamente Braga e Porto (27), não se permitindo a extrapolação para alunos de ensino secundário a nível nacional.

Não nos parece plausível, no entanto, que alunos de outras áreas apresentem resultados tão fracos em comparação com os alunos testados.
Ao analisar as provas verifica-se que as respostas certas estão sempre no início da prova e que a maioria dos alunos não concluiu a mesma por não ter mais tempo. Uma resposta para os fracos resultados poderá ser a falta de empenho, o que os levou a não responder rapidamente dentro do tempo estipulado (do qual foram, obviamente, informados previamente).

Grelha de observação

Tendo-se testado, durante as sessões experimentais, um modelo diferente de grelha, é possível verificar que a grelha utilizada nas quatro sessões aqui tomadas como referência se revelou eficaz, permitindo o apontamento de diversas observações e a mais fácil recolha posterior de dados.
Apenas no item "Estação individual" deveria ter sido previsto um contador, para indicar o número de utilizações, para além de um espaço para observações.

Amostra

A partir dos resultados aqui apresentados podemos concluir imediatamente que a amostra não foi a mais adequada para o teste dos materiais de apoio. Isto porque, apesar de à partida estar bastante familiarizada com meios informáticos, o que limitou o impacto da novidade (ruído não desejado para o estudo), era uma turma que não se deixou motivar para a disciplina, e portanto não aplicou os possíveis benefícios adquiridos com a experiência na avaliação e, mais importante, compreensão, do que se lhes era pedido a Geometria Descritiva.

Desta forma torna-se difícil extrapolar qualquer tipo de conclusão específica através dos dados obtidos, dado que, apesar da recepção positiva dos alunos (visível nos registos escritos que deixaram), não houve qualquer reflexo nas avaliações ou na atitude dos alunos perante a disciplina.

No entanto, na globalidade, podem aqui ser apontadas algumas observações:

- os alunos não se mostraram motivados com a disciplina, o que pode ser explicado parcialmente com a inexistência de um exame nacional obrigatório no caso dos alunos de cursos tecnológicos. Esta falta de motivação parece ter-se propagado também à experiência realizada.

- apesar desta atitude da amostra, a maioria dos alunos referiu que a existência de modelos tridimensionais os ajudava a ver melhor dados como o posicionamento do objecto a representar.

Podemos assim questionar se o relativo insucesso da experiência se deveu aos meios utilizados, ou à amostra escolhida. Resta-nos saber se outra amostra produziria resultados diferentes. Se os alunos realmente estudam para se prepararem para exames, e não para conhecerem mais e ficarem mais preparados para a sua vida futura, torna-se difícil melhorar os métodos e ferramentas auxiliares do ensino: a escolha óbvia de uma amostra de um curso de carácter geral, vulgo “de prosseguimento de estudos”, acarretaria a falta de tempo para experiências, dado que a prioridade é preparar para o exame nacional e não auxiliar a aprendizagem dos conteúdos e o raciocínio.

5.4 Trabalho futuro

Como trabalho futuro apresenta-se, inevitavelmente, a realização de mais testes e experiências com modelos digitais tridimensionais em ambiente de sala de aula.

Seria também interessante desenvolver uma forma de interacção com os modelos associados à aplicação *ARToolkit*, de forma a aumentar a mobilidade dos mesmos e permitir uma maior visibilidade.

Referências

(1) SHKLYAR, Dmitry (n.d.). **3D Rendering History**. Consultado em Agosto, 2006, em http://features.cgsociety.org/story_custom.php?story_id=1647&page=1

(2) OOSTHOEK, Simon (2004). **The use of VRML in a WWW environment**. Consultado em Agosto, 2006, em http://margo.student.utwente.nl/simon/finished/hci/

(3) FERNIE, Kate, RICHARDS, Julian D. *Et al* (2002). **Creating and Using Virtual Reality: a Guide for the Arts and Humanities.** Consultado em Agosto, 2006, em http://vads.ahds.ac.uk/guides/vr_guide/

(4) TRINDADE, Jorge Alberto (2003). **Utilização da Realidade virtual no Ensino e na Aprendizagem das Ciências. Fundamentos e Aplicações**. SVR 2003: VI Symposium on Virtual Reality (Brasil, 15-18 Outubro 2003).

(5) **Augmented Reality** (n.d.). Consultado em Agosto, 2006, em http://en.wikipedia.org/wiki/Augmented_reality

(6) VALLINO, Jim (2005). **Introduction to Augmented Reality**. Consultado em Agosto, 2006, em http://www.se.rit.edu/~jrv/research/ar/introduction.html#Section1.1

(7) **How does ARToolKit work?** (n.d.). Consultado em Agosto, 2006, em http://www.hitl.washington.edu/artoolkit/documentation/userarwork.htm

(8) SILVA, Cassandra R. O. (1998). **Bases Pedagógicas e Ergonômicas para Concepção e Avaliação de Produtos Educacionais Informatizados**. Consultado em Agosto, 2006, em http://www.eps.ufsc.br/disserta98/ribeiro/

(9) MERGEL, Brenda (1998**). Instructional Design and Learning Theories**. Consultado em Agosto, 2006, em http://www.usask.ca/education/coursework/802papers/mergel/brenda.htm

(10) GASCH, Scott (2005). **Alan Kay**. Consultado em Agosto, 2006, em http://ei.cs.vt.edu/~history/GASCH.KAY.HTML

(11) CRUZ-NEIRA, Carolina, SANDIN, Daniel J., DeFANTI, Thomas A. (1993). **Surround-Screen Projection-Based Virtual Reality: The Design and Implementation of the CAVE.**

(12) TEODORO, Vítor Duarte, FREITAS, João C. (1991). **Educação e Computadores**.

(13) DEDE, Chris, SALZMAN, Marilyn C., LOFTIN, R. Bowen (1996). **Science Space: Virtual Realities for Learning Complex and Abstract Scientific Concepts.**

(14) JACKSON, Randolph L., FAGAN, Eileen (2000). **Collaboration and Learning within Immersive Virtual Reality.**

(15) HALVORSRUD, Ragnhild, HAGEN, Simen (2004). **Designing a Collaborative Virtual Environment for Introducing Pupils to Complex Subject Matter.** Proceedings of NordiCHI "04, (Finlândia, 23-27 Outubro 2004)

(16) TRINDADE, J., KIRNER, C., FIOLHAIS, C. (2004). **Orbitário: exploração de orbitais hidrogenóides com realidade aumentada.** In J. Pérez, J. Pulido, M. Rodríguez, B. Manjón, J. Rodríguez (Eds.), Avances en Informática Educativa, artículos seleccionados del VI Simpósio Internacional de Informática Educativa, Cáceres, Espanha, 55.

(17) PROCTOR, Romina M. J., BATURO, Annette R., COOPER, Tom J. (2002) **Integrating Concrete and Virtual Materials in an Elementary Mathematics Classroom: A Case Study of Success with Fractions**

(18) **Geometria Descritiva** (n.d.). Consultado em Agosto, 2006, em http://blogs.prof2000.pt/geometria-descritiva

(19) MELO, A. (n.d**.). Geometria Descritiva A 12º Ano: Programa, Desenhos – CAD e Apontamentos de Geometria Descritiva A, 12º Ano**. Consultado em Agosto, 2006, em http://www.esec-josefa-obidos.rcts.pt/cr/gd/index.htm

(20) **Geometry Workbench** (n.d.) Consultado em Agosto, 2006, em http://www.iknowthat.com/com/L3?Area=GeometryWorkbench &COOK=

(21) **Webboom** (n.d.). Consultado em Agosto, 2006, em http://www.webboom.pt

(22) KELLER, Rodrigo (n.d.). **Projecto GEO-3D.** Consultado em Agosto, 2006, em http://www.pgie.ufrgs.br/keller/geo3d/

(23) KELLER, Rodrigo, SCHREIBER, Jacques, (1999). **GEO-3D: A Realidade virtual como Suporte ao Ensino da Geometria Espacial.** Anais do 2º Workshop Brasileiro da Realidade virtual (Brasil, 18-20 Novembro 1999).

(24) SONG, Ki-Sang, HAN, ByungRae, LEE, Woo Yul (2000). **A Virtual Reality Application for Middle School Geometry Class.** Proceedings of The 8th International Conference on Computers in Education/International Conference on Computer Assisted Instruction 2000 (Tailândia, 21-24 Novembro 2000).

(25) PASQUALOTTI, Adriano, FREITAS, Carla (2000). **Ambientes VRML para o Ensino-Aprendizagem de Matemática: Modelo Conceitual e Protótipo.** Proceedings of the 3rd Workshop on Virtual Reality (Brasil, 16-18 Outubro 2000).

(26) SEQUEIRA, Manuel J. C. (1981). **Padrões de raciocínio em alunos portugueses: implicações para o curriculum e ensino das ciências na escola secundária**. Aprendizagem e Desenvolvimento, vol. 1, nº 3, 1981.

(27) CAMPOS, Alfredo, GONZÁLEZ, Maria Angeles, PÉREZ-FABELLO, Maria José (2001). **Características de la imagen mental y rendimiento academico**. Revista Galego-portuguesa de Psicoloxía e Educación, nº5, vol. 7, 2001.

(28) RIBEIRO, Iolanda, S., ALMEIDA, Leandro, S. (n.d.). **Provas de avaliação da realização cognitiva** (P.A.R.C.).

(29) BELL, Judith (1997). **Como realizar um Projecto de Investigação: Um guia para a pesquisa em ciências sociais e da educação.** Gradiva, Lisboa, 1997

Figuras – fontes

Fig.1 – ***(a)*** http://witcombe.sbc.edu/sacredplaces/lascaux.html

(b) http://home.psu.ac.th/~punya.t/Gree%20en/Herakles.html

(c) http://www.aiwaz.net/renaissance/unexpected/11.htm

Fig. 2 – http://dsc.gc.cuny.edu/part/part6/articles/rsarks_4.html

Fig. 3 – http://www.esec-josefa-obidos.rcts.pt/cr/gd/exame_408_2_fase_2006.pdf

Fig. 4 – http://en.wikipedia.org/wiki/Axonometric_projection

Fig. 5 - http://www.vam.ac.uk/vastatic/microsites/1202_printroom_boxes /japanese_prints/japanese_front.htm

Fig. 6 – http://features.cgsociety.org/story_custom.php?story_id=1647& page=1

Fig. 7 – http://www.cadmaster.ru/articles/07_vizualiation_in_other_side_ of_ the_screen.cfm

Fig. 8 – http://www.enlight.ru/demo/faq/techterms_render.html

Fig. 9 – http://homepage.mac.com/arekkusu/SW/other.html

Fig. 12 – http://www.telepresence.org/sensorama/images/sensorama-1.jpg

Fig. 13 - http://www.stereoscopy.com/faq/virtualreality.html

Fig. 14 – http://www-vrl.umich.edu/~saha/mse490/

Fig. 15– http://www.ics.uci.edu/~kobsa/courses/ICS104/course-notes/dataglove.jpg

Fig. 17 – http://wwwfaculty.arch.usyd.edu.au/kcdc/journal/vol2/dcnet/sub8/

Fig. 19 – http://www.hitl.washington.edu/artoolkit/documentation/history.htm

Fig. 20 - http://www.hitl.washington.edu/artoolkit/documentation/userarwork .htm

Figs. 21 e 22 – http://www.science.uva.nl/faculteit/museum/PLATO.html

Fig. 23 – http://home.centurytel.net/mrchuc/logo_handout02.html

Fig. 24 - http://en.wikipedia.org/wiki/Logo_programming_language#Example_2:_a_ triangle

Fig. 25 – http://www.w3.org/Talks/General/Concepts.html

Fig. 26 – http://www.virtual.gmu.edu/ss_photos/newton/nwmenu.htm

Fig. 27 – http://www.esec-josefa-obidos.rcts.pt/cr/gd/index.htm

Fig. 28 – http://www.pgie.ufrgs.br/keller/geo3d/

Anexo A1 – Programa Nacional de Geometria Descritiva A

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

DEPARTAMENTO DO ENSINO SECUNDÁRIO

GEOMETRIA DESCRITIVA A

10º e 11º ou 11º e 12º anos

CURSO CIENTÍFICO-HUMANÍSTICO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIAS
E CURSO CIENTÍFICO-HUMANÍSTICO DE ARTES VISUAIS

AUTORES
JOÃO PEDRO XAVIER (COORDENADOR)
JOSÉ AUGUSTO REBELO

Homologação
22/02/2001

ÍNDICE

1. INTRODUÇÃO **3**

2. APRESENTAÇÃO DO PROGRAMA **5**

FINALIDADES 5

OBJECTIVOS 5

VISÃO GERAL DE TEMAS/CONTEÚDOS 6

SUGESTÕES METODOLÓGICAS GERAIS 12

COMPETÊNCIAS A DESENVOLVER 13

AVALIAÇÃO 13

RECURSOS 15

3. DESENVOLVIMENTO DO PROGRAMA **16**

GESTÃO 16

CONTEÚDOS/TEMAS, SUGESTÕES METODOLÓGICAS 16

CONVENÇÕES DE REPRESENTAÇÃO E SIMBOLOGIA 31

MODELOS DIDÁCTICOS 34

GLOSSÁRIO 35

4. BIBLIOGRAFIA **37**

DIDÁCTICA ESPECÍFICA 37

GEOMETRIA 37

GEOMETRIA DESCRITIVA 40

DESENHO TÉCNICO 45

1. INTRODUÇÃO

A disciplina de GEOMETRIA DESCRITIVA A é uma disciplina bianual que integra o tronco comum da componente de formação específica dos alunos no âmbito do Curso Geral de Ciências e Tecnologias e do Curso Geral de Artes Visuais, visando o aprofundamento, estruturação e sistematização de conhecimentos e competências metodológicas no âmbito da Geometria Descritiva.

Uma vez que a Geometria Descritiva permite, dada a natureza do seu objecto, o desenvolvimento das capacidades de ver, perceber, organizar e catalogar o espaço envolvente, propiciando instrumentos específicos para o trabalhar - em desenho - ou para criar novos objectos ou situações, pode compreender-se como o seu alcance formativo é extremamente amplo. Sendo essencial a áreas disciplinares onde é indispensável o tratamento e representação do espaço - como sejam, a arquitectura, a engenharia, as artes plásticas ou o *design* - a sua importância faz-se sentir também ao nível das atitudes dirigindo-se ao estudante considerado globalmente enquanto pessoa humana e não apenas funcionalmente enquanto aprendiz de um dado ofício.

Desse modo, o sentido da presença desta disciplina no reportório curricular do ensino secundário é o de contribuir para a formação de indivíduos enquanto tal e, particularmente, para quem seja fundamental o "diálogo" entre a mão e o cérebro, no desenvolvimento recíproco de ideias e representações gráficas.

Os conteúdos constantes do Programa de GD-A, após o *módulo inicial* de introdução à geometria no espaço, abordam dois sistemas de representação - **diédrico** e **axonométrico** - considerados como fundamentais ou basilares na formação secundária de um aluno no âmbito da Geometria Descritiva os quais se constituem, ademais, como denominador comum às várias vias de prosseguimento de estudos.

Optou-se por leccionar os dois sistemas de representação referidos na sequência indicada, já que parece justificável que o estudo do sistema de representação axonométrica se faça, no ensino secundário, com um grau de desenvolvimento maior do que no ensino básico, onde este sistema mereceu apenas uma abordagem pertencente ao domínio do Desenho Técnico aliada à representação de formas bastante simples, predominantemente paralelepipédicas. Sendo assim, embora o estudo da axonometria continue a visar, fundamentalmente, a representação de formas ou objectos tridimensionais, interessa agora fazer a desmontagem do sistema, conhecer os seus princípios e entender o seu funcionamento, o que implica uma síntese de operações abstractas que o aluno não está apto a realizar no início do 10º ano, além de pré-requisitos específicos que o estudo desenvolvido do sistema de representação diédrica lhe deverá fornecer.

É exactamente a representação diédrica que constitui o cerne do programa, dado que o conhecimento deste sistema de representação não só fornece os pré-requisitos necessários para a aprendizagem de qualquer outro, como se revela bastante eficaz na consecução do objectivo essencial de desenvolver a capacidade de ver e de representar o espaço tridimensional.

Em relação à sequência do ensino-aprendizagem dos conteúdos no âmbito da representação diédrica ainda que, em cada ano, o percurso se inicie com situações que implicam um maior grau de abstracção, foi procurado atenuar esta componente, através das didácticas e

metodologia propostas. Desse modo, para que a aprendizagem da abstracção seja favorecida, propõe-se que seja realizada em ligação ao concreto, através do recurso sistemático a modelos tridimensionais nos quais se torna possível simular, de forma visível e palpável, as situações espaciais que o aluno irá representar posteriormente na folha de papel - após ter visto e compreendido - sem decorar apenas traçados, situação que, irremediavelmente, o impediria de resolver problemas mais complexos. Refira-se, porém, que o recurso a modelos é apenas um ponto de partida a adoptar nas fases iniciais da aprendizagem que irá sendo progressivamente abandonado à medida que o aluno for atingindo maior capacidade de abstracção e maturidade na visualização a três dimensões, ainda que possa reutilizá-los, se necessário, em situações pontuais.

Também o recurso a *software* de geometria dinâmica pode, em contraponto com os modelos tridimensionais, ser muito interessante e estimulante nas actividades de ensino-aprendizagem por permitir registar graficamente o movimento e, sobretudo, por facilitar a detecção, em tempo real, das invariantes dos objectos geométricos quando sujeitos a transformações, favorecendo, por conseguinte, **a procura do que permanece constante no meio de tudo o que varia**. Essa faceta permite a exploração dessas mesmas transformações, que estão na raiz do próprio *software*, o que dá entrada ao aluno, na Geometria, através de um conceito extremamente lato e poderoso, que está na essência das projecções utilizadas na representação descritiva. Por outro lado, a arquitectura destes programas de computador, favorece o desenvolvimento de um ensino-aprendizagem baseado na experimentação e na descoberta permitindo deduzir, a partir de indícios, as leis gerais que governam os problemas geométricos que vão sendo propostos.

Outra opção seguida consistiu na partição de unidades, o que se julga, pedagogicamente, mais adequado a alunos do ensino secundário e mais ajustado à divisão inevitável do Programa em dois anos lectivos. Deveremos pensar que um programa não se destina apenas a alunos bons, para os quais qualquer método pedagógico se adapta, mas para o aluno médio com algumas dificuldades na aprendizagem. Como afirma Britt-Mari Barth no seu livro "O Saber em Construção": *... para poder utilizar os seus conhecimentos mais tarde o aluno deve, ele próprio, construir o seu saber, mobilizando ferramentas intelectuais de que dispõe e que podem ser aperfeiçoadas. Reproduzir um saber não é a mesma coisa que construi-lo. Nesta óptica, a responsabilidade do professor é transmitir o saber de tal modo que esta construção pessoal seja possível (...) dado que o saber não é estático, mas sim dinâmico, convém "pará-lo" numa dada altura, nem que seja de modo provisório, a fim de situar pontos de referência*. O estudo de uma determinada unidade de aprendizagem de forma exaustiva, implicando uma enumeração maciça de conceitos pode, por um lado, criar um desgaste e, por outro, provocar lacunas intermédias que impedirão o aluno de atingir o nível pretendido. Se esse mesmo estudo for construído por fragmentos com graus de dificuldade crescente, permitirá a reflexão nos tempos de paragem, a fim de relembrar e sedimentar os conhecimentos adquiridos, avançando posteriormente para uma nova etapa de forma mais segura e consciente.

2. APRESENTAÇÃO DO PROGRAMA

FINALIDADES

- Desenvolver a capacidade de percepção dos espaços, das formas visuais e das suas posições relativas
- Desenvolver a capacidade de visualização mental e representação gráfica, de formas reais ou imaginadas
- Desenvolver a capacidade de interpretação de representações descritivas de formas
- Desenvolver a capacidade de comunicar através de representações descritivas
- Desenvolver as capacidades de formular e resolver problemas
- Desenvolver a capacidade criativa
- Promover a auto-exigência de rigor e o espírito crítico
- Promover a realização pessoal mediante o desenvolvimento de atitudes de autonomia, solidariedade e cooperação

OBJECTIVOS

- Conhecer a fundamentação teórica dos sistemas de representação diédrica e axonométrica
- Identificar os diferentes tipos de projecção e os princípios base dos sistemas de representação diédrica e axonométrica
- Reconhecer a função e vocação particular de cada um desses sistemas de representação
- Representar com exactidão sobre desenhos que só têm duas dimensões os objectos que na realidade têm três e que são susceptíveis de uma definição rigorosa (Gaspard Monge)
- Deduzir da descrição exacta dos corpos as propriedades das formas e as suas posições respectivas (Gaspard Monge)
- Conhecer vocabulário específico da Geometria Descritiva
- Usar o conhecimento dos sistemas estudados no desenvolvimento de ideias e na sua comunicação

- Conhecer aspectos da normalização relativos ao material e equipamento de desenho e às convenções gráficas
- Utilizar correctamente os materiais e instrumentos cometidos ao desenho rigoroso
- Relacionar-se responsavelmente dentro de grupos de trabalho, adoptando atitudes comportamentais construtivas, solidárias tolerantes e de respeito

VISÃO GERAL DOS TEMAS/CONTEÚDOS

O Programa é composto por um módulo inicial que contempla conteúdos essenciais de Geometria Euclidiana do Espaço extraídos do Programa de Matemática do 3º ciclo do Ensino Básico. Segue-se uma introdução geral à Geometria Descritiva, muito sintética, para se passar ao estudo da Representação Diédrica que constitui o tema central do Programa, que se reparte, inevitavelmente, pelos dois anos lectivos. Conclui o programa o estudo dos fundamentos da Representação Axonométrica e sua aplicação na representação de formas tridimensionais. A repartição temática do Programa e o respectivo peso de cada unidade aparece esquematizada no seguinte quadro:

QUADRO RESUMO DO PROGRAMA

Módulo Inicial	9 aulas
Introdução à Geometria Descritiva	4 aulas
Representação Diédrica	164 aulas
Representação Axonométrica	21 aulas
Total de aulas de 90 minutos	198 aulas

Os conteúdos seleccionados são considerados como essenciais e estruturantes para o desenvolvimento do conhecimento do espaço articulado com a aprendizagem da representação descritiva de formas no âmbito dos sistemas de representação a estudar.

É proposta uma sequência, em correspondência com sugestões metodológicas específicas, que se julga ser mais conveniente. Isso não obsta, no entanto, a que cada professor leccione o Programa de modo diverso do proposto, tanto mais se a sua experiência de leccionação por outras vias tenha demonstrado ser igualmente positiva. Fundamentalmente importa reter que a rigidez na compartimentação dos conteúdos é mais aparente do que real podendo, em múltiplas situações, a sua sobreposição ou reordenação revelar-se mais vantajosa.

Como exemplo referem-se os temas de representação de figuras planas contidas em planos ou de sólidos com base assente em planos, que sucedem o estudo dos métodos geométricos auxiliares, que podem ser abordados em paralelo ou mesmo os problemas métricos que, embora constituam um item autónomo, poderão ser tratados parcialmente à medida que os alunos se vão familiarizando com os referidos métodos. É natural focar a questão da determinação da distância de dois pontos logo que o aluno tenha condições de determinar a verdadeira grandeza do segmento que eles definem tal como parece lógico solicitar a determinação do ângulo de duas rectas ou a distância de um ponto a uma recta mal seja

possível rebater qualquer plano. Como estas, muitas outras situações podem permitir a sobreposição de itens ou mesmo alterações de sequência, que poderão ser tanto mais profíquas quanto maior for a experiência metodológica do professor.

Para além dos conteúdos referidos, a que corresponde uma carga horária determinada, existem questões transversais que se prendem com a normalização do desenho, relativamente a equipamento (instrumentos e materiais de traçado e medição: critérios de escolha, manutenção e conservação; suportes: critérios de escolha, conservação) e aspectos de representação (princípios gerais de representação; escrita, formatos dos desenhos, material de desenho; termos relativos a desenhos técnicos), que não poderão deixar de ser veiculados.

CONTEÚDOS DE CADA ANO

10º ANO

DESENVOLVIMENTO

1. Módulo inicial

1.1 Ponto
1.2 Recta
1.3 Posição relativa de duas rectas
- complanares
- paralelas
  - concorrentes
- enviesadas

1.4 Plano
1.5 Posição relativa de rectas e de planos
- recta pertencente a um plano
- recta paralela a um plano
- recta concorrente com um plano
- planos paralelos
- planos concorrentes

1.6 Perpendicularidade de rectas e de planos
- rectas perpendiculares e ortogonais
- recta perpendicular a um plano
- planos perpendiculares

1.7 Superfícies
Generalidades, geratriz e directriz
Algumas superfícies:
- plana
- piramidal
- cónica
- prismática
- cilíndrica
- esférica

1.8 Sólidos
- pirâmides
- prismas
- cones
- cilindros
- esfera

1.9 Secções planas de sólidos e truncagem

2. Introdução à Geometria Descritiva

2.1 Geometria Descritiva
2.1.1 Resenha histórica
2.1.2 Objecto e finalidade
2.1.3 Noção de projecção
- projectante
- superfície de projecção
- projecção

2.2 Tipos de projecção
2.2.1 Projecção central ou cónica
2.2.2 Projecção paralela ou cilíndrica
- projecção oblíqua ou clinogonal
- projecção ortogonal

2.3 Sistemas de representação - sua caracterização:
- pelo tipo de projecção
- pelo número de projecções utilizadas

- pelas operações efectuadas na passagem do tri para o bidimensional
  - projecção única
  - *n* projecções e rebatimento de *n-1* planos de projecção

2.4 Introdução ao estudo dos sistemas de representação triédrica e diédrica

2.4.1 Representação triédrica
- triedros trirrectângulos de projecção
- planos de projecção: plano horizontal XY (plano 1), plano frontal ZX (plano 2), plano de perfil YZ (plano 3)
- eixos de coordenadas ortogonais: X, Y, Z
- coordenadas ortogonais: *x, y, z* (*abcissa* ou *largura; ordenada/afastamento* ou *profundidade; cota* ou *altura*)
- representação triédrica de um ponto

2.4.2 Representação diédrica
- diedros de projecção
- planos de projecção: plano horizontal (plano 1), plano frontal (plano 2)
- eixo X ou aresta dos diedros – (Linha de Terra)
- planos bissectores dos diedros
- representação diédrica de um ponto

2.4.3 Vantagens e inconvenientes de ambos os sistemas de representação; sua intermutabilidade

3. Representação diédrica

3.1 Ponto

3.1.1 Localização de um ponto

3.1.2 Projecções de um ponto

3.2 Segmento de recta

3.2.1 Projecções de um segmento de recta

3.2.2 Posição do segmento de recta em relação aos planos de projecção:
- perpendicular a um plano de projecção: de topo, vertical
- paralelo aos dois planos de projecção: fronto-horizontal (perpendicular ao plano de referência das abcissas)
- paralelo a um plano de projecção: horizontal, frontal
- paralelo ao plano de referência das abcissas: de perfil
- não paralelo a qualquer dos planos de projecção: oblíquo

3.3 Recta

3.3.1 Recta definida por dois pontos

3.3.2 Projecções da recta

3.3.3 Ponto pertencente a uma recta

3.3.4 Traços da recta nos planos de projecção e nos planos bissectores

3.3.5 Posição da recta em relação aos planos de projecção

3.3.6 Posição relativa de duas rectas
- complanares
- paralelas
  - concorrentes
- enviesadas

3.4 Figuras planas I
Polígonos e círculo horizontais, frontais ou de perfil

3.5 Plano

3.5.1 Definição do plano por:
- 3 pontos não colineares
- uma recta e um ponto exterior
- duas rectas paralelas
- duas rectas concorrentes (incluindo a sua definição pelos traços nos planos de projecção)

3.5.2 Rectas contidas num plano

3.5.3 Ponto pertencente a um plano

3.5.4 Rectas notáveis de um plano:
- horizontais
- frontais
- de maior declive
- de maior inclinação

3.5.5 Posição de um plano em relação aos planos de projecção
Planos projectantes:
- paralelo a um dos planos de projecção: horizontal (de nível), frontal (de frente)
- perpendicular a um só plano de projecção: de topo, vertical
- perpendicular aos dois planos de projecção: de perfil (paralelo ao plano de referência das abcissas)

Planos não projectantes:
- de rampa (paralelo ao eixo X e oblíquo aos planos de projecção - perpendicular ao plano de referência das abcissas); passante (contém o eixo X)
- oblíquo (oblíquo em relação ao eixo X e aos planos de projecção)

3.6 Intersecções (recta/plano e plano/plano)
- 3.6.1 Intersecção de uma recta projectante com um plano projectante
- 3.6.2 Intersecção de uma recta não projectante com um plano projectante
- 3.6.3 Intersecção de dois planos projectantes
- 3.6.4 Intersecção de um plano projectante com um plano não projectante
- 3.6.5 Intersecção de uma recta com um plano (método geral)
- 3.6.6 Intersecção de um plano (definido ou não pelos traços) com o β_{24} ou β_{13}
- 3.6.7 Intersecção de planos (método geral)
- 3.6.8 Intersecção de um plano (definido ou não pelos traços) com um:
  - plano projectante
  - plano oblíquo
  - plano de rampa
- 3.6.9 Intersecção de três planos

3.7 Sólidos I
- 3.7.1 Pirâmides (regulares e oblíquas de base regular) e cones (de revolução e oblíquos de base circular) de base horizontal, frontal ou de perfil
- 3.7.2 Prismas (regulares e oblíquos de base regular) e cilindros (de revolução e oblíquos de base circular) de bases horizontais, frontais ou de perfil
- 3.7.3 Esfera; círculos máximos (horizontal, frontal e de perfil)
- 3.7.4 Pontos e linhas situados nas arestas, nas faces ou nas superfícies dos sólidos

---

3.8 Métodos geométricos auxiliares I
- 3.8.1 Estrutura comparada dos métodos auxiliares -
  - características e aptidões
- 3.8.2 Mudança de diedros de projecção
  (casos que impliquem apenas uma mudança)
  - 2.8.2.1 Transformação das projecções de um ponto
  - 2.8.2.2 Transformação das projecções de uma recta
  - 2.8.2.3 Transformação das projecções de elementos definidores de um plano
- 3.8.3 Rotações
  (casos que impliquem apenas uma rotação)
  - 2.8.3.1 Rotação do ponto
  - 2.8.3.2 Rotação da recta
  - 2.8.3.3 Rotação de um plano projectante
  - 2.8.3.4 Rebatimento de planos projectantes

3.9 Figuras planas II
Figuras planas situadas em planos verticais ou de topo

3.10 Sólidos II
Pirâmides e prismas regulares com base(s) situada(s) em planos verticais ou de topo

---

11º ANO

3.11 Paralelismo de rectas e de planos
- 3.11.1 Recta paralela a um plano
- 3.11.2 Plano paralelo a uma recta
- 3.11.3 Planos paralelos (definidos ou não pelos traços)

3.12 Perpendicularidade de rectas e de planos
- 3.12.1 Rectas horizontais perpendiculares e rectas frontais perpendiculares
- 3.12.2 Recta horizontal (ou frontal) perpendicular a uma recta
- 3.12.3 Recta perpendicular a um plano
- 3.12.4 Plano perpendicular a uma recta
- 3.12.5 Rectas oblíquas perpendiculares
- 3.12.6 Planos perpendiculares

3.13 Métodos geométricos auxiliares II
- 3.13.1 Mudança de diedros de projecção
  (casos que impliquem mudanças sucessivas)
  - 3.13.1.1 Transformação das projecções de uma recta
  - 3.13.1.2 Transformação das projecções de elementos definidores de um plano
- 3.13.2 Rotações
  (casos que impliquem mais do que uma rotação)
  - 3.13.2.1 Rotação de uma recta
  - 3.13.2.2 Rotação de um plano
  - 3.13.2.3 Rebatimento de planos não projectantes
    - rampa
    - oblíquo

3.14 Problemas métricos
- 3.14.1 Distâncias
  - 3.14.1.1 Distância entre dois pontos
  - 3.14.1.2 Distância de um ponto a uma recta
  - 3.14.1.3 Distância de um ponto a um plano
  - 3.14.1.4 Distância entre dois planos paralelos
- 3.14.2 Ângulos
  - 3.14.2.1 Ângulo de uma recta com um plano frontal ou com um plano horizontal
  - 3.14.2.2 Ângulo de um plano com um plano frontal ou com um plano horizontal
  - 3.14.2.3 Ângulo de duas rectas concorrentes ou de duas rectas enviesadas
  - 3.14.2.4 Ângulo de uma recta com um plano
  - 3.14.2.5 Ângulo de dois planos

3.15 Figuras planas III
Figuras planas situadas em planos não projectantes

3.16 Sólidos III
Pirâmides e prismas regulares com base(s) situada(s) em planos não projectantes

3.17 Secções
- 2.17.1 Secções em sólidos (pirâmides, cones, prismas, cilindros) por planos
  - horizontal, frontal e de perfil
- 2.17.2 Secções de cones, cilindros e esfera por planos projectantes
- 2.17.3 Secções em sólidos (pirâmides e prismas) com base(s) horizontal(ais), frontal(ais) ou de perfil por qualquer tipo de plano
- 2.17.4 Truncagem

3.18 Sombras
- 3.18.1 Generalidades
- 3.18.2 Noção de sombra própria, espacial, projectada (real e virtual)
- 3.18.3 Direcção luminosa convencional

3.18.4 Sombra projectada de pontos, segmentos de recta e recta nos planos de projecção
3.18.5 Sombra própria e sombra projectada de figuras planas (situadas em qualquer plano) sobre os planos de projecção
3.18.6 Sombra própria e sombra projectada de pirâmides e de prismas, com base(s) horizontal(ais), frontal(ais) ou de perfil, nos planos de projecção
3.18.7 Planos tangentes às superfícies cónica e cilíndrica:
- num ponto da superfície
- por um ponto exterior
- paralelos a uma recta dada

3.18.8 Sombra própria e sombra projectada de cones e de cilindros, com base(s) horizontal(ais), frontal(ais) ou de perfil, nos planos de projecção

4. Representação axonométrica

4.1 Introdução
4.1.1 Caracterização
4.1.2 Aplicações

4.2 Axonometrias oblíquas ou clinogonais:
Cavaleira e Planométrica
4.2.1 Generalidades
4.2.2 Direcção e inclinação das projectantes
4.2.3 Determinação gráfica da escala axonométrica do eixo normal ao plano de projecção através do rebatimento do plano projectante desse eixo
4.2.4 Axonometrias clinogonais normalizadas

4.3 Axonometrias ortogonais:
Trimetria, Dimetria e Isometria
4.3.1 Generalidades
4.3.2 Determinação gráfica das escalas axonométricas
4.3.2.1 Rebatimento do plano definido por um par de eixos
4.3.2.2 Rebatimento do plano projectante de um eixo
4.3.3 Axonometrias ortogonais normalizadas

4.4 Representação axonométrica de formas tridimensionais
Métodos de construção
4.4.1 Método das coordenadas
4.4.2 Método do paralelepípedo circunscrito ou envolvente
4.4.3 Método dos cortes (só no caso da axonometria ortogonal)

SUGESTÕES METODOLÓGICAS GERAIS

O presente programa adianta, em paralelo com a apresentação dos conteúdos, sugestões metodológicas que, embora não vinculativas, apontam para um modo preciso de encaminhar as actividades e para uma forma concreta de articulação das abordagens teóricas dos assuntos com a execução prática de problemas e traçados.

As aulas deverão ter um cariz teórico-prático, privilegiando a participação dos alunos. Mesmo nos momentos de explanação teórica de conceitos, o professor deverá conseguir provocar o questionamento das situações que apresenta, dando espaço para a indução ou para a construção dedutiva por parte do aluno. Esta postura metodológica envolvente facilitará a compreensão das situações espaciais que se colocam, permitindo vislumbrar o seu

encadeamento e fundamentação. Para isso será indispensável que as respostas sejam testadas e, eventualmente, comprovadas mediante a resolução prática de problemas. Esta metodologia da resolução de problemas, ao promover um processo de ensino-aprendizagem em que o aluno se torna actor de uma investigação, devidamente conduzida pelo professor, deverá ser, por isso mesmo, uma via a explorar. Aliás, são numerosas as sugestões didácticas específicas, que apontam esse caminho.

Como já foi referido no capítulo introdutório, numa fase inicial da aprendizagem, apontamos para uma didáctica assente no uso de modelos tridimensionais, especificamente concebidos para leccionar Geometria Descritiva, mas será sempre possível utilizar outros mais rudimentares (em papel, acrílico ou cartolina) que os próprios alunos podem executar.

Além disso, será da maior conveniência generalizar o uso de *software* de geometria dinâmica e, se possível, permitir aos alunos a sua manipulação, dadas as potencialidades deste *software* de promover um tipo de ensino-aprendizagem, que corresponde ao que elegemos, baseado na experimentação e na descoberta que, ademais, se revela altamente sedutor, estimulante e consequente.

Sugere-se sempre que possível, uma abordagem interdisciplinar, nomeadamente com a Área de Projecto.

Concretamente, poderão ser efectuados levantamentos de edifícios, de espaços, de equipamento ou mobiliário com a respectiva representação rigorosa, projectos cenográficos ou outros que envolvam a organização espacial ou a criação de pequenos objectos (como seja a organização de uma exposição a realizar na Escola, por exemplo). Qualquer das situações referidas poderá exigir a produção de maquetas tridimensionais e, no caso de os alunos já possuírem conhecimentos de CAD, será de extremo interesse proceder à construção de modelos virtuais.

Por outro lado, será útil convidar personalidades para dar palestras, ou até participar nas aulas, provenientes de diferentes ramos de actividade (arquitectura, engenharia, artes plásticas, design...) onde a presença da Geometria Descritiva constitui uma ferramenta fundamental para a concepção, compreensão e representação das formas que produzem. Sessões do mesmo tipo focando aspectos da História da Geometria Descritiva poderão também permitir entender as razões que levaram à necessidade de criação dos sistemas descritivos presentes neste Programa, ao entendimento do modo como evoluíram e ao equacionamento de perspectivas para o seu futuro, particularmente, se forem tidos em conta questões relacionadas com a História da Arte.

COMPETÊNCIAS A DESENVOLVER

- Percepcionar e visualizar no espaço
- Aplicar os processos construtivos da representação
- Reconhecer a normalização referente ao desenho
- Utilizar os instrumentos de desenho e executar os traçados
- Utilizar a Geometria Descritiva em situações de comunicação e registo
- Representar formas reais ou imaginadas

- Ser autónomo no desenvolvimento de actividades individuais
- Planificar e organizar o trabalho
- Cooperar em trabalhos colectivos

AVALIAÇÃO

A avaliação em Geometria Descritiva é contínua e integra três componentes: diagnóstica, formativa e sumativa.
Tem como referência os **objectivos e a aferição das competências adquiridas** e, define-se segundo **domínios** que se apresentam em seguida.

Conceitos

Neste domínio, é objecto de avaliação a aplicação dos conceitos decorrentes dos conteúdos do programa: os implicados no conhecimento dos fundamentos teóricos dos sistemas de representação diédrica e axonométrica; os implicados no conhecimento dos processos construtivos da representação; os implicados no conhecimento da normalização.

A avaliação do conhecimento dos princípios teóricos far-se-á tendo em conta:

- a interpretação de representações de formas;
- a identificação dos sistemas de representação utilizados;
- a distinção entre as aptidões específicas de cada método, com vista à sua escolha na resolução de cada problema concreto de representação;
- o relacionamento de métodos e/ou processos.

A avaliação do conhecimento dos processos construtivos far-se-á tendo em conta:

- a interpretação de dados ou de descrições verbais de procedimentos gráficos;
- aplicação dos processos construtivos na representação de formas;
- economia nos processos usados;
- descrição verbal dos procedimentos gráficos para a realização dos traçados.

A avaliação do conhecimento relativo à normalização far-se-á tendo em conta:

- a interpretação de desenhos normalizados;
- a aplicação das normas nos traçados.

Técnicas

Neste domínio são objecto de avaliação: a utilização dos instrumentos de desenho e a execução dos traçados.

