

JOSÉ EDUARDO TAVARES QUINTANILHA DE MENEZES

ANÁLISE DINÂMICA DE ESTRUTURAS
DE SUPORTE DE TERRAS

FACULDADE DE ENGENHARIA

UNIVERSIDADE DO PORTO

ABRIL 1990

JOSÉ EDUARDO TAVARES QUINTANILHA DE MENEZES

ANÁLISE DINÂMICA DE ESTRUTURAS DE SUPORTE DE TERRAS

624(043) Henj/ANA
UNIVERSIDADE DO PORTO
Faculdade de Engenharia
BIBLIOTECA
N.º 17953-of.
COD.
Data 19 9 90

N.º 5954

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia da
Universidade do Porto para obtenção do grau de Mestre em
Estruturas de Engenharia Civil

04314
M 511a

Abril de 1990

AGRADECIMENTOS

O autor deseja expressar os seus mais sinceros agradecimentos aos Professores Raimundo Moreno Delgado e António Manuel de Matos Fernandes por terem dispensado um contínuo apoio e encorajamento a este trabalho. Toda a bibliografia gentilmente fornecida pelo Professor A.M. Matos Fernandes teve uma influência decisiva no desenvolvimento deste estudo, bem como o programa base cedido pelo Professor R.M. Delgado.

Os agradecimentos do autor são também extensivos ao Professor J.M. Couto Marques, pelo esclarecimento de alguns problemas teóricos pontuais, ao Engenheiro A.F.M. Azevedo, pelas informações sobre questões informáticas, à Engenheira M.L. Costa Lopes, por ter cedido os valores numéricos de um dos seus cálculos, ao Engenheiro A. Viana da Fonseca, por ter apoiado o serviço docente do autor durante o período final, e ao Engenheiro M.J.R. Gonçalves, por ter ajudado o autor na iniciação com um novo computador.

Em particular o autor agradece todo o apoio moral e material de toda a sua família para a concretização deste trabalho.

RESUMO

A rotura de cortinas ancoradas suportando solos submersos em consequência da acção de sismos é, na maior parte dos casos, provocada pela deterioração das características de resistência do solo e não por um insuficiente dimensionamento da estrutura de suporte. O amolecimento do solo ou a sua liquefacção, no caso de depósitos de areias saturadas, em zonas relativamente extensas ou críticas, conduz a roturas globais donde podem resultar prejuízos avultados. Por essa razão, o conhecimento do comportamento do solo durante sismos é importante. A comparação de resultados experimentais com os obtidos por um programa de análise numérica pode contribuir para uma melhor compreensão da resposta das estruturas de suporte de terras a acções dinâmicas. Depois de uma revisão de diversos métodos para análise dinâmica de estruturas de suporte de terras, foram feitas análises com o método dos elementos finitos a vários sistemas envolvendo solo, água, estrutura de suporte e fronteiras entre materiais de natureza diferente. Os elementos de fluido têm comportamento elástico com o módulo G igual a zero. Uma lei do tipo elasto-plástico é usada na discretização do solo, adoptando um tratamento diferente na deformação volumétrica e tangencial, isto é, os módulos G e K_v são independentes. Fronteiras com absorção de energia impedem a reflexão de ondas de pressão, simulando domínios grandes ou infinitos. Os excessos de pressões neutras são gerados durante o carregamento dinâmico, sendo verificados regularmente os valores das tensões efectivas para uma eventual liquefacção. A forma correctora do algoritmo de Newmark é usada na integração das equações de equilíbrio dinâmico.

ERRATA

Pág.	Linha	Onde se lê:	Deve ler-se:
resumo	10	sismos	os sismos
resumo	22	reflecção	reflexão
1.1	15	trabalho,	trabalho
1.1	25	do	de o
2.1	17	tido	tida
2.22	10	varios	vários
4.1	14	temos	são usados
4.2	18	vamos aplicar	vai aplicar-se
4.3	2	aplicamos	aplica-se
5.4	21	temos	obtem-se
5.5	9	temos	ter-se-á
5.5	11	teremos	considera-se
5.6	8	teremos	ter-se-á
5.7	10	teremos	obtêm-se
6.1	7	quizer	quiser
6.1	7	reflecção	relexão
8.3	11	3	2
8.23	4	termos	se ter
9.2	22	tensões	tensões

ABSTRACT

The failure of waterfront retaining walls in result of earthquakes is, in most of the cases, caused by deterioration of soil and not by insufficient dimensioning of the retaining structure. Softening of soil or liquefaction, when we have saturated sand deposits, taking place in wide zones causes global failures which result in important damages. So, the knowledge of soil behaviour during earthquakes is very important. Comparison of computer models and field and laboratory measurements can lead to greater insight in predicting real soil structures response to dynamic loading. After a review on methods for dynamic analysis of retaining structures, several finite element analysis representing systems of soil, water, retaining structure and interfaces between different materials are described. The fluid elements have elastic behaviour with shear modulus equal to zero and bulk modulus equal to real. A elasto-plastic stress-strain law is used in soil discretization with different treatment for volumetric and shear straining, i.e., the bulk and shear modulus are independent. Energy absorbing boundaries are used to prevent undesirably reflections of stress waves in order to simulate very large or infinite domains. Excess pore pressures are generated during the seismic loading and every step a check is made on the values of effective stresses for eventual liquefaction that may occur. Quadratic 6-node joint elements represent the interfaces between different materials. The predictor-corrector form of the Newmark scheme is used in the integration of dynamic equilibrium equations.

ÍNDICE GERAL

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

CAPÍTULO 2 - ANÁLISE DINÂMICA DE ESTRUTURAS RÍGIDAS DE SUPORTE DE TERRAS

- 2.1 - INTRODUÇÃO
- 2.2 - MÉTODOS ANALÍTICOS
 - 2.2.1 - Soluções de equilíbrio limite
 - 2.2.2 - Soluções de comportamento elástico
 - 2.2.3 - Soluções não lineares e elasto-plásticas
- 2.3 - MÉTODOS EXPERIMENTAIS
- 2.4 - REFERÊNCIAS

CAPÍTULO 3 - ANÁLISE DINÂMICA DE ESTRUTURAS FLEXÍVEIS DE SUPORTE DE TERRAS

- 3.1 - INTRODUÇÃO
- 3.2 - ESTUDOS ANALÍTICOS
- 3.3 - ESTUDOS EXPERIMENTAIS
- 3.4 - REFERÊNCIAS

CAPÍTULO 4 - FORMULAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

- 4.1 - INTRODUÇÃO
- 4.2 - FUNÇÕES DE FORMA
- 4.3 - EXPRESSÃO DO TRABALHO VIRTUAL
- 4.4 - RELAÇÕES ENTRE DEFORMAÇÕES E DESLOCAMENTOS
- 4.5 - EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO DINÂMICO
- 4.6 - MATRIZES DE MASSA E DE AMORTECIMENTO
- 4.7 - INTEGRAÇÃO NUMÉRICA DAS EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO DINÂMICO
- 4.8 - ACÇÃO SÍSMICA
- 4.9 - SOLUÇÕES NUMÉRICAS DE PROBLEMAS NÃO LINEARES E CRITÉRIOS DE CONVERGÊNCIA
- 4.10 - ELEMENTOS DE JUNTA
- 4.11 - REFERÊNCIAS

CAPÍTULO 5 - SIMULAÇÃO DO COMPORTAMENTO DOS MATERIAIS

5.1 - INTRODUÇÃO

5.2 - COMPORTAMENTO ELÁSTICO

5.3 - FORMULAÇÃO MATRICIAL DA LEI ELASTO-PLÁSTICA ENTRE TENSÕES E DEFORMAÇÕES

5.3.1 - Função de cedência

5.3.2 - Lei de endurecimento

5.3.3 - Lei do escoamento plástico

5.3.4 - Dilatância

5.3.5 - Matriz de elasto-plasticidade

5.4 - GERAÇÃO DE PRESSÕES NEUTRAS

5.5 - REFERÊNCIAS

CAPÍTULO 6 - AMORTECIMENTO NAS FRONTEIRAS

6.1 - INTRODUÇÃO

6.2 - DEFORMAÇÃO PLANA NUM MEIO ISOTRÓPICO

6.3 - EXEMPLO DE APLICAÇÃO

6.4 - REFERÊNCIAS

CAPÍTULO 7 - PREPARAÇÃO AUTOMÁTICA DE DADOS

7.1 - GERAÇÃO DE REDES DE ELEMENTOS FINITOS

7.1.1 - Definição dos blocos estruturais

7.1.2 - Processo de subdivisão

7.1.3 - Compatibilidade dos vários blocos

7.1.4 - Geração de dados complementares

7.2 - EXEMPLOS

7.3 - REFERÊNCIAS

CAPÍTULO 8 - CÁLCULO DE ALGUMAS ESTRUTURAS FLEXÍVEIS

8.1 - INTRODUÇÃO

8.2 - CONDIÇÕES INICIAIS

8.3 - CÁLCULO SÍSMICO

8.4 - REFERÊNCIAS

CAPÍTULO 9 - CONSIDERAÇÕES FINAIS

NOTAÇÃO

a	- Profundidade do ponto de aplicação da ancoragem
a_h	- Aceleração sísmica horizontal
a_v	- Aceleração sísmica vertical
A_h	- Parâmetros das tensões neutras
B_h	
c	- Coesão
	- Amortecimento
C	- Força de coesão
c_a	- Adesão solo-estrutura
C_a	- Força de adesão
D_r	- Compacidade relativa
e	- Índice de vazios
E	- Módulo de Young
f	- Frequência
F	- Função de cedência
F_a	- Força de tracção na ancoragem
g	- Aceleração da gravidade
G	- Módulo de elasticidade transversal
h	- Parâmetro de endurecimento
H	- Altura do muro de suporte
H_c	- Altura de solo com fendas de tracção (Prakash e Saran, 1966)
	- Altura enterrada da cortina
i	- Inclinação da superfície do aterro em relação à horizontal
k_h	- Coeficiente sísmico horizontal
k_v	- Coeficiente sísmico vertical
K	- Constante de Winkler
K_A	- Coeficiente de impulso activo
K_{AE}	- Coeficiente de impulso activo dinâmico
K_f	- Módulo de elasticidade volumétrica da água dos poros
K_o	- Coeficiente de impulso em repouso
K_P	- Coeficiente de impulso passivo
K_{PE}	- Coeficiente de impulso passivo dinâmico
K_s	- Módulo de elasticidade volumétrica das partículas sólidas
K_v	- Módulo de elasticidade volumétrica

K_w	- Módulo de elasticidade volumétrica da água
n	- Porosidade
N	- Coeficiente de aceleração centrífuga
N_i	- Função global de forma
$N_i^{(s)}$	- Função de forma
P_A	- Impulso activo estático
P_{AE}	- Impulso activo dinâmico
ΔP_{AE}	- Incremento dinâmico do impulso activo ($P_{AE} = P_A + \Delta P_{AE}$)
P_P	- Impulso passivo estático
P_{PE}	- Impulso passivo dinâmico
ΔP_{PE}	- Incremento dinâmico do impulso passivo ($P_{PE} = P_P + \Delta P_{PE}$)
q	- Sobrecarga aplicada sobre o aterro
Q_h	- Força de inércia horizontal na cunha de solo
R	- Reacção do solo
T	- Período
u	- Tensão neutra
V_p	- Velocidade das ondas de volume
V_s	- Velocidade das ondas de corte
w	- Espessura das juntas
W	- Peso da cunha de solo - Peso do muro (Richards e Elms, 1979)
W_q	- Resultante das sobrecargas aplicadas sobre o aterro
W_w	- Peso do muro incrementado (Richards e Elms, 1979)
W'	- Resultante do peso e das forças de inércia na cunha de solo
α	- Inclinação em relação à horizontal da superfície de deslizamento
β	- Inclinação em relação à vertical do paramento interior do muro
γ	- Peso específico
γ_d	- Peso específico seco
γ_s	- Peso específico das partículas sólidas
γ_{sat}	- Peso específico saturado
γ_{sub}	- Peso específico submerso

δ	- Ângulo de atrito solo-estrutura
δ_b	- Ângulo de atrito solo-base do muro
ϵ_v	- Deformação volumétrica
θ	- Inclinação em relação à vertical da resultante do peso e das forças de inércia actuantes sobre a cunha de solo
λ	- Constante de Lamé
μ	- Módulo de elasticidade transversal (G)
ν	- Coeficiente de Poisson
ξ	- Coeficiente de amortecimento
ρ	- Massa específica
σ_m	- Tensão normal média ou tensão normal octaédrica
σ_{xd}	- Tensões de desvio
σ_{yd}	
ϕ	- Ângulo de atrito interno
ψ	- Ângulo de dilatação
ω	- Frequência angular
ω_1	- Frequência angular do primeiro modo de vibração
<u>a</u>	- Vector das acelerações
<u>b</u>	- Vector das forças gravíticas
<u>d</u>	- Vector global dos deslocamentos nodais
<u>$\dot{d}$</u>	- Vector global das velocidades nodais
<u>$\ddot{d}$</u>	- Vector global das acelerações nodais
<u>f</u>	- Vector global das forças nodais aplicadas
<u>t</u>	- Vector das forças aplicadas na fronteira
<u>u</u>	- Vector dos deslocamentos
<u>$\dot{u}$</u>	- Vector das velocidades
<u>$\ddot{u}$</u>	- Vector das acelerações
<u>Δ</u>	- Vector dos deslocamentos relativos no elemento de junta
<u>ϵ</u>	- Vector das deformações
<u>ϵ^e</u>	- Vector das deformações elásticas
<u>ϵ^p</u>	- Vector das deformações plásticas
<u>ϵ^o</u>	- Vector das deformações iniciais
<u>σ</u>	- Vector das tensões
<u>σ^o</u>	- Vector das tensões iniciais

<u>ψ</u>	- Vector global das forças residuais
<u>B</u>	- Matriz global das deformações elásticas
<u>C</u>	- Matriz global de amortecimento
<u>C_T</u>	- Matriz tangencial global de amortecimento
<u>D_e</u>	- Matriz de elasticidade
<u>D_{ep}</u>	- Matriz de elasto-plasticidade
<u>I</u>	- Matriz identidade
<u>K</u>	- Matriz global de rigidez
<u>K_T</u>	- Matriz tangencial global de rigidez
<u>M</u>	- Matriz global de massa
<u>N</u>	- Matriz global das funções de forma
<u>T</u>	- Matriz de transformação de coordenadas

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

A análise dinâmica de estruturas de suporte de terras deve fazer parte dos cálculos de dimensionamento quando a obra se situa numa zona de risco sísmico ou quando a probabilidade de virem a actuar forças dinâmicas de outra natureza (explosões, vibrações mecânicas, etc) for considerável. Conforme o período de vida da estrutura e a sua importância deve ponderar-se a necessidade de fazer um cálculo deste tipo.

As estruturas de suporte podem dividir-se em três tipos principais: os muros de gravidade, as cortinas flexíveis e os muros de encontro. Esta classificação é a que vem referida no Eurocódigo Nº 8, onde se dá ao projectista uma orientação bastante completa sobre o cálculo das acções estáticas equivalentes às acções sísmicas.

A distinção que se faz neste trabalho, entre estruturas rígidas e estruturas flexíveis de suporte de terras é que nas rígidas a principal acção estabilizadora é fornecida pelo peso da estrutura, enquanto que nas flexíveis a estabilidade é assegurada por reacções complementares do meio envolvente. Nas primeiras normalmente não é importante considerar os esforços internos que se desenvolvem no muro, mas nas cortinas a rigidez à flexão é um factor importante a ter em conta. Pode dizer-se que as estruturas do primeiro tipo são condicionadas pelos deslocamentos e que as do segundo tipo são condicionadas pelas forças.

Apesar do título deste trabalho se referir às estruturas de suporte dum modo geral, foi dada preferência à análise numérica da interacção entre as estruturas flexíveis e o solo, considerando várias posições do nível freático. Como não se estava a estudar nenhum caso real não se justificava a possibilidade de rotura da estrutura de suporte. O único material com possibilidade de rotura era o solo, uma vez que se pretendia verificar o desenvolvimento dos impulsos dinâmicos sobre as estruturas flexíveis e as consequências da cedência daqueles sobre a estabilidade do conjunto solo-cortina. Por outro lado, nos ensaios em modelos reduzidos, as

cortinas ou muros têm quase sempre comportamento elástico, e para se fazer a comparação dos resultados obtidos nestes ensaios com os das análises de elementos finitos entendeu-se que a opção escolhida era correcta.

No Capítulo 2 faz-se uma revisão dos métodos existentes para a determinação de impulsos dinâmicos sobre estruturas rígidas de suporte de terras. São dadas algumas referências a resultados experimentais mais recentes.

No Capítulo 3 apresentam-se diversos estudos da acção sísmica sobre estruturas flexíveis. Os resultados experimentais que são fornecidos, obtidos de ensaios em centrífugador, serão comparados com os calculados pelo método dos elementos finitos.

A dedução das equações do equilíbrio dinâmico é descrita no Capítulo 4, referindo-se o método usado na sua resolução.

Os modelos de comportamento mecânico, utilizados na simulação dos vários materiais envolvidos no cálculo analítico, são explicados no Capítulo 5.

A introdução da condição de infinito nas fronteiras do domínio é descrita no Capítulo 6.

No Capítulo 7 refere-se o sistema automático com que foram gerados os dados de todos os casos práticos estudados.

O Capítulo 8 contém os resultados dos cálculos realizados, incluindo as condições iniciais admitidas. A maior parte das estruturas analisadas corresponde aos protótipos dos modelos reduzidos do centrífugador, cujos factores de escala são explicitados no Capítulo 3.

Finalmente no último capítulo tecem-se algumas considerações finais e propõem-se alguns aspectos para futuro desenvolvimento do objecto de estudo deste trabalho.

CAPÍTULO 2

ANÁLISE DINÂMICA DE ESTRUTURAS RÍGIDAS DE SUPORTE DE TERRAS

2.1 INTRODUÇÃO

Os muros de suporte de terras conferem estabilidade ao conjunto estrutura-solo através da grande massa que possuem. A resistência ao derrubamento e ao escorregamento pela base é conferida na sua maior parte pelo peso da estrutura de suporte. Richards e Elms (1979) referem que o comportamento deste tipo de estruturas é condicionado pelos deslocamentos. As forças internas nos muros têm apenas uma importância secundária porque estes são sempre considerados como um corpo rígido.

O colapso total, resultante de acções sísmicas, de estruturas de suporte de terras situadas acima do nível freático parece ser pouco frequente, mas a possibilidade de ocorrerem movimentos significativos devidos ao aumento das pressões laterais deve ser tido em consideração durante a fase de dimensionamento. Pelas descrições dos estragos provocados por sismos, as estruturas de suporte de terras que se prolongam para baixo do nível freático, como os muros-cais, são as que mais se ressentem. As roturas nestes casos parecem resultar do efeito combinado do aumento das pressões laterais atrás das estruturas, da diminuição das pressões da água à frente e da diminuição da resistência do solo suportado, podendo incluir a sua liquefacção em zonas críticas do aterro ou da fundação onde o solo esteja pouco compacto (Seed e Whitman, 1970).

Neste capítulo são apresentados vários estudos analíticos e experimentais sobre o tipo referido de estruturas de suporte.

2.2 MÉTODOS ANALÍTICOS

Podem dividir-se os estudos analíticos de acções dinâmicas sobre estruturas de suporte de terras em três categorias:

- a) soluções baseadas num estado plástico de equilíbrio limite;
- b) soluções com aplicação da teoria da elasticidade;
- c) soluções não lineares e soluções elasto-plásticas.

Faz-se uma revisão dos principais métodos do primeiro tipo, entre os quais estão alguns dos que são mais correntemente aplicados na prática. São dadas algumas referências em relação aos métodos elásticos. No que respeita aos métodos não lineares e elasto-plásticos existe pouca informação disponível sobre a sua aplicação a estruturas de suporte de terras sujeitas a acções dinâmicas.

2.2.1 Soluções de equilíbrio limite

O Método de Mononobe-Okabe (Mononobe, 1929; Okabe, 1926) foi o primeiro que propôs avaliar as acções dinâmicas sobre muros de gravidade de suporte de terras. Este método baseia-se na teoria de Coulomb e só pode ser aplicado a solos acima do nível freático, não coesivos e homogêneos, supondo válidas as seguintes hipóteses:

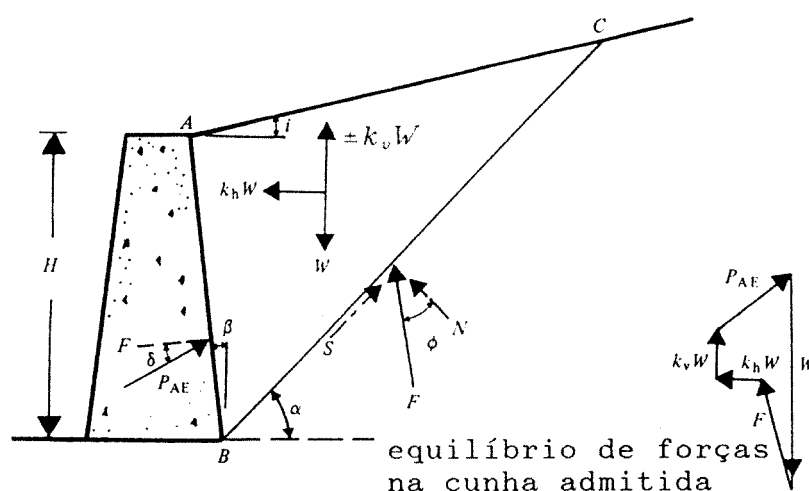
- a) o muro desloca-se o suficiente para se desenvolver um estado de equilíbrio plástico de acordo com a teoria de Coulomb para os casos estáticos;
- b) a totalidade da resistência ao corte é mobilizada ao longo da superfície potencial (plana) de deslizamento que passa pelo pé do muro e ao longo do contacto entre o solo e o muro;
- c) a cunha de solo comporta-se como um corpo rígido razão pela qual o seu campo de acelerações é uniforme.

O efeito dinâmico de um sismo é representado pelas forças de inércia actuando sobre a cunha na direcção horizontal e vertical, sendo

$$\frac{W}{g} a_h = W k_h, \quad \frac{W}{g} a_v = W k_v \quad (2-1)$$

onde W é o peso da cunha de solo, k_h e k_v são os coeficientes de aceleração sísmica. Na Figura 2.1 representa-se o sistema de forças aplicadas à cunha. Fazendo variar o ângulo α , que define a inclinação da superfície que limita a cunha, a superfície crítica de

deslizamento e o impulso activo dinâmico são determinados a partir de considerações de equilíbrio estático das forças actuantes. Para condições geométricas simples como as da Figura 2.1, o problema tem solução analítica, a qual decorre directamente da solução homóloga para o caso estático, depois de se imaginar uma rotação da figura de um ângulo θ , de tal forma que a resultante do peso e das forças de inércia fique vertical.



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2 \operatorname{sen}(\phi - \beta)}{\cos(\phi - \beta) - K_{AE} \cos \beta \cos(\phi + \delta)}$$

Fig. 2.1 - Modelo da análise de Mononobe-Okabe

O impulso activo sísmico será

$$P_{AE} = \frac{1}{2} \gamma H^2 (1 - k_v) K_{AE} \quad (2-2)$$

onde K_{AE} é o coeficiente de impulso activo para uma acção dinâmica, sendo dado pela seguinte fórmula:

$$K_{AE} = \frac{\cos^2(\phi - \theta - \beta)}{\cos \theta \cos^2 \beta \cos(\delta + \beta + \theta) \left[1 + \sqrt{\frac{\operatorname{sen}(\delta + \phi) \operatorname{sen}(\phi - \theta - \beta)}{\cos(\delta + \beta + \theta) \cos(\beta - \beta)}} \right]^2} \quad (2-3)$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{k_h}{1 - k_v} \right) \quad (2-4)$$

em que

- γ - peso específico do solo
 H - altura do muro
 ϕ - ângulo de atrito interno
 δ - ângulo de atrito terras-muro
 i - declive da superfície do solo
 β - ângulo da face interna do muro em relação à vertical

Existe uma expressão do mesmo tipo que (2-2) para o impulso passivo sísmico

$$P_{PE} = \frac{1}{2} \gamma H^2 (1 - k_v) K_{PE} \quad (2-5)$$

$$K_{PE} = \frac{\cos^2(\phi - \theta + \beta)}{\cos \theta \cos^2 \beta \cos(\delta - \beta + \theta) \left[1 - \sqrt{\frac{\sin(\phi - \delta) \sin(\phi - \theta + i)}{\cos(\delta - \beta + \theta) \cos(\beta - i)}} \right]^2} \quad (2-6)$$

Tem interesse analisar quais as dependências entre os vários parâmetros de uma fórmula tão complexa como (2-3) (Seed e Whitman, 1970). Na Figura 2.2 pode ver-se a influência do ângulo de atrito

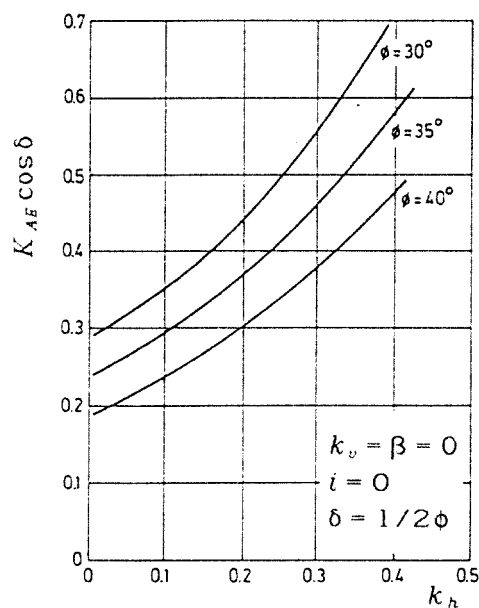


Fig. 2.2 - Influência de ϕ no valor de $K_{AE} \cos \delta$

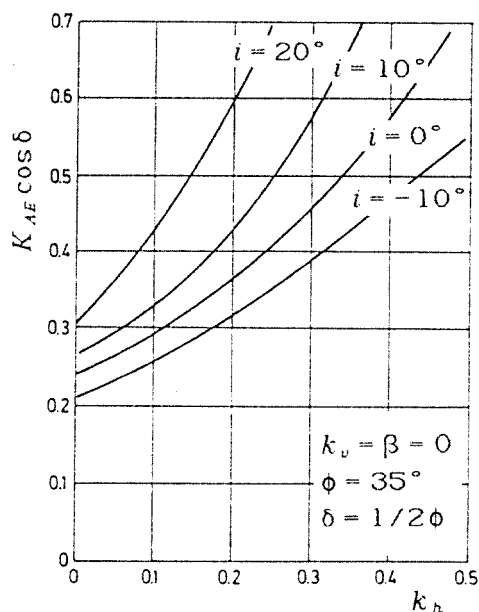


Fig. 2.3 - Influência da inclinação do aterro em $K_{AE} \cos \delta$

interno, ϕ , no valor de $K_{AE} \cos \delta$ com a variação da aceleração sísmica horizontal. Verifica-se que a importância do ângulo de atrito no valor do coeficiente de impulso é aproximadamente a mesma para condições estáticas e dinâmicas. Por isso deve-se ter cuidado na escolha do valor de ϕ , porque se o valor real for menor o impulso, estático ou dinâmico, será muito maior que o esperado. A influência da inclinação do aterro aumenta com a aceleração horizontal máxima como se pode ver na Figura 2.3.

Nas Figuras 2.4 e 2.5 são ilustradas as influências de k_v e δ , respectivamente, no valor de K_{AE} . Verifica-se que o valor do ângulo de atrito terras-muro não condiciona significativamente o valor do impulso dinâmico, e que a influência de k_v é relativamente reduzida porque os valores de k_h são em geral superiores a k_v . A importância destes dois parâmetros é máxima nas situações em que não há excitação sísmica horizontal.

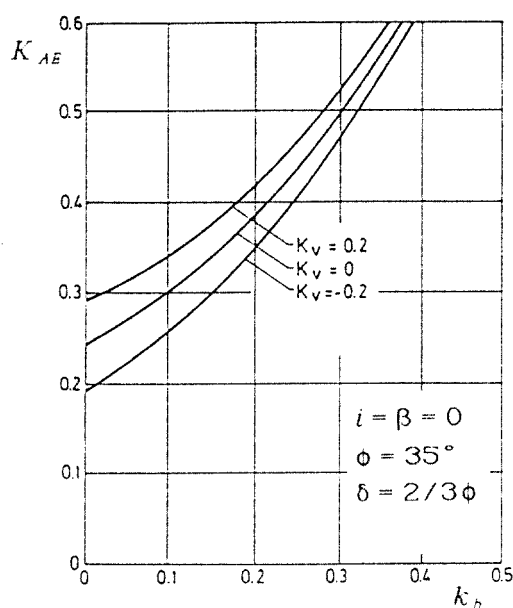


Fig. 2.4 - Influência de k_v no valor de K_{AE}

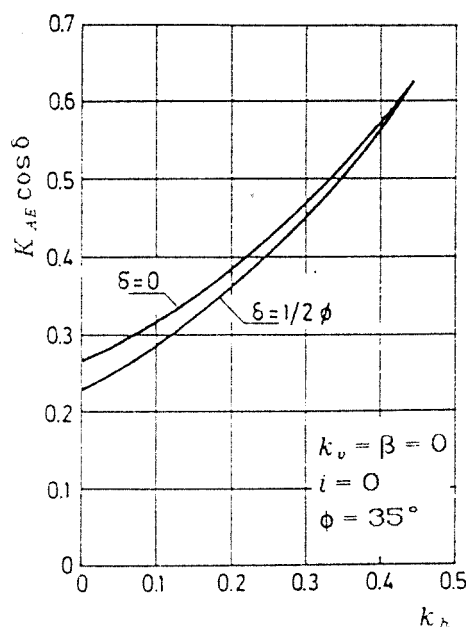


Fig. 2.5 - Influência de δ no valor de $K_{AE} \cos \delta$

Nos casos em que existem sobrecargas aplicadas no aterro e este tem uma superfície irregular torna-se necessário usar um método

gráfico para a determinação do impulso dinâmico. Foi o que fez Kapila (1962) quando generalizou o conhecido método de Culmann para o cálculo daquele impulso.

O método gráfico de Kapila compõe-se das seguintes fases:

- a) desenhar a estrutura a uma determinada escala;
- b) desenhar a linha BE fazendo um ângulo $\phi - \theta$ com a horizontal;
- c) desenhar a linha BD, abaixo de BE, fazendo com esta um ângulo $\phi - \beta - \delta - \theta$;
- d) desenhar as várias linhas prováveis de deslizamento BC_i ;

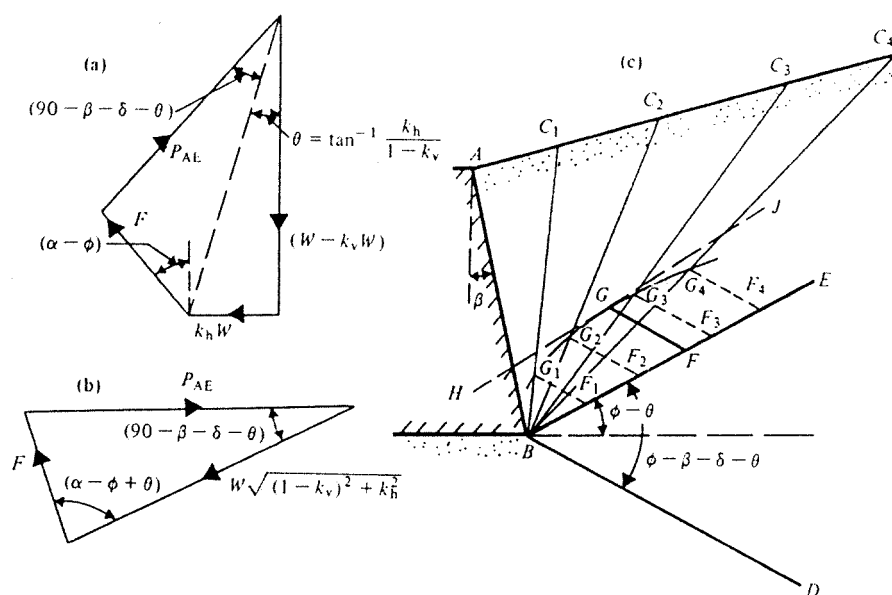


Fig. 2.6 - Construção modificada de Culmann (Kapila, 1962)

- e) marcar sobre BE as distâncias BF_i proporcionais às forças W'_i (W'_i será a resultante de $k_h W_i$ e $(1 - k_v) W_i$);
- f) desenhar as rectas $F_i G_i$ paralelas a BD e determinar o ponto de intersecção G_i com BC_i ;
- g) com o conjunto de pontos G_i desenhar uma curva e a tangente paralela a BE;
- h) o produto da distância GF (GF paralelo a BD) pela escala de forças fornece o valor do impulso activo dinâmico, P_{AE} .

Para o cálculo das pressões dinâmicas passivas a recta BE é desenhada com o mesmo ângulo mas para baixo da horizontal, ficando a recta BD com a mesma posição relativa a BE.

A determinação das pressões dinâmicas activas de solos com ângulo de atrito e coesão sobre muros de gravidade suportando maciços com sobrecargas foi abordada por Prakash e Saran (1966)(Prakash, 1981). Nesta análise apenas se considera a força de inércia horizontal e admite-se que existe uma zona com fendas de tracção junto da superfície até à profundidade H_c , com

$$H_c = \frac{2c}{\gamma} \sqrt{N_+} \quad (2-7)$$

onde $N_+ = \tan^2(45 + \phi/2)$.

O modelo em questão encontra-se representado na Figura 2.7.

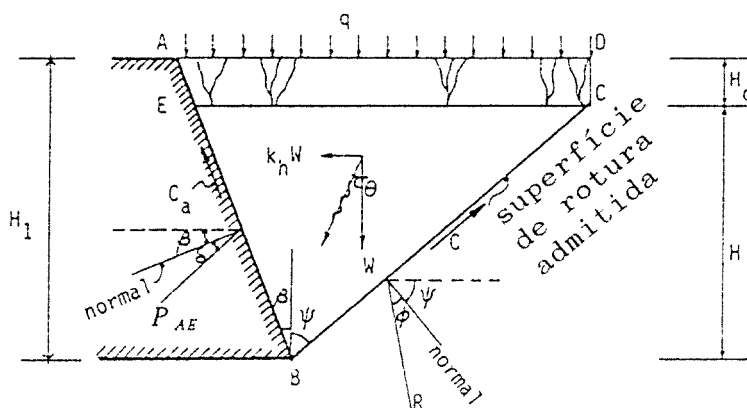


Fig. 2.7 - Análise de Prakash e Saran (1966)

As forças que actuam sobre a cunha de deslizamento ABCD são as seguintes:

- a) o peso da cunha de solo W ;
- b) a força de coesão, $C = cH \sec \psi$ na direcção BC;
- c) a reacção do solo R , em BC, fazendo um ângulo ϕ com a normal;
- d) a força de inércia $k_h W$;
- e) a força de adesão na parede do muro $C_a = c_a H \sec \beta$, onde c_a é a adesão entre o muro de gravidade e a cunha de solo;

f) a resultante das pressões activas, P_{AE} , fazendo um ângulo δ com a normal à face interna do muro;

g) a resultante das sobrecargas que actuam sobre a cunha de solo $W_q = q(H \operatorname{tg} \psi + H_1 \operatorname{tg} \beta)$.

Através de um equilíbrio de forças chega-se ao valor do impulso activo dinâmico P_{AE} ,

$$P_{AE} = \gamma H^2 N_{ay} + q H N_{aq} - c H N_{ac} \quad (2-8)$$

sendo

$$N_{ac} = \frac{\cos(\psi + \phi + \beta) \sec \beta + \cos \phi \sec \psi}{\operatorname{sen}(\psi + \phi + \beta + \delta)} \quad (2-9)$$

$$N_{aq} = \frac{[(n+1) \operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg} \psi][\cos(\psi + \phi) + k_h \operatorname{sen}(\psi + \phi)]}{\operatorname{sen}(\psi + \phi + \beta + \delta)} \quad (2-10)$$

$$N_{ay} = \frac{[(n+0.5)(\operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg} \psi) + 0.5n^2 \operatorname{tg} \beta][\cos(\psi + \phi) + k_h \operatorname{sen}(\psi + \phi)]}{\operatorname{sen}(\psi + \phi + \beta + \delta)} \quad (2-11)$$

e $n = H_c/H$.

Admite-se que o ponto de aplicação da resultante das pressões de terras devidas ao peso é a $1/3H$ da base do muro e que a resultante das pressões devidas à sobrecarga e à coesão é a meia altura do muro.

A não inclusão das forças de inércia verticais não é favor da segurança, embora a sua importância não seja significativa na maior parte dos casos.

Uma fórmula simples para o coeficiente do incremento dinâmico do impulso activo foi sugerida por Seed e Whitman (1970) para o caso de um muro de paramento vertical e aterro com superfície horizontal ($\phi \approx 35^\circ$),

$$\Delta K_{AE} \approx \frac{3}{4} k_h \quad (2-12)$$

com o impulso incremental ΔP_{AE} a actuar a uma altura de $0,50H$ a $0,67H$ ($0,60H$) acima da base do muro e o impulso activo estático a actuar a $H/3$.

O impulso activo dinâmico seria dado por:

$$P_{AE} = P_A + \Delta P_{AE} = \frac{1}{2} K_A \gamma H^2 + \frac{1}{2} \Delta K_{AE} \gamma H^2$$

$$\approx \frac{1}{2} \gamma H^2 \left(K_A + \frac{3}{4} k_h \right) \quad (2-13)$$

As grandezas do impulso dinâmico determinadas pelas fórmulas de M-O concordam aproximadamente com as obtidas experimentalmente. No entanto, o mesmo já não se passa com o ponto de aplicação do impulso. Na análise de Mononobe-Okabe supõe-se, tal como na teoria de Coulomb, que o ponto de aplicação se encontra a $1/3$ da altura, a partir da base.

Richards e Elms (1979) desenvolveram um método para dimensionar muros de suporte com base em deslocamentos limitados. Estes autores referem a necessidade de se considerar as forças de inércia que actuam sobre os muros de gravidade juntamente com os impulsos dinâmicos de terras dados pela equações de Mononobe-Okabe. Na Figura 2.8 indica-se o sistema de forças actuantes sobre o muro.

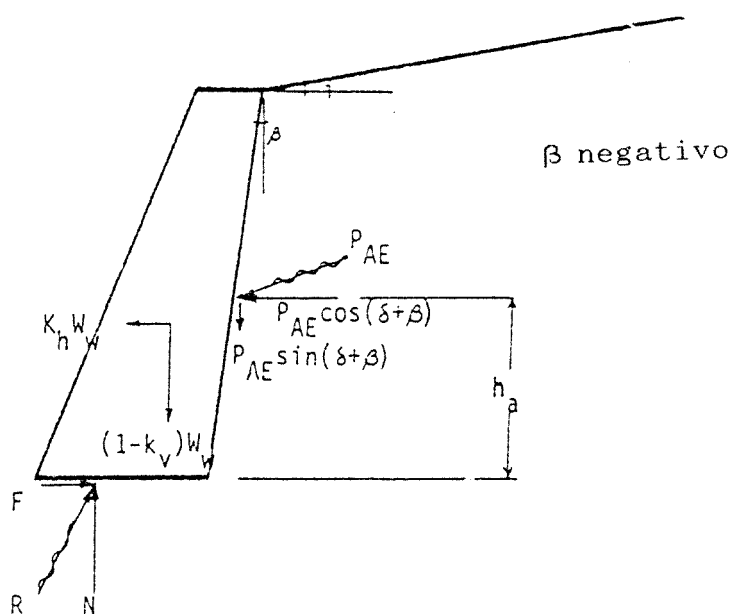


Fig. 2.8 - Forças sísmicas actuantes num muro de gravidade (Richards e Elms, 1979)

A reacção R na base do muro tem as componentes horizontal e

vertical dadas pelas seguintes equações:

$$N = (1 - k_v)W_w + P_{AE} \sin(\delta + \beta) \quad (2-14)$$

$$F = P_{AE} \cos(\delta + \beta) + k_h W_w. \quad (2-15)$$

Para não haver deslizamento pela base temos que ter

$$F \leq N \tan \delta_b \quad (2-16)$$

onde δ_b é o ângulo de atrito na fundação.

