

Jorge Moreno Delgado

Avaliação de segurança de estruturas reticuladas com comportamento não linear material e geométrico



FEUP Universidade do Porto
Faculdade de Engenharia

Jorge Moreno Delgado

**Avaliação de segurança de estruturas reticuladas
com comportamento não linear material e geométrico**

*Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto
para obtenção do grau de Doutor em Engenharia Civil.*

Julho de 2002

UNIVERSIDADE DO PORTO
Faculdade de Engenharia
BIBLIOTECA M
N.º 79598
CDU 624(043)
Data 27.12.2004

ao Professor Manuel de Azeredo

a justa e sentida homenagem ao
Homem, ao pedagogo e ao
cientista de excelência, que tive
o privilégio de ter como mestre

" Je travaille tant que je peux et le mieux que je peux, toute la journée. Je donne toute ma mesure, tous mes moyens. Et après, si ce que j'ai fait n'est pas bon, je n'en suis plus responsable: c'est que je ne peux pas vraiment faire mieux."

Henri Matisse

Avaliação de segurança de estruturas reticuladas com comportamento não linear material e geométrico

Resumo

Os meios de cálculo automático e os algoritmos de análise disponíveis têm permitido melhorar a previsão do comportamento estrutural, otimizar soluções e aspirar a um crescente arrojo sustentado. Todavia, alguma dificuldade subsiste na compatibilização entre a sofisticação dos modelos matemáticos e a definição de um formato de segurança coerente que sustente a sua utilização. A dificuldade enunciada assume contornos particularmente relevantes quando se pretende realizar análises estruturais, em que a inclusão do comportamento material e geometricamente não linear é determinante, como é o caso da análise de estruturas reticuladas de betão armado.

Uma vez identificados os principais aspectos teóricos da avaliação dos efeitos de 2ª ordem, em estruturas reticuladas de betão armado, apresentam-se algumas metodologias de análise disponíveis para a sua quantificação. Em seguida, procedeu-se ao enquadramento da filosofia de segurança estrutural, patente na regulamentação em vigor, nos principais conceitos da fiabilidade estrutural. Na sequência deste enquadramento e associado à utilização da técnica de simulação estocástica do Método do Hipercubo Latino, é proposto um método de avaliação de segurança simplificado, aplicável em análises não lineares.

A aplicação deste método de avaliação de segurança a um conjunto de estruturas de betão armado, em que apenas o comportamento não linear material é relevante, permitiu levar a cabo uma calibração dos coeficientes de parciais de segurança, inerentes à aplicação do formato de segurança semi-probabilístico regulamentar, e identificar algumas limitações deste formato.

A finalizar este trabalho apresenta-se uma avaliação da qualidade dos métodos de quantificação de efeitos de 2ª ordem patentes no REBAP e no MC90, bem como de um método de autoria de Paula Castro (PC). Esta avaliação foi efectuada a partir da análise dos resultados encontrados para a estimativa da probabilidade de ruína de um conjunto de estruturas, representativas de diferentes volumetrias tipo, dimensionadas por recurso a estes métodos e justificou-se pela importância da sua utilização prática no dimensionamento de estruturas correntes de betão armado.

Reliability analysis of framed structures with material and geometric non-linear behaviour

Abstract

The powerful computational hardware and mathematical models that are available nowadays, have been allowing to improve structural behaviour prevision, to optimise solutions and to aspire for a crescent sustainable audacity. However, some difficulties are still to be overwhelmed, in what concerns these mathematical models usage compatibility with coherent safety criterions. The refered difficulty assumes a particularly relevant configuration when one intends to perform material and geometric non-linear structural analysis, i.e. reinforced concrete framed structures analysis.

Once identified the main theoretical aspects of 2nd order effects evaluation in reinforced concrete framed structures, some available methodologies for its quantification are presented. Afterwards, structural safety principles which support actual codes have been fitted on principal structural reliability concepts. On the sequence of this fitting process and associated to the usage of Latin Hypercube Method simulation technique, an applicable method to non-linear analysis reliability is proposed.

The application of such a security evaluation method to a set of reinforced concrete structures, in which only material non-linear behaviour is relevant, has allowed to implement a calibration of partial factors of safety design codes and to identify some limitations of this reliability methodology.

At last, REBAP, MC90 and Paula Castro's (PC) proposal methods for 2nd orders effects quantification have seen its quality evaluated. This evaluation has occurred through an analysis of the probability of failure estimation results of a set of structures - with different volumetric characteristics and designed according to these methods -, what became an important study, once these methods have a large practical utilisation on common reinforced concrete structures design.

Palavras-Chave

Segurança

Probabilidade de ruína

Fiabilidade estrutural

Métodos de simulação

Método do Hipercubo Latino

Análise não linear

Efeitos de 2ª ordem

Estruturas de betão armado

Keywords

Safety

Probability of failure

Structural reliability

Simulation methods

Hipercube Latin method

Non-linear analysis

2^a order effects

Reinforced concrete structures

Agradecimentos

No momento da conclusão deste trabalho não posso deixar de expressar os meus mais sinceros agradecimentos, a todos os que, com a sua sabedoria e amizade, colaboraram na sua realização.

De um modo muito especial ao saudoso Professor Manuel de Azeredo que com o seu exemplo de interesse e espírito científico, o seu perfil pedagogo e o seu engenho, próprios dos melhores entre os melhores, incentivou e acompanhou quase até final este trabalho. A forma amigável e disponível com que supervisou a sua realização e o conhecimento do Homem que tal proporcionou inundam o canto da saudade, tantas vezes sentida. Obrigado.

Ao Professor Aníbal Costa pela disponibilidade demonstrada para assumir a orientação desta tese na sua parte final, o que muito me honra pela grande admiração que por ele nutro. A sua colaboração foi determinante para o sucesso deste trabalho.

Ao Raimundo, sempre presente, os inúmeros ensinamentos não são passíveis de serem contabilizados. A admiração pelas suas inequívocas e imensas qualidades humanas e profissionais, por tantos reconhecidas, não ofuscam a sua presença efectiva e permanente ao longo deste trabalho. O inextinguível carinho fraterno de trinta e cinco anos torna poucas todas as palavras para objectivar algo que está muito para lá de um agradecimento.

Ao Professor Abel Henriques sempre disponível para me auxiliar na área da fiabilidade estrutural, nas imensas vezes em que o procurei.

Ao Carlos Félix companheiro de gabinete no Laboratório de Estruturas da antiga Faculdade de Engenharia. Pelo trabalho e pelo ânimo partilhados.

Às funcionárias da secção de estruturas, D. Maria Vitória, D. Elvira e Marta que, com uma eficiência e simpatia permanentes, não permitiram nunca que os problemas logísticos perturbassem a realização deste trabalho.

Ao Manuel Carvalho pela sua mais do que comprovada competência e disponibilidade para colaborar na execução da parte gráfica desta tese.

À Manela e à Cecília, as meninas mais importantes da minha vida, pelo insubstituível apoio de retaguarda, pelo carinho e, fundamentalmente, por serem razão da minha felicidade. Este trabalho também é vosso.

Aos meus pais, fisicamente ausentes, mas sempre no meu coração.

Às minhas irmãs, irmãos, cunhadas e cunhado, sobrinhas e sobrinhos, bastiões intocáveis da minha energia.

À D. Beatriz, Sr. Veloso e Isabel ... sempre disponíveis.

Aos amigos muito especiais cuja ajuda, de uma ou de outra forma, foi particularmente importante: Aires, João Pedro, Jorge Teixeira, Lino, Patrício e Pedro.