Quanto à utilização dos instrumentos, a avaliação será feita tendo em conta:

- a escolha dos instrumentos para as operações desejadas;
- a manipulação dos instrumentos;

- a manutenção dos instrumentos.

No que respeita à avaliação da execução dos traçados, serão tidos em conta:

- o cumprimento das normas;
- o rigor gráfico;
- a qualidade do traçado;
- a legibilidade das notações.

Realização

Neste domínio, são objecto de avaliação: competências implicadas na utilização imediata da Geometria Descritiva em situações de comunicação ou registo; competências que actuam na capacidade de percepção e de visualização.

A avaliação da utilização da Geometria Descritiva como instrumento de comunicação ou registo, será feita tendo em conta:

- o recurso à representação de formas, para as descrever;
- a legibilidade e poder expressivo das representações;
- a pertinência dos desenhos realizados.

A avaliação da capacidade de representação de formas imaginadas ou reais terá em conta:

- a representação gráfica de ideias;
- a reprodução gráfica de formas memorizadas.

Atitudes

Neste domínio consideram-se as atitudes manifestadas no trabalho, incidindo a avaliação sobre:

- autonomia no desenvolvimento de actividades individuais;
- cooperação em trabalhos colectivos;
- planificação e organização.

Técnicas e instrumentos de avaliação

A recolha de dados para a avaliação far-se-á através de:

- trabalhos realizados nas actividades desenvolvidas nas aulas ou delas decorrentes, quer em termos dos produtos finais quer em termos dos materiais produzidos durante o processo;
- observação directa das operações realizadas durante a execução dos trabalhos;
- intervenções orais;
- provas de avaliação sumativa expressamente propostas;
- atitudes reveladas durante as actividades.

RECURSOS

A didáctica sugerida para a disciplina de Geometria Descritiva no Ensino Secundário pressupõe a possibilidade de uso, na sala de aula, de materiais e equipamentos diversificados:

- Material de desenho para o quadro e para o trabalho individual (régua, esquadro, compasso, transferidor)
- Modelos tridimensionais
- *Vídeo* didáctico de manipulação dos modelos
- Sólidos geométricos construídos em diversos materiais (placas, arames, palhinhas, acetatos, acrílico, vinil com líquido colorido, madeira)
- Meios audiovisuais (retroprojector, acetatos e canetas, projectores de diapositivos e de *vídeo*)
- Computadores com *software* de geometria dinâmica e/ou de *CAD*
- Projector de luz
- Fita métrica de 10m

Seria conveniente que cada escola dispusesse de uma sala específica da disciplina de Geometria Descritiva com os materiais referidos instalados e devidamente salvaguardados, assim como de armários e/ou cacifos para guardar o material individual dos alunos.

3. DESENVOLVIMENTO DO PROGRAMA

GESTÃO

A gestão da carga horária pressupõe a metodologia proposta na apresentação e gestão dos conteúdos e considera como carga horária 4,5 horas x 33 semanas = 148,5 horas/ano, o que perfaz o total de 99 aulas de 90 minutos cada.

A atribuição de carga horária, expressa em números de aulas de 90 minutos cada, à abordagem de cada ponto do programa é uma sugestão passível de alteração, quer causada por demoras imprevistas nas actividades de desenvolvimento dessas abordagens, quer pela necessidade de organização da turma em grupos com ritmos de aprendizagem diferentes ou com trabalhos de execução de diferentes durações.

CONTEÚDOS/TEMAS, GESTÃO, SUGESTÕES METODOLÓGICAS

10º ANO

DESENVOLVIMENTO	Nº de AULAS/90 MINUTOS	SUGESTÕES METODOLÓGICAS
1. Módulo inicial	**9**	
1.1 Ponto 1.2 Recta 1.3 Posição relativa de duas rectas - complanares - paralelas - concorrentes - enviesadas 1.4 Plano 1.5 Posição relativa de rectas e de planos - recta pertencente a um plano - recta paralela a um plano - recta concorrente com um plano - planos paralelos - planos concorrentes 1.6 Perpendicularidade de rectas e de planos - rectas perpendiculares e ortogonais - recta perpendicular a um plano - planos perpendiculares 1.7 Superfícies Generalidades, geratriz e directriz Algumas superfícies: - plana - piramidal - cónica - prismática - cilíndrica - esférica 1.8 Sólidos - pirâmides - prismas	9	Neste *módulo inicial*, onde se pretende revisitar as noções essenciais de Geometria no Espaço veiculadas no ensino básico na disciplina de Matemática, tendo em vista o desenvolvimento do conhecimento espacial, deverá ser seguida uma abordagem meramente intuitiva do espaço com recurso a modelos tridimensionais, que podem ser, a própria sala de aula, os objectos que nela se encontram ou modelos específicos dos diferentes sólidos e superfícies a estudar. Com esses referenciais, ou outros expedientes, poderão ser identificados e devidamente definidos os elementos geométricos e verificadas as suas posições relativas (relações de pertença, paralelismo, concorrência e a situação particular de perpendicularidade). O estabelecimento das condições de paralelismo e perpendicularidade deverá ser tratado com particular atenção, sempre por via intuitiva, e recorrendo a exemplos e contra-exemplos. Pode testar-se, eventualmente, a perpendicularidade de duas linhas

Geometria Descritiva A 17

- cones - cilindros - esfera 1.9 Secções planas de sólidos e truncagem		traçadas no terreno ou a verticalidade de um candeeiro de pé ou da parede em relação ao plano horizontal do chão da sala de aula, recorrendo ao triângulo rectângulo 345. Procedimentos do mesmo tipo podem ser seguidos para verificação de situações de paralelismo. O domínio visual e espacial destas condições deverá permitir uma abordagem preliminar de problemas métricos de determinação de distâncias (distância entre dois pontos, de um ponto a uma recta, de um ponto a um plano, de dois planos paralelos) e de ângulos (ângulo de duas rectas, de uma recta com um plano, noção de diedro e ângulo diedro), levando o aluno a deduzir o conjunto de procedimentos necessários para chegar a uma solução. Para a introdução ao estudo das superfícies será útil recorrer aos *modelos B a K* ilustrativos dos vários tipos de superfície, quer para a sua classificação quer para o entendimento do modo como são geradas. As diversas situações de estudo propostas, incluindo superfícies e secções planas de sólidos, deverão ser conduzidas de modo a que sejam revitalizados as noções previamente adquiridas, no básico, sobre lugares geométricos. Exemplos de situações para "visualizar" o espaço (envolvendo as condições de paralelismo e perpendicularidade e outros conhecimentos) poderão ser problemas de determinação do lugar geométrico de pontos equidistantes, - de um ponto - de uma recta - de um plano - dos extremos de um segmento de recta (plano mediador de um segmento de recta) - dos vértices de um quadrado - dos pontos de uma circunferência - das faces de um diedro - etc... ou de detecção da forma (ou formas) da secção plana de, - uma esfera - um cilindro de revolução - um cone de revolução - um cubo Recomenda-se que a forma das secções referidas seja verificada com recurso a modelos de vinil com líquido colorido.

			Para explorar a relação espaço-plano-espaço e uma vez que, nesta fase, não se pretende explorar qualquer tipo de representação, sugere-se que sejam efectuadas planificações de poliedros (pirâmides e prismas regulares e, caso seja possivel, obliquos de base regular) de modo a permitir a sua construção tridimensional (tal como, no ensino básico, pelo método da tentativa e erro: observando, medindo, corrigindo, construindo...). Se houver tempo e disponibilidade poderá ser ensaiada, inclusivamente, a planificação de troncos dos sólidos referidos. Tal como já era sugerido, a nível do ensino básico, este processo deverá ser reversível, ou seja, observando um sólido o aluno deverá conseguir planificá-lo e face a uma planificação qualquer deverá estar apto a deduzir a configuração do sólido. Este exercício permitirá, ademais, relembrar algumas construções elementares da geometria plana, nomeadamente, de triângulos e de paralelogramos.
2.	**Introdução à Geometria Descritiva**	**4**	
2.1	Geometria Descritiva 2.1.1 Resenha histórica 2.1.2 Objecto e finalidade 2.1.3 Noção de projecção - projectante - superfície de projecção - projecção	1	Sugere-se a amostragem de desenhos, através de acetatos ou diapositivos, que permitam ilustrar os diversos estádios de desenvolvimento da representação rigorosa, evidenciando a sua adequação às diferentes necessidades da actividade humana. Estes exemplos permitirão clarificar o papel desempenhado pela Geometria Descritiva no estudo exacto das formas dos objectos com recurso à sua representação gráfica.
2.2	Tipos de projecção 2.2.1 Projecção central ou cónica 2.2.2 Projecção paralela ou cilíndrica - projecção obliqua ou clinogonal - projecção ortogonal	1	A noção de ponto próprio e de ponto impróprio poderá ser melhor entendida pelos alunos através de exemplos que permitam acompanhar a transformação de uma situação na outra, como sejam: - transformar duas rectas concorrentes em duas rectas paralelas fazendo deslizar o ponto de concorrência ao longo de uma delas de modo a torná-lo num ponto impróprio; - partir de um triângulo equilátero (60º+60º+60º) e chegar a um triângulo isósceles (90º+90º+0º) transformando um vértice num ponto impróprio; - aumentar progressivamente o raio de uma circunferência até à situação da sua transformação numa recta, ou seja, numa circunferência cujo centro é um ponto impróprio;

		- etc… Seguindo esta mesma lógica pode começar-se por abordar a projecção central e, em seguida, passar à projecção paralela, entendendo esta como um caso particular da primeira. Exemplos concretos, facilmente disponíveis, de cada um dos tipos de projecção são, obviamente, as sombras de um objecto projectadas por um ponto de luz e pela luz do Sol.
2.3 Sistemas de representação - sua caracterização: - pelo tipo de projecção - pelo número de projecções utilizadas - pelas operações efectuadas na passagem do tri para o bidimensional - projecção única - *n* projecções e rebatimento de *n-1* planos de projecção	1	Os sistemas de representação podem ser ilustrados com recurso à apresentação de imagens, sendo sempre vantajoso verificar como um mesmo objecto é descrito por cada um deles. Em *Ver pelo desenho* (ilustração 66, p.87) Manfredo Massironi utiliza um Fiat 500 numa figura extremamente sugestiva que, ademais, torna possível evidenciar as aptidões e vocação específica de alguns sistemas de representação.
2.4 Introdução ao estudo dos sistemas de representação triédrica e diédrica 2.4.1 Representação triédrica - triedros trirrectângulos de projecção - planos de projecção: plano horizontal XY (plano 1), plano frontal ZX (plano 2), plano de perfil YZ (plano 3) - eixos de coordenadas ortogonais: X, Y, Z - coordenadas ortogonais: *x, y, z* (*abcissa* ou *largura*; *ordenada/afastamento* ou *profundidade*; *cota* ou *altura*) - representação triédrica de um ponto 2.4.2 Representação diédrica - diedros de projecção - planos de projecção: plano horizontal (plano 1), plano frontal (plano 2) - eixo X ou aresta dos diedros – (Linha de Terra) - planos bissectores dos diedros - representação diédrica de um ponto 2.4.3 Vantagens e inconvenientes de ambos os sistemas de representação; sua intermutabilidade	1	Para identificar e definir os elementos estruturantes do sistema de representação triédrica sugere-se a simulação da realidade espacial através da utilização do *modelo A* que nos servirá para identificar os triedros de projecção definidos pelo sistema de planos, o referencial analítico do espaço constituído pelos eixos de coordenadas, a localização inequívoca de um ponto no espaço através das suas coordenadas ortogonais, as suas projecções ortogonais nos planos de projecção, bem como o conjunto de operações efectuadas na passagem do tri para o bidimensional. O mesmo modelo, através da supressão do plano de perfil (plano 3) como terceiro plano de projecção, permitirá fazer a passagem para a representação diédrica cabendo agora iniciar o processo de demonstração da suficiência da dupla projecção ortogonal na resolução da maior parte dos problemas que envolvam os elementos geométricos (ponto, recta e plano) considerados individualmente ou em correlação. De regresso à representação triédrica pode sublinhar-se, por contraponto, a sua mais-valia no reconhecimento imediato e intuitivo de objectos tridimensionais, de tal modo que se torna possível, frequentemente, omitir a identificação dos vértices que os definem.

3.	Representação diédrica	164	
3.1	Ponto 3.1.1 Localização de um ponto 3.1.2 Projecções de um ponto	4	Para facilitar a visualização espacial pode ser retomado o *modelo A*, onde facilmente se poderão simular as situações de projecção. Será da maior conveniência que, durante a aprendizagem, todos os alunos tenham possibilidade de utilizar o modelo sempre com uma observação frontal. Propõe-se que: - o estudo do ponto seja efectuado com recurso à tripla projecção; - o aluno distinga, no modelo, projectante, de coordenada e de projecção; - o aluno determine as coordenadas/projecções dos simétricos de um ponto relativamente a cada um dos planos de projecção ou ao eixo X; - represente as projecções de pontos situados nos semi-planos de projecção, como pré-requisito da aprendizagem da determinação de traços de rectas nesses planos.
3.2	Segmento de recta 3.2.1 Projecções de um segmento de recta 3.2.2 Posição do segmento de recta em relação aos planos de projecção: - perpendicular a um plano de projecção: de topo, vertical - paralelo aos dois planos de projecção: fronto-horizontal (perpendicular ao plano de referência das abcissas) - paralelo a um plano de projecção: horizontal, frontal - paralelo ao plano de referência das abcissas: de perfil - não paralelo a qualquer dos planos de projecção: oblíquo	3	Propõe-se que: - o estudo do segmento de recta seja efectuado com recurso à tripla projecção; - no modelo, o aluno relacione a dimensão do segmento no espaço com a da sua projecção em cada plano de projecção; devem, por isso, ser exploradas as possíveis situações de posicionamento do segmento, desde a sua posição paralela a um dos planos de projecção (e consequente verdadeira grandeza nesse plano) até à situação de perpendicularidade (quando a projecção do segmento se reduz a um ponto).
3.3	Recta 3.3.1 Recta definida por dois pontos 3.3.2 Projecções da recta 3.3.3 Ponto pertencente a uma recta 3.3.4 Traços da recta nos planos de projecção e nos planos bissectores 3.3.5 Posição da recta em relação aos planos de projecção 3.3.6 Posição relativa de duas rectas - complanares - paralelas - concorrentes - enviesadas	8	Propõe-se: - partir das projecções de um segmento de recta definido pelos seus pontos extremos A e B para as projecções de uma recta definida por esses dois pontos; será conveniente encarar, também, as projecções de uma recta como resultantes da intersecção dos seus planos projectantes com os planos de projecção; - levar o aluno a intuir o conceito de traço de recta a partir da consideração de pontos da recta progressivamente mais próximos do plano de projecção;

Geometria Descritiva A 21

			- que, de uma recta, o aluno simule, no modelo: - as projecções; - os traços; - que o aluno conclua quais os diedros onde uma recta está localizada; - representar as projecções de rectas situadas nos planos de projecção, como pré-requisito da aprendizagem da determinação de traços de planos.
3.4	Figuras planas I Polígonos e círculo horizontais, frontais ou de perfil	4	Recomenda-se o recurso à representação triédrica das figuras, o que se revela indispensável na situação de perfil. O uso de *software* de geometria dinâmica constitui um meio poderoso de visualização espacial das figuras em causa permitindo apreciar, em tempo real, mudanças sucessivas do seu posicionamento.
3.5	Plano 3.5.1 Definição do plano por: - 3 pontos não colineares - uma recta e um ponto exterior - duas rectas paralelas - duas rectas concorrentes (incluindo a sua definição pelos traços nos planos de projecção) 3.5.2 Rectas contidas num plano 3.5.3 Ponto pertencente a um plano 3.5.4 Rectas notáveis de um plano: - horizontais - frontais - de maior declive - de maior inclinação 3.5.5 Posição de um plano em relação aos planos de projecção Planos projectantes: - paralelo a um dos planos de projecção: horizontal (de nível), frontal (de frente) - perpendicular a um só plano de projecção: de topo, vertical - perpendicular aos dois planos de projecção: de perfil (paralelo ao plano de referência das abcissas) Planos não projectantes: - de rampa (paralelo ao eixo X e oblíquo aos planos de projecção - perpendicular ao plano de referência das abcissas); passante (contém o eixo X) - oblíquo (oblíquo em relação ao eixo X e aos planos de projecção)	16	Será de tratar, como mais habitual por ser geral, a representação diédrica dos planos pelas projecções de três pontos não colineares ou de duas rectas paralelas ou de duas rectas concorrentes (que podem ser os traços do plano nos planos de projecção). Com o intuito de facilitar a visualização do plano, a sua representação por 3 pontos não colineares poderá ser transformada na representação do triângulo por eles definido. O estudo das posições do plano em relação aos planos de projecção poderá ser feito através do *modelo A* permitindo a visualização dos traços do plano e respectivas projecções, e os tipos de rectas do plano. Do mesmo modo poderá ser deduzida a condição para que: - uma recta esteja contida num plano; - um ponto pertença a um plano. Em relação ao estudo do plano definido por uma recta de maior declive ou de maior inclinação sugere-se, igualmente, a observação da situação espacial no modelo, encaminhando os alunos a estabelecer a relação entre as projecções da referida recta e as rectas horizontais ou frontais do mesmo plano. Será de chamar a atenção para o facto dos traços do plano serem casos particulares de rectas horizontais e rectas frontais do plano. Poderá ser útil fazer a distinção entre plano apoiado (onde é visível a mesma "face" em ambas as projecções), plano

			projectante e plano em tensão (no qual uma "face" visível numa projecção é invisível na outra). Esta distinção pode ser evidenciada com o auxílio da cor. Para clarificar a classificação de um plano como superfície bifacial ou bilateral poderá mencionar-se, por contraponto, a banda de Möbius, exemplo de uma superfície unifacial ou unilateral.
3.6	Intersecções (recta/plano e plano/plano) 3.6.1 Intersecção de uma recta projectante com um plano projectante 3.6.2 Intersecção de uma recta não projectante com um plano projectante 3.6.3 Intersecção de dois planos projectantes 3.6.4 Intersecção de um plano projectante com um plano não projectante 3.6.5 Intersecção de uma recta com um plano (método geral) 3.6.6 Intersecção de um plano (definido ou não pelos traços) com o β_{24} ou β_{13} 3.6.7 Intersecção de planos (método geral) 3.6.8 Intersecção de um plano (definido ou não pelos traços) com um: - plano projectante - plano oblíquo - plano de rampa 3.6.9 Intersecção de três planos	20	Poderá salientar-se que, para determinar o ponto de intersecção de uma recta com um plano projectante ou de uma recta projectante com um plano, bastará aplicar a condição de pertença (ou incidência) entre ponto e plano. Na determinação da intersecção de dois planos oblíquos poderão ser usados como planos auxiliares os planos projectantes e/ou o β_{24}. Na determinação da intersecção de dois planos de rampa sugere-se como método alternativo o recurso à terceira projecção no plano de referência das abcissas. O mesmo se pode fazer, na intersecção de um plano ou de uma recta com um plano passante, tirando-se partido do facto de o plano passante ser projectante em relação ao plano de referência das abcissas.
3.7	Sólidos I 3.7.1 Pirâmides (regulares e oblíquas de base regular) e cones (de revolução e oblíquos de base circular) de base horizontal, frontal ou de perfil 3.7.2 Prismas (regulares e oblíquos de base regular) e cilindros (de revolução e oblíquos de base circular) de bases horizontais, frontais ou de perfil 3.7.3 Esfera; círculos máximos (horizontal, frontal e de perfil) 3.7.4 Pontos e linhas situados nas arestas, nas faces ou nas superfícies dos sólidos	7	Como introdução ao estudo dos sólidos poder-se-á recorrer a modelos tridimensionais, vídeos, ao CAD ou a *software* de geometria dinâmica. O manuseamento e a visualização de modelos, de acordo com os enunciados dos problemas, poderá facilitar a leitura e compreensão das projecções, incluindo o reconhecimento das invisibilidades. Será vantajoso que os alunos desenhem as projecções de várias figuras planas coloridas com diferentes cotas ou afastamentos para melhor percepção das visibilidades. Em alternativa, sugere-se que os alunos partam das projecções de um polígono (ou círculo) e de um ponto exterior ou de dois polígonos (ou círculos) sobrepostos concluindo, então, as projecções do respectivo sólido, seus contornos aparentes e suas visibilidades e invisibilidades. Será ainda vantajoso utilizar a cor na representação de arestas (eventualmente geratrizes) ou, em alternativa, colorir as faces (eventualmente superfície lateral) com cores diferentes. Esta diferenciação permitirá que os alunos tenham uma percepção facilitada das visibilidades ou

			invisibilidades de arestas (geratrizes) ou faces (superfície lateral) nas diferentes projecções. Quando os sólidos apresentem base(s) ou face(s) de perfil poderá ser necessário recorrer à terceira projecção. Convém que seja dada especial atenção a dois dos sólidos platónicos - tetraedro e hexaedro regulares - ao fazer o estudo representativo de pirâmides e prismas, respectivamente.
3.8	Métodos geométricos auxiliares I		
	3.8.1 Estrutura comparada dos métodos auxiliares - características e aptidões	4	Nesta fase de estudo é de propor aos alunos a resolução dos seguintes problemas-tipo: transformar - recta horizontal em recta de topo - recta frontal em recta vertical - recta oblíqua em recta horizontal ou frontal - plano de topo em plano horizontal - plano vertical em plano frontal
	3.8.2 Mudança de diedros de projecção (casos que impliquem apenas uma mudança) 3.8.2.1 Transformação das projecções de um ponto 3.8.2.2 Transformação das projecções de uma recta 3.8.2.3 Transformação das projecções de elementos definidores de um plano		
	3.8.3 Rotações (casos que impliquem apenas uma rotação) 3.8.3.1 Rotação do ponto 3.8.3.2 Rotação da recta 3.8.3.3 Rotação de um plano projectante 3.8.3.4 Rebatimento de planos projectantes	8	No estudo da rotação da recta (*modelo L*) propõem-se os seguintes problemas-tipo: transformar - uma recta horizontal numa recta fronto-horizontal ou numa recta de topo - uma recta frontal numa recta fronto-horizontal ou numa recta vertical - uma recta oblíqua numa recta horizontal ou frontal Recomenda-se que, no estudo das rotações, se recorra a *software* de geometria dinâmica, não só porque essa transformação é uma operação base desse tipo de programas, mas também porque se torna possível acompanhar o movimento espacial da figura. Sendo o rebatimento um caso particular de rotação deve o aluno ser alertado para o facto de que na rotação de um plano, o eixo mais conveniente a utilizar deverá estar contido no próprio plano; nestas circunstâncias, a rotação passará a denominar-se rebatimento. O aluno deverá resolver problemas de rebatimento, tanto para os planos de projecção como para planos paralelos a estes, devendo o professor orientar essa escolha segundo o princípio de economia de meios.

3.9	Figuras planas II Figuras planas situadas em planos verticais ou de topo	4	Para a resolução deste tipo de problemas poderá salientar-se que o método dos rebatimentos é, em geral, o mais adequado, sobretudo por permitir a aplicação do Teorema de Désargues utilizando a charneira do rebatimento como eixo de afinidade. Além disso, simplificará muito os problemas, a realização do rebatimento para um plano que contenha, pelo menos, um vértice da figura.
3.10	Sólidos II Pirâmides e prismas regulares com base(s) situada(s) em planos verticais ou de topo	8	Mais uma vez se recomenda o uso de modelos tridimensionais dos sólidos em estudo bem como do *software* já mencionado.
11º ANO			
3.11	Paralelismo de rectas e de planos 3.11.1 Recta paralela a um plano 3.11.2 Plano paralelo a uma recta 3.11.3 Planos paralelos (definidos ou não pelos traços)	2	Sugere-se que, através da simulação das situações espaciais no modelo, o aluno infira os teoremas de paralelismo de rectas e de planos.
3.12	Perpendicularidade de rectas e de planos 3.12.1 Rectas horizontais perpendiculares e rectas frontais perpendiculares 3.12.2 Recta horizontal (ou frontal) perpendicular a uma recta 3.12.3 Recta perpendicular a um plano 3.12.4 Plano perpendicular a uma recta 3.12.5 Rectas oblíquas perpendiculares 3.12.6 Planos perpendiculares	5	Deve salientar-se o facto de que duas rectas perpendiculares se projectam em ângulo recto num plano de projecção desde que pelo menos uma delas seja paralela a esse plano. Na perpendicularidade de recta e plano deve ser verificado o teorema anterior relativamente a rectas horizontais e frontais do plano.
3.13	Métodos geométricos auxiliares II		
	3.13.1 Mudança de diedros de projecção (casos que impliquem mudanças sucessivas) 3.13.1.1 Transformação das projecções de uma recta 3.13.1.2 Transformação das projecções de elementos definidores de um plano	4	Nesta fase de estudo propõe-se a resolução dos seguintes problemas-tipo: transformar - uma recta oblíqua numa recta vertical, de topo ou fronto-horizontal - um plano oblíquo num plano horizontal ou frontal Na sequência destes exercícios podem revisitar-se as intersecções de planos propondo este método como alternativa ao denominado "método geral da intersecção de planos", já que ele nos dá a possibilidade de transformar um plano qualquer em projectante.
	3.13.2 Rotações (casos que impliquem mais do que uma rotação) 3.13.2.1 Rotação de uma recta 3.13.2.2 Rotação de um plano 3.13.2.3 Rebatimento de planos não projectantes - rampa - oblíquo	8	Nesta fase de estudo propõe-se a resolução dos seguintes problemas-tipo: transformar - uma recta oblíqua numa recta vertical, de topo ou fronto-horizontal - um plano oblíquo num plano horizontal ou frontal

			Para tratar o rebatimento de planos e concretamente do plano oblíquo, será conveniente recorrer ao *modelo M*, onde se podem observar as rectas notáveis do plano, e o plano projectante que é perpendicular ao plano dado para ilustrar espacialmente o método do triângulo do rebatimento. O mesmo modelo, agora sem o plano projectante auxiliar, poderá servir para exemplificar o processo que utiliza as horizontais, frontais ou outras rectas do plano, no rebatimento. Mais uma vez, o aluno deverá resolver problemas de rebatimento, tanto para os planos de projecção como para planos paralelos a estes, devendo a escolha orientar-se segundo o princípio de economia de meios.
3.14	Problemas métricos 3.14.1 Distâncias 3.14.1.1 Distância entre dois pontos 3.14.1.2 Distância de um ponto a uma recta 3.14.1.3 Distância de um ponto a um plano 3.14.1.4 Distância entre dois planos paralelos 3.14.2 Ângulos 3.14.2.1 Ângulo de uma recta com um plano frontal ou com um plano horizontal 3.14.2.2 Ângulo de um plano com um plano frontal ou com um plano horizontal 3.14.2.3 Ângulo de duas rectas concorrentes ou de duas rectas enviesadas 3.14.2.4 Ângulo de uma recta com um plano 3.14.2.5 Ângulo de dois planos	4 6	Na resolução de problemas métricos será vantajoso que o aluno resolva um mesmo problema utilizando diferentes métodos auxiliares e que, a partir daí, conclua as vantagens de um relativamente aos outros. Quanto aos problemas de determinação da verdadeira grandeza de ângulos, deverá ser dada especial atenção às definições da geometria euclidiana relativas ao "ângulo de uma recta com um plano" e ao "ângulo de dois planos".
3.15	Figuras planas III Figuras planas situadas em planos não projectantes	4	Ver sugestões didácticas do ponto 3.9
3.16	Sólidos III Pirâmides e prismas regulares com base(s) situada(s) em planos não projectantes	7	Mais uma vez se recomenda o uso de modelos tridimensionais dos sólidos em estudo.
3.17	Secções 3.17.1 Secções em sólidos (pirâmides, cones, prismas, cilindros) por planos - horizontal, frontal e de perfil 3.17.2 Secções de cones, cilindros e esfera por planos projectantes 3.17.3 Secções em sólidos (pirâmides e prismas) com base(s) horizontal(ais), frontal(ais) ou de perfil por qualquer tipo de plano 3.17.4 Truncagem	15	Sugere-se que os alunos analisem e concluam a gradual complexidade das secções em pirâmides, preconizando-se a seguinte sequência de situações: - secção de pirâmide intersectando apenas a superfície lateral: • sem aresta(s) de perfil • com aresta(s) de perfil; - secção de pirâmide intersectando a superfície lateral e a base:

		• sem aresta(s) da base perpendicular(es) ao plano de projecção • com aresta(s) da base perpendicular(es) ao plano de projecção. Propõe-se que o professor leve os alunos a concluir os diferentes tipos de secção plana produzida num cone. Para tal poderá recorrer a um candeeiro com um quebra-luz de boca circular e apreciar a mancha de luz projectada na parede, funcionando esta como plano secante do cone luminoso. A deslocação do ponto de luz permitirá observar as diversas cónicas produzidas na parede. Em relação ao prisma e ao cilindro, os alunos deverão concluir que um plano pode seccioná-los intersectando só a superfície lateral, a superfície lateral e uma das bases ou a superfície lateral e as duas bases. Quanto à esfera poder-se-á verificar que a secção produzida por qualquer tipo de plano é sempre um círculo, podendo variar desde um círculo máximo até ao ponto, no caso de tangência. Poder-se-á utilizar o Teorema de Désargues para determinação das secções planas de sólidos (ou, pelo menos, fazer a sua verificação) dada a relação de homologia existente entre a figura da secção e a figura da base do sólido, notando que o centro de homologia será o vértice (próprio ou impróprio) do sólido, o eixo, a recta de intersecção do plano da secção com o plano da base e os raios, as suas arestas ou geratrizes. Na resolução de problemas, que envolvam o traçado da elipse, será conveniente que os alunos determinem as projecções dos seus eixos sendo os demais pontos da elipse obtidos, quer por recurso a planos auxiliares, quer por recurso a construções já conhecidas (por exemplo: processo da régua de papel ou construção por afinidade). Será do maior interesse para concluir esta unidade e como aplicação dos conceitos apreendidos (particularmente do método das rotações) realizar planificações de sólidos (cones e cilindros) e de sólidos truncados. Poder-se-á propor, seguidamente, a realização de maquetas dos sólidos previamente planificados.
3.18 Sombras 3.18.1 Generalidades	23	Para facilitar a aquisição dos conceitos de sombra própria, espacial, projectada,

3.18.2	Noção de sombra própria, espacial, projectada (real e virtual)		real e virtual, será conveniente a utilização de um foco luminoso (lâmpada ou luz solar) e de formas bi ou tridimensionais que produzirão sombras diversificadas conforme o seu posicionamento.
3.18.3	Direcção luminosa convencional		
3.18.4	Sombra projectada de pontos, segmentos de recta e recta nos planos de projecção		Para melhor compreensão dos pontos de quebra poderá ser vantajoso o estudo comparativo da sombra de um segmento de recta fazendo alterações sucessivas das suas coordenadas de forma a projectar sombra só num plano de projecção, nos dois ou só no outro plano. Poderá ser seguido o mesmo raciocínio para figuras planas.
3.18.5	Sombra própria e sombra projectada de figuras planas (situadas em qualquer plano) sobre os planos de projecção		
3.18.6	Sombra própria e sombra projectada de pirâmides e de prismas, com base(s) horizontal(ais), frontal(ais) ou de perfil, nos planos de projecção		Será de todo o interesse alertar os alunos para a vantagem da determinação prévia da linha separatriz de luz e sombra, para identificar a sombra própria e, a partir desta, induzir a projectada. Nesse sentido, pode-se fazer incidir um foco luminoso nos sólidos em causa para identificar a separatriz de luz e sombra que, no caso de cones e cilindros, corresponde às geratrizes de tangência dos planos luz/sombra.
3.18.7 e	Planos tangentes às superfícies cónica e cilíndrica: - num ponto da superfície - por um ponto exterior - paralelos a uma recta dada		
3.18.8	Sombra própria e sombra projectada de cones e de cilindros, com base(s) horizontal(ais), frontal(ais) ou de perfil, nos planos de projecção		Considera-se favorável iniciar o estudo da sombra de sólidos pela pirâmide (com base situada num plano de projecção). Sugere-se que, para pirâmides com base igual (e em posição igual) mas de diferentes alturas, se faça o estudo comparativo do número de faces em sombra própria. Fazendo o mesmo estudo comparativo para o cone, os alunos poderão inferir a variação de posição das geratrizes separatrizes luz/sombra.
			Atendendo a que a sombra projectada de pontos, rectas ou superfícies são entidades representadas por duas projecções e, apesar de ser usual desprezar a projecção situada no eixo X, recomenda-se, pelo menos numa fase inicial de estudo, que cada ponto de sombra seja sempre representado pelas suas duas projecções.
4.	**Representação axonométrica**	**21**	
4.1	Introdução	4	Para ilustrar as diferenças entre as várias axonometrias e entre estas e os sistemas de representação diédrica ou triédrica, sugere-se a utilização de um modelo constituído pelos três eixos de coordenadas e de um paralelepípedo com as suas arestas coincidentes com os eixos, que poderá ser posicionado em relação ao plano de projecção consoante as necessidades.
4.1.1	Caracterização		
4.1.2	Aplicações		Para dar conta do vasto campo de

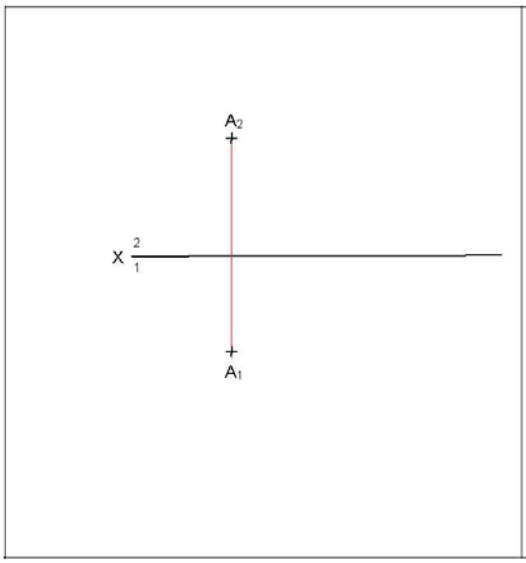
		aplicação das axonometrias, poderão ser apresentados aos alunos imagens de axonometrias de objectos ou peças da construção mecânica, de produções no âmbito do *design* industrial (o que permitirá frisar que é precisamente a revolução industrial que leva à difusão generalizada e uso intensivo deste sistema de representação) e de objectos arquitectónicos (como meio privilegiado para o seu estudo, mas também como ferramenta no trabalho de concepção e criação), salientando a funcionalidade e intencionalidade do uso da axonometria, na descrição dessas formas.
4.2 Axonometrias oblíquas ou clinogonais: Cavaleira e Planométrica 4.2.1 Generalidades 4.2.2 Direcção e inclinação das projectantes 4.2.3 Determinação gráfica da escala axonométrica do eixo normal ao plano de projecção através do rebatimento do plano projectante desse eixo 4.2.4 Axonometrias clinogonais normalizadas		No tratamento das axonometrias clinogonais é fundamental estudar a influência do posicionamento dos raios projectantes em relação ao plano axonométrico. Nesse sentido, deve fixar-se um determinado ângulo de inclinação e fazer variar a direcção e, para uma mesma direcção, variar a inclinação dos raios projectantes, para apreciar os efeitos produzidos. Em concreto, pode fazer-se a projecção de um cubo e verificar a maior ou menor possibilidade de reconhecer esse poliedro nas diferentes situações. Poder-se-á verificar que os ângulos de fuga e os coeficientes de redução convencionados obedecem a este princípio de perceptibilidade, mas deverá ser realçada, ao mesmo tempo, a possibilidade de seguir objectivos opostos procurando, deliberadamente, distorções. Seria interessante relacionar as axonometrias clinogonais com as sombras em representação diédrica, previamente estudadas, para assim vislumbrar a relação entre ambos os tipos de projecção.
4.3 Axonometrias ortogonais: Trimetria, Dimetria e Isometria 4.3.1 Generalidades 4.3.2 Determinação gráfica das escalas axonométricas 4.3.2.1 Rebatimento do plano definido por um par de eixos 4.3.2.2 Rebatimento do plano projectante de um eixo 4.3.3 Axonometrias ortogonais normalizadas	4	Para caracterizar as axonometrias ortogonais e determinar os ângulos dos eixos axonométricos em cada tipo de axonometria, é aconselhável utilizar um modelo (*modelo N*) constituído pelo sistema de eixos coordenados, passível de adaptação a cada uma das situações. No modelo poder-se-á evidenciar claramente: - a correspondência biunívoca entre a posição do sistema de eixos no espaço e a sua projecção no plano axonométrico; - os traços dos eixos de coordenadas no plano de projecção, ou seja, os vértices do **triângulo fundamental** correspondente à base da **pirâmide**

			axonométrica com vértice na origem do sistema de eixos; - a configuração deste triângulo e as suas propriedades em cada axonometria; - a redução das medidas resultante da inclinação dos eixos. Se o modelo permitir rebater as faces da pirâmide axonométrica e/ou o triângulo correspondente à secção produzida na pirâmide por um plano projectante de um eixo, o que seria desejável, poder-se-á ilustrar, espacialmente, o processo conducente à determinação das escalas axonométricas. Neste processo deverá salientar-se: - o teorema da geometria plana que permite a fixação do ponto correspondente ao rebatimento da origem; - os conhecimentos anteriores relativos ao rebatimento de um plano oblíquo no sistema de representação diédrica e, consequentemente, o recurso ao Teorema de Désargues quando se pretende chegar à projecção de uma figura contida na face da pirâmide axonométrica rebatida Com o intuito de explicitar o relacionamento da representação diédrica com a representação axonométrica, poderá ainda comparar-se a projecção axonométrica de um sólido (um cubo, p.ex.) com a sua projecção diédrica, quando o sólido tem uma das suas faces situada num plano oblíquo. Poderá ser igualmente mencionada a possibilidade de operar com axonometrias normalizadas com a utilização de coeficientes de redução convencionais, podendo confrontar-se os resultados obtidos com as axonometrias anteriormente estudadas nas quais se utilizam coeficientes de redução real.
4.4	Representação axonométrica de formas tridimensionais compostas por: • pirâmides e prismas regulares e oblíquos de base(s) regular(es) com a referida base(s) paralela(s) a um dos planos coordenados e com pelo menos uma aresta da(s) base(s) paralela(s) a um eixo • cones e cilindros de revolução e oblíquos com base(s) em verdadeira grandeza (só no caso da axonometria clinogonal) Métodos de construção 4.4.1 Método das coordenadas 4.4.2 Método do paralelepípedo circunscrito ou envolvente	13	Deve propor-se ao aluno a realização de axonometrias de formas tridimensionais simples ou compostas, segundo os diferentes métodos de construção. No caso da axonometria ortogonal será de dar especial ênfase ao chamado "método dos cortes" (4.4.3) devido à sua relação directa com a representação diédrica e triédrica.