Substituindo (2-14) e (2-15) em (2-16) obtem-se,

$$P_{AE} [\cos(\delta + \beta) - \sin(\delta + \beta) \tan \delta_b] \leq W_w [(1 - k_v) \tan \delta_b - k_h] \quad (2-17)$$

que é equivalente a

$$W_w \geq \frac{\cos(\delta + \beta) - \sin(\delta + \beta) \tan \delta_b}{(1 - k_v)(\tan \delta_b - \tan \theta)} P_{AE} \quad (2-18)$$

onde $\tan \theta = k_h / (1 - k_v)$.

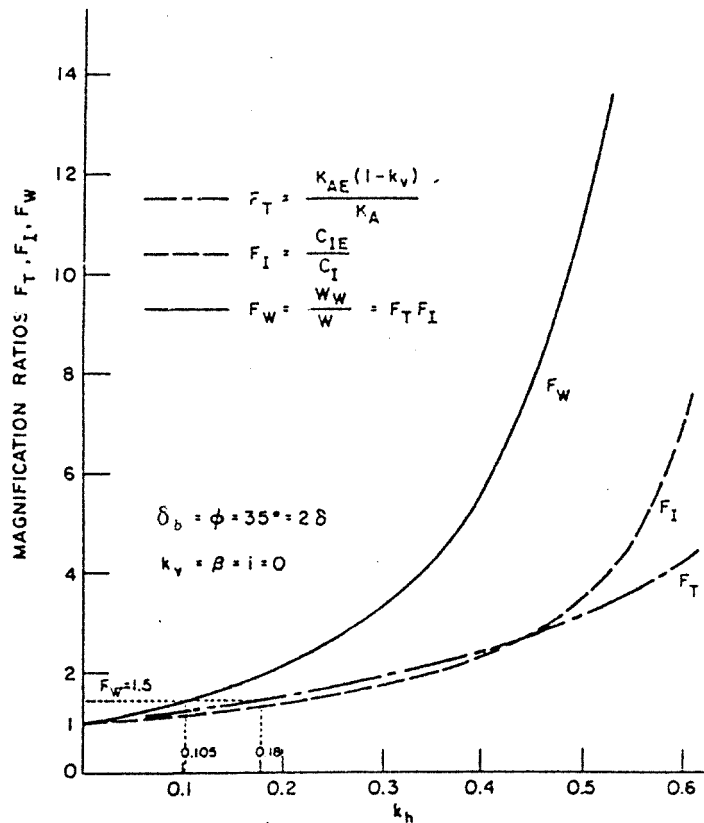


Fig. 2.9 - Variação dos factores F_T, F_I, F_W

Com a equação (2-18) pode determinar-se o peso mínimo do muro necessário para resistir ao escorregamento pela base sob uma acção sísmica representada pelos coeficientes k_h e k_v . Para o caso de rotura por derrubamento podem ser deduzidas relações semelhantes.

Para ter em conta os efeitos da pressão dinâmica do solo e da inércia do muro é necessário aplicar um coeficiente de segurança ao peso do muro (W) suficiente para resistir a acções estáticas ($W_w = F_w W$). O coeficiente de segurança F_w será dado por $F_w = F_T F_I$. A variação dos vários factores F pode ver-se na Figura 2.9.

F_T corresponde ao incremento de forças sobre o muro provocado pelas acelerações sísmicas no solo e F_I representa o efeito das acelerações do próprio muro.

Se não se considerar a inércia do muro ($F_I = 1$), então $F_w = F_T = W_w / W$. Por exemplo para um valor $F_w = 1,5$ ter-se-á o valor crítico $k_h = 0,18$. Todavia, como mostra a Figura 2.9, devido à contribuição da inércia, o muro começará a escorregar para uma aceleração bastante menor, correspondente a um coeficiente sísmico $k_h = 0,105$.

O deslocamento permanente, esperado no fim de um sismo, que se deverá prever no dimensionamento será dado por

$$D = \frac{0.087 V^2 (N/A)^{-4}}{Ag} \quad (2-19)$$

onde

V - velocidade sísmica máxima

A - aceleração sísmica máxima /g

N - aceleração sísmica para a qual se inicia o escorregamento /g

g - aceleração da gravidade

D - deslocamento admissível

A fórmula (2-19) corresponde a uma aproximação de um conjunto de curvas, relacionando o deslocamento máximo com N/A . Estas curvas foram obtidas por Franklin e Chang (1977) para vários tipos de acelerogramas, escalonados para uma aceleração máxima de $0,5g$ e uma velocidade máxima de $76,2 \text{ cm/s}$.

Como conclusão principal os autores referem que a inércia do muro deve ser considerada na fase de dimensionamento sísmico de muros de gravidade e que se deve contar sempre com deslocamentos residuais após uma acção sísmica.

Um estudo bastante completo sobre métodos de análise limite de problemas de estabilidade dinâmica de solos é apresentado por Chang (1981). A aplicação destes à Mecânica de Solos não é muito comum. Do mesmo modo que os métodos de equilíbrio limite admite-se uma massa de solo num estado de deformação plástica mas em vez de um equilíbrio de forças considera-se um equilíbrio de energias.

O autor refere a concordância dos seus resultados com os de soluções conhecidas, mas salienta que a técnica do limite superior tem uma aplicação mais geral. Embora as grandezas dos impulsos activos obtidos concordem com as do método de M-O, o mesmo já não acontece com os impulsos passivos porque foram obtidos valores bastante inferiores. As influências da coesão, sobrecargas e movimentos da estrutura no valor dos impulsos foram incluídas no estudo.

Os mecanismos de rotura são semelhantes aos de Mononobe-Okabe com a diferença de as superfícies de deslizamento serem mais refinadas. Na Figura 2.10 apresenta-se um exemplo.

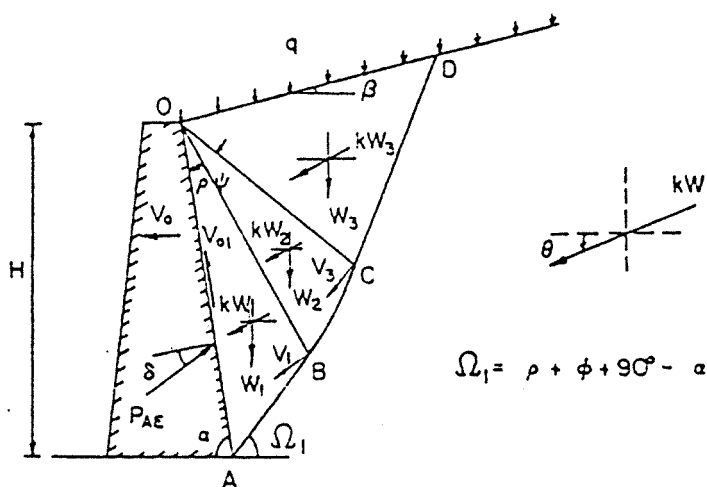


Fig. 2.10 - Mecanismo de rotura para o caso activo (Chang, 1981)

2.2.2 Soluções de comportamento elástico

O solo que constitui o maciço retido por uma estrutura de suporte poderá ser considerado um material elástico caso essa estrutura apresente deslocamentos suficientemente pequenos de modo que as zonas em cedência plástica não existam ou sejam muito reduzidas. Em cada caso, conforme a rigidez e as condições de apoio da estrutura de suporte é necessário ponderar se uma análise elástica será aceitável.

Nos parágrafos seguintes apresentam-se os principais métodos que aplicam a teoria da elasticidade e algumas propostas recentes neste domínio

A determinação da pressão lateral dinâmica incremental num muro de gravidade foi abordada por Matsuo e Ohara (1960) através da resolução de uma equação de ondas elásticas. A análise do maciço homogéneo e elástico é feita a duas dimensões estando qualquer deslocamento vertical impedido e considerando um muro de rigidez infinita. Na base da estrutura considera-se uma aceleração sísmica sinusoidal e horizontal. A equação diferencial das ondas elásticas será,

$$(\lambda + 2\mu) \frac{\delta^2 u}{\delta x^2} + \mu \frac{\delta^2 u}{\delta y^2} + \rho k_h g \sin \omega t = \rho \frac{\delta^2 u}{\delta t^2} \quad (2-20)$$

com as seguintes condições fronteira:

$$(u)_{x=0} = (u)_{y=0} = 0$$

$$\left(\frac{\delta u}{\delta y} \right)_{y=H} = 0$$

onde

- u - deslocamento na direcção horizontal
- λ - constante de Lamé
- μ - módulo de elasticidade transversal (G)
- k_h - coeficiente sísmico horizontal
- ρ - massa específica
- ω - frequência angular da acção sísmica ($= 2\pi/T$).

Na Figura 2.11 indica-se a estrutura considerada.

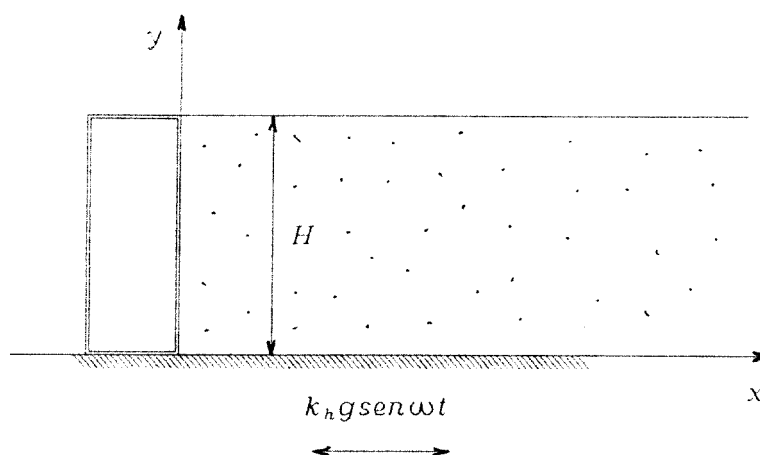


Fig. 2.11 - Modelo elástico de Matsuo e Ohara (1960)

Para as condições citadas verifica-se que as pressões no topo do muro são diferentes de zero (Figura 2.12). Os autores compararam estes valores com os obtidos experimentalmente e concluíram que eram semelhantes. O mesmo já não acontecia para muros com rotação livre na base ($(u)_{x=0} \neq 0$).

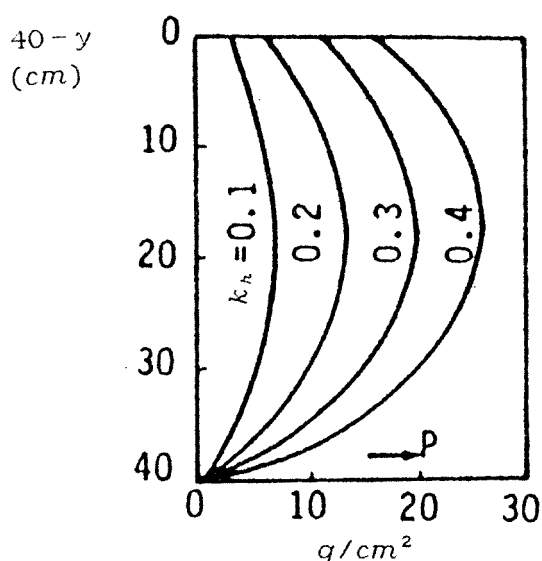


Fig. 2.12 - Amplitudes das pressões dinâmicas sobre muro rígido encastrado na base (Matsuo e Ohara, 1960)

Scott (1973) também considerou um muro rígido de suporte mas representou o aterro horizontal por um maciço unidimensional com rigidez transversal G , situado entre o muro e uma fronteira rígida, tendo adoptado a solução de Winkler nas interfaces (Figura 2.13).

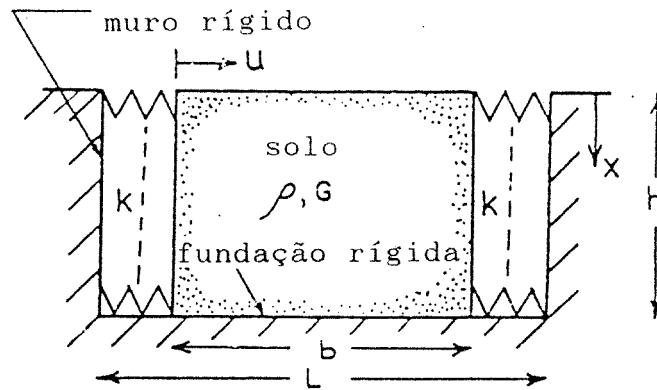
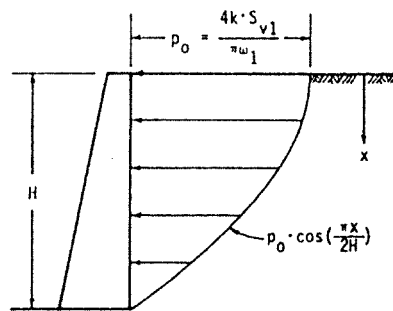


Fig. 2.13 - Modelo analítico de Scott (1973)

(a) G constante com a profundidade



(b) G varia com a profundidade

$$G(x) = a \cdot (H^2 - x^2)$$

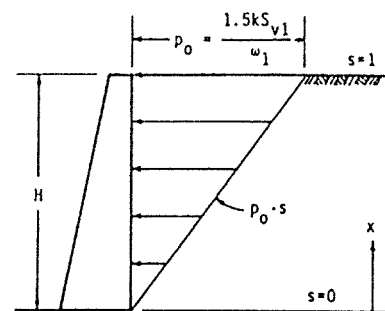


Fig. 2.14 - Distribuição de pressões incrementais dinâmicas (Scott, 1973)

A equação diferencial do movimento é neste caso,

$$\frac{\delta^2 u}{\delta t^2} = \frac{G}{\rho} \frac{\delta^2 u}{\delta x^2} - \frac{2Ku}{\rho b} \quad (2-21)$$

onde

u - deslocamento na direcção horizontal

G - módulo de rigidez transversal do solo

ρ - massa específica do solo

sendo K a constante de Winkler dada por

$$K = \frac{4G(1-\nu)}{L(1-2\nu)} \quad (2-22)$$

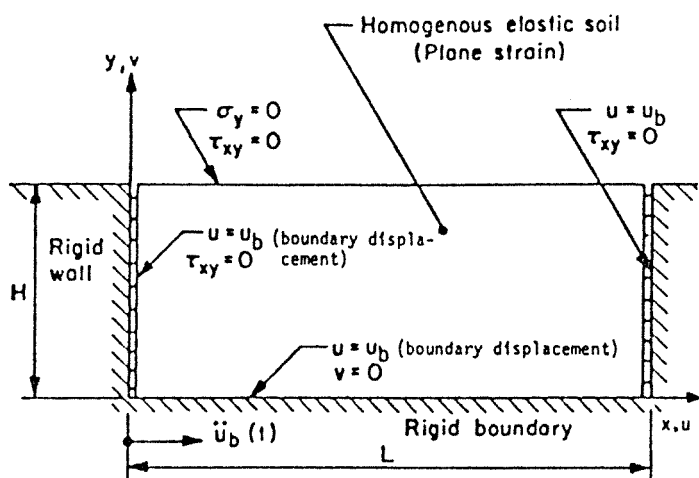
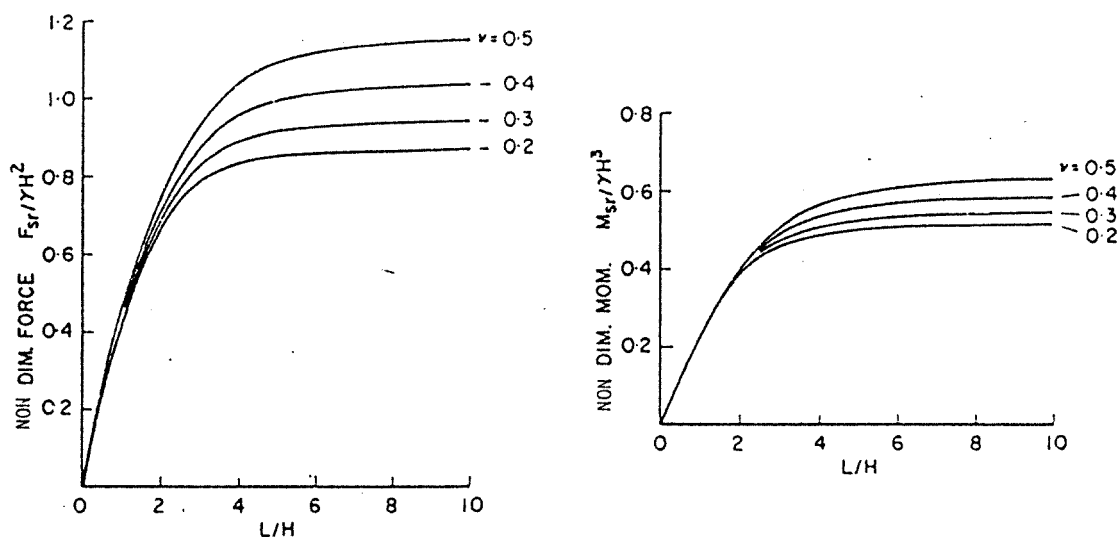


Fig. 2.15 - Modelo de Wood (1973)

Fig. 2.16 - Forças e momentos para uma força horizontal de 1 g
(Wood, 1973)

A distribuição das pressões laterais incrementais representa-se na Figura 2.14 para dois tipos de variação do módulo G com a profundidade. Em (a) considera-se G constante e em (b) G aumenta com a profundidade (S_{v1} é a velocidade relativa para a frequência do primeiro modo do solo, ω_1 , fornecida pelo espectro de resposta).

Scott refere que o primeiro modo de vibração tem a maior influência no valor das pressões. A sua frequência é dada por

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{\pi^2 G}{4H^2 \rho} + \frac{2K}{b\rho}}. \quad (2-23)$$

Wood (1973) fez um estudo bastante extenso sobre tensões dinâmicas de solos sobre muros rígidos de suporte. Na Figura 2.15 ilustra-se o seu modelo analítico. As fronteiras verticais dos extremos representam muros rígidos, com superfícies sem atrito. A fronteira inferior representa um estrato rijo, ao qual são aplicadas acelerações horizontais. O solo é simulado por um material elástico, homogêneo e isotrópico sem deformações na direcção z (deformação plana).

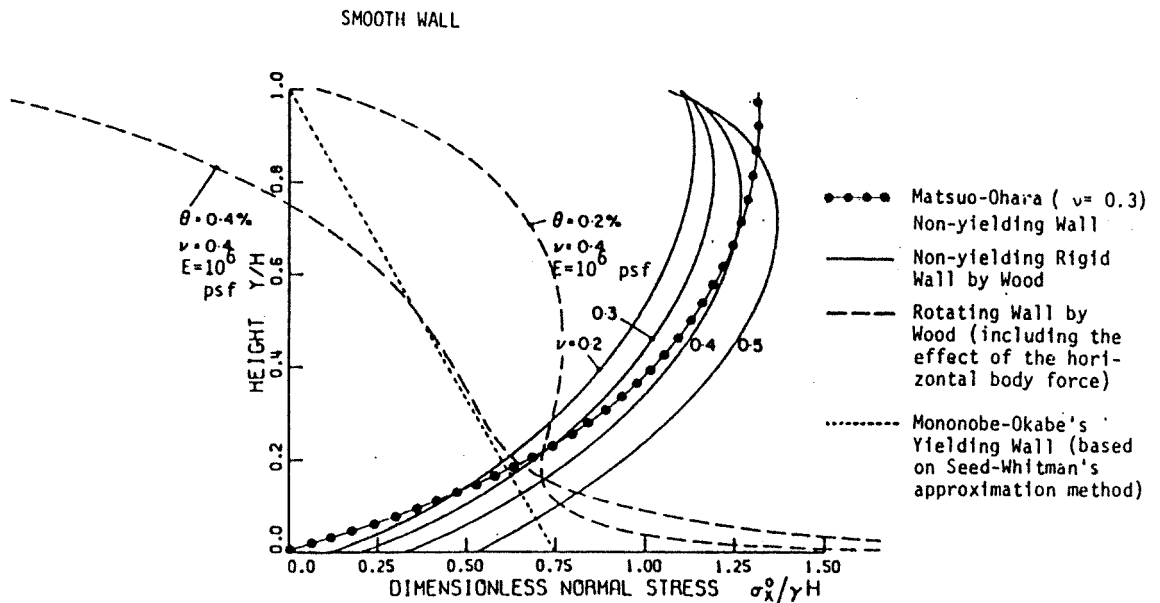


Fig. 2.17 - Distribuição de pressões para uma força horizontal de 1 g; comparação entre a teoria elástica e o método de Mononobe-Okabe (Wood, 1973)

As pressões dinâmicas exercidas sobre a parede resultantes de uma aceleração horizontal tipo Heavyside, $\ddot{u} = g$, são determinadas a partir da resolução das equações de equilíbrio estático. Os resultados em termos de momentos e forças aplicadas na base do muro representam-se na Figura 2.16, para vários coeficientes de Poisson. Dividindo o momento pela força verifica-se que a resultante das pressões incrementais actua a aproximadamente $0,60H$ a partir da base.

Para um muro perfeitamente rígido e fixo suportando um longo estrato de solo Wood determinou um impulso dinâmico maior que o dobro do fornecido pelo Método de Mononobe-Okabe, tendo usado os mesmos coeficientes sísmicos k_h na comparação (Figura 2.17). No entanto para muros com pequenas rotações na base o ponto de aplicação do impulso desce e a grandeza deste diminui.

A partir das suas conclusões recomenda que para muros perfeitamente encastrados na rocha ou solo muito firme, suportados por estacas ou muito enterrados, se escolha uma análise elástica em vez do método de M-O.

Arias, Sanchez-Serma e Ovando-Shelley (1981) propõem um método elástico simplificado para análise de estruturas de suporte de terras com deslocamentos limitados. O método permite analisar acções estáticas ou dinâmicas sobre o conjunto do muro e solo suportado, podendo ser adaptado a casos tridimensionais e aterros não homogéneos. Os autores comparam os seus resultados com os obtidos por Wood (1973) verificando uma boa aproximação entre eles. Consequentemente, referem que se ganha em simplicidade matemática em comparação com a complexidade da elasticidade clássica, podendo o seu modelo ser aplicado a uma grande variedade de problemas estáticos e dinâmicos de estruturas de suporte de terras com pequenos deslocamentos.

2.2.3 Soluções não lineares e elasto-plásticas

Para simular analiticamente o comportamento não linear do solo é necessário adoptar modelos elasto-plásticos ou modelos não lineares.

Clough e Duncan (1971) descrevem uma análise não linear por elementos finitos dos problemas de interacção entre um muro de suporte e o solo para casos de solicitações estáticas. Propõem o uso de um elemento finito unidimensional na fronteira entre o muro e o solo para permitir movimentos relativos entre os dois materiais. As propriedades deste elemento são determinadas a partir de ensaios de corte directo em provetes constituídos uma parte por solo e

outra parte pelo material do muro. Chegam à conclusão de que os valores obtidos das pressões activas e passivas concordam com os determinados por métodos clássicos.

Aubry e Chouvet (1981) formulam as equações de equilíbrio dinâmico tendo em conta o comportamento elasto-plástico, adaptando uma fórmula implícito-explicita para a integração no tempo. Como exemplo apresentam os resultados das pressões dinâmicas de terras sobre um muro de secção variável e adoptam para o solo um modelo elasto-plástico com o critério de cedência de Mohr-Coulomb e com uma lei de escoamento plástico associada. Como estado inicial de tensão admitem que o solo se encontra todo no estado de equilíbrio limite activo. O conjunto da estrutura de suporte e do solo assenta sobre um estrato rígido de rocha.

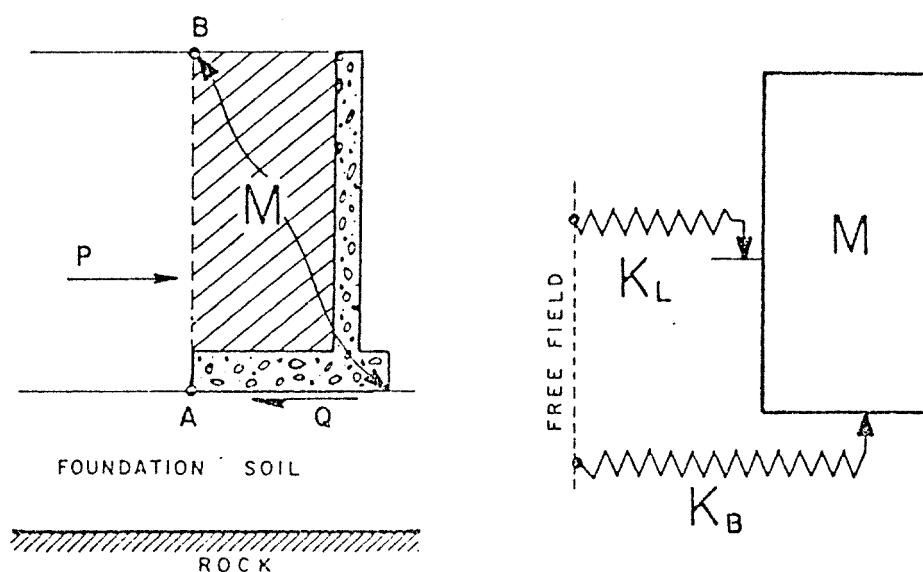


Fig 2.18 - Parede de suporte e respectivo modelo
(Byrne e Salgado, 1981)

Um modelo simplificado é descrito por Byrne e Salgado (1981) com um grau de liberdade e atendendo à flexibilidade e resistência do aterro suportado e do maciço de fundação.

Conforme se representa na Figura 2.18, consideram uma estrutura solidária com uma massa de solo que no conjunto formam um corpo rígido de massa M . A interacção dessa massa com o solo suportado

e com o solo de fundação é simulada por dois sistemas de molas. Para ambas as molas adopta-se uma lei elástica perfeitamente plástica.

Nadim e Whitman (1983) propõem um modelo de elementos finitos de análise em deformação plana.

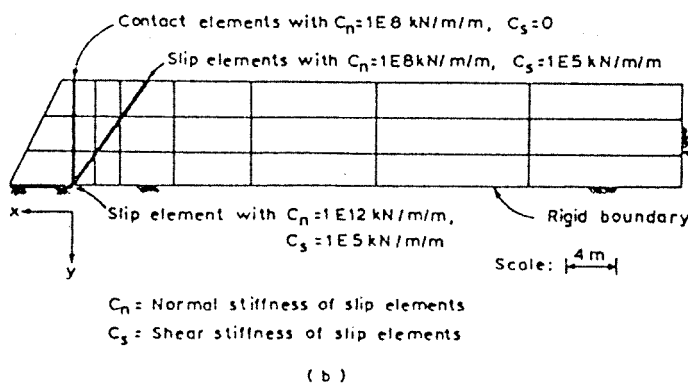
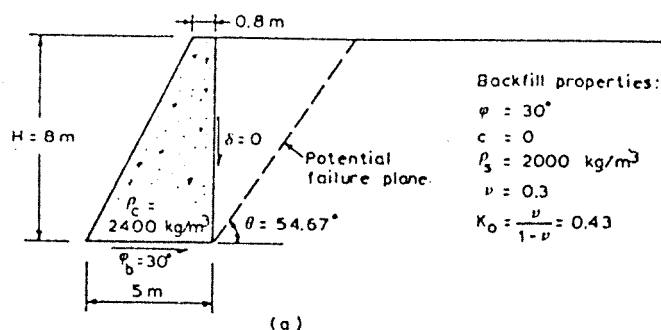


Fig. 2.19 - Muro de gravidade e sua representação por elementos finitos (Nadim e Whitman, 1983)

Estes autores referem que os dois principais métodos de dimensionamento sísmico de muros de gravidade são o baseado nas orientações de Seed e Whitman (1970) e o proposto por Richards e Elms (1979). Mostram a sua preferência por este último mas criticam o facto de não ter em conta a amplificação dos movimentos sísmicos no aterro suportado. No seu modelo analítico é incluído esse efeito de amplificação. Por fim referem que o método de Richards e Elms pode atender a essa amplificação aumentando em determinadas percentagens os valores da aceleração de pico e velocidade de pico

com os quais se determina o valor de deslocamento residual do muro previsto por aquele método. Este aumento só será válido se a razão entre a frequência dominante do movimento sísmico da fundação e a frequência fundamental do aterro for superior a 0,25.

No modelo proposto admite-se que as distorções permanentes ocorrem em superfícies de deslizamento previamente definidas, como se mostra na Figura 2.19. O comportamento dos elementos de junta que representam estas superfícies é elasto-plástico. No resto do domínio estabelece-se uma lei elástica embora o módulo de elasticidade transversal e o coeficiente de amortecimento de cada elemento possam ser ajustados à deformação de corte existente, conforme a relação gráfica da Figura 2.20.

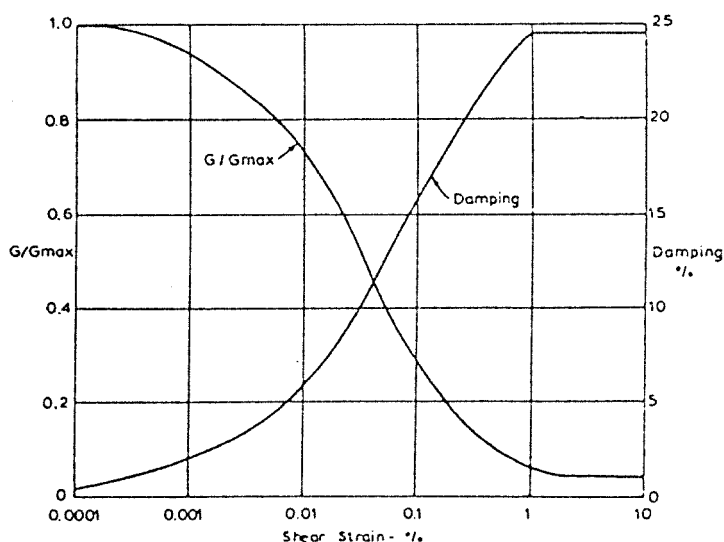


Fig. 2.20 - Relação entre G e D com a deformação por corte

2.3 MÉTODOS EXPERIMENTAIS

A utilização de mesas vibradoras tem sido o processo mais comum para avaliar as pressões dinâmicas que se desenvolvem durante acções sísmicas.

O valor do impulso dinâmico sobre estruturas rígidas determinado experimentalmente concorda aproximadamente com o fornecido pelo método de Mononobe-Okabe. No entanto, o ponto de aplicação da

resultante das pressões dinâmicas é superior a $H/3$. Verifica-se também que no fim da acção dinâmica as pressões laterais residuais são bastante maiores do que as pressões iniciais estáticas.

Segundo resultados de ensaios descritos por Seed e Whitman (1970) as pressões incrementais dinâmicas sobre estruturas rígidas são maiores junto do topo estando o ponto de aplicação da resultante entre $0,50H$ e $0,67H$ da base do muro.

Lee (1981) apresenta um estudo experimental bastante pormenorizado das pressões laterais dinâmicas sobre muros rígidos de suporte de terras. Considera varios casos possíveis de movimentos permitidos de translação e rotação do muro. Nas suas conclusões refere que as pressões dinâmicas obtidas são aproximadamente iguais às calculadas pela equação de Mononobe-Okabe se o deslocamento do muro necessário para provocar um estado de equilíbrio limite activo no solo for da ordem de $1/1000$ da altura do muro. Verifica ainda o crescimento não linear das pressões dinâmicas com a aceleração horizontal e indica que o ponto de aplicação do impulso incremental dinâmico se situa a uma distância de $0,52H$ acima da base.

Fang (1983) realizou um estudo sobre muros de suporte com rotação na base e com rotação no topo. Verificou que as tensões dinâmicas no topo do muro eram diferentes de zero nos dois casos. O ponto de aplicação do impulso incremental dinâmico distancia-se da base com o aumento das acelerações horizontais para o primeiro caso. Considerando rotações em torno do topo o ponto de aplicação situa-se a $0,55H$ acima da base e a sua posição é independente dos níveis de aceleração impostos.

Chouvet e Aubry (1985), através de ensaios em mesa vibradora de modelos reduzidos, evidenciam quais as limitações dos métodos simplificados de análise dinâmica de muros de suporte e comparam os resultados com os obtidos pelo método dos elementos finitos. Para muros com uma cinemática de interacção solo-estrutura simples referem que aqueles métodos são geralmente fiáveis. Quando o mecanismo de rotura é mais complexo (por exemplo, ausência de uma base rochosa) ou quando a responsabilidade da obra o justifica, sugerem utilizar o método dos elementos finitos com um modelo não linear.

2.4 REFERÊNCIAS

- ARIAS, A.; SANCHEZ-SESMA, F.J.; OVANDO-SHELLEY, E. - *A Simplified Elastic Model for Seismic Analysis of Earth-Retaining Structures with Limited Displacements*, Int. Conf. on Recent Advances in Geotech. Earthquake Eng. and Soil Dynamics, University of Missouri, Rolla, vol. 1, 1981, p. 235-240.
- AUBRY, D.; CHOUVET, D. - *Numerical Computation of Earth-Pressures During Earthquakes*, Int. Conf. on Recent Advances in Geotech. Earthquake Eng. and Soil Dynamics, University of Missouri, Rolla, vol. 2, 1981, p. 721-726.
- BYRNE, P.M.; SALGADO, F. - *Seismic Response of Retaining Structures*, Int. Conf. on Recent Advances in Geotech. Earthquake Eng. and Soil Dynamics, University of Missouri, Rolla, vol. 2, 1981.
- CHANG, M.F. - *Static and Seismic Lateral Earth Pressures on Rigid Retaining Structures*, Purdue University, University Microfilms International, 1981.
- CHOUVET, D.; AUBRY, D. - *Analyse Sismique des Murs de Soutènement*, Proceedings of the Eleventh Int. Conf. on Soil Mech. and Foundation Eng. San Francisco, vol. 4, 1985, p. 1849-1852.
- DAS, B.M. - *Fundamentals of Soil Dynamics*, New York, Elsevier Science Publishing Co., Inc., 1983.
- DAVIES, T.G.; RICHARDS, R; CHEN, K.H. - *Passive Pressure During Seismic Loading*, Journ. of Geotechnical Eng., vol. 112, 1986, p. 479-483.
- EUROCODE N°8 - *Specific Rules for Foundation and Retaining Walls*, Aseismic Design of Buildings, vol. 2.

- FANG, Y.S. - *Dynamic Earth Pressures Against Rotating Walls*, University of Washington, University Microfilms International, 1983
- FRAGAZY, R.J.; CLOUGH, G.W. - Discussion of R. Richards and D.G. Elms article (1979), *Journ. of Geotechnical Eng. Division*, June 1980, p. 734.
- FRANKLIN, A.G.; CHANG, F.K. - *Earthquake Resistance of Earth and Rock-Fill Dams*, Report 5: Permanent Displacements of Earth Embankments by Newmark Sliding Block Analysis, Miscellaneous Paper S-71-17, Soils and Pavements Laboratory, U.S. Army Engineer Waterways Experiment Station, Vicksburg, Miss., Nov., 1977.
- KAPILA, I.P. - *Earthquake Resistant Design of Retaining Walls*, Proc. of Second Symposium on Earthquake Eng., Univ. of Roorkee, India, p. 97-108, 1962
- KERISEL, J. - Discussion of R. Richards and D.G. Elms article (1979), *Journ. of Geotechnical Eng. Division*, June 1980, p. 735.
- LEE, C.D. - *Dynamic Lateral Earth Pressures Against Retaining Structures*, University of Washington, University Microfilms International, 1981.
- MARCIANO, E.; CHAMEAU, J.L.; HARR, M.E. - *Residual Displacements of Retaining Structures under Earthquake Loading*, Proceedings of the Eleventh Int. Conf. on Soil Mech. and Foundation Eng. San Francisco, vol. 4, 1985, p. 1861-1864.
- MATSUO, H.; OHARA, S. - *Lateral Earth Pressures and Stability of Quay Walls during Earthquakes*, Proceedings, 2nd World Conference on Earthquake Eng., Japan, vol. 1, 1960, p. 165-181.

- MONONOBE, N.; MATSUO, H. - *On the Determination of Earth Pressures During Earthquakes*, Proceedings, World Engineering Conference, vol. 9, p. 176, 1929.
- MONONOBE, N. - *Earthquake-Proof Construction of Masonry Dams*, Proceedings, World Engineering Conference, vol. 9, p. 275, 1929.
- NADIM, F.; WHITMAN, R.V. - *Seismically Induced Movement of Retaining Walls*, Journ. of Geotechnical Eng., vol. 109, 1983, p. 915-931.
- OKABE, S. - *General Theory of Earth Pressure*, Journal, Japanese Society of Civil Engineers, vol. 12, No1, 1926.
- PRAKASH, S.; SARAN, S. - *Static and Dynamic Earth Pressures Behind Retaining Walls*, Proc. of Third Symposium on Earthquake Eng., Roorkee, India, p. 277-288, 1966.
- PRAKASH, S. - *Analysis of Rigid Retaining Walls During Earthquakes*, Int. Conf. on Recent Advances in Geotech. Earthquake Eng. and Soil Dynamics, University of Missouri, Rolla, vol. 3, 1981.
- PRAKASH, S. - *Soil Dynamics*, London, Mc Graw-Hill Book Company, 1981.
- PRAKASH, S; BASVANNA, B.M. - *Earth Pressure Distribution Behind Retaining Walls During Earthquakes*, Proc. Fourth World Conference on Earthquake Eng., Chile vol. 3., 1969, p. 133-148.
- RICHARDS, R.; ELMS, D.G. - *Seismic Behaviour of Gravity Retaining Walls*, Journ. of Geotechnical Eng. Division, vol. 105, 1979, p. 449-464.
- SCOTT, R.F. - *Earthquake-Induced Earth Pressures on Retaining Walls*, Fifth World Conf. on Earthquake Eng., Rome, Italy, vol. 2, 1973, p. 1611-1619.

SEED, H.B.; WHITMAN, R.V. - *Design of Earth Retaining Structures for Dynamic Loads*, Lateral Stresses in the Ground and Design of Earth Retaining Structures, ASCE, 1970, p. 103-147.

WOOD, J.H. - *Earthquake-Induced Soil Pressures on Structures*, Report No EERL 73-05, Earthquake Engineering Research Laboratory, California Institute of Technology, Pasadena, 1973.

CAPÍTULO 3

ANÁLISE DINÂMICA DE ESTRUTURAS FLEXÍVEIS DE SUPORTE DE TERRAS

3.1 INTRODUÇÃO

No dimensionamento sísmico de estruturas flexíveis de suporte de terras é também corrente usar o método de Mononobe-Okabe para determinar as pressões laterais dinâmicas. O cálculo do impulso passivo dinâmico passa a ser em regra necessário porque a estabilidade do conjunto depende da existência desse impulso em muitos casos.

Devido à flexibilidade que algumas paredes de suporte apresentam pode questionar-se se será lícito considerar distribuições de pressões laterais do mesmo tipo que nos muros rígidos. Os resultados obtidos por diversos investigadores de ensaios em centrífugadores e a sua comparação com os valores previstos permitem lançar alguma luz sobre este problema.