Aos amigos e aos colegas da Escola Superior de Tecnologia e Gestão do IPVC.

A todos os outros que considero verdadeiramente amigos. Eles sabem quem são.

À D. Graça e família sempre prontos a ajudar.

Índice

Capítulo 1	1
Introdução	1
1.1 Enquadramento geral do trabalho	1
1.2 Objectivos gerais.....	3
1.3 Organização da tese	4
Capítulo 2	9
Efeitos de 2ª ordem em estruturas de betão armado	9
2.1 Introdução	9
2.2 Metodologias regulamentares de quantificação de efeitos de 2ª ordem.	11
2.2.1 REBAP	12
2.2.1.1 Classificação das estruturas	12
2.2.1.2 Quantificação dos efeitos de 2ª ordem.....	15
2.2.2 MC90	16
2.2.2.1 Classificação das estruturas	17
2.2.2.2 Quantificação dos efeitos de 2ª ordem.....	19
2.3 Não linearidade geométrica	24
2.3.1 Vector de deformação para pórticos planos.....	26
2.4 Não linearidade material.....	28
2.4.1 Aço.....	28
2.4.2 Betão	30
2.4.2.1 Betão à compressão	31
2.4.2.2 Betão à tracção.....	33
2.5 Algoritmo de análise não linear - aspectos computacionais	34

2.5.1 Elemento finito adoptado	34
2.5.2 Relação entre esforços e deformações - processo incremental e iterativo.....	37
2.5.3 Resolução do sistema de equações não linear	41
2.6 Exemplos de aplicação.....	43
2.7 Conclusões	48
Capítulo 3.....	51
Princípios gerais da fiabilidade estrutural.....	51
3.1 Introdução	51
3.2 Incertezas na avaliação de segurança.....	54
3.3 Conceito de estado limite	55
3.4 Identificação e classificação de níveis de verificação de segurança	57
3.5 Probabilidade de ruína. Caso fundamental.....	59
3.6 Índice de fiabilidade.....	62
3.6.1 Formulação base do índice de fiabilidade.	63
3.6.1.1 Interpretação geométrica do índice de fiabilidade	66
3.6.2 Generalização do cálculo do índice de fiabilidade	69
3.7 Fiabilidade de sistemas estruturais.....	72
3.7.1 Sistemas estruturais em série e em paralelo	73
3.7.1.1 Sistemas em série	73
3.7.1.2 Sistemas em paralelo.....	74
3.7.2 Sistemas estruturais mistos.....	76
3.8 Métodos de simulação.....	77
3.8.1 Método de Monte Carlo (MMC)	80
3.8.2 Método do Hipercubo Latino	81
3.8.2.1 Teste de validação do Método do Hipercubo Latino	83
3.9 Conclusões	91
Capítulo 4.....	94
A segurança estrutural na regulamentação em vigor	94
4.1 Introdução	94
4.2 Formato semi-probabilístico de segurança.....	96
4.3 Resistências materiais	99
4.3.1 Betão.....	100

4.3.2 Aço.....	102
4.4 Acções.....	104
4.4.1 Valores de cálculo e combinação de acções - critérios gerais.....	108
4.4.1.1 Valores de cálculo das acções.....	108
4.4.1.2 Combinação de acções.....	109
4.4.2 Acções permanentes - G	113
4.4.3 Sobrecargas em edifícios - Q	115
4.4.4 Acção do vento.....	119
4.4.5 Acção sísmica	121
4.5 Abordagem fiabilística do formato de segurança regulamentar	122
4.5.1 Interpretação fiabilística dos valores de cálculo das resistências e acções	122
4.5.2 Coeficientes parciais de segurança. Calibração de base fiabilística.....	126
4.5.2.1 Resistências.....	127
4.5.2.1.1 Betão.....	127
4.5.2.1.2 Aço	129
4.5.2.2 Acções.....	130
4.5.2.2.1 Acções permanentes	130
4.5.2.2.2 Acções variáveis.....	131
4.5.3 Fiabilidade e verificação aos estados limites - Aspectos numéricos.....	132
4.6 Conclusões	134
Capítulo 5	136
Segurança em análises não lineares - proposta de método	136
5.1 Introdução	136
5.2 Métodos baseados em coeficientes parciais de segurança	138
5.2.1 Método do coeficiente parcial de segurança de secções de Henriques (1997)	138
5.2.2 Método proposto por Vinagre (1997)	141
5.2.3 Método Proposto por Castro (1998).....	143
5.2.3.1 Pressupostos de aplicação do algoritmo de análise não linear.....	144
5.2.3.2 Formato de segurança. Factor de segurança global	144
5.2.3.3 Método de dimensionamento aos efeitos de 2ª ordem.....	145
5.3 Métodos baseados em técnicas de simulação	148
5.3.1 Método proposto por Henriques (1998).....	148
5.3.1.1 Fase 1 - Simulação estocástica com base no MMC.....	148
5.3.1.2 Fase 2 - Análise estrutural determinística.....	149

5.3.1.3 Fase 3 - Regressão múltipla e análise de sensibilidade	150
5.3.1.4 Fase 4 - Avaliação de segurança	151
5.4 Método proposto de avaliação de segurança	151
5.4.1.1 Formulação geral do método	154
5.4.1.2 Solicitação S - Lei de distribuição	158
5.4.1.3 Resistência R - Lei de distribuição	165
5.4.1.3.1 Tensão de rotura do betão à compressão f_c - Lei de distribuição	169
5.4.1.3.1.1 Lei de distribuição de f_c' para as diferentes classes de betão	172
5.4.1.3.2 Tensão de cedência das armaduras f_{sy} - Lei de distribuição	175
5.4.1.4 Testes de validação do ajuste de leis normais	176
5.4.1.4.1 <i>Teste de Normalidade</i> baseado nos coeficientes de assimetria e achatamento	177
5.4.1.4.2 <i>Teste de Kolmogorov-Smirnov - versão de Lilliefors (1967)</i>	178
5.4.1.5 Análise de sensibilidade e modelo de regressão da Resistência R	181
5.4.1.5.1 Coeficiente de correlação ordinal de Spearman r^s	181
5.4.1.5.2 Modelo de regressão multilinear R^c e coeficientes de correlação.	182
5.4.1.6 Resumo da sequência aplicação. Exemplo	186
5.4.1.6.1 Descrição do exemplo	186
5.4.1.6.2 Lei de distribuição do factor de carga da Solicitação - λS	189
5.4.1.6.3 Lei de distribuição do factor de carga da Resistência - λR	190
5.4.1.6.4 Avaliação da segurança estrutural	197
5.5 Conclusões	198
Capítulo 6	202
Segurança no dimensionamento de peças de betão armado: aplicação do método em análises materialmente não lineares	202
6.1 Introdução	202
6.2 Comparação do método de avaliação de segurança proposto com a metodologia de Henriques (1998)	204
6.2.1 Descrição do exemplo	204
6.2.2 - Lei de distribuição da Resistência - R	207
6.2.3 Análise e comparação de resultados	212
6.2.3.1 Modelos de regressão multilinear	212