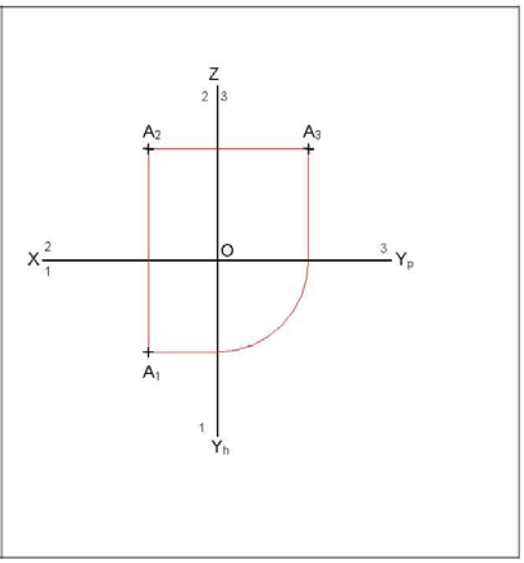
Geometria Descritiva A 30

4.4.3	Método dos cortes (só no caso da axonometria ortogonal)		

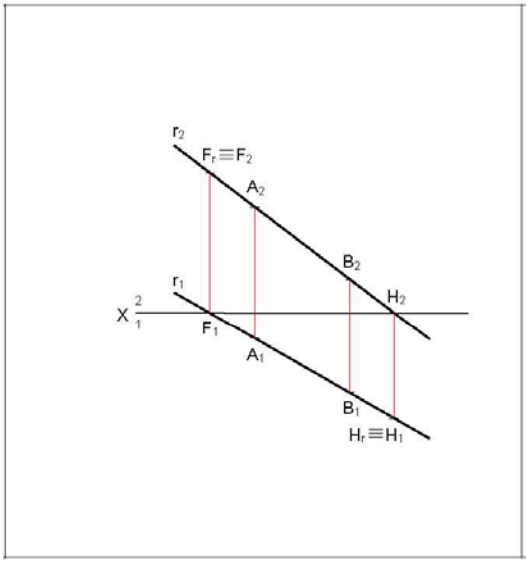
CONVENÇÕES DE REPRESENTAÇÃO E SIMBOLOGIA



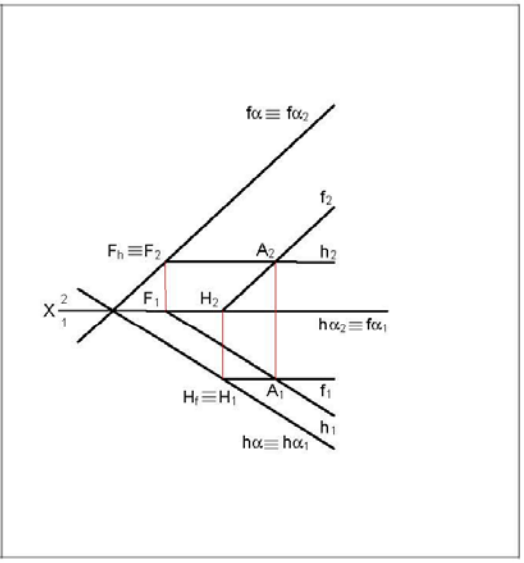
Representação diédrica de um ponto **A** de coordenadas positivas



Representação triédrica de um ponto **A** de coordenadas positivas

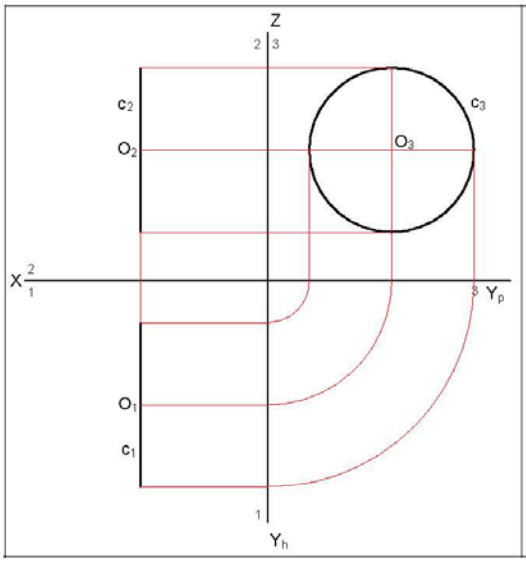


Representação de uma recta **r** e dos seus traços horizontal e frontal

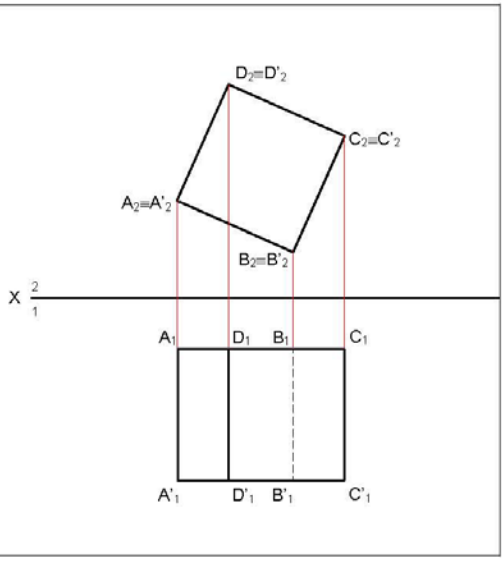


Representação de um plano α pelos seus traços horizontal e frontal e duas rectas horizontal e frontal do plano

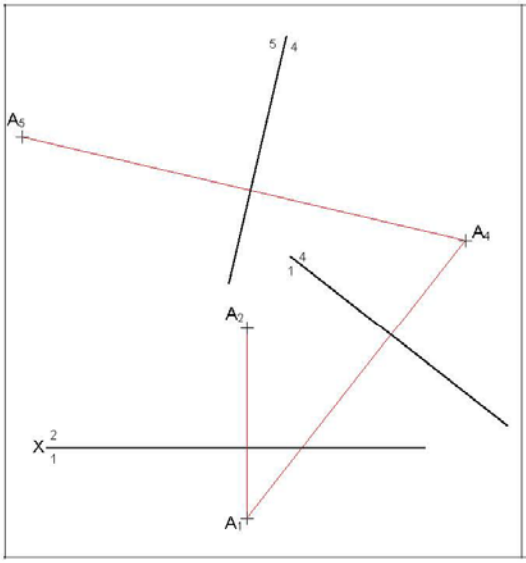
Geometria Descritiva A 32



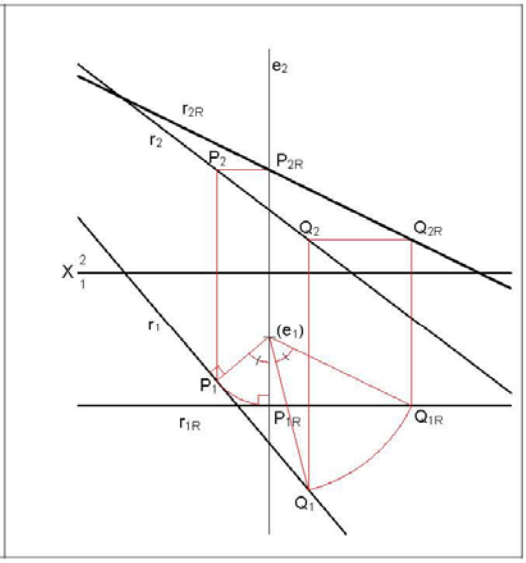
Representação triédrica de uma circunferência c de perfil



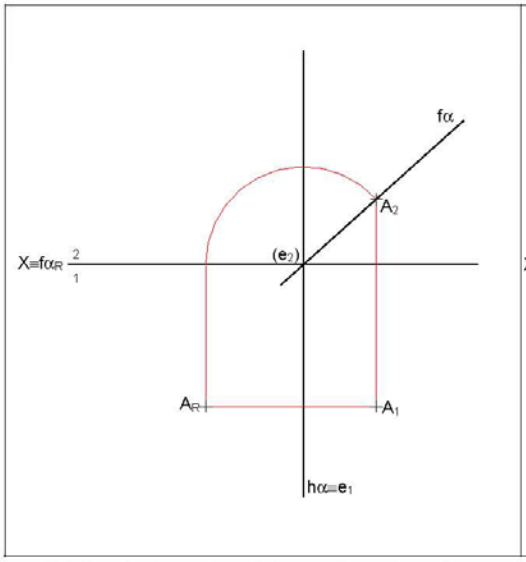
Representação diédrica de um prisma regular de bases frontais



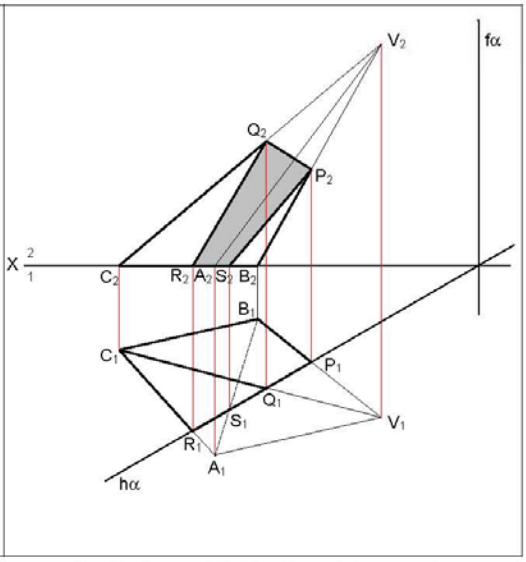
Mudança de diedros
Projecções de um ponto A em diferentes diedros



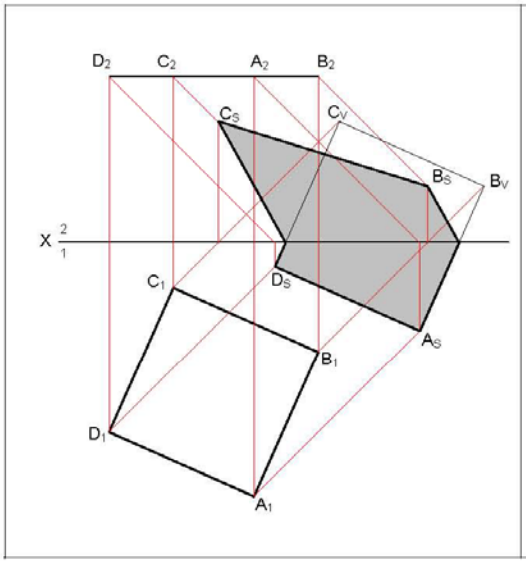
Transformação de uma recta oblíqua r numa recta frontal
através de uma rotação em torno de um eixo vertical e



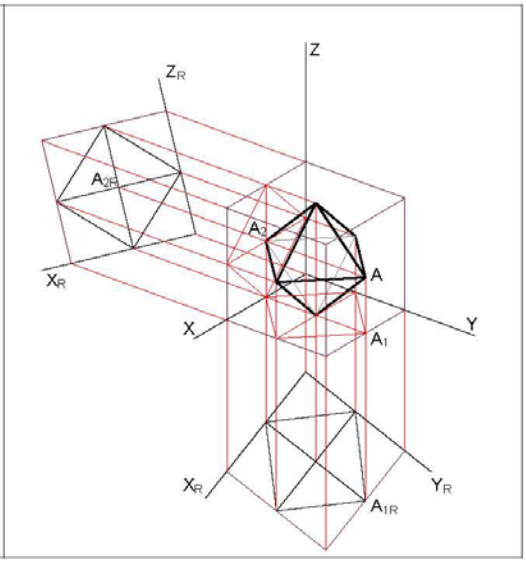
Rebatimento de um plano de topo em torno do seu traço horizontal



Secção de uma pirâmide oblíqua de base regular por um plano vertical



Sombra produzida por um quadrado [ABCD] nos planos de projecção



Representação trimétrica de um octaedro com aplicação simultânea de dois métodos construtivos: do paralelepípedo envolvente e dos cortes

MODELOS DIDÁCTICOS

Existe um conjunto de modelos expressamente concebidos para a leccionação da disciplina de Geometria Descritiva que são os seguintes:

MODELO A

Este modelo é constituido pelo sistema de planos (realizados em acrílico transparente) utilizados na representação diédrica e permite o rebatimento do plano horizontal e do plano de perfil para o plano frontal de projecção.

Como acessórios são fornecidas elementos que representam tridimensionalmente pontos, rectas e planos que podem ser projectados e representados nos planos de projecção.

MODELOS B a K

Este conjunto de modelos permite a visualização cinética de várias superfícies através da rotação de uma geratriz em torno de um eixo vertical.

Concretamente torna-se possível ver e entender o modo como é gerado um plano, um cilindro, um cone, uma esfera, um hiperbolóide (dois modelos de uma folha e um modelo de duas folhas), um parabolóide, um elipsóide e um toro.

MODELO L

Este modelo é um acessório do modelo A tendo sido concebido para visualizar a rotação de uma recta.

MODELO M

Modelo destinado a visualizar o rebatimento de um plano oblíquo, quer pelo triângulo do rebatimento quer pelas rectas horizontais ou frontais do plano. O plano oblíquo é truncado por um plano projectante que lhe é perpendicular, também ele rebatível, de modo a permitir a visualização do triângulo do rebatimento e a determinação da sua verdadeira grandeza, o que permite reproduzir espacialmente todas as operações que serão efectuadas no papel para rebater o plano.

MODELO N

Realizado com esquadros de desenho este modelo, que se destina à leccionação das axonometrias, permite a visualização do triedro definido pelos planos coordenados e da pirâmide axonométrica quando fazemos coincidir a sua base (triângulo fundamental) com o plano axonométrico. Nesta última situação torna-se possível efectuar o rebatimento de uma face da pirâmide para o plano de projecção, bem como o seu contra-rebatimento, dando a entender os procedimentos necessários para a determinação de verdadeiras grandezas e das escalas axonométricas.

GLOSSÁRIO

eixo X ou **aresta dos diedros** (linha de terra) - recta de intersecção do plano horizontal de projecção com o plano frontal de projecção

axonometrias clinogonais – axonometrias oblíquas (ver projecção clinogonal)

axonometria planométrica – designação pela qual é actualmente conhecida a axonometria militar (norma ISO 5456)

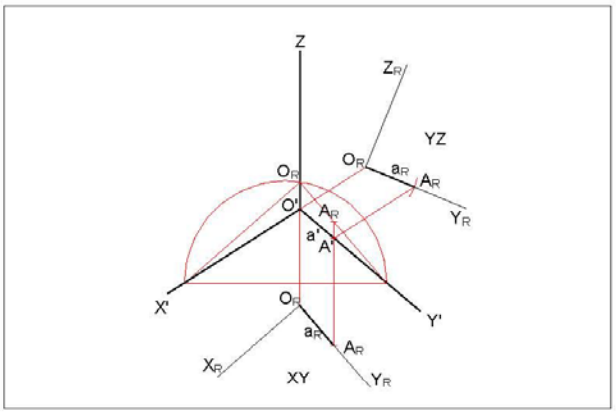
diedros de projecção (quadrantes) **–** são as quatro regiões do espaço definidas pelos planos de projecção horizontal e frontal. Trata-se, por conseguinte, de quatro diedros rectos, arestalmente opostos. Distinguem-se de qualquer outro diedro dada a sua especificidade devida à condição de serem definidos pelos planos de projecção.

eixos de coordenadas ortogonais - referencial analítico ou cartesiano do espaço definido pelas rectas de intersecção dos planos coordenados: horizontal, frontal e de perfil; este referencial deve ser considerado em sentido directo o que, convém notar, tem como consequência que as *abcissas* ou *larguras* positivas são marcadas para a esquerda do plano de perfil

incidência - o conceito de incidência diz respeito à mais simples relação possível entre as entidades fundamentais da geometria projectiva - os pontos, as rectas e os planos - ou seja a relação de pertença (**incidir** significa *estar em* ou *passar por*)

sistema de representação – caracteriza-se pela utilização de um determinado tipo de projecção, discriminação do número de planos de projecção e da sua posição relativa, pelo modo como é efectuada a passagem do tri para o bidimensional (ver normas ISO 5456-2, ISO 5456-3, ISO 5456-4 e ISO 10209-2)

método dos cortes – processo que consiste no rebatimento dos planos coordenados para o interior da pirâmide axonométrica (para evitar que os planos coordenados apresentem faces distintas após o rebatimento), seguido de uma translação de cada par de eixos de coordenadas segundo uma direcção normal à charneira do rebatimento, permitindo a representação de cortes horizontais e verticais do objecto. Por contra-rebatimento e através da conjugação de, pelo menos, dois cortes, obtém-se a projecção axonométrica do objecto.



mudança de diedros de projecção (mudança de planos) - utiliza-se esta designação dado que a mudança de um plano de projecção implica a mudança de diedros (note-se que as novas projecções de um ponto se correspondem através de uma nova linha de chamada)

plano frontal de projecção (plano vertical de projecção) - plano frontal de afastamento nulo

projecção clinogonal - termo utilizado para designar a projecção paralela oblíqua em relação a um plano de projecção; o termo clinogonal surge por contraponto ao termo ortogonal, encontrando-se ambos ao mesmo nível por implicarem, em si mesmos, o conceito de direcção

rectas de maior declive de um plano - rectas de maior inclinação (ou de maior ângulo) do plano em relação ao plano horizontal

rectas de maior inclinação de um plano - rectas de maior inclinação (ou de maior ângulo) do plano em relação ao plano frontal

representação diédrica ou **sistema de representação diédrica** - método ou sistema de Monge, método ou sistema da dupla projecção ortogonal, método ou sistema diédrico, projecção diédrica, etc...

teorema de Désargues - se dois triângulos têm os seus vértices alinhados a partir de um ponto (centro de projecção próprio ou impróprio), as rectas que prolongam os seus lados cortam-se, duas a duas, segundo três pontos alinhados

triedros trirrectângulos de projecção - são os oito triedros rectos definidos pelos planos de projecção horizontal, frontal e de perfil

4. BIBLIOGRAFIA

As indicações bibliográficas seguintes destinam-se fundamentalmente a professores. As obras assinaladas com um asterisco podem também ser do interesse dos alunos.

Didáctica Específica

Bensabat, F. (1996). *Ensinar Geometria Descritiva*. Trabalho realizado em regime de licença sabática, Lisboa. [texto policopiado]

Fruto da própria experiência pessoal do autor, como professor, e do contributo directo de alguns colegas, este trabalho é uma reflexão sobre o ensino da geometria descritiva e as consequências da sua aprendizagem no crescimento dos estudantes enquanto seres humanos (o que é confirmado pelos depoimentos finais de alguns alunos) sem descurar o quanto o próprio professor aprende ao ensinar. Constitui, por conseguinte, um contributo importante para a definição das finalidades da aprendizagem da disciplina no âmbito do ensino secundário, para a delimitação do âmbito de objectivos e conteúdos e de uma metodologia de ensino da Geometria Descritiva.

*Gama, M. J.; Silveira, M. F.; Carvalho, J. P.; Rebelo, J. A. (1986). *Geometria Descritiva - Planos a médio e longo prazo - 11º ano Técnico-Profissional*. Lisboa: Ministério da Educação e Cultura.
*Gama, M. J.; Silveira, M. F.; Carvalho, J. P.; Rebelo, J. A. (1986). *Geometria Descritiva - Actividades de Aprendizagem e de Avaliação - 11º ano Técnico-Profissional*. Lisboa: Ministério da Educação e Cultura.

*Gama, M. J.; Silveira, M. F.; Carvalho, J. P.; Rebelo, J. A. (1986). *Modelos Didácticos, Filme Didáctico (Ponto, Recta, Plano, Rebatimento)*. Lisboa: Ministério da Educação e Cultura.

*Rebelo, J. A.. (1986). *Modelos Didácticos, Filme Didáctico (Superficies)*. Lisboa: Ministério da Educação e Cultura.

*Rebelo, J. A.; Silveira, M. F.; Carvalho, J. P. (1987). *Geometria Descritiva - Actividades de Aprendizagem e de Avaliação - 12º ano Técnico-Profissional*. Lisboa: Ministério da Educação e Cultura.

Estas obras, que culminaram a experiência pedagógica do relançamento do ensino técnico em Portugal em 1983-1984 pelo MEC, foram o resultado da necessidade de realizar estudos pedagógicos que possibilitassem leccionar, com sucesso e em menos tempo, os mesmos conteúdos da via vocacional.

Geometria

*Aguilar, L. T. (1993). *Alguns conceitos geométricos*. Lisboa: Lusolivro.

Este livro veicula informação essencial sobre geometria euclidiana que o autor considera indispensável como matéria introdutória ao estudo da Geometria Descritiva. Alguns dos conceitos geométricos referidos correspondem aos conteúdos do módulo inicial previsto neste Programa.

Castelnuovo, E. (1965). *La Via della Matematica - La Geometria* (5ª ed. 1977). Florença: La Nuova Italia.

Livro que ensina a ensinar geometria em ligação à realidade concreta, recorrendo frequentemente ao uso de modelos bi ou tridimensionais dinâmicos. Muitas das propostas de trabalho apresentadas são uma antecipação do *software* de geometria dinâmica que hoje temos à nossa disposição. Saliência especial para o capítulo sobre transformações geométricas.

Dahan-Dalmedico A. & Peiffer J. (1986). *Une Histoire des Mathématiques - Routes et Dédales*. Paris: Editions du Seuil.

Sendo, como o próprio título indica, uma história das matemáticas, este livro dá particular relevo à história da geometria tratando, cuidadosamente, os temas relacionados com a geometria projectiva.

Fernandes, A.N. P. (1967). *Elementos de Geometria* (2). Coimbra: Coimbra Editora.

É um "antigo" compêndio para o 3º, 4º e 5º anos dos liceus, que aborda a geometria euclidiana, no plano e no espaço, de forma axiomática. Inclui, por conseguinte, numerosos teoremas da geometria euclidiana e as respectivas demonstrações.

Glaser, R. (1927). *Geometria del Espacio*. Barcelona: Editorial Labor SA, Biblioteca de Iniciación Cultural.

Uma geometria no espaço (euclidiano) tratada de forma axiomática mas que aborda também, sumariamente, as projecções paralelas ou cilíndricas. Particularmente relevante é o estudo de superfícies e corpos de revolução e das respectivas secções planas. Atenda-se, igualmente, ao estudo desenvolvido da esfera e da superfície esférica.

Godeaux, L. (1960). *As Geometrias*. Lisboa: Edições Europa-América, Colecção Saber.

Este livro trata a evolução da geometria, desde a geometria elementar (euclidiana) até à topologia, sistematizando as diferentes geometrias de acordo com a racionalização proposta por Klein e Sophus Lie, alicerçada, no conceito de invariante de uma transformação geométrica e na teoria dos grupos de Galois.

Joly, L. (1978). *Structure*. Lausanne: Editions Spes.

Obra geral sobre geometria, na qual são abordadas várias geometrias. Concebido como um livro didáctico visa permitir uma visão geral da estrutura das formas físicas e, mais particularmente, mostrar a importância capital da Geometria na criação e na existência de formas de qualquer espécie. Particularmente indicado para o ensino da geometria em cursos artísticos. No dizer de Rainer Mason este livro está concebido como uma "verdadeira escola da visão sem extrapolações filosóficas".

Loria, G. (1921). *Storia della Geometria Descrittiva dalle Origini sino ai Giorni nostri*. Milano: Ulrico Hoepli, Manuali Hoelpi.

História dos diferentes sistemas de representação descritivos (perspectiva, dupla projecção ortogonal, planos cotados e axonometria), construída através das contribuições provenientes de diversas personagens, e respectivos países, para o desenvolvimento da Geometria Descritiva. Saliência especial para a referência à situação portuguesa onde é referido o contributo de Motta Pegado e Schiappa Monteiro.

Macedo, A. A F.(1947). *A Geometria ao Alcance de toda a Gente, Parte I, Iniciação geométrica* (Vol. I e II, pp. 127 e 133). Lisboa: Cosmos, Biblioteca Cosmos.

> Este livro de iniciação à geometria elementar, no plano (vol. I, planimetria) e no espaço (vol. II, estereometria e complementos), acaba por tratar os conceitos fundamentais da geometria de forma desenvolvida e rigorosa mas bastante acessível porque ligada a situações concretas retiradas da realidade envolvente. Salienta-se no 1º volume o tema da semelhança de triângulos e a sua aplicação na determinação de distâncias inacessíveis e, no 2º, o estudo desenvolvido da perpendicularidade de rectas e planos directamente relacionada, mais uma vez, com o problema da determinação de distâncias.

Marcolli, A. (1971). *Teoria del Campo - Corso di educazione alla Visione* (2). Florença: Sansoni.

> Texto relativo aos fundamentos visuais, tratados em articulação com actividades de projecto, mas que aborda com bastante desenvolvimento temas da geometria, da geometria descritiva e projectiva, da cartografia, da matemática, da topologia, sempre ligados a experiências desenvolvidas na sala de aula.

Massironi, M. (1983). *Ver pelo Desenho - Aspectos técnicos, cognitivos, comunicativos*. Lisboa: Edições 70.

> "Ver pelo desenho", como o próprio título pressupõe, procura demonstrar como o desenho é um instrumento determinante de conhecimento e de comunicação. Constituindo uma abordagem lata a todas as formas de representação este livro não deixa de abordar, especificamente, a participação da geometria descritiva e do desenho técnico neste processo.

*Morais, J. S.(1996). *Desenho de Construções mecânicas I (Desenho Básico)*. Porto: Porto Editora.

> Manual que aborda a normalização referente ao desenho (traçado, equipamento e cotagem), as construções básicas da geometria plana (no capítulo desenho geométrico), e trata o tema das projecções, com uma introdução à representação diédrica e múltipla projecção, à axonometria e perspectiva.

Reinhardt, F.& Soeder H. (1984). *Atlas de Matemáticas 1 - Fundamentos, Álgebra y Geometria*. Madrid: Alianza Editorial.

> Obra de carácter expositivo, justapondo a cada página de texto uma página de ilustrações correspondente, recolhendo exemplos, fórmulas, tabelas e representações geométricas. O 1º volume abarca fundamentos de matemática, a álgebra, a geometria e a topologia. Em virtude do índice alfabético pormenorizado este livro pode utilizar-se também como obra de consulta e prontuário.

*Veloso, E. (1998). *Geometria - Temas actuais*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

> Esta obra cobre inúmeros temas de Geometria Elementar (e menos elementar) e contém um manancial de sugestões de trabalho para abordar os diferentes aspectos da Geometria. São de salientar os muitos exemplos históricos que ajudam a perceber a importância que a Geometria desempenhou na evolução da Matemática, ao mesmo tempo que fornecem excelentes exemplos para uso na sala de aula ou como proposta de trabalho a desenvolver, eventualmente, na área de projecto, ou ainda para alunos mais interessados. É altamente recomendável a leitura do capítulo I que foca a evolução do ensino da geometria em Portugal e no resto do mundo e ajuda a perceber a origem das dificuldades actuais com o ensino da Geometria. O recurso a *software* de geometria dinâmica é usado de forma "natural" para "resolver - ou suplementar a resolução - de problemas, proceder a investigações, verificar conjecturas, etc." Este livro tem já um "prolongamento" na Internet no endereço:
> http://www.iie.min-edu.pt/iie/edicoes/livros/cdces/cdces11/index.htm

Geometria Descritiva

Albuquerque, L. (1969). *Elementos de Geometria Projectiva e Geometria Descritiva*. Coimbra: Livraria Almedina.

Este livro, que se inicia com uma abordagem à geometria projectiva e, seguidamente, desenvolve o estudo do sistema da dupla projecção ortogonal, da projecção cónica central e das projecções cotadas, evidencia, pela sua própria organização, a importância estrutural da geometria projectiva na construção de qualquer sistema descritivo.

Almeida, Á. D. (1996). Nota acerca de alguns equívocos suscitados por um método de edição de axonometria (contributo para uma necessária discussão de conceitos). *Boletim da APROGED, (1)* 10-11.

Reflexão sobre a adequação e vocação da axonometria na representação de formas. Nomeadamente defende-se, com justeza, que, quanto mais ordenada for a forma do objecto relativamente ao sistema de eixos coordenados, maior será a eficácia do sistema axonométrico na sua representação.

*Aubert, J. (1982), *Dessin d'Architecture a partir de la Geometrie Descriptive*. Paris: Edition la Villette.

Curso de Desenho de Arquitectura a partir da Geometria Descritiva, para uso dos alunos do 1º ano das escolas de arquitectura.

*Carreira, A. (1972). *Compêndio de Desenho* [para o 3º ciclo do ensino liceal]. Lisboa: Livraria Sá e Costa.

Adoptado como livro único nos anos 60/70 para um programa iniciado em 1949 foi, à morte do autor, completado por Mata de Almeida. É uma obra bem sistematizada abarcando o desenho geométrico (geometria descritiva), o esboço cotado e o desenho à vista. É um digno continuador da obra de Marques Leitão de 1909.

Costa, M. C. (1997). Reflexões sobre o ensino e as aplicações da Geometria Descritiva. *Boletim da APROGED, (3 e 4.)* 9-13.

Este texto, onde são enunciadas as finalidades, os objectivos, as competências e os conteúdos que devem integrar o ensino da Geometria Descritiva a nível secundário e a nível superior, constituiu (conjuntamente com os pareceres dados pelo autor sobre versões anteriores) um referencial determinante na elaboração dos actuais Programas de Geometria Descritiva do Ensino Secundário.

Costa, M. C. (1998). O futuro da Geometria Descritiva. *Boletim da APROGED, (7).* 3-14.

Produzido na sequência da palestra com o mesmo título proferida no Seminário "Como ensinar Geometria Descritiva", organizado pela APROGED, este artigo revisita a história da Geometria Descritiva para enquadrar o momento actual e perspectivar o futuro da disciplina face aos novos desafios levantados pela invenção formal, aliada às novas possibilidades tecnológicas, de arquitectos como Ghery e Eisenman, postulando a indispensabilidade da disciplina no âmbito da representação gráfica e da estruturação formal dos objectos, particularmente, como ferramenta conceptual.

*França, A. (s/d). *Caderno Auxiliar de Geometria Descritiva*. Porto: Livraria Athena.

Livro de exercícios que é um complemento do compêndio de António Carreira.

Geffroy, J. (1945). *Traité pratique de Géometrie Descriptive*. Paris: Librairie Armand Colin.

É um pequeno tratado de geometria descritiva que trata as várias situações espaciais utilizando em simultâneo as projecções cotadas e a dupla projecção ortogonal. Destaca-se o recurso a qualquer dos métodos auxiliares e a preocupação de estabelecer maiores ou menores valias de cada um deles na resolução concreta de problemas. Dedica um dos capítulos à homologia plana.

*Gonçalves, L. (1979). *Geometria Descritiva 1 - 10º Ano de Escolaridade*. Lisboa: Emp. Lit. Fluminense Lda.

*Gonçalves, L. (1981). *Geometria Descritiva 2 - 11º Ano de Escolaridade*. Lisboa: Emp. Lit. Fluminense Lda..

Baseado nos programas em vigor nos anos 80, foram na verdade, como o próprio autor afirma no prefácio "uma resposta possível aos condicionalismos do nosso Ensino e às dificuldades que os alunos vêm sentindo", evitando "receitas" e situações que, pelo seu particularismo, se tornassem "enigmas".

Gordon, V.O., Sementsov, M.A. & Oguievsky (1974). *Problemas de Geometria Descriptiva*. Moscovo: Mir.

Gordon, V. O., Sementsov, M. A. & Oguievsky (1980). *Curso de Geometria Descriptiva*. Moscovo: Mir.

Os parâmetros que caracterizam esta obra assemelham-se aos indicados na obra de Krylov, abaixo referida.

Guasp, J. B. (1995). *Sistema Diedrico Directo - Fundamentos y Ejercicios 1*. San Sebastián: Editorial Donostiarra.

Neste livro é proposta a utilização do sistema diédrico directo, no qual, as entidades geométricas, consideradas individualmente ou em relação, são tratadas sem ter em consideração um referencial fixo de projecção. Deste modo torna-se irrelevante a representação das rectas de intersecção dos planos de projecção (eixo X ou LT), bem como, dos traços de rectas e de planos nesses mesmos planos de projecção. Num dos capítulos procura-se estabelecer uma comparação entre a representação diédrica convencional (ou clássica) e a directa.

Haack, W. (1962). *Geometria Descriptiva*. Cidade do México: Uthea. [3 Volumes]

Nos dois primeiros tomos desta obra trata-se, principalmente, dos sistemas de representação que indicam as dimensões dos corpos; enquanto no terceiro volume se expõem, preferencialmente os que proporcionam um carácter mais intuitivo e imediato ao desenho. A relação com resultados puramente matemáticos consiste na dedução e nas demonstrações dos diferentes sistemas.

Izquierdo Asensi, F. (1985). *Geometria Descriptiva* (Vol. 16). Madrid: Editorial Dossat SA.

Esta *Geometria Descriptiva* trata exaustivamente os sistemas diédrico, cotado, axonométrico e cónico (onde se inclui uma abordagem à projecção gnomónica e à construção de relógios de sol), ainda que o tipo de abordagem proposto seja, sobretudo, pragmática. É contudo, no âmbito do sistema diédrico, que é dado maior desenvolvimento ao estudo de sólidos e de superfícies, sendo tratadas questões de concordância ou de intersecção recíproca.

Krylov, N., Lobandievsky, P. & Maine, S. (1971). *Géométrie Descriptive*. Moscovo: MIR.

Esta obra centra o desenvolvimento dos seus conteúdos na importância prática da Geometria Descritiva na familiarização com a linguagem representativa e técnica expressiva dos desenhos, ensinando a construí-los e a lê-los sem dificuldade. Obviamente o estudo da Geometria Descritiva contribui para formar uma imaginação representativa e adquirir hábitos de raciocínio lógico. Aperfeiçoa a aptidão para recriar em pensamento a forma dos objectos representados sobre um plano e prepara, assim, o futuro técnico (arquitecto, designer, engenheiro), para o estudo de disciplinas espaciais e para a criação técnica pelo estabelecimento de projectos.

*Leitão, C.A. M. (1909). *Desenho*. Lisboa: Fernandes e Companhia Editores. [5 volumes]

Apesar da sua edição datar de 1909, pode considerar-se, pedagogicamente, das obras mais profundas no ensino do, então, Desenho, com uma qualidade gráfica (e de leitura) que não vemos conseguida actualmente em obras do ensino secundário de Desenho e Geometria Descritiva.

Mateus, N. C. (2001). Os problemas básicos da Geometria Descritiva (a propósito dos novos Programas). *Boletim da APROGED, (14)*. 3-9.

Transcrição da intervenção do autor no III encontro da APROGED – "Geometria: que futuro?" – onde se questiona, com pertinência, a sequência metodológica clássica no ensino da Geometria Descritiva que, na opinião do autor, tem contribuído para o insucesso escolar real na aprendizagem da disciplina. Nuno Mateus acompanha esta crítica de uma contraproposta que justifica, cuidadosamente, quer sob o ponto de vista científico quer pedagógico.

Monge, G. (ed. 1996). *Geometria Descriptiva*. Madrid: Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales e Puertos.

Trata-se da edição *facsimilada* de uma tradução castelhana de 1803, da Geometria Descritiva de Monge para uso na "Escuela de Caminos", precedida do historial da respectiva escola e de algumas notas sobre a Geometria Descritiva e o seu ensino em Espanha. Destaque para a qualidade, excelente, das ilustrações.

Morais, J. S. (1995). *Geometria Descritiva* [para o 1º Ano de Engenharia Mecânica]. Porto: FEUP – DMEGI. [policopiado]

Sebenta, destinada aos alunos de Engenharia Mecânica da FEUP, sobre os fundamentos da representação diédrica, onde se ensaia e se tenta demonstrar a maior versatilidade e funcionalidade do sistema directo em contraponto com sistema clássico de Monge. Destaca-se, ainda, o desenvolvimento do estudo da representação axonométrica ortogonal e o capitulo consagrado a planificações.

Nannoni, D. (1978, 1981). *Il Mondo delle Proiezioni - Applicazioni della Geometria Descritiva e Proiettiva* (1, 2, 3). Bologna: Cappelli Editore.

Este tratado de geometria projectiva e descritiva trata de forma rigorosa e exaustiva os diferentes sistemas de representação. Salienta-se a primeira parte do livro sobre homologia e afinidade e os capítulos onde se desenvolve o estudo das sombras.

Pal, I. (1959). *Geometria Descriptiva (con Figuras estereoscopicas)*. Madrid: Aguilar.

Na linha de TAIBO, tem um similar recente na obra de R. SCHMIDT.

Pegado, L. P. M. (1899). *Curso de Geometria Descriptiva da Escola Polytechnica - Tomo I e II - Texto.* Lisboa: Typographia da Academia Real das Sciencias.

> Este curso, da autoria de um dos maiores geómetras portugueses, é um verdadeiro tratado sobre a matéria sendo, por isso, indispensável para todos que a queiram estudar a fundo. Extremamente relevante é o facto de Motta Pegado, dando nota de uma total actualização científica, tratar a geometria descritiva tendo sempre como pano de fundo as transformações geométricas. É, aliás, por aí que se inicia o seu livro. Considerando irrelevante a fixação dos planos de projecção Pegado não utiliza a LT. Para além da dupla projecção ortogonal o autor também trata o sistema das projecções cotadas.

*Pinheiro, C. S. & Sousa, P. F. (1979). *Desenho.* Textos Pré-Universitários (Vol. 39). Lisboa: Ministério da Educação.

*Pinheiro, C. .S. & Sousa, P. F. (1980). *Desenho.* Textos Pré-Universitários (Vol. 55). Lisboa: Min. da Educação e Ciência.

> Compêndios destinados ao ano propedêutico (que o 12º ano de escolaridade substituiu). O TPU39 compreende o estudo de superfícies e das sombras em dupla projecção ortogonal. O TPU55 desenvolve estudo da perspectiva e da representação axonométrica.

Ribeiro, C. T. (1991), *Geometria Projectiva.* Lisboa: Editora Europress.

> "...sem dúvida, um excelente auxiliar dos estudantes e profissionais de engenharia, visando ensinar e ajudar a utilizar de forma mais eficiente a linguagem da profissão." (Transcrição, com a devida vénia, da opinião de Veiga da Cunha no prefácio desta obra).

Rodriguez de Abajo, F. J. (1992). *Geometria Descriptiva - Sistema Diédrico.* San Sebastian: Editorial Donostiarra.

> Abordagem exaustiva e sistemática do "sistema diédrico" . Nota-se que o autor sugere o recurso à tripla projecção ortogonal para resolver situações de perfil. Saliência, também, como é norma em todos os livros dirigidos por Rodriguez de Abajo, para o capítulo introdutório sobre homologia onde se realiza um estudo desenvolvido das cónicas. Esse capital oferecido logo de início é activamente utilizado nas diversas situações projectivas tratadas em representação diédrica.

Rodríguez de Abajo, F. J. & BENGOA, V. A. (1987). *Geometria Descriptiva - Sistema Axonometrico.* (5ª ed.) Alcoy: Editorial Marfil SA.

> Na linha do livro dedicado ao sistema diédrico também este desenvolve, com profundidade, o estudo do sistema axonométrico ortogonal.

Rodríguez de Abajo, F. J. & BLANCO, A. R. (1982), *Geometria Descriptiva - Sistema de Perspectiva Caballera.* (3ª ed.) San Sebastian: Editorial Donostiarra.

> Estudo desenvolvido da axonometria por projecção oblíqua muito semelhante ao dedicado à axonometria ortogonal.

Sánchez Gallego, J. A. (1992). *Geometría Descriptiva - Sistemas de Proyección cilíndrica.* Barcelona. Ediciones UPC.

> Livro muito interessante sobre os diversos sistemas de projecção cilíndrica particularmente porque se propõe o estudo das diversas situações/problemas espaciais utilizando em simultâneo os vários sistemas de representação. Também relevantes são os capítulos iniciais onde se discute a essência de cada um deles e a sua vocação particular. Em relação à

representação diédrica a preferência de Gallego recai sobre o diédrico directo, preferência essa que justifica com uma sólida argumentação. Em relação à representação axonométrica são apresentados dados históricos que enquadram o aparecimento do "método dos cortes" sendo devidamente explicado o seu funcionamento e aplicação.

*Sant'ana, S. & GOMES, B. (1980). *Desenho e Geometria Descritiva*. Porto: Porto Editora.

Livro de texto conciso, com exercícios muito bem elaborados.

*Santos, P.(s/d). *Aprender a ver em Geometria Descritiva*. Coimbra: Livraria Arnado.

Obra destinada à iniciação em Geometria Descritiva como o próprio título sugere. A sua apresentação como livro em folhas soltas permite que os alunos executem a montagem tridimensional e, efectuando os cortes e dobragens convenientes, tenham a "percepção" da passagem ao bidimensional (plano de desenho).

*Schmidt, R. (1986). *Geometria Descriptiva con Figuras estereoscópicas*. Barcelona: Editorial Reverté SA.

A obra mais completa e cuidada em termos de representação de superfícies em estereoscopia.

*Sousa, P. F.(s/d). *Desenho*. Textos Pré-Universitários (Vol. 13). Lisboa: Ministério da Educação.