Do mesmo modo que nas estruturas rígidas verifica-se, quer por descrições de casos reais, quer por resultados experimentais, que as estruturas flexíveis situadas acima do nível freático são menos susceptíveis a danos provocados por sismos do que as que se encontram submersas ou suportam maciços submersos.

As conclusões de Seed e Whitman (1970) referidas no Capítulo 2 sobre a rotura de muros de suporte de terras situados acima ou parcialmente abaixo do nível freático são extensíveis às estruturas flexíveis. Estes autores referem que nas cortinas ancoradas deve-se ter especial atenção com a posição do sistema de ancoragem (placa) porque a superfície de deslizamento que se desenvolve atrás da parede na rotura devida a um carregamento sísmico é menos inclinada em relação à horizontal que a correspondente a condições estáticas. Portanto serão de adoptar maiores comprimentos dos cabos de ancoragem se as possibilidades de actuarem forças dinâmicas durante o tempo de vida da estrutura forem significativas.

Referem-se a seguir alguns dos estudos analíticos e experimentais mais recentes sobre estruturas flexíveis de suporte de terras.

3.2 ESTUDOS ANALÍTICOS

Devido às grandes deformações que acompanham normalmente as acções dinâmicas sobre estruturas flexíveis de suporte de terras não será muito aconselhável optar por modelos elásticos de comportamento. Enquanto que com muros de gravidade pode haver situações em que tal procedimento seja razoável, devido à grande rigidez da estrutura, o mesmo não acontece quando a estrutura de suporte tem uma grande flexibilidade.

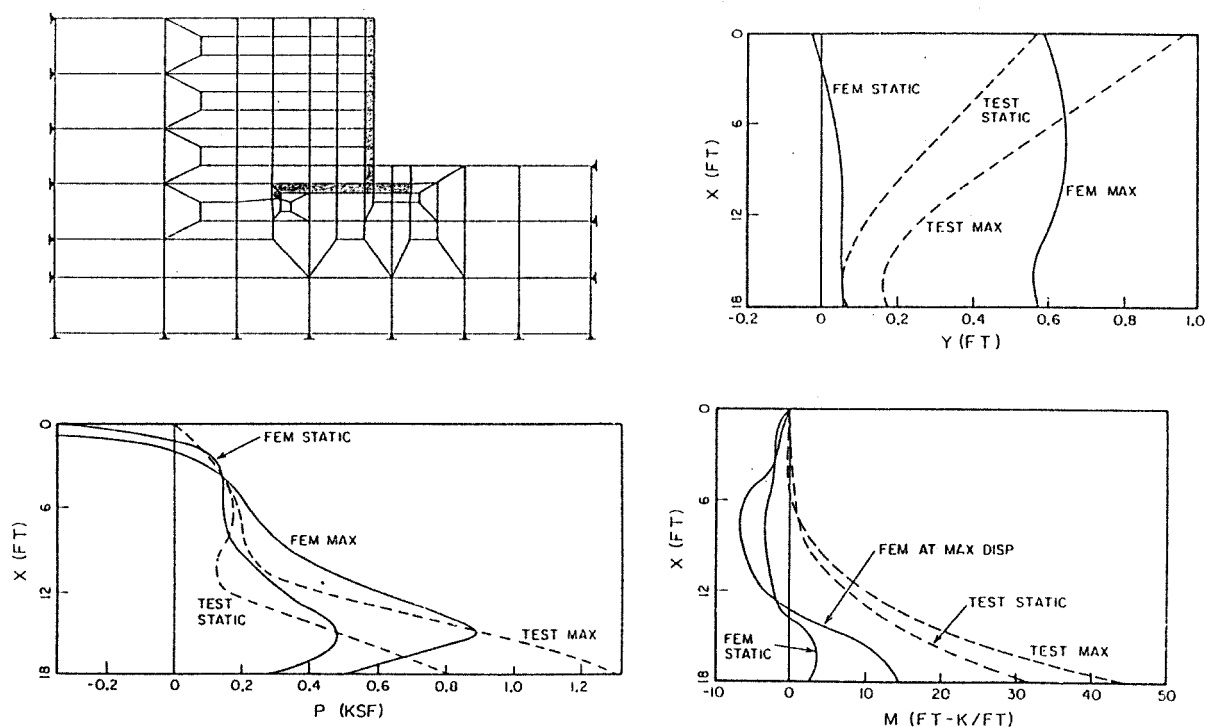


Fig. 3.1 - Comparação de resultados teóricos e experimentais
(Ortiz, 1982)

Ortiz (1982) comparou os seus resultados experimentais, de uma estrutura tipo T invertido que se mostra na Figura 3.1, obtidos de um ensaio em centrífugador com os de uma análise elástica e chegou

à conclusão de que não havia nenhuma correlação entre os valores. O autor refere que não usou elementos de junta, tendo ligado directamente os elementos do solo e da cortina.

Para várias profundidades o autor obteve os módulos de deformabilidade transversal a partir da equação

$$G = 1000K_2(\sigma'_m)^{1/2} \quad (psf) \quad (3-1)$$

onde σ'_m é a tensão média efectiva (lb/ft^2). O factor K_2 depende da compacidade relativa e da distorção (Ortiz considerou $\gamma_{dist} = 10\%$). Para amortecimento optou por 10% do crítico.

Na Figura 3.1 apresenta-se a malha de elementos finitos e os gráficos comparativos dos deslocamentos, pressões e momentos flectores resultantes das acções estáticas e dinâmicas. A frequência fundamental obtida na análise elástica foi de $1,2Hz$ quando a real era de $2,6Hz$. Pela forma das deformadas teórica e experimental, verifica-se que a primeira é influenciada por mais modos de vibração que a segunda, onde o modo fundamental parece ter mais peso. Só a frequência do sexto modo de vibração ($2,4Hz$) na análise elástica parece aproximar-se da experimental.

Como principal conclusão desta comparação o autor refere que as soluções elásticas devem ser evitadas para este tipo de estruturas.

Marciano, Chameau e Harr (1985) propõem um modelo de elementos finitos isoparamétricos lineares para análise a duas dimensões, com possibilidade de incorporar elementos de junta ao longo de potenciais planos de deslizamento. Para representar o comportamento não linear do solo usam um modelo hiperbólico, podendo a estrutura de suporte ser rígida ou flexível. A resolução das equações do movimento é feita no domínio do tempo através de uma adaptação do método de Newmark e de um método iterativo. O principal objectivo do seu trabalho é a determinação dos deslocamentos residuais das estruturas de suporte submetidas a acções sísmicas.

Vários trabalhos de grande interesse têm sido apresentados por Steedman e Zeng (1988, 1989). Um número bastante considerável de resultados de ensaios em centrífugador, sobre modelos representando estruturas flexíveis com várias condições de apoio e suportando

solos secos ou submersos, são comparados com os valores obtidos de novas formulações teóricas. A concordância obtida demonstra a validade das hipóteses admitidas.

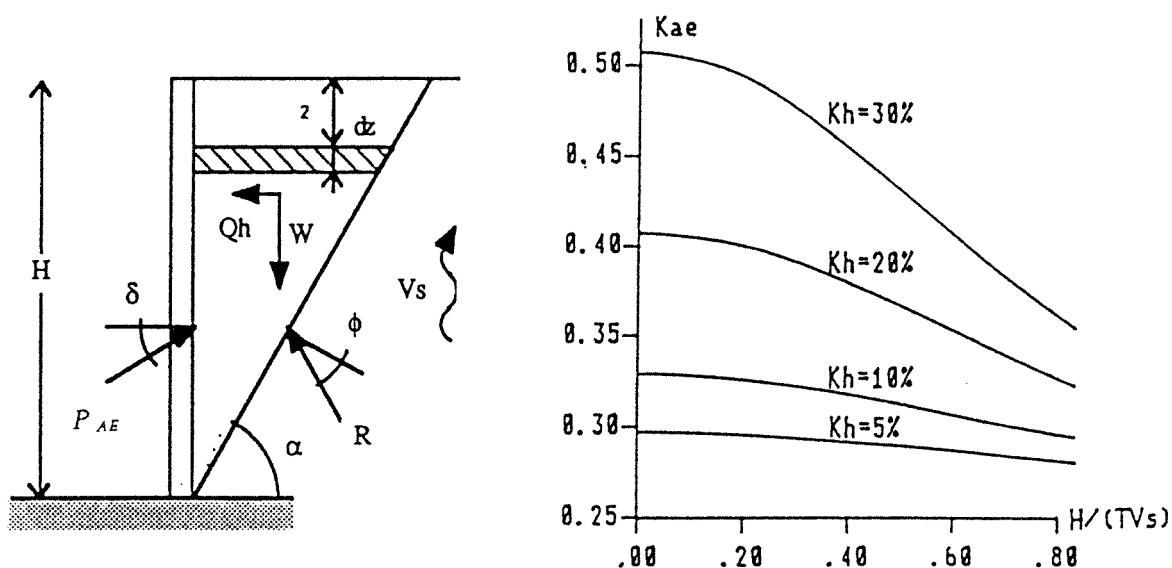


Fig. 3.2 - Forças actuantes sobre a cunha de deslizamento e variação de K_{AE} com $H/(TV_s)$ (Steedman e Zeng, 1989)

Ao postular que o campo de acelerações é uniforme na cunha de deslizamento no método de Mononobe-Okabe considera-se a mesma amplitude e fase em todo o solo. Os autores desenvolveram uma análise pseudo-dinâmica em que a variação da fase e da amplitude das acelerações ao longo da altura é incluída.

Para o caso comum de uma parede com base rígida (Figura 3.2) submetida a uma vibração na base de frequência ω , a aceleração no solo a uma determinada cota (z) será dada por

$$A(z, t) = k_r g \sin \omega \left(t - \frac{H - z}{V_s} \right) \quad (3-2)$$

onde V_s é a velocidade das ondas de corte ($V_s = \sqrt{G/\rho}$). A força de inércia horizontal Q_h que actua sobre a cunha é obtida através do integral

$$Q_h = \int_0^H \rho \left(\frac{H - z}{\tan \alpha} \right) A(z, t) dz \quad (3-3)$$

Quando V_s tende para infinito Q_h é igual a $k_h W$, o que corresponde à hipótese de corpo rígido do método de M-O.

Através de um equilíbrio de forças obtem-se o impulso dinâmico

$$P_{AE} = \frac{Q_h \cos(\alpha - \phi) + W \sin(\alpha - \phi)}{\cos(\delta - \alpha + \phi)} \quad (3-4)$$

sendo o coeficiente de impulso dinâmico dado por $K_{AE} = 2P_{AE}/(\gamma H^2)$. Verifica-se que o valor máximo de K_{AE} é apenas função de $H/(TV_s)$. Na Figura 3.2 incluem-se os resultados para vários coeficientes sísmicos horizontais. A variação de K_{AE} para sismos moderados é pequena sendo os valores das pressões dinâmicas dadas pela equação de Mononobe-Okabe aproximadamente correctos.

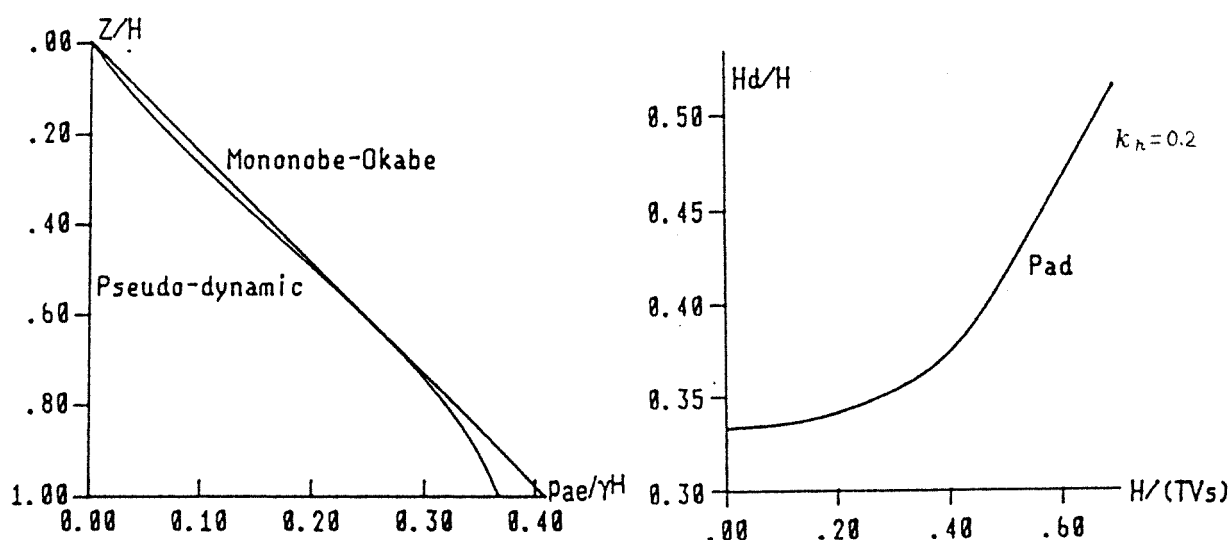


Fig. 3.3 - Comparação de dois tipos de distribuições de pressões dinâmicas activas e posição do ponto de aplicação do impulso incremental dinâmico (Steedman e Zeng, 1989)

Seed e Whitman separaram o impulso dinâmico activo em duas componentes: o impulso estático (P_A), a actuar a $H/3$, e o impulso incremental dinâmico (ΔP_{AE}), a actuar a $0,6H$ da base. Steedman e Zeng contrariam esta hipótese referindo que ΔP_{AE} depende também do peso da cunha de solo, porque esta tem uma superfície de rotura menos inclinada em relação à horizontal (o ângulo α é menor). Consideram então $P_{AE} = P_{AS} + P_{AD}$ onde P_{AS} é a força exercida sobre a parede devida ao peso da cunha de solo e P_{AD} é o impulso exercido sobre a parede devido à inércia horizontal da cunha. Na Figura 3.3

representa-se a comparação das distribuições de pressões do método de M-O e do novo método. Na mesma figura os autores mostram que a posição acima da base (H_d) do ponto de aplicação do incremento P_{AD} depende do solo (V_s) e do período da acção sísmica (T).

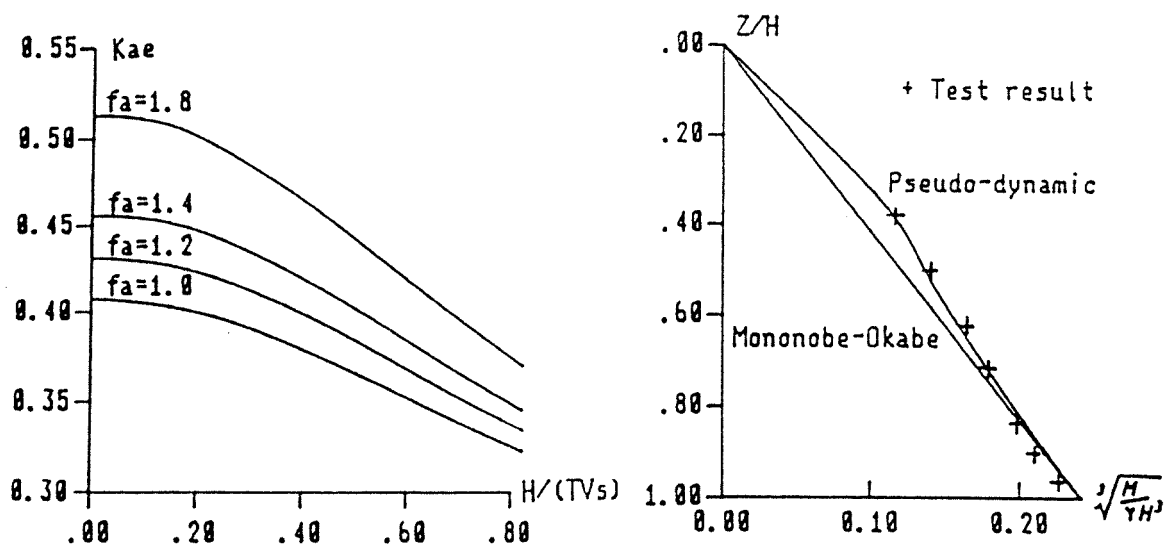


Fig 3.4 - Influência da amplificação em K_{AE} e comparação de resultados analíticos e experimentais (Steedman e Zeng, 1989)

Refinando a sua análise pseudo-dinâmica os mesmos autores investigaram ainda a influência da variação da velocidade das ondas de corte no solo ao longo da altura

$$V_s(z) = \sqrt{G/\rho} = \sqrt{K/\rho} z^{\beta/2}, \quad (3-5)$$

onde K é uma constante e β varia entre 0 e 1, juntamente com a influência da amplificação do movimento no aterro. À medida que G diminui com a proximidade da superfície a amplitude do movimento aumenta e a fase varia. Supondo uma variação linear da amplitude com a profundidade a aceleração será dada por

$$A(z,t) = \left(1 + \frac{H-z}{H}(f_a - 1)\right) k_h g \sin \omega \left(t - \frac{H-z}{V_s}\right) \quad (3-6)$$

$$(k_{h(z=0)} = f_a k_{h(z=H)})$$

O valor máximo de K_{AE} passa a ser função de $H/(TV_s)$ e f_a (factor de amplificação). A Figura 3.4 mostra a variação de K_{AE} com f_a e a

comparação de resultados experimentais com o diagrama de momentos teóricos. O novo método pseudo-dinâmico parece dar resultados satisfatórios.

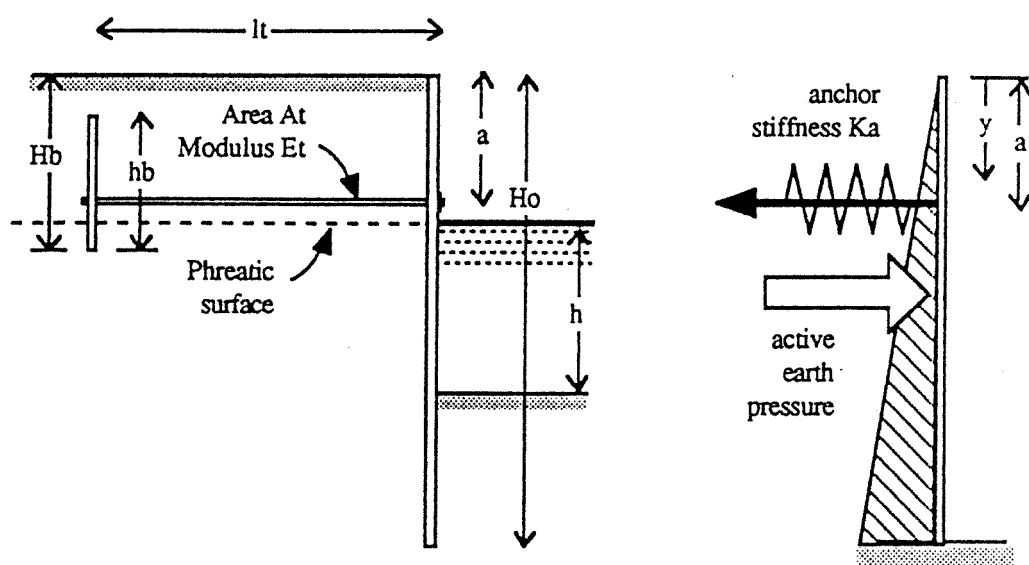


Fig. 3.5 - Cortina ancorada de suporte de terras

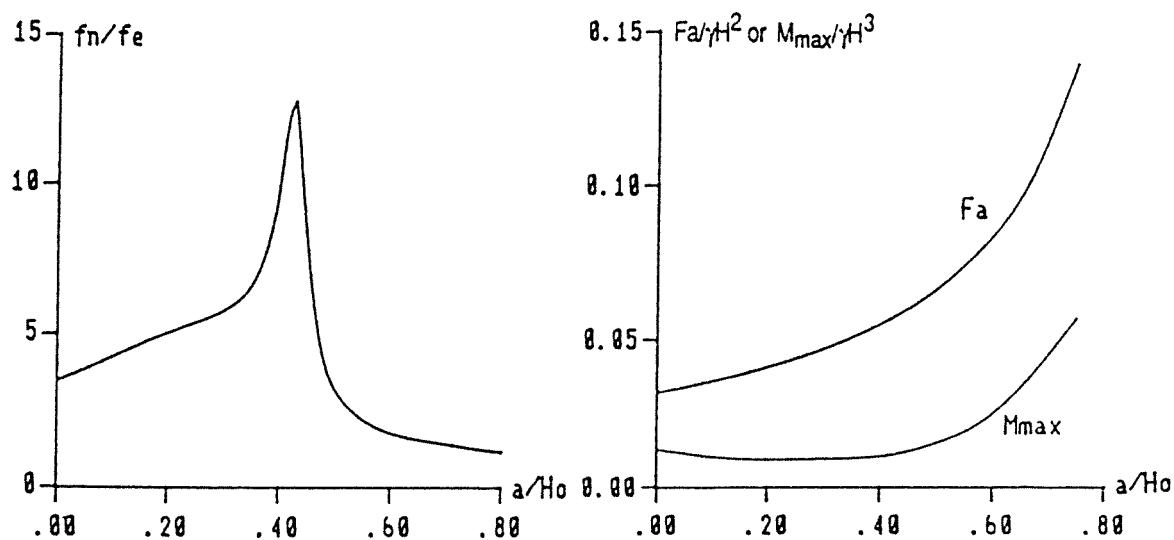


Fig. 3.6 - Variação da frequência natural, da força de tracção no cabo e do momento máximo com a profundidade da ancoragem (Steedman e Zeng, 1989)

A determinação da frequência natural de uma parede ancorada com base rígida foi também abordada por Steedman e Zeng para o caso de uma pressão lateral fornecida pela equação de M-O (Figura 3.5).

Igualando a expressão da máxima energia cinética (3-7) com a expressão da máxima energia potencial (3-8) obtem-se a frequência natural do movimento como função da rigidez à flexão, da massa por unidade de comprimento, da altura, da profundidade da ancoragem e da sua rigidez. Pelo gráfico da Figura 3.6 chega-se à conclusão de que, em termos do comportamento dinâmico da estrutura, a melhor profundidade para a ancoragem será aproximadamente $0,4H_0$, de modo a garantir a máxima reserva de rigidez para evitar situações de ressonância.

$$(KE)_{\max} = \int_0^{H_0} \frac{m}{2} \left(\frac{du}{dt} \right)_{\max}^2 dy \quad (3-7)$$

$$(PE)_{\max} = \int_0^{H_0} \frac{EI}{2} \left(\frac{d^2\delta}{dy^2} \right)_{\max}^2 dy \quad (3-8)$$

$$u = \delta(y) \sin \omega t \quad (3-7)$$

Um estudo de elementos finitos de uma estrutura flexível de suporte de solos sem coesão acima do nível freático foi realizado por Siddharthan e Maragakis (1989). O modelo evidencia-se por incluir o aumento cíclico das pressões laterais do solo e o assentamento deste por adensamento através de coeficientes obtidos a partir de resultados de ensaios dinâmicos de corte simples. É feita uma comparação dos resultados com os correspondentes a ensaios em centrífugador, notando-se a sua concordância nos valores residuais. A semelhança dos valores máximos já não é tão satisfatória. O autor investiga a influência da flexibilidade da parede e da compacidade relativa do aterro no comportamento sísmico do conjunto estrutural.

A estrutura analisada é semelhante à da Figura 3.1 mas com a base fixa. Foram considerados dois valores da rigidez da cortina e dois solos com diferentes compacidades relativas ($Dr=75\%$ e 54% ; $\phi=44^\circ$ e 36° ; $\gamma_s=16$ e 15 kN/m^3 , respectivamente). A excitação sísmica tem um período de $1,0$ segundo e uma amplitude máxima de $0,17g$, actuando durante $10,0$ segundos com uma variação sinusoidal.

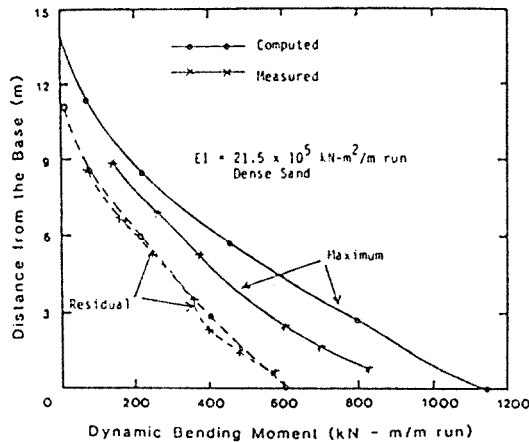


Figure 6. Distribution of maximum and residual bending moments

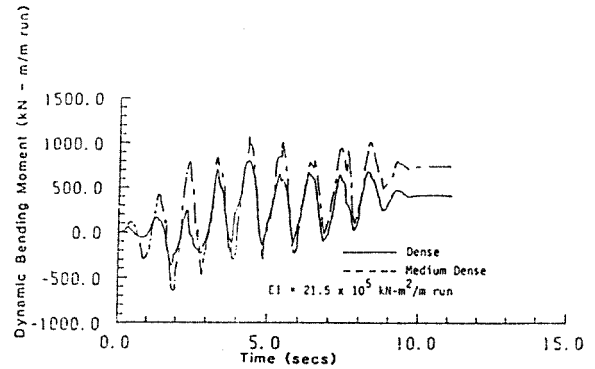


Figure 7. Bending moment history

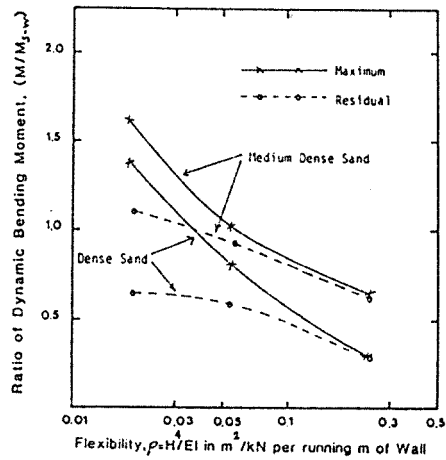


Figure 8. Maximum and residual bending moments at the base

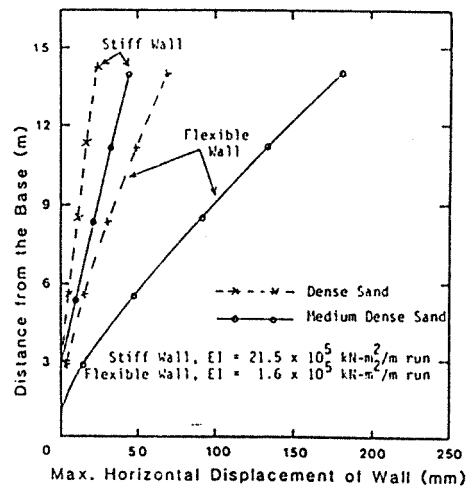


Figure 9. Maximum horizontal displacement of the wall

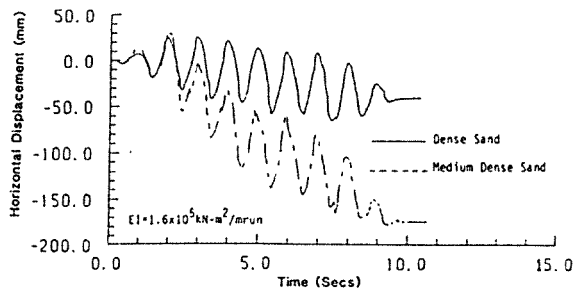


Figure 10. Horizontal displacement at the top of the wall

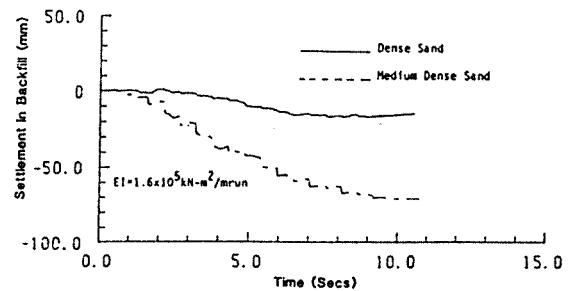


Figure 11. Settlement in the free field

Fig. 3.7 - Comparação de resultados analíticos e experimentais
(Siddharthan e Maragakis, 1989)

3.3 ESTUDOS EXPERIMENTAIS

Os trabalhos experimentais mais recentes sobre acções dinâmicas em estruturas flexíveis de suporte de terras envolvem bastantes ensaios em centrífugadores. Estes aparelhos têm a vantagem de permitir que se use o mesmo material do protótipo no modelo se a escala linear deste for igual ao inverso da aceleração gravitacional imposta, ou seja, se o modelo for construído à escala $1/N$, a aceleração gravitacional a aplicar será N vezes superior à aceleração do protótipo. Deste modo as tensões, propriedades e comportamento mecânico do modelo serão as mesmas que as do protótipo. No caso de não ser possível aplicar o material da estrutura de suporte no modelo (betão armado por exemplo), pode-se usar outro material desde que a sua rigidez à flexão unitária (EI) seja $1/N^3$ vezes a do protótipo. Em relação ao tempo, este tem uma escala no centrífugador N vezes inferior à do tempo real, donde se conclui que as frequências serão N vezes superiores às reais. No Quadro 3.1 apresenta-se uma lista das relações entre os parâmetros do protótipo e do modelo, extraída de Ortiz (1982).

Ortiz (1982) realizou diversos ensaios num centrífugador com um modelo reduzido de uma estrutura tipo T invertido de 5,5 metros de altura, cuja representação por elementos finitos se ilustra na Figura 3.1. O solo suportado não tinha coesão. Os resultados experimentais de um dos seus ensaios estão também ilustrados na mesma figura.

Nas suas conclusões o autor refere que os valores dos impulsos dinâmicos obtidos mostram uma menor dependência em relação à inclinação do aterro, o que contraria a teoria de Mononobe-Okabe neste aspecto. Em relação à distribuição das pressões dinâmicas verificou-se que não era linear, mas o ponto de aplicação do impulso estava a aproximadamente $1/3H$ da base. Foram observados valores residuais consideráveis das pressões laterais no fim da excitação sísmica.

Steedman e Zeng (1988), depois de terem ensaiado num centrífugador um modelo de uma cortina ancorada para várias acelerações horizontais máximas, verificaram que existe uma boa

concordância entre os valores experimentais e os que derivam de uma análise pelo método de M-O, admitindo a distribuição de pressões ilustrada na Figura 3.8 ($H=90\text{mm}$, $H_c=30\text{mm}$, $a=15\text{mm}$, $N=80$).

Para o caso de uma cortina mais rígida, submersa e sem ancoragem a concordância já não é tão satisfatória. Devido ao efeito de amplificação do movimento vibratório os valores dos momentos obtidos experimentalmente são bastante superiores aos que correspondem à teoria de Mononobe-Okabe.

Na Figura 3.9 ilustram-se os registos temporais da aceleração, momento a meia altura, deslocamento no topo, força de tracção na ancoragem e pressão neutra em frente da ancoragem, no caso de solos submersos. Todos os resultados são valores incrementais dinâmicos,

Parâmetro	Protótipo	Modelo sub. a Ng
aceleração	1	N
velocidade	1	1
comprimento	1	1/N
área	1	1/N ²
volume	1	1/N ³
tensão	1	1
deformação	1	1
força	1	1/N ²
momento	1	1/N ³
deslocamento	1	1/N
massa	1	1/N ³
massa específica	1	1
peso específico	1	N
tempo (dinâmico)	1	1/N
tempo (consolidação)	1	1/N ²
frequência	1	N
rigidez EI (unitária)	1	1/N ³

Quadro 3.1 - Relações de escala (Ortiz, 1982)

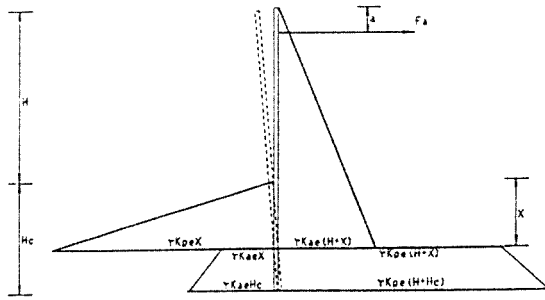


Fig. 1 Limit state earth pressure distribution

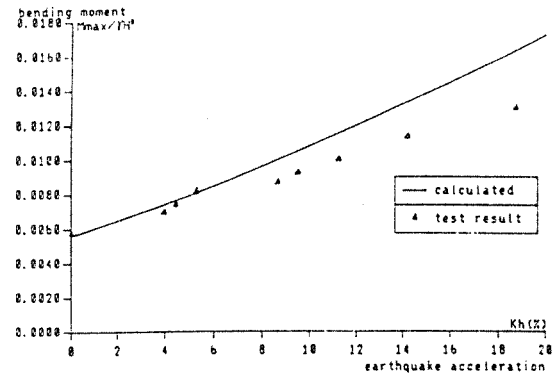


Fig. 3 Effect of acceleration on maximum bending moment (Test ZENG9)

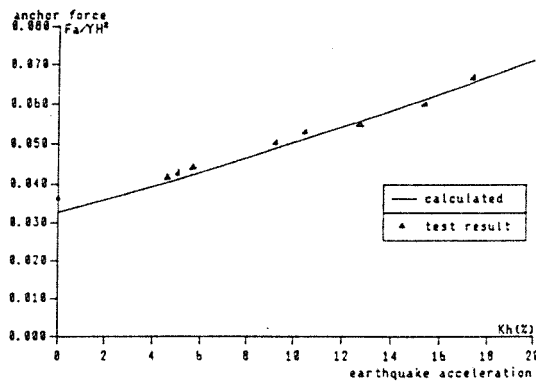


Fig. 2 Effect of lateral acceleration on anchor force (Test ZENG9)

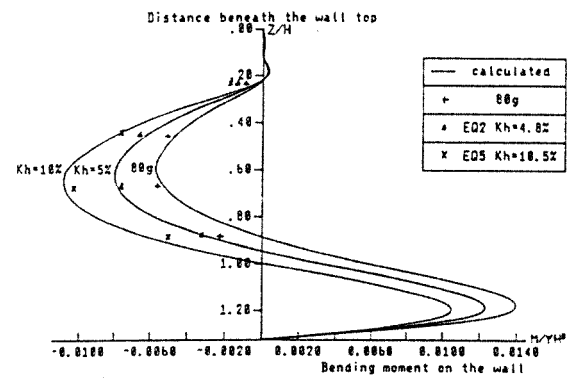


Fig. 4 Bending moment distribution on the cantilever wall (Test ZENG9)

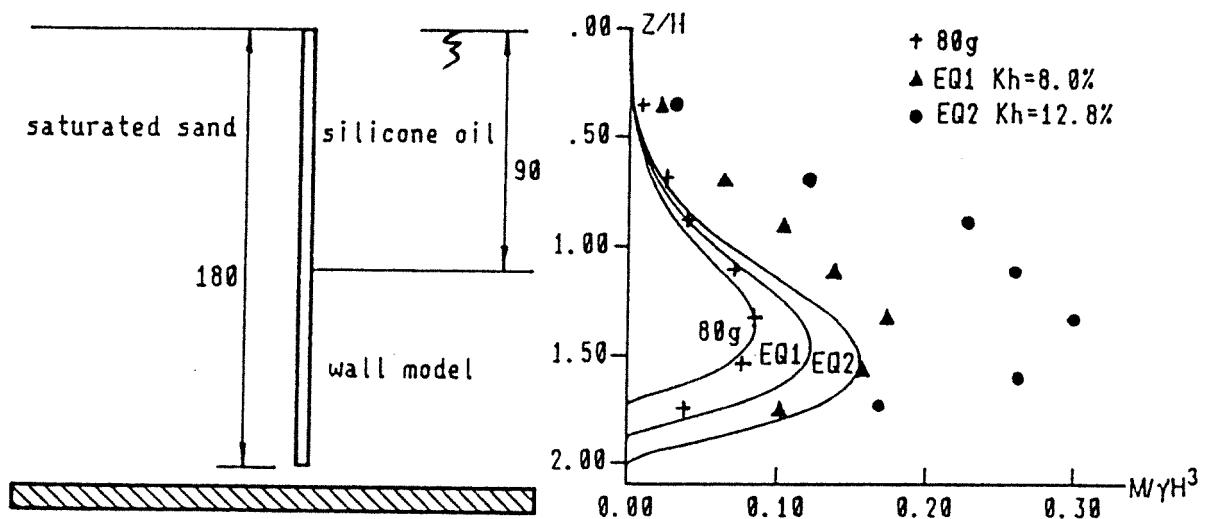


Fig. 3.8 - Comparação de resultados analíticos e experimentais (Steedman e Zeng, 1988)

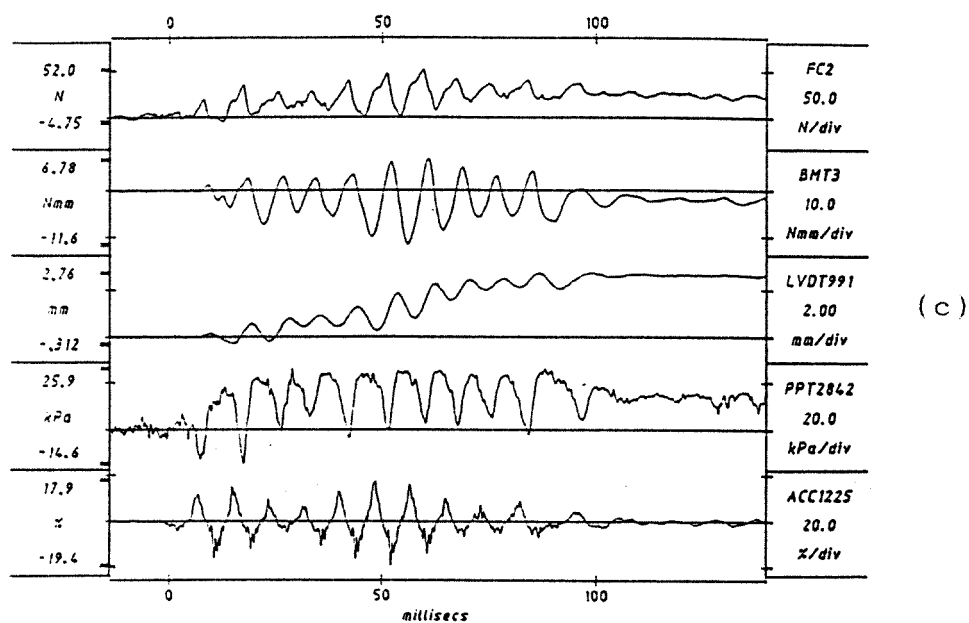
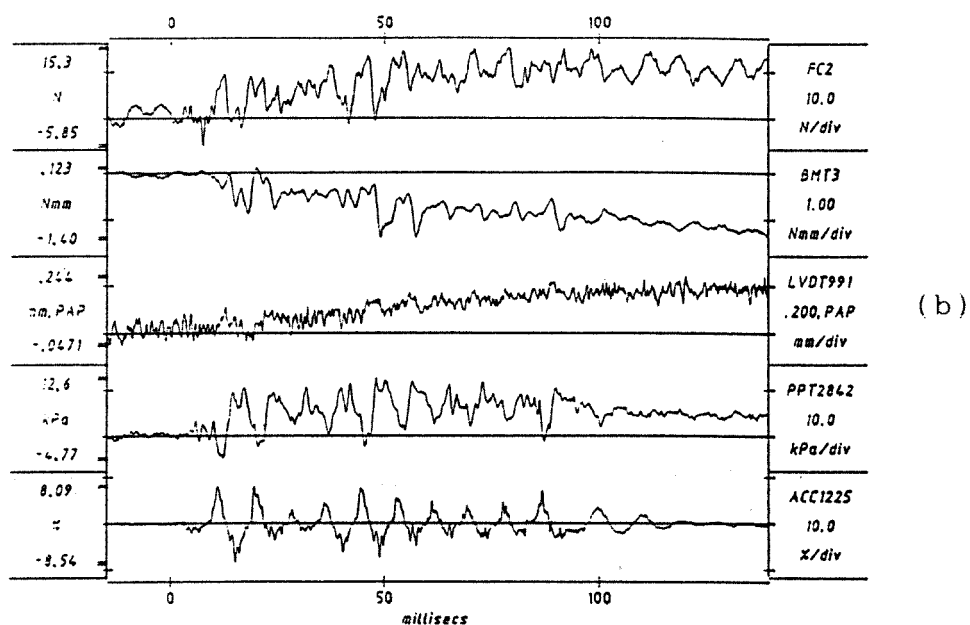
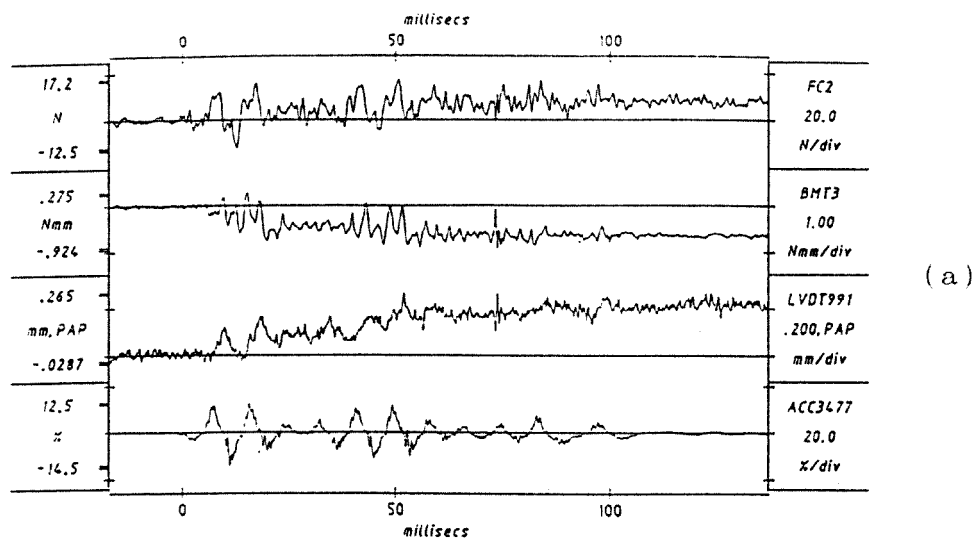


Fig. 3.9 - Registros sísmicos (Steedman e Zeng, 1988)

referindo-se a parte (a) da figura a um solo emerso e as partes (b) e (c) a um solo submerso submetido a diferentes intensidades sísmicas. Os autores verificaram, no caso da cortina suportando um solo emerso, que a frequência natural era aproximadamente 500Hz ($6,25\text{Hz}$) e que esta não variava significativamente durante o sismo. Como a frequência de excitação era de 120Hz ($1,5\text{Hz}$), houve pouca amplificação resultando deslocamentos pequenos no topo do muro. Pelo contrário, nas estruturas suportando solos submersos obtêm-se respostas mais complexas em virtude da geração de excessos de pressões neutras e consequente diminuição da rigidez do solo. No modelo submerso, para uma aceleração horizontal máxima de $0,12g$, registam-se aumentos do momento flector máximo e da força de tracção de 140% e 65% , respectivamente, acima dos valores estáticos, enquanto que no modelo emerso esses aumentos são de 45% e 35% , respectivamente.