6.2.3.2 Probabilidade de ruína	215
6.3 Probabilidade de ruína associada aos coeficientes parciais de segurança do betão e do aço.....	216
6.3.1 Descrição do exemplo	217
6.3.2 Leis de distribuição dos factores de carga da Solicitação (λS) e da Resistência (λR).....	218
6.3.3 Probabilidade de ruína p_f de P_C e P_T	221
6.4 Redistribuição de esforços e seus reflexos na probabilidade de ruína de uma peça de betão armado.....	225
6.4.1 Descrição do exemplo	226
6.4.2 Lei de distribuição do factor de carga da Solicitação - λS	229
6.4.3 Lei de distribuição do factor de carga da Resistência- λR	230
6.4.4 Avaliação da segurança estrutural.....	233
6.5 Segurança e opções de dimensionamento de vigas de betão armado. Soluções com distintas percentagens de armadura.	236
6.5.1 Descrição do exemplo	237
6.5.2 Lei de distribuição do factor de carga da Solicitação - λS	239
6.5.3 Lei de distribuição do factor de carga da Resistência- λR	239
6.5.3.1 Coeficientes de correlação	242
6.5.4 Avaliação da segurança estrutural.....	243
6.6 Conclusões	245
Capítulo 7	250
Comparação entre métodos de dimensionamento aos efeitos de 2ª ordem.....	250
7.1 Introdução	250
7.2 Descrição global das estruturas analisadas, hipóteses gerais de dimensionamento e de avaliação da segurança.....	252
7.2.1 Critérios de aplicação dos métodos de dimensionamento aos efeitos de 2ª ordem	253
7.2.2 Regras gerais de dimensionamento adoptadas.....	254
7.2.3 Critérios gerais de aplicação do método de avaliação de segurança.....	256
7.3 Pórtico de um andar e um tramo (<i>PTII</i>).....	258
7.3.1 Descrição do exemplo.....	258
7.3.2 REBAP: efeitos de 1ª ordem.....	259
7.3.3 REBAP: efeitos de 2ª ordem - estruturas de nós móveis	259

7.3.4 Método do MC90	260
7.3.5 Método PC.....	261
7.3.6 Avaliação de segurança	261
7.3.6.1 Lei de distribuição do factor de carga da Resistência- λR	261
7.3.6.2 Probabilidades de ruína e índices de fiabilidade	264
7.4 Pórtico de quatro andares e um tramo (PT41).....	266
7.4.1 Descrição do exemplo	266
7.4.2 REBAP: efeitos de 1ª ordem	267
7.4.3 REBAP: efeitos de 2ª ordem - estruturas de nós móveis.....	268
7.4.4 Método do MC90	268
7.4.5 Método PC.....	270
7.4.6 Avaliação de segurança	270
7.4.6.1 Lei de distribuição do factor de carga da Resistência- λR	270
7.4.6.2 Probabilidades de ruína e índices de fiabilidade	273
7.5 Pórtico de quatro andares e dois tramos (PT42).....	275
7.5.1 Descrição do exemplo	275
7.5.2 REBAP: efeitos de 1ª ordem	276
7.5.3 REBAP: efeitos de 2ª ordem - estruturas de nós móveis.....	277
7.5.4 Método do MC90	277
7.5.5 Método PC.....	278
7.5.6 Avaliação de segurança	279
7.5.6.1 Lei de distribuição do factor de carga da Resistência- λR	279
7.5.6.2 Probabilidades de ruína e índices de fiabilidade	281
7.6 Pórtico de quatro andares e três tramos (PT43)	283
7.6.1 Descrição do exemplo	283
7.6.2 REBAP: efeitos de 1ª ordem	284
7.6.3 REBAP: efeitos de 2ª ordem - estruturas de nós móveis.....	285
7.6.4 Método do MC90	286
7.6.5 Método PC.....	286
7.6.6 Avaliação de segurança	288
7.6.6.1 Lei de distribuição do factor de carga da Resistência- λR	288
7.6.6.2 Probabilidades de ruína e índices de fiabilidade	290
7.7 Pórtico de nove andares e um tramo (PT91)	292
7.7.1 Descrição do exemplo	292
7.7.2 REBAP: efeitos de 1ª ordem	293
7.7.3 REBAP: efeitos de 2ª ordem - estruturas de nós móveis.....	294

7.7.4 Método do MC90.....	295
7.7.5 Método PC	297
7.7.6 Avaliação de segurança.....	298
7.7.6.1 Lei de distribuição do factor de carga da Resistência- λR	298
7.7.6.2 Probabilidades de ruína e índices de fiabilidade.....	300
7.8 Análise global de resultados	302
7.9 Sensibilidade dos métodos de dimensionamento aos efeitos de 2ª ordem à geometria da estrutura.....	306
7.10 Influência da não simetria estrutural no dimensionamento aos efeitos de 2ª ordem.	310
7.10.1 Descrição do exemplo.....	311
7.10.2 REBAP: efeitos de 1ª ordem.....	312
7.10.3 REBAP: efeitos de 2ª ordem - estruturas de nós móveis	312
7.10.4 Método do MC90.....	313
7.10.5 Método PC	314
7.10.6 Avaliação de segurança.....	315
7.10.6.1 Lei de distribuição do factor de carga da Resistência- λR	315
7.10.6.2 Probabilidades de ruína e índices de fiabilidade.....	317
7.11 Tentativa de melhoramento do método do MC90	319
7.11.1 Método MC90a - Resultados do dimensionamento	320
7.11.2 Avaliação de segurança.....	322
7.11.2.1 Lei de distribuição do factor de carga da Resistência- λR	322
7.11.2.2 Probabilidades de ruína e índices de fiabilidade.....	323
7.12 Conclusões.....	325
Capítulo 8	330
Conclusões e desenvolvimentos futuros	330
8.1 Conclusões.....	330
8.2 Desenvolvimentos futuros	338
Referências bibliográficas	340

Capítulo 1

Introdução

1.1 Enquadramento geral do trabalho

Desde sempre, Homens e animais, consciente ou instintivamente, "lutam" e lutam pela sua sobrevivência na procura permanente da segurança possível. No que ao Homem diz respeito, o privilégio da sua racionalidade tem permitido, nesta matéria, uma evolução de atitude e de método, regrada, por um lado, pelo estado do conhecimento e pelos consensos socio-culturais que o acompanham no tempo e, por outro, pelo seu engenho e capacidade criadora.

Alicerçados, antes de mais, no princípio do valor inestimável da vida humana, os critérios de dimensionamento estrutural evoluíram das já longínquas regras empíricas, baseadas na experiência herdada e adquirida, até aos modelos de raiz probabilística ou semi-probabilística vigentes. Por outro lado, os meios de cálculo disponíveis e os algoritmos de análise desenvolvidos, à medida da disponibilidade de tais meios, têm permitido melhorar a previsão do comportamento das estruturas a realizar, otimizar as soluções encontradas e aspirar a um crescente arrojo sustentado.

Todavia, alguma dificuldade subsiste na compatibilização entre a sofisticação dos modelos matemáticos e a definição de um formato de segurança coerente que permita a sua utilização, fundamentalmente quando, dadas as características geométricas da estrutura a analisar e a natureza do comportamento mecânico dos materiais utilizados, é necessário o recurso a algoritmos que modelem o seu comportamento geométrica e materialmente não linear.

A generalização da utilização do betão armado em praticamente todo tipo de estruturas e a pressão sobre a procura da solução óptima das dimensões das secções, no que diz respeito à minimização das suas dimensões, configuram, em conjunto, um cenário típico da necessidade de recurso às análises não lineares referidas. Porém, a operacionalização dos processos de dimensionamento e de verificação de segurança de estruturas reticuladas de betão armado correntes, por forma a tornar exequível e rentável a actividade do projectista de estruturas comum, requer a existência de modelos de avaliação dos efeitos de 2ª ordem de alguma simplicidade e, simultaneamente, a utilização de um formato de segurança de fácil aplicação. Na perspectiva de satisfazer esta necessidade, os regulamentos de especialidade, nacionais e internacionais, propõem métodos simplificados para a quantificação dos efeitos de 2ª ordem em elementos axialmente comprimidos, habitualmente designados por pilares, passíveis de serem directamente utilizados, em conjunto com os efeitos de 1ª ordem, no processo de dimensionamento e verificação de segurança, da estrutura em que estão inseridos, seguindo as regras habituais do formato semi-probabilístico de segurança regulamentar.