Compêndio destinado ao ano propedêutico (que o 12º ano de escolaridade substituiu). O TPU13 compreende uma introdução à dupla projecção ortogonal seguida do estudo dos métodos auxiliares e de problemas métricos.

Taibo, A. (1943). *Geometria Descriptiva e sus aplicaciones* [3 volumes]. Madrid: s/ed.

Das primeiras obras com figuras em estéreo.

Xavier, J. P. (1999). Acerca da "nova" terminologia dos Programas de Desenho e Geometria Descritiva A e B. *Boletim da APROGED, (9)*. 13-15.

Neste artigo, como o próprio título indica, procura-se mostrar que a terminologia usada nos actuais Programas de Geometria Descritiva não tem qualquer novidade estando já largamente difundida e utilizada (excepto no nosso País) à luz da necessidade de fazer convergir áreas disciplinares distintas, mas afins, como sejam, a Geometria Analítica, a Geometria Descritiva e o Desenho Técnico.

Xavier, J. P. (2000). A Axonometria como método descritivo. *Boletim da APROGED, (12)*. 7-22.

Transcrição de uma comunicação apresentada no Encontro Nacional da APROGED, "Saber ver a Geometria Descritiva", onde o autor se debruça sobre o enquadramento histórico-cultural da representação axonométrica. O texto constitui, igualmente, uma reflexão sobre a preponderância actual deste sistema de representação na modelação tridimensional em CAD. Na parte final é apresentado um método construtivo na axonometria ortogonal, conhecido como "método dos cortes", secundado pela amostragem de trabalhos de alunos de Geometria da FAUP.

Desenho Técnico

*Cunha, L. V. (1984). *Desenho Técnico* (Vol. 6). Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Manual sobre os mais variados temas de desenho técnico (embora não actualizado) precedido de informação sobre muitas construções geométricas euclidianas.

Morais, J. S. (1996). *Desenho de construções mecânicas III (Desenho Técnico)*. Porto: Porto Editora.

Livro de referência sobre Desenho Técnico e, também, um dos mais actualizados sobre o tema.

NORMAS

Norma ISO 128 Princípios gerais de representação
Norma ISO 216 Formatos de papéis
Norma ISO 2594 Métodos de projecção (desenho de construção civil)
Norma ISO 3098 Escrita
Norma ISO 5456-1/2/3/4 Métodos de projecção
Norma ISO 5457 Formatos dos desenhos
Norma ISO 9175 a 9180 Material de desenho
Norma ISO 10209-1 Termos relativos aos desenhos técnicos (generalidades e tipo de desenho)
Norma ISO 10209-2 Termos relativos aos métodos de projecção

Endereços na Internet:

http://www.geom.umn.edu/
http://www.ul.ie/~rynnet/keanea/homepage.html
http://www.albares.com/dibujotecnico/salaestudios/salaestudios.htm
http://www.arq.ufrgs.br/
http://www.mat.uel.br/barison/DGGDcont.htm
http://www.cce.ufsc.br/~ligsouza/geometria_descritiva.htm
http://indigo.ie/~paulmcd/
http://www.engr.ukans.edu/~rhale/ae421/giesecke/CHAP17.PDF
http://thales.cica.es/ed/practicas/TecInfo/09/indice.html
http://www.anth.org.uk/NCT/
http://mane.mech.virginia.edu/~engr160/Graphics/Outline.html
http://drr.arc.uniroma1.it/decarlo/
http://www.terravista.pt/ancora/6707/impindex2.html
http://www.fc.up.pt/atractor

Anexo A2 - Programa Nacional de Geometria Descritiva B

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

DEPARTAMENTO DO ENSINO SECUNDÁRIO

GEOMETRIA DESCRITIVA B

10º E 11º ANOS

CURSO TECNOLÓGICO DE DESIGN DE EQUIPAMENTO

AUTORES
JOÃO PEDRO XAVIER (COORDENADOR)
JOSÉ AUGUSTO REBELO

Homologação

05/03/2001

ÍNDICE

1. INTRODUÇÃO 3

2. APRESENTAÇÃO DO PROGRAMA 5

FINALIDADES 5

OBJECTIVOS 5

VISÃO GERAL DE TEMAS/CONTEÚDOS 6

SUGESTÕES METODOLÓGICAS GERAIS 11

COMPETÊNCIAS A DESENVOLVER 12

AVALIAÇÃO 12

RECURSOS 14

3. DESENVOLVIMENTO DO PROGRAMA 15

GESTÃO 15

CONTEÚDOS/TEMAS, SUGESTÕES METODOLÓGICAS 15

CONVENÇÕES DE REPRESENTAÇÃO E SIMBOLOGIA 28

MODELOS DIDÁCTICOS 31

GLOSSÁRIO 32

4. BIBLIOGRAFIA 34

DIDÁCTICA ESPECÍFICA 34

GEOMETRIA 34

GEOMETRIA DESCRITIVA 37

DESENHO TÉCNICO 42

1. INTRODUÇÃO

A disciplina de GEOMETRIA DESCRITIVA **B** é uma disciplina bianual que integra a componente de formação científico-tecnológica do Curso Tecnológico de Equipamento e do Curso Tecnológico de Multimédia.

É uma disciplina de iniciação à Geometria Descritiva e, como tal, os conteúdos que a integram foram seleccionados de molde a garantir um campo de competências essenciais no âmbito da representação diédrica e da representação axonométrica.

Os conteúdos constantes do Programa de GD-B, após o *módulo inicial* de introdução à geometria no espaço, abordam dois sistemas de representação - **diédrico** e **axonométrico** - considerados como fundamentais ou basilares na formação secundária de um aluno no âmbito da Geometria Descritiva.

Optou-se por leccionar os dois sistemas de representação referidos na sequência indicada, já que parece justificável que o estudo do sistema de representação axonométrica se faça, no ensino secundário, com um grau de desenvolvimento maior do que no ensino básico, onde este sistema mereceu apenas uma abordagem pertencente ao domínio do Desenho Técnico aliada à representação de formas bastante simples, predominantemente paralelepipédicas. Sendo assim, embora o estudo da axonometria continue a visar, fundamentalmente, a representação de formas ou objectos tridimensionais, interessa agora fazer a desmontagem do sistema, conhecer os seus princípios e entender o seu funcionamento, o que implica uma síntese de operações abstractas que o aluno não está apto a realizar no início do 10º ano, além de pré-requisitos específicos que o estudo desenvolvido do sistema de representação diédrica lhe deverá proporcionar.

É exactamente a representação diédrica que constitui o cerne do programa, dado que o conhecimento deste sistema de representação não só permite adquirir os pré-requisitos necessários para a aprendizagem de qualquer outro, como se revela bastante eficaz na consecução do objectivo essencial de desenvolver a capacidade de ver e de representar o espaço tridimensional.

Em relação à sequência do ensino-aprendizagem dos conteúdos no âmbito da representação diédrica ainda que, em cada ano, o percurso se inicie com situações que implicam um maior grau de abstracção, foi procurado atenuar esta componente, através das didácticas e metodologia propostas. Desse modo, para que a aprendizagem da abstracção seja favorecida, propõe-se que seja realizada em ligação ao concreto, através do recurso sistemático a modelos tridimensionais nos quais se torna possível simular, de forma visível e palpável, as situações espaciais que o aluno irá representar posteriormente na folha de papel - após ter visto e compreendido - sem decorar apenas traçados, situação que, irremediavelmente, o impediria de resolver problemas mais complexos. Refira-se, porém, que o recurso a modelos é apenas um ponto de partida a adoptar nas fases iniciais da aprendizagem que irá sendo progressivamente abandonado à medida que o aluno for atingindo maior capacidade de abstracção e maturidade na visualização a três dimensões, ainda que possa reutilizá-los, se necessário, em situações pontuais.

Também o recurso a *software* de geometria dinâmica pode, em contraponto com os modelos tridimensionais, ser muito interessante e estimulante nas actividades de ensino-aprendizagem

por permitir registar graficamente o movimento e, sobretudo, por facilitar a detecção, em tempo real, das invariantes dos objectos geométricos quando sujeitos a transformações, favorecendo, por conseguinte, **a procura do que permanece constante no meio de tudo o que varia**. Essa faceta permite a exploração dessas mesmas transformações, que estão na raiz do próprio *software*, o que dá entrada ao aluno, na Geometria, através de um conceito extremamente lato e poderoso, que está na essência das projecções utilizadas na representação descritiva. Por outro lado, a arquitectura destes programas de computador, favorece o desenvolvimento de um ensino-aprendizagem baseado na experimentação e na descoberta permitindo deduzir, a partir de indícios, as leis gerais que governam os problemas geométricos que vão sendo propostos.

Outra opção seguida consistiu na partição de unidades, o que se julga, pedagogicamente, mais adequado a alunos do ensino secundário e mais ajustado à divisão inevitável do Programa em dois anos lectivos. Deveremos pensar que um programa não se destina apenas a alunos bons, para os quais qualquer método pedagógico se adapta, mas para o aluno médio com algumas dificuldades na aprendizagem. Como afirma Britt-Mari Barth no seu livro "O Saber em Construção": *... para poder utilizar os seus conhecimentos mais tarde o aluno deve, ele próprio, construir o seu saber, mobilizando ferramentas intelectuais de que dispõe e que podem ser aperfeiçoadas. Reproduzir um saber não é a mesma coisa que construi-lo. Nesta óptica, a responsabilidade do professor é transmitir o saber de tal modo que esta construção pessoal seja possível (...) dado que o saber não é estático, mas sim dinâmico, convém "pará-lo" numa dada altura, nem que seja de modo provisório, a fim de situar pontos de referência*. O estudo de uma determinada unidade de aprendizagem de forma exaustiva, implicando uma enumeração maciça de conceitos pode, por um lado, criar um desgaste e, por outro, provocar lacunas intermédias que impedirão o aluno de atingir o nível pretendido. Se esse mesmo estudo for construído por fragmentos com graus de dificuldade crescente, permitirá a reflexão nos tempos de paragem, a fim de relembrar e sedimentar os conhecimentos adquiridos, avançando posteriormente para uma nova etapa de forma mais segura e consciente.

2. APRESENTAÇÃO DO PROGRAMA

FINALIDADES

- Desenvolver a capacidade de percepção dos espaços, das formas visuais e das suas posições relativas
- Desenvolver a capacidade de visualização mental e representação gráfica, de formas reais ou imaginadas
- Desenvolver a capacidade de interpretação de representações descritivas de formas
- Desenvolver a capacidade de comunicar através de representações descritivas
- Desenvolver as capacidades de formular e resolver problemas
- Desenvolver a capacidade criativa
- Promover a auto-exigência de rigor e o espírito crítico
- Promover a realização pessoal mediante o desenvolvimento de atitudes de autonomia, solidariedade e cooperação

OBJECTIVOS

- Conhecer a fundamentação teórica dos sistemas de representação diédrica e axonométrica
- Identificar os diferentes tipos de projecção e os princípios base dos sistemas de representação diédrica e axonométrica
- Reconhecer a função e vocação particular de cada um desses sistemas de representação
- Representar com exactidão sobre desenhos que só têm duas dimensões os objectos que na realidade têm três e que são susceptíveis de uma definição rigorosa (Gaspard Monge)
- Deduzir da descrição exacta dos corpos as propriedades das formas e as suas posições respectivas (Gaspard Monge)
- Conhecer vocabulário específico da Geometria Descritiva
- Usar o conhecimento dos sistemas estudados no desenvolvimento de ideias e na sua comunicação

- Conhecer aspectos da normalização relativos ao material e equipamento de desenho e às convenções gráficas
- Utilizar correctamente os materiais e instrumentos cometidos ao desenho rigoroso
- Relacionar-se responsavelmente dentro de grupos de trabalho, adoptando atitudes comportamentais construtivas, solidárias tolerantes e de respeito

VISÃO GERAL DOS TEMAS/CONTEÚDOS

O Programa é composto por um *módulo inicial* que contempla conteúdos essenciais de Geometria Euclidiana do Espaço extraídos do Programa de Matemática do 3º ciclo do Ensino Básico. Segue-se uma introdução geral à Geometria Descritiva, muito sintética, para se passar ao estudo da Representação Diédrica que constitui o tema central do Programa, que se reparte, inevitavelmente, pelos dois anos lectivos. Conclui o programa o estudo dos fundamentos da Representação Axonométrica e sua aplicação na representação de formas tridimensionais. A repartição temática do Programa e o respectivo peso de cada unidade aparece esquematizada no seguinte quadro:

QUADRO RESUMO DO PROGRAMA

Módulo Inicial	9 aulas
Introdução à Geometria Descritiva	4 aulas
Representação Diédrica	98 aulas
Representação Axonométrica	21 aulas
Total de aulas de 90 minutos	132 aulas

Os conteúdos seleccionados são considerados como essenciais e estruturantes para o desenvolvimento do conhecimento do espaço articulado com a aprendizagem da representação descritiva de formas no âmbito dos sistemas de representação a estudar.

É proposta uma sequência, em correspondência com sugestões metodológicas específicas, que se julga ser mais conveniente. Isso não obsta, no entanto, a que cada professor leccione o Programa de modo diverso do proposto, tanto mais se a sua experiência de leccionação por outras vias tenha demonstrado ser igualmente positiva. Fundamentalmente importa reter que a rigidez na compartimentação dos conteúdos é mais aparente do que real podendo, em múltiplas situações, a sua sobreposição ou reordenação revelar-se mais vantajosa.

Como exemplo referem-se os temas de representação de figuras planas contidas em planos projectantes ou de sólidos com base assente nesses planos que sucedem o estudo dos métodos geométricos auxiliares mas podem ser abordados em simultaneidade. Como estas, muitas outras situações podem permitir a sobreposição de itens ou mesmo alterações de sequência, que poderão ser tanto mais profíquas quanto maior for a experiência metodológica do professor.

Para além dos conteúdos referidos, a que corresponde uma carga horária determinada, existem questões transversais que se prendem com a normalização do desenho, relativamente

a equipamento (instrumentos e materiais de traçado e medição: critérios de escolha, manutenção e conservação; suportes: critérios de escolha, conservação) e aspectos de representação (princípios gerais de representação; escrita, formatos dos desenhos, material de desenho; termos relativos a desenhos técnicos), que não poderão deixar de ser veiculados.

CONTEÚDOS DE CADA ANO

10º ANO

DESENVOLVIMENTO

1.	**Módulo inicial**
1.1	Ponto
1.2	Recta
1.3	Posição relativa de duas rectas
	- complanares
	- paralelas
	- concorrentes
	- enviesadas
1.4	Plano
1.5	Posição relativa de rectas e de planos
-	recta pertencente a um plano
-	recta paralela a um plano
-	recta concorrente com um plano
-	planos paralelos
-	planos concorrentes
1.6	Perpendicularidade de rectas e de planos
-	rectas perpendiculares e ortogonais
-	recta perpendicular a um plano
-	planos perpendiculares
1.7	Superfícies
	Generalidades, geratriz e directriz
	Algumas superfícies:
	- plana
	- piramidal
	- cónica
	- prismática
	- cilíndrica
	- esférica
1.8	Sólidos
	- pirâmides
	- prismas
	- cones
	- cilindros
	- esfera
1.9	Secções planas de sólidos e truncagem
2.	**Introdução à Geometria Descritiva**
2.1	Geometria Descritiva
	2.1.1 Resenha histórica
	2.1.2 Objecto e finalidade
	2.1.3 Noção de projecção
	- projectante
	- superfície de projecção
	projecção
2.2	Tipos de projecção
	2.2.1 Projecção central ou cónica
	2.2.2 Projecção paralela ou cilíndrica
	- projecção oblíqua ou clinogonal

- projecção ortogonal

2.3 Sistemas de representação - sua caracterização:
- pelo tipo de projecção
- pelo número de projecções utilizadas
- pelas operações efectuadas na passagem do tri para o bidimensional
  - projecção única
  - *n* projecções e rebatimento de *n-1* planos de projecção

2.4 Introdução ao estudo dos sistemas de representação triédrica e diédrica

2.4.1 Representação triédrica
- triedros trirrectângulos de projecção
- planos de projecção: plano horizontal XY (plano 1), plano frontal ZX (plano 2), plano de perfil YZ (plano 3)
- eixos de coordenadas ortogonais: X, Y, Z
- coordenadas ortogonais: *x, y, z* (*abcissa* ou *largura; ordenada/afastamento* ou *profundidade; cota* ou *altura*)
- representação triédrica de um ponto

2.4.2 Representação diédrica
- diedros de projecção
- planos de projecção: plano horizontal (plano 1), plano frontal (plano 2)
- eixo X ou aresta dos diedros – (Linha de Terra)
- planos bissectores dos diedros
- representação diédrica de um ponto

2.4.3 Vantagens e inconvenientes de ambos os sistemas de representação; sua intermutabilidade

3. Representação diédrica

3.1 Ponto
- 3.1.1 Localização de um ponto
- 3.1.2 Projecções de um ponto

3.2 Segmento de recta
- 3.2.1 Projecções de um segmento de recta
- 3.2.2 Posição do segmento de recta em relação aos planos de projecção:
  - perpendicular a um plano de projecção: de topo, vertical
  - paralelo aos dois planos de projecção: fronto-horizontal (perpendicular ao plano de referência das abcissas)
  - paralelo a um plano de projecção: horizontal, frontal
  - paralelo ao plano de referência das abcissas: de perfil
  - não paralelo a qualquer dos planos de projecção: oblíquo

3.3 Recta
- 3.3.1 Recta definida por dois pontos
- 3.3.2 Projecções da recta
- 3.3.3 Ponto pertencente a uma recta
- 3.3.4 Traços da recta nos planos de projecção e nos planos bissectores
- 3.3.5 Posição da recta em relação aos planos de projecção
- 3.3.6 Posição relativa de duas rectas
  - complanares
  - paralelas
    - concorrentes
  - enviesadas

3.4 Figuras planas I
Polígonos e círculo horizontais, frontais ou de perfil

3.5 Plano
- 3.5.1 Definição do plano por:
  - 3 pontos não colineares

- uma recta e um ponto exterior
- duas rectas paralelas
- duas rectas concorrentes (incluindo a sua definição pelos traços nos planos de projecção)

3.5.2 Rectas contidas num plano
3.5.3 Ponto pertencente a um plano
3.5.4 Rectas notáveis de um plano:
- horizontais
- frontais
- de maior declive
- de maior inclinação

3.5.5 Posição de um plano em relação aos planos de projecção
Planos projectantes:
- paralelo a um dos planos de projecção: horizontal (de nível), frontal (de frente)
- perpendicular a um só plano de projecção: de topo, vertical
- perpendicular aos dois planos de projecção: de perfil (paralelo ao plano de referência das abcissas)

Planos não projectantes:
- de rampa (paralelo ao eixo X e oblíquo aos planos de projecção - perpendicular ao plano de referência das abcissas); passante (contém o eixo X)
- oblíquo (oblíquo em relação ao eixo X e aos planos de projecção)

3.6 Intersecções (recta/plano e plano/plano)
3.6.1 Intersecção de uma recta projectante com um plano projectante
3.6.2 Intersecção de uma recta não projectante com um plano projectante
3.6.3 Intersecção de dois planos projectantes
3.6.4 Intersecção de um plano projectante com um plano não projectante
3.6.5 Intersecção de uma recta com um plano (método geral)
3.6.6 Intersecção de um plano (definido ou não pelos traços) com o β_{24} ou β_{13}
3.6.7 Intersecção de planos (método geral)
3.6.8 Intersecção de um plano (definido ou não pelos traços) com um:
- plano projectante
- plano oblíquo
- plano de rampa

11º ANO

3.7 Sólidos I
3.7.1 Pirâmides (regulares e oblíquas de base regular) e cones (de revolução e oblíquos de base circular) de base horizontal, frontal ou de perfil
3.7.2 Prismas (regulares e oblíquos de base regular) e cilindros (de revolução e oblíquos de base circular) de bases horizontais, frontais ou de perfil
3.7.3 Esfera; círculos máximos (horizontal, frontal e de perfil)
3.7.4 Pontos e linhas situados nas arestas, nas faces ou nas superfícies dos sólidos

---

3.8 Métodos geométricos auxiliares I
3.8.1 Estrutura comparada dos métodos auxiliares - características e aptidões
3.8.2 Mudança de diedros de projecção
(casos que impliquem apenas uma mudança)
3.8.2.1 Transformação das projecções de um ponto
3.8.2.2 Transformação das projecções de uma recta
3.8.2.3 Transformação das projecções de elementos definidores de um plano

3.8.3 Rotações
(casos que impliquem apenas uma rotação)
3.8.3.1 Rotação do ponto
3.8.3.2 Rotação da recta
3.8.3.3 Rotação de um plano projectante
3.8.3.4 Rebatimento de planos projectantes
3.8.3.5 Rebatimento de planos não projectantes
- rampa
- oblíquo

3.9	Figuras planas II Figuras planas (polígonos e círculo) situadas em planos verticais ou de topo
3.10	Sólidos II Pirâmides e prismas regulares com base(s) situada(s) em planos verticais ou de topo
3.11	Secções 3.11.1 Secções em sólidos (pirâmides, cones, prismas, cilindros) por planos - horizontal, frontal e de perfil 3.11.2 Secções em sólidos (pirâmides, cones, prismas, cilindros) com base(s) horizontal(ais), frontal(ais) ou de perfil por planos projectantes ou de rampa 3.11.3 Truncagem
4.	**Representação axonométrica**
4.1	Introdução 4.1.1 Caracterização 4.1.2 Aplicações
4.2	Axonometrias obliquas ou clinogonais: Cavaleira e Planométrica 4.2.1 Generalidades 4.2.2 Direcção e inclinação das projectantes 4.2.3 Determinação gráfica da escala axonométrica do eixo normal ao plano de projecção através do rebatimento do plano projectante desse eixo 4.2.4 Axonometrias clinogonais normalizadas
4.3	Axonometrias ortogonais: Trimetria, Dimetria e Isometria 4.3.1 Generalidades 4.3.2 Determinação gráfica das escalas axonométricas 4.3.2.1 Rebatimento do plano definido por um par de eixos 4.3.2.2 Rebatimento do plano projectante de um eixo 4.3.3 Axonometrias ortogonais normalizadas
4.4	Representação axonométrica de formas tridimensionais Métodos de construção 4.4.1 Método das coordenadas 4.4.2 Método do paralelepípedo circunscrito ou envolvente 4.4.3 Método dos cortes (só no caso da axonometria ortogonal)

SUGESTÕES METODOLÓGICAS GERAIS

O presente programa adianta, em paralelo com a apresentação dos conteúdos, sugestões metodológicas que, embora não vinculativas, apontam para um modo preciso de encaminhar as actividades e para uma forma concreta de articulação das abordagens teóricas dos assuntos com a execução prática de problemas e traçados.

As aulas deverão ter um cariz teórico-prático, privilegiando a participação dos alunos. Mesmo nos momentos de explanação teórica de conceitos, o professor deverá conseguir provocar o questionamento das situações que apresenta, dando espaço para a indução ou para a construção dedutiva por parte do aluno. Esta postura metodológica envolvente facilitará a

compreensão das situações espaciais que se colocam, permitindo vislumbrar o seu encadeamento e fundamentação. Para isso será indispensável que as respostas sejam testadas e, eventualmente, comprovadas mediante a resolução prática de problemas. Esta metodologia da resolução de problemas, ao promover um processo de ensino-aprendizagem em que o aluno se torna actor de uma investigação, devidamente conduzida pelo professor, deverá ser, por isso mesmo, uma via a explorar. Aliás, são numerosas as sugestões didácticas específicas, que apontam esse caminho.

Como já foi referido no capítulo introdutório, numa fase inicial da aprendizagem, apontamos para uma didáctica assente no uso de modelos tridimensionais, especificamente concebidos para leccionar Geometria Descritiva, mas será sempre possível utilizar outros mais rudimentares (em papel, acrílico ou cartolina) que os próprios alunos podem executar.

Além disso, será da maior conveniência generalizar o uso de *software* de geometria dinâmica e, se possível, permitir aos alunos a sua manipulação, dadas as potencialidades deste *software* de promover um tipo de ensino-aprendizagem, que corresponde ao que elegemos, baseado na experimentação e na descoberta que, ademais, se revela altamente sedutor, estimulante e consequente.

Sugere-se sempre que possível, uma abordagem interdisciplinar, nomeadamente com a Área de Projecto.

Concretamente, poderão ser efectuados levantamentos de edifícios, de espaços, de equipamento ou mobiliário com a respectiva representação rigorosa, projectos cenográficos ou outros que envolvam a organização espacial ou a criação de pequenos objectos (como seja a organização de uma exposição a realizar na Escola, por exemplo). Qualquer das situações referidas poderá exigir a produção de maquetas tridimensionais e, no caso de os alunos já possuírem conhecimentos de CAD, será de extremo interesse proceder à construção de modelos virtuais.

Por outro lado, será útil convidar personalidades para dar palestras, ou até participar nas aulas, provenientes de diferentes ramos de actividade (arquitectura, engenharia, aretes plásticas, design...) onde a presença da Geometria Descritiva constitui uma ferramenta fundamental para a concepção, compreensão e representação das formas que produzem. Sessões do mesmo tipo focando aspectos da História da Geometria Descritiva poderão também permitir entender as razões que levaram à necessidade de criação dos sistemas descritivos presentes neste Programa, ao entendimento do modo como evoluíram e ao equacionamento de perspectivas para o seu futuro, particularmente, se forem tidos em conta questões relacionadas com a História da Arte.

COMPETÊNCIAS A DESENVOLVER

- Percepcionar e visualizar no espaço
- Aplicar os processos construtivos da representação
- Reconhecer a normalização referente ao desenho
- Utilizar os instrumentos de desenho e executar os traçados
- Utilizar a Geometria Descritiva em situações de comunicação e registo

- Representar formas reais ou imaginadas
- Ser autónomo no desenvolvimento de actividades individuais
- Planificar e organizar o trabalho
- Cooperar em trabalhos colectivos

AVALIAÇÃO

A avaliação em Geometria Descritiva é contínua e integra três componentes: diagnóstica, formativa e sumativa.

Tem como referência os **objectivos e a aferição das competências adquiridas** e, define-se segundo **domínios** que se apresentam em seguida.

Conceitos

Neste domínio, é objecto de avaliação a aplicação dos conceitos decorrentes dos conteúdos do programa: os implicados no conhecimento dos fundamentos teóricos dos sistemas de representação diédrica e axonométrica; os implicados no conhecimento dos processos construtivos da representação; os implicados no conhecimento da normalização.

A avaliação do conhecimento dos princípios teóricos far-se-á tendo em conta:

- a interpretação de representações de formas;
- a identificação dos sistemas de representação utilizados;
- a distinção entre as aptidões específicas de cada método, com vista à sua escolha na resolução de cada problema concreto de representação;
- o relacionamento de métodos e/ou processos.

A avaliação do conhecimento dos processos construtivos far-se-á tendo em conta:

- a interpretação de dados ou de descrições verbais de procedimentos gráficos;
- aplicação dos processos construtivos na representação de formas;
- economia nos processos usados;
- descrição verbal dos procedimentos gráficos para a realização dos traçados.

A avaliação do conhecimento relativo à normalização far-se-á tendo em conta:

- a interpretação de desenhos normalizados;
- a aplicação das normas nos traçados.

Técnicas

Neste domínio são objecto de avaliação: a utilização dos instrumentos de desenho e a execução dos traçados.

Quanto à utilização dos instrumentos, a avaliação será feita tendo em conta:

- a escolha dos instrumentos para as operações desejadas;
- a manipulação dos instrumentos;
- a manutenção dos instrumentos.

No que respeita à avaliação da execução dos traçados, serão tidos em conta:

- o cumprimento das normas;
- o rigor gráfico;
- a qualidade do traçado;
- a legibilidade das notações.

Realização

Neste domínio, são objecto de avaliação: competências implicadas na utilização imediata da Geometria Descritiva em situações de comunicação ou registo; competências que actuam na capacidade de percepção e de visualização.

A avaliação da utilização da Geometria Descritiva como instrumento de comunicação ou registo, será feita tendo em conta:

- o recurso à representação de formas, para as descrever;
- a legibilidade e poder expressivo das representações;
- a pertinência dos desenhos realizados.

A avaliação da capacidade de representação de formas imaginadas ou reais terá em conta:

- a representação gráfica de ideias;
- a reprodução gráfica de formas memorizadas.

Atitudes

Neste domínio consideram-se as atitudes manifestadas no trabalho, incidindo a avaliação sobre:

- autonomia no desenvolvimento de actividades individuais;
- cooperação em trabalhos colectivos;
- planificação e organização.

Técnicas e instrumentos de avaliação

A recolha de dados para a avaliação far-se-á através de:

- trabalhos realizados nas actividades desenvolvidas nas aulas ou delas decorrentes, quer em termos dos produtos finais quer em termos dos materiais produzidos durante o processo;
- observação directa das operações realizadas durante a execução dos trabalhos;
- intervenções orais;
- provas de avaliação sumativa expressamente propostas;
- atitudes reveladas durante as actividades.

RECURSOS

A didáctica sugerida para a disciplina de Geometria Descritiva no Ensino Secundário pressupõe a possibilidade de uso, na sala de aula, de materiais e equipamentos diversificados:

- Material de desenho para o quadro e para o trabalho individual (régua, esquadro, compasso, transferidor)
- Modelos tridimensionais
- *Video* didáctico de manipulação dos modelos
- Sólidos geométricos construídos em diversos materiais (placas, arames, palhinhas, acetatos, acrílico, vinil com líquido colorido, madeira)
- Meios audiovisuais (retroprojector, acetatos e canetas, projectores de diapositivos e de *video*)
- Computadores com *software* de geometria dinâmica e/ou de *CAD*
- Projector de luz
- Fita métrica de 10m

Seria conveniente que cada escola dispusesse de uma sala específica da disciplina de Geometria Descritiva com os materiais referidos instalados e devidamente salvaguardados, assim como de armários e/ou cacifos para guardar o material individual dos alunos.

3. DESENVOLVIMENTO DO PROGRAMA

GESTÃO

A gestão da carga horária pressupõe a metodologia proposta na apresentação e gestão dos conteúdos e considera como carga horária 3 horas x 33 semanas = 99 horas/ano, o que perfaz o total de 66 aulas de 90 minutos cada.

A atribuição de carga horária, expressa em números de aulas de 90 minutos cada, à abordagem de cada ponto do programa é uma sugestão passível de alteração, quer causada por demoras imprevistas nas actividades de desenvolvimento dessas abordagens, quer pela necessidade de organização da turma em grupos com ritmos de aprendizagem diferentes ou com trabalhos de execução de diferentes durações.

CONTEÚDOS/TEMAS, GESTÃO, SUGESTÕES METODOLÓGICAS

10º ANO

DESENVOLVIMENTO		Nº de AULAS/90 MINUTOS	SUGESTÕES METODOLÓGICAS
1.	**Módulo inicial**	**9**	
1.1	Ponto	9	Neste *módulo inicial*, onde se pretende revisitar as noções essenciais de Geometria no Espaço veiculadas no ensino básico na disciplina de Matemática, tendo em vista o desenvolvimento do conhecimento espacial, deverá ser seguida uma abordagem meramente intuitiva do espaço com recurso a modelos tridimensionais, que podem ser, a própria sala de aula, os objectos que nela se encontram ou modelos específicos dos diferentes sólidos e superfícies a estudar. Com esses referenciais, ou outros expedientes, poderão ser identificados e devidamente definidos os elementos geométricos e verificadas as suas posições relativas (relações de pertença, paralelismo, concorrência e a situação particular de perpendicularidade). O estabelecimento das condições de paralelismo e perpendicularidade deverá ser tratado com particular atenção, sempre por via intuitiva, e recorrendo a exemplos e contra-exemplos. Pode testar-se, eventualmente, a
1.2	Recta		
1.3	Posição relativa de duas rectas		
	- complanares		
	- paralelas		
	- concorrentes		
	- enviesadas		
1.4	Plano		
1.5	Posição relativa de rectas e de planos		
	- recta pertencente a um plano		
	- recta paralela a um plano		
	- recta concorrente com um plano		
	- planos paralelos		
	- planos concorrentes		
1.6	Perpendicularidade de rectas e de planos		
	- rectas perpendiculares e ortogonais		
	- recta perpendicular a um plano		
	- planos perpendiculares		
1.7	Superfícies		
	Generalidades, geratriz e directriz		
	Algumas superfícies:		
	- plana		
	- piramidal		
	- cónica		
	- prismática		
	- cilíndrica		
	- esférica		
1.8	Sólidos		
	- pirâmides		

- prismas - cones - cilindros - esfera 1.9 Secções planas de sólidos e truncagem		perpendicularidade de duas linhas traçadas no terreno ou a verticalidade de um candeeiro de pé ou da parede em relação ao plano horizontal do chão da sala de aula, recorrendo ao triângulo rectângulo 345. Procedimentos do mesmo tipo podem ser seguidos para verificação de situações de paralelismo. O domínio visual e espacial destas condições deverá permitir uma abordagem preliminar de problemas métricos de determinação de distâncias (distância entre dois pontos, de um ponto a uma recta, de um ponto a um plano, de dois planos paralelos) e de ângulos (ângulo de duas rectas, de uma recta com um plano, noção de diedro e ângulo diedro), levando o aluno a deduzir o conjunto de procedimentos necessários para chegar a uma solução. Para a introdução ao estudo das superfícies será útil recorrer aos *modelos B a K* ilustrativos dos vários tipos de superfície, quer para a sua classificação quer para o entendimento do modo como são geradas. As diversas situações de estudo propostas, incluindo superfícies e secções planas de sólidos, deverão ser conduzidas de modo a que sejam revitalizados as noções previamente adquiridas, no básico, sobre lugares geométricos. Exemplos de situações para "visualizar" o espaço (envolvendo as condições de paralelismo e perpendicularidade e outros conhecimentos) poderão ser problemas de determinação do lugar geométrico de pontos equidistantes, - de um ponto - de uma recta - de um plano - dos extremos de um segmento de recta (plano mediador de um segmento de recta) - dos vértices de um quadrado - dos pontos de uma circunferência - das faces de um diedro - etc... ou de detecção da forma (ou formas) da secção plana de, - uma esfera - um cilindro de revolução - um cone de revolução - um cubo Recomenda-se que a forma das secções referidas seja verificada com recurso a

			modelos de vinil com líquido colorido. Para explorar a relação espaço-plano-espaço e uma vez que, nesta fase, não se pretende explorar qualquer tipo de representação descritiva, sugere-se que sejam efectuadas planificações de poliedros (pirâmides e prismas regulares e, caso seja possível, oblíquos de base regular) de modo a permitir a sua construção tridimensional (tal como, no ensino básico, pelo método da tentativa e erro: observando, medindo, corrigindo, construindo...). Se houver tempo e disponibilidade poderá ser ensaiada, inclusivamente, a planificação de troncos dos sólidos referidos. Tal como já era sugerido, a nível do ensino básico, este processo deverá ser reversível, ou seja, observando um sólido o aluno deverá conseguir planificá-lo e face a uma planificação qualquer deverá estar apto a deduzir a configuração do sólido. Este exercício permitirá, ademais, relembrar algumas construções elementares da geometria plana, nomeadamente, de triângulos e de paralelogramos.
2.	**Introdução à Geometria Descritiva**	**4**	
2.1	Geometria Descritiva 2.1.1 Resenha histórica 2.1.2 Objecto e finalidade 2.1.3 Noção de projecção - projectante - superfície de projecção - projecção	1	Sugere-se a amostragem de desenhos, através de acetatos ou diapositivos, que permitam ilustrar os diversos estádios de desenvolvimento da representação rigorosa, evidenciando a sua adequação às diferentes necessidades da actividade humana. Estes exemplos permitirão clarificar o papel desempenhado pela Geometria Descritiva no estudo exacto das formas dos objectos com recurso à sua representação gráfica.
2.2	Tipos de projecção 2.2.1 Projecção central ou cónica 2.2.2 Projecção paralela ou cilíndrica - projecção oblíqua ou clinogonal - projecção ortogonal	1	A noção de ponto próprio e de ponto impróprio poderá ser melhor entendida pelos alunos através de exemplos que permitam acompanhar a transformação de uma situação na outra, como sejam: - transformar duas rectas concorrentes em duas rectas paralelas fazendo deslizar o ponto de concorrência ao longo de uma delas de modo a torná-lo num ponto impróprio; - partir de um triângulo equilátero (60º+60º+60º) e chegar a um triângulo isósceles (90º+90º+0º) transformando um vértice num ponto impróprio; - aumentar progressivamente o raio de uma circunferência até à situação da sua transformação numa recta, ou seja, numa circunferência cujo centro

		é um ponto impróprio; - etc… Seguindo esta mesma lógica pode começar-se por abordar a projecção central e, em seguida, passar à projecção paralela, entendendo esta como um caso particular da primeira. Exemplos concretos, facilmente disponíveis, de cada um dos tipos de projecção são, obviamente, as sombras de um objecto projectadas por um ponto de luz e pela luz do Sol.
2.3 Sistemas de representação - sua caracterização: - pelo tipo de projecção - pelo número de projecções utilizadas - pelas operações efectuadas na passagem do tri para o bidimensional - projecção única - *n* projecções e rebatimento de *n-1* planos de projecção	1	Os sistemas de representação podem ser ilustrados com recurso à apresentação de imagens, sendo sempre vantajoso verificar como um mesmo objecto é descrito por cada um deles. Em *Ver pelo desenho* (ilustração 66, p.87) Manfredo Massironi utiliza um Fiat 500 numa figura extremamente sugestiva que, ademais, torna possível evidenciar as aptidões e vocação específica de alguns sistemas de representação.
2.4 Introdução ao estudo dos sistemas de representação triédrica e diédrica 2.4.1 Representação triédrica - triedros trirrectângulos de projecção - planos de projecção: plano horizontal XY (plano 1), plano frontal ZX (plano 2), plano de perfil YZ (plano 3) - eixos de coordenadas ortogonais: X, Y, Z - coordenadas ortogonais: *x, y, z* (*abcissa* ou *largura; ordenada/afastamento* ou *profundidade; cota* ou *altura*) - representação triédrica de um ponto 2.4.2 Representação diédrica - diedros de projecção - planos de projecção: plano horizontal (plano 1), plano frontal (plano 2) - eixo X ou aresta dos diedros – (Linha de Terra) - planos bissectores dos diedros - representação diédrica de um ponto 2.4.3 Vantagens e inconvenientes de ambos os sistemas de representação; sua intermutabilidade	1	Para identificar e definir os elementos estruturantes do sistema de representação triédrica sugere-se a simulação da realidade espacial através da utilização do *modelo A* que nos servirá para identificar os triedros de projecção definidos pelo sistema de planos, o referencial analítico do espaço constituído pelos eixos de coordenadas, a localização inequívoca de um ponto no espaço através das suas coordenadas ortogonais, as suas projecções ortogonais nos planos de projecção, bem como o conjunto de operações efectuadas na passagem do tri para o bidimensional. O mesmo modelo, através da supressão do plano de perfil (plano 3) como terceiro plano de projecção, permitirá fazer a passagem para a representação diédrica cabendo agora iniciar o processo de demonstração da suficiência da dupla projecção ortogonal na resolução da maior parte dos problemas que envolvam os elementos geométricos (ponto, recta e plano) considerados individualmente ou em correlação. De regresso à representação triédrica pode sublinhar-se, por contraponto, a sua mais-valia no reconhecimento imediato e intuitivo de objectos tridimensionais, de tal modo que se torna possível, frequentemente, omitir a identificação dos vértices que os

			definem.
3.	**Representação diédrica**	**98**	
3.1	Ponto 3.1.1 Localização de um ponto 3.1.2 Projecções de um ponto	4	Para facilitar a visualização espacial pode ser retomado o *modelo A*, onde facilmente se poderão simular as situações de projecção. Será da maior conveniência que, durante a aprendizagem, todos os alunos tenham possibilidade de utilizar o modelo sempre com uma observação frontal. Propõe-se que: - o estudo do ponto seja efectuado com recurso à tripla projecção; - o aluno distinga, no modelo, projectante, de coordenada e de projecção; - o aluno determine as coordenadas/projecções dos simétricos de um ponto relativamente a cada um dos planos de projecção ou ao eixo X; - represente as projecções de pontos situados nos semi-planos de projecção, como pré-requisito da aprendizagem da determinação de traços de rectas nesses planos.
3.2	Segmento de recta 3.2.1 Projecções de um segmento de recta 3.2.2 Posição do segmento de recta em relação aos planos de projecção: - perpendicular a um plano de projecção: de topo, vertical - paralelo aos dois planos de projecção: fronto-horizontal (perpendicular ao plano de referência das abcissas) - paralelo a um plano de projecção: horizontal, frontal - paralelo ao plano de referência das abcissas: de perfil - não paralelo a qualquer dos planos de projecção: oblíquo	3	Propõe-se que: - o estudo do segmento de recta seja efectuado com recurso à tripla projecção; - no modelo, o aluno relacione a dimensão do segmento no espaço com a da sua projecção em cada plano de projecção; devem, por isso, ser exploradas as possíveis situações de posicionamento do segmento, desde a sua posição paralela a um dos planos de projecção (e consequente verdadeira grandeza nesse plano) até à situação de perpendicularidade (quando a projecção do segmento se reduz a um ponto).
3.3	Recta 3.3.1 Recta definida por dois pontos 3.3.2 Projecções da recta 3.3.3 Ponto pertencente a uma recta 3.3.4 Traços da recta nos planos de projecção e nos planos bissectores 3.3.5 Posição da recta em relação aos planos de projecção 3.3.6 Posição relativa de duas rectas - complanares - paralelas - concorrentes - enviesadas	8	Propõe-se: - partir das projecções de um segmento de recta definido pelos seus pontos extremos A e B para as projecções de uma recta definida por esses dois pontos; será conveniente encarar, também, as projecções de uma recta como resultantes da intersecção dos seus planos projectantes com os planos de projecção; - levar o aluno a intuir o conceito de traço de recta a partir da

			consideração de pontos da recta progressivamente mais próximos do plano de projecção; - que, de uma recta, o aluno simule, no modelo: - as projecções; - os traços; - que o aluno conclua quais os diedros onde uma recta está localizada; - representar as projecções de rectas situadas nos planos de projecção, como pré-requisito da aprendizagem da determinação de traços de planos.
3.4	Figuras planas I Polígonos e círculo horizontais, frontais ou de perfil	4	Recomenda-se o recurso à representação triédrica das figuras, o que se revela indispensável na situação de perfil. O uso de *software* de geometria dinâmica constitui um meio poderoso de visualização espacial das figuras em causa permitindo apreciar, em tempo real, mudanças sucessivas do seu posicionamento.
3.5	Plano 3.5.1 Definição do plano por: - 3 pontos não colineares - uma recta e um ponto exterior - duas rectas paralelas - duas rectas concorrentes (incluindo a sua definição pelos traços nos planos de projecção) 3.5.2 Rectas contidas num plano 3.5.3 Ponto pertencente a um plano 3.5.4 Rectas notáveis de um plano: - horizontais - frontais - de maior declive - de maior inclinação 3.5.5 Posição de um plano em relação aos planos de projecção Planos projectantes: - paralelo a um dos planos de projecção: horizontal (de nível), frontal (de frente) - perpendicular a um só plano de projecção: de topo, vertical - perpendicular aos dois planos de projecção: de perfil (paralelo ao plano de referência das abcissas) Planos não projectantes: - de rampa (paralelo ao eixo X e oblíquo aos planos de projecção - perpendicular ao plano de referência das abcissas); passante (contém o eixo X) - oblíquo (oblíquo em relação ao eixo X e aos planos de projecção)	16	Será de tratar, como mais habitual por ser geral, a representação diédrica dos planos pelas projecções de três pontos não colineares ou de duas rectas paralelas ou de duas rectas concorrentes (que podem ser os traços do plano nos planos de projecção). Com o intuito de facilitar a visualização do plano, a sua representação por 3 pontos não colineares poderá ser transformada na representação do triângulo por eles definido. O estudo das posições do plano em relação aos planos de projecção poderá ser feito através do *modelo A* permitindo a visualização dos traços do plano e respectivas projecções, e os tipos de rectas do plano. Do mesmo modo poderá ser deduzida a condição para que: - uma recta esteja contida num plano; - um ponto pertença a um plano. Em relação ao estudo do plano definido por uma recta de maior declive ou de maior inclinação sugere-se, igualmente, a observação da situação espacial no modelo, encaminhando os alunos a estabelecer a relação entre as projecções da referida recta e as rectas horizontais ou frontais do mesmo plano. Será de chamar a atenção para o facto dos traços do plano serem casos particulares de rectas horizontais e rectas frontais do plano.