Da análise da Figura 3.10 pode-se concluir que para níveis freáticos próximos da superfície os movimentos residuais são mais importantes. Para a situação (a) desenvolvem-se excessos de pressões neutras em frente da placa de ancoragem reduzindo a rigidez do sistema. A frequência natural reduz-se, aproximando-se progressivamente da frequência de excitação sísmica, o que aumenta o risco de ressonância. O aumento das vibrações implica um acréscimo das forças resistentes na base, podendo a resistência passiva ser excedida o que provoca a rotação observada da cortina.

Mantendo o sistema de ancoragem acima do nível freático evita-se uma redução excessiva da frequência natural, impedindo o aparecimento de grandes vibrações. Em (b) da Figura 3.10 observa-se uma rotura correspondente a menores deslocamentos residuais, sendo a rotação global da cortina no sentido contrário à do caso (a).

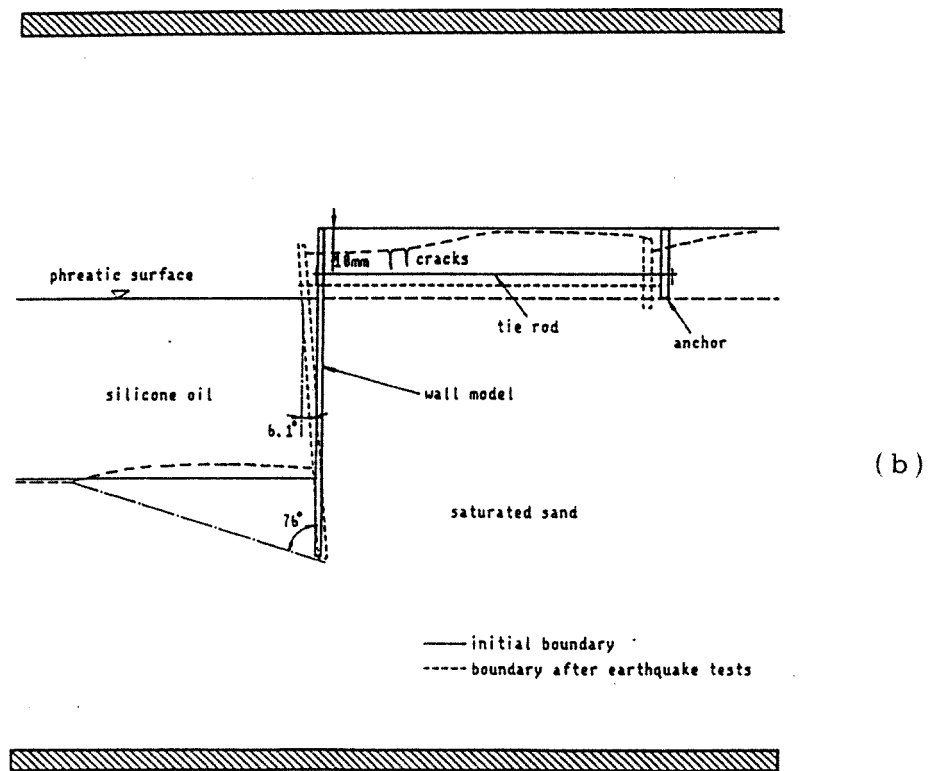
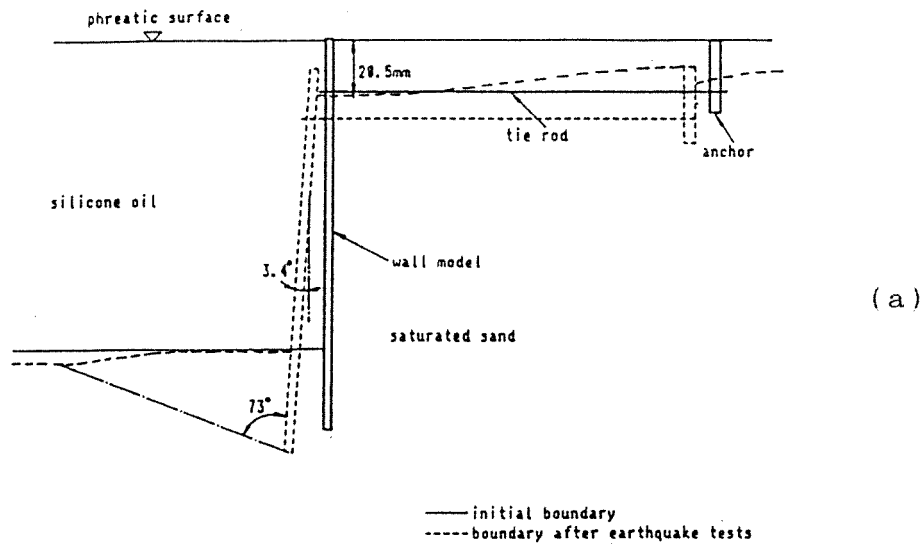


Fig. 3.10 - Influência da posição de nível freático no modo de rotura (Steedman e Zeng, 1988)

3.4 REFERÊNCIAS

- BOLTON, M.D.; STEEDMAN, R.S. - *Modelling the Seismic Resistance of Retaining Structures*, Proceedings of the Eleventh Int. Conf. on Soil Mech. and Foundation Eng., San Francisco, vol. 4, 1985, p. 1845-1848.
- MARCIANO, E.; CHAMEAU, J.L.; HARR, M.E. - *Residual Displacements of Retaining Structures under Earthquake Loading*, Proceedings of the Eleventh Int. Conf. on Soil Mech. and Foundation Eng. San Francisco, vol. 4, 1985, p. 1861-1864.
- ORTIZ, L.A. - *Dynamic Centrifuge Testing of Cantilever Retaining Walls*, California Institute of Technology, University Microfilms International, 1982.
- SEED, H.B.; WHITMAN, R.V. - *Design of Earth Retaining Structures for Dynamic Loads*, Lateral Stresses in the Ground and Design of Earth Retaining Structures, ASCE, 1970, p. 103-147.
- SIDDHARTHAN, R.; MARAGAKIS, E.M. - *Performance of Flexible Retaining Walls Supporting Dry Cohesionless Soils under Cyclic Loads*, Int. Journ. for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, vol. 13, 1989, p. 309-326.
- STEEDMAN, R.S.; ZENG, X. - *Flexible Anchored Walls Subject to Base Shaking*, Report CUED/D - SOILS/TR217, Cambridge University Eng. Dept., 1988.
- STEEDMAN, R.S.; ZENG, X. - *The Influence of Phase on the Calculation of Pseudo-Static Earth Pressure on a Retaining Wall*, Report CUED/D - SOILS/TR222, Cambridge University Eng. Dept., 1989.
- STEEDMAN, R.S.; ZENG, X. - *The Seismic Response of Waterfront Retaining Walls*, Report CUED/D - SOILS/TR228, Cambridge University Eng. Dept., 1989.

CAPÍTULO 4

FORMULAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

4.1 INTRODUÇÃO

O método do trabalho virtual é usado na dedução das equações de equilíbrio dinâmico e a formulação do método dos elementos finitos é feita através dos deslocamentos.

Escolheu-se o elemento parabólico isoparamétrico de 8 pontos nodais para representar a estrutura por ser um elemento bastante comum neste tipo de cálculos analíticos e por oferecer resultados numéricos com boa aproximação. Nas fronteiras entre materiais de características mecânicas diferentes existem elementos de junta de 6 pontos nodais que não levantam qualquer problema de compatibilidade com os elementos vizinhos de 8 nós. Por fim, para simular os cabos de ancoragem temos simples elementos de barra. Refira-se desde já que se teve em conta que estes elementos apenas podiam ter resistência à tracção.

No final deste capítulo faz-se uma referência ao elemento de junta utilizado nos cálculos.

4.2 FUNÇÕES DE FORMA

De acordo com a formulação de elementos isoparamétricos as coordenadas e variáveis num ponto qualquer do elemento podem ser interpoladas a partir dos valores nodais usando as funções de forma. Estas funções são expressas em termos de coordenadas curvilíneas (ξ, η) , o que facilita a consideração de elementos com as mais variadas geometrias. A transformação das coordenadas locais (ξ, η) para as coordenadas globais (x, y) e vice-versa não oferece qualquer dificuldade. Além disso, com este sistema local de coordenadas a integração numérica para a determinação de matrizes de rigidez ou outras relativas a elementos finitos torna-se bastante simples.

Os elementos de 8 pontos nodais têm as seguintes funções de forma:

$$N_i^{(*)} = \frac{1}{4}(1 + \xi\xi_i)(1 + \eta\eta_i)(\xi\xi_i + \eta\eta_i - 1), \quad i = 1, 3, 5, 7 \quad (4-1)$$

$$N_i^{(*)} = \frac{1}{2}\xi_i^2(1 + \xi\xi_i)(1 - \eta^2) + \frac{1}{2}\eta_i^2(1 + \eta\eta_i)(1 - \xi^2), \quad i = 2, 4, 6, 8$$

A correspondência entre as representações local e global do elemento é patente na Figura 4.1.

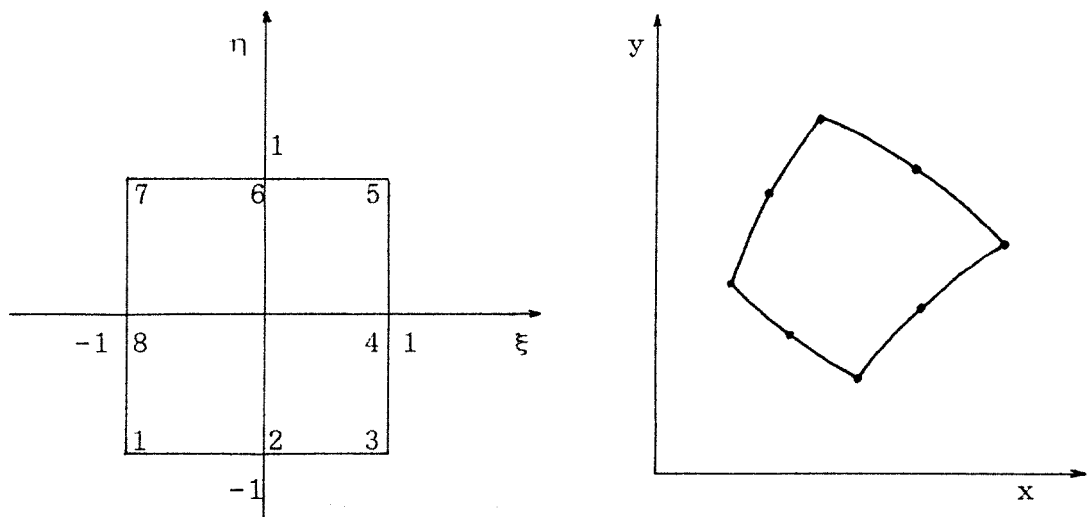


Fig. 4.1 - Transformação de domínio num elemento de 8 pontos nodais

Para determinar as coordenadas $\{x^{(*)}, y^{(*)}\}^T$ de um ponto qualquer do elemento (e) temos

$$\begin{Bmatrix} x^{(*)} \\ y^{(*)} \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^r \begin{bmatrix} N_i^{(*)} & 0 \\ 0 & N_i^{(*)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_i^{(*)} \\ y_i^{(*)} \end{Bmatrix} \quad (4-2)$$

onde r é o número de pontos nodais.

4.3 EXPRESSÃO DO TRABALHO VIRTUAL

Considere-se o equilíbrio de um único elemento correspondente a um corpo em movimento com um determinado volume $V^{(*)}$, com as tensões internas $\underline{\sigma}$ em equilíbrio com as forças distribuídas no volume, sendo estas $\underline{b}$ (forças gravíticas), $\rho \underline{a}$ (forças de inércia) e $c \underline{y}$ (forças de amortecimento), com as forças $\underline{t}$ aplicadas na fronteira do domínio ($S_i^{(*)}$) e com o conjunto de forças nodais $\underline{F}^{(*)}$. A este conjunto de forças em equilíbrio vamos aplicar um campo de

deslocamentos infinitesimais compatíveis com as limitações impostas às deformações em qualquer ponto do domínio. Portanto, aplicamos um campo de deslocamentos virtuais $\delta \underline{u}^*$ e, pelo princípio do trabalho virtual, obtém-se

$$\int_{V^{(s)}} \delta \underline{\epsilon}^{*T} \underline{\sigma} dV - \int_{V^{(s)}} \delta \underline{u}^{*T} (\underline{b} - \rho \underline{a} - c \underline{v}) dV - \int_{S^{(s)}} \delta \underline{u}^{*T} \underline{t} dS - \delta \underline{d}^{*(s)T} \underline{F}^{(s)} = 0 \quad (4-3)$$

em que $\delta \underline{\epsilon}^*$ são as deformações virtuais correspondentes a $\delta \underline{u}^*$ e $\delta \underline{d}^{*(s)}$ são os deslocamentos nodais virtuais. A equação refere-se a um determinado instante t_n sendo $\underline{a}$ o vector das acelerações, $\underline{v}$ o vector das velocidades, ρ a massa específica e c o amortecimento.

Num estado de deformação plana o vector dos deslocamentos será $\underline{u}^T = \{u, v\}$ e o vector das deformações $\underline{\epsilon}^T = \{\epsilon_x, \epsilon_y, \gamma_{xy}, \epsilon_v\}$ em que ϵ_v é a deformação volumétrica. Se além disso se admitir comportamento elástico, as tensões são dadas por $\underline{\sigma} = \underline{D}_s(\underline{\epsilon} - \underline{\epsilon}^o) + \underline{\sigma}^o$ sendo a matriz de elasticidade dada por

$$\underline{D}_s = \begin{bmatrix} 4G/3 & -2G/3 & 0 & 0 \\ -2G/3 & 4G/3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_v \end{bmatrix} \quad (4-4)$$

em que $G = E/(2(1+\nu))$ é o módulo de elasticidade transversal e $K_v = E/(3(1-2\nu))$ é o módulo de elasticidade volumétrica.

O vector das tensões será então $\underline{\sigma}^T = \{\sigma_{xd}, \sigma_{yd}, \tau_{xy}, \sigma_m\}$ em que $\sigma_{xd} (= \sigma_x - \sigma_m)$ e $\sigma_{yd} (= \sigma_y - \sigma_m)$ são as tensões de desvio e $\sigma_m = (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)/3$ é tensão normal média ou tensão normal octaédrica. O estado inicial de tensão corresponde ao vector $\underline{\sigma}^o$ e as deformações iniciais são consideradas em $\underline{\epsilon}^o$.

4.4 RELAÇÕES ENTRE DEFORMAÇÕES E DESLOCAMENTOS

No ponto anterior referiu-se que o vector dos deslocamentos era $\underline{u}^T = \{u, v\}$ e que o vector das deformações era $\underline{\epsilon}^T = \{\epsilon_x, \epsilon_y, \gamma_{xy}, \epsilon_v\}$.

As relações entre as componentes dos dois vectores são as seguintes:

$$\begin{aligned}\epsilon_x &= \frac{\delta u}{\delta x} & \gamma_{xy} &= \frac{\delta u}{\delta y} + \frac{\delta v}{\delta x} \\ \epsilon_y &= \frac{\delta v}{\delta y} & \epsilon_v &= \frac{\delta u}{\delta x} + \frac{\delta v}{\delta y}\end{aligned}\quad (4-5)$$

Ao contrário do que é corrente nos estudos relacionados com solos considera-se, no programa desenvolvido, que as compressões são negativas.

As componentes do vector $\underline{u}$ podem ser determinadas num ponto qualquer do elemento se forem conhecidos os valores da variável em todos os pontos nodais desse elemento

$$\underline{u}^{(e)} = \sum_{i=1}^r \underline{N}_i^{(e)} \underline{d}_i^{(e)} \quad (4-6a)$$

ou

$$\underline{u}^{(e)} = \underline{N}^{(e)} \underline{d}^{(e)} \quad (4-6b)$$

com $\underline{N}^{(e)} = [\underline{N}_1^{(e)} \quad \underline{N}_2^{(e)} \quad \dots \underline{N}_r^{(e)}]$, sendo $\underline{N}_i^{(e)} = I N_i^{(e)}$.

Com as expressões (4-5) e (4-6) obtêm-se as relações entre deformações e deslocamentos num elemento (e):

$$\underline{\epsilon}^{(e)} = \sum_{i=1}^r \underline{B}_i^{(e)} \underline{d}_i^{(e)}, \quad \underline{\epsilon}^{(e)} = \underline{B}^{(e)} \underline{d}^{(e)} \quad (4-7ab)$$

$$\underline{B}_i^{(e)} = \begin{bmatrix} \frac{\delta N_i^{(e)}}{\delta x} & 0 \\ 0 & \frac{\delta N_i^{(e)}}{\delta y} \\ \frac{\delta N_i^{(e)}}{\delta y} & \frac{\delta N_i^{(e)}}{\delta x} \\ \frac{\delta N_i^{(e)}}{\delta x} & \frac{\delta N_i^{(e)}}{\delta y} \end{bmatrix} \quad (4-8a)$$

$$\underline{B}^{(e)} = [\underline{B}_1^{(e)} \quad \underline{B}_2^{(e)} \quad \dots \underline{B}_r^{(e)}] \quad (4-8b)$$

4.5 EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO DINÂMICO

Fazendo a substituição de expressões semelhantes a (4-6) e (4-7), para os deslocamentos $\delta \underline{\dot{d}}^{(*)}$, na expressão do trabalho virtual (4-3) e atendendo a que os vectores das acelerações e velocidades podem ser determinados por interpolação a partir dos valores nodais $\underline{\ddot{d}}^{(*)}$ e $\underline{\dot{d}}^{(*)}$, e que $\underline{\sigma} = \underline{D}_* (\underline{\epsilon} - \underline{\epsilon}^o) + \underline{\sigma}^o$, obtem-se a seguinte equação,

$$\underline{F}_I^{(*)} + \underline{F}_C^{(*)} + \underline{K}^{(*)} \underline{d}^{(*)} = \underline{f}^{(*)} \quad (4-9)$$

onde

$$\underline{F}_I^{(*)} = \int_{V^{(*)}} \underline{N}^{(*)T} \rho \underline{N}^{(*)} dV \cdot \underline{\ddot{d}}^{(*)} = \underline{M}^{(*)} \underline{\ddot{d}}^{(*)} \quad (4-10a)$$

$$\underline{F}_C^{(*)} = \int_{V^{(*)}} \underline{N}^{(*)T} c \underline{N}^{(*)} dV \cdot \underline{\dot{d}}^{(*)} = \underline{C}^{(*)} \underline{\dot{d}}^{(*)} \quad (4-10b)$$

$$\underline{K}^{(*)} = \int_{V^{(*)}} \underline{B}^{(*)T} \underline{D}_* \underline{B}^{(*)} dV \quad (4-10c)$$

$$\underline{f} = \int_{V^{(*)}} \underline{N}^{(*)T} \underline{b} dV + \int_{S_I^{(*)}} \underline{N}^{(*)T} \underline{t} dS \quad (4-10d)$$

$$- \int_{V^{(*)}} \underline{B}^{(*)T} \underline{\sigma}^o dV + \int_{V^{(*)}} \underline{B}^{(*)T} \underline{D}_* \underline{\epsilon}^o dV + \underline{F}^{(*)}$$

No entanto, uma relação do tipo (4-9) só será válida se $V = V^{(*)}$. Para mais que um elemento haverá que fazer uma assemblagem dos vários termos de (4-9) para obter as matrizes e vectores globais a que corresponde um sistema de equações diferenciais:

$$\underline{M} \underline{\ddot{d}} + \underline{C} \underline{\dot{d}} + \underline{K} \underline{d} = \underline{f} \quad (4-11)$$

Em problemas não lineares a equação anterior geralmente nunca será satisfeita em qualquer instante, verificando-se pelo contrário que

$$\underline{M} \underline{\ddot{d}} + \underline{C} \underline{\dot{d}} + \underline{K} \underline{d} - \underline{f} = \underline{\psi} \quad (4-12)$$

em que $\underline{\psi}$ é o vector global das forças residuais. As características dos materiais e as acções podem variar ao longo do tempo, donde as matrizes $\underline{M}$, $\underline{C}$, $\underline{K}$ e $\underline{f}$ não serem constantes.

A relação entre tensões e deformações deixa de ser constante ($\underline{\sigma} = \underline{D}_{*p} \underline{\epsilon}$). Deste modo, em cada incremento de carga será necessário um processo iterativo donde resulte uma solução aproximada de (4-11) dentro de determinada tolerância.

4.6 MATRIZES DE MASSA E DE AMORTECIMENTO

Para todos os elementos finitos foram geradas matrizes de massa consistentes. A contribuição dos elementos de junta para a massa do conjunto é naturalmente nula, tendo-se desprezado também a massa do cabo de ancoragem. Não se considerou nenhuma variação da massa específica do solo ao longo do tempo, razão pela qual a matriz global de massa é constante.

O amortecimento considerado no modelo analítico representativo do solo divide-se em duas partes: o amortecimento devido às características do próprio material e o amortecimento existente nas fronteiras com condição de infinito. Em relação a este último faz-se uma descrição mais pormenorizada no Capítulo 6.

A matriz de amortecimento de cada elemento ($\underline{C}^{(e)}$) será igual a

$$\underline{C}^{(e)} = \underline{C}_M^{(e)} + \underline{C}_B^{(e)} \quad (4-13)$$

onde os coeficientes de $\underline{C}_B^{(e)}$ só serão diferentes de zero se o elemento (e) tiver pontos nodais pertencentes à fronteira amortecida.

Para a determinação da matriz de amortecimento do material considerou-se uma combinação linear das matrizes de massa e de rigidez

$$\underline{C}_M^{(e)} = \alpha \underline{M}^{(e)} + \beta \underline{K}^{(e)} \quad (4-14)$$

Trata-se portanto da matriz de amortecimento de Rayleigh.

Os parâmetros α e β podem determinar-se a partir do conhecimento dos coeficientes de amortecimento ξ_i de dois quaisquer modos de vibração

$$\xi_i = \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{\omega_i} + \beta \omega_i \right) \quad (4-15)$$

Em todos os cálculos efectuados admitiu-se que o amortecimento é apenas proporcional à massa ($\beta = 0$). A frequência fundamental ω_1 foi determinada a partir da equação (Das, 1983)

$$\omega_1^{(e)} = \frac{\pi}{2H^{(e)}} \sqrt{\frac{G^{(e)}}{\rho}} \quad (4-16)$$

onde $H^{(e)}$ é a altura do elemento (e) e $G^{(e)}$ o módulo de elasticidade transversal correspondente a um determinado estado de deformação. O coeficiente de amortecimento depende da deformação tangencial e foi obtido, em cada instante, a partir de uma relação representada na Figura 4.2.

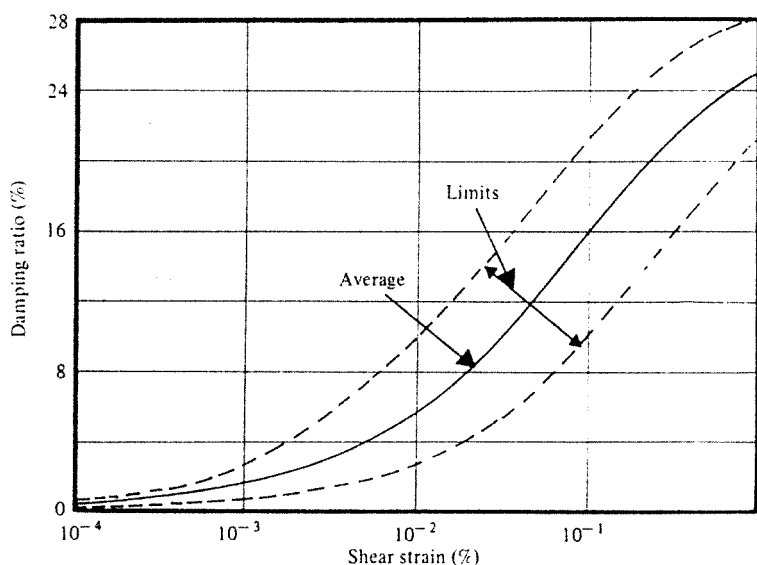


Fig. 4.2 - Coeficiente de amortecimento na areia.
(Seed e Idriss, 1970)

Através deste processo a matriz de amortecimento é actualizada em cada elemento separadamente.

4.7 INTEGRAÇÃO NUMÉRICA DAS EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO DINÂMICO

O método escolhido para determinar a solução aproximada do sistema de equações (4-11), no instante t_n , foi o método de Newmark, que é um método de integração directo implícito. A solução obtem-se em vários instantes sucessivos, espaçados do intervalo de tempo Δt . Para se conhecer a solução no instante t_{n+1} ($\underline{d}_{n+1}$, $\underline{\dot{d}}_{n+1}$, $\underline{\ddot{d}}_{n+1}$)

$$\underline{\alpha}_{n+1}^{[i]} = \underline{0} \quad (4-25)$$

d) determina-se a matriz efectiva de rigidez

$$\underline{K}^* = \underline{M}/(\Delta t^2 \alpha) + \delta \underline{C}_T/(\Delta t \alpha) + \underline{K}_T \quad (4-25)$$

onde $\underline{K}_T$ é a matriz tangencial de rigidez que para ser determinada necessita da relação incremental $\delta \underline{\sigma} = \underline{D}_{,p} \delta \underline{\epsilon}$ (como alternativa pode usar-se uma matriz $\underline{K}^*$ previamente calculada);

e) determinam-se as forças residuais

$$\underline{\psi}^{[i]} = \underline{f}_{n+1} - \underline{M} \underline{\alpha}_{n+1}^{[i]} - \underline{C}_T \underline{v}_{n+1}^{[i]} - \int_V \underline{B}^T \underline{\sigma}_{n+1}^{[i]} dV \quad (4-26)$$

onde $\underline{C}_T$ é a matriz tangencial de amortecimento;

f) resolve-se o sistema de equações

$$\underline{K}^* \Delta \underline{d}^{[i]} = \underline{\psi}^{[i]} \quad (4-27)$$

g) corrigem-se os valores

$$\underline{d}_{n+1}^{[i+1]} = \underline{d}_{n+1}^{[i]} + \Delta \underline{d}^{[i]} \quad (4-28)$$

$$\underline{\alpha}_{n+1}^{[i+1]} = [\underline{d}_{n+1}^{[i+1]} - \tilde{\underline{d}}_{n+1}] / (\Delta t^2 \alpha) \quad (4-29)$$

$$\underline{v}_{n+1}^{[i+1]} = \tilde{\underline{v}}_{n+1} + \Delta t \delta \underline{\alpha}_{n+1}^{[i]} \quad (4-30)$$

h) se as condições de convergência não forem satisfeitas passa-se à iteração seguinte ($i=i+1$) recomeçando a partir de d);

i) atinge-se uma solução aproximada dentro dos limites estabelecidos

$$\underline{d}_{n+1} = \underline{d}_{n+1}^{[i+1]}$$

$$\underline{v}_{n+1} = \underline{v}_{n+1}^{[i+1]}$$

$$\underline{\alpha}_{n+1} = \underline{\alpha}_{n+1}^{[i+1]}$$

j) os valores obtidos em i) são os valores iniciais do processo iterativo correspondente ao intervalo de tempo seguinte.

4.8 ACÇÃO SÍSMICA

A aplicação de acções dinâmicas sobre as estruturas foi feita através de forças sísmicas efectivas. Para o caso de um sistema com um grau de liberdade, representado na Figura 4.3, submetido a um movimento na base $\ddot{u}_g$, a equação de movimento vale

$$m\ddot{u}_t + c\dot{u} + ku = 0 \quad (4-31)$$

sendo u_t o movimento total e u o movimento em relação à base. A força sísmica efectiva produzida pela resposta deste sistema resulta do facto de a força de inércia depender do movimento total enquanto que as forças de amortecimento e de rigidez dependem apenas do movimento relativo. Escrevendo a equação (4-31) em função dos deslocamentos relativos obtém-se

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = f_{ef} \quad (4-32)$$

onde $f_{ef} = -m\ddot{u}_g$ é a força sísmica efectiva.

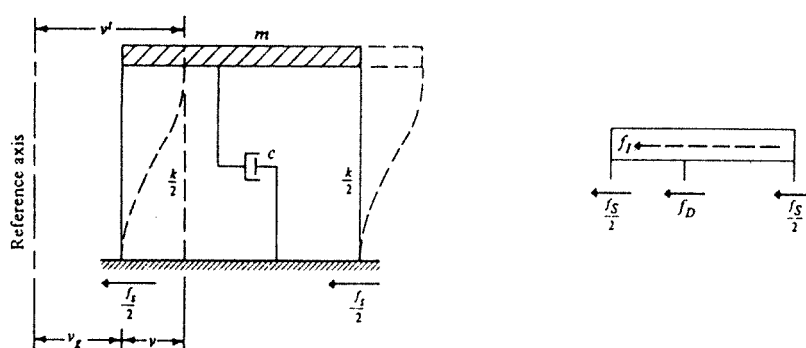


Fig. 4.3 - Sistema de um grau de liberdade submetido a um movimento oscilatório na base

No sistema de elementos finitos considerou-se então a base rígida e foram aplicadas forças horizontais sísmicas ao domínio. Não se considerou excitação sísmica vertical.

Os acelerogramas que foram usados correspondem a variações sinusoidais da aceleração horizontal e são apresentados no Capítulo 8, sendo aproximadamente equivalentes aos acelerogramas aplicados nos ensaios em centrífugador, cujos resultados foram comparados com os obtidos nos cálculos.

A utilização de acelerogramas correspondentes a sismos reais ou gerados artificialmente a partir de espectros de resposta será muito provavelmente a sequência natural dos estudos efectuados.

4.9 SOLUÇÕES NUMÉRICAS DE PROBLEMAS NÃO LINEARES E CRITÉRIOS DE CONVERGÊNCIA

O Método de Newton-Raphson foi usado na determinação da solução do sistema de equações (4-27), tendo sido experimentadas várias variantes de cálculo. Conforme a matriz tangencial de rigidez $\underline{K}_T$ é considerada constante ao longo do processo iterativo de cada incremento de carga ou é recalculada ao fim de um número escolhido de iterações, existem várias opções para o Método de Newton-Raphson. Quanto maior for o número de iterações em que $\underline{K}_T$ é constante menor será o tempo de cálculo de cada iteração mas a convergência é atingida mais lentamente.

Em todos os cálculos optou-se por reformular a matriz tangencial de rigidez em todas as iterações, tendo sido aplicado o seguinte critério de convergência,

$$\frac{\sqrt{\sum_{i=1}^N (\psi_i^r)^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (f_i)^2}} \leq TOLER \quad (4-33)$$

onde N é o número total de graus de liberdade da estrutura, ψ_i^r a força residual na iteração r , f_i a força externa aplicada e $TOLER$ a tolerância admitida (10^{-2} a 10^{-3}).

4.10 ELEMENTOS DE JUNTA

Nas zonas de transição entre materiais de características mecânicas contrastantes é conveniente usar elementos de junta que permitam movimentos tangenciais entre os dois sub-domínios. A abertura de fissuras devido a tensões de tracção não foi prevista nos cálculos efectuados, mas tal restrição não parece ter afectado a boa concordância entre resultados experimentais e analíticos.

Escolheram-se elementos de junta de 6 pontos nodais cuja reformulação, a partir de um original, é devida a Marques (1985). As suas deformações são definidas a partir dos deslocamentos relativos entre os dois lados num determinado ponto (Figura 4.4), em relação a um sistema de eixos local $Ox'y'$,

$$\underline{\Delta} = \begin{Bmatrix} \Delta x' \\ \Delta y' \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_s' - u_i' \\ v_s' - v_i' \end{Bmatrix} \quad (4-34)$$

onde o índice s se refere aos deslocamentos da parte superior e i aos deslocamentos da parte inferior. As coordenadas dos pontos da parte superior coincidem com as dos pontos da parte inferior.

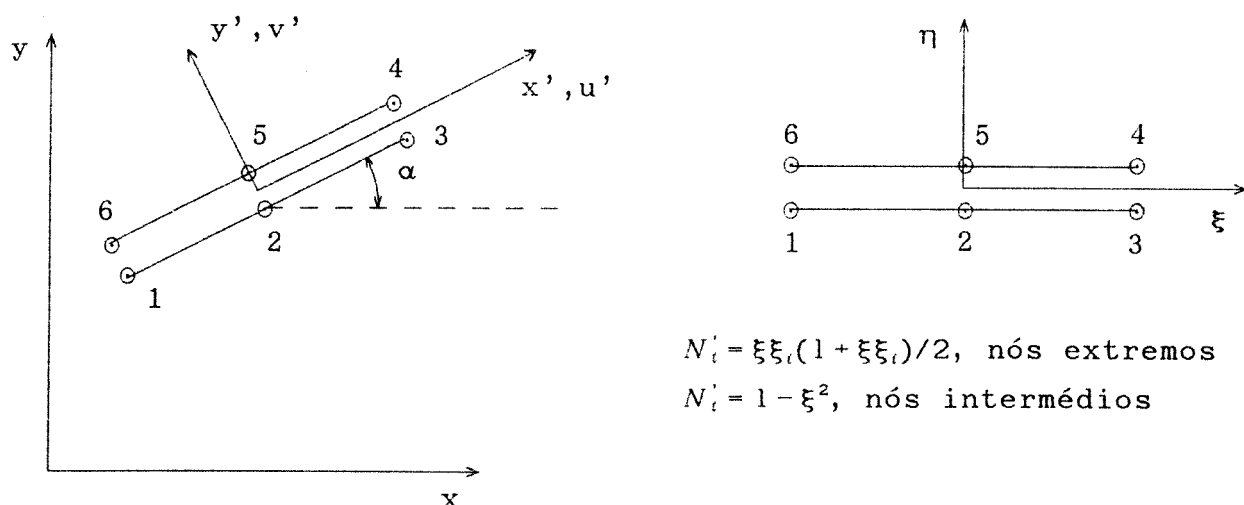


Fig. 4.4 - Transformação do domínio num elemento de junta

Os deslocamentos relativos inferiores e superiores podem ser interpolados a partir dos valores nodais (no sistema de eixos local)

$$\underline{\Delta} = \underline{N}' \underline{d}' \quad (4-35)$$

sendo

$$\underline{N}' = [-\underline{N}_1' \quad -\underline{N}_2' \quad -\underline{N}_3' \quad +\underline{N}_4' \quad +\underline{N}_5' \quad +\underline{N}_6'] \quad (4-36)$$

$$\underline{d}' = [\underline{d}_1' \quad \underline{d}_2' \quad \underline{d}_3' \quad \underline{d}_4' \quad \underline{d}_5' \quad \underline{d}_6'] \quad (4-37)$$

com $\underline{N}_i' = N_i' \underline{I}$.

A transformação dos deslocamentos no sistema de coordenadas global (x, y) para o sistema de coordenadas local (x', y') é realizada pela matriz $\underline{T}$,

$$\underline{d}_i' = \underline{T} \underline{d}_i \quad (4-38)$$

sendo

$$\underline{T} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (4-39)$$

com $\alpha(\xi) = \text{tg}^{-1}[(\delta y / \delta \xi) / (\delta x / \delta \xi)]$.

Para a obtenção de $\underline{\Delta}$ a partir dos valores dos deslocamentos, no sistema de eixos global, vem então

$$\underline{\Delta} = \underline{N} \underline{d} \quad (4-40)$$

onde as componentes de $\underline{N}$ são $\underline{N}_i = N_i' \underline{T}$.

A partir do conhecimento dos deslocamentos relativos $\underline{\Delta}$ podem obter-se as deformações

$$\underline{\epsilon} = \begin{Bmatrix} \gamma_t' \\ \epsilon_n' \end{Bmatrix} = \frac{1}{w} \begin{Bmatrix} \Delta x' \\ \Delta y' \end{Bmatrix} \quad (4-41)$$

sendo w a espessura da junta, γ_t' a distorção e ϵ_n' a extensão.