O elevado grau de simplificação que estes métodos simplificados encerram, tem motivado uma crescente insatisfação com os resultados alcançados com a sua aplicação. Como consequência desta insatisfação, diversos trabalhos científicos têm sido desenvolvidos na perspectiva de contornar a dificuldade de compatibilização, já aventada, entre uma quantificação mais precisa dos efeitos de 2ª ordem, por recurso a algoritmos de análise não linear, com um formato de segurança sólido que sustente o emprego deste tipo de algoritmos.

A ausência de informação objectiva sobre a probabilidade de ruína de uma dada estrutura, dimensionada com base no formato de segurança semi-probabilístico

regulamentar, não constitui dúvida relevante no que diz respeito a dimensionamentos para efeitos de 1ª ordem, porquanto os critérios de aplicação deste formato se encontram substancialmente testados e aferidos para este tipo de análises. Porém, a incerteza sobre a qualidade dos resultados obtidos para os esforços de 2ª ordem, através da aplicação dos métodos simplificados regulamentares ou de propostas de autor que não se encontrem exaustivamente calibradas, introduz uma dúvida sistemática sobre os níveis de segurança alcançados com a utilização destes resultados em dimensionamentos e verificações de segurança baseados nesse mesmo formato de segurança. Nestas condições, uma efectiva confiança nas soluções estruturais resultantes da aplicação destes métodos requer uma avaliação de segurança em que a probabilidade de ruína possa ser objectivamente estimada. Com particular relevância nas situações enunciadas, esta filosofia de avaliação de segurança de raiz probabilística está hoje na primeira linha da investigação científica, como consequência da natural aspiração a um generalizado e mais preciso conhecimento das margens de segurança das estruturas projectadas.

1.2 Objectivos gerais

O recurso a métodos simplificados de dimensionamento aos efeitos de 2ª ordem constitui a solução mais utilizada no dimensionamento de estruturas reticuladas de betão armado, em que estes efeitos não possam ser desprezados. Paralelamente, surgem hoje algumas propostas de metodologias que visam constituir alternativas mais equilibradas da quantificação destes efeitos, aspirando a melhores aproximações entre os efeitos de 2ª ordem estimados e o comportamento real das estruturas analisadas. A incerteza sobre os níveis de segurança das estruturas dimensionadas por recurso a estes métodos motivou a tentativa de avaliação de segurança de estruturas reticuladas de betão armado com comportamento não linear geométrico e material que se apresenta neste trabalho, que teve, na sua origem, os principais objectivos gerais:

- Identificar os principais aspectos teóricos da quantificação dos efeitos de 2ª ordem em estruturas reticuladas de betão armado e enquadrar as principais metodologias de análise disponíveis para a sua quantificação.

- Enquadrar a filosofia de segurança estrutural patente na regulamentação em vigor nos principais conceitos da fiabilidade estrutural e discutir as suas limitações de aplicação em análise não lineares.
- Desenvolver uma metodologia de avaliação de segurança aplicável em análises geométrica e materialmente não lineares.
- Aplicar a metodologia de avaliação de segurança a estruturas de betão armado em que apenas o comportamento não linear material seja relevante, procurando calibrar os coeficientes de parciais de segurança implícitos à aplicação do formato de segurança semi-probabilístico regulamentar e identificar eventuais limitações deste formato.
- Avaliar e discutir a qualidade dos métodos simplificados de dimensionamento aos efeitos de 2ª ordem patentes no REBAP e no MC90, bem como de um método de autoria de Paula Castro (PC), através da análise dos resultados encontrados para a estimativa da probabilidade de ruína de um conjunto de estruturas, com diferentes configurações geométricas tipo, dimensionadas por recurso a estes métodos.

1.3 Organização da tese

A prossecução dos objectivos gerais enunciados conduziu ao trabalho que agora se apresenta, tendo sido, para tal, organizado tematicamente em capítulos, descrevendo-se em seguida, de forma sucinta, o essencial dos assuntos abordados em cada um deles:

- No Capítulo 2 serão, em primeiro lugar, apresentadas as linhas gerais de aplicação das metodologias simplificadas de quantificação de efeitos de 2ª ordem patentes no REBAP, por ser o código nacional, e no MC90, por corresponder a uma estratégia de análise substancialmente diferente das dos restantes métodos simplificados existentes. Em seguida, serão expostos os principais conceitos relativos à modelação do comportamento não linear geométrico e material de estruturas, em particular de estruturas de betão armado, e da sua inclusão prática no algoritmo de análise não linear geométrica e material FEMPOR1, utilizado neste trabalho como suporte da metodologia de avaliação de segurança proposta

no capítulo 5. Tendo em vista atestar o bom desempenho deste algoritmo de análise, este capítulo terminará com a validação dos resultados obtidos com a sua aplicação a um conjunto de exemplos seleccionados.

- No Capítulo 3 enquadra-se o problema da segurança estrutural, descrevendo-se as principais incertezas com este relacionadas e explicitando-se o conceito de estado limite. Percorrendo os diferentes níveis de avaliação de segurança, com complexidade sucessivamente crescente, é exposto o caso fundamental da fiabilidade estrutural e definido o conceito de índice de fiabilidade. A interpretação geométrica do índice de fiabilidade e a referência às limitações associadas à aplicação das técnicas clássicas da fiabilidade estrutural, antecedem a exposição do método de simulação de Monte Carlo, enquanto método de referência das técnicas de simulação estocástica, e do método do Hipercubo Latino, enquanto ferramenta basilar do método de avaliação de segurança proposto no presente trabalho.
- No Capítulo 4, tendo por base a regulamentação nacional e europeia, será exposto, em primeiro lugar, o formato semi-probabilístico de verificação de segurança, aplicável ao dimensionamento e verificação de segurança de estruturas de betão armado. Em seguida, serão apresentados os valores das resistências e acções a adoptar em projecto de edifícios correntes, os coeficientes parciais de segurança que lhes estão associados e ainda, no que às acções diz respeito, serão descritos os critérios reguladores da sua simultaneidade de actuação, que se consubstanciam nas combinações de acções regulamentares. Baseando-se este formato em coeficientes parciais de segurança, o capítulo terminará com a explicitação do seu carácter semi-probabilístico e com a sua interpretação fiabilística.
- No Capítulo 5 começar-se-á por apresentar alguns métodos de dimensionamento e verificação de segurança baseados em coeficientes parciais de segurança. Destes métodos destaca-se, desde logo, o método de quantificação de efeitos de 2ª ordem proposto por Castro (1998), cuja qualidade dos resultados obtidos com a sua aplicação é avaliada no capítulo 7. Em seguida será feita referência a uma metodologia de avaliação de segurança de base probabilística proposta por Henriques (1998), apoiada no método de simulação de Monte Carlo, finalizando

este capítulo com a apresentação do método de avaliação de segurança proposto neste trabalho, de raiz mista em termos de recurso ao formato semi-probabilístico de segurança regulamentar e ao método de simulação do Hipercubo Latino, e de um exemplo ilustrativo da sua aplicação.