		Poderá ser útil fazer a distinção entre plano apoiado (onde é visível a mesma "face" em ambas as projecções), plano projectante e plano em tensão (no qual uma "face" visível numa projecção é invisível na outra). Esta distinção pode ser evidenciada com o auxílio da cor. Para clarificar a classificação de um plano como superfície bifacial ou bilateral poderá mencionar-se, por contraponto, a banda de Möbius, exemplo de uma superfície unifacial ou unilateral.
3.6 Intersecções (recta/plano e plano/plano) 3.6.1 Intersecção de uma recta projectante com um plano projectante 3.6.9 Intersecção de uma recta não projectante com um plano projectante 3.6.10 Intersecção de dois planos projectantes 3.6.11 Intersecção de um plano projectante com um plano não projectante 3.6.12 Intersecção de uma recta com um plano (método geral) 3.6.13 Intersecção de um plano (definido ou não pelos traços) com o β_{24} ou β_{13} 3.6.14 Intersecção de planos (método geral) 3.6.15 Intersecção de um plano (definido ou não pelos traços) com um: - plano projectante - plano oblíquo - plano de rampa	18	Poderá salientar-se que, para determinar o ponto de intersecção de uma recta com um plano projectante ou de uma recta projectante com um plano, bastará aplicar a condição de pertença (ou incidência) entre ponto e plano. Na determinação da intersecção de dois planos oblíquos poderão ser usados como planos auxiliares os planos projectantes e/ou o β_{24}. Na determinação da intersecção de dois planos de rampa sugere-se como método alternativo o recurso à terceira projecção no plano de referência das abcissas. O mesmo se pode fazer, na intersecção de um plano ou de uma recta com um plano passante, tirando-se partido do facto de o plano passante ser projectante em relação ao plano de referência das abcissas.
11º ANO		
3.7 Sólidos I 3.7.1 Pirâmides (regulares e oblíquas de base regular) e cones (de revolução e oblíquos de base circular) de base horizontal, frontal ou de perfil 3.7.2 Prismas (regulares e oblíquos de base regular) e cilindros (de revolução e oblíquos de base circular) de bases horizontais, frontais ou de perfil 3.7.3 Esfera; círculos máximos (horizontal, frontal e de perfil) 3.7.4 Pontos e linhas situados nas arestas, nas faces ou nas superfícies dos sólidos	7	Como introdução ao estudo dos sólidos poder-se-á recorrer a modelos tridimensionais, vídeos, ao CAD ou a *software* de geometria dinâmica. O manuseamento e a visualização de modelos, de acordo com os enunciados dos problemas, poderá facilitar a leitura e compreensão das projecções, incluindo o reconhecimento das invisibilidades. Será vantajoso que os alunos desenhem as projecções de várias figuras planas coloridas com diferentes cotas ou afastamentos para melhor percepção das visibilidades. Em alternativa, sugere-se que os alunos partam das projecções de um polígono (ou círculo) e de um ponto exterior ou de dois polígonos (ou círculos) sobrepostos concluindo, então, as projecções do respectivo sólido, seus contornos aparentes e suas visibilidades e invisibilidades. Será ainda vantajoso utilizar a cor na representação de arestas (eventualmente geratrizes) ou,

			em alternativa, colorir as faces (eventualmente superfície lateral) com cores diferentes. Esta diferenciação permitirá que os alunos tenham uma percepção facilitada das visibilidades ou invisibilidades de arestas (geratrizes) ou faces (superfície lateral) nas diferentes projecções. Quando os sólidos apresentem base(s) ou face(s) de perfil poderá ser necessário recorrer à terceira projecção. Convém que seja dada especial atenção a dois dos sólidos platónicos - tetraedro e hexaedro regulares - ao fazer o estudo representativo de pirâmides e prismas, respectivamente.
3.8	Métodos geométricos auxiliares I		
	3.8.1 Estrutura comparada dos métodos auxiliares - características e aptidões	4	Nesta fase de estudo é de propor aos alunos a resolução dos seguintes problemas-tipo: transformar - recta horizontal em recta de topo - recta frontal em recta vertical - recta oblíqua em recta horizontal ou frontal - plano de topo em plano horizontal - plano vertical em plano frontal
	3.8.2 Mudança de diedros de projecção (casos que impliquem apenas uma mudança) 3.8.2.1 Transformação das projecções de um ponto 3.8.2.2 Transformação das projecções de uma recta 3.8.2.3 Transformação das projecções de elementos definidores de um plano		
	3.8.3 Rotações (casos que impliquem apenas uma rotação) 3.8.3.1 Rotação do ponto 3.8.3.2 Rotação da recta 3.8.3.3 Rotação de um plano projectante 3.8.3.4 Rebatimento de planos projectantes 3.8.3.5 Rebatimento de planos não projectantes - rampa - obliquo	10	No estudo da rotação da recta (*modelo L*) propõem-se os seguintes problemas-tipo: transformar - uma recta horizontal numa recta fronto-horizontal ou numa recta de topo - uma recta frontal numa recta fronto-horizontal ou numa recta vertical - uma recta oblíqua numa recta horizontal ou frontal Recomenda-se que, no estudo das rotações, se recorra a *software* de geometria dinâmica, não só porque essa transformação é uma operação base desse tipo de programas, mas também porque se torna possível acompanhar o movimento espacial da figura. Sendo o rebatimento um caso particular de rotação deve o aluno ser alertado para o facto de que na rotação de um plano, o eixo mais conveniente a utilizar deverá estar contido no próprio plano; nestas circunstâncias, a rotação passará a denominar-se rebatimento. O aluno deverá resolver problemas de rebatimento, tanto para os planos de

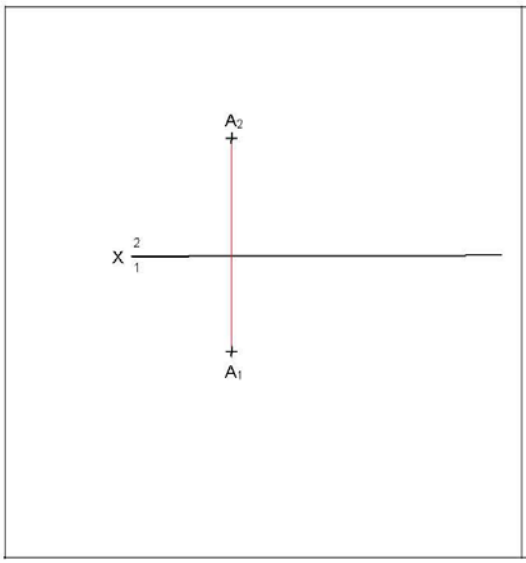
			projecção como para planos paralelos a estes, devendo o professor orientar essa escolha segundo o princípio de economia de meios. Para tratar o rebatimento de planos e concretamente do plano oblíquo, será conveniente recorrer ao *modelo M*, onde se podem observar as rectas notáveis do plano, e o plano projectante que é perpendicular ao plano dado para ilustrar espacialmente o método do triângulo do rebatimento. O mesmo modelo, agora sem o plano projectante auxiliar, poderá servir para exemplificar o processo que utiliza as horizontais, frontais ou outras rectas do plano, no rebatimento.
3.9	Figuras planas II Figuras planas (polígonos e círculo) situadas em planos verticais ou de topo	4	Para a resolução deste tipo de problemas poderá salientar-se que o método dos rebatimentos é, em geral, o mais adequado, sobretudo por permitir a aplicação do Teorema de Désargues utilizando a charneira do rebatimento como eixo de afinidade. Além disso, simplificará muito os problemas, a realização do rebatimento para um plano que contenha, pelo menos, um vértice da figura.
3.10	Sólidos II Pirâmides e prismas regulares com base(s) situada(s) em planos verticais ou de topo	8	Mais uma vez se recomenda o uso de modelos tridimensionais dos sólidos em estudo bem como do *software* já mencionado.
3.11	Secções 3.11.1 Secções em sólidos (pirâmides, cones, prismas, cilindros) por planos - horizontal, frontal e de perfil 3.11.2 Secções em sólidos (pirâmides, cones, prismas, cilindros) com base(s) horizontal(ais), frontal(ais) ou de perfil por planos projectantes ou de rampa 3.11.3 Truncagem	12	Sugere-se que os alunos analisem e concluam a gradual complexidade das secções em pirâmides, preconizando-se a seguinte sequência de situações: - secção de pirâmide intersectando apenas a superfície lateral: • sem aresta(s) de perfil • com aresta(s) de perfil; - secção de pirâmide intersectando a superfície lateral e a base: • sem aresta(s) da base perpendicular(es) ao plano de projecção • com aresta(s) da base perpendicular(es) ao plano de projecção. Propõe-se que o professor leve os alunos a concluir os diferentes tipos de secção plana produzida num cone. Para tal poderá recorrer a um candeeiro com um quebra-luz de boca circular e apreciar a mancha de luz projectada na parede, funcionando esta como plano secante do cone luminoso. A deslocação do ponto de luz permitirá observar as diversas cónicas produzidas na parede.

			Em relação ao prisma e ao cilindro, os alunos deverão concluir que um plano pode seccioná-los intersectando só a superfície lateral, a superfície lateral e uma das bases ou a superfície lateral e as duas bases. Poder-se-á utilizar o Teorema de Désargues para determinação das secções planas de sólidos (ou, pelo menos, fazer a sua verificação) dada a relação de homologia existente entre a figura da secção e a figura da base do sólido, notando que o centro de homologia será o vértice (próprio ou impróprio) do sólido, o eixo, a recta de intersecção do plano da secção com o plano da base e os raios, as suas arestas ou geratrizes. Na resolução de problemas, que envolvam o traçado da elipse, será conveniente que os alunos determinem as projecções dos seus eixos sendo os demais pontos da elipse obtidos, quer por recurso a planos auxiliares, quer por recurso a construções já conhecidas (por exemplo: processo da régua de papel ou construção por afinidade). Será do maior interesse para concluir esta unidade e como aplicação dos conceitos apreendidos (particularmente do método das rotações) realizar planificações de sólidos (cones e cilindros) e de sólidos truncados. Poder-se-á propor, seguidamente, a realização de maquetas dos sólidos previamente planificados.
4.	**Representação axonométrica**	**21**	
4.1	Introdução 4.1.1 Caracterização 4.1.2 Aplicações	4	Para ilustrar as diferenças entre as várias axonometrias e entre estas e os sistemas de representação diédrica ou triédrica, sugere-se a utilização de um modelo constituído pelos três eixos de coordenadas e de um paralelepípedo com as suas arestas coincidentes com os eixos, que poderá ser posicionado em relação ao plano de projecção consoante as necessidades. Para dar conta do vasto campo de aplicação das axonometrias, poderão ser apresentados aos alunos imagens de axonometrias de objectos ou peças da construção mecânica, de produções no âmbito do *design* industrial (o que permitirá frisar que é precisamente a revolução industrial que leva à difusão generalizada e uso intensivo deste sistema de representação) e de objectos arquitectónicos (como meio privilegiado para o seu estudo, mas também como ferramenta no trabalho de concepção e

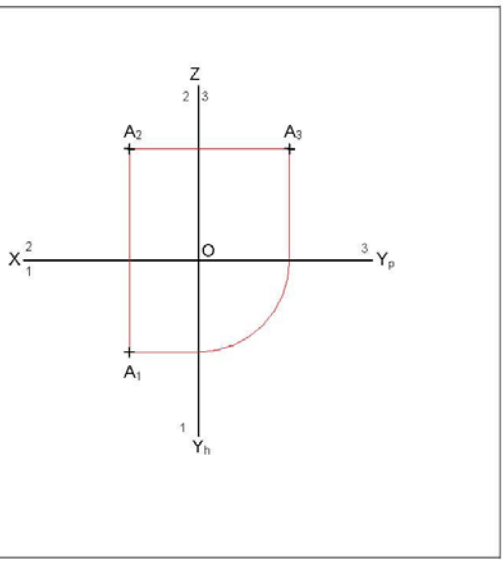
			criação), salientando a funcionalidade e intencionalidade do uso da axonometria, na descrição dessas formas.
4.2	Axonometrias oblíquas ou clinogonais: Cavaleira e Planométrica 4.2.1 Generalidades 4.2.2 Direcção e inclinação das projectantes 4.2.3 Determinação gráfica da escala axonométrica do eixo normal ao plano de projecção através do rebatimento do plano projectante desse eixo 4.2.4 Axonometrias clinogonais normalizadas		No tratamento das axonometrias clinogonais é fundamental estudar a influência do posicionamento dos raios projectantes em relação ao plano axonométrico. Nesse sentido, deve fixar-se um determinado ângulo de inclinação e fazer variar a direcção e, para uma mesma direcção, variar a inclinação dos raios projectantes, para apreciar os efeitos produzidos. Em concreto, pode fazer-se a projecção de um cubo e verificar a maior ou menor possibilidade de reconhecer esse poliedro nas diferentes situações. Poder-se-á verificar que os ângulos de fuga e os coeficientes de redução convencionados obedecem a este princípio de perceptibilidade, mas deverá ser realçada, ao mesmo tempo, a possibilidade de seguir objectivos opostos procurando, deliberadamente, distorções.
4.3	Axonometrias ortogonais: Trimetria, Dimetria e Isometria 4.3.1 Generalidades 4.3.2 Determinação gráfica das escalas axonométricas 4.3.2.1 Rebatimento do plano definido por um par de eixos 4.3.2.2 Rebatimento do plano projectante de um eixo 4.3.3 Axonometrias ortogonais normalizadas	4	Para caracterizar as axonometrias ortogonais e determinar os ângulos dos eixos axonométricos em cada tipo de axonometria, é aconselhável utilizar um modelo (*modelo N*) constituído pelo sistema de eixos coordenados, passível de adaptação a cada uma das situações. No modelo poder-se-á evidenciar claramente: - a correspondência biunívoca entre a posição do sistema de eixos no espaço e a sua projecção no plano axonométrico; - os traços dos eixos de coordenadas no plano de projecção, ou seja, os vértices do **triângulo fundamental** correspondente à base da **pirâmide axonométrica** com vértice na origem do sistema de eixos; - a configuração deste triângulo e as suas propriedades em cada axonometria; - a redução das medidas resultante da inclinação dos eixos. Se o modelo permitir rebater as faces da pirâmide axonométrica e/ou o triângulo correspondente à secção produzida na pirâmide por um plano projectante de um eixo, o que seria desejável, poder-se-á ilustrar, espacialmente, o processo conducente à determinação das escalas axonométricas. Neste processo deverá salientar-se:

			- o teorema da geometria plana que permite a fixação do ponto correspondente ao rebatimento da origem; - os conhecimentos anteriores relativos ao rebatimento de um plano oblíquo no sistema de representação diédrica e, consequentemente, o recurso ao Teorema de Désargues quando se pretende chegar à projecção de uma figura contida na face da pirâmide axonométrica rebatida Com o intuito de explicitar o relacionamento da representação diédrica com a representação axonométrica, poderá ainda comparar-se a projecção axonométrica de um sólido (um cubo, p.ex.) com a sua projecção diédrica, quando o sólido tem uma das suas faces situada num plano oblíquo. Poderá ser igualmente mencionada a possibilidade de operar com axonometrias normalizadas com a utilização de coeficientes de redução convencionais, podendo confrontar-se os resultados obtidos com as axonometrias anteriormente estudadas nas quais se utilizam coeficientes de redução real.
4.4	Representação axonométrica de formas tridimensionais compostas por: • pirâmides e prismas regulares e oblíquos de base(s) regular(es) com a referida base(s) paralela(s) a um dos planos coordenados e com pelo menos uma aresta da(s) base(s) paralela(s) a um eixo • cones e cilindros de revolução e oblíquos com base(s) em verdadeira grandeza (só no caso da axonometria clinogonal) Métodos de construção 4.4.1 Método das coordenadas 4.4.2 Método do paralelepípedo circunscrito ou envolvente 4.4.3 Método dos cortes (só no caso da axonometria ortogonal)	13	Deve propor-se ao aluno a realização de axonometrias de formas tridimensionais simples ou compostas, segundo os diferentes métodos de construção. No caso da axonometria ortogonal será de dar especial ênfase ao chamado "método dos cortes" (4.4.3) devido à sua relação directa com a representação diédrica e triédrica.

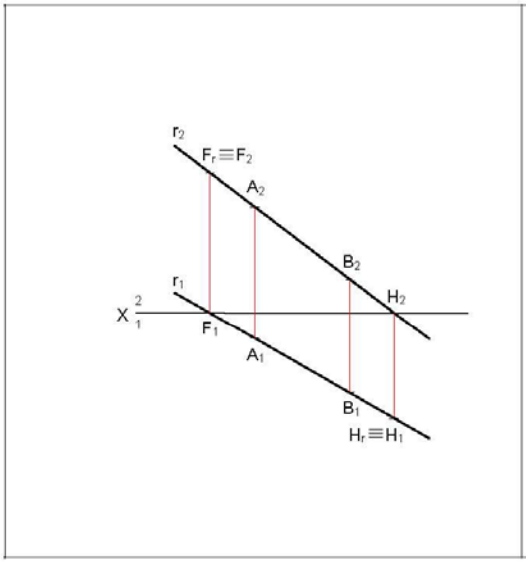
CONVENÇÕES DE REPRESENTAÇÃO E SIMBOLOGIA



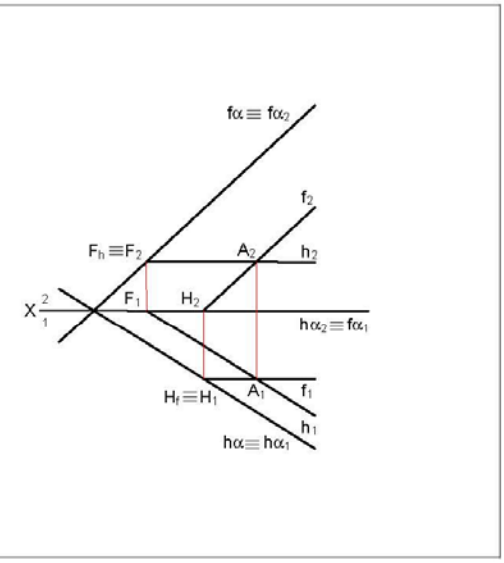
Representação diédrica de um ponto **A** de coordenadas positivas



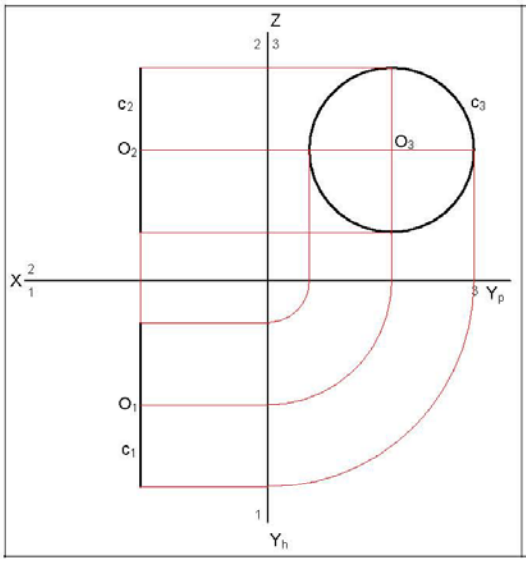
Representação triédrica de um ponto **A** de coordenadas positivas



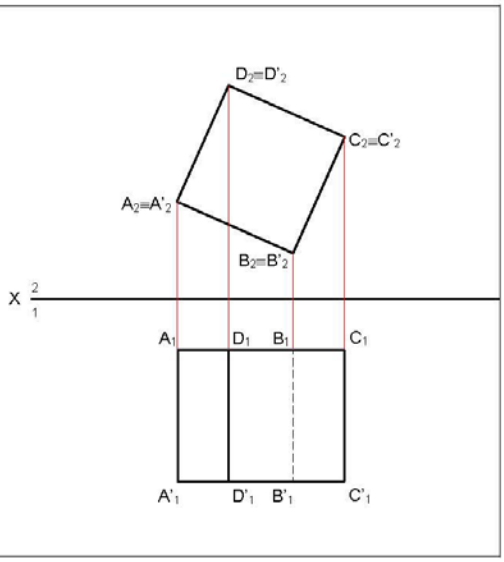
Representação de uma recta **r** e dos seus traços horizontal e frontal



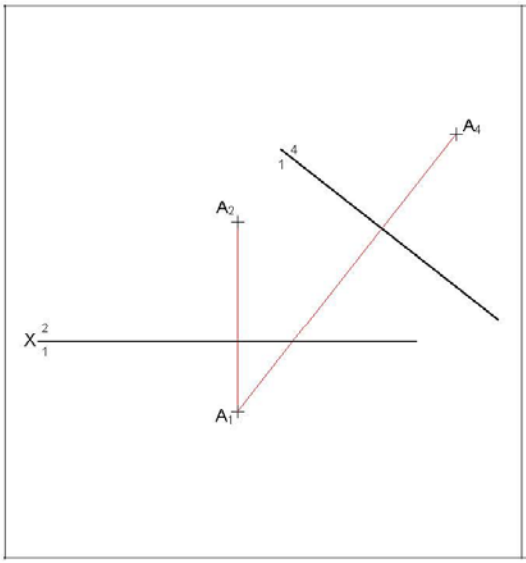
Representação de um plano α pelos seus traços horizontal e frontal e duas rectas horizontal e frontal do plano



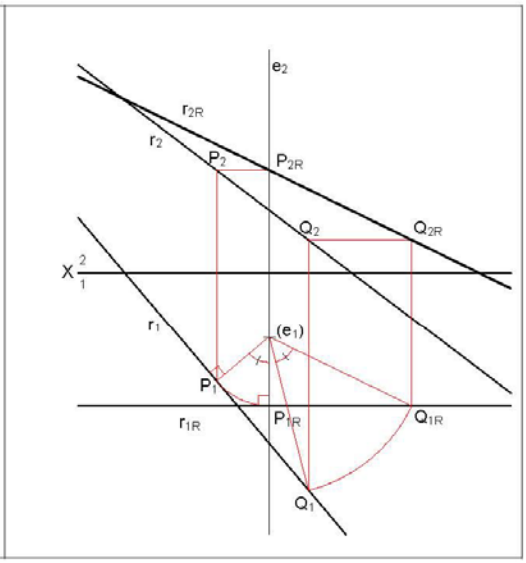
Representação triédrica de uma circunferência c de perfil



Representação diédrica de um prisma regular de bases frontais

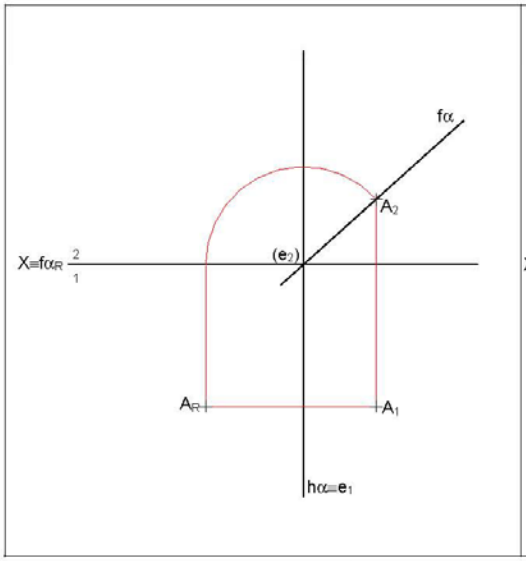


Mudança de diedros
Projecções de um ponto **A** em diferentes diedros

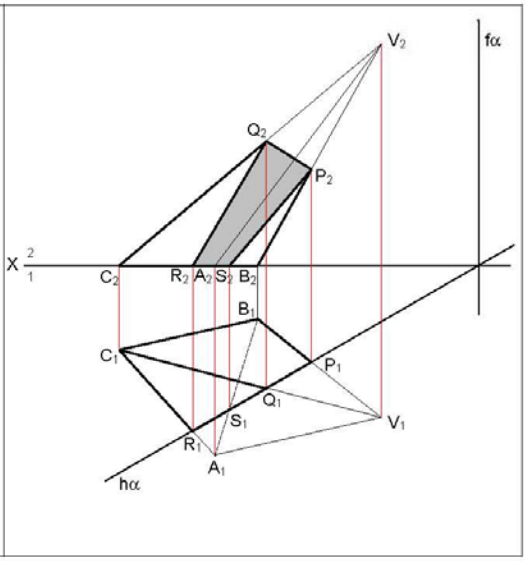


Transformação de uma recta oblíqua **r** numa recta frontal através de uma rotação em torno de um eixo vertical **e**

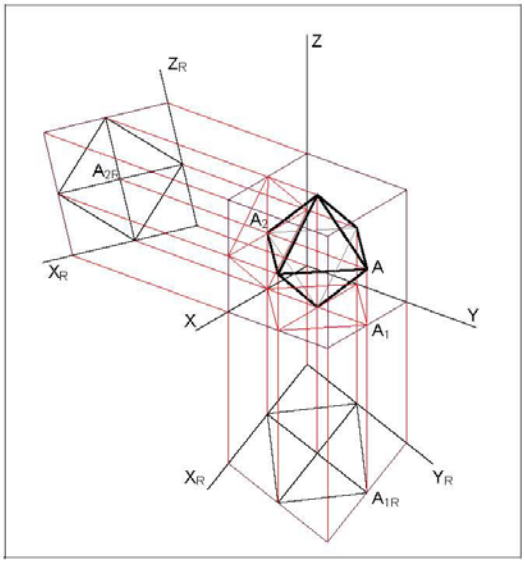
Geometria Descritiva B 28



Rebatimento de um plano de topo em torno do seu traço horizontal



Secção de uma pirâmide oblíqua de base regular por um plano vertical



Representação trimétrica de um octaedro com aplicação simultânea de dois métodos construtivos: do paralelepípedo envolvente e dos cortes

MODELOS DIDÁCTICOS

Existe um conjunto de modelos expressamente concebidos para a leccionação da disciplina de Geometria Descritiva que são os seguintes:

MODELO A

Este modelo é constituido pelo sistema de planos (realizados em acrílico transparente) utilizados na representação diédrica e triédrica e permite o rebatimento do plano horizontal e do plano de perfil para o plano frontal de projecção.

Como acessórios são fornecidas elementos que representam tridimensionalmente pontos, rectas e planos que podem ser projectados e representados nos planos de projecção.

MODELOS B a K

Este conjunto de modelos permite a visualização cinética de várias superfícies através da rotação de uma geratriz em torno de um eixo vertical.

Concretamente torna-se possível ver e entender o modo como é gerado um plano, um cilindro, um cone, uma esfera, um hiperbolóide (dois modelos de uma folha e um modelo de duas folhas), um parabolóide, um elipsóide e um toro.

MODELO L

Este modelo é um acessório do modelo A tendo sido concebido para visualizar a rotação de uma recta.

MODELO M

Modelo destinado a visualizar o rebatimento de um plano oblíquo, quer pelo triângulo do rebatimento quer pelas rectas horizontais ou frontais do plano. O plano oblíquo é truncado por um plano projectante que lhe é perpendicular, também ele rebatível, de modo a permitir a visualização do triângulo do rebatimento e a determinação da sua verdadeira grandeza, o que permite reproduzir espacialmente todas as operações que serão efectuadas no papel para rebater o plano.

MODELO N

Realizado com esquadros de desenho este modelo, que se destina à leccionação das axonometrias, permite a visualização do triedro definido pelos planos coordenados e da pirâmide axonométrica quando fazemos coincidir a sua base (triângulo fundamental) com o plano axonométrico. Nesta última situação torna-se possível efectuar o rebatimento de uma face da pirâmide para o plano de projecção, bem como o seu contra-rebatimento, dando a entender os procedimentos necessários para a determinação de verdadeiras grandezas e das escalas axonométricas.

GLOSSÁRIO

eixo X ou **aresta dos diedros** (linha de terra) - recta de intersecção do plano horizontal de projecção com o plano frontal de projecção

axonometrias clinogonais – axonometrias oblíquas (ver projecção clinogonal)

axonometria planométrica – designação pela qual é actualmente conhecida a axonometria militar (norma ISO 5456)

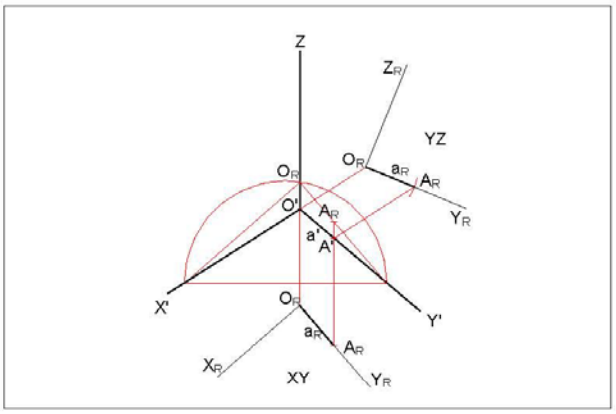
diedros de projecção (quadrantes) **–** são as quatro regiões do espaço definidas pelos planos de projecção horizontal e frontal. Trata-se, por conseguinte, de quatro diedros rectos, arestalmente opostos. Distinguem-se de qualquer outro diedro dada a sua especificidade devida à condição de serem definidos pelos planos de projecção.

eixos de coordenadas ortogonais - referencial analítico ou cartesiano do espaço definido pelas rectas de intersecção dos planos coordenados: horizontal, frontal e de perfil; este referencial deve ser considerado em sentido directo o que, convém notar, tem como consequência que as *abcissas* ou *larguras* positivas são marcadas para a esquerda do plano de perfil

incidência - o conceito de incidência diz respeito à mais simples relação possível entre as entidades fundamentais da geometria projectiva - os pontos, as rectas e os planos - ou seja a relação de pertença (**incidir** significa *estar em* ou *passar por*)

sistema de representação – caracteriza-se pela utilização de um determinado tipo de projecção, discriminação do número de planos de projecção e da sua posição relativa, pelo modo como é efectuada a passagem do tri para o bidimensional (ver normas ISO 5456-2, ISO 5456-3, ISO 5456-4 e ISO 10209-2)

método dos cortes – processo que consiste no rebatimento dos planos coordenados para o interior da pirâmide axonométrica (para evitar que os planos coordenados apresentem faces distintas após o rebatimento), seguido de uma translação de cada par de eixos de coordenadas segundo uma direcção normal à charneira do rebatimento, permitindo a representação de cortes horizontais e verticais do objecto. Por contra-rebatimento e através da conjugação de, pelo menos, dois cortes, obtém-se a projecção axonométrica do objecto.



mudança de diedros de projecção (mudança de planos) - utiliza-se esta designação dado que a mudança de um plano de projecção implica a mudança de diedros (note-se que as novas projecções de um ponto se correspondem através de uma nova linha de chamada)

plano frontal de projecção (plano vertical de projecção) - plano frontal de afastamento nulo

projecção clinogonal - termo utilizado para designar a projecção paralela oblíqua em relação a um plano de projecção; o termo clinogonal surge por contraponto ao termo ortogonal, encontrando-se ambos ao mesmo nível por implicarem, em si mesmos, o conceito de direcção

rectas de maior declive de um plano - rectas de maior inclinação (ou de maior ângulo) do plano em relação ao plano horizontal

rectas de maior inclinação de um plano - rectas de maior inclinação (ou de maior ângulo) do plano em relação ao plano frontal

representação diédrica ou **sistema de representação diédrica** - método ou sistema de Monge, método ou sistema da dupla projecção ortogonal, método ou sistema diédrico, projecção diédrica, etc...

teorema de Désargues - se dois triângulos têm os seus vértices alinhados a partir de um ponto (centro de projecção próprio ou impróprio), as rectas que prolongam os seus lados cortam-se, duas a duas, segundo três pontos alinhados

triedros trirrectângulos de projecção - são os oito triedros rectos definidos pelos planos de projecção horizontal, frontal e de perfil

4. BIBLIOGRAFIA

As indicações bibliográficas seguintes destinam-se fundamentalmente a professores. As obras assinaladas com um asterisco podem também ser do interesse dos alunos.

Didáctica Específica

Bensabat, F. (1996). *Ensinar Geometria Descritiva*. Trabalho realizado em regime de licença sabática, Lisboa. [texto policopiado]

Fruto da própria experiência pessoal do autor, como professor, e do contributo directo de alguns colegas, este trabalho é uma reflexão sobre o ensino da geometria descritiva e as consequências da sua aprendizagem no crescimento dos estudantes enquanto seres humanos (o que é confirmado pelos depoimentos finais de alguns alunos) sem descurar o quanto o próprio professor aprende ao ensinar. Constitui, por conseguinte, um contributo importante para a definição das finalidades da aprendizagem da disciplina no âmbito do ensino secundário, para a delimitação do âmbito de objectivos e conteúdos e de uma metodologia de ensino da Geometria Descritiva.

*Gama, M. J.; Silveira, M. F.; Carvalho, J. P.; Rebelo, J. A. (1986). *Geometria Descritiva - Planos a médio e longo prazo - 11º ano Técnico-Profissional*. Lisboa: Ministério da Educação e Cultura.

*Gama, M. J.; Silveira, M. F.; Carvalho, J. P.; Rebelo, J. A. (1986). *Geometria Descritiva - Actividades de Aprendizagem e de Avaliação - 11º ano Técnico-Profissional*. Lisboa: Ministério da Educação e Cultura.

*Gama, M. J.; Silveira, M. F.; Carvalho, J. P.; Rebelo, J. A. (1986). *Modelos Didácticos, Filme Didáctico (Ponto, Recta, Plano, Rebatimento)*. Lisboa: Ministério da Educação e Cultura.

*Rebelo, J. A.. (1986). *Modelos Didácticos, Filme Didáctico (Superficies)*. Lisboa: Ministério da Educação e Cultura.

*Rebelo, J. A.; Silveira, M. F.; Carvalho, J. P. (1987). *Geometria Descritiva - Actividades de Aprendizagem e de Avaliação - 12º ano Técnico-Profissional*. Lisboa: Ministério da Educação e Cultura.

Estas obras, que culminaram a experiência pedagógica do relançamento do ensino técnico em Portugal em 1983-1984 pelo MEC, foram o resultado da necessidade de realizar estudos pedagógicos que possibilitassem leccionar, com sucesso e em menos tempo, os mesmos conteúdos da via vocacional.

Geometria

*Aguilar, L. T. (1993). *Alguns conceitos geométricos*. Lisboa: Lusolivro.

Este livro veicula informação essencial sobre geometria euclidiana que o autor considera indispensável como matéria introdutória ao estudo da Geometria Descritiva. Alguns dos

conceitos geométricos referidos correspondem aos conteúdos do módulo inicial previsto neste Programa.

Castelnuovo, E. (1965). *La Via della Matematica - La Geometria* (5ª ed. 1977). Florença: La Nuova Italia.

Livro que ensina a ensinar geometria em ligação à realidade concreta, recorrendo frequentemente ao uso de modelos bi ou tridimensionais dinâmicos. Muitas das propostas de trabalho apresentadas são uma antecipação do *software* de geometria dinâmica que hoje temos à nossa disposição. Saliência especial para o capitulo sobre transformações geométricas.

Dahan-Dalmedico A. & Peiffer J. (1986). *Une Histoire des Mathématiques - Routes et Dédales*. Paris: Editions du Seuil.

Sendo, como o próprio título indica, uma história das matemáticas, este livro dá particular relevo à história da geometria tratando, cuidadosamente, os temas relacionados com a geometria projectiva.

Fernandes, A.N. P. (1967). *Elementos de Geometria* (2). Coimbra: Coimbra Editora.