Substituindo (4-40) em (4-41) obtém-se a relação entre deslocamentos e deformações no elemento de junta

$$\underline{\epsilon} = \underline{N} / w \underline{d} = \underline{B} \underline{d} \quad (4-42)$$

Para um comportamento elástico as tensões serão dadas por

$$\underline{\sigma} = \begin{Bmatrix} \tau_t' \\ \sigma_n' \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} G & 0 \\ 0 & E \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_t' \\ \epsilon_n' \end{Bmatrix} = \underline{D} \underline{\epsilon} \quad (4-43)$$

Através do princípio do trabalho virtual aplicado ao equilíbrio de um elemento de junta pode deduzir-se a expressão da matriz de rigidez do elemento

$$\begin{aligned} \underline{K} &= \int_V \underline{B}^T \underline{D} \underline{B} dV = \\ &= w \int_{-1}^{+1} \underline{B}^T \underline{D} \underline{B} [(\delta y / \delta \xi)^2 + (\delta x / \delta \xi)^2]^{1/2} d\xi \end{aligned} \quad (4-44)$$

4.11 REFERÊNCIAS

- DAS, B.M. - *Fundamentals of Soil Dynamics*, New York, Elsevier Science Publishing Co., Inc., 1983.
- DELGADO, R.M. - *O Método dos Elementos Finitos na Análise Dinâmica de Barragens Incluindo a Interacção Sólido-Líquido*, Porto, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 1984.
- HINTON, E.; OWEN, D.R.J. - *An Introduction to Finite Element Computations*, Swansea, U.K., Pineridge Press Limited, 1979.
- HINTON, E.; OWEN, D.R.J. - *Finite Element Programming*, Norwich, U.K., Academic Press, 1977.
- HINTON, E.; OWEN, D.R.J. - *Finite Elements in Plasticity*, Swansea, U.K., Pineridge Press Limited, 1980.
- MARQUES, J.M.M.C. - *Desenvolvimento de um Sistema de Elementos Finitos para a Solução de Problemas Dinâmicos Não Lineares e a sua Aplicação à Análise Sísmica de Barragens*, Porto, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 1985.
- NAYLOR, D.J.; PANDE, G.N. - *Finite Elements in Geotechnical Engineering*, Swansea, U.K., Pineridge Press Limited, 1981.

SEED, H.B.; IDRIS, I.M. - *Soil Moduli and Damping Factors for Dynamic Response Analysis*, Report N^o EERC 70-10, Earthquake Engineering Research Centre, University of California, Berkeley, 1970.

SMITH, I.M. - *Programming the Finite Element Method with Application to Geomechanics*, U.K., John Wiley & Sons, 1982.

CAPÍTULO 5

SIMULAÇÃO DO COMPORTAMENTO DOS MATERIAIS

5.1 INTRODUÇÃO

No estudo de casos práticos de estruturas descritos no Capítulo 8 consideraram-se dois tipos fundamentais de comportamento mecânico dos materiais: o comportamento elástico linear e o comportamento elasto-plástico. Os materiais da cortina de suporte de terras e da placa de ancoragem têm comportamento elástico linear. A água tem também um comportamento elástico mas com as diferenças referidas em 5.2. Para representar o solo escolheu-se um modelo elasto-plástico. Consideram-se sempre equilíbrios de deformação plana.

5.2 COMPORTAMENTO ELÁSTICO

Como foi atrás referido, admitiu-se que os materiais da estrutura de suporte e da placa de ancoragem tinham comportamento elástico linear. Esta é a hipótese usualmente aceite em estudos semelhantes e em particular nos ensaios com modelos físicos com que se pretendia comparar os resultados das análises por elementos finitos efectuadas no âmbito do presente trabalho.

Alguns dos exemplos estudados incluem parte do solo submerso e água. Nestes dois materiais os módulos de elasticidade volumétrica e transversal não podem depender dos mesmos parâmetros. No caso da água o módulo de elasticidade transversal deverá ser nulo. Assim este fluido é considerado como um sólido elástico com $G=0$.

Torna-se então conveniente considerar a matriz de elasticidade separada em duas partes:

$$\underline{D}_e = G \begin{bmatrix} 4/3 & -2/3 & 0 \\ -2/3 & 4/3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + K_v \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \underline{D}_{ed} + \underline{D}_{ev} \quad (5-1)$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}, \quad K_v = \frac{E}{3(1-2\nu)}$$

A parcela $\underline{D}_{ed}$ corresponde à deformação distorcional e $\underline{D}_{ev}$ corresponde à deformação volumétrica. Na água o módulo de elasticidade volumetrica (K_v) será igual ao real e o módulo de elasticidade transversal será nulo (ou ≈ 0 por causa de problemas numéricos). Para mais comodidade adoptou-se a seguinte matriz de elasticidade (4×4)

$$\underline{D}_e = \begin{bmatrix} 4/3G & -2/3G & 0 & 0 \\ -2/3G & 4/3G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_v \end{bmatrix} \quad (5-2)$$

sendo os vectores das deformações e das tensões dados por

$$\underline{\epsilon} = \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \\ \epsilon_v \end{Bmatrix}, \quad \underline{\sigma} = \begin{Bmatrix} \sigma_{xd} \\ \sigma_{yd} \\ \tau_{xy} \\ \sigma_m \end{Bmatrix} \quad (5-3)$$

Quando um elemento de solo sofre liquefacção no decorrer de uma acção dinâmica passa a comportar-se como um fluido denso, reduzindo-se substancialmente a sua rigidez transversal. A legitimidade desta representação de elementos fluidos foi amplamente analisada por Delgado (1984) através de diversos exemplos de solicitações dinâmicas.

5.3 FORMULAÇÃO MATRICIAL DA LEI ELASTO-PLÁSTICA ENTRE TENSÕES E DEFORMAÇÕES

O principal material que constitui as estruturas analisadas é o solo. Este só pode ser considerado elástico para deformações muito limitadas. Um resumo da análise elasto-plástica do solo em deformação plana é apresentado nos pontos seguintes. O modelo de comportamento elasto-plástico escolhido para o solo baseia-se na

teoria clássica da plasticidade, supondo sempre que as deformações são pequenas. Nos casos em que existem pressões neutras a considerar as tensões referidas a seguir correspondem sempre a tensões efectivas, excepto especificação em contrário.

5.3.1 Função de cedência

O critério de cedência, expresso normalmente através de uma função escalar, determina o início de deformações plásticas. Se essa função de cedência tiver a forma geral $F(\underline{\sigma}, h)$ então no início das deformações plásticas teremos

$$F(\underline{\sigma}, h) = 0 \quad (5-4)$$

onde $\underline{\sigma}$ é o vector das tensões e h um parâmetro de endurecimento, função das deformações plásticas. Se o valor de $F(\underline{\sigma}, h)$ for menor do que zero não haverá início ou aumento das deformações plásticas.

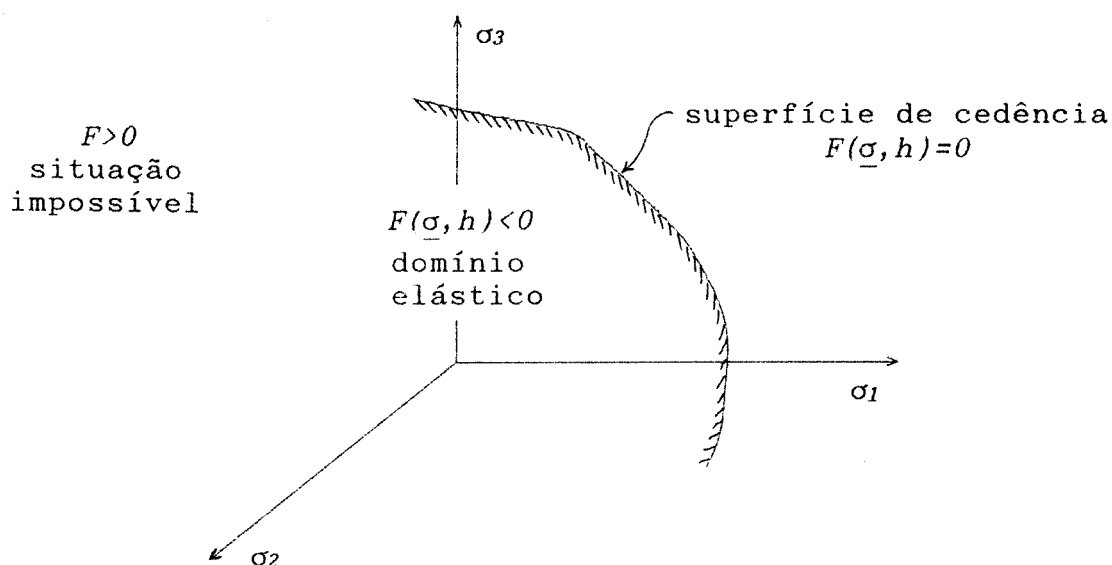


Fig. 5.1 - Representação da superfície de cedência no espaço das tensões

Também podemos dar outro aspecto à função de cedência e considerar

$$f(\underline{\sigma}) = K(h) \quad (5-5)$$

Diversos critérios de cedência podem ser adoptados. O critério de cedência de Mohr-Coulomb é uma generalização da lei de rotura de Coulomb,

$$\tau = c' - \sigma_n' \operatorname{tg} \phi' \quad (5-6)$$

onde são consideradas tensões efectivas e onde as compressões são negativas por convenção.

Em análises numéricas torna-se conveniente definir o critério de cedência em termos de invariantes.

$$F(\sigma_m, J_2', \theta, h) = 0 \quad (5-7)$$

$$\sigma_m \operatorname{sen} \phi + \sqrt{J_2'} \left(\cos \theta - \frac{\operatorname{sen} \theta \operatorname{sen} \phi}{\sqrt{3}} \right) - c \cdot \cos \phi = 0 \quad (5-8)$$

$$J_2' = \tau_{xy}^2 + \sigma_{xd}^2 + \sigma_{yd}^2 + \sigma_{xd} \sigma_{yd} \quad (5-9)$$

$$\operatorname{sen} 3\theta = -\frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3'}{(J_2')^{3/2}} \quad (5-11a)$$

$$J_3' = -(\sigma_{xd} + \sigma_{yd})(\sigma_{xd} \sigma_{yd} - \tau_{xy}^2) \quad (5-11b)$$

O critério de Tresca é utilizado em análises numéricas que envolvam solos argilosos saturados carregados sob condições não drenadas. Neste caso será mais conveniente considerar tensões totais em $\underline{\sigma}$.

Em alternativa, o critério de Von Mises, mais simples do que o de Tresca, também pode ser usado em análises não drenadas de solos argilosos saturados. Do mesmo modo, simplificando o critério de Mohr-Coulomb, temos o de Drucker-Prager. No entanto, chegou-se à conclusão que estas aproximações não ofereciam nenhuma vantagem real em análises numéricas (Naylor, 1981).

5.3.2 Lei de endurecimento

No caso dos solos, poderá resultar do aumento das deformações plásticas um endurecimento negativo, ou seja, um amolecimento, o que irá provocar uma diminuição da tensão de cedência. Também poderá ocorrer o processo contrário, ou seja, um adensamento do material à medida que prossegue a deformação.

O endurecimento positivo ou negativo pode ser de dois tipos. Quando a superfície de cedência adquire sucessivas posições paralelas à superfície inicial, levando o domínio elástico a expandir-se ou retrair-se, temos o endurecimento isotrópico. Nos casos em que o domínio elástico apenas sofre translações ao longo do espaço das tensões teremos o endurecimento cinemático ou anisotrópico.

5.3.3 Lei do escoamento plástico

A relação entre os incrementos de tensões e os incrementos de

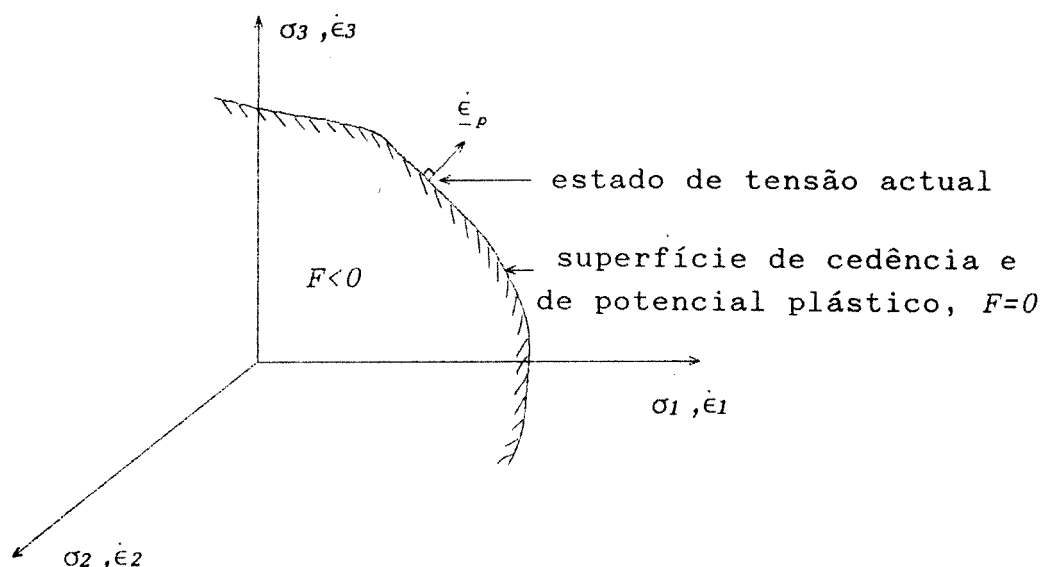


Fig. 5.2 - Lei de escoamento plástico associada

deformações plásticas é dada por uma lei de escoamento plástico, cuja equação tem a seguinte forma,

$$d\epsilon_p = d\lambda \frac{\delta F}{\delta \sigma} \quad (5-12)$$

Expressando graficamente a equação (5-12) e fazendo coincidir os eixos das tensões principais com os dos incrementos de deformações plásticas principais obtemos a Figura 5.2. O vector $\underline{\dot{\epsilon}}_p$ será normal à superfície de cedência (condição de normalidade). Uma lei do tipo (5-12) é uma lei de escoamento plástico associada.

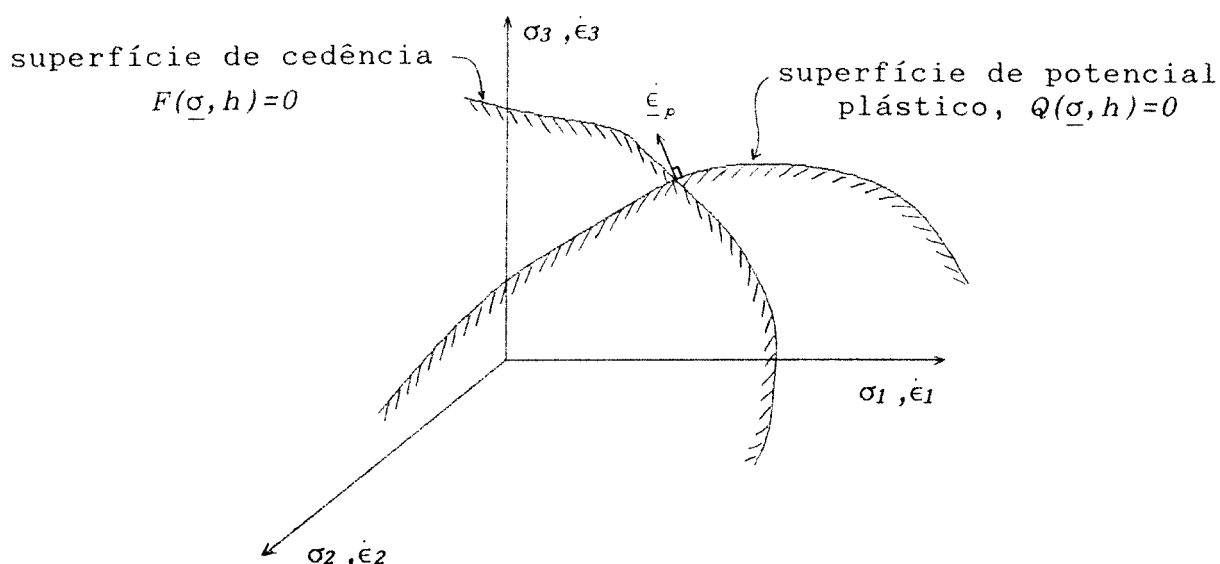


Fig. 5.3 - Lei de escoamento plástico não associada

Se a direcção das deformações plásticas não estiver associada com a lei de cedência teremos uma lei de escoamento plástico não associada, cuja equação correspondente será

$$d\underline{\epsilon}^p = d\lambda \frac{\delta Q}{\delta \underline{\sigma}} \quad (5-13)$$

onde $Q (\neq F)$ é a função de potencial plástico. A normalidade do vector de escoamento plástico será em relação à superfície potencial (Figura 5.3).

5.3.4 Dilatância

Existe uma relação entre a lei de escoamento plástico e a dilatância, a propriedade que caracteriza a variação de volume dos solos submetidos a tensões de corte.

Tomando como lei de cedência o critério de Mohr-Coulomb e derivando F em ordem a $\underline{\sigma}$ obtêm-se os incrementos de deformação plástica, função de $d\lambda$, ϕ e c . Verificou-se no entanto que leis do tipo associado não são adequadas a solos (Naylor e Pande, 1981). Para uma lei associada de Mohr-Coulomb a dilatância plástica é excessiva. Uma solução parcial será adoptar uma lei de escoamento plástico não associada. A função potencial (Q) será do mesmo tipo que a função de cedência (F), mas substituindo o ângulo de atrito interno (ϕ) pelo ângulo de dilatância (ψ). Como o ângulo de dilatância será sempre inferior ao ângulo de atrito teremos incrementos de deformação plástica inferiores ao previstos por uma lei associada.

Em todos os cálculos envolvendo solos emersos optou-se por um ângulo ψ igual a aproximadamente metade do ângulo ϕ . Para solos saturados considerou-se $\psi=0$, ou seja, dilatância nula. Todos os solos analisados eram não coesivos.

5.3.5 Matriz de elasto-plasticidade

A matriz de elasto-plasticidade $\underline{D}_{e,p}$ relaciona incrementos de tensão ($d\underline{\sigma}$) e incrementos de deformação ($d\underline{\epsilon}$). A sua dedução será feita tendo em conta as expressões básicas referidas anteriormente.

Considere-se

$$d\underline{\sigma} = \underline{D}_{e,p} d\underline{\epsilon} \quad (5-14)$$

onde a deformação total se divide na deformação elástica e na deformação plástica

$$\underline{\epsilon} = \underline{\epsilon}^e + \underline{\epsilon}^p \quad (5-15a)$$

$$d\underline{\epsilon} = d\underline{\epsilon}^e + d\underline{\epsilon}^p \quad (5-15b)$$

Os incrementos da deformação elástica podem relacionar-se com os incrementos de tensão através da matriz de elasticidade $\underline{D}_e$.

$$d\underline{\sigma} = \underline{D}_e d\underline{\epsilon}^e \quad (5-16a)$$

$$d\underline{\epsilon}^e = \underline{D}_e^{-1} d\underline{\sigma} \quad (5-16b)$$

A lei do escoamento plástico mostra que os incrementos da deformação plástica são dados por

$$d\underline{\epsilon}^p = d\lambda \frac{\delta Q}{\delta \underline{\sigma}} \quad (5-17)$$

em que Q é uma função escalar chamada função de potencial plástico. Substituindo (5-16b) e (5-17) em (5-15b) vem

$$d\underline{\epsilon} = \underline{D}_*^{-1} d\underline{\sigma} + d\lambda \underline{\alpha}_q \quad (5-18)$$

sendo

$$\underline{\alpha}_q = \frac{\delta Q}{\delta \underline{\sigma}} = \frac{\delta Q}{\delta \sigma_m} \frac{\delta \sigma_m}{\delta \underline{\sigma}} + \frac{\delta Q}{\delta (J_2')^{1/2}} \frac{\delta (J_2')^{1/2}}{\delta \underline{\sigma}} + \frac{\delta F \delta \theta}{\delta \theta \delta \underline{\sigma}} \quad (5-19)$$

A dedução da matriz de elasto-plasticidade será feita para o caso geral de uma lei elasto-plástica não associada onde $F \neq Q$. Se se pretender verificar a condição de normalidade à superfície de cedência então $F=Q$, sendo considerada uma lei associada.

Durante o escoamento plástico a condição de cedência é dada por $F(\underline{\sigma}, h) = 0$ em que $h = h(\underline{\epsilon}^p)$ é o parâmetro de endurecimento. Se o material for elástico perfeitamente plástico não haverá variação de F com h , donde $\delta F / \delta h = 0$.

Diferenciando $F(\underline{\sigma}, h) = 0$ obtem-se

$$dF = \underline{\alpha}_f^T d\underline{\sigma} + \frac{\delta F}{\delta h} \left[\frac{\delta h}{\delta \underline{\epsilon}^p} \right]^T d\underline{\epsilon}^p = 0 \quad (5-20)$$

relação conhecida como equação de consistência em que $\underline{\alpha}_f = \delta F / \delta \underline{\sigma}$.

Substituindo (5-17) em (5-20)

$$\underline{\alpha}_f^T d\underline{\sigma} + \frac{\delta F}{\delta h} \left[\frac{\delta h}{\delta \underline{\epsilon}^p} \right]^T d\lambda \underline{\alpha}_q = 0 \quad (5-21)$$

Definindo o parâmetro H por $\underline{\alpha}_f^T d\underline{\sigma} = H d\lambda$, H virá igual a

$$H = - \frac{\delta F}{\delta h} \left[\frac{\delta h}{\delta \underline{\epsilon}^p} \right]^T \underline{\alpha}_q \quad (5-21')$$

Multiplicando ambos os termos da equação (5-18) por $\underline{\alpha}_f^T \underline{D}_*$

$$\underline{\alpha}_f^T \underline{D}_* d\underline{\epsilon} = \underline{\alpha}_f^T d\underline{\sigma} + \underline{\alpha}_f^T \underline{D}_* d\lambda \underline{\alpha}_q \quad (5-22)$$

porque $\underline{D}_* \underline{D}_*^{-1}$ é igual à matriz identidade e

$$d\lambda = \frac{1}{\beta} \underline{\alpha}_f^T \underline{D}_* d\underline{\epsilon} \quad (5-23)$$

sendo $\beta = H + \underline{\alpha}_f^T \underline{D}_* \underline{\alpha}_q$.

Dando a (5-18) outra forma virá que

$$d\underline{\sigma} = \underline{D}_* d\underline{\epsilon} - d\lambda \underline{D}_* \underline{\alpha}_q \quad (5-24)$$

Por fim, substituindo (5-23) em (5-24) chega-se à relação entre $d\underline{\sigma}$ e $d\underline{\epsilon}$. A matriz $\underline{D}_{,p}$ será então

$$\underline{D}_{,p} = \underline{D}_{,e} - \frac{1}{\beta} \underline{b}_{-q} \underline{b}_{-f}^T \quad (5-25)$$

onde $\underline{b}_{-f} = \underline{D}_{,e} \underline{a}_{-f}$ e $\underline{b}_{-q} = \underline{D}_{,e} \underline{a}_{-q}$.

Nos casos em que existe plasticidade perfeita, onde não tem lugar endurecimento (positivo ou negativo), a função de cedência é independente do parâmetro de endurecimento, sendo $\delta F / \delta h = 0$. Pela equação (5-21') virá então que $H=0$ e $\beta = \underline{a}_{-f}^T \underline{b}_{-q}$.

A matriz de elasto-plasticidade é em geral não simétrica por causa do termo $\underline{b}_{-q} \underline{b}_{-f}^T$. Só nos casos em que a lei do escoamento plástico é associada ($Q=F$) é que a simetria é assegurada.

5.4 GERAÇÃO DE PRESSÕES NEUTRAS

O comportamento de solos saturados durante acções sísmicas é, na maior parte dos casos, não drenado. Só haverá dissipação do excesso de pressões neutras, no curto espaço de tempo em que actuam as acções dinâmicas, se a permeabilidade do solo for elevada.

Pelas razões citadas, considerou-se que o comportamento dos solos saturados era não drenado. Não se podendo separar o solo da água no modelo de elementos finitos, as tensões calculadas para o solo saturado são tensões totais, sendo

$$\underline{\sigma} = \underline{\sigma}' + \underline{m}u \quad (5-26a)$$

ou na forma incremental

$$\Delta \underline{\sigma} = \Delta \underline{\sigma}' + \underline{m} \Delta u \quad (5-26b)$$

em que $\underline{m}^T = \{0, 0, 0, 1\}$.

Ocupando o mesmo espaço físico, o solo e a água terão as mesmas deformações. A relação entre os incrementos de tensões totais e de deformações será

$$\Delta \underline{\sigma} = \underline{D} \Delta \underline{\epsilon} \quad (5-27)$$

e para os incrementos de tensões efectivas

$$\Delta \underline{\sigma}' = \underline{D}' \Delta \underline{\epsilon} \quad (5-28)$$

Se a água que preenche os vazios do solo sofrer um aumento de pressão Δu a deformação volumétrica será $\Delta \epsilon_v'$ sendo

$$\Delta u = K_f \Delta \epsilon_v^f \quad (5-29)$$

onde K_f é o módulo de elasticidade volumétrica da água dos poros. Este módulo está relacionado com os da água livre (K_w) e das partículas de solo (K_s) através da porosidade n

$$\frac{1}{K_f} = \frac{n}{K_w} + \frac{1-n}{K_s} \quad (5-30)$$

Com condições não drenadas as deformações volumétricas na água dos poros e no solo são as mesmas e $\Delta \epsilon_v^f = \Delta \epsilon_v = \underline{m}^T \Delta \underline{\epsilon}$. A equação (5-29) pode então ser escrita

$$\Delta u = K_f \underline{m}^T \Delta \underline{\epsilon} \quad (5-31)$$

Substituindo (5-27), (5-28) e (5-31) em (5-26) obtém-se

$$\underline{D} = \underline{D}' + \underline{m} \underline{m}^T K_f \quad (5-32)$$

Para situações elásticas isotrópicas as matrizes $\underline{D}$ e $\underline{D}'$ envolvem apenas dois parâmetros (G e K). Igualando os coeficientes correspondentes na igualdade (5-32) chega-se à conclusão de que

$$G = G', \quad K = K' + K_f \quad (5-33)$$

Conhecendo as características mecânicas do esqueleto sólido e da água dos poros podem conhecer-se as do solo saturado.

Os excessos de tensões neutras gerados são dados a partir dos incrementos de tensões totais através da equação

$$\Delta u = B_h \Delta \sigma_m + A_h \Delta \sigma_q \quad (5-34)$$

onde σ_m é a tensão média, B_h e A_h são parâmetros de tensões neutras e

$$\sigma_q = \sqrt{3} \sqrt{\tau_{xy}^2 + \sigma_{xd}^2 + \sigma_{yd}^2 + \sigma_{xd} \sigma_{yd}} \quad (5-35)$$

A partir do momento em que as tensões efectivas se anulam o solo sofrerá liquefacção e passará a comportar-se como um líquido denso.

Sob acções puramente distorcionais as areias pouco compactas têm uma dilatância negativa, isto é, diminuem de volume. Pelo contrário nas areias compactas passa-se o contrário, havendo um aumento de volume (dilatância positiva) resultante das acções de corte. As tensões neutras diminuem, o que conduz a um aumento da resistência dos solos arenosos compactos. No entanto, as acções sísmicas que actuam sobre os solos não são puramente distorcionais, incluindo uma componente isotrópica apreciável que comprime o solo.

Deste modo, mesmo os solos compactos podem sofrer aumentos consideráveis das tensões neutras que conduzam à sua liquefacção. Estes excessos de tensão neutra têm um carácter transitório, diminuindo quando a acção que os provocou cessa, ao contrário dos solos soltos onde os efeitos da liquefacção são permanentes (Folque, 1987).

Alguns dos solos arenosos, utilizados nos ensaios em centrífugador referidos nos Capítulos 3 e 8, são areias compactas. Quando submersos e solicitados dinamicamente, os autores que realizaram esses ensaios verificaram o aumento considerável de tensões neutras no solo em frente da ancoragem. A esse nível a componente isotrópica da acção sísmica sobrepõem-se à componente distorcional. Atendendo aos aumentos consideráveis dos momentos flectores observados na cortina conclui-se que existem também aumentos das tensões neutras na zona de solo envolvente. Nos cálculos efectuados com areias compactas, os momentos incrementais dinâmicos registados foram assinaláveis, o que parece confirmar a importância da componente isotrópica da acção sísmica.

Um estudo sobre os principais factores que condicionam a fluidificação das areias é apresentado por Mineiro (1985). Nesse trabalho, no Capítulo 3, descreve-se em pormenor a influência da compacidade relativa, do campo inicial de tensões e da intensidade sísmica na liquefacção potencial de um solo arenoso, referindo-se as conclusões a que chegaram diversos autores.

5.5 REFERÊNCIAS

DAS, B.M. - *Fundamentals of Soil Dynamics*, New York, Elsevier Science Publishing Co., Inc., 1983.

DELGADO, R.M. - *O Método dos Elementos Finitos na Análise Dinâmica de Barragens Incluindo a Interacção Sólido-Líquido*, Porto, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 1984.

FOLQUE, J. - *Comportamento de Maciços Terrosos Sob a Acção de Solicitações Sísmicas*, Geotecnia (51), Lisboa, 1987, p. 1-31.

HINTON, E.; OWEN, D.R.J. - *Finite Elements in Plasticity*, Swansea, U.K., Pineridge Press Limited, 1980.

MARQUES, J.M.M.C. - *Desenvolvimento de um Sistema de Elementos Finitos para a Solução de Problemas Dinâmicos Não Lineares e a sua Aplicação à Análise Sísmica de Barragens*, Porto, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 1985.

MINEIRO, A.J. - *Dinâmica de solos frágeis. Aplicações à Microzonagem Sísmica e ao Dimensionamento de Barragens de Terra*, Dissertação apresentada ao IST para a obtenção do grau de Doutor em Ciências de Engenharia (Estruturas), Lisboa, 1975.

NAYLOR, D.J.; PANDE, G.N. - *Finite Elements in Geotechnical Engineering*, Swansea, U.K., Pineridge Press Limited, 1981.

PECKER, A. - *Dynamique des Sols*, Paris, Presses de l'École Nationale des Ponts et Chaussées, 1984.

SMITH, I.M. - *Programming the Finite Element Method with Application to Geomechanics*, U.K., John Wiley & Sons, 1982.

CAPÍTULO 6

AMORTECIMENTO NAS FRONTEIRAS

6.1 INTRODUÇÃO

Nos problemas dinâmicos de estruturas de suporte de terras normalmente existe propagação de ondas de deformação em meios contínuos infinitos, como por exemplo o solo e a água. Ao pretender-se simular esta situação real, se não se quizer incluir a reflexão de ondas em superfícies rígidas já existentes, há necessidade de prever no modelo analítico algo que absorva a energia dessas ondas incidentes.

O processo escolhido é descrito por White e Valliappan (1977) e consiste basicamente em aplicar na fronteira amortecida tensões que, juntamente com as devidas às ondas incidentes, produzam uma energia nula reflectida de volta ao domínio.

A independência em relação às frequências, a simplicidade na inclusão em modelos numéricos e a sua eficiência levaram à preferência deste processo em detrimento de outros como os elementos infinitos ou o uso de amortecedores visco-plásticos. A sua extensão ao caso de materiais anisotrópicos é simples de efectuar.

6.2 DEFORMAÇÃO PLANA NUM MEIO ISOTRÓPICO

As duas ondas planas que se propagam num material isotrópico são as ondas de corte (S) e as de volume (V), sendo as suas velocidades de propagação

$$V_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}}, \quad V_p = \frac{V_s}{S} \quad (6-1)$$

com

$$S^2 = \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \quad (6-2)$$

sendo G o módulo de deformabilidade transversal, ρ a massa específica

e ν o coeficiente de Poisson.

A energia que chega à fronteira será absorvida por forças que equilibram as tensões provocadas pelas ondas incidentes. Estas tensões são obtidas por

$$\underline{\sigma} = \begin{Bmatrix} \tau_t \\ \sigma_n \end{Bmatrix} = \frac{8G}{15\pi V_s} \begin{bmatrix} 5+2-2S & 0 \\ 0 & 3+2S \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_t \\ \dot{u}_n \end{Bmatrix} = \underline{B}^* \underline{\dot{u}} \quad (6-3)$$

onde τ_t e σ_n são as componentes tangencial e normal da tensão e $\dot{u}$ é a velocidade das ondas incidentes.

As forças necessárias ao equilíbrio pretendido na fronteira serão, no ponto nodal i

$$\underline{F}_{ci} = - \int_{S_c} \underline{N}_i^T \underline{\sigma} dS \quad (6-4)$$

onde $\underline{N}_i = N_i \underline{I}$ e S_c representa a porção amortecida da fronteira. O ponto i não pode ter nenhum apoio uma vez que os deslocamentos são permitidos, consequentemente a fronteira amortecida é interior à fronteira real.

A expressão das forças definidas por (6-4) na análise por elementos finitos de situações dinâmicas é feita através de uma matriz consistente de amortecimento dada por

$$\underline{C}_B = \int_{S_c} \underline{N}^T \underline{B}^* \underline{N} dS \quad (6-5)$$

onde $\underline{B}^*$ é a matriz que relaciona tensões e velocidades.

A transformação de coordenadas é do mesmo tipo que no elemento de junta, devendo $\underline{B}^*$ sofrer também uma rotação $(\underline{T}^T \underline{B}^* \underline{T})$.

6.3 EXEMPLO DE APLICAÇÃO

Marques (1985) realizou diversos testes para comprovar a eficiência deste tipo de amortecimento. Apresentam-se a seguir os deslocamentos provocados num estrato de solo com fundação rígida, por uma força vertical (P) aplicada durante 0,2 segundos na superfície ($P=1000$; $E=1000$; $\nu=0,3$; $\rho=1,0$). Não se considerou nenhum amortecimento material.

Na Figura 6.1 podem apreciar-se os deslocamentos do solo, no caso em que existem apoios simples nas faces laterais. A reflexão das ondas elásticas é evidente, de tal modo que passados 2,2 segundos os deslocamentos continuam apreciáveis. Substituindo os apoios simples por fronteiras amortecidas verifica-se uma imediata absorção da energia das ondas elásticas incidentes. No mesmo instante referido anteriormente os deslocamentos são já muito reduzidos, quase nulos.

Nos cálculos descritos no Capítulo 8 os limites laterais do domínio continuam com apoios simples, estando as fronteiras amortecidas numa posição interior ao domínio.

6.4 REFERÊNCIAS

MARQUES, J.M.M.C. - *Desenvolvimento de um Sistema de Elementos Finitos para a Solução de Problemas Dinâmicos Não Lineares e a sua Aplicação à Análise Sísmica de Barragens*, Porto, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 1985.

WHITE, W.; VALLIAPPAN, S. - *Unified Boundary for Finite Dynamic Models*, Journ. of the Eng. Mechanics Division, vol. 103, 1977, p.949-964.

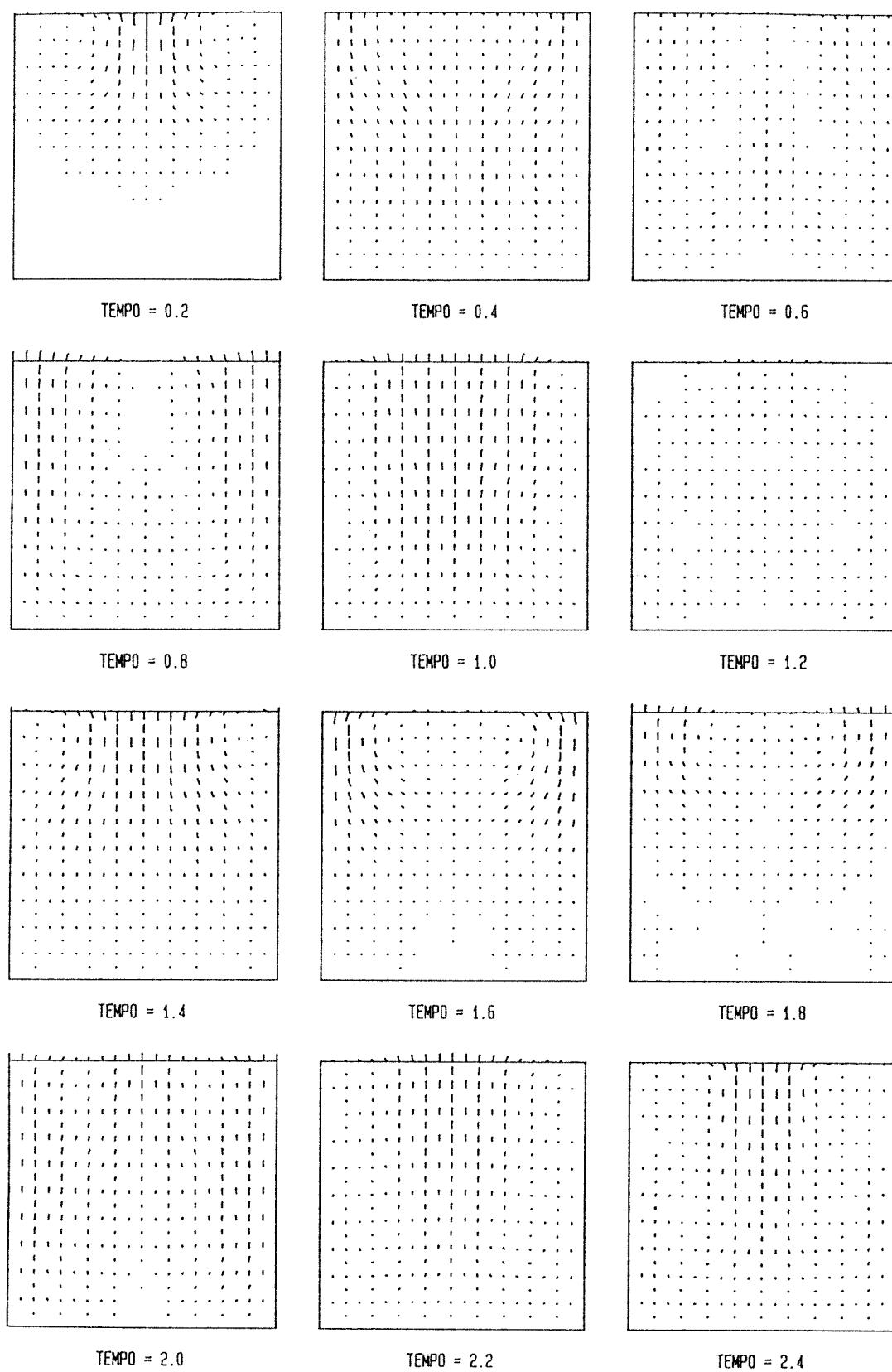


Fig. 6.1 - Deslocamentos dos pontos nodais
sem amortecimento nas fronteiras

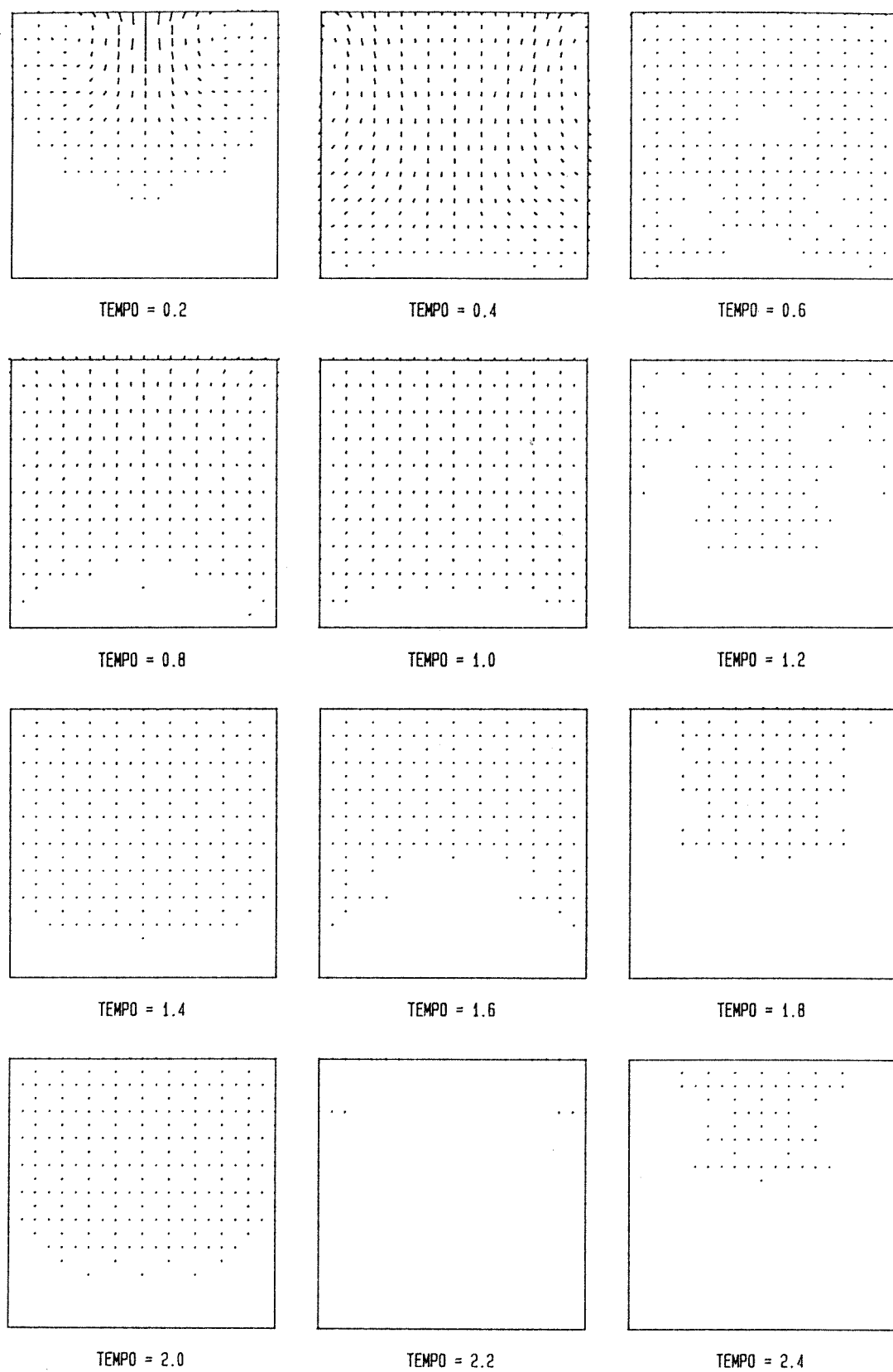


Fig. 6.2 - Deslocamentos dos pontos nodais
com amortecimento nas fronteiras

CAPÍTULO 7

PREPARAÇÃO AUTOMÁTICA DE DADOS

7.1 GERAÇÃO DE REDES DE ELEMENTOS FINITOS

A introdução manual das coordenadas dos pontos nodais e da topologia dos elementos finitos envolve um grande esforço e é causa de muitos erros, principalmente quando se trata de redes de elementos finitos bastante extensas. Neste trabalho todos os dados foram gerados automaticamente por um programa, que teve como base um original (Hinton, 1979) no qual foram introduzidas algumas modificações de forma a incrementar as suas capacidades e a comodidade destas resultante.