- No Capítulo 6 procurou-se identificar algumas das implicações, nos níveis de segurança estrutural, das opções de projecto corrente e da opção central do formato de segurança semi-probabilístico, relativa à diferenciação de valores dos coeficientes de segurança parciais do aço e do betão. Abrindo espaço a uma aferição parcial da qualidade do método de avaliação de segurança proposto neste trabalho, apresenta-se em primeiro lugar a comparação dos resultados da sua aplicação a duas vigas de betão armado, com os resultados de idênticas aplicações efectuadas por Henriques, utilizando um modelo de análise de segurança mais complexo. Em seguida, será apresentado o estudo da quantificação da probabilidade de ruína de um pilar de betão (P_C), solicitado por um esforço axial de compressão pura, e de um pilar de aço (P_S), solicitado por um esforço axial de tracção pura, por forma a isolar o comportamento de cada um dos materiais, que constituem as peças de betão armado e avaliar a influência do uso de coeficientes parciais de segurança distintos, para as suas capacidades resistentes, na probabilidade de ruína estrutural. A finalizar este capítulo, será apresentado o estudo de duas vigas de betão armado, direccionado para a análise das variações dos níveis de segurança resultantes, por um lado, do processo habitual de redistribuição de esforços e, por outro, das variações da percentagem de armadura resultantes das diferentes opções de dimensionamento de uma viga.
- No Capítulo 7 será exposto o estudo de aferição da qualidade dos resultados obtidos com a aplicação de três métodos simplificados de quantificação de efeitos de 2ª ordem: método constante da regulamentação portuguesa REBAP, método preconizado pelo MC90 e uma proposta de método da autoria de Paula Castro (PC). Tendo sido seleccionadas cinco estruturas com a classificação de mobilidade de nós móveis, com diferentes combinações de número de tramos e de andares, procedeu-se, em primeiro lugar, ao seu dimensionamento para os efeitos de 1ª ordem e para os efeitos de 2ª ordem por aplicação dos três métodos simplificados seleccionados. Em seguida, uma vez quantificada a probabilidade de ruína de cada

uma das soluções de dimensionamento encontradas, foi possível identificar os níveis de segurança absolutos de cada uma delas, comparar a fiabilidade dos métodos simplificados entre si e, ainda, comparar as probabilidades de ruína encontradas com os dimensionamentos aos efeitos de 2ª ordem, com idêntica probabilidade obtida na situação de referência de dimensionamento apenas para efeitos de 1ª ordem. A finalizar este capítulo, apresenta-se uma análise da influência da não simetria estrutural na qualidade dos resultados obtidos com estes métodos, bem como uma tentativa de melhoramento do método proposto pelo MC90.

- Esta tese termina com o Capítulo 8, onde se sintetizam as principais conclusões extraídas do trabalho realizado e onde se apontam alguns caminhos para desenvolvimento de investigação futura, que permitam aprofundar o tema da avaliação de segurança, em particular, em estruturas cuja inclusão do comportamento não linear material e geométrico é determinante para a sua rigorosa análise estrutural, tema de grande actualidade e que tem servido de mote a diversos trabalhos de investigação.

Capítulo 2

Efeitos de 2ª ordem em estruturas de betão armado

2.1 Introdução

A quantificação dos esforços instalados numa dada estrutura, resultantes da aplicação de um conjunto de acções, é fortemente influenciada pelo modelo de análise estrutural adoptado. Os algoritmos de mais corrente utilização, por parte dos projectistas de estruturas, baseiam-se na assunção de um comportamento elástico da estrutura e no estabelecimento das equações de equilíbrio de todos os nós dos elementos que a constituem, pressupondo uma solitação global instantânea da estrutura. Não fazendo intervir na quantificação dos esforços a evolução da sua configuração deformada, estes esforços designam-se habitualmente como esforços de 1ª ordem. No entanto, uma avaliação mais precisa do comportamento estrutural implicará a inclusão da informação sobre a deformada da estrutura na quantificação dos esforços e a actualização da sua geometria ao longo do processo de carregamento. Este efeito, de cariz não linear, designa-se por comportamento não linear geométrico e permite, cumulativamente com o comportamento não linear material inerente às propriedades mecânicas do betão, avaliar a componente dos esforços habitualmente designada de 2ª ordem.

Uma avaliação rigorosa destes efeitos requer o recurso a algoritmos de análise estrutural complexos, onde o comportamento não linear geométrico e material estejam devidamente simulados. Apesar de existirem hoje inúmeros algoritmos deste tipo, desenvolvidos em particular no âmbito de trabalhos de investigação científica, a sua aplicação prática depara-se com algumas dificuldades. Exigindo o tratamento deste problema a adopção de processos incrementais e iterativos para a inclusão das acções, que visam permitir a adaptação progressiva da configuração deformada e da rigidez das peças, são necessários tempos de cálculo relativamente longos e não compatíveis com as necessidades de rapidez de execução do projectista comum. Por outro lado, a crescente sofisticação dos modelos de cálculo, através da inclusão de leis de comportamento complexas que melhor representem o funcionamento de peças de betão armado, requer a definição de parâmetros materiais cuja adopção é por vezes difícil, ora por escassez de informação ora por falta de consenso sobre a melhor solução a adoptar que, podendo influenciar de forma importante os resultados, levantam incertezas sobre a qualidade dos mesmos. Finalmente, a adopção de um formato de segurança coerente e eficiente que se adapte às características deste tipo de algoritmos tem-se revelado de difícil definição, matéria alvo de inúmeros trabalhos de investigação recentes.

A importância destes efeitos, em particular no dimensionamento de elementos sujeitos a esforços axiais significativos, e a referida complexidade associada a uma análise estrutural rigorosa, tem motivado o desenvolvimento de inúmeras metodologias simplificadas de avaliação de efeitos de 2ª ordem, de que as patentes na actual regulamentação nacional e europeia são exemplos. As recomendações regulamentares assentam, de um forma geral e independentemente dos aspectos particulares das regras de aplicação indicadas em cada regulamento, em três filosofias distintas. As duas primeiras, suficientemente simples e detalhadas, correspondem ao dimensionamento dos elementos verticais como pilares isolados e ao dimensionamento dos elementos verticais integrados no conjunto da estrutura através de metodologias simplificadas do tipo P-delta, apoiadas em algoritmos de análise elásticos. A terceira é sugerida nas situações em que se admite não ser razoável a aplicação de metodologias simplificadas e corresponde ao método geral de avaliação de efeitos de 2ª ordem, em relação ao qual não é apresentado nenhum caminho para a sua aplicação. O REBAP e o EC2 apoiam-se essencialmente no dimensionamento de pilares isolados, salvo

situações excepcionais em que o EC2 remete para a aplicação de um método geral. O MC90, para além de prever situações de dimensionamento de pilares isolados, prescreve uma metodologia simplificada de avaliação conjunta dos efeitos de 2ª ordem.

Neste capítulo serão, em primeiro lugar, apresentadas as metodologias regulamentares simplificadas de quantificação de efeitos de 2ª ordem presentes no REBAP, por ser o código nacional, e no MC90, por propor, em relação às estruturas mais sensíveis aos efeitos de 2ª ordem, uma metodologia significativamente diferente da do REBAP, sendo os resultados obtidos com as suas aplicações avaliados e discutidos nos capítulos finais. Por ter uma filosofia semelhante e conduzir a resultados próximos dos obtidos com o REBAP, não foi discutida a metodologia presente no EC2.