É um "antigo" compêndio para o 3º, 4º e 5º anos dos liceus, que aborda a geometria euclidiana, no plano e no espaço, de forma axiomática. Inclui, por conseguinte, numerosos teoremas da geometria euclidiana e as respectivas demonstrações.

Glaser, R. (1927). *Geometría del Espacio*. Barcelona: Editorial Labor SA, Biblioteca de Iniciación Cultural.

Uma geometria no espaço (euclidiano) tratada de forma axiomática mas que aborda também, sumariamente, as projecções paralelas ou cilíndricas. Particularmente relevante é o estudo de superfícies e corpos de revolução e das respectivas secções planas. Atenda-se, igualmente, ao estudo desenvolvido da esfera e da superfície esférica.

Godeaux, L. (1960). *As Geometrias*. Lisboa: Edições Europa-América, Colecção Saber.

Este livro trata a evolução da geometria, desde a geometria elementar (euclidiana) até à topologia, sistematizando as diferentes geometrias de acordo com a racionalização proposta por Klein e Sophus Lie, alicerçada, no conceito de invariante de uma transformação geométrica e na teoria dos grupos de Galois.

Joly, L. (1978). *Structure*. Lausanne: Editions Spes.

Obra geral sobre geometria, na qual são abordadas várias geometrias. Concebido como um livro didáctico visa permitir uma visão geral da estrutura das formas físicas e, mais particularmente, mostrar a importância capital da Geometria na criação e na existência de formas de qualquer espécie. Particularmente indicado para o ensino da geometria em cursos artísticos. No dizer de Rainer Mason este livro está concebido como uma "verdadeira escola da visão sem extrapolações filosóficas".

Loria, G. (1921). *Storia della Geometria Descrittiva dalle Origini sino ai Giorni nostri*. Milano: Ulrico Hoepli, Manuali Hoelpi.

História dos diferentes sistemas de representação descritivos (perspectiva, dupla projecção ortogonal, planos cotados e axonometria), construída através das contribuições provenientes de diversas personagens, e respectivos países, para o desenvolvimento da Geometria

Descritiva. Saliência especial para a referência à situação portuguesa onde é referido o contributo de Motta Pegado e Schiappa Monteiro.

Macedo, A. A F.(1947). *A Geometria ao Alcance de toda a Gente, Parte I, Iniciação geométrica* (Vol. I e II, pp. 127 e 133). Lisboa: Cosmos, Biblioteca Cosmos.

Este livro de iniciação à geometria elementar, no plano (vol. I, planimetria) e no espaço (vol. II, estereometria e complementos), acaba por tratar os conceitos fundamentais da geometria de forma desenvolvida e rigorosa mas bastante acessível porque ligada a situações concretas retiradas da realidade envolvente. Salienta-se no 1º volume o tema da semelhança de triângulos e a sua aplicação na determinação de distâncias inacessíveis e, no 2º, o estudo desenvolvido da perpendicularidade de rectas e planos directamente relacionada, mais uma vez, com o problema da determinação de distâncias.

Marcolli, A. (1971). *Teoria del Campo - Corso di educazione alla Visione* (2). Florença: Sansoni.

Texto relativo aos fundamentos visuais, tratados em articulação com actividades de projecto, mas que aborda com bastante desenvolvimento temas da geometria, da geometria descritiva e projectiva, da cartografia, da matemática, da topologia, sempre ligados a experiências desenvolvidas na sala de aula.

Massironi, M. (1983). *Ver pelo Desenho - Aspectos técnicos, cognitivos, comunicativos*. Lisboa: Edições 70.

"Ver pelo desenho", como o próprio título pressupõe, procura demonstrar como o desenho é um instrumento determinante de conhecimento e de comunicação. Constituindo uma abordagem lata a todas as formas de representação este livro não deixa de abordar, especificamente, a participação da geometria descritiva e do desenho técnico neste processo.

*Morais, J. S.(1996). *Desenho de Construções mecânicas I (Desenho Básico)*. Porto: Porto Editora.

Manual que aborda a normalização referente ao desenho (traçado, equipamento e cotagem), as construções básicas da geometria plana (no capítulo desenho geométrico), e trata o tema das projecções, com uma introdução à representação diédrica e múltipla projecção, à axonometria e perspectiva.

Reinhardt, F.& Soeder H. (1984). *Atlas de Matemáticas 1 - Fundamentos, Álgebra y Geometria*. Madrid: Alianza Editorial.

Obra de carácter expositivo, justapondo a cada página de texto uma página de ilustrações correspondente, recolhendo exemplos, fórmulas, tabelas e representações geométricas. O 1º volume abarca fundamentos de matemática, a álgebra, a geometria e a topologia. Em virtude do índice alfabético pormenorizado este livro pode utilizar-se também como obra de consulta e prontuário.

*Veloso, E. (1998). *Geometria - Temas actuais*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

Esta obra cobre inúmeros temas de Geometria Elementar (e menos elementar) e contém um manancial de sugestões de trabalho para abordar os diferentes aspectos da Geometria. São de salientar os muitos exemplos históricos que ajudam a perceber a importância que a Geometria desempenhou na evolução da Matemática, ao mesmo tempo que fornecem excelentes exemplos para uso na sala de aula ou como proposta de trabalho a desenvolver, eventualmente, na área de projecto, ou ainda para alunos mais interessados. É altamente recomendável a leitura do capítulo I que foca a evolução do ensino da geometria em Portugal e no resto do mundo e ajuda a perceber a origem das dificuldades actuais com o ensino da

Geometria. O recurso a *software* de geometria dinâmica é usado de forma "natural" para "resolver - ou suplementar a resolução - de problemas, proceder a investigações, verificar conjecturas, etc." Este livro tem já um "prolongamento" na Internet no endereço:
http://www.iie.min-edu.pt/iie/edicoes/livros/cdces/cdces11/index.htm

Geometria Descritiva

Albuquerque, L. (1969). *Elementos de Geometria Projectiva e Geometria Descritiva*. Coimbra: Livraria Almedina.

Este livro, que se inicia com uma abordagem à geometria projectiva e, seguidamente, desenvolve o estudo do sistema da dupla projecção ortogonal, da projecção cónica central e das projecções cotadas, evidencia, pela sua própria organização, a importância estrutural da geometria projectiva na construção de qualquer sistema descritivo.

Almeida, Á. D. (1996). Nota acerca de alguns equívocos suscitados por um método de edição de axonometria (contributo para uma necessária discussão de conceitos). *Boletim da APROGED, (1)* 10-11.

Reflexão sobre a adequação e vocação da axonometria na representação de formas. Nomeadamente defende-se, com justeza, que, quanto mais ordenada for a forma do objecto relativamente ao sistema de eixos coordenados, maior será a eficácia do sistema axonométrico na sua representação.

*Aubert, J. (1982), *Dessin d'Architecture a partir de la Geometrie Descriptive*. Paris: Edition la Villette.

Curso de Desenho de Arquitectura a partir da Geometria Descritiva, para uso dos alunos do 1º ano das escolas de arquitectura.

*Carreira, A. (1972). *Compêndio de Desenho* [para o 3º ciclo do ensino liceal]. Lisboa: Livraria Sá e Costa.

Adoptado como livro único nos anos 60/70 para um programa iniciado em 1949 foi, à morte do autor, completado por Mata de Almeida. É uma obra bem sistematizada abarcando o desenho geométrico (geometria descritiva), o esboço cotado e o desenho à vista. É um digno continuador da obra de Marques Leitão de 1909.

Costa, M. C. (1997). Reflexões sobre o ensino e as aplicações da Geometria Descritiva. *Boletim da APROGED, (3 e 4.)* 9-13.

Este texto, onde são enunciadas as finalidades, os objectivos, as competências e os conteúdos que devem integrar o ensino da Geometria Descritiva a nível secundário e a nível superior, constituiu (conjuntamente com os pareceres dados pelo autor sobre versões anteriores) um referencial determinante na elaboração dos actuais Programas de Geometria Descritiva do Ensino Secundário.

Costa, M. C. (1998). O futuro da Geometria Descritiva. *Boletim da APROGED, (7).* 3-14.

Produzido na sequência da palestra com o mesmo título proferida no Seminário "Como ensinar Geometria Descritiva", organizado pela APROGED, este artigo revisita a história da Geometria Descritiva para enquadrar o momento actual e perspectivar o futuro da disciplina face aos

novos desafios levantados pela invenção formal, aliada às novas possibilidades tecnológicas, de arquitectos como Ghery e Eisenman, postulando a indispensabilidade da disciplina no âmbito da representação gráfica e da estruturação formal dos objectos, particularmente, como ferramenta conceptual.

*França, A. (s/d). *Caderno Auxiliar de Geometria Descritiva*. Porto: Livraria Athena.

Livro de exercícios que é um complemento do compêndio de António Carreira.

Geffroy, J. (1945). *Traité pratique de Géometrie Descriptive*. Paris: Librairie Armand Colin.

É um pequeno tratado de geometria descritiva que trata as várias situações espaciais utilizando em simultâneo as projecções cotadas e a dupla projecção ortogonal. Destaca-se o recurso a qualquer dos métodos auxiliares e a preocupação de estabelecer maiores ou menores valias de cada um deles na resolução concreta de problemas. Dedica um dos capítulos à homologia plana.

*Gonçalves, L. (1979). *Geometria Descritiva 1 - 10º Ano de Escolaridade*. Lisboa: Emp. Lit. Fluminense Lda.

*Gonçalves, L. (1981). *Geometria Descritiva 2 - 11º Ano de Escolaridade*. Lisboa: Emp. Lit. Fluminense Lda..

Baseado nos programas em vigor nos anos 80, foram na verdade, como o próprio autor afirma no prefácio "uma resposta possível aos condicionalismos do nosso Ensino e às dificuldades que os alunos vêm sentindo", evitando "receitas" e situações que, pelo seu particularismo, se tornassem "enigmas".

Gordon, V.O., Sementsov, M.A. & Oguievsky (1974). *Problemas de Geometria Descriptiva*. Moscovo: Mir.

Gordon, V. O., Sementsov, M. A. & Oguievsky (1980). *Curso de Geometria Descriptiva*. Moscovo: Mir.

Os parâmetros que caracterizam esta obra assemelham-se aos indicados na obra de Krylov, abaixo referida.

Guasp, J. B. (1995). *Sistema Diedrico Directo - Fundamentos y Ejercicios 1*. San Sebastián: Editorial Donostiarra.

Neste livro é proposta a utilização do sistema diédrico directo, no qual, as entidades geométricas, consideradas individualmente ou em relação, são tratadas sem ter em consideração um referencial fixo de projecção. Deste modo torna-se irrelevante a representação das rectas de intersecção dos planos de projecção (eixo X ou LT), bem como, dos traços de rectas e de planos nesses mesmos planos de projecção. Num dos capítulos procura-se estabelecer uma comparação entre a representação diédrica convencional (ou clássica) e a directa.

Haack, W. (1962). *Geometria Descriptiva*. Cidade do México: Uthea. [3 Volumes]

Nos dois primeiros tomos desta obra trata-se, principalmente, dos sistemas de representação que indicam as dimensões dos corpos; enquanto no terceiro volume se expõem, preferencialmente os que proporcionam um carácter mais intuitivo e imediato ao desenho. A relação com resultados puramente matemáticos consiste na dedução e nas demonstrações dos diferentes sistemas.

Izquierdo Asensi, F. (1985). *Geometria Descriptiva* (Vol. 16). Madrid: Editorial Dossat SA.

Esta *Geometria Descriptiva* trata exaustivamente os sistemas diédrico, cotado, axonométrico e cónico (onde se inclui uma abordagem à projecção gnomónica e à construção de relógios de sol), ainda que o tipo de abordagem proposto seja, sobretudo, pragmática. É contudo, no âmbito do sistema diédrico, que é dado maior desenvolvimento ao estudo de sólidos e de superfícies, sendo tratadas questões de concordância ou de intersecção recíproca.

Krylov, N., Lobandievsky, P. & Maine, S. (1971). *Géométrie Descriptive*. Moscovo: MIR.

Esta obra centra o desenvolvimento dos seus conteúdos na importância prática da Geometria Descritiva na familiarização com a linguagem representativa e técnica expressiva dos desenhos, ensinando a construí-los e a lê-los sem dificuldade. Obviamente o estudo da Geometria Descritiva contribui para formar uma imaginação representativa e adquirir hábitos de raciocínio lógico. Aperfeiçoa a aptidão para recriar em pensamento a forma dos objectos representados sobre um plano e prepara, assim, o futuro técnico (arquitecto, designer, engenheiro), para o estudo de disciplinas espaciais e para a criação técnica pelo estabelecimento de projectos.

*Leitão, C.A. M. (1909). *Desenho*. Lisboa: Fernandes e Companhia Editores. [5 volumes]

Apesar da sua edição datar de 1909, pode considerar-se, pedagogicamente, das obras mais profundas no ensino do, então, Desenho, com uma qualidade gráfica (e de leitura) que não vemos conseguida actualmente em obras do ensino secundário de Desenho e Geometria Descritiva.

Mateus, N. C. (2001). Os problemas básicos da Geometria Descritiva (a propósito dos novos Programas). *Boletim da APROGED, (14)*. 3-9.

Transcrição da intervenção do autor no III encontro da APROGED – "Geometria: que futuro?" – onde se questiona, com pertinência, a sequência metodológica clássica no ensino da Geometria Descritiva que, na opinião do autor, tem contribuído para o insucesso escolar real na aprendizagem da disciplina. Nuno Mateus acompanha esta crítica de uma contraproposta que justifica, cuidadosamente, quer sob o ponto de vista científico quer pedagógico.

Monge, G. (ed. 1996). *Geometria Descriptiva*. Madrid: Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales e Puertos.

Trata-se da edição *facsimilada* de uma tradução castelhana de 1803, da Geometria Descritiva de Monge para uso na "Escuela de Caminos", precedida do historial da respectiva escola e de algumas notas sobre a Geometria Descritiva e o seu ensino em Espanha. Destaque para a qualidade, excelente, das ilustrações.

Morais, J. S. (1995). *Geometria Descritiva* [para o 1º Ano de Engenharia Mecânica]. Porto: FEUP – DMEGI. [policopiado]

Sebenta, destinada aos alunos de Engenharia Mecânica da FEUP, sobre os fundamentos da representação diédrica, onde se ensaia e se tenta demonstrar a maior versatilidade e funcionalidade do sistema directo em contraponto com sistema clássico de Monge. Destaca-se, ainda, o desenvolvimento do estudo da representação axonométrica ortogonal e o capitulo consagrado a planificações.

Nannoni, D. (1978, 1981). *Il Mondo delle Proiezioni - Applicazioni della Geometria Descritiva e Proiettiva* (1, 2, 3). Bologna: Cappelli Editore.

Este tratado de geometria projectiva e descritiva trata de forma rigorosa e exaustiva os diferentes sistemas de representação. Salienta-se a primeira parte do livro sobre homologia e afinidade e os capítulos onde se desenvolve o estudo das sombras.

Pal, I. (1959). *Geometria Descriptiva (con Figuras estereoscopicas)*. Madrid: Aguilar.

Na linha de TAIBO, tem um similar recente na obra de R. SCHMIDT.

Pegado, L. P. M. (1899). *Curso de Geometria Descriptiva da Escola Polytechnica - Tomo I e II - Texto.* Lisboa: Typographia da Academia Real das Sciencias.

Este curso, da autoria de um dos maiores geómetras portugueses, é um verdadeiro tratado sobre a matéria sendo, por isso, indispensável para todos que a queiram estudar a fundo. Extremamente relevante é o facto de Motta Pegado, dando nota de uma total actualização científica, tratar a geometria descritiva tendo sempre como pano de fundo as transformações geométricas. É, aliás, por aí que se inicia o seu livro. Considerando irrelevante a fixação dos planos de projecção Pegado não utiliza a LT. Para além da dupla projecção ortogonal o autor também trata o sistema das projecções cotadas.

*Pinheiro, C. S. & Sousa, P. F. (1979). *Desenho*. Textos Pré-Universitários (Vol. 39). Lisboa: Ministério da Educação.

*Pinheiro, C. .S. & Sousa, P. F. (1980). *Desenho*. Textos Pré-Universitários (Vol. 55). Lisboa: Min. da Educação e Ciência.

Compêndios destinados ao ano propedêutico (que o 12º ano de escolaridade substituiu). O TPU39 compreende o estudo de superfícies e das sombras em dupla projecção ortogonal. O TPU55 desenvolve estudo da perspectiva e da representação axonométrica.

Ribeiro, C. T. (1991), *Geometria Projectiva*. Lisboa: Editora Europress.

"...sem dúvida, um excelente auxiliar dos estudantes e profissionais de engenharia, visando ensinar e ajudar a utilizar de forma mais eficiente a linguagem da profissão." (Transcrição, com a devida vénia, da opinião de Veiga da Cunha no prefácio desta obra).

Rodriguez de Abajo, F. J. (1992). *Geometria Descriptiva - Sistema Diédrico*. San Sebastian: Editorial Donostiarra.

Abordagem exaustiva e sistemática do "sistema diédrico" . Nota-se que o autor sugere o recurso à tripla projecção ortogonal para resolver situações de perfil. Saliência, também, como é norma em todos os livros dirigidos por Rodriguez de Abajo, para o capítulo introdutório sobre homologia onde se realiza um estudo desenvolvido das cónicas. Esse capital oferecido logo de início é activamente utilizado nas diversas situações projectivas tratadas em representação diédrica.

Rodríguez de Abajo, F. J. & BENGOA, V. A. (1987). *Geometria Descriptiva - Sistema Axonometrico*. (5ª ed.) Alcoy: Editorial Marfil SA.

Na linha do livro dedicado ao sistema diédrico também este desenvolve, com profundidade, o estudo do sistema axonométrico ortogonal.

Rodríguez de Abajo, F. J. & BLANCO, A. R. (1982), *Geometria Descriptiva - Sistema de Perspectiva Caballera*. (3ª ed.) San Sebastian: Editorial Donostiarra.

Estudo desenvolvido da axonometria por projecção oblíqua muito semelhante ao dedicado à axonometria ortogonal.

Sánchez Gallego, J. A. (1992). *Geometría Descriptiva - Sistemas de Proyección cilíndrica*. Barcelona. Ediciones UPC.

Livro muito interessante sobre os diversos sistemas de projecção cilíndrica particularmente porque se propõe o estudo das diversas situações/problemas espaciais utilizando em simultâneo os vários sistemas de representação. Também relevantes são os capítulos iniciais onde se discute a essência de cada um deles e a sua vocação particular. Em relacão à representação diédrica a preferência de Gallego recai sobre o diédrico directo, preferência essa que justifica com uma sólida argumentação. Em relação à representação axonométrica são apresentados dados históricos que enquadram o aparecimento do "método dos cortes" sendo devidamente explicado o seu funcionamento e aplicação.

*Sant'ana, S. & GOMES, B. (1980). *Desenho e Geometria Descritiva*. Porto: Porto Editora.

Livro de texto conciso, com exercícios muito bem elaborados.

*Santos, P.(s/d). *Aprender a ver em Geometria Descritiva*. Coimbra: Livraria Arnado.

Obra destinada à iniciação em Geometria Descritiva como o próprio título sugere. A sua apresentação como livro em folhas soltas permite que os alunos executem a montagem tridimensional e, efectuando os cortes e dobragens convenientes, tenham a "percepção" da passagem ao bidimensional (plano de desenho).

*Schmidt, R. (1986). *Geometria Descriptiva con Figuras estereoscópicas*. Barcelona: Editorial Reverté SA.

A obra mais completa e cuidada em termos de representação de superfícies em estereoscopia.

*Sousa, P. F.(s/d). *Desenho*. Textos Pré-Universitários (Vol. 13). Lisboa: Ministério da Educação.

Compêndio destinado ao ano propedêutico (que o 12º ano de escolaridade substituiu). O TPU13 compreende uma introdução à dupla projecção ortogonal seguida do estudo dos métodos auxiliares e de problemas métricos.

Taibo, A. (1943). *Geometria Descriptiva e sus aplicaciones* [3 volumes]. Madrid: s/ed.

Das primeiras obras com figuras em estéreo.

Xavier, J. P. (1999). Acerca da "nova" terminologia dos Programas de Desenho e Geometria Descritiva A e B. *Boletim da APROGED, (9)*. 13-15.

Neste artigo, como o próprio título indica, procura-se mostrar que a terminologia usada nos actuais Programas de Geometria Descritiva não tem qualquer novidade estando já largamente difundida e utilizada (excepto no nosso País) à luz da necessidade de fazer convergir áreas disciplinares distintas, mas afins, como sejam, a Geometria Analítica, a Geometria Descritiva e o Desenho Técnico.

Xavier, J. P. (2000). A Axonometria como método descritivo. *Boletim da APROGED, (12)*. 7-22.

Transcrição de uma comunicação apresentada no Encontro Nacional da APROGED, "Saber ver a Geometria Descritiva", onde o autor se debruça sobre o enquadramento histórico-cultural da representação axonométrica. O texto constitui, igualmente, uma reflexão sobre a preponderância actual deste sistema de representação na modelação tridimensional em CAD. Na parte final é apresentado um método construtivo na axonometria ortogonal, conhecido como "método dos cortes", secundado pela amostragem de trabalhos de alunos de Geometria da FAUP.

Desenho Técnico

*Cunha, L. V. (1984). *Desenho Técnico* (Vol. 6). Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Manual sobre os mais variados temas de desenho técnico (embora não actualizado) precedido de informação sobre muitas construções geométricas euclidianas.

Morais, J. S. (1996). *Desenho de construções mecânicas III (Desenho Técnico)*. Porto: Porto Editora.

Livro de referência sobre Desenho Técnico e, também, um dos mais actualizados sobre o tema.

NORMAS

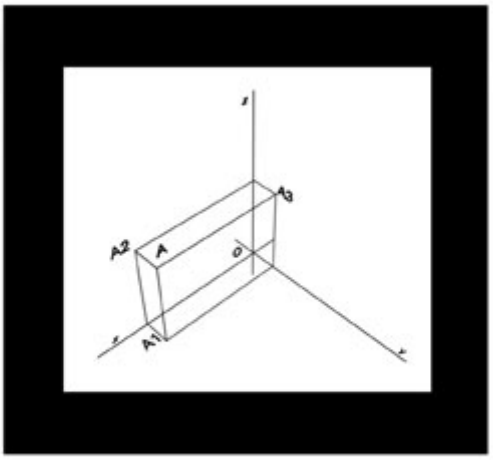
Norma ISO 128 Princípios gerais de representação
Norma ISO 216 Formatos de papéis
Norma ISO 2594 Métodos de projecção (desenho de construção civil)
Norma ISO 3098 Escrita
Norma ISO 5456-1/2/3/4 Métodos de projecção
Norma ISO 5457 Formatos dos desenhos
Norma ISO 9175 a 9180 Material de desenho
Norma ISO 10209-1 Termos relativos aos desenhos técnicos (generalidades e tipo de desenho)
Norma ISO 10209-2 Termos relativos aos métodos de projecção

Endereços na Internet:

http://www.geom.umn.edu/
http://www.ul.ie/~rynnet/keanea/homepage.html
http://www.albares.com/dibujotecnico/salaestudios/salaestudios.htm
http://www.arq.ufrgs.br/
http://www.mat.uel.br/barison/DGGDcont.htm
http://www.cce.ufsc.br/~ligsouza/geometria_descritiva.htm

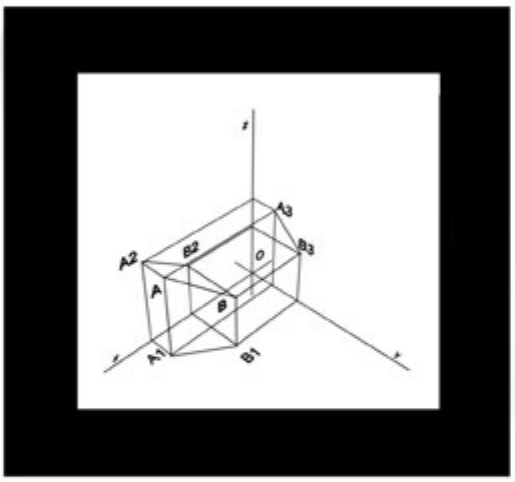
Anexo B – Exercícios propostos aos alunos durante as quatro sessões

A (5;1;3)



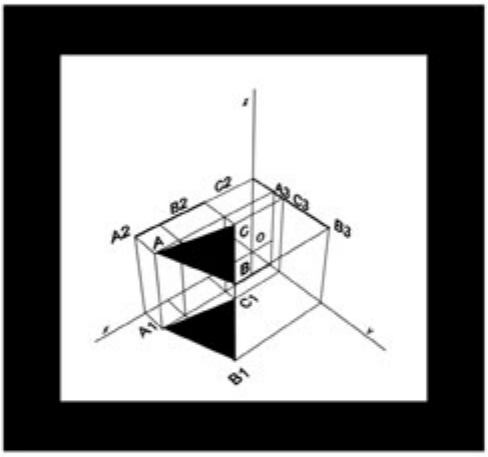
Plano Axonométrico

A (5;1;3)
B (3;2;2)



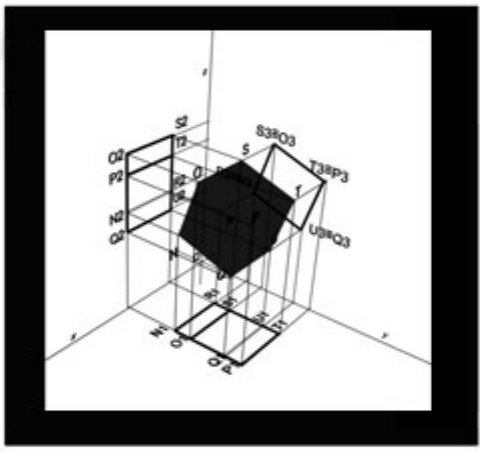
Plano Axonométrico

A (5;1;3)
B (4;3;3)
C (2;1,5;3)



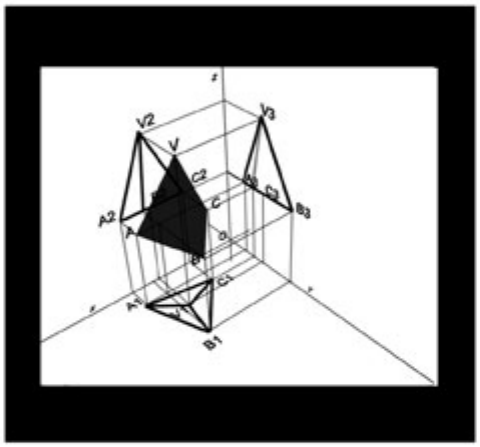
Plano Axonométrico

Cubo
Base [NOPQ] assente num plano de perfil com 6cm de abcissa (é a base com maior abcissa)
N(6;3;5) e O(6;4;8) constituem a aresta mais próxima do PFP desta base



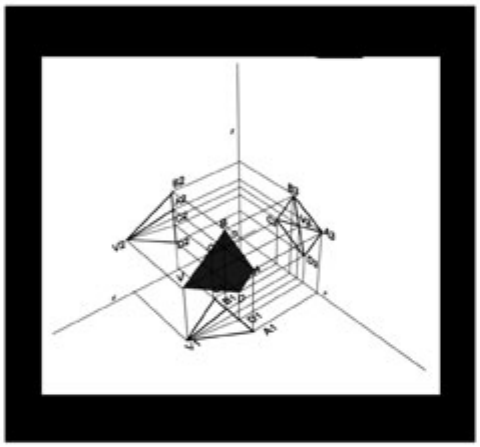
Plano Axonométrico

Pirâmide Triangular Recta
Base: triângulo [ABC] equilátero.de nível
A(6;1;4) e B(5;4,5;4)
Altura da pirâmide: 4cm



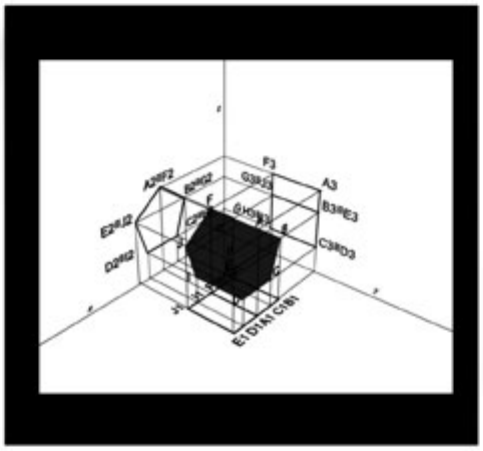
Plano Axonométrico

Pirâmide Quadrangular Recta
Base: quadrado [ABCD] de perfil
A(5 ; 7 ; 4,5) e B(5 ; 4,5 ; 5,5)
Altura da pirâmide: 3cm



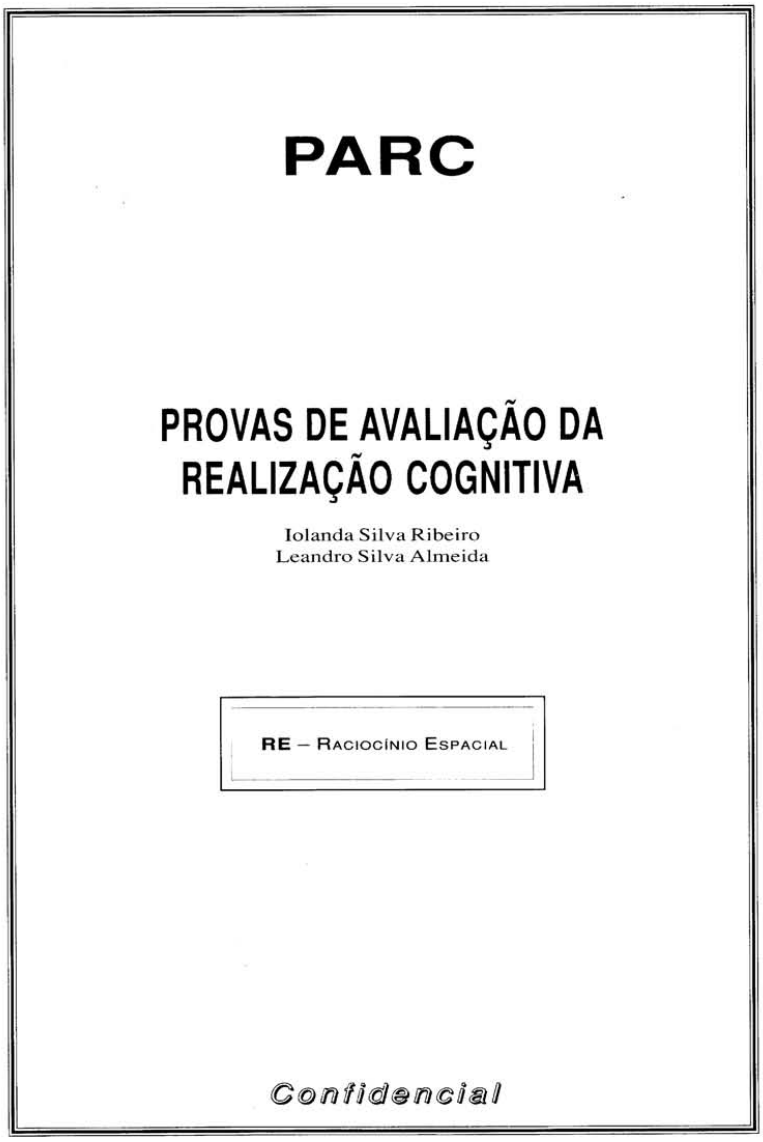
Plano Axonométrico

Prisma Pentagonal Recto
Base [ABCDE] assente num plano frontal com 6cm de afastamento (é a base com maior afastamento)
A face lateral [DCHI] tem cota 1,5. C(4 ; 6 ; 1,5) e D(6 ; 6 ; 1,5).
O prisma tem 3 de altura.



Plano Axonométrico

Anexo C – Provas PARC: Raciocínio Espacial/Compreensão Espacial



PARC

PROVAS DE AVALIAÇÃO DA REALIZAÇÃO COGNITIVA

Iolanda Silva Ribeiro
Leandro Silva Almeida

RE – RACIOCÍNIO ESPACIAL

Confidencial

PARC RE

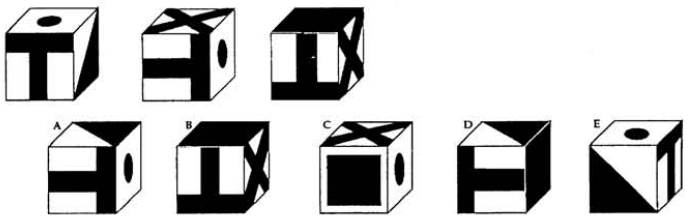
INSTRUÇÕES

Nos exercícios desta prova vai encontrar um cubo isolado ou um cubo inserido num outro cubo em movimento. Nalguns dos exercícios roda apenas um, noutros rodam ambos os cubos. Conforme vão rodando a posição das suas faces vão-se alterando.

A sua tarefa consiste em descobrir qual das alternativas (A,B,C,D, ou E) continua o movimento de rotação do cubo ou dos cubos em cada exercício. De seguida deve assinalar a letra respectiva na sua folha de respostas (Coluna RE).

Analise os exemplos seguintes:

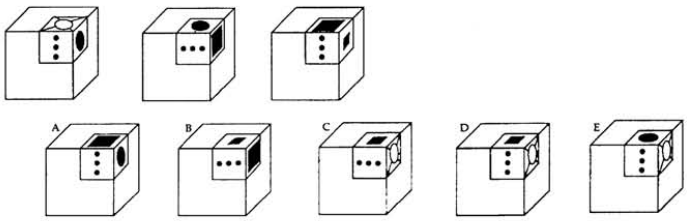
Exemplo A: Qual das alternativas (A, B, C, D, E) permite completar a série?



Neste exemplo o cubo está a rodar para a direita (sentido dos ponteiros do relógio). A figura que completa a série deve ter, por exemplo, o desenho em forma de T na face principal voltado para a esquerda e a face negra na posição lateral. A resposta correcta é a alternativa D. Verifique que esta alternativa já se encontra assinalada no exemplo A da coluna RE da sua folha de respostas.

Procure resolver sozinho os exemplos B e C.

Exemplo B:

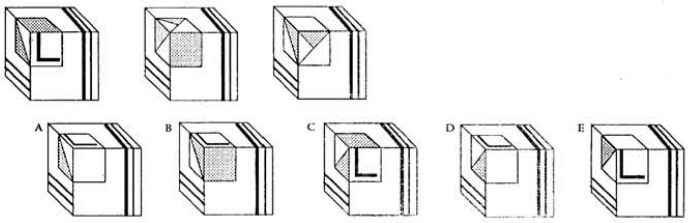


CONFIDENCIAL 1

PARC RE

INSTRUÇÕES

Exemplo C:



No exemplo B o cubo roda para a esquerda. A resposta correcta é a alternativa C. Assinale com um X a letra C do exemplo B.
No exemplo C o cubo roda para baixo. A resposta correcta é a alternativa D. Assinale com um X a letra D do exemplo C.

Os exercícios que vai realizar são semelhantes a estes exemplos. Em primeiro lugar terá que descobrir para que lado rodam os cubos e depois procurar a alternativa que completa a série apresentada, assinalando então a letra correspondente na folha de respostas. O cubo pode rodar para a direita, para a esquerda, para cima ou para baixo. Pode acontecer nalguns exercícios com dois cubos que os seus movimentos não sejam coincidentes pois eles podem ter movimentos próprios.

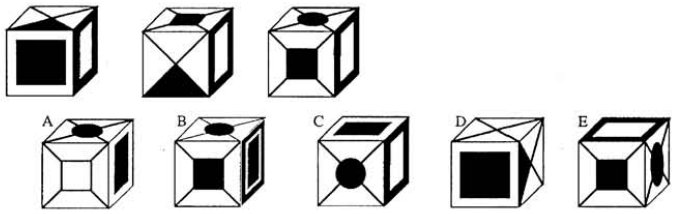
Se tiver dificuldade nalgum exercício passe à frente, e deixe em branco, na sua folha de respostas, a linha correspondete a esse exercício. Poderá tentar resolver esse exercício se tiver tempo no final da prova. Tem 20 minutos para realizar esta prova. Verifique se compreendeu bem estas instruções antes de continuar. Em caso de dúvida releia os exemplos ou peça explicações antes de começar a prova. Trabalhe rapidamente, mas esforce-se por não se enganar.