A estrutura é inicialmente dividida no menor número de blocos estruturais. Se houver zonas com diferentes materiais, estas devem ser representadas por blocos diferentes, embora tal procedimento não seja obrigatório no programa utilizado. Depois procede-se à divisão de cada um destes blocos em elementos finitos, garantindo ao longo das fronteiras entre blocos os mesmos pontos nodais. Todo este processo pode ser generalizado para estruturas tridimensionais.

7.1.1 Definição dos blocos estruturais

Cada bloco corresponde a um elemento de 8 pontos nodais. Um sistema de coordenadas locais (ξ, η) permite considerar elementos com variadas geometrias e determinar as coordenadas, $x(\xi, \eta)$ e $y(\xi, \eta)$, de qualquer ponto (ξ, η) do elemento ou bloco através das expressões

$$x(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^8 N_i^{(*)}(\xi, \eta) \cdot x_i \quad (7-1a)$$

$$y(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^8 N_i^{(*)}(\xi, \eta) \cdot y_i \quad (7-1b)$$

onde (x_i, y_i) são as coordenadas do ponto nodal i e $N_i^{(*)}$ são as funções de forma. O sentido positivo de eixo ξ é definido pela ordem de numeração dos três primeiros pontos nodais de cada bloco. Convém manter sempre a mesma ordem de numeração dos pontos nodais em todos os blocos para poder prever a numeração de todos os pontos na configuração final.

7.1.2 Processo de subdivisão

Para cada bloco é indicado o número de subdivisões nas direcções ξ e η ($NDIVX$ e $NDIVY$). A maior ou menor densidade de elementos finitos é definida pelas posições dos pontos nodais intermédios. Com estas informações determina-se o número total de elementos e pontos nodais que irá ter o bloco, podendo iniciar-se a subdivisão.

As coordenadas ξ e η são inicializadas com o valor -1, sendo incrementadas de acordo com as expressões

$$\xi_i = \xi_{i-1} + \frac{2}{NDIVX \cdot F} \quad (7-2a)$$

$$\eta_i = \eta_{i-1} + \frac{2}{NDIVY \cdot F} \quad (7-2b)$$

onde $F = 1$ para elementos lineares e $F = 2$ para elementos quadráticos.

7.1.3 Compatibilidade dos vários blocos

Após a subdivisão de cada bloco torna-se necessário eliminar os pontos nodais que tenham as mesmas coordenadas que outros já existentes. Sempre que tal acontece é feita nova numeração global dos pontos. Os lados comuns a cada bloco devem portanto ter o mesmo esquema de divisão. Se entre blocos diferentes existir uma fronteira real, representada por elementos de junta, tal eliminação não é efectuada.

7.1.4 Geração de dados complementares

Depois de completar a divisão dos blocos, procede-se à geração de outros conjuntos de dados, tais como elementos de junta nas zonas indicadas, condições de apoio, valores iniciais de deslocamentos, velocidades e acelerações, forças aplicadas e tensões iniciais.

Para obter uma largura pequena na banda da matriz global do sistema de equações procede-se depois a uma renumeração adequada de todos os elementos finitos.

7.2 EXEMPLOS

As Figuras 7.1, 7.2, 7.3 e 7.4 representam dois exemplos de geração automática de dados. Os dois conjuntos de elementos finitos representados, que incluem elementos de junta e de barra, foram usados em cálculos descritos em capítulos posteriores e correspondem às redes mais simples e mais complexa que foram calculadas.

HINTON, E.; OWEN, D.R.J. - *An Introduction to Finite Element Computations*, Swansea, U.K., Pineridge Press Limited, 1979.

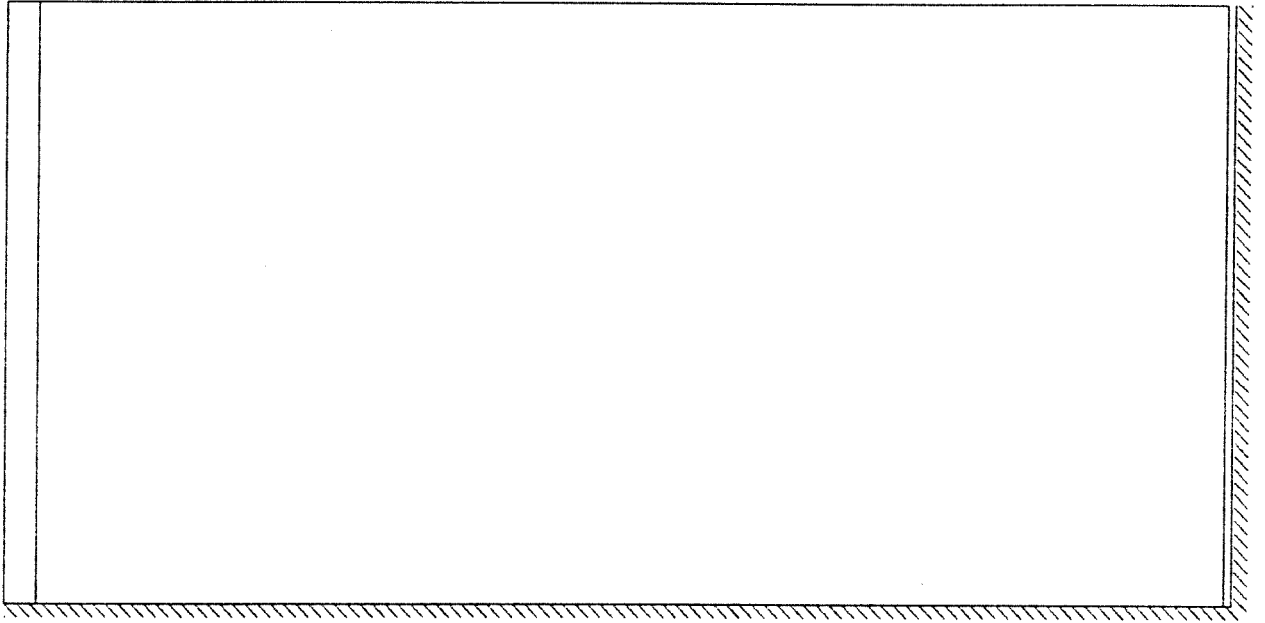


Fig. 7.1

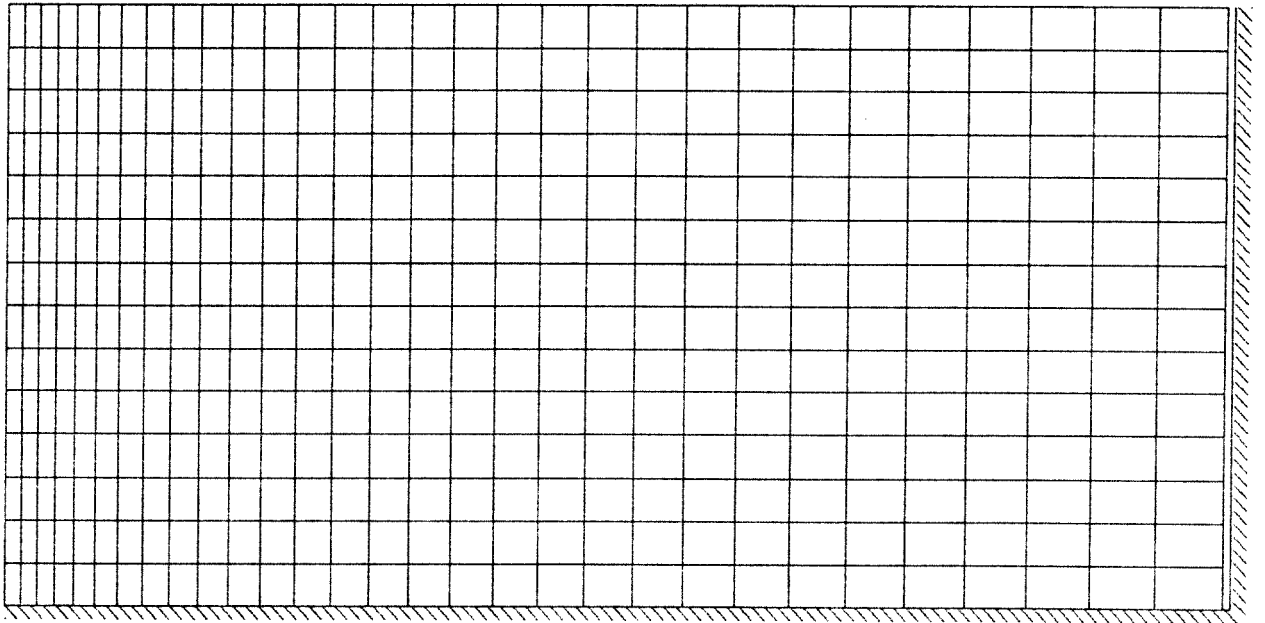


Fig. 7.2

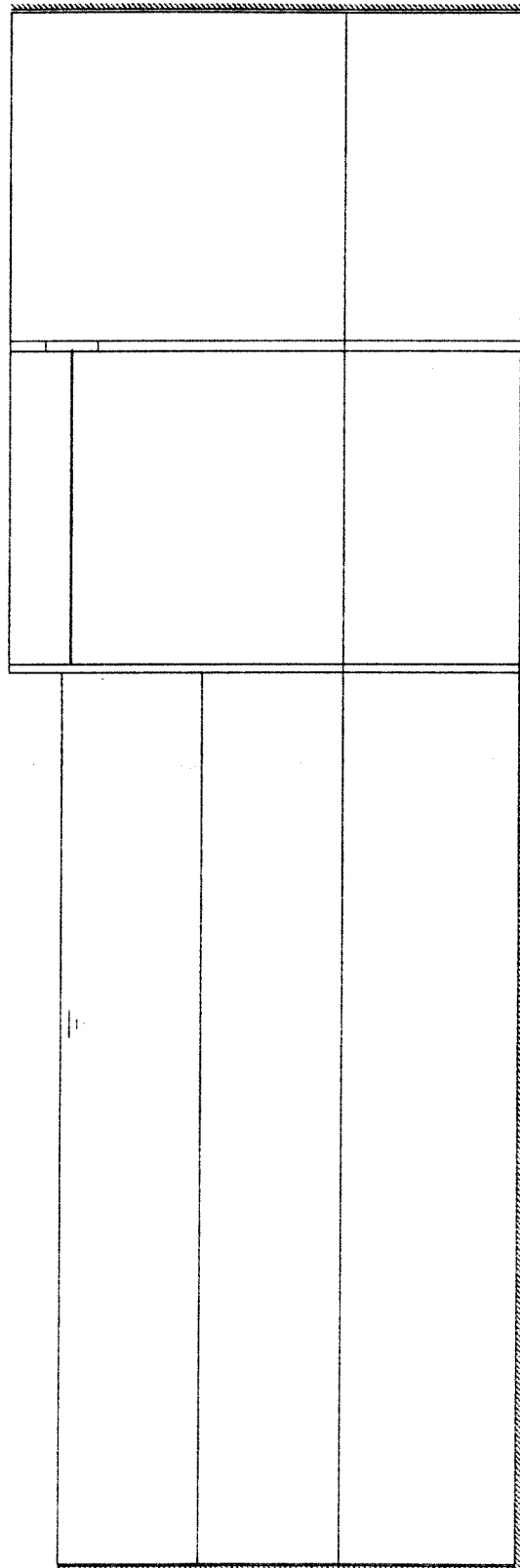


Fig. 7.3

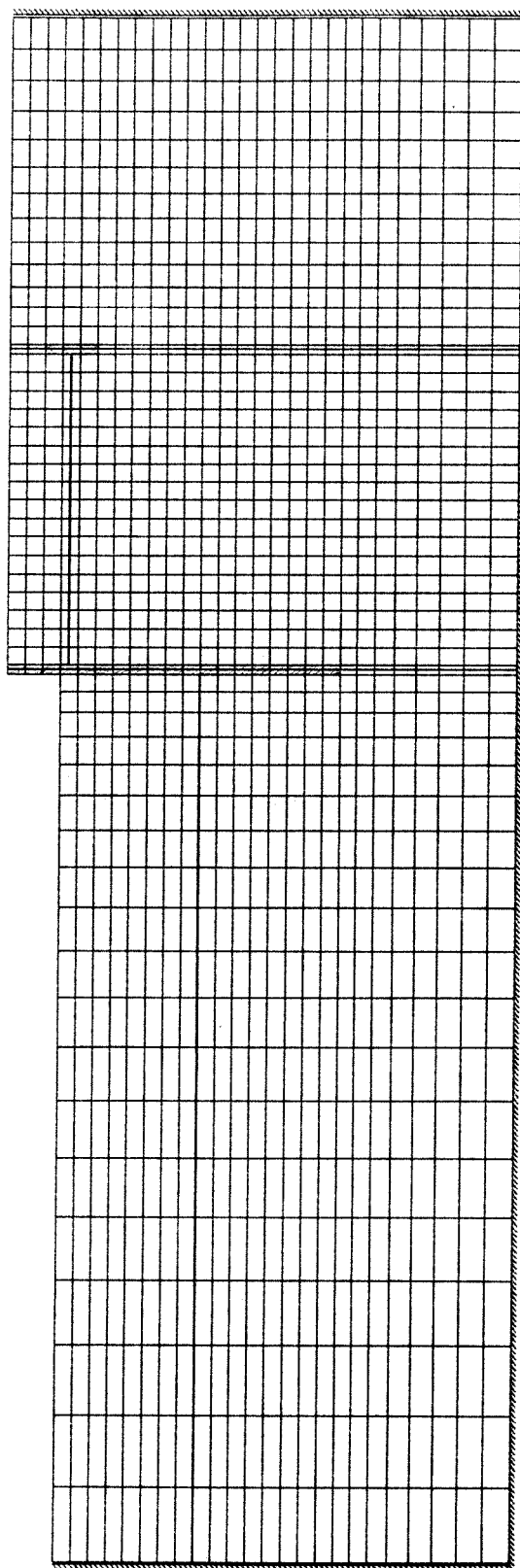


Fig. 7.4

CAPÍTULO 8

CÁLCULO DE ALGUMAS ESTRUTURAS FLEXÍVEIS

8.1 INTRODUÇÃO

Depois de conhecidos e analisados os resultados de ensaios de estruturas flexíveis em centrífugador, referenciados no Capítulo 3, e sabendo quais os factores de escala que relacionam as grandezas no modelo com as do protótipo, procedeu-se ao cálculo de várias estruturas com um programa de análise dinâmica elasto-plástica. A sua teoria de base descreve-se em capítulos anteriores, tendo sido o objectivo do estudo a simulação dos comportamentos observados nos modelos.

A partir das características geométricas e mecânicas dos modelos calcularam-se as equivalentes no protótipo, escolhendo valores que pareceram adequados no caso de características não referidas ou não utilizadas nos ensaios.

Consideraram-se três casos de estruturas flexíveis: uma cortina com base rígida suportando solo emerso, uma cortina submersa, com metade da sua altura enterrada no solo, e uma cortina ancorada. Neste último caso fez-se o estudo para várias condições de solicitação e de posição do nível freático.

Os resultados obtidos podem ser comparados com os do centrífugador. Como estes foram realizados com uma aceleração gravítica de $80g$, o valor de N no Quadro 3.1 será 80 . O programa desenvolvido apenas calculou valores incrementais dinâmicos, mas partindo de um estado inicial de equilíbrio estático cuja validade foi verificada antes do início de cada cálculo submetendo a estrutura a um acelerograma nulo.

8.2 CONDIÇÕES INICIAIS

Depois de se terem analisado as distribuições de pressões laterais estáticas, sobre estruturas flexíveis de suporte de terras, descritas em vários trabalhos (Al-Shlash, 1979; Nyby, 1981; Lopes,

1986) geraram-se automaticamente campos de tensões iniciais para os vários casos estudados, obedecendo a determinados critérios. Junto da estrutura de suporte e da placa de ancoragem consideraram-se distribuições de pressões do mesmo tipo que as obtidas pelos autores citados, e nos limites do domínio admitiu-se que as tensões eram de repouso. No caso da água o estado inicial de tensão corresponde ao equilíbrio hidrostático. Para o domínio restante obtiveram-se as tensões por meio de interpolações entre os estados de tensão referidos atrás.

No cálculo dos módulos iniciais de elasticidade transversal do solo usou-se a fórmula seguinte sugerida por Seed e Idriss (1970),

$$G = 1000 K_2 \sqrt{\bar{\sigma}_o} \quad (8-1)$$

onde $\bar{\sigma}_o$ é a tensão efectiva média em lb/ft^2 e K_2 uma constante cujos valores dependem da compacidade relativa, sendo retirados do quadro representado na Figura 8.1, considerando a mínima deformação por corte. O coeficiente de Poisson para o solo foi considerado constante e igual a 0,4 (Das, 1983) excepto na liquefacção em que se admitia 0,5.

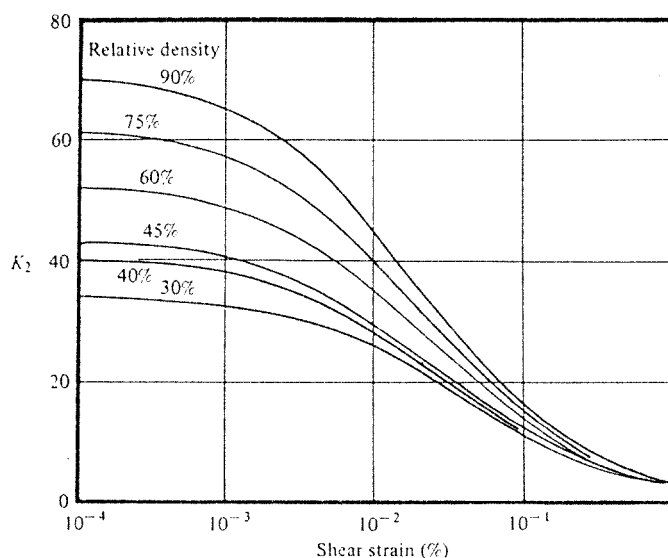


Fig. 8.1 - Valores de K_2 para areias com diferentes compacidades relativas (Seed e Idriss, 1970)

Nas Figuras 8.2 a 8.6 ilustram-se as várias estruturas calculadas, indicando-se as suas dimensões, correspondentes a modelos reduzidos submetidos a 80g. No Quadro 8.1 indicam-se as várias características mecânicas utilizadas nos cálculos. Os valores do ângulo de atrito são elevados mas note-se que correspondem às areias que foram utilizadas nos ensaios laboratoriais e que estas podem ser artificialmente compactas. Infelizmente, não dispondo de valores experimentais para o parâmetro das tensões neutras A_h teve que se admitir pelo menos um valor negativo para as areias mais compactas. Para o cabo de ancoragem admitiu-se sempre um comportamento elástico, com $E=2,0 \times 10^8 \text{ kN/m}^2$ e $A=0,0006 \text{ m}^2$.

cálculo	1	2	4	3 e 5
rigidez da cortina				
$EI \text{ (kNm}^2/\text{m)}$	$21,5 \times 10^5$	$1,05 \times 10^5$	$1,04 \times 10^4$	$1,04 \times 10^4$
e	0,677	0,740	0,705	0,647
$D_r \text{ (\%)}$	75	55	65	80
$\gamma_d \text{ (kN/m}^3 \text{)}$	16,0	-	-	16,4
$\gamma_{sat} \text{ (kN/m}^3 \text{)}$	-	19,7	19,9	20,2
$\phi(^{\circ})$	44	36	39	44
$\psi(^{\circ})$	22	18	19	22
B_h	0,0	1,0	1,0	1,0
A_h	0,0	0,0	-0,1	-0,1
acelerograma	1	2	2 e 3	2 e 3

Quadro 8.1

8.3 CÁLCULO SÍSMICO

Os acelerogramas que foram utilizados correspondem a aproximações das excitações dinâmicas impostas aos modelos no centrífugador. Nas Figuras 8.7, 8.8 e 8.9 representam-se os três acelerogramas aplicados. A variação da aceleração é sinusoidal com

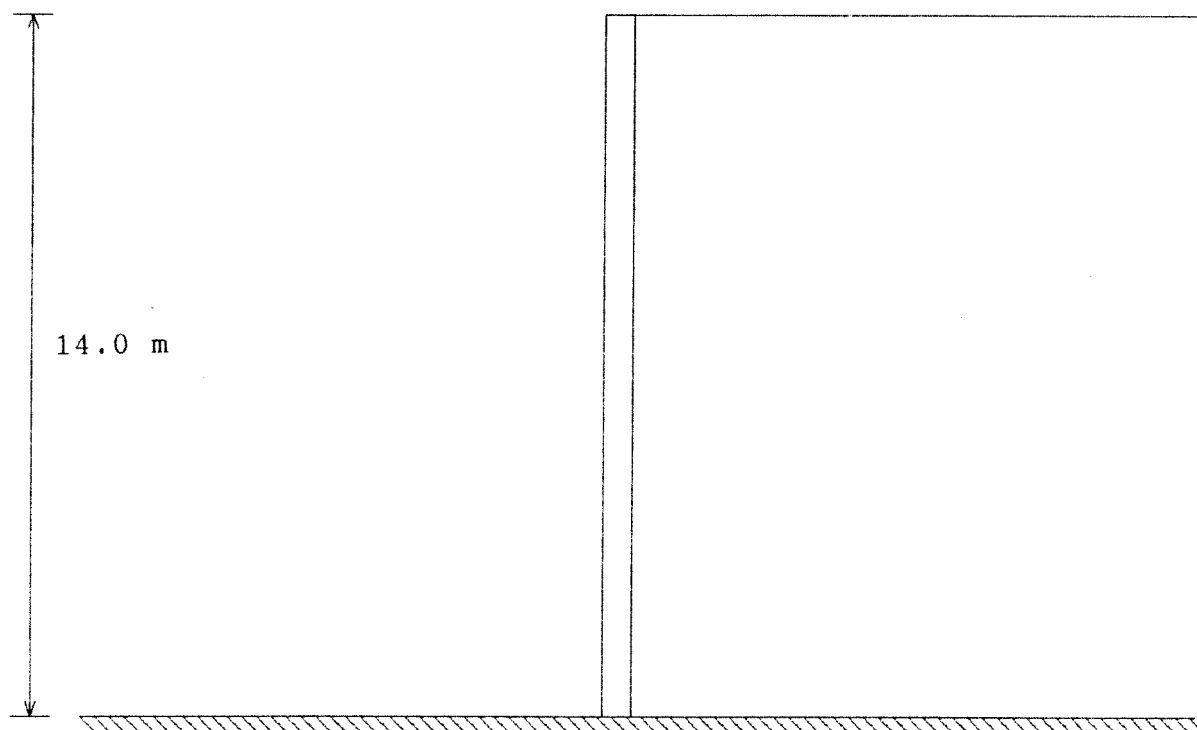


Fig. 8.2 - Cortina encastrada suportando solo emerso

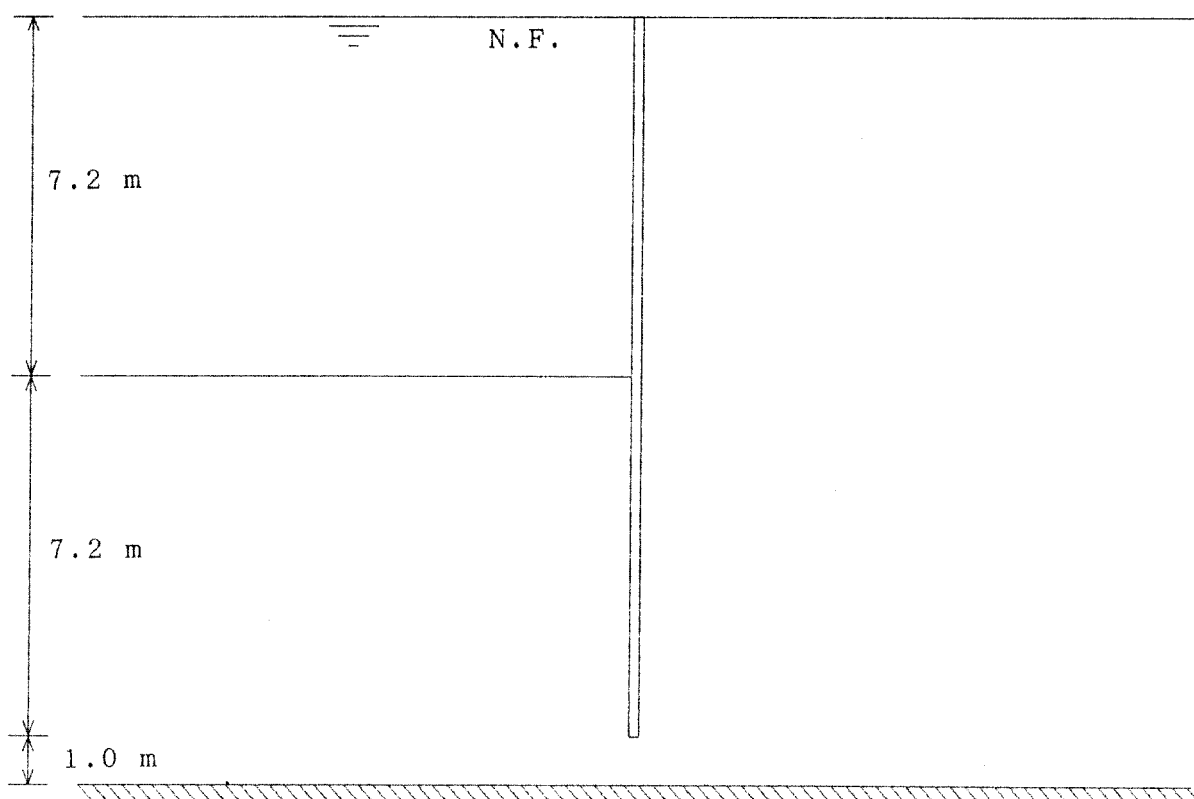


Fig. 8.3 - Cortina submersa sem ancoragem

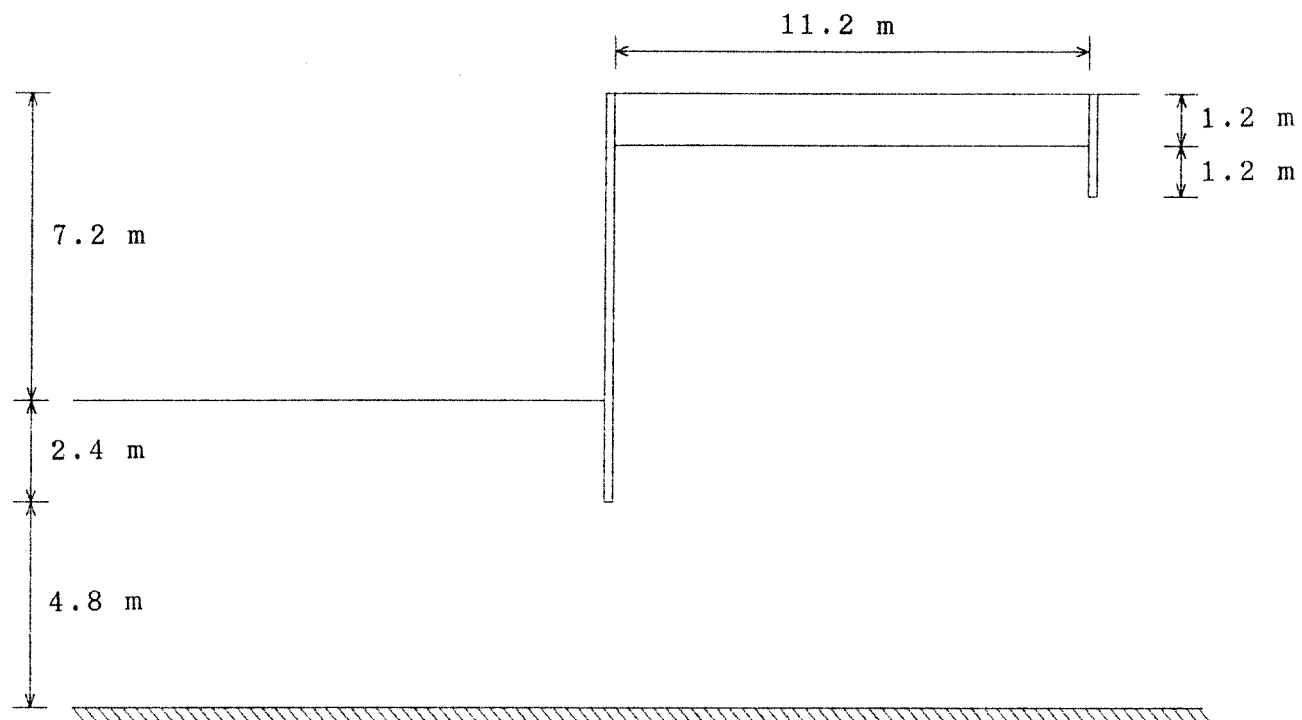


Fig. 8.4 - Cortina ancorada suportando solo emerso

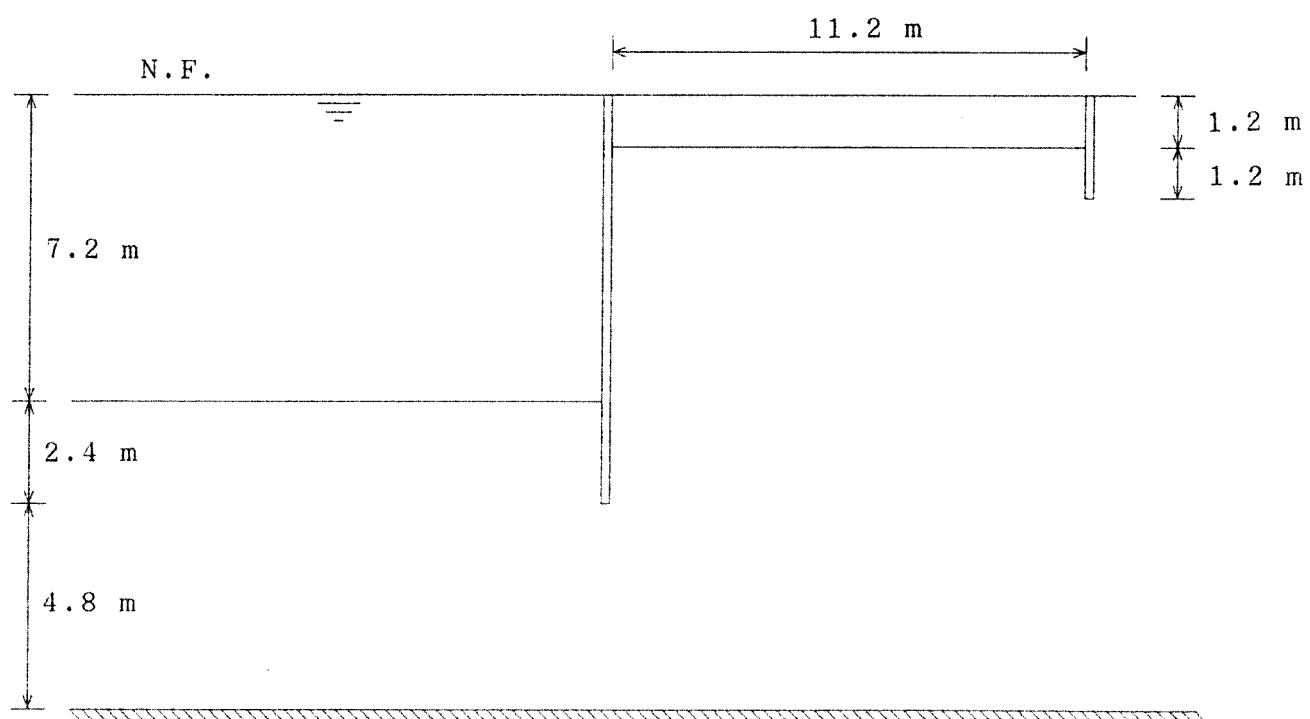


Fig. 8.5 - Cortina ancorada submersa

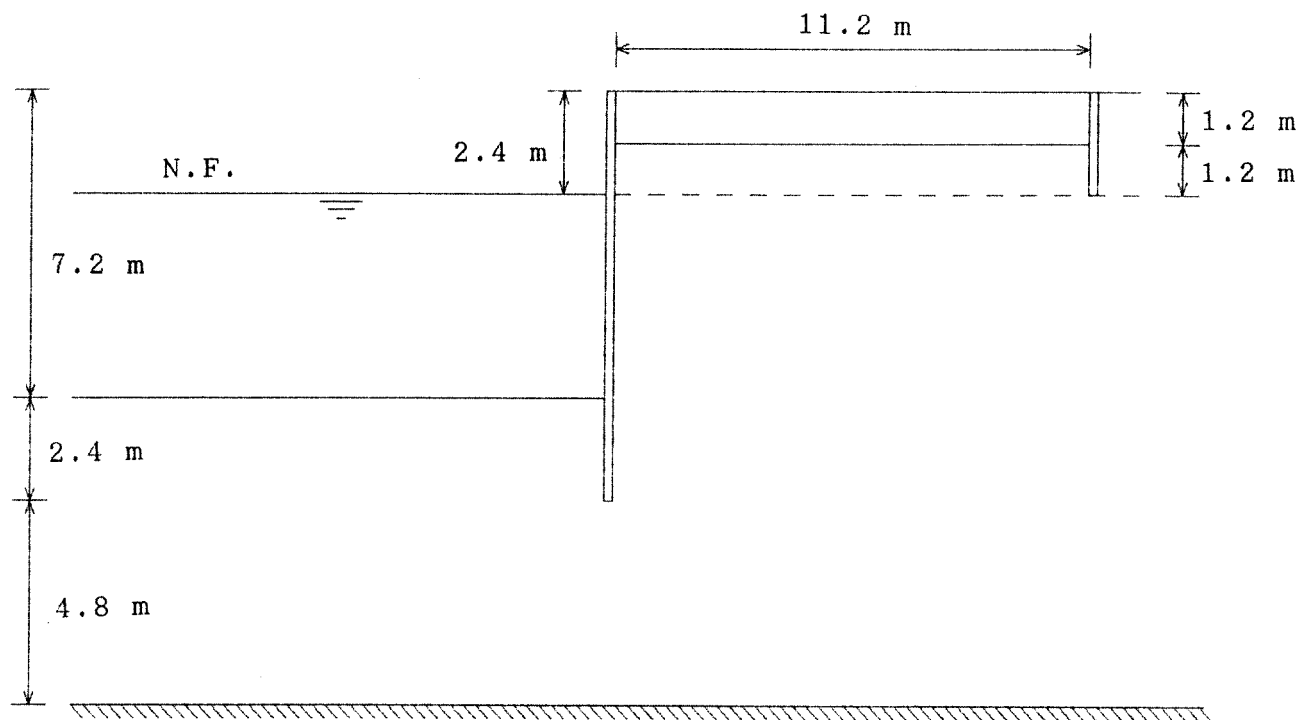
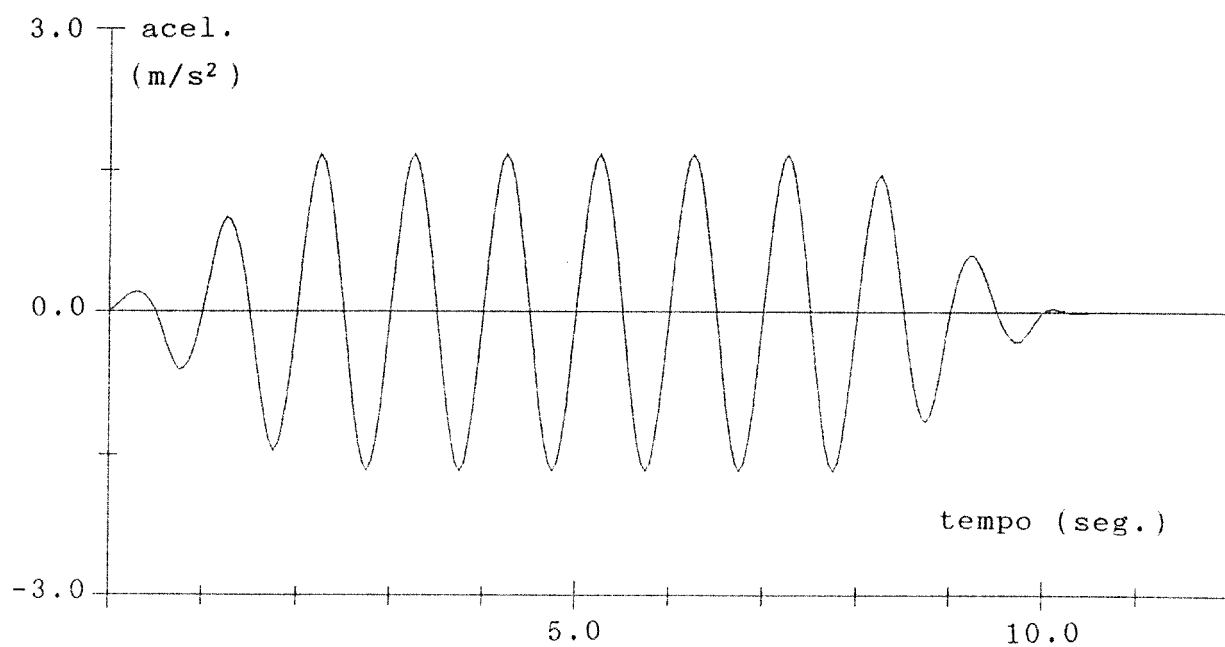


Fig. 8.6 - Cortina ancorada parcialmente submersa

Fig. 8.7 - Acelerograma 1 ($k_h=17,0\%$ e $T=1,0$ seg.)