Em seguida serão expostas as principais ideias relativas à inclusão e modelação do comportamento não linear geométrico e material das estruturas, em particular das estruturas de betão armado, e a sua consubstanciação no algoritmo de análise não linear geométrica e material FEMPOR1, utilizado neste trabalho como suporte da metodologia de avaliação de segurança proposta no capítulo 5 e, ainda, para o dimensionamento de pilares de betão armado aos efeitos de 2ª ordem, através da aplicação de um método da autoria de Paula Castro (Castro, 1998). Tendo em vista atestar o bom desempenho deste algoritmo de análise, este Capítulo terminará com a apresentação de alguns exemplos de aplicação, cujos resultados se comparam com os obtidos por outro autor, (Vinagre, 1997).

2.2 Metodologias regulamentares de quantificação de efeitos de 2ª ordem.

A definição de preceitos regulamentares tem subjacente três tipos de preocupações fundamentais. As duas primeiras, as mais genuínas e complementares, consistem em definir regras de aplicação segura e que permitam avaliar os fenómenos reais com o maior rigor possível. A terceira, de carácter pragmático e de alguma forma de sinal contrário às duas primeiras, garantir que essas regras sejam de fácil aplicação não inviabilizando a sua aplicação prática ao projecto de estruturas corrente.

A complexidade inerente ao processo de avaliação de efeitos de 2ª ordem, faz com que a terceira preocupação assumira papel relevante na definição de métodos para a sua quantificação, tendo como consequência a definição de regras regulamentares consideravelmente simplificadas e conducentes a resultados muitas vezes pouco realistas e criticáveis.

A avaliação da qualidade dos resultados obtidos com as metodologias de quantificação de efeitos de 2ª ordem preconizadas pelos regulamentos actuais, através da aplicação da metodologia de avaliação de segurança proposta neste trabalho, é um dos objectivos do mesmo. Tendo sido estudados os métodos patentes no REBAP e no MC90 descrevem-se em seguida, de forma sucinta e fundamentalmente qualitativa, por serem métodos de referência de aplicação generalizada, os principais aspectos inerentes às suas aplicações.

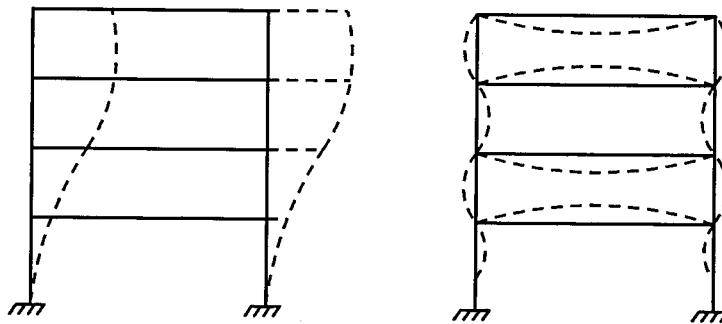
2.2.1 REBAP

A quantificação de efeitos de 2ª ordem constitui um capítulo importante da regulamentação portuguesa relativa a estruturas de betão armado (REBAP, 1985), correspondendo à habitualmente designada verificação ao estado limite último da encurvadura. Principalmente direccionada para a determinação dos esforços de 2ª ordem nos elementos comprimidos, esta determinação é geralmente feita de forma independente em duas direcções distintas, procedimento que se enquadra na metodologia geral da análise das estruturas correntes. Estas, apesar da sua configuração real ser quase sempre reticulada-tridimensional, são discretizadas em pórticos planos orientados segundo duas direcções fundamentais, nas quais assenta a determinação dos esforços e dimensionamento dos elementos que os constituem.

2.2.1.1 Classificação das estruturas

Um dos aspectos centrais do processo de quantificação dos efeitos de 2ª ordem é a classificação da estrutura relativamente à sua mobilidade. De acordo com o REBAP, a maior ou menor sensibilidade às acções ou efeitos que conduzem ao aparecimento de deslocamentos horizontais relativos dos pisos, permite classificar as estruturas de nós moveis ou de nós fixos. Associadas a estes dois tipos de mobilidade estão configurações de instabilidade distintas, correspondentes a uma configuração

deformada global da estrutura, ou a uma configuração deformada local dos elementos verticais, conforme se ilustra na Figura 2.1.



a) Estruturas de nós móveis b) Estruturas de nós fixos

Figura 2.1 - Configurações de instabilidade

A avaliação da sensibilidade aos deslocamentos horizontais é efectuada a partir de uma simplificação, resultante da consideração exclusiva dos pilares como elementos contribuintes para a este efeito, desprezando a contribuição das vigas existentes ao nível dos pisos, e admitindo, por isso, uma substituição da estrutura real por uma consola equivalente encastrada na sua base. De uma forma mais precisa, define-se que uma estrutura será de nós fixos quando os momentos de 2ª ordem na base dessa consola forem inferiores ou iguais a 10% dos momentos de 1ª ordem.

Utilizando uma expressão proposta por Timoshenko e Gere (1961), que permite com muito boa aproximação determinar os momentos de 2ª ordem numa barra, a partir do momento de 1ª ordem e da razão entre o valor da carga actuante e da carga crítica, contabilizando como elementos resistentes apenas os elementos verticais e considerando ainda uma redução da rigidez de 30% para ter em conta o funcionamento do betão em fase fendilhada, foi estabelecida uma expressão de fácil aplicação, que permite fazer a classificação das estruturas quanto à mobilidade (REBAP, 19885; CEB-FIP, 1981). As estruturas serão de nós fixos quando se verificar:

$$h_{tot} = \sqrt{\frac{\sum N}{\sum EI}} \leq \eta \quad (2.1)$$

onde:

- h_{tot} : altura da estrutura acima das fundações;
- $\sum N$: somatório das acções verticais ao nível das fundações, não afectado dos coeficientes de majoração
- $\sum EI$: somatório da rigidez à flexão em regime elástico de todos os elementos verticais na direcção em estudo. Deverá adoptar-se uma rigidez equivalente no caso de esta variar em altura.
- η : parâmetro definido por;

$0,2 + 0,1n$	se	$n < 4$
$0,6$	se	$n \geq 4$

sendo, n - nº de andares da estrutura.

Uma avaliação deste tipo, considerando como elementos resistentes apenas os elementos verticais, conduz necessariamente a resultados muito conservativos. De facto, a existência de vigas de ligação entre os diversos elementos verticais, como parte integrante dos pórticos resistentes em cada uma das direcções, contribui de forma significativa para a redução da mobilidade transversal da estrutura.

Vila Pouca (1992) apresentou um trabalho em que esta questão é posta em evidência, demonstrado que, em muitos casos, a consideração da contribuição das vigas permite classificar de nós fixos estruturas que, de outra forma, seriam de nós móveis. No seu estudo, mantendo a metodologia geral, quantifica-se uma rigidez à flexão EI de uma consola vertical equivalente que tenha em consideração a rigidez das vigas à flexão. Apoiado em sugestões de outros autores (Kordina, 1992; Hage, 1978), definiu coeficientes de redução de rigidez para vigas e pilares, de forma a ter em linha de conta o seu funcionamento em fase fendilhada para valores de carga próximos da carga crítica. Tendo analisado as relações entre a deformada, devido a uma acção horizontal, de estruturas tipo pórtico e de uma consola vertical, propôs um método que permite quantificar a rigidez equivalente a considerar para a aplicação da expressão (2.1).

Esta é pois uma forma mais realista de tratar o problema da classificação da mobilidade, que se revela tanto mais importante quanto menos elementos de contraventamento do tipo parede, caixas de escadas ou de elevadores existirem e tiverem os pórticos que desempenhar estas funções.

2.2.1.2 Quantificação dos efeitos de 2ª ordem

Uma vez efectuada a classificação global da estrutura, a verificação da segurança passa a ser efectuada individualmente para cada elemento vertical, com base nas suas características geométricas, nível de carga e condições de ligação. A quantificação dos esforços de 2ª ordem implica a determinação do coeficiente de esbelteza λ e do comprimento efectivo de encurvadura l_0 para cada um dos pilares constituintes da estrutura.