Pare aqui. Aguarde o sinal para mudar de página

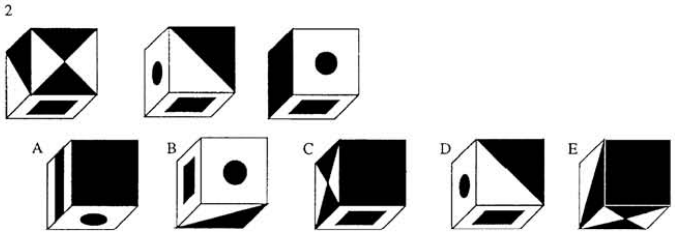
PARC RE

NÃO ESCREVA NADA NESTE CADERNO

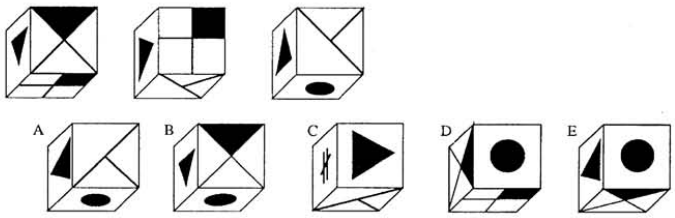
1



2



3

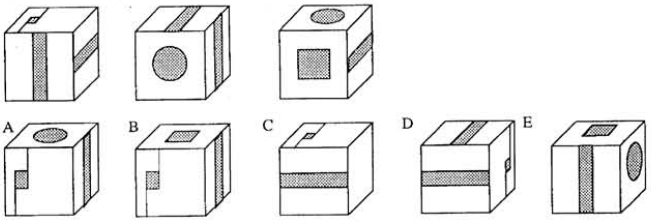


Não pare aqui, volte a página e continue rapidamente 3

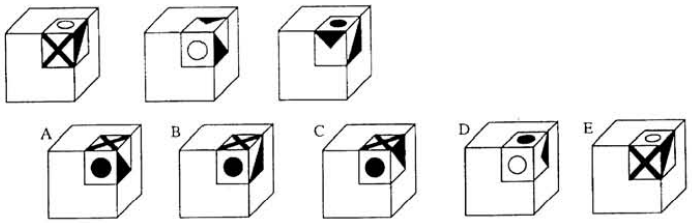
PARC RE

NÃO ESCREVA NADA NESTE CADERNO

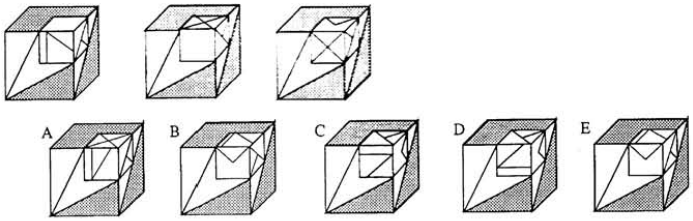
4



5



6

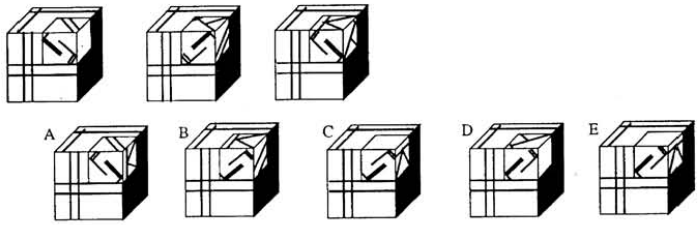


Não pare aqui, volte a página e continue rapidamente 4

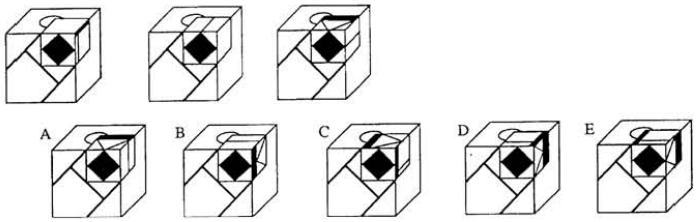
PARC RE

NÃO ESCREVA NADA NESTE CADERNO

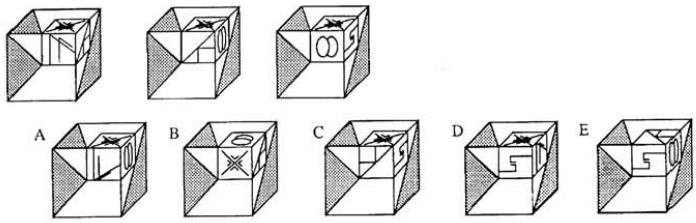
7



8



9

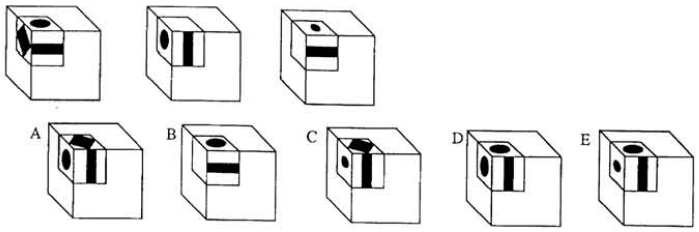


Não pare aqui, volte a página e continue rapidamente 5

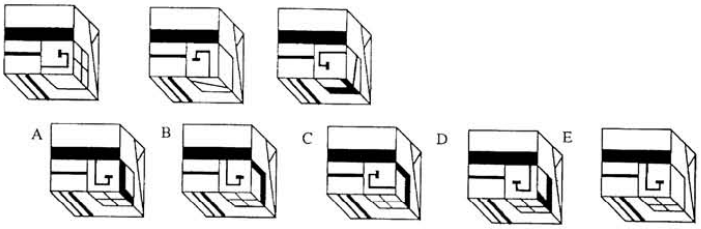
PARC RE

NÃO ESCREVA NADA NESTE CADERNO

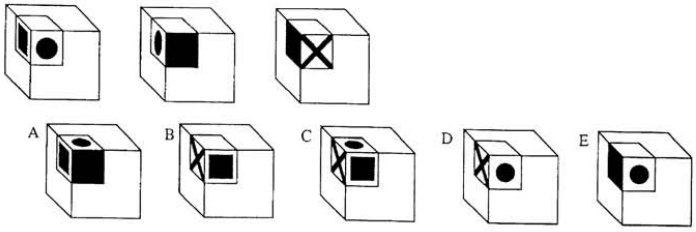
10



11



12



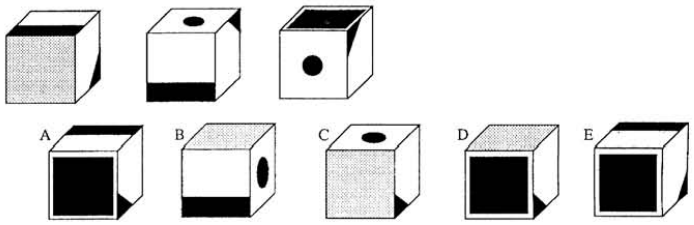
Não pare aqui, volte a página e continue rapidamente

6

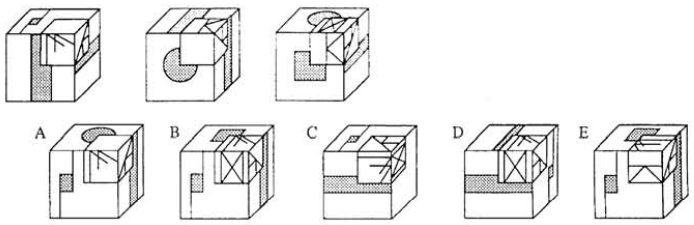
PARC RE

NÃO ESCREVA NADA NESTE CADERNO

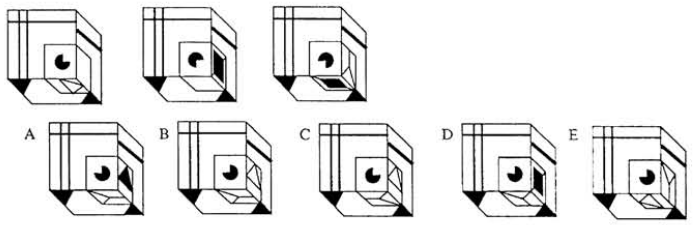
13



14



15

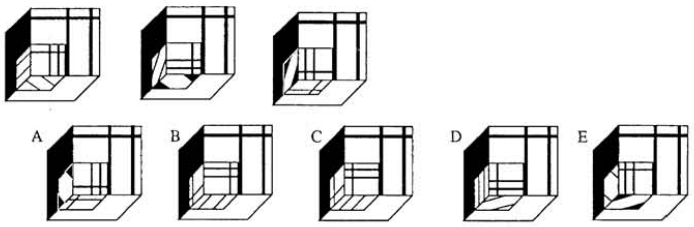


Não pare aqui, volte a página e continue rapidamente 7

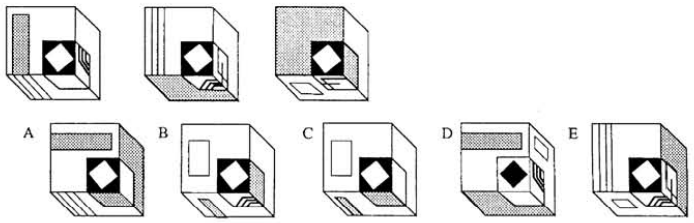
PARC RE

NÃO ESCREVA NADA NESTE CADERNO

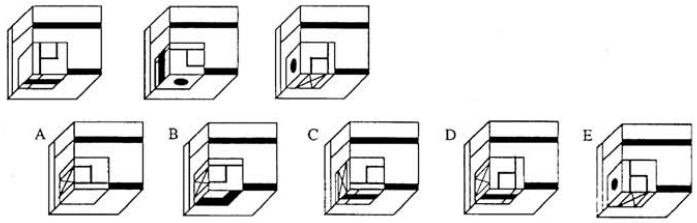
16



17



18

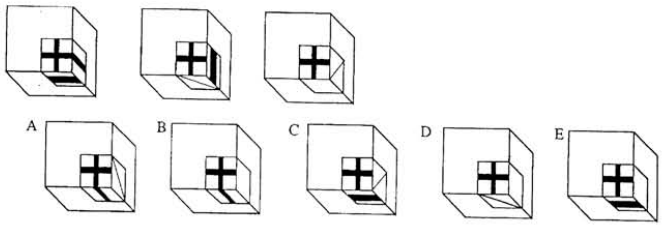


Não pare aqui, volte à página e continue rapidamente 8

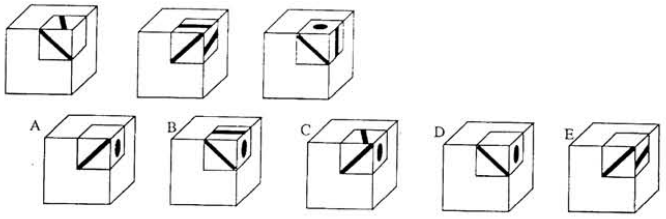
PARC RE

NÃO ESCREVA NADA NESTE CADERNO

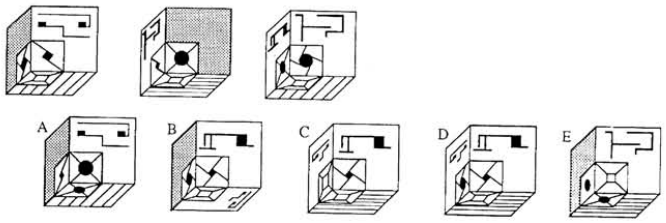
19



20



21

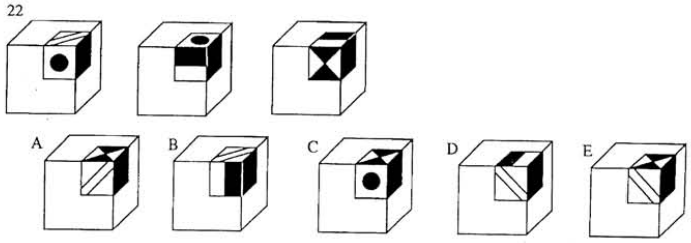


Não pare aqui, volte a página e continue rapidamente 9

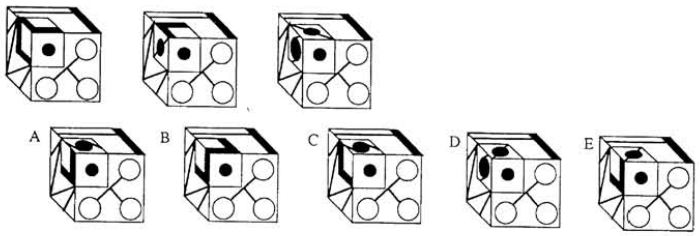
PARC RE

NÃO ESCREVA NADA NESTE CADERNO

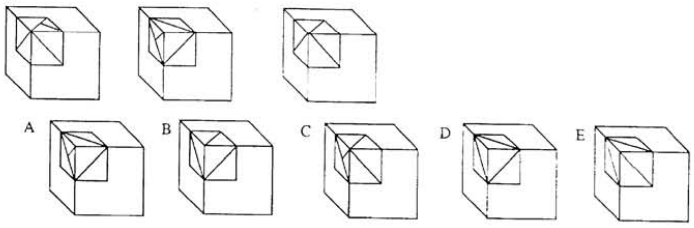
22



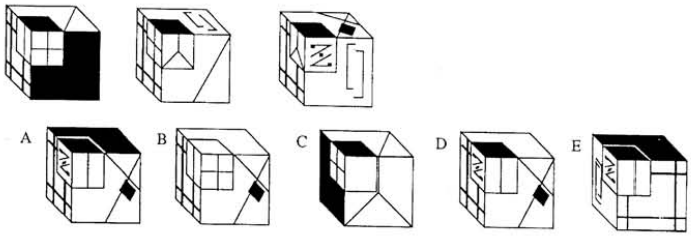
23



24



25



FIM

10

PARC

PROVAS DE AVALIAÇÃO DA REALIZAÇÃO COGNITIVA

Iolanda Silva Ribeiro
Leandro Silva Almeida

CE – COMPREENSÃO ESPACIAL

Confidencial

PARC CE

Iolanda Silva Ribeiro
Leandro Silva Almeida

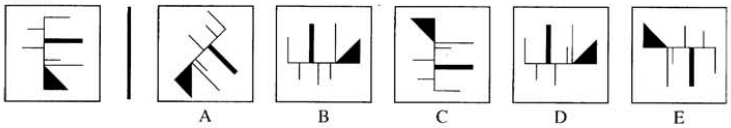
INSTRUÇÕES

Nesta prova vai encontrar em cada exercício uma figura modelo que roda para a direita ou para a esquerda. A sua tarefa consiste em identificar, de entre cinco figuras alternativas (A, B, C, D ou E), a que corresponde à figura modelo depois de rodada. Após identificar a alternativa correcta, deve assinalar a letra respectiva na sua folha de respostas (coluna CE).

Analise os exemplos seguintes:

Exemplo A: Qual das alternativas (A, B, C, D, E) corresponde a uma rotação da figura modelo?

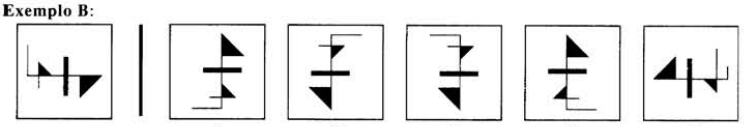
Modelo



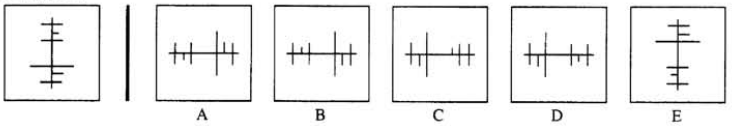
Na alternativa A a figura rodou para a direita (sentido dos ponteiros do relógio), mas o traço superior não acompanhou esta rotação. Na alternativa B verifica-se um movimento para a esquerda (sentido contrário ao dos ponteiros do relógio) mas um dos traços do meio não acompanha a rotação da figura. Preste uma atenção particular à rotação da figura C; esta rodou de cima para baixo; a figura que aparece é uma imagem reflectida. Nesta situação verifica-se uma imagem invertida ou em espelho da figura por isso é sempre incorrecta (só nos interessa o movimento para a direita ou para a esquerda). Na alternativa D verifica-se uma rotação para a esquerda de todos os elementos da figura. Finalmente, na alternativa E a rotação é para a direita mas o triângulo não acompanha a rotação. A resposta correcta é a alternativa D. Verifique que esta alternativa já se encontra assinalada no exemplo A da coluna CE da sua folha de respostas.

Procure resolver sozinho os exemplos B e C.

Exemplo B:



Exemplo C:



No exemplo B a resposta correcta é a alternativa B. Assinale na sua folha de respostas com um X a letra B no exemplo B.
No exemplo C a resposta correcta é a alternativa D. Assinale na sua folha de respostas com um X a letra D no exemplo C.

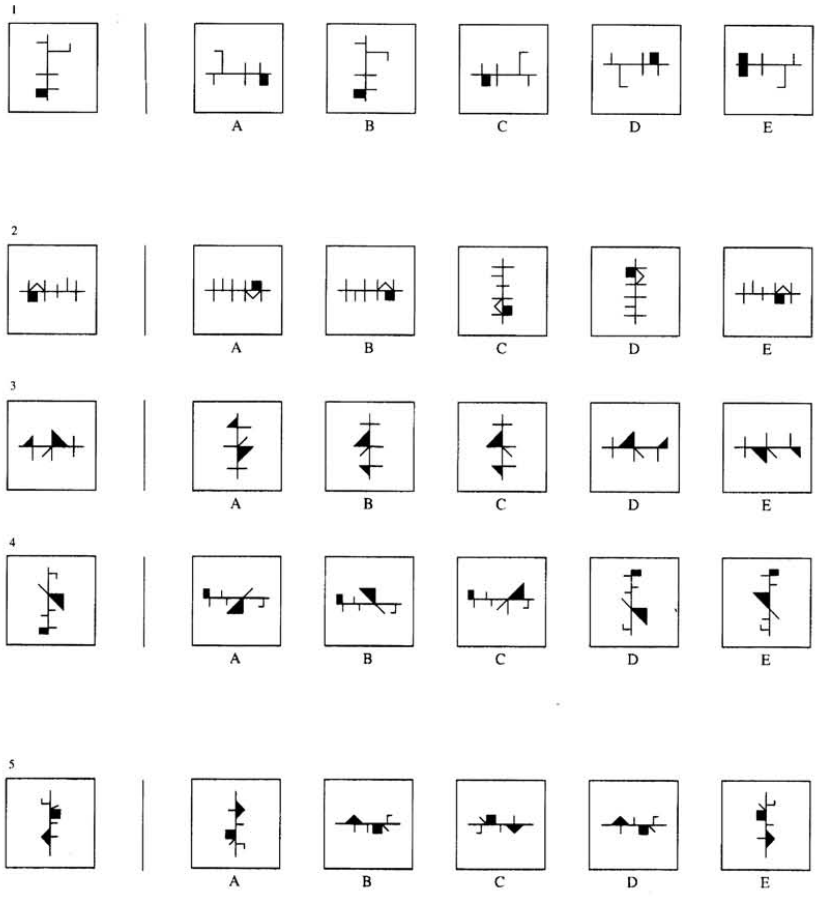
Os exercícios que vai resolver são semelhantes a estes exemplos. Em cada exercício procure descobrir qual das alternativas corresponde à figura modelo quando rodada para a direita ou para a esquerda. Assinale-a, depois com um X, na folha de respostas. Não se esqueça que a reflexão da figura modelo não pode ser considerada como um movimento de rotação, pelo que não servem as alternativas em que ocorra esta transformação (imagem invertida ou em espelho). Se tiver dificuldade nalgum exercício passe à frente e deixe em branco, na sua folha de respostas a linha correspondente. Poderá tentar resolve-lo se tiver tempo no fim da prova. Tem 7 minutos para realizar esta prova. Verifique se compreendeu bem estas instruções antes de continuar. Em caso de dúvida reveja os exemplos ou peça explicações antes de começar a prova. Trabalhe rapidamente, mas esforce-se por não se enganar.

Pare aqui. Aguarde o sinal para mudar de página

PARC CE

Iolanda Silva Ribeiro
Leandro Silva Almeida

NÃO ESCREVA NADA NESTE CADERNO

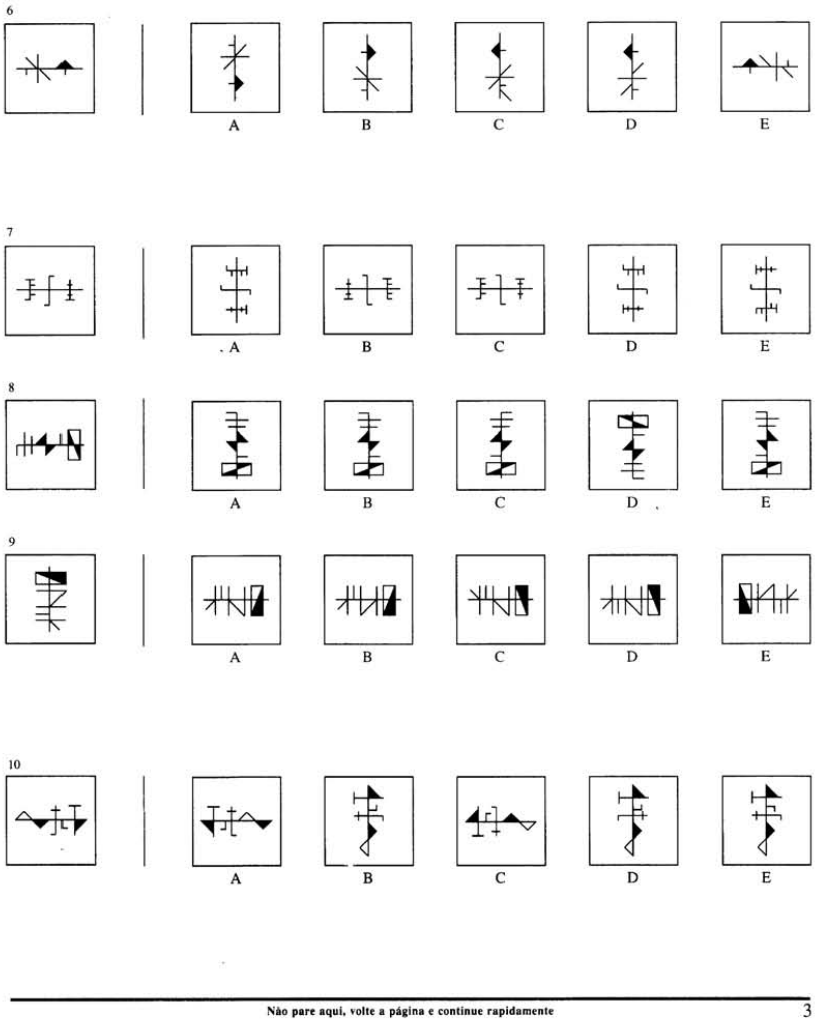


Não pare aqui, volte a página e continue rapidamente

2

PARC CE

NÃO ESCREVA NADA NESTE CADERNO

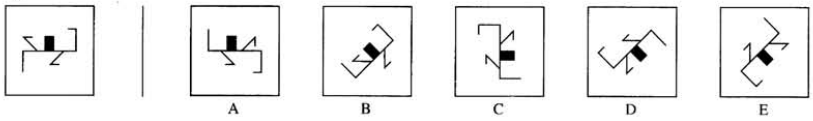


Não pare aqui, volte a página e continue rapidamente 3

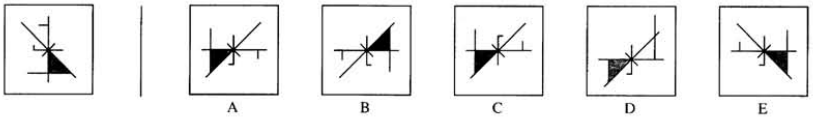
PARC CE

NÃO ESCREVA NADA NESTE CADERNO

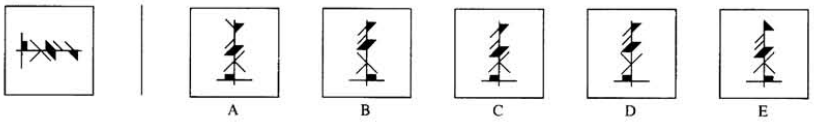
11



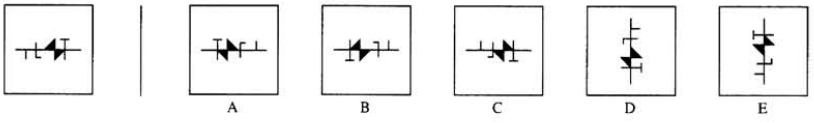
12



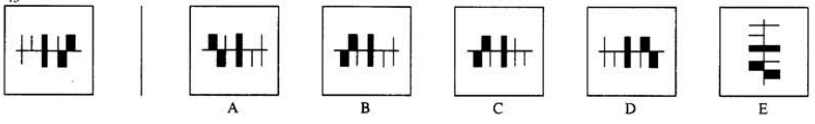
13



14



15

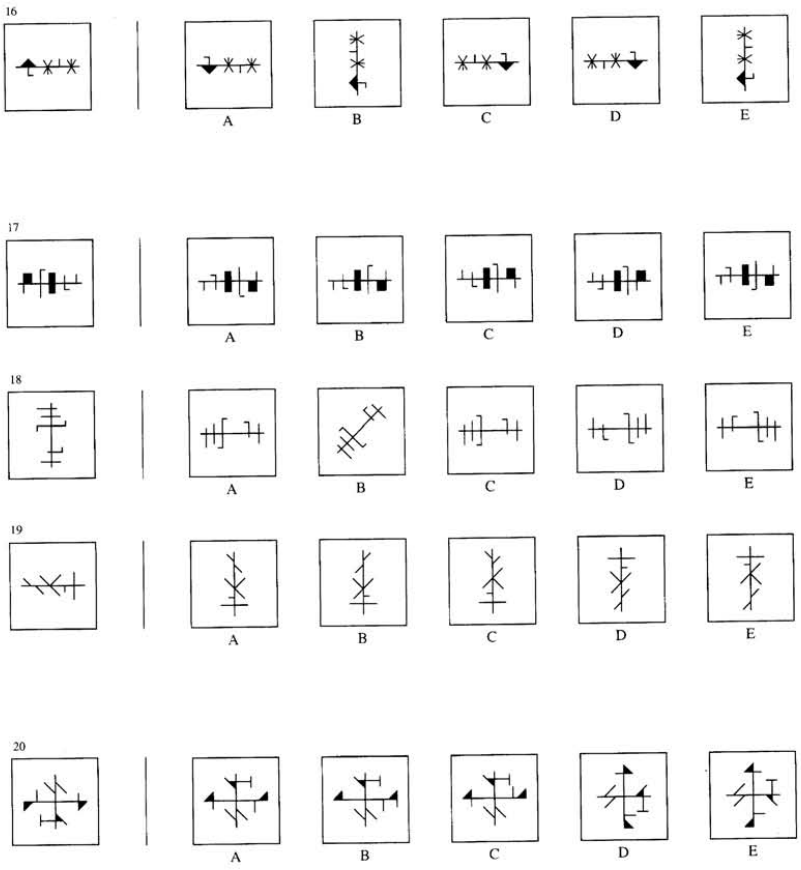


Não pare aqui, volte a página e continue rapidamente 4

PARC CE

Iolanda Silva Ribeiro
Leandro Silva Almeida

NÃO ESCREVA NADA NESTE CADERNO



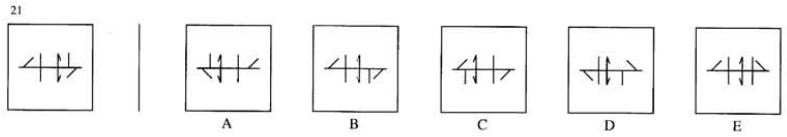
Não pare aqui, volte a página e continue rapidamente

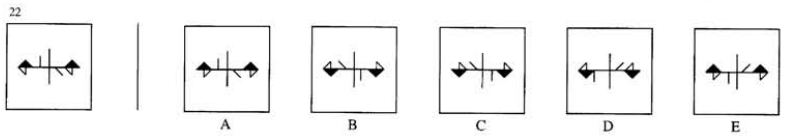
5

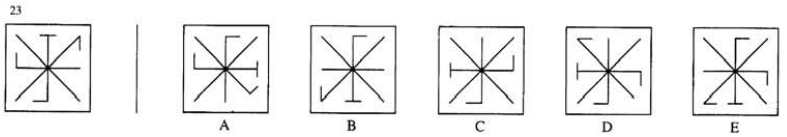
PARC CE

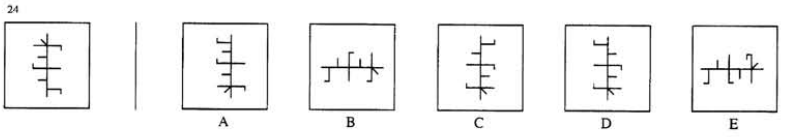
Iolanda Silva Ribeiro
Leandro Silva Almeida

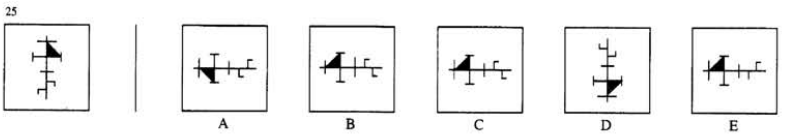
NÃO ESCREVA NADA NESTE CADERNO











FIM

6

item	RE	CE
1	C	A
2	C	C
3	E	C
4	B	A
5	C	B
6	B	A
7	C	D
8	E	A
9	D	A
10	C	B
11	B	E
12	B	C
13	D	C
14	B	B
15	B	B
16	C	D
17	C	E
18	A	D
19	B	D
20	A	A
21	D	C
22	A	C
23	A	D
24	D	D
25	A	C

PARC

Iolanda Silva Ribeiro
Leandro Silva Almeida

PARC-RN

Exemplo A	10	60
Exemplo B		
Exemplo C		

1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		
21		
22		
23		
24		
25		

NB___ PP___ CL___

PARC-RF

Exemplo A	~~A~~ B C D E
Exemplo B	A B C D E
Exemplo C	A B C D E

1	A B C D E
2	A B C D E
3	A B C D E
4	A B C D E
5	A B C D E
6	A B C D E
7	A B C D E
8	A B C D E
9	A B C D E
10	A B C D E
11	A B C D E
12	A B C D E
13	A B C D E
14	A B C D E
15	A B C D E
16	A B C D E
17	A B C D E
18	A B C D E
19	A B C D E
20	A B C D E
21	A B C D E
22	A B C D E
23	A B C D E
24	A B C D E
25	A B C D E

NB___ PP___ CL___

PARC-RV

Exemplo A	A ~~B~~ C D E
Exemplo B	A B C D E
Exemplo C	A B C D E

1	A B C D E
2	A B C D E
3	A B C D E
4	A B C D E
5	A B C D E
6	A B C D E
7	A B C D E
8	A B C D E
9	A B C D E
10	A B C D E
11	A B C D E
12	A B C D E
13	A B C D E
14	A B C D E
15	A B C D E
16	A B C D E
17	A B C D E
18	A B C D E
19	A B C D E
20	A B C D E
21	A B C D E
22	A B C D E
23	A B C D E
24	A B C D E
25	A B C D E

NB___ PP___ CL___

PARC-RE

Exemplo A	A B C ~~D~~ E
Exemplo B	A B C D E
Exemplo C	A B C D E

1	A B C D E
2	A B C D E
3	A B C D E
4	A B C D E
5	A B C D E
6	A B C D E
7	A B C D E
8	A B C D E
9	A B C D E
10	A B C D E
11	A B C D E
12	A B C D E
13	A B C D E
14	A B C D E
15	A B C D E
16	A B C D E
17	A B C D E
18	A B C D E
19	A B C D E
20	A B C D E
21	A B C D E
22	A B C D E
23	A B C D E
24	A B C D E
25	A B C D E

NB___ PP___ CL___

PARC

Iolanda Silva Ribeiro
Leandro Silva Almeida

PARC-CN

Exemplo A	③	9
Exemplo B	○	
Exemplo C	○	

1	○	
2	○	
3	○	
4	○	
5	○	
6	○	
7	○	
8	○	
9	○	
10	○	
11	○	
12	○	
13	○	
14	○	
15	○	
16	○	
17	○	
18	○	
19	○	
20	○	
21	○	
22	○	
23	○	
24	○	
25	○	

NB___ PP___ CL___

PARC-CF

Exemplo A	A B C ~~D~~ E
Exemplo B	A B C D E
Exemplo C	A B C D E

1	A B C D E
2	A B C D E
3	A B C D E
4	A B C D E
5	A B C D E
6	A B C D E
7	A B C D E
8	A B C D E
9	A B C D E
10	A B C D E
11	A B C D E
12	A B C D E
13	A B C D E
14	A B C D E
15	A B C D E
16	A B C D E
17	A B C D E
18	A B C D E
19	A B C D E
20	A B C D E
21	A B C D E
22	A B C D E
23	A B C D E
24	A B C D E
25	A B C D E

NB___ PP___ CL___

PARC-CV

Exemplo A	~~A~~ B C D E
Exemplo B	A B C D E
Exemplo C	A B C D E

1	A B C D E
2	A B C D E
3	A B C D E
4	A B C D E
5	A B C D E
6	A B C D E
7	A B C D E
8	A B C D E
9	A B C D E
10	A B C D E
11	A B C D E
12	A B C D E
13	A B C D E
14	A B C D E
15	A B C D E
16	A B C D E
17	A B C D E
18	A B C D E
19	A B C D E
20	A B C D E
21	A B C D E
22	A B C D E
23	A B C D E
24	A B C D E
25	A B C D E

NB___ PP___ CL___

PARC-CE

Exemplo A	A B C ~~D~~ E
Exemplo B	A B C D E
Exemplo C	A B C D E

1	A B C D E
2	A B C D E
3	A B C D E
4	A B C D E
5	A B C D E
6	A B C D E
7	A B C D E
8	A B C D E
9	A B C D E
10	A B C D E
11	A B C D E
12	A B C D E
13	A B C D E
14	A B C D E
15	A B C D E
16	A B C D E
17	A B C D E
18	A B C D E
19	A B C D E
20	A B C D E
21	A B C D E
22	A B C D E
23	A B C D E
24	A B C D E
25	A B C D E

NB___ PP___ CL___

Anexo D – Inquérito inicial apresentado aos alunos

Este inquérito tinha como objectivo conhecer a amostra, tanto na sua relação com a disciplina de Geometria Descritiva como na sua ambientação com meios e suportes informáticos. Desta forma, escolheu-se um tipo de inquérito que permitisse a resposta fácil, limitando a possibilidade de não ser respondido por inércia.

O inquérito permitia conhecer a idade e sexo do aluno, local, frequência e motivo do contacto com meios informáticos em geral e objectos tridimensionais digitais especificamente, e dificuldades sentidas com a disciplina de Geometria Descritiva, assim como estratégias que os alunos consideraram mais eficazes para superar as mesmas.

UTILIZAÇÃO DA REALIDADE VIRTUAL NO ENSINO E NA APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA DESCRITIVA

Por favor, assinala a tua resposta para cada um dos seguintes itens, escolhendo a melhor opção (rodeando o círculo à esquerda).

1	**Sexo**	• Masculino • Feminino
2	**Idade**	• 15 • 16 • 17 • 18 ou mais
3	**Já utilizaste computadores antes?**	• Sim • Não
	(se respondeste Não passa para o item 7)	
4	**Onde?**	• Em casa • Na Escola • Em casa de amigos • Num *cyber* café • Outro
5	**Com que frequência?**	• Quase todos os dias • Pelo menos uma vez por semana • Apenas quando é necessário fazer um trabalho para a escola • Quase nunca
6	**Para quê?**	• Jogar • Consultar páginas na Internet • Comunicar com amigos • Outro
7	**Já tinhas manipulado objectos tridimensionais em suporte informático?**	• Internet • Jogos • Aplicações offline • Não
8	**Consideras que tens dificuldades em Geometria Descritiva?**	• Sim • Não
9	**Em caso afirmativo, assinala algumas das dificuldades:**	• Visualizar os conceitos • Compreender a explicação da matéria • Não tenho interesse pela disciplina
10	**Que estratégias utilizadas na aula são, na tua opinião, mais eficazes para superar as tuas dificuldades?**	• Desenho perspéctico • Repetição de exercícios • Utilização de objectos tridimensionais • Outra

Muito obrigada pela tua participação!

Anexo E – Inquérito apresentado aos alunos durante as sessões

Conforme já referido, foram entregues aos alunos espaços de registo em cada sessão, de forma a tornar possível a análise posterior da relação com os materiais de apoio propostos.
Para simplificar a resposta e assim reduzir ao mínimo a possibilidade de distracção dos
conteúdos leccionados, o inquérito foi dividido em duas partes: na primeira, os alunos responderiam a cinco perguntas, escolhendo, por meio de um x, a opção que melhor se adequaria às suas impressões. A segunda parte possibilitava um comentário mais prolongado, se o aluno sentisse vontade de o fazer.

As perguntas colocadas ao aluno focavam três aspectos:

- utilização dos modelos tridimensionais;
- utilização da estação individual;
- vontade de repetir a experiência.

Quanto à utilização dos modelos tridimensionais, os alunos deveriam indicar se consideravam os modelos adequados à explicação da docente, se estes o/a tinham ajudado a compreender a matéria e se alguma dificuldade o tinha impedido de visualizar os modelos.

Data: _____/_____/_____

Por favor, responde às seguintes questões, escolhendo a opção (com um x) que melhor se adequa à tua resposta (1=*SIM*; 2=*POR VEZES*, 3=*NÃO*):

Tiveste alguma dificuldade na visualização dos modelos tridimensionais?			
Pensas que os modelos utilizados se adequaram bem à explicação da professora?			
A utilização dos modelos facilitou a tua compreensão da matéria?			
Tentaste esclarecer as tuas dúvidas na estação individual?			
Gostarias de utilizar este método de ensino em mais aulas desta disciplina?			

Faz um comentário sobre a aula de hoje (por exemplo, sobre os modelos tridimensionais, a estação individual, ou outro aspecto que consideres relevante).

Obrigada pela participação!

Anexo F – Grelha de observação

A grelha de observação permitia registar as seguintes informações:

- **Atitudes comportamentais:**

  Atenção – registo de comportamentos que revelassem o nível de concentração nos conteúdos/explicações da professora.

  Material – Para participar plenamente em aulas de Geometria Descritiva torna-se necessário para o aluno trazer algum material específico, como compasso e esquadro. Este item permitia registar as faltas de material, que, se forem frequentes, revelam desinteresse.

- **Conhecimentos:**

  Frequência das questões/observações – A frequência com que os alunos colocam questões pode indicar interesse ou falta do mesmo, assim como revelar sobre a eficácia da exposição dos conteúdos.

  Pertinência das questões/observações – Não só a frequência, a pertinência das questões colocadas é um indicador do nível de atenção dos alunos, assim como das capacidades cognitivas dos mesmos.

  Rapidez na cópia/resolução dos exercícios – Um aluno desinteressado ou com dificuldades demora mais tempo a copiar do quadro os enunciados dos problemas, assim como, obviamente, a resolvê-los.

- **Tecnologia:**

Frequência das questões/observações – As questões relativas à tecnologia que se apresentou ao grupo de alunos seriam, teoricamente, inevitáveis, e a sua frequência poderia revelar interesse ou alertar para alguma complexidade de manuseamento.

Pertinência das questões/observações – Embora pertinência seja um conceito vago, neste caso consideraram-se pertinentes as questões relativas ao funcionamento da tecnologia, no contexto da Geometria Descritiva ou fora dela. Não pertinentes foram considerados comportamentos como virar a *webcam* para os colegas, no caso da utilização da estação individual, por exemplo.

Utilização da estação individual – Este item permitia o registo do número de utilizações da estação individual, assim como comportamentos associados a essa utilização e comentários realizados.

- Outras observações.

Data: _____-_____.06 Sessão número: _____ Nº de presenças: _____ Presença de estação individual: _____	
Atitudes comportamentais	
Atenção	
Material	
Conhecimentos	
Frequência das questões/observações	
Pertinência das questões/observações	
Rapidez na cópia/resolução de exercícios	
Tecnologia	
Frequência das questões/observações	
Pertinência das questões/observações	
Utilização da estação individual	
Outras observações	

Anexo G – Comentário da docente

A primeira reunião com a mestranda incidiu sobre a escolha da turma para a experimentação dos materiais tridimensionais auxiliares. A turma do 11º ano do Curso Tecnológico de Multimédia foi a escolhida, por não ter exame nacional no final do ano, por ter um programa mais curto relativamente à carga horária semanal e, principalmente, porque a generalidade dos alunos revelavam grandes dificuldades na visualização do espaço, não tinham hábitos de trabalho e denotavam uma total falta de curiosidade e de interesse.

Tornava-se um desafio desenvolver o raciocínio abstracto e estimular o gosto pela disciplina, nesta turma.

Apresentei aos alunos a proposta da utilização dos materiais tridimensionais auxiliares como mais uma estratégia de superação das dificuldades, que já tinham sido identificadas com eles. A turma anuiu, não tendo, no entanto, ficado curiosa nem entusiasmada.

Os alunos revelaram uma relação de cordialidade e de aceitação da mestranda na aula, mas de desconfiança relativamente à ajuda que os materiais tridimensionais auxiliares lhes poderia trazer. Após uma grande passividade e falta de curiosidade perante um tipo de material que nunca tinha sido utilizado na aula, os alunos utilizaram os materiais quando foram incentivados para o fazer.

Os alunos não tiveram qualquer dificuldade na utilização dos materiais e reconheceram o auxílio prestado sobre o posicionamento das figuras no espaço.

Considero os materiais tridimensionais auxiliares bem estruturados e de fácil utilização, tornando-se importante a sua utilização por alunos com dificuldades de visualização no espaço, quer em situações de aula quer em trabalho de casa.

Parece-me mais pertinente começarem a ser utilizados no 10º ano, quando os alunos iniciam a disciplina e portanto uma nova linguagem de representação.

A professora de Geometria Descritiva,

Ana Coutinho Santos

Anexo H – Exames Nacionais de Geometria Descritiva

PROVA 408/4 Págs.

EXAME NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO

12.º Ano de Escolaridade (Decreto-Lei n.º 286/89, de 29 de Agosto)

Curso Geral e Cursos Tecnológicos — Agrupamento 2

Duração da prova: 150 minutos **1.ª FASE**

2006

PROVA PRÁTICA DE DESENHO E GEOMETRIA DESCRITIVA A

A prova é constituída por dois Grupos, sendo os itens do Grupo II em alternativa.

As coordenadas estão expressas em centímetros e são indicadas pela seguinte ordem: abcissa; afastamento; cota.

Os ângulos dados relativos a rectas ou planos são medidos no 1.º diedro.

A prova deve ser resolvida a lápis, em tamanho natural (sem reduções nem ampliações).

Resolva apenas um problema em cada folha de prova.
(Só pode utilizar a face que tem o rectângulo de identificação impresso.)

V.S.F.F.

408/1

I

(Respostas obrigatórias)

1. Determine graficamente a amplitude do ângulo formado pela recta **r** com o plano oblíquo α.

Dados

– a recta **r** é paralela ao eixo **x** e tem 4 de afastamento e 6 de cota;

– os traços, horizontal e frontal, do plano α fazem com o eixo **x**, respectivamente, ângulos de 45° e de 60° (ambos de abertura para a direita).

2. Represente um **cubo**, situado no 1.º diedro, de acordo com os dados abaixo apresentados.

Utilizando a direcção luminosa convencional, determine a sombra própria do cubo e a sua sombra real projectada nos planos de projecção.

Identifique, a traço interrompido, as arestas invisíveis e a parte invisível do contorno da sombra projectada.