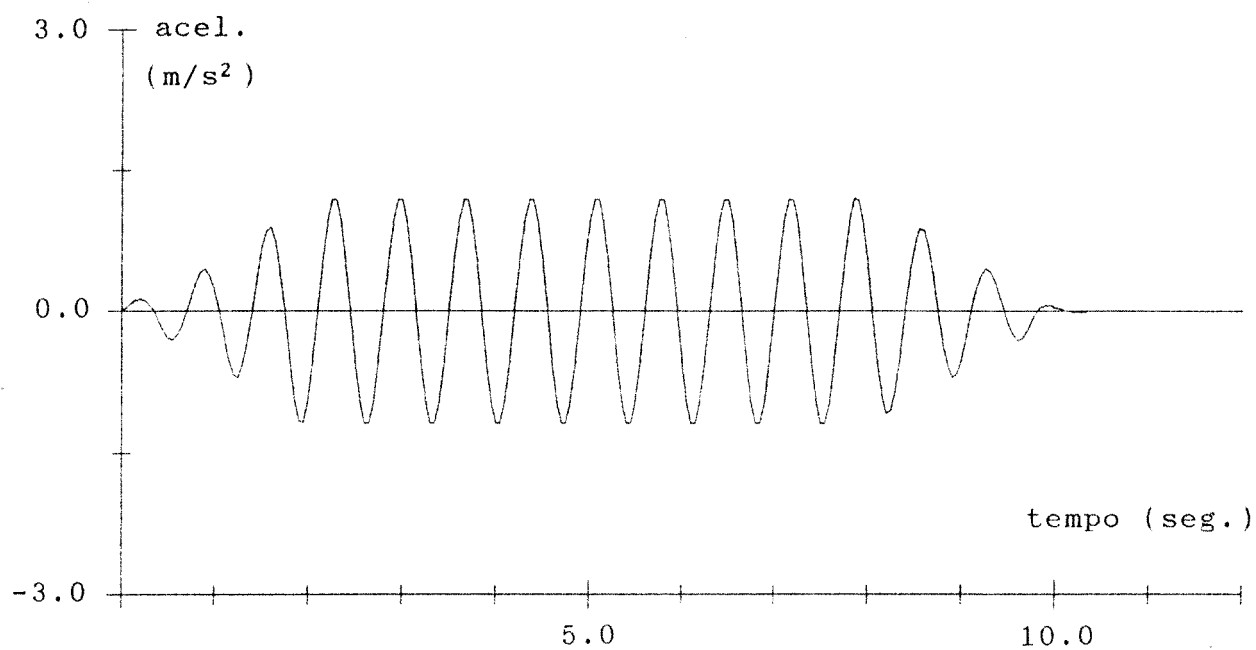


Fig. 8.8 - Acelerograma 2 ($k_h=12,5\%$ e $T=0,7$ seg.)

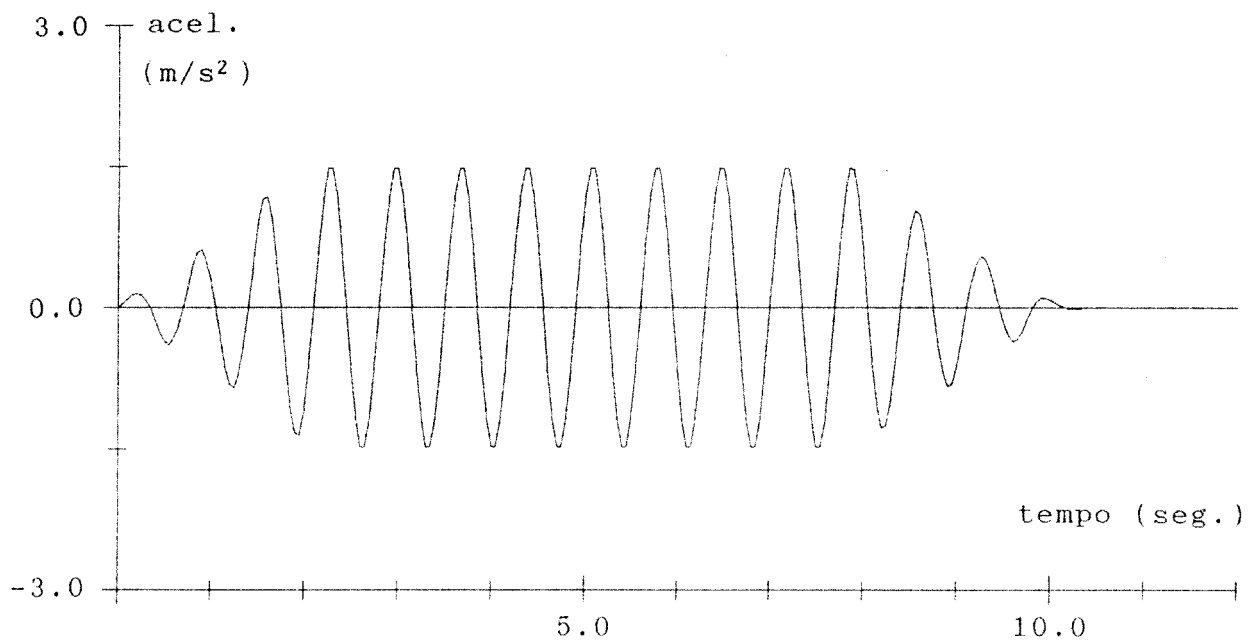


Fig. 8.9 - Acelerograma 3 ($k_h=15,5\%$ e $T=0,7$ seg.)

uma duração de 10,0 segundos, variando linearmente a amplitude até ao máximo nos primeiros 2,0 segundos e até zero nos últimos 2,0 segundos.

O primeiro cálculo (1) foi feito sobre a estrutura representada na Figura 8.2, que também foi analisada por Siddharthan e Maragakis (1989). Apenas se considerou o caso da cortina mais rígida suportando solo compacto. Os autores mencionados realizaram mais cálculos fazendo variar a rigidez à flexão da cortina e a compacidade relativa do solo, ilustrando-se os principais resultados na Figura 3.7. Com este cálculo inicial pretendeu-se principalmente avaliar a funcionalidade do programa, possuindo para comparação resultados experimentais e analíticos. Para gerar o campo inicial de tensões admitiu-se que o solo se encontrava todo em estado de repouso ($K_0 = 0,3$).

Na Figura 8.10 pode ver-se a variação do momento incremental dinâmico ao longo do tempo para um ponto situado a 2,8 m da base. O valor experimental do momento máximo de flexão é de 565 kNm/m e

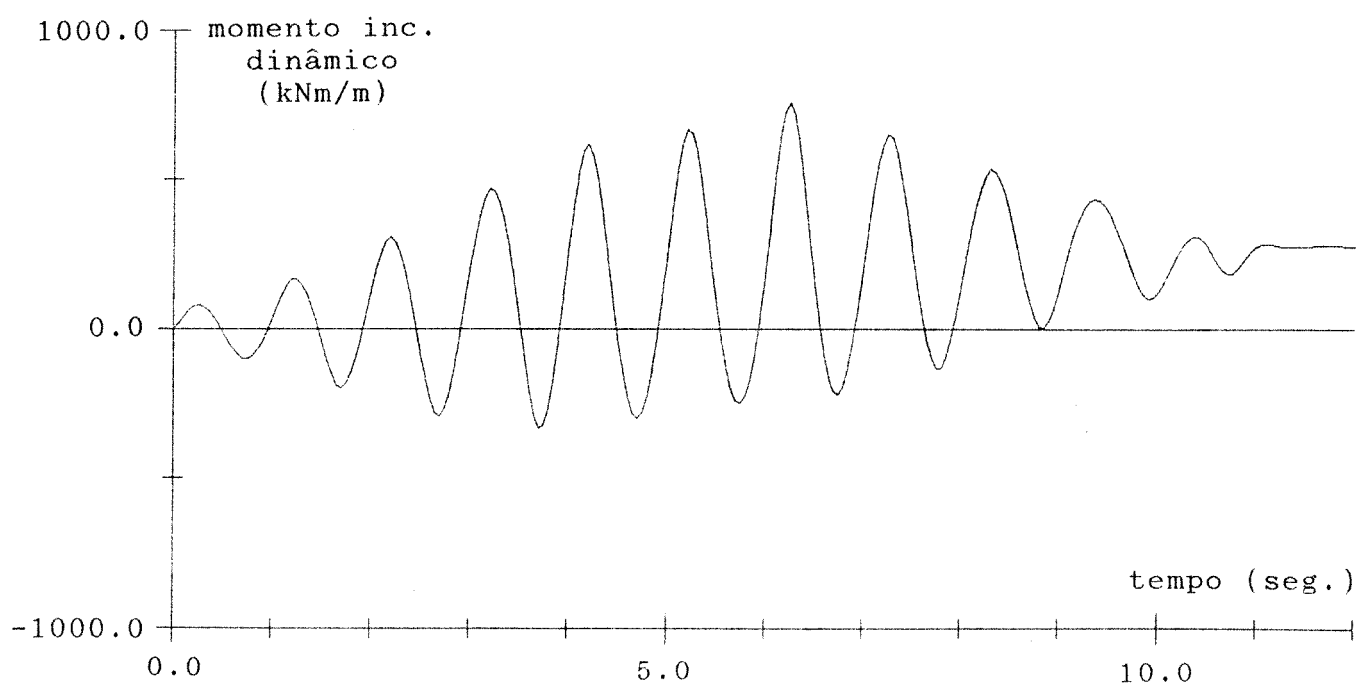


Fig. 8.10 - Variação do momento incremental dinâmico à profundidade de 11,2 m ($k_h = 17,0\%$, $D_r = 75\%$)

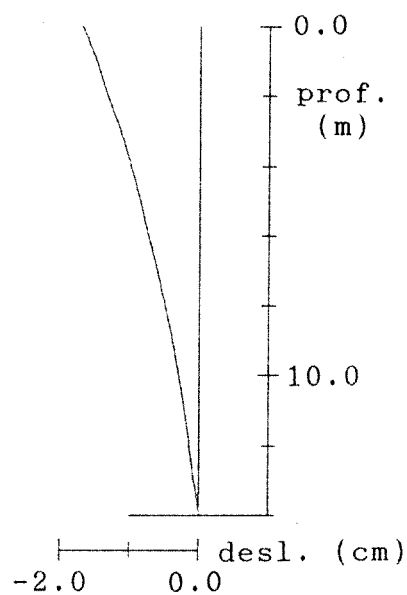


Fig. 8.11 - Deslocamentos horizontais máximos
na cortina encastrada ($k_h=17,0\%$, $D_r=75\%$)

deslocamentos horizontais
no topo ($k_h=17,0\%$)

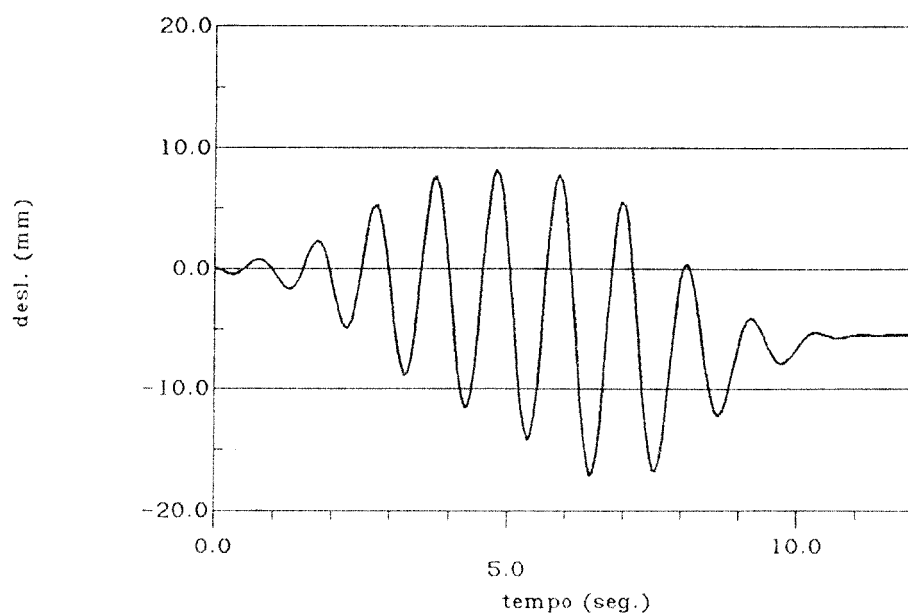


Fig. 8.12 - Variação do deslocamento horizontal no topo da
cortina

o obtido pelos mesmos autores é 800 kNm/m . Para os momentos residuais ambos os valores correspondentes são aproximadamente iguais a 400 kNm/m . Com os resultados obtidos no programa desenvolvido passa-se o contrário, isto é, obtem-se uma melhor aproximação no valor máximo do que no residual (752 kNm/m e 278 kNm/m , respectivamente).

O diagrama dos deslocamentos máximos obtidos está representado na Figura 8.11. No topo o deslocamento máximo observado no modelo foi de $0,242 \text{ mm}$, que corresponde a $19,4 \text{ mm}$ no protótipo (Fig. 3.7). No cálculo 1, o valor máximo do deslocamento horizontal obtido à superfície foi de $17,2 \text{ mm}$. Na Figura 8.12 pode ver-se a variação temporal desse mesmo deslocamento.

No segundo cálculo (2) analisou-se a estrutura representada na Figura 8.3, com o principal objectivo de verificar o funcionamento do programa com geração de pressões neutras dinâmicas. O diagrama de pressões laterais iniciais está representado na Figura 8.13. A partir do estudo realizado por Nyby (1981) sobre uma estrutura do mesmo tipo, admitiu-se que essa distribuição de tensões correspondia ao estado inicial de tensão no maciço. Na Figura 8.14 representa-se o correspondente diagrama de momentos flectores iniciais, sendo o valor máximo de 365 kNm/m à profundidade de $9,9 \text{ m}$. Para este caso, o parâmetro adimensional $M/\gamma H^3$ será igual a $0,05$. Para uma profundidade de $10,8 \text{ m}$ o parâmetro referido tem aproximadamente o mesmo valor.

O acelerograma sísmico aplicado foi o número 2, tendo sido obtido o diagrama de momentos dinâmicos máximos representado na Figura 8.15. O valor do momento à profundidade de $10,8 \text{ m}$ é de 1410 kNm/m , o que corresponde a um aumento de 287% em relação ao valor estático. Analisando os valores experimentais da Figura 3.8, para $80g$ e $K_h=12,8\%$, obtem-se para a mesma profundidade um aumento de 250% . Verificou-se uma pequena diminuição da frequência natural ao longo da solicitação (de $1,25 \text{ Hz}$ para $1,0 \text{ Hz}$), como se pode observar na Figura 8.16. O momento incremental dinâmico máximo registado a $10,8 \text{ m}$ de profundidade foi de 1045 kNm/m e o residual 287 kNm/m . No fim do acelerograma observam-se ainda vibrações livres apreciáveis, provavelmente devido à reduzida compressibilidade da água e do solo submerso. O momento máximo é registado quase no fim

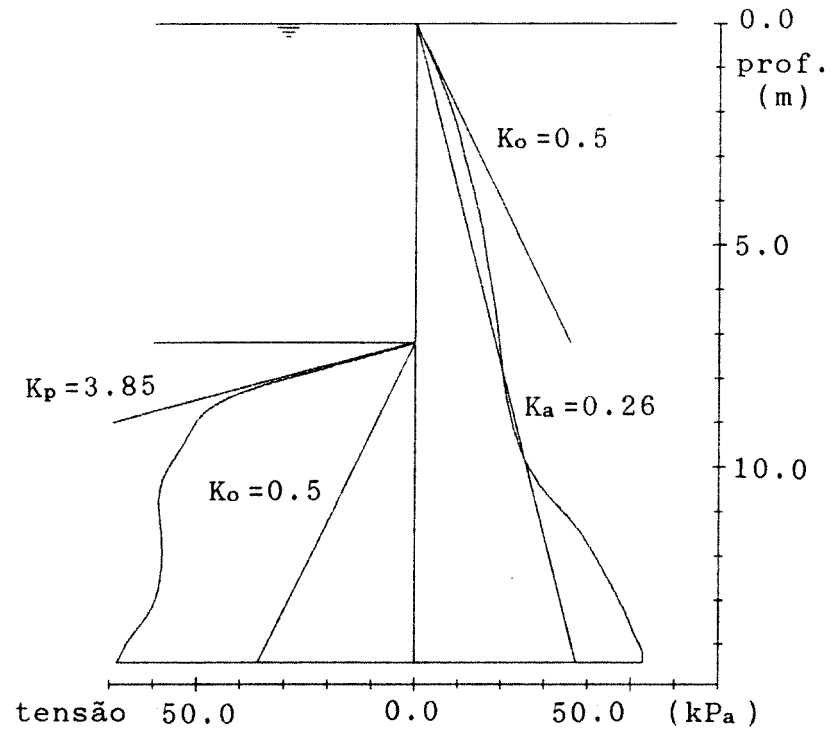


Fig. 8.13 - Pressões laterais iniciais ($D_r = 55\%$)

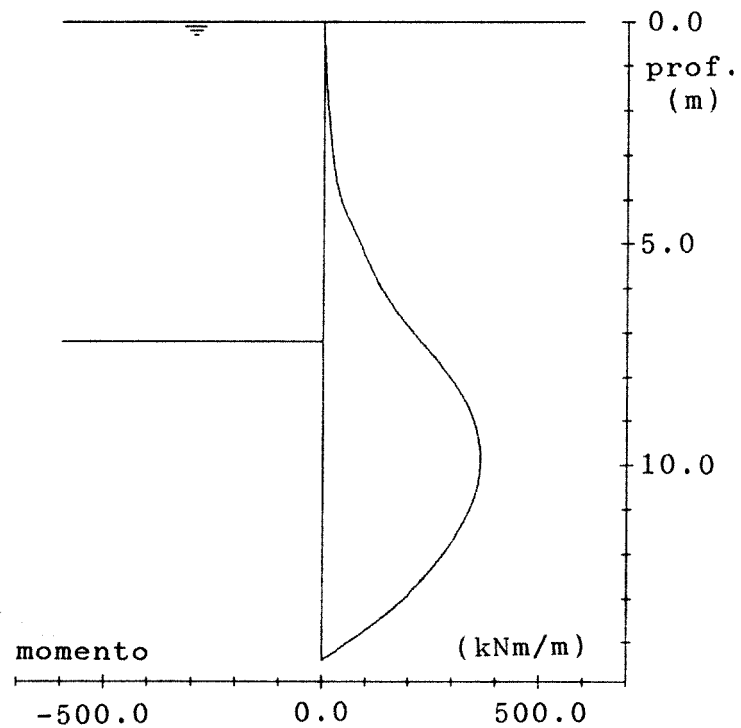


Fig. 8.14 - Diagrama de momentos flectores iniciais ($D_r = 55\%$)

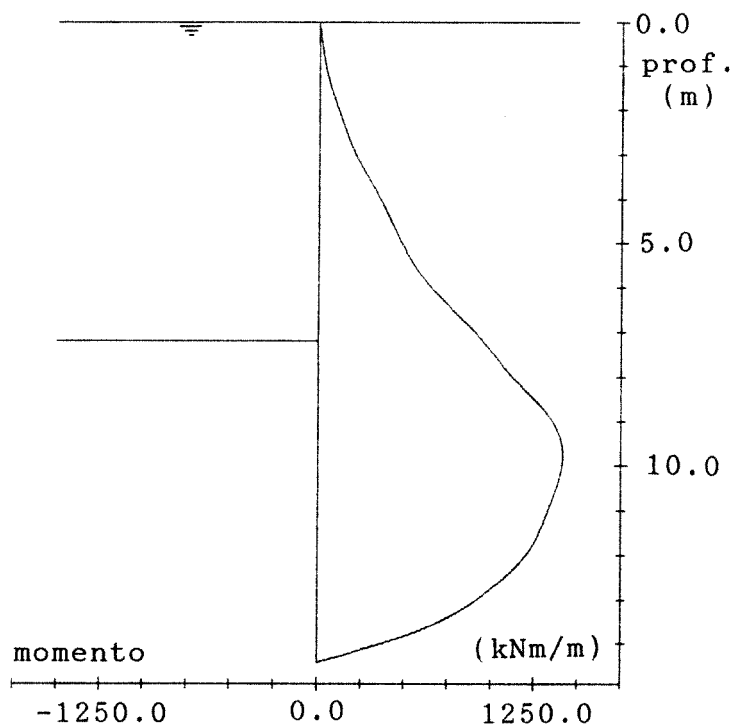


Fig. 8.15 - Diagrama de momentos dinâmicos máximos
($k_h=12,5\%$, $D_r=55\%$)

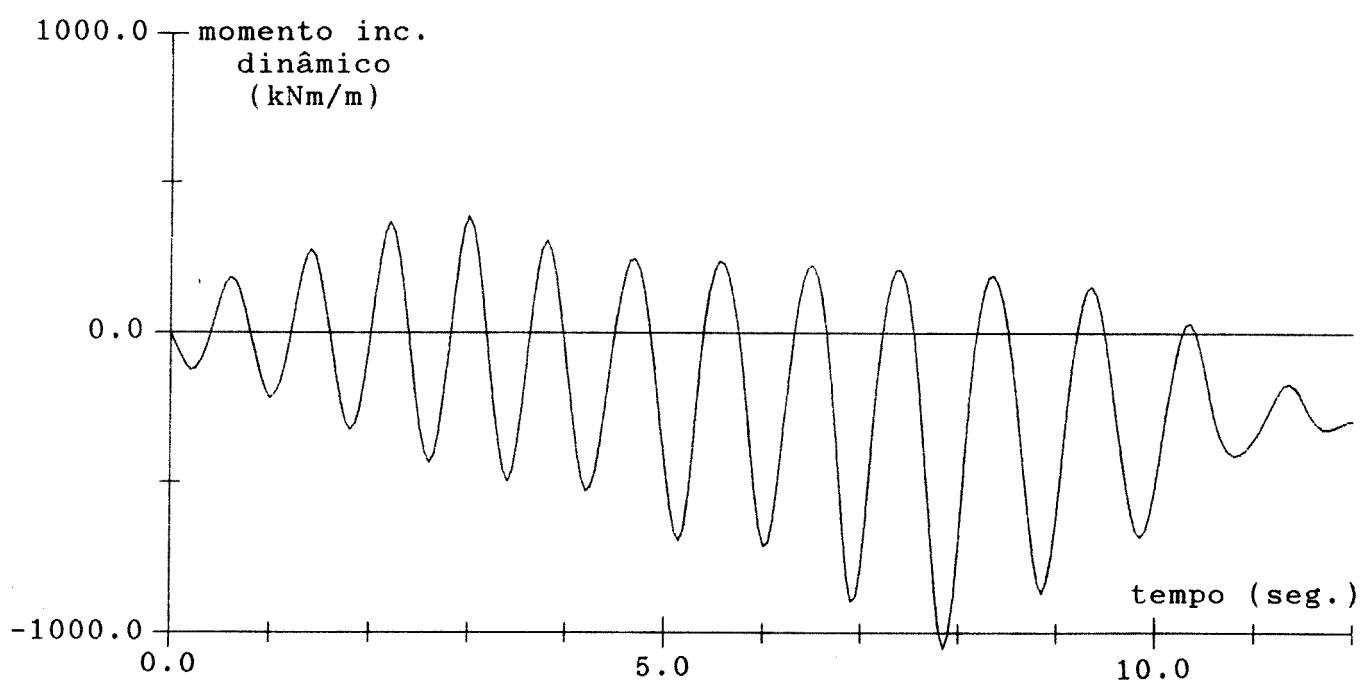


Fig. 8.16 - Variação do momento incremental dinâmico
à profundidade de 10,8 m ($k_h=12,5\%$, $D_r=55\%$)

do acelerograma, e o aumento súbito que a amplitude tem nesse instante será muito provavelmente devido à fluidificação de alguns elementos de solo.

Os cálculos seguintes foram efectuados com estruturas flexíveis ancoradas. Para o cálculo 3, a distribuição inicial de pressões laterais sobre a cortina suportando solo emerso (Figura 8.4) é a representada na Figura 8.17. O momento flector máximo, para as condições iniciais, tem o valor de $37,6 \text{ kNm/m}$, como pode ver-se na Figura 8.18. No cabo de ancoragem o esforço de tracção inicial é de $33,4 \text{ kN}$.

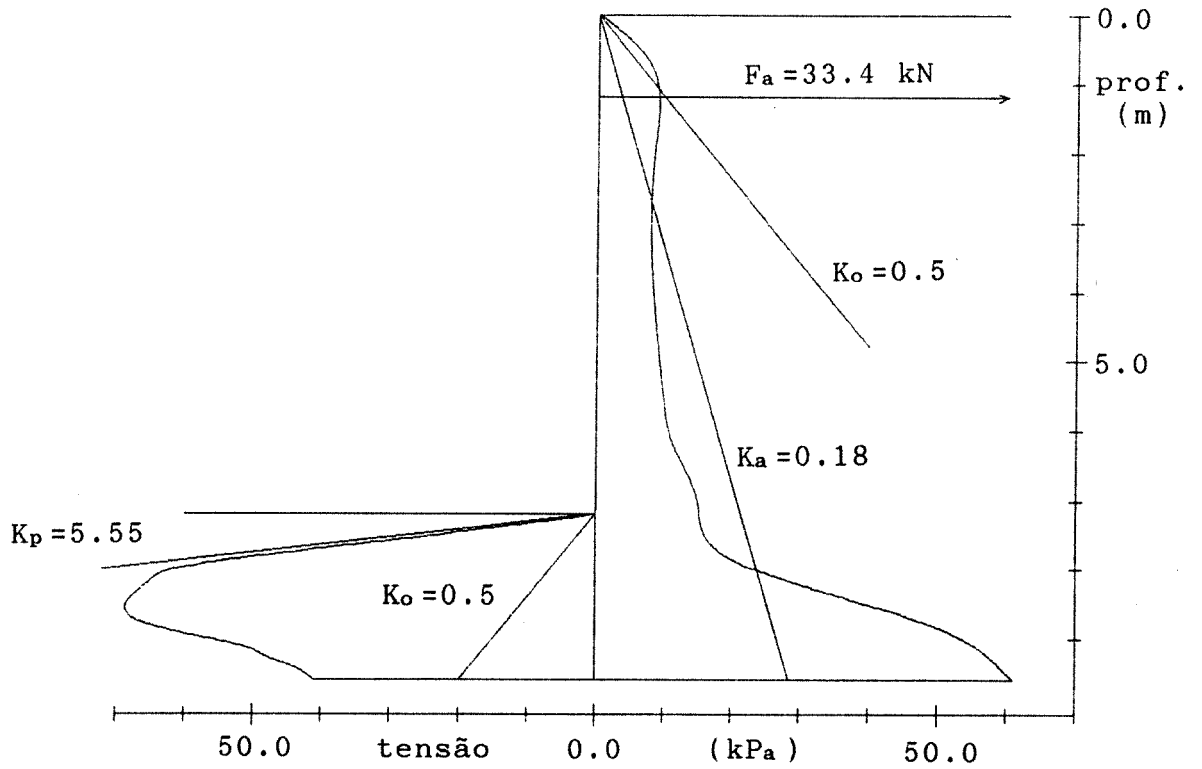
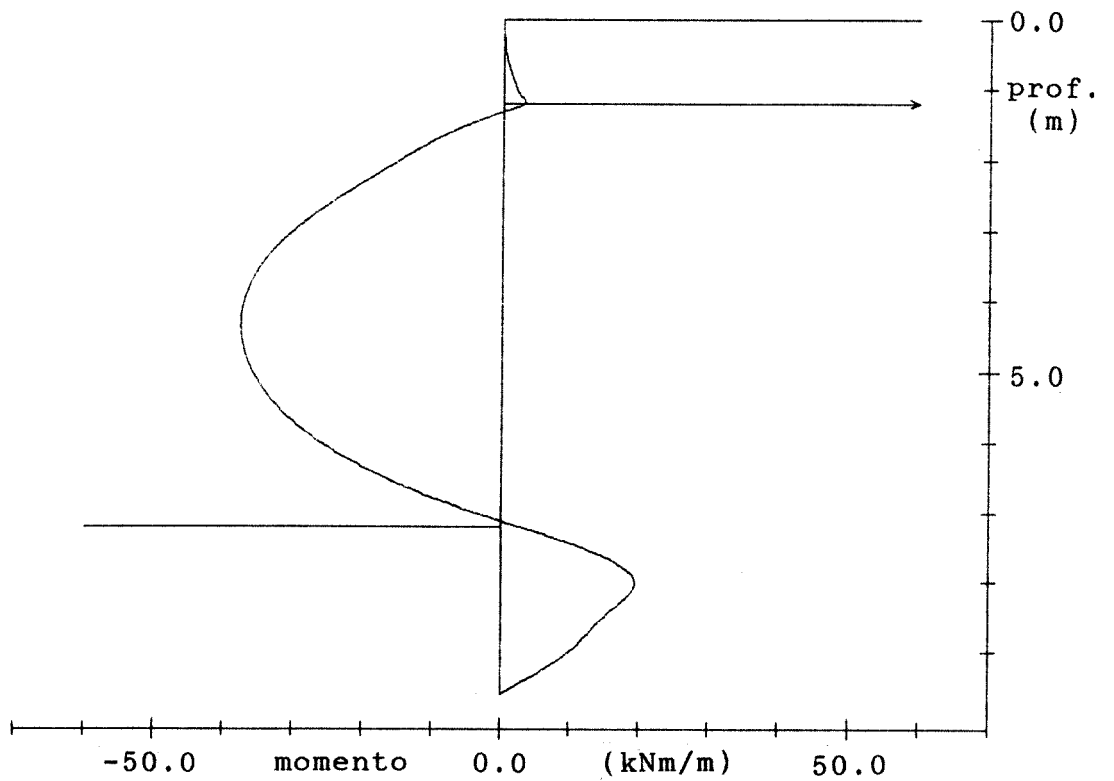
Impondo uma aceleração na base, com uma variação sinusoidal e uma amplitude máxima de $0,125g$ (Figura 8.8), obteve-se o diagrama de momentos dinâmicos máximos da Figura 8.20, juntamente com o respectivo diagrama de pressões laterais dinâmicas da Figura 8.19. O aumento do valor do momento máximo foi de $67,0\%$, o que corresponde a $62,8 \text{ kNm/m}$. Na ancoragem, o esforço de tracção aumentou de $33,8\%$ ($44,7 \text{ kN}$).

No ensaio em modelo reduzido que Steedman e Zeng (1988) realizaram, correspondente à mesma estrutura, os aumentos do momento flector máximo e do esforço de tracção na ancoragem registados foram de 45% e 35% , respectivamente, para uma amplitude máxima de aceleração horizontal de $0,12g$. Os valores iniciais das duas grandezas, também medidos no centrífugador, foram aproximadamente 35 kNm/m e 30 kN , como pode ver-se na Figura 3.8.

Comparando os resultados analíticos e experimentais, verifica-se uma boa aproximação no valor do aumento do esforço na ancoragem. A semelhança já não é tão satisfatória em relação ao momento flector máximo.

Na Figura 8.21 está representada a variação temporal do momento incremental dinâmico à profundidade de $4,8 \text{ m}$. A frequência diminui desde o valor inicial de $1,43 \text{ Hz}$ até $1,19 \text{ Hz}$. O momento máximo só é atingido quase no fim do acelerograma.

Impondo um acelerograma com uma amplitude maior ($K_h=15,5\%$) obtêm-se os deslocamentos residuais da cortina representados na Figura 8.22. Estes não são muito significativos quando comparados

Fig. 8.17 - Pressões laterais iniciais ($D_r = 80\%$)Fig. 8.18 - Diagrama de momentos flectores iniciais ($D_r = 80\%$)

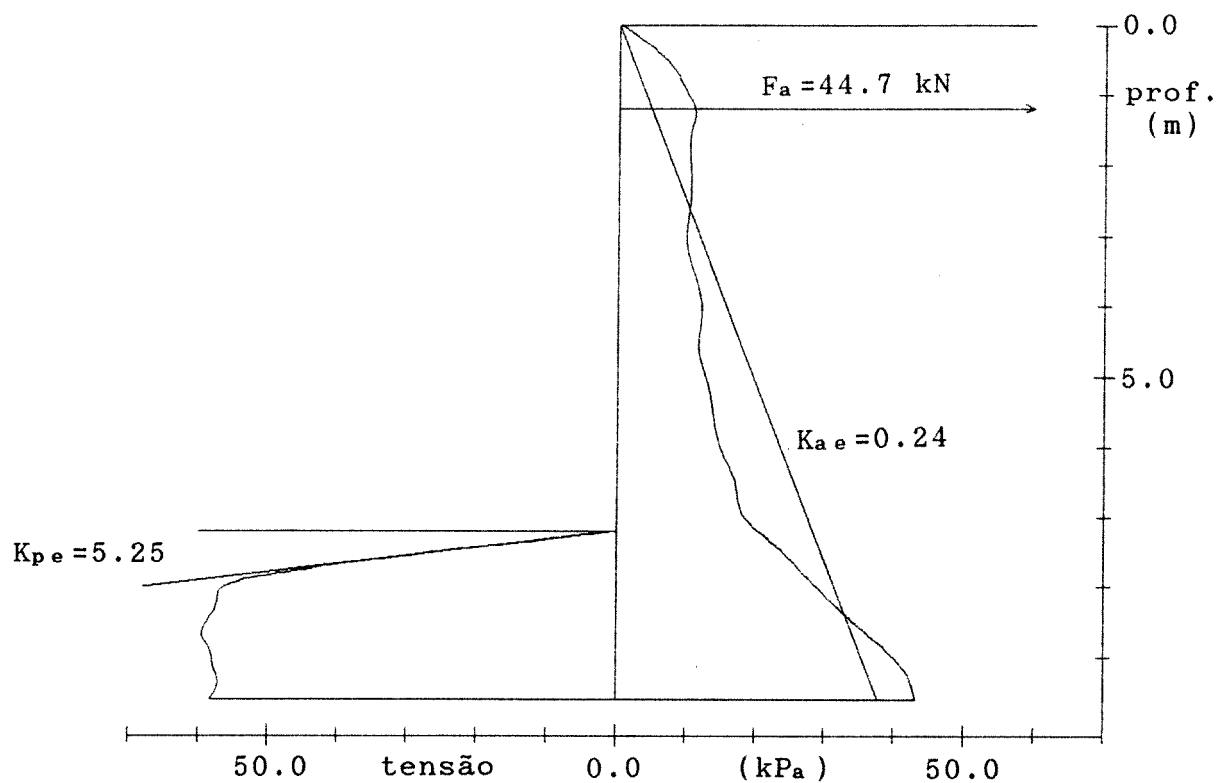


Fig. 8.19 - Pressões laterais dinâmicas ($k_h = 12,5\%$, $D_r = 80\%$)

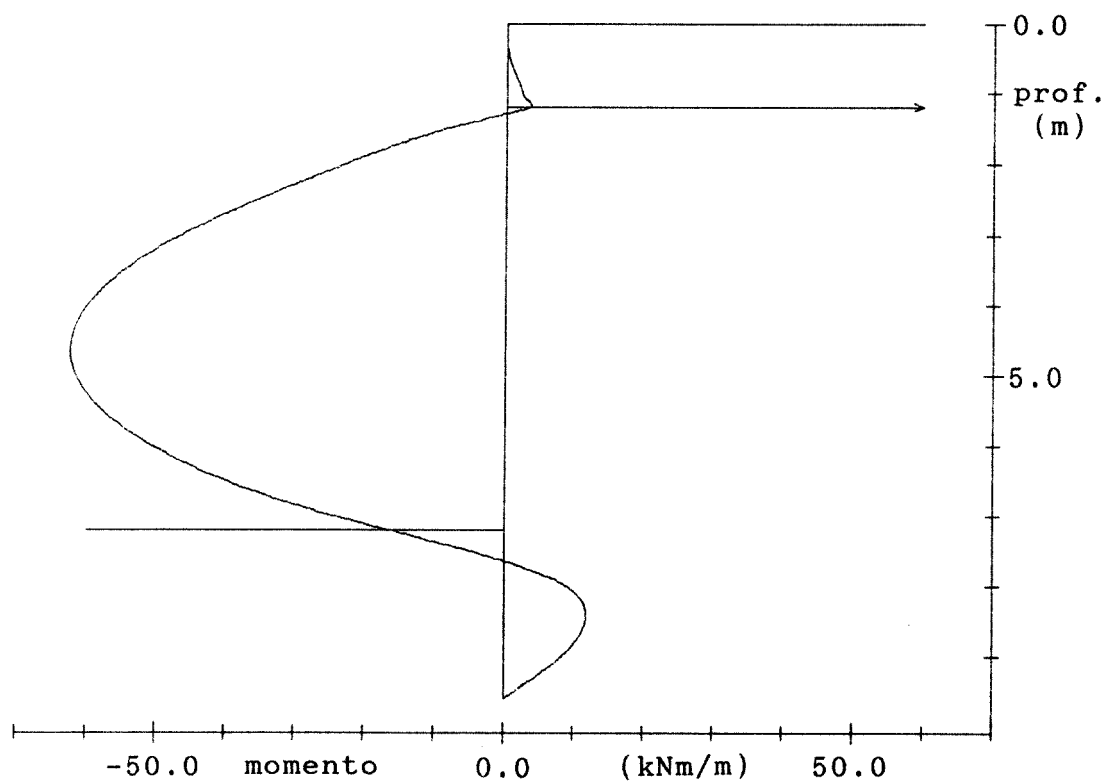


Fig. 8.20 - Diagrama de momentos dinâmicos máximos
($k_h = 12,5\%$, $D_r = 80\%$)

momentos incrementais
dinamicos ($k_h=12,5\%$)

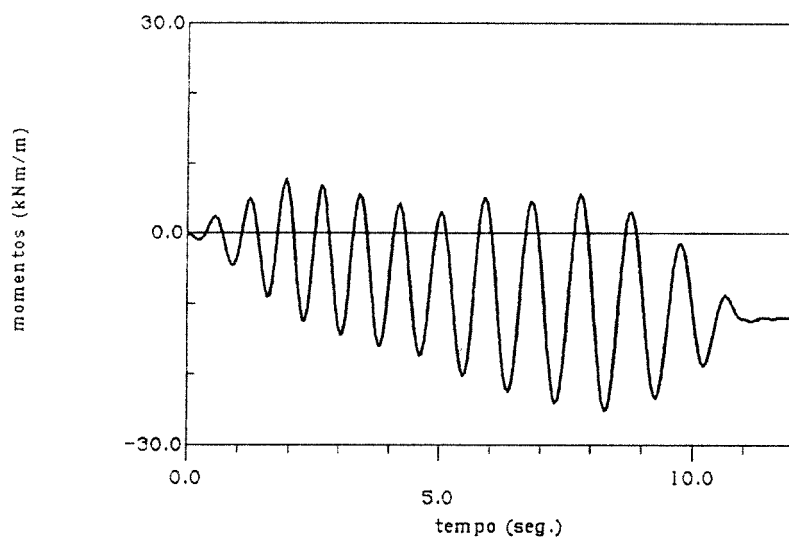


Fig. 8.21 - Variação do momento incremental dinâmico à profundidade de 4,8 m ($D_r=80\%$)

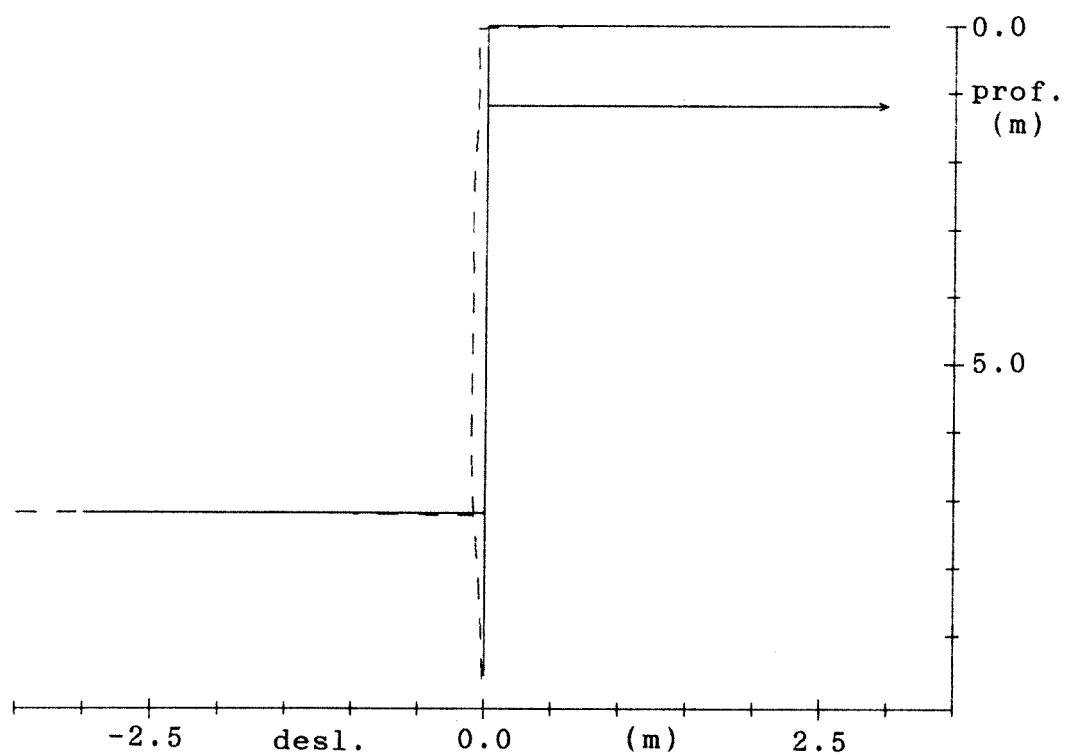


Fig. 8.22 - Deslocamentos residuais da cortina ($k_h=15,5\%$, $D_r=80\%$)

com os de cortinas suportando maciços parcialmente ou totalmente submersos. No topo o deslocamento horizontal é de 7,2 cm e na base 1,6 cm.