Para o coeficiente de esbelteza são definidos valores extremos que permitem avaliar a importância da avaliação dos efeitos de 2ª ordem nos diferentes pilares da estrutura. Estes valores limite permitem identificar as situações em que, dado o seu reduzido valor, a dispensa de verificação de segurança em relação à encurvadura é permitida e, em oposição a esta situação, as situações em que, dado o seu elevado valor, é imposta uma redefinição da secção do elemento vertical a dimensionar.

A determinação do comprimento de encurvadura de um dado pilar, valor correspondente à distância entre pontos de inflexão da sua deformada, está directamente relacionada com a configuração deformada global da estrutura. As expressões regulamentares para a sua quantificação estão, por isso, dependentes da classificação de mobilidade da estrutura, permitindo a sua avaliação simplificada a partir das condições de ligação da barra ao exterior e ainda das características dos elementos que concorrem nos seus nós.

O método simplificado preconizado no REBAP é usualmente designado por método da excentricidade adicional. A avaliação dos momentos adicionais de 2ª ordem é efectuada individualmente para cada um dos elementos verticais e determinada como o resultado do produto do esforço axial N_{sd} instalado na barra por uma excentricidade e , correspondente ao somatório de três excentricidades distintas:

- e_a : excentricidade accidental;
- e_2 : excentricidade de 2ª ordem;
- e_c : excentricidade de fluência.

O momento de 2ª ordem adicional será então genericamente dado por:

$$M_{sd}^{II} = N_{sd}(e_a + e_2 + e_c) \quad (2.2)$$

A excentricidade accidental e_a corresponde a uma tentativa de inclusão das eventuais imperfeições geométricas inerentes à realização física dos elementos verticais e deveria por isso, em rigor, ser considerada como de 1ª ordem. A parcela e_2 permite avaliar a componente de 2ª ordem mais evidente, representando a excentricidade da acção vertical em relação ao eixo do elemento, resultante da sua própria deformação. A excentricidade de fluência e_c visa contabilizar as consequências do fenómeno de fluência do betão do qual podem resultar agravamentos de deformação e por consequência agravamentos dos efeitos de 2ª ordem.

A aplicação desta metodologia regulamentar aos exemplos apresentados neste trabalho foi efectuada não contabilizando a excentricidade de fluência. Esta opção resultou de se entender que esta parcela não representa, na generalidade dos casos, grandes acréscimos de esforços e, por outro lado, uma vez que a sua inclusão nos códigos internacionais actuais não resulta evidente, se pretender alguma homogeneidade de critérios que permitisse uma mais lógica comparação entre os resultados obtidos com as diferentes metodologias de quantificação de efeitos de 2ª ordem.

2.2.2 MC90

Tal como na regulamentação portuguesa, a quantificação de efeitos de 2ª ordem através da aplicação do MC90 é feita de forma independente em duas direcções distintas, na lógica da metodologia geral de análise das estruturas correntes. Uma das principais diferenças relativamente ao previsto no REBAP consiste, tal como no EC2, na introdução de uma nova classificação das estruturas em função da existência de elementos de grande rigidez, habitualmente designados como elementos de

contraventamento, bem como da sua importância no contexto da estrutura global. Mantendo cumulativamente com esta classificação uma avaliação da mobilidade da estrutura, e em função dos resultados desta avaliação, este regulamento prevê que o dimensionamento dos elementos verticais possa ser feito individualmente ou em inseridos no conjunto da estrutura. Neste último caso, situação em que os efeitos de 2ª ordem assumem normalmente maior importância, o MC90 prevê, tal como o EC2, a aplicação de um método geral de análise não linear ou, alternativamente, a aplicação de um método simplificado apoiado num algoritmo de análise elástica e baseado no método P-delta, cuja maior virtude resulta da sua simplicidade de aplicação.

Por ser um método de apetecível aplicação e a única ferramenta regulamentar simplificada de avaliação de efeitos de 2ª ordem baseada numa análise global da estrutura, será dado particular destaque à sua apresentação, em prejuízo das restantes regras de avaliação de esforços de 2ª ordem previstas no MC90, cuja filosofia é análoga à dos restantes regulamentos, sendo a avaliação da qualidade dos resultados obtidos com a sua aplicação apresentada nos capítulos finais.

2.2.2.1 Classificação das estruturas

De acordo com o MC90, o primeiro passo para a quantificação dos efeitos de 2ª ordem deverá ser a averiguação da existência de elementos de contraventamento global da estrutura e uma avaliação da sua importância no conjunto dos elementos verticais existentes. De acordo com este regulamento, considera-se como contraventada uma estrutura cujos elementos de contraventamento sejam capazes de transmitir 100% das acções horizontais a ela aplicadas às fundações. Assumindo uma filosofia semelhante, o EC2 prevê idêntica classificação, diferindo apenas na percentagem das acções a transmitir à fundação pelos elementos de contraventamento, que neste caso é fixada em 90%.

Uma outra classificação, idêntica à prevista no REBAP, é a classificação de mobilidade. Apoiada na avaliação da importância do acréscimo de esforços de 2ª ordem resultantes da mobilidade transversal, uma estrutura é considerada de nós fixos quando a percentagem destes esforços for inferior a 10% dos esforços de 1ª ordem e de nós móveis nas situações contrárias. A partir desta classificação, a quantificação dos efeitos de 2ª ordem pode ser feita considerando os pilares como elementos

isolados e avaliada a sua encurvadura local no caso de estruturas de nós fixos, enquanto que no caso da classificação de nós móveis se deverá efectuar um estudo conjunto mais rigoroso dos elementos assim classificados.

Não pretendendo detalhar as expressões que permitem efectuar estas classificações, uma vez que estas são sobejamente conhecidas, apresenta-se, em todo caso e ainda que de uma forma sucinta, na Tabela 2.1, as diferentes combinações de classificação possíveis.

Estruturas contraventadas	Nós fixos	Todos os elementos podem ser estudados como pilares isolados de nós fixos (análogo ao REBAP)
	Nós móveis	Elementos de contraventamento dimensionados para efeitos de 2ª ordem com mobilidade e os restantes pilares estudados como pilares isolados de nós fixos
Estruturas não contraventadas	Nós fixos	Todos os elementos podem ser estudados como pilares isolados (análogo ao REBAP)
	Nós móveis	Estrutura analisada em conjunto para incluir efeitos de 2ª ordem em todos os elementos (possibilidade de aplicação do método simplificado)

Tabela 2.1 - Classificação das estruturas de acordo com o MC90

As combinações apresentadas na Tabela 2.1 podem ser condensadas em três tipos de cenários, correspondentes a igual número de processos para a quantificação dos efeitos de 2ª ordem. Estes cenários representam-se de forma esquemática na Figura 2.2 e dizem respeito a situações de importância de efeitos de 2ª ordem, bem como de complexidade nas metodologias de cálculo necessárias, sucessivamente crescentes.