Identifique as áreas visíveis das sombras própria e projectada, preenchendo-as a tracejado *ou* com uma mancha de grafite clara e uniforme.
(Se optar pelo tracejado, deverá fazê-lo com linhas paralelas ao eixo **x**, nas áreas de sombra própria, e com linhas perpendiculares às respectivas projecções da direcção luminosa, nas áreas de sombra projectada.)

Dados

– a face **[ABCD]** do cubo é paralela ao plano frontal de projecção;

– os pontos **A** e **B** são dois vértices consecutivos da face **[ABCD]**;

– o vértice **A** tem abcissa nula, 2 de afastamento e 5 de cota;

– o vértice **B** tem 4 de abcissa e 3 de cota.

408/2

II

(Resposta em alternativa, **1.** ou **2.**)

Escolha **apenas um** dos itens deste Grupo.
(Se responder aos dois, apenas será considerada a resposta a **II. 1.**)

1. Construa uma representação diédrica de um **prisma hexagonal regular**, situado no 1.º diedro e com as bases contidas em planos de rampa, de acordo com os dados abaixo apresentados.

   Construa uma terceira projecção do prisma, lateral, obtida no plano de perfil de projecção **yz**.

   Identifique, a traço interrompido, as arestas invisíveis do sólido.

   Dados

   – o ponto **O** (4; 3; 3), pertencente ao plano de rampa β, é o centro de uma das bases;

   – o vértice **J** (4; 4; 9) é o vértice de maior cota da outra base do sólido;

   – os planos das bases fazem diedros de 35° com o plano horizontal de projecção.

2. Construa uma representação axonométrica ortogonal de uma forma tridimensional composta por duas pirâmides pentagonais regulares, de base horizontal, de acordo com os dados abaixo apresentados.

   Identifique, a traço interrompido, as arestas invisíveis do sólido resultante da justaposição das duas pirâmides.

   Dados

   Sistema axonométrico:

   – dimetria:
   o eixo axonométrico **y** faz ângulos de 131°30' com os eixos axonométricos **z** e **x**;
   (Considere os eixos orientados em sentido directo: o eixo **z**, vertical, orientado positivamente de baixo para cima, e o eixo **x**, orientado positivamente da direita para a esquerda.)

   Pirâmides:

   – ambas as pirâmides têm por base o pentágono regular **[ABCDE]**, situado num plano horizontal com 7 de cota;

   – o centro do pentágono é o ponto **M**, que tem 4 de abcissa e 5 de afastamento;

   – o vértice **A** fica situado no plano coordenado lateral **yz** e tem 5 de afastamento;

   – o vértice principal **V** de uma das pirâmides tem 10 de cota; o vértice principal **V'** da outra pirâmide pertence ao plano coordenado horizontal **xy**.

FIM

V.S.F.F.

408/3

COTAÇÕES

GRUPO I

1. Tradução gráfica dos elementos dados	10 pontos	
Processo de resolução	25 pontos	
Obtenção do resultado final pretendido	10 pontos	
Observância das convenções gráficas usuais aplicáveis, rigor de execução e qualidade expressiva dos traçados	5 pontos	
		50 pontos
2. Tradução gráfica dos elementos dados	10 pontos	
Processo de resolução	32 pontos	
Obtenção do resultado final pretendido	16 pontos	
Observância das convenções gráficas usuais aplicáveis, rigor de execução e qualidade expressiva dos traçados	17 pontos	
		75 pontos

GRUPO II

1. Tradução gráfica dos elementos dados	8 pontos	
Processo de resolução	31 pontos	
Obtenção do resultado final pretendido	25 pontos	
Observância das convenções gráficas usuais aplicáveis, rigor de execução e qualidade expressiva dos traçados	11 pontos	
		75 pontos
ou		
2. Tradução gráfica dos elementos dados	13 pontos	
Processo de resolução	41 pontos	
Obtenção do resultado final pretendido	10 pontos	
Observância das convenções gráficas usuais aplicáveis, rigor de execução e qualidade expressiva dos traçados	11 pontos	
		75 pontos
TOTAL DA PROVA		**200 pontos**

408/4

PROVA 408/C/4 Págs.

EXAME NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO

12.º Ano de Escolaridade (Decreto-Lei n.º 286/89, de 29 de Agosto)

Curso Geral e Cursos Tecnológicos — Agrupamento 2

Duração da prova: 150 minutos **1.ª FASE**

2006

PROVA PRÁTICA DE DESENHO E GEOMETRIA DESCRITIVA A

CRITÉRIOS DE CLASSIFICAÇÃO

- Atribuição de cotações aos itens referentes ao ***processo de resolução:***

  a) Dada a diversidade de métodos gráficos susceptíveis de serem utilizados, os passos de resolução indicados **poderão não corresponder aos do processo adoptado pelo examinando.**

  A ser o processo igualmente legítimo em geometria descritiva, **a cotação global prevista poderá ser atribuída na totalidade** ou, em caso de erro, parcelada em itens diferentes dos propostos.

  b) Nenhuma tentativa de resolução deverá ser, necessariamente, desvalorizada na globalidade, pelo facto de se verificarem erros na tradução dos dados ou em traçados intermédios: **todos os passos correctos do processo deverão ser cotados, mesmo que dados ou construções precedentes estejam errados.**

  Em qualquer circunstância, contudo, **as cotações relativas às figuras resultantes, pedidas no enunciado, só poderão ser atribuídas, na totalidade, às soluções correctas.** Os resultados parcialmente correctos ou incompletos deverão ser proporcionalmente cotados.

- Atribuição de cotações aos itens referentes à ***qualidade expressiva:***

  As cotações indicadas para o item *qualidade expressiva* destinam-se a valorizar aspectos dos traçados que, devido ao meio riscador utilizado, não se encontram abrangidos por quaisquer disposições normalizadoras: o enquadramento do desenho, a adequação das diferenciações introduzidas nos tipos de traço utilizados, a regularidade do traço, o posicionamento e a legibilidade das notações e a apresentação geral do objecto gráfico final.

V.S.F.F.

408/C/1

COTAÇÕES

GRUPO I

(Respostas obrigatórias)

1. Projecções da recta **r**		2 pontos
Coordenadas da recta **r**		2 pontos
Representação do plano α		2 pontos
Ângulos formados pelos traços de α com o eixo **x**		4 pontos
Processo de resolução		
Exemplo:		
Representação de uma recta **p**, concorrente com **r** e perpendicular ao plano α	8 pontos	
Rebatimento do plano definido pelas rectas **p** e **r**	17 pontos	25 pontos
Representação gráfica da amplitude do ângulo (v. g. do ângulo complementar do formado pelas rectas **p** e **r**)		10 pontos
Rigor dos traçados e observância das convenções de notação usuais aplicáveis		3 pontos
Qualidade expressiva		2 pontos
		50 pontos

2. Projecções dos pontos **A** e **B**		6 pontos
Posição do sólido		2 pontos
Representação da direcção luminosa convencional		2 pontos
Processo de resolução		
Determinação das projecções dos vértices **C** e **D**	4 pontos	
Determinação das projecções dos restantes 4 vértices	8 pontos	
Determinação das sombras dos vértices da separatriz	12 pontos	
Determinação da linha de quebra da sombra	8 pontos	32 pontos
Representação do cubo		10 pontos
Contorno da sombra projectada pelo cubo nos planos de projecção		6 pontos
Identificação das linhas invisíveis, a traço interrompido		5 pontos
Identificação da área visível da sombra própria do cubo		3 pontos
Identificação das áreas visíveis da sombra projectada		4 pontos
Rigor dos traçados e observância das convenções de notação usuais aplicáveis		3 pontos
Qualidade expressiva		2 pontos
		75 pontos

408/C/2

GRUPO II

(Resposta em alternativa, **1.** ou **2.**)

1.	Projecções do ponto **O**		3 pontos
	Projecções do vértice **J**		3 pontos
	Ângulos formados pelas bases com o plano horizontal		2 pontos
	Processo de resolução		
	Representação do plano da base de centro **O**	6 pontos	
	Determinação do outro extremo da aresta lateral que contém o vértice **J**	8 pontos	
	Determinação dos vértices da base de centro **O**	12 pontos	
	Determinação dos restantes vértices da outra base	5 pontos	31 pontos
	Representação do prisma em dupla projecção		10 pontos
	Representação do prisma em projecção lateral		15 pontos
	Identificação, a traço interrompido, das arestas invisíveis		6 pontos
	Rigor dos traçados e observância das convenções de notação usuais aplicáveis		3 pontos
	Qualidade expressiva		2 pontos
			75 pontos

ou

2.	Representação dos eixos axonométricos		3 pontos
	Medidas dos ângulos axonométricos		3 pontos
	Medida da cota da base		1 ponto
	Medidas da abcissa e do afastamento do ponto **M**		2 pontos
	Medidas da abcissa e do afastamento do vértice **A**		2 pontos
	Medidas das cotas dos vértices **V** e **V'**		2 pontos
	Processo de resolução		
	Rebatimento de, pelo menos, dois dos eixos coordenados	8 pontos	
	Representações auxiliares necessárias para determinar a projecção axonométrica dos vértices do sólido	14 pontos	
	Representação dos vértices da base	15 pontos	
	Representação dos vértices **V** e **V'**	4 pontos	41 pontos
	Representação axonométrica do sólido		10 pontos
	Identificação, a traço interrompido, das arestas invisíveis		6 pontos
	Rigor dos traçados e observância das convenções de notação usuais aplicáveis		3 pontos
	Qualidade expressiva		2 pontos
			75 pontos

TOTAL DA PROVA ..... **200 pontos**

V.S.F.F.

408/C/3

PROVA 409/3 Págs.

EXAME NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO

12.º Ano de Escolaridade (Decreto-Lei n.º 286/89, de 29 de Agosto)

Curso Geral – Agrupamento 1

Duração da prova: 120 minutos **1.ª FASE**

2006

PROVA PRÁTICA DE DESENHO E GEOMETRIA DESCRITIVA B

Esta prova é constituída por dois grupos de itens.

As coordenadas estão expressas em centímetros e são indicadas pela seguinte ordem: abcissa; afastamento; cota.

Os ângulos dados relativos a rectas ou planos são medidos no 1.º diedro.

A prova deve ser resolvida a lápis, em tamanho natural (sem reduções nem ampliações).

Resolva apenas um problema em cada folha de prova.
(Só pode utilizar a face que tem o rectângulo de identificação impresso.)

V.S.F.F.

409/1

I

1. Determine as projecções da recta frontal **f**, contida no plano oblíquo α.

   Dados

   - o plano α contém a recta horizontal **h** e o ponto **A**, com –4 de abcissa e 7 de cota, pertencente ao plano frontal de projecção;
   - a recta **h** contém o ponto **B** (–2; 1; 3), e a sua projecção horizontal faz um ângulo de 45º com o eixo **x** (de abertura para a direita);
   - o traço horizontal, **H**, da recta frontal **f** tem 6 de abcissa.

2. Determine as projecções da recta **i**, de intersecção dos planos oblíquos β e ω.

   Dados

   - o plano β é definido pelas rectas paralelas **r** e **s**;
   - a recta **r** contém os pontos **R** (0; 1; 5) e **S** (1; 2; 3);
   - a recta **s** contém o ponto **T** (4; 1; 2);
   - os traços do plano ω intersectam-se num ponto com –8 de abcissa: o traço horizontal faz um ângulo de 45º com o eixo **x**, e o traço frontal faz um ângulo de 60º com o mesmo eixo (ambos de abertura para a esquerda).

II

1. Represente um **cilindro oblíquo de bases circulares**, situado no 1.º diedro, de acordo com os dados abaixo apresentados.

   Identifique, a traço interrompido, a parte invisível da circunferência de uma das bases do sólido.

   Dados

   - as bases do cilindro estão contidas em planos frontais;
   - o ponto **O** (3; 1; 5) é o centro de uma das bases;
   - os pontos **A** (6; 1; 5) e **B** (2; 8; 9) definem uma das geratrizes do cilindro.

2. Represente o **hexágono regular [ABCDEF]**, situado no 1.º diedro.

   Dados

   - o hexágono está contido no plano de topo ϑ;
   - o traço frontal do plano ϑ contém um ponto do eixo **x** com 4 de abcissa e faz um ângulo de 50º com o mesmo eixo (de abertura para a direita);
   - o vértice **A** do hexágono tem 2 de abcissa e pertence ao plano bissector dos diedros ímpares ($\beta_{1,3}$);
   - o vértice **B** tem abcissa nula e 2 de afastamento.

FIM

409/2

COTAÇÕES

GRUPO I

1. Tradução gráfica dos elementos dados	11 pontos	
Processo de resolução	24 pontos	
Obtenção do resultado final pretendido	10 pontos	
Observância das convenções gráficas usuais aplicáveis, rigor de execução e qualidade expressiva dos traçados	5 pontos	
		50 pontos
2. Tradução gráfica dos elementos dados	15 pontos	
Processo de resolução	20 pontos	
Obtenção do resultado final pretendido	10 pontos	
Observância das convenções gráficas usuais aplicáveis, rigor de execução e qualidade expressiva dos traçados	5 pontos	
		50 pontos

GRUPO II

1. Tradução gráfica dos elementos dados	6 pontos	
Processo de resolução	24 pontos	
Obtenção do resultado final pretendido	10 pontos	
Observância das convenções gráficas usuais aplicáveis, rigor de execução e qualidade expressiva dos traçados	10 pontos	
		50 pontos
2. Tradução gráfica dos elementos dados	7 pontos	
Processo de resolução	28 pontos	
Obtenção do resultado final pretendido	10 pontos	
Observância das convenções gráficas usuais aplicáveis, rigor de execução e qualidade expressiva dos traçados	5 pontos	
		50 pontos
TOTAL DA PROVA		**200 pontos**

409/3

PROVA 409/C/4 Págs.

EXAME NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO

12.º Ano de Escolaridade (Decreto-Lei n.º 286/89, de 29 de Agosto)

Curso Geral – Agrupamento 1

Duração da prova: 120 minutos **1.ª FASE**

2006

PROVA PRÁTICA DE DESENHO E GEOMETRIA DESCRITIVA B

CRITÉRIOS DE CLASSIFICAÇÃO

- Atribuição de cotações aos itens referentes ao ***processo de resolução:***

  a) Dada a diversidade de métodos gráficos susceptíveis de serem utilizados, os passos de resolução indicados **poderão não corresponder aos do processo adoptado pelo examinando**.

  A ser o processo igualmente legítimo em geometria descritiva (incluindo métodos geométricos auxiliares não contemplados no presente programa), **a cotação global prevista poderá ser atribuída na totalidade** ou, em caso de erro, parcelada em itens diferentes dos propostos.

  b) Nenhuma tentativa de resolução deverá ser, necessariamente, desvalorizada na globalidade, pelo facto de se verificarem erros na tradução dos dados ou em traçados intermédios: **todos os passos correctos do processo deverão ser cotados, mesmo que dados ou construções precedentes estejam errados**.

  Em qualquer circunstância, contudo, **as cotações relativas às figuras resultantes, pedidas no enunciado, só poderão ser atribuídas, na totalidade, às soluções correctas**. Os resultados parcialmente correctos ou incompletos deverão ser proporcionalmente cotados.

- Atribuição de cotações aos itens referentes à ***qualidade expressiva:***

  As cotações indicadas para o item *qualidade expressiva* destinam-se a valorizar aspectos dos traçados que, devido ao meio riscador utilizado, não se encontram abrangidos por quaisquer disposições normalizadoras: o enquadramento do desenho, a adequação das diferenciações introduzidas nos tipos de traço utilizados, a regularidade do traço, o posicionamento e a legibilidade das notações e a apresentação geral do objecto gráfico final.

V.S.F.F.

409/C/1

COTAÇÕES

GRUPO I

1. Projecções do ponto **A**		3 pontos
Projecções do ponto **B**		2 pontos
Projecções da recta **h**		2 pontos
Ângulo formado pela projecção da recta **h** com o eixo **x**		1 ponto
Projecção frontal do traço horizontal da recta **f**		3 pontos
Processo de resolução		
Exemplo:		
Determinação do traço frontal da recta **h**	4 pontos	
Representação do traço frontal do plano α	4 pontos	
Representação do traço horizontal do plano α	8 pontos	
Determinação da projecção horizontal do traço horizontal da recta **f**	8 pontos	24 pontos
Projecções da recta **f**		10 pontos
Rigor dos traçados e observância das convenções de notação usuais aplicáveis		3 pontos
Qualidade expressiva		2 pontos
		50 pontos

2. Projecções dos pontos **R**, **S** e **T**		6 pontos
Projecções das rectas **r** e **s**		4 pontos
Representação dos traços do plano ω		2 pontos
Medida da abcissa do ponto de intersecção dos traços do plano ω com o eixo **x**		1 ponto
Ângulos formados pelos traços do plano ω com o eixo **x**		2 pontos
Processo de resolução		
Exemplo:		
Determinação dos traços das rectas **r** e **s** necessários para a representação dos traços do plano β	6 pontos	
Representação dos traços do plano β	4 pontos	
Determinação dos traços horizontal e frontal da recta **l**	10 pontos	20 pontos
Projecções da recta **l**		10 pontos
Rigor dos traçados e observância das convenções de notação usuais aplicáveis		3 pontos
Qualidade expressiva		2 pontos
		50 pontos

409/C/2

GRUPO II

1. Projecções dos pontos **O**, **A** e **B**		6 pontos
Processo de resolução		
Determinação das projecções da base de menor afastamento	6 pontos	
Determinação da projecção frontal do centro da base de maior afastamento	9 pontos	
Determinação da projecção frontal da base de maior afastamento	3 pontos	
Determinação das projecções frontais dos extremos das geratrizes do contorno aparente frontal	6 pontos	24 pontos
Representação do cilindro		10 pontos
Identificação, a traço interrompido, da parte invisível da circunferência de uma das bases		5 pontos
Rigor dos traçados e observância das convenções de notação usuais aplicáveis		3 pontos
Qualidade expressiva		2 pontos
		50 pontos

2. Representação do traço frontal do plano ϑ		2 pontos
Medida da abcissa do ponto de intersecção do traço frontal do plano ϑ com o eixo **x**		1 ponto
Ângulo formado pelo traço frontal do plano ϑ com o eixo **x**		1 ponto
Medida da abcissa do vértice **A**		1 ponto
Projecção horizontal do vértice **B**		2 pontos
Processo de resolução		
Exemplo de resolução, por mudança de diedros:		
Determinação das projecções do vértice **A**	4 pontos	
Determinação da projecção frontal do vértice **B**	2 pontos	
Determinação das projecções dos vértices **A** e **B** num novo plano de projecção, paralelo ao plano ϑ	6 pontos	
Determinação, no novo plano de projecção, dos vértices necessários à representação do hexágono no diedro original	8 pontos	
Determinação das projecções dos vértices **C**, **D**, **E** e **F** no diedro original	8 pontos	28 pontos
Representação do hexágono [**ABCDEF**]		10 pontos
Rigor dos traçados e observância das convenções de notação usuais aplicáveis		3 pontos
Qualidade expressiva		2 pontos
		50 pontos

TOTAL DA PROVA ..... **200 pontos**

V.S.F.F.

409/C/3

PROVA 408/4 Págs.

EXAME NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO

12.º Ano de Escolaridade (Decreto-Lei n.º 286/89, de 29 de Agosto)

Curso Geral e Cursos Tecnológicos — Agrupamento 2

Duração da prova: 150 minutos **2.ª FASE**

2006

PROVA PRÁTICA DE DESENHO E GEOMETRIA DESCRITIVA A

A prova é constituída por dois Grupos, sendo os itens do Grupo II em alternativa.

As coordenadas estão expressas em centímetros e são indicadas pela seguinte ordem: abcissa; afastamento; cota.

Os ângulos dados relativos a rectas ou planos são medidos no 1.º diedro.

A prova deve ser resolvida a lápis, em tamanho natural (sem reduções nem ampliações).

Resolva apenas um problema em cada folha de prova.
(Só pode utilizar a face que tem o rectângulo de identificação impresso.)

V.S.F.F.

408/1

I

(Respostas obrigatórias)

1. Determine graficamente a distância, **d**, entre o ponto **P** e a recta de perfil **p**.

   Dados

   – o ponto **P** tem 2 de abcissa, 2 de afastamento e 3,5 de cota;

   – a recta de perfil **p** é definida pelos pontos **A** (0; 4; 3,5) e **B** (0; 6; 2).

2. Represente uma **pirâmide quadrangular regular** de base horizontal, situada no 1.º diedro, de acordo com os dados abaixo apresentados.

   Utilizando a direcção luminosa convencional, determine a sombra própria da pirâmide e a sua sombra real projectada nos planos de projecção.

   Represente, a traço interrompido, as arestas invisíveis do sólido e as partes invisíveis do contorno da sombra projectada.

   Identifique as áreas visíveis das sombras própria e projectada, preenchendo-as a tracejado ou com uma mancha de grafite clara e uniforme.
   (Se optar pelo tracejado, deverá fazê-lo com linhas paralelas ao eixo **x**, nas áreas de sombra própria, e com linhas perpendiculares às respectivas projecções da direcção luminosa, nas áreas de sombra projectada.)

   Dados

   – o vértice da pirâmide é o ponto **V** (0; 6; 0);

   – o ponto **A** (3,5; 8; 6) é um dos vértices da base **[ABCD]**.

408/2

II

(Resposta em alternativa, **1.** ou **2.**)

Escolha **apenas um** dos itens deste Grupo.
(Se responder aos dois, apenas será considerada a resposta a **II 1.**)

1. Construa uma representação diédrica de um **cone oblíquo de base circular**, situado no 1.º diedro, de acordo com os dados abaixo apresentados.

Construa uma terceira projecção do cone, lateral, obtida no plano de perfil de projecção **yz**.

Identifique, a traço interrompido, as linhas invisíveis existentes na representação do sólido.

Dados

– o ponto **P**, com 5,5 de abcissa, 3 de afastamento e 2 de cota, é um dos pontos da circunferência da base;

– a base é horizontal, tem 3,5 cm de raio e centro no ponto **O**, com 8 de abcissa;

– o vértice **V** do cone tem 2 de abcissa e 1,5 de afastamento;

– a geratriz **[VP]** do cone faz um ângulo de 60° com o plano da base.

2. Construa uma representação axonométrica oblíqua (clinogonal), em *perspectiva militar*, de um sólido composto por **um cilindro e por um cone de revolução**, de acordo com os dados abaixo apresentados.

Identifique, a traço interrompido, as invisibilidades do sólido resultante da justaposição do cone com o cilindro.

Dados

Sistema axonométrico:

– o eixo axonométrico **x** faz um ângulo de 120° com o eixo axonométrico **z**;
(Considere os eixos orientados em sentido directo: o eixo **z**, vertical, orientado positivamente de baixo para cima, e o eixo **x**, orientado positivamente da direita para a esquerda.)

– as projectantes fazem ângulos de 60° com o plano axonométrico.

Cone e cilindro:

– os dois sólidos têm um eixo vertical comum;

– a base do cone tem 4 cm de raio e centro no ponto **C** (4; 4; 11);

– o cilindro tem 2,5 cm de raio, e uma das suas bases fica situada no mesmo plano da base do cone;

– o centro da outra base do cilindro é o ponto **C'**, que tem 18 de cota;

– o vértice **V** do cone pertence ao plano coordenado horizontal **xy**.

FIM

V.S.F.F.

408/3

COTAÇÕES

GRUPO I

1. Tradução gráfica dos elementos dados	11 pontos	
Processo de resolução	24 pontos	
Obtenção do resultado final pretendido	10 pontos	
Observância das convenções gráficas usuais aplicáveis, rigor de execução e qualidade expressiva dos traçados	5 pontos	
		50 pontos
2. Tradução gráfica dos elementos dados	8 pontos	
Processo de resolução	31 pontos	
Obtenção do resultado final pretendido	18 pontos	
Observância das convenções gráficas usuais aplicáveis, rigor de execução e qualidade expressiva dos traçados	18 pontos	
		75 pontos

GRUPO II

1. Tradução gráfica dos elementos dados	9 pontos	
Processo de resolução	31 pontos	
Obtenção do resultado final pretendido	25 pontos	
Observância das convenções gráficas usuais aplicáveis, rigor de execução e qualidade expressiva dos traçados	10 pontos	
		75 pontos

ou

2. Tradução gráfica dos elementos dados	15 pontos	
Processo de resolução	41 pontos	
Obtenção do resultado final pretendido	10 pontos	
Observância das convenções gráficas usuais aplicáveis, rigor de execução e qualidade expressiva dos traçados	9 pontos	
		75 pontos
TOTAL DA PROVA		**200 pontos**

408/4

PROVA 408/C/4 Págs.

EXAME NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO

12.º Ano de Escolaridade (Decreto-Lei n.º 286/89, de 29 de Agosto)

Curso Geral e Cursos Tecnológicos — Agrupamento 2

Duração da prova: 150 minutos **2.ª FASE**

2006

PROVA PRÁTICA DE DESENHO E GEOMETRIA DESCRITIVA A

CRITÉRIOS DE CLASSIFICAÇÃO

- Atribuição de cotações aos itens referentes ao ***processo de resolução:***

  a) Dada a diversidade de métodos gráficos susceptíveis de serem utilizados, os passos de resolução indicados **poderão não corresponder aos do processo adoptado pelo examinando**.

  A ser o processo igualmente legítimo em geometria descritiva, **a cotação global prevista poderá ser atribuída na totalidade** ou, em caso de erro, parcelada em itens diferentes dos propostos.

  b) Nenhuma tentativa de resolução deverá ser, necessariamente, desvalorizada na globalidade, pelo facto de se verificarem erros na tradução dos dados ou em traçados intermédios: **todos os passos correctos do processo deverão ser cotados, mesmo que dados ou construções precedentes estejam errados**.

  Em qualquer circunstância, contudo, **as cotações relativas às figuras resultantes, pedidas no enunciado, só poderão ser atribuídas, na totalidade, às soluções correctas**. Os resultados parcialmente correctos ou incompletos deverão ser proporcionalmente cotados.

- Atribuição de cotações aos itens referentes à ***qualidade expressiva:***

  As cotações indicadas para o item *qualidade expressiva* destinam-se a valorizar aspectos dos traçados que, devido ao meio riscador utilizado, não se encontram abrangidos por quaisquer disposições normalizadoras: o enquadramento do desenho, a adequação das diferenciações introduzidas nos tipos de traço utilizados, a regularidade do traço, o posicionamento e a legibilidade das notações e a apresentação geral do objecto gráfico final.

V.S.F.F.

408/C/1

COTAÇÕES

GRUPO I

(Respostas obrigatórias)

1. Projecções do ponto **P**			3 pontos
Projecções dos pontos **A** e **B**			6 pontos
Projecções da recta **p**			2 pontos
Processo de resolução			
Exemplo:			
Determinação dos traços do plano oblíquo definido pela recta **p** e pelo ponto **P**	6 pontos		
Rebatimento do plano	10 pontos		
Representação, em rebatimento, de uma perpendicular à recta **p**, passando pelo ponto **P**	8 pontos		24 pontos
Representação gráfica da distância **d** (v. g. do segmento de perpendicular tirado de **P** para **p**)			10 pontos
Rigor dos traçados e observância das convenções de notação usuais aplicáveis			3 pontos
Qualidade expressiva			2 pontos
			50 pontos

2. Projecções dos pontos **V** e **A**			6 pontos
Representação da direcção luminosa convencional			2 pontos
Processo de resolução			
Determinação das projecções dos vértices **B**, **C** e **D**	9 pontos		
Determinação das sombras dos 4 vértices da separatriz	16 pontos		
Determinação da linha de quebra da sombra	6 pontos		31 pontos
Representação da pirâmide			8 pontos
Contorno da sombra projectada pela pirâmide nos planos de projecção			6 pontos
Identificação da área visível da sombra própria da pirâmide			4 pontos
Identificação das linhas invisíveis, a traço interrompido			9 pontos
Identificação das áreas visíveis de sombra projectada			4 pontos
Rigor dos traçados e observância das convenções de notação usuais aplicáveis			3 pontos
Qualidade expressiva			2 pontos
			75 pontos

408/C/2

GRUPO II

(Resposta em alternativa, **1.** ou **2.**)

1.	Projecções do ponto **P**		3 pontos
	Medida do raio da base		1 ponto
	Medida da abcissa do ponto **O**		1 ponto
	Projecção horizontal do vértice **V**		2 pontos
	Ângulo formado pela geratriz **[VP]** com o plano da base		2 pontos
	Processo de resolução		
	Determinação das projecções do ponto **O**	6 pontos	
	Representação da circunferência da base	3 pontos	
	Determinação da projecção frontal do vértice **V**	14 pontos	
	Determinação dos extremos das geratrizes do contorno aparente horizontal	8 pontos	31 pontos
	Representação do cone em dupla projecção		10 pontos
	Representação do cone em projecção lateral		15 pontos
	Identificação, a traço interrompido, das invisibilidades		5 pontos
	Rigor dos traçados e observância das convenções de notação usuais aplicáveis		3 pontos
	Qualidade expressiva		2 pontos
			75 pontos

ou

2.	Representação dos eixos axonométricos		3 pontos
	Medidas dos ângulos axonométricos		3 pontos
	Posição dos eixos		2 pontos
	Medidas dos raios das bases		2 pontos
	Coordenadas do ponto **C**		3 pontos
	Medida da cota do ponto **C'**		1 ponto
	Medida da cota do ponto **V**		1 ponto
	Processo de resolução		
	Rebatimento do plano projectante do eixo **z** e representação, em rebatimento, da direcção das projectantes	10 pontos	
	Construções auxiliares necessárias para determinar as projecções axonométricas dos pontos **C** e **C'**	8 pontos	
	Representação do vértice **V**	3 pontos	
	Determinação dos extremos das geratrizes do contorno aparente do cilindro	8 pontos	
	Determinação dos extremos das geratrizes do contorno aparente do cone	12 pontos	41 pontos
	Representação axonométrica do sólido		10 pontos
	Identificação, a traço interrompido, das invisibilidades		4 pontos
	Rigor dos traçados e observância das convenções de notação usuais aplicáveis		3 pontos
	Qualidade expressiva		2 pontos
			75 pontos

TOTAL DA PROVA ..... **200 pontos**

V.S.F.F.

408/C/3

PROVA 409/3 Págs.

EXAME NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO

12.º Ano de Escolaridade (Decreto-Lei n.º 286/89, de 29 de Agosto)

Curso Geral – Agrupamento 1

Duração da prova: 120 minutos **2.ª FASE**

2006

PROVA PRÁTICA DE DESENHO E GEOMETRIA DESCRITIVA B

Esta prova é constituída por dois grupos de itens.

As coordenadas estão expressas em centímetros e são indicadas pela seguinte ordem: abcissa; afastamento; cota.

Os ângulos dados relativos a rectas ou planos são medidos no 1.º diedro.

A prova deve ser resolvida a lápis, em tamanho natural (sem reduções nem ampliações).

Resolva apenas um problema em cada folha de prova.
(Só pode utilizar a face que tem o rectângulo de identificação impresso.)

V.S.F.F.

409/1

I

1. Determine as projecções do ponto **P**, contido no plano oblíquo α.

   Dados

   - o plano α contém a recta frontal **f**;
   - a recta **f** contém o ponto **A**, com 2 de abcissa e 3 de afastamento, pertencente ao plano bissector dos diedros ímpares ($\beta_{1,3}$);
   - a projecção frontal da recta **f** faz um ângulo de 45° com o eixo **x** (de abertura para a esquerda);
   - os traços do plano α intersectam-se num ponto com −4 de abcissa;
   - o ponto P tem 5 de cota e pertence ao plano bissector dos diedros pares ($\beta_{2,4}$).

2. Determine as projecções do ponto **I**, de intersecção da recta oblíqua **r** com o plano de rampa ρ.

   Dados

   - a recta **r** é definida pelos pontos **R** (2; 1; 4) e **S** (0; 2; 2);
   - os traços horizontal e frontal do plano de rampa ρ têm, respectivamente, 6 de afastamento e 7 de cota.

II

1. Represente um **prisma quadrangular oblíquo**, situado no 1.º diedro, de acordo com os dados abaixo apresentados.

   Identifique, a traço interrompido, as arestas invisíveis do sólido.

   Dados

   - as bases do prisma são quadrados, contidos em planos horizontais com 2 e 8 de cota;
   - os pontos **A**, com 6 de abcissa e 5 de afastamento, e **B**, com 3 de abcissa e 1 de afastamento, são vértices consecutivos da base de menor cota;
   - o ponto **A** é o vértice do sólido situado mais à esquerda;
   - as arestas laterais do prisma são paralelas ao plano frontal de projecção e medem 8 cm.

2. Represente o **triângulo equilátero [ABC]**, situado no 1.º diedro.

   Dados

   - o triângulo está inscrito numa circunferência com centro no ponto **O** (4; 3; 2), e um dos seus vértices é o ponto **A** (6; 1; 4);
   - o triângulo está contido no plano oblíquo ω, cujo traço horizontal faz um ângulo de 55° com o eixo **x** (de abertura para a esquerda).

FIM

409/2

COTAÇÕES

GRUPO I

1. Tradução gráfica dos elementos dados	10 pontos	
Processo de resolução	25 pontos	
Obtenção do resultado final pretendido	10 pontos	
Observância das convenções gráficas usuais aplicáveis, rigor de execução e qualidade expressiva dos traçados	5 pontos	
		50 pontos
2. Tradução gráfica dos elementos dados	10 pontos	
Processo de resolução	25 pontos	
Obtenção do resultado final pretendido	10 pontos	
Observância das convenções gráficas usuais aplicáveis, rigor de execução e qualidade expressiva dos traçados	5 pontos	
		50 pontos

GRUPO II

1. Tradução gráfica dos elementos dados	9 pontos	
Processo de resolução	22 pontos	
Obtenção do resultado final pretendido	10 pontos	
Observância das convenções gráficas usuais aplicáveis, rigor de execução e qualidade expressiva dos traçados	9 pontos	
		50 pontos
2. Tradução gráfica dos elementos dados	6 pontos	
Processo de resolução	30 pontos	
Obtenção do resultado final pretendido	9 pontos	
Observância das convenções gráficas usuais aplicáveis, rigor de execução e qualidade expressiva dos traçados	5 pontos	
		50 pontos
TOTAL DA PROVA		**200 pontos**

409/3

PROVA 409/C/4 Págs.

EXAME NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO

12.º Ano de Escolaridade (Decreto-Lei n.º 286/89, de 29 de Agosto)

Curso Geral – Agrupamento 1

Duração da prova: 120 minutos **2.ª FASE**

2006

PROVA PRÁTICA DE DESENHO E GEOMETRIA DESCRITIVA B

CRITÉRIOS DE CLASSIFICAÇÃO

- Atribuição de cotações aos itens referentes ao ***processo de resolução:***

  a) Dada a diversidade de métodos gráficos susceptíveis de serem utilizados, os passos de resolução indicados **poderão não corresponder aos do processo adoptado pelo examinando**.

  A ser o processo igualmente legítimo em geometria descritiva (incluindo métodos geométricos auxiliares não contemplados no presente programa), **a cotação global prevista poderá ser atribuída na totalidade** ou, em caso de erro, parcelada em itens diferentes dos propostos.

  b) Nenhuma tentativa de resolução deverá ser, necessariamente, desvalorizada na globalidade, pelo facto de se verificarem erros na tradução dos dados ou em traçados intermédios: **todos os passos correctos do processo deverão ser cotados, mesmo que dados ou construções precedentes estejam errados**.

  Em qualquer circunstância, contudo, **as cotações relativas às figuras resultantes, pedidas no enunciado, só poderão ser atribuídas, na totalidade, às soluções correctas**. Os resultados parcialmente correctos ou incompletos deverão ser proporcionalmente cotados.

- Atribuição de cotações aos itens referentes à ***qualidade expressiva:***

  As cotações indicadas para o item *qualidade expressiva* destinam-se a valorizar aspectos dos traçados que, devido ao meio riscador utilizado, não se encontram abrangidos por quaisquer disposições normalizadoras: o enquadramento do desenho, a adequação das diferenciações introduzidas nos tipos de traço utilizados, a regularidade do traço, o posicionamento e a legibilidade das notações e a apresentação geral do objecto gráfico final.

V.S.F.F.

409/C/1

COTAÇÕES

GRUPO I

1.	Projecções do ponto **A**		4 pontos
	Projecções da recta **f**		2 pontos
	Ângulo formado pela projecção frontal da recta **f** com o eixo **x**		2 pontos
	Medida da abcissa do ponto de intersecção dos traços do plano α		1 ponto
	Medida da cota do ponto **P**		1 ponto
	Processo de resolução		
	Exemplo 1:		
	Representação do traço frontal do plano α	7 pontos	
	Determinação de dois pontos da recta horizontal do plano α com a mesma cota de **P**	12 pontos	
	Projecções da recta horizontal do plano α com a mesma cota de **P**	6 pontos	
	ou		
	Exemplo 2:		
	Representação do traço frontal do plano α	7 pontos	
	Determinação do traço horizontal do plano α	8 pontos	
	Determinação de uma recta horizontal do plano α com a mesma cota de **P**	10 pontos	25 pontos
	Projecções do ponto **P**		10 pontos
	Rigor dos traçados e observância das convenções de notação usuais aplicáveis		3 pontos
	Qualidade expressiva		2 pontos
			50 pontos

2.	Projecções dos pontos **R** e **S**	4 pontos
	Projecções da recta **r**	2 pontos
	Representação dos traços horizontal e frontal do plano ρ	2 pontos
	Medidas do afastamento e da cota dos traços do plano ρ	2 pontos
	Processo de resolução	
	Exemplo:	
	Representação de um plano auxiliar que contenha a recta **r** — 7 pontos	
	Determinação da recta de intersecção do plano auxiliar com o plano ρ — 18 pontos	25 pontos
	Projecções do ponto **I**	10 pontos
	Rigor dos traçados e observância das convenções de notação usuais aplicáveis	3 pontos
	Qualidade expressiva	2 pontos
		50 pontos

409/C/2

GRUPO II

1. Medidas das cotas das bases do prisma		2 pontos
Projecções horizontais dos vértices **A** e **B**		4 pontos
Localização do vértice **A** à esquerda dos restantes vértices		2 pontos
Medida das arestas laterais do prisma		1 ponto
Processo de resolução		
Determinação das projecções frontais dos vértices **A** e **B**	2 pontos	
Determinação das projecções dos restantes vértices da base de menor cota	4 pontos	
Determinação das projecções dos vértices da base de maior cota	16 pontos	22 pontos
Representação do prisma		10 pontos
Identificação, a traço interrompido, das arestas invisíveis		4 pontos
Rigor dos traçados e observância das convenções de notação usuais aplicáveis		3 pontos
Qualidade expressiva		2 pontos
		50 pontos

2. Projecções dos pontos **O** e **A**		4 pontos
Ângulo formado pelo traço horizontal do plano ω com o eixo **x**		2 pontos
Processo de resolução		
Exemplo 1 de resolução, por mudança de diedros:		
Determinação do traço horizontal do plano ω	8 pontos	
Determinação das projecções dos pontos **O** e **A** num novo plano de projecção, paralelo ao plano ω	8 pontos	
Determinação dos vértices **B** e **C** no novo plano de projecção	6 pontos	
Determinação das projecções dos vértices **B** e **C** no diedro original	8 pontos	
ou		
Exemplo 2 de resolução, por mudança de diedros:		
Representação, na primeira mudança de diedros, do novo eixo **x** perpendicularmente aos 55º dados	8 pontos	
Determinação das projecções dos pontos **O** e **A** num novo plano de projecção, paralelo ao plano ω	8 pontos	
Determinação dos vértices **B** e **C** no novo plano de projecção	6 pontos	
Determinação das projecções dos vértices **B** e **C** no diedro original	8 pontos	30 pontos
Representação do triângulo [**ABC**]		9 pontos
Rigor dos traçados e observância das convenções de notação usuais aplicáveis		3 pontos
Qualidade expressiva		2 pontos
		50 pontos

TOTAL DA PROVA ..... **200 pontos**

V.S.F.F.

409/C/3