Nos solos submersos as consequências das acções dinâmicas podem ser particularmente adversas para a estabilidade da estrutura de suporte. Para o caso representado na Figura 8.5 (cálculo 4), a distribuição inicial de tensões efectivas horizontais e o correspondente diagrama de momentos flectores estão representados nas Figuras 8.23 e 8.24, respectivamente. O esforço de tracção inicial na ancoragem é de 21,3 kN e o momento estático máximo é de 23,7 kNm/m.

Com o acelerograma 2 obteve-se o diagrama de momentos dinâmicos máximos da Figura 8.25. O aumento do momento flector máximo foi de 136,6 % (56,1 kNm/m), valor que está próximo do registado por Steedman e Zeng (1988) para $k_h=12\%$, e que foi 140%. Os mesmos autores obtiveram um aumento de 65% no esforço de tracção na ancoragem, tendo o cálculo analítico fornecido o valor de 59,8% (34,0 kN) para o mesmo.

Com o nível freático situado numa posição inferior, de modo a deixar a placa de ancoragem emersa (Figura 8.6), os aumentos do momento máximo e do esforço de tracção vêm reduzidos (cálculo 5). Note-se que os solos correspondentes às Figuras 8.5 e 8.6 têm compacidades relativas diferentes, sendo o segundo mais compacto ($D_r=80\%$), e que uma comparação mais correcta deveria incluir solos igualmente compactos.

Para as condições iniciais representadas nas Figuras 8.27 e 8.28, através das tensões efectivas horizontais e dos momentos estáticos, impôs-se o acelerograma 2. Obtiveram-se os momentos dinâmicos máximos indicados na Figura 8.29. O momento flector máximo aumentou de 23,8 kNm/m para 47,1 kNm/m (97,9%), e na ancoragem o esforço de tracção aumentou de 21,1 kN para 30,3 kN (43,6%).

A posição do nível freático em relação à placa de ancoragem parece ter uma influência grande nos esforços internos que se desenvolvem na estrutura de suporte ao longo da acção dinâmica, e também nos deslocamentos residuais da cortina. Para um mesmo coeficiente sísmico horizontal de 15,5%, correspondente ao

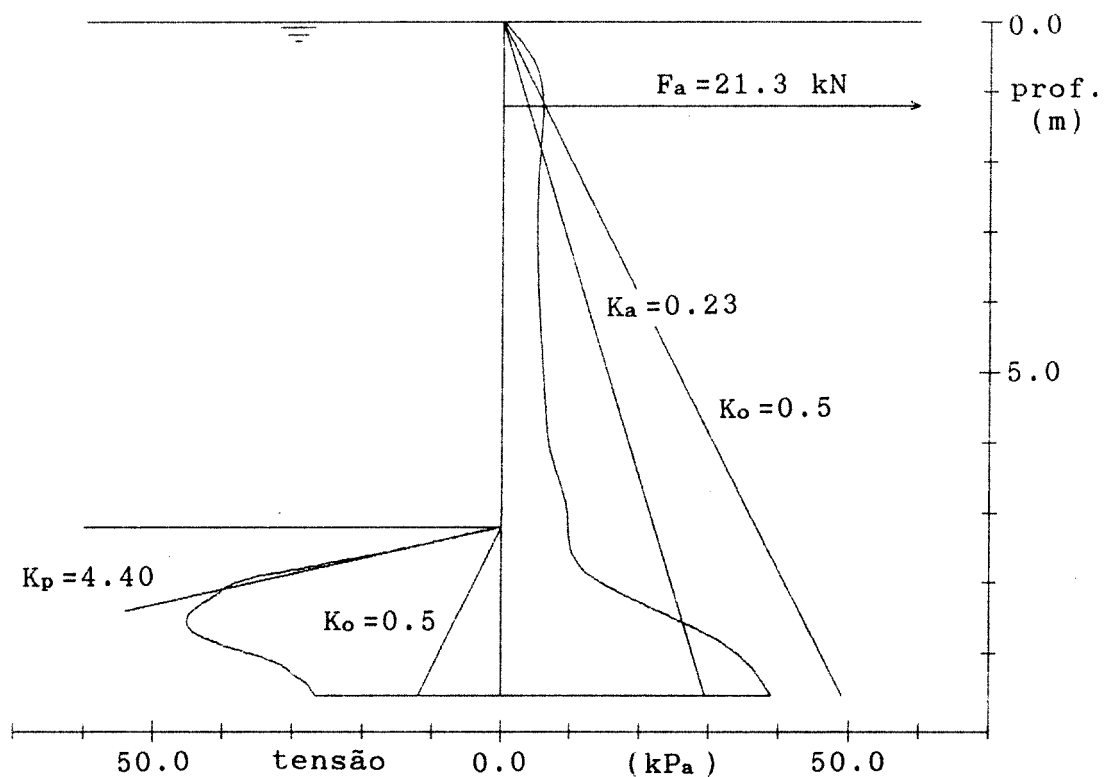


Fig. 8.23 - Pressões laterais efectivas iniciais ($D_r = 65\%$)

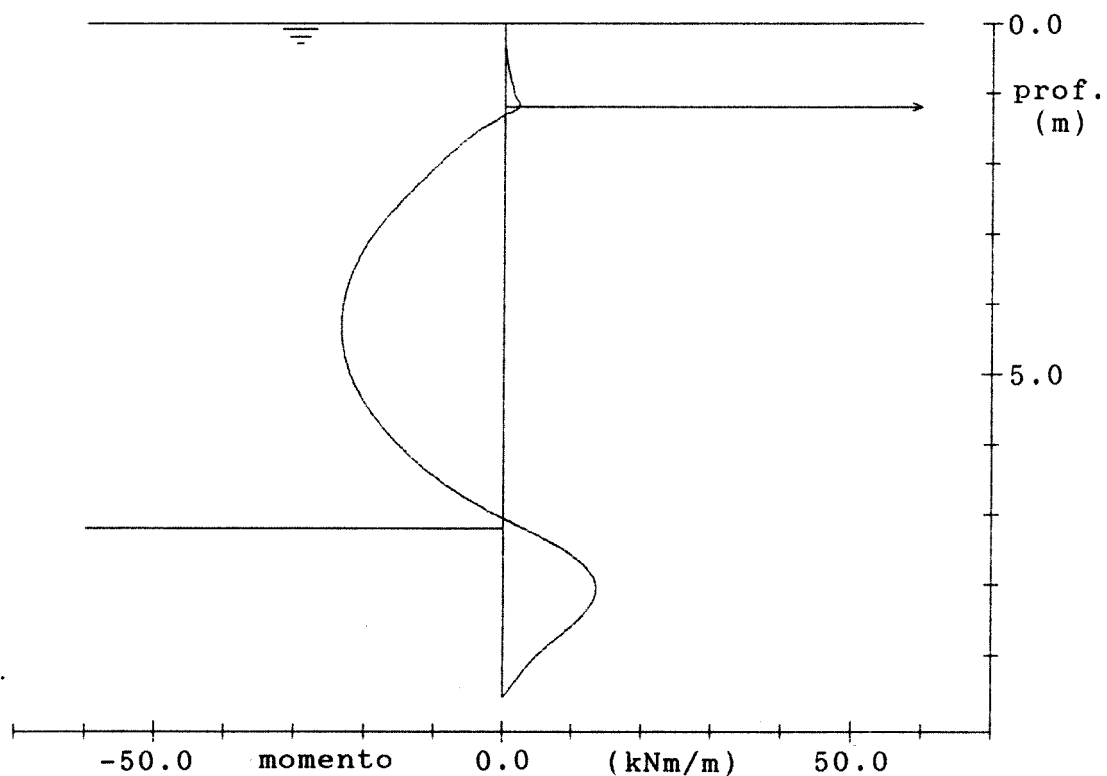


Fig. 8.24 - Diagrama de momentos flectores iniciais
($D_r = 65\%$)

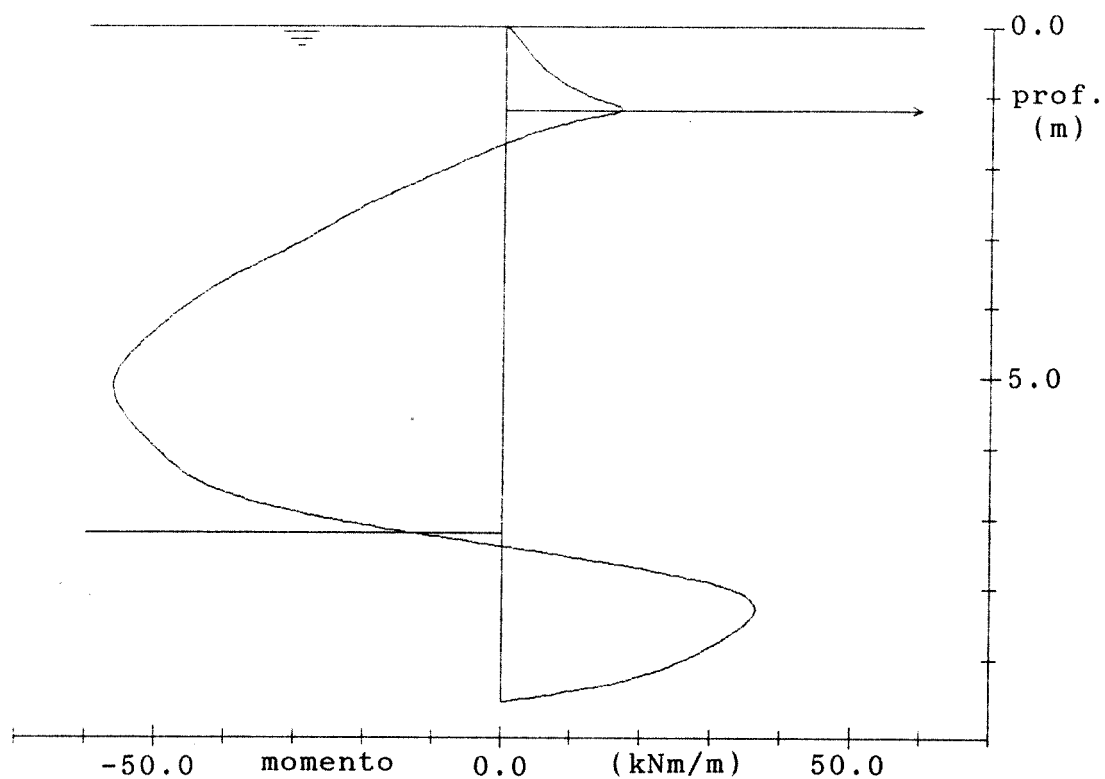


Fig. 8.25 - Diagrama de momentos dinâmicos máximos
($k_h = 12,5\%$, $D_r = 65\%$)

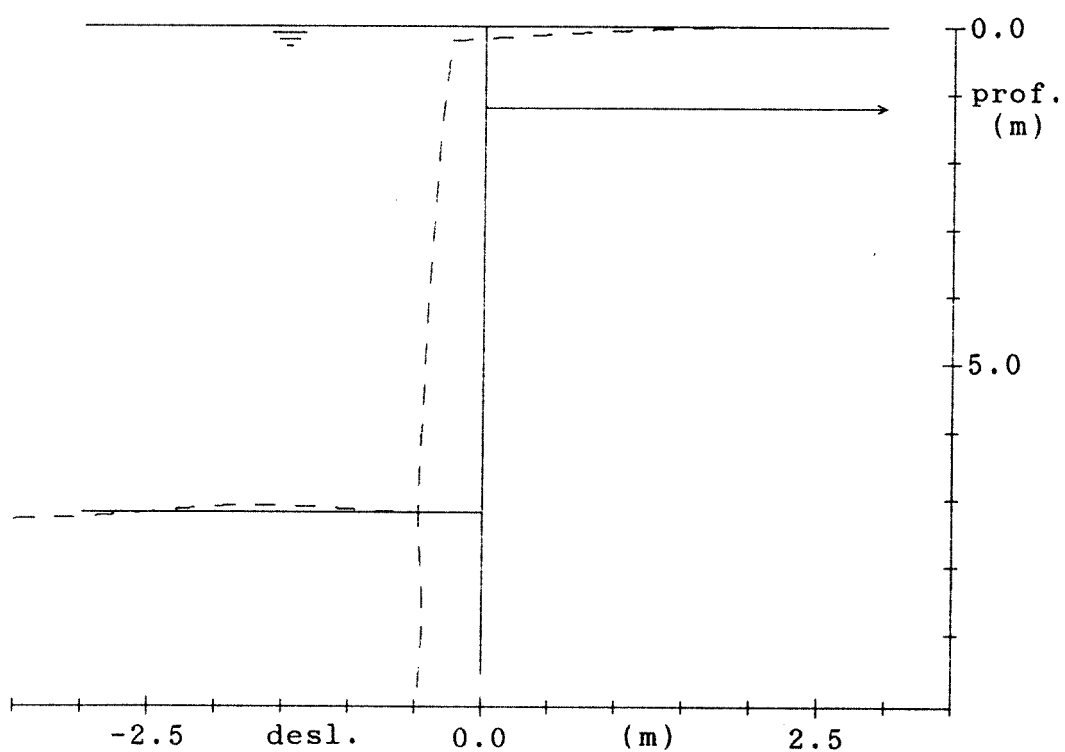


Fig. 8.26 - Deslocamentos residuais da cortina com a placa de ancoragem submersa ($k_h = 15,5\%$, $D_r = 65\%$)

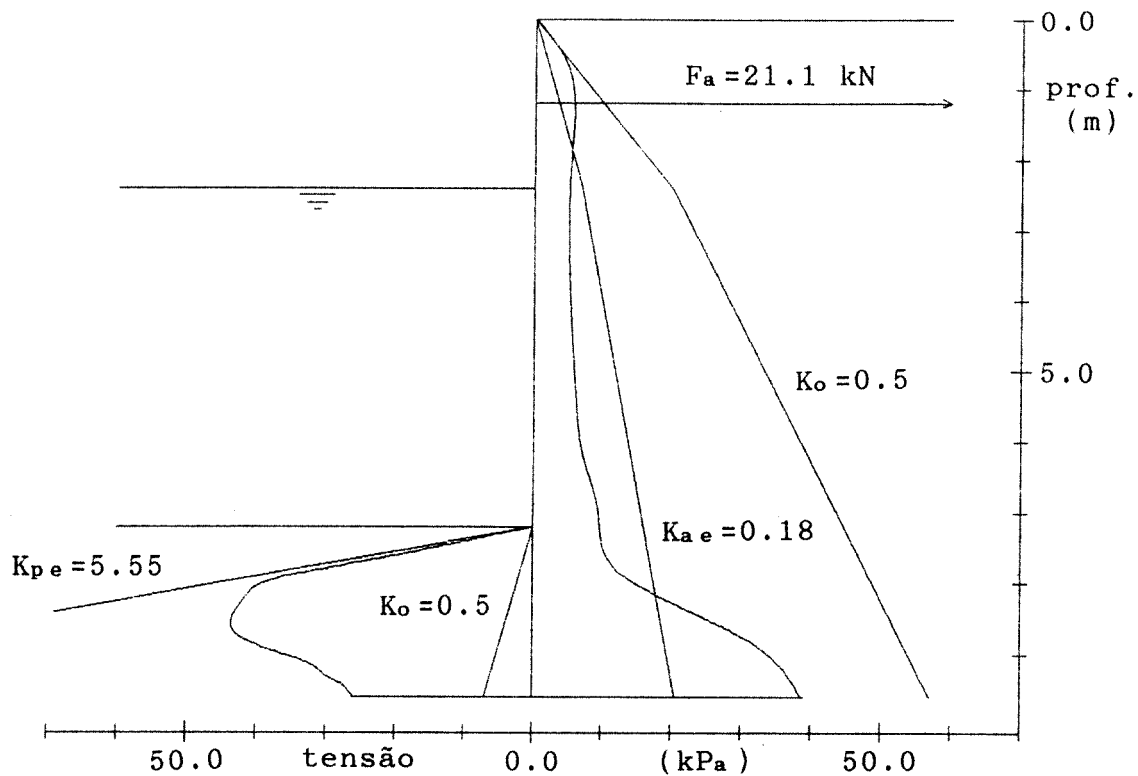


Fig. 8.27 - Pressões laterais efectivas iniciais ($D_r=80\%$)

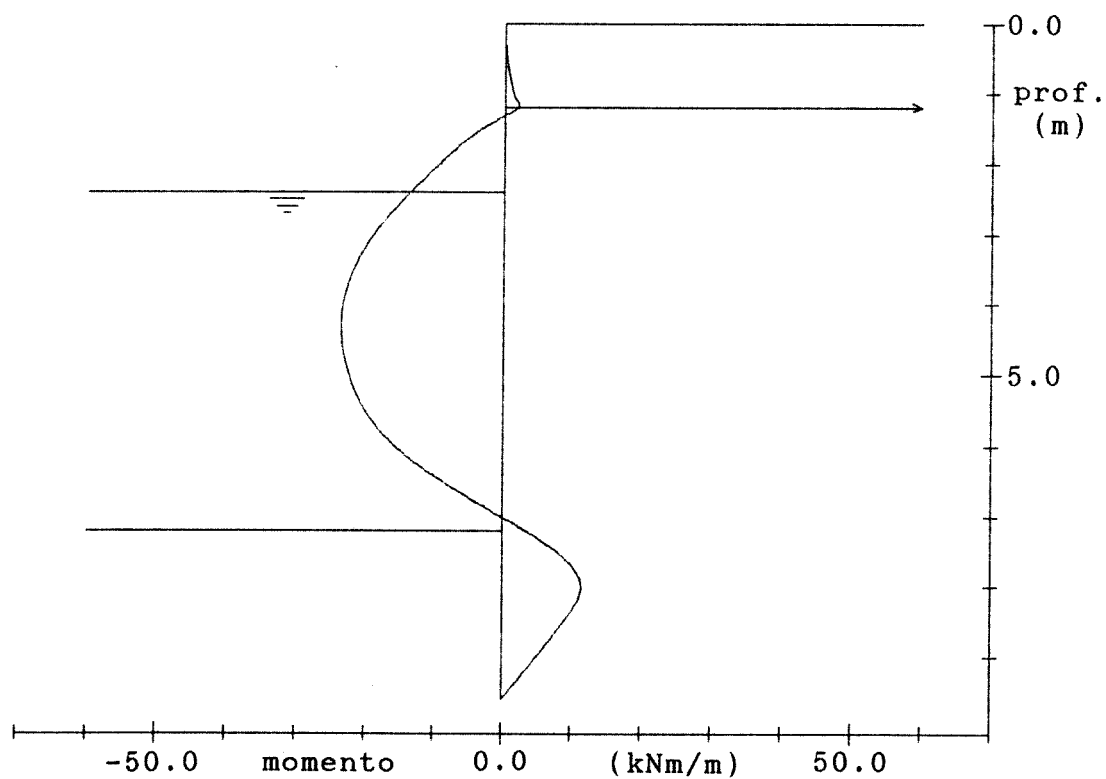


Fig. 8.28 - Diagrama de momentos flectores iniciais ($D_r=80\%$)

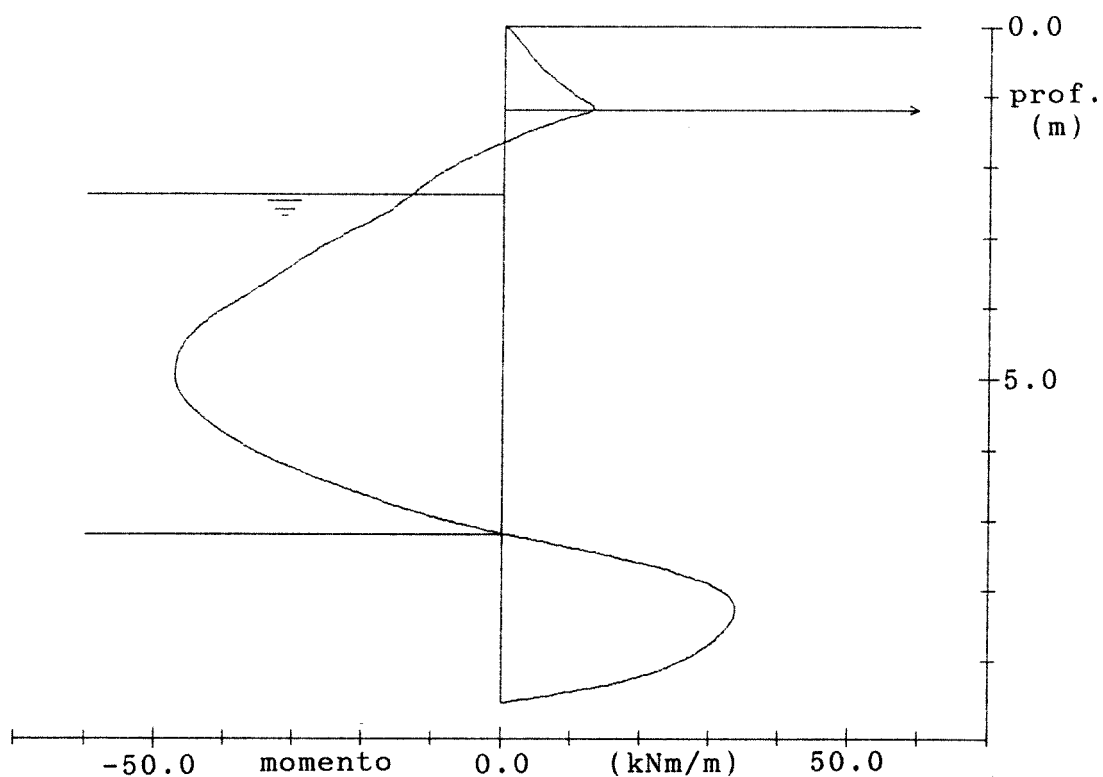


Fig. 8.29 - Diagrama de momentos dinâmicos máximos
($k_h=12,5\%$, $D_r=80\%$)

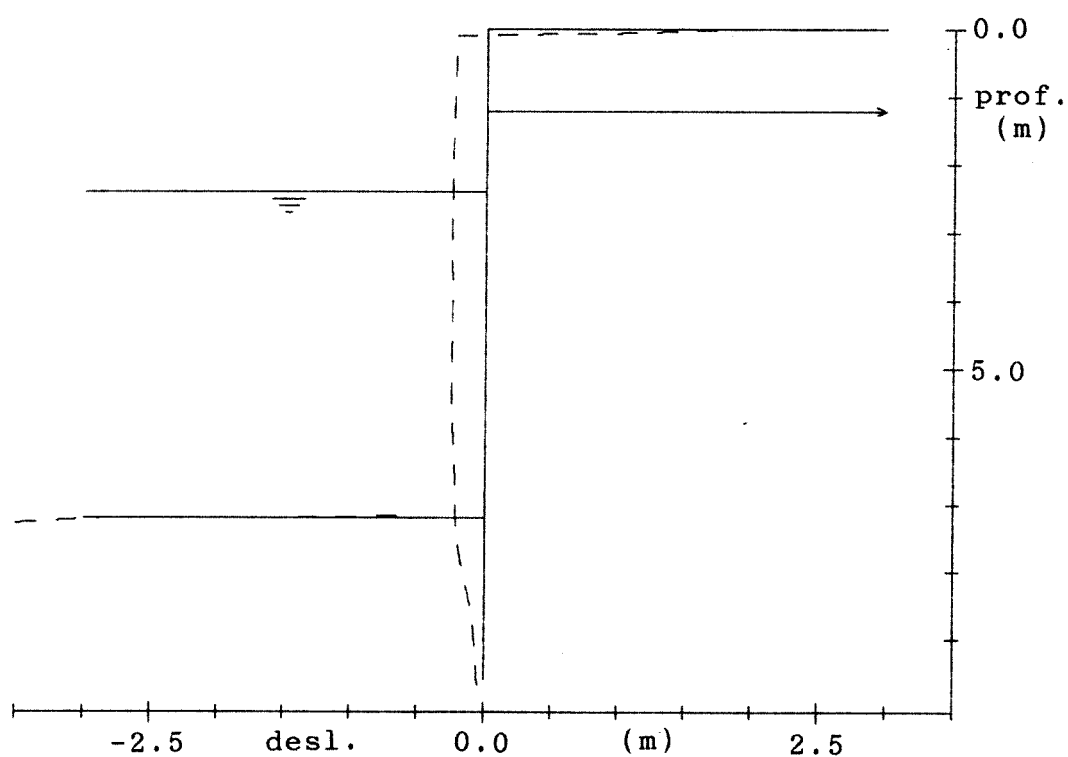


Fig. 8.30 - Deslocamentos residuais da cortina com a placa de ancoragem emersa ($k_h=15,5\%$, $D_r=80\%$)

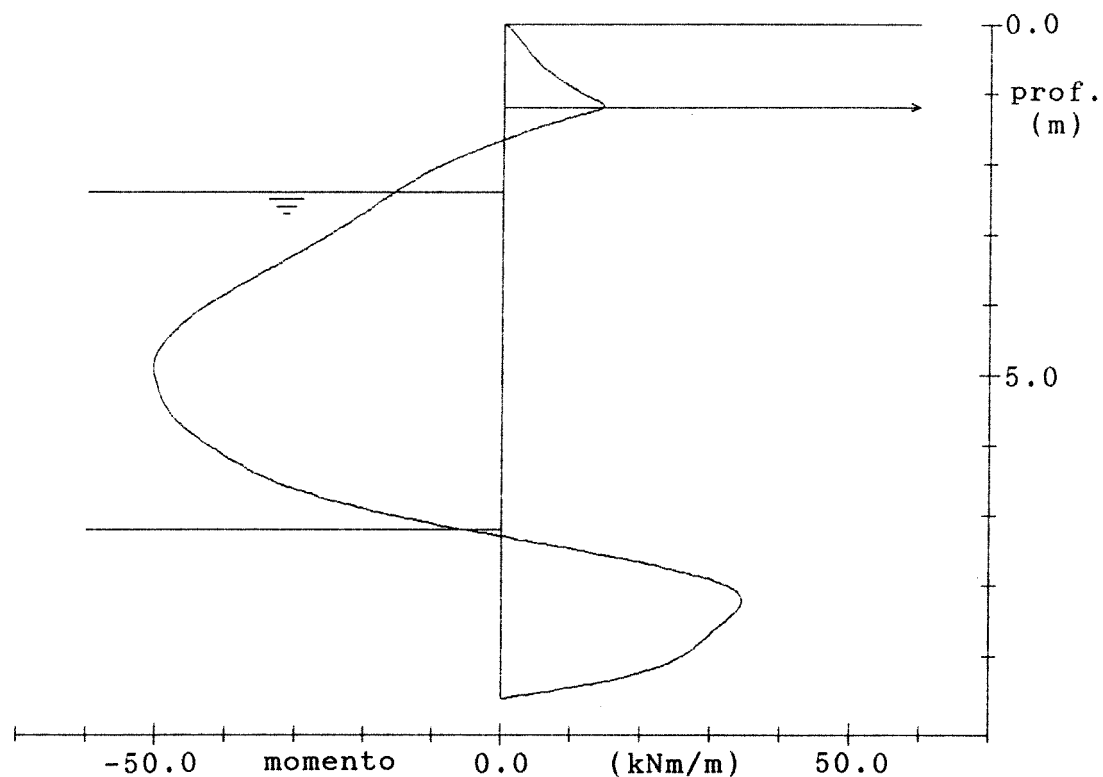


Fig. 8.31 - Diagrama de momentos dinâmicos máximos
($k_h=12,5\%$, $D_r=80\%$)

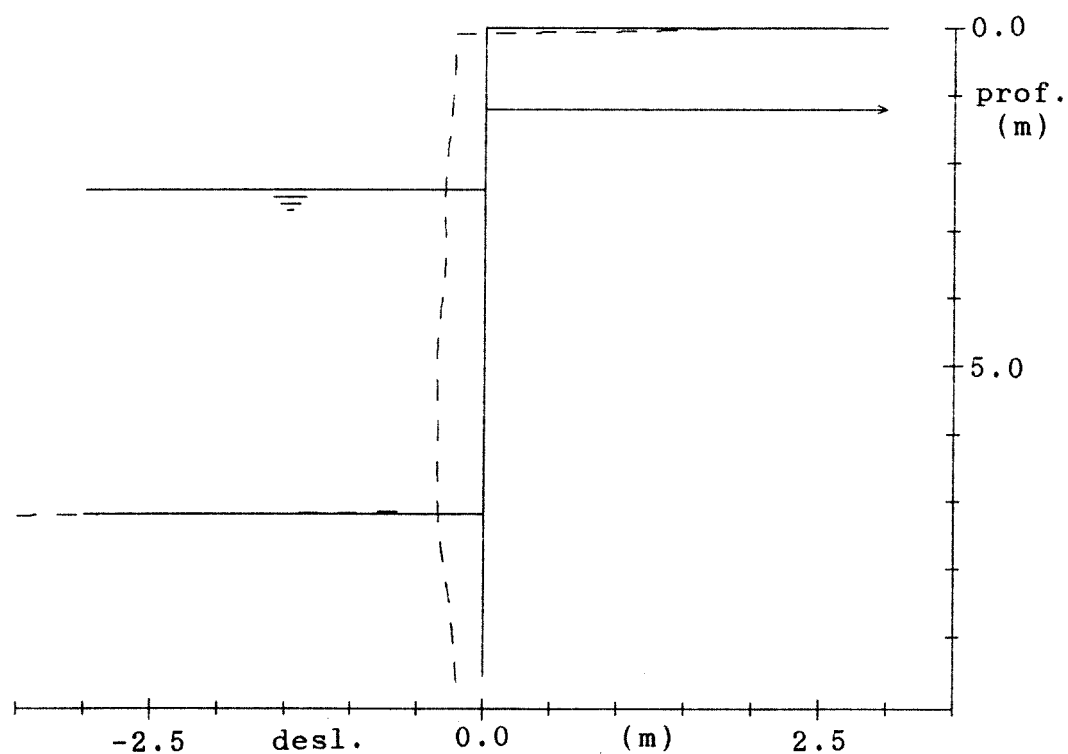


Fig. 8.32 - Deslocamentos residuais da cortina com a placa de ancoragem emersa ($k_h=15,5\%$, $D_r=80\%$)

acelerograma 3, obtiveram-se os deslocamentos residuais representados nas Figuras 8.22, 8.26 e 8.30. Note-se que estes deslocamentos não incluem os iniciais estáticos.

No caso de termos a placa de ancoragem submersa a cortina sofre uma rotação no sentido horário, tendo sido obtidos os deslocamentos residuais no topo e na base, de $0,25\text{ m}$ e $0,47\text{ m}$. Com a placa situada acima do nível freático a cortina tem uma rotação no sentido inverso, sendo o deslocamento no topo de $0,23\text{ m}$ e na base $0,05\text{ m}$. No entanto, é necessário acrescentar que o solo correspondente ao primeiro caso era menos denso ($D_r=65\%$) que o do segundo caso ($D_r=80\%$). Se juntamente com a placa de ancoragem emersa, o solo fosse medianamente compacto, os deslocamentos obtidos teriam sido necessariamente maiores, podendo corresponder a uma rotura tão grave como no primeiro caso. Comparando as Figuras 8.26 e 8.30 com a Figura 3.10 (Steedman e Zeng, 1988) nota-se uma boa semelhança nas posições finais das cortinas ancoradas.

Para simular a existência de duas estruturas de suporte flexíveis limitando um canal de $60,0\text{ m}$ de largura, repetiu-se o cálculo 5, tendo-se retirado o amortecimento na fronteira oposta à cortina. Deste modo há relexão das ondas elásticas da água em duas fronteiras verticais. Com o acelerograma 2 obteve-se um momento flector máximo de $50,4\text{ kNm/m}$ ($111,8\%$) e um esforço máximo de tracção de $31,2\text{ kN}$ ($47,9\%$). o respectivo diagrama de momentos dinâmicos máximos está representado na Figura 8.31. Para $k_h=15,5\%$, representam-se na Figura 8.32 os deslocamentos residuais obtidos. No topo o deslocamento foi de $0,23\text{ m}$ e na base $0,19\text{ m}$.

Verifica-se que, mesmo com a placa de ancoragem situada acima do nível freático, a existência de um volume fechado de água à frente da cortina aumenta os esforços máximos e conduz a maiores deslocamentos residuais. É de esperar que os excessos de pressões neutras sejam maiores neste caso.

8.4 REFERÊNCIAS

- AL-SHLASH, K.,T. - *Applications of the Finite-Element Method in Assessing the Behaviour of Tied-Back Walls*, University of Sheffield, Department of Civil and Structural Engineering, The British Library, 1979.
- DAS, B.M. - *Fundamentals of Soil Dynamics*, New York, Elsevier Science Publishing Co., Inc., 1983.
- LOPES, M.L.C. - *Dimensionamento de Muros Cais Ancorados*, Universidade Nova de Lisboa, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Secção Autónoma de Geotecnia, 1986.
- NYBY, D.W. - *Finite-Element Analysis of Soil-Sheet Pile Interaction*, Utah State University, University Microfilms International, 1981.
- SEED, H.,B.; IDRIS, I,M - *Soil Moduli and Damping Factors for Dynamic Response Analysis*, Report N^o EERC 70-10, Earthquake Engineering Research Centre, University of California, Berkeley, 1970.
- SIDDHARTHAN, R.; MARAGAKIS, E.M. - *Performance of Flexible Retaining Walls Supporting Dry Cohesionless Soils under Cyclic Loads*, Int. Journ. for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, vol. 13, 1989, p. 309-326.
- STEEDMAN, R.S.; ZENG, X. - *Flexible Anchored Walls Subject to Base Shaking*, Report CUED/D - SOILS/TR217, Cambridge University Eng. Dept., 1988.
- STEEDMAN, R.S.; ZENG, X. - *The Seismic Response of Waterfront Retaining Walls*, Report CUED/D - SOILS/TR228, Cambridge University Eng. Dept., 1989.

CAPÍTULO 9

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Pelos resultados obtidos, o programa desenvolvido parece constituir uma boa base de partida para um estudo analítico mais aprofundado do comportamento dinâmico de sistemas estruturais envolvendo água, solo e estruturas de suporte de terras.

A aproximação dos valores máximos obtidos, com os correspondentes aos ensaios em modelo reduzido, é razoável. O mesmo parece não acontecer com os valores residuais. Será necessário alterar o modelo de comportamento do solo de modo a incluir a influência de características mecânicas residuais. Verifica-se que os aumentos dos esforços internos na cortina podem ser substanciais, principalmente quando todo ou parte do solo está submerso. Neste caso a posição da placa de ancoragem em relação ao nível freático é bastante importante.

A simulação dos elementos de fluido parece ser adequada, mas é necessário referir que, se os mesmos cálculos forem feitos em diferentes computadores, podem aparecer erros numéricos num dos casos. As características elásticas da água que são necessárias introduzir podem conduzir a erros de precisão.

O cálculo analítico das pressões dinâmicas de terras sobre estruturas flexíveis, através da teoria de Mononobe-Okabe, parece ser uma solução aproximada no caso da cortina ancorada situada acima do nível freático. Para solos submersos os resultados experimentais e os obtidos pelo método de M.O. afastam-se consideravelmente, devido à amplificação do movimento vibratório. No caso dos muros rígidos, se não se admitir qualquer deslocamento, os valores das pressões incrementais dinâmicas serão maiores e a sua resultante deslocar-se-á para o topo. Pelo contrário, se forem permitidos deslocamentos horizontais ao muro, a solução de Mononobe-Okabe é satisfatória.

O tempo de cálculo da maior parte dos casos analisados foi extremamente longo. É intenção do autor substituir ou aperfeiçoar o esquema de resolução de equações de modo a conseguir-se uma maior rapidez.

A análise de estruturas de suporte de solos argilosos é naturalmente um dos passos seguintes sugerido pelo autor. Do mesmo modo, a introdução de uma lei não linear no comportamento mecânico da cortina será também uma das hipóteses futuras de desenvolvimento.

Devem ser estudados os casos de estruturas flexíveis suportando solos pouco densos submersos. Nestes, as zonas em liquefacção deverão ser maiores atingindo-se uma situação de rotura global mais cedo, para os mesmos níveis de aceleração sísmica considerados no capítulo anterior.

A aplicação de acelerogramas de sismos reais ou correspondendo a espectros de resposta regulamentares é também uma das futuras vias a desenvolver.

Para avaliar a extensão das zonas mais solicitadas e das que entram em liquefacção devem determinar-se mapas das distribuições de tensões em todo o domínio do solo.

Além da introdução das características mecânicas residuais dos solos, é importante o conhecimento de valores experimentais dos parâmetros das tensões neutras para situações dinâmicas.

NOTAS

NOTAS

NOTAS