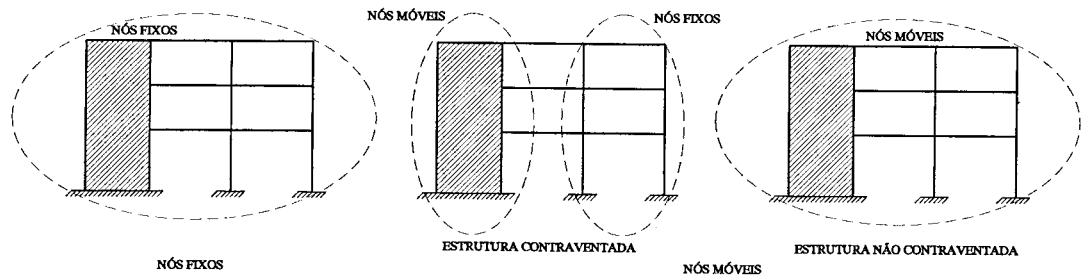


Figura 2.2 - Processos de quantificação de efeitos de 2ª ordem de acordo com o MC90

2.2.2.2 Quantificação dos efeitos de 2ª ordem

A quantificação de efeitos de 2ª ordem em estruturas classificadas de nós fixos é feita no MC90 de forma análoga à presente no REBAP ou no EC2, sendo os elementos verticais analisados individualmente. No caso de maior interesse de estruturas de nós móveis, o MC90 apresenta um método simplificado que permite estudar a estrutura na sua globalidade, evitando por isso as simplificações presentes no REBAP em que, mesmo nestes casos, os pilares são estudados individualmente e permitindo obviar à utilização, sempre complexa, de um algoritmo de análise não linear, tal como é genericamente indicado no EC2. Esta metodologia baseia-se no método P-Delta e apresenta as vantagens evidentes de fazer intervir a interacção entre os diferentes elementos verticais aquando da contabilização dos efeitos de 2ª ordem, permitindo ainda que os agravamentos de esforços nas vigas constituintes da estrutura sejam concomitantemente avaliados.

Em termos gerais, a ideia do método consiste em avaliar uma inclinação global da estrutura α'' , a partir da qual possam ser quantificadas acções horizontais adicionais, que provoquem os mesmo efeitos que a aplicação excêntrica dos esforços axiais instalados nos elementos verticais, resultante dessa inclinação. Com base, como já referido, numa filosofia análoga à do método P-Delta, apresenta-se na Figura 2.3 uma representação esquemática da ideia que subjaz a este método a que correspondem as seguintes acções horizontais adicionais.

$$\Delta H_{sd} = \alpha'' N_{sd} \quad (2.3)$$

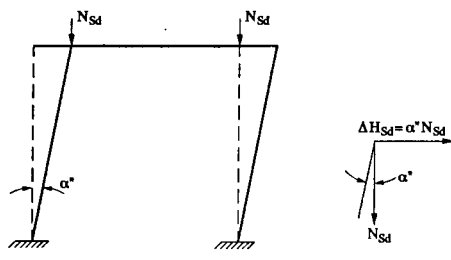


Figura 2.3 - Método MC90. Princípio geral.

A inclinação global α'' resulta do somatório de um conjunto de três parcelas complementares que genericamente se podem representar por:

$$\alpha'' = \alpha_a + \alpha'(H_{sd} + V_{sd}) + \alpha'(\Delta H_{sd}) \tag{2.4}$$

A primeira parcela, constituindo a primeira grande diferença relativamente ao método preconizado no REBAP, consiste na representação das imperfeições geométricas a partir da idealização de uma inclinação global da estrutura α_a , que o MC90 prevê igual a:

$$\alpha_a = \frac{1}{100\sqrt{l}}; \quad \alpha_a \leq \frac{1}{200} \tag{2.5}$$

sendo l altura total da estrutura expressa em metros.

A parcela $\alpha'(H_{sd} + V_{sd})$ representa a inclinação resultante da deformação de 1ª ordem provocada pelas acções actuantes na estrutura H_{sd} e V_{sd} . O conjunto destas duas inclinações permite avaliar as duas primeiras parcelas da força horizontal ΔH_{sd} . Estas, uma vez aplicadas à estrutura e analisando-a sem inclinações, indesejáveis do ponto de vista da aplicação prática dos algoritmos de análise estrutural correntes, induzirão esforços adicionais, equivalentes aos provocados pela aplicação excêntrica dos esforços axiais dos elementos verticais, resultantes das imperfeições geométricas e da deformação provocada pelo conjunto de forças actuantes na estrutura.

Porém, estes efeitos, em certa medida consideráveis como de 1ª ordem, provocam uma evolução da deformada ainda não quantificada, cuja natureza é de 2ª ordem, e cujos efeitos se pretendem incluir de forma idêntica, isto é, através de um acréscimo de forças horizontais.

Esta evolução da deformada, representada pela inclinação designada por $\alpha'(\Delta H_{sd})$, resulta assim do acréscimo de deformação provocado pela aplicação das duas parcelas das forças horizontais já identificadas e da deformação provocada por esta terceira parcela de força horizontal que pretende representar este próprio efeito.

Uma representação do conjunto das inclinações agora descritas é apresentada na Figura 2.4 onde se evidencia também a quantificação das forças adicionais ΔH_{sd} .

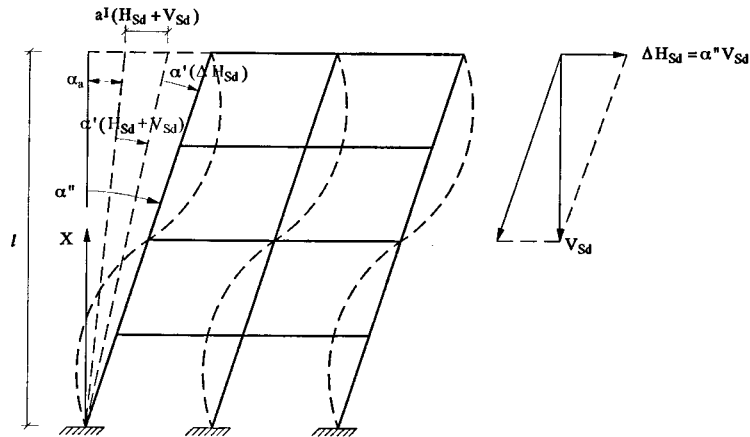


Figura 2.4 - Inclinações para avaliação dos efeitos de 2ª ordem de acordo com o MC90

Uma vez definido, tal como é explicitado na Figura 2.4, o deslocamento $a^1(H_{sd} + V_{sd})$ como o deslocamento de 1ª ordem do topo da estrutura provocado pelo conjunto das acções H_{sd} e V_{sd} aplicadas à estrutura, a inclinação $\alpha'(H_{sd} + V_{sd})$ poderá ser obtida directamente através de:

$$\alpha'(H_{sd} + V_{sd}) = \frac{a^1(H_{sd} + V_{sd})}{l} \quad (2.6)$$

Ao contrário das duas primeiras parcelas, unicamente dependentes da configuração geométrica da estrutura e das acções a ela aplicadas e determinadas de forma directa como resultado da sua própria definição, a quantificação da parcela $\alpha'(\Delta H_{sd})$ requer uma abordagem um pouco mais detalhada.

Considerando $\alpha'(\Delta H_{sd})$ e $\alpha'(H_{sd})$ como inclinações da estrutura resultantes da aplicação, respectivamente, do conjunto de forças ΔH_{sdi} e H_{sdi} aplicadas ao longo dos

diferentes pisos a cotas sucessivamente crescentes x_i , a aplicação do princípio da reciprocidade dos efeitos ou teorema de Betti (Ghali, 1997) permite escrever:

$$\alpha'(\Delta H_{sd}) \sum_{i=1}^n H_{sdi} x_i = \alpha'(H_{sd}) \sum_{i=1}^n \Delta H_{sdi} x_i \quad (2.7)$$

Desta forma, a inclinação da estrutura devido às forças horizontais adicionais ΔH_{sdi} , poderá ser determinada a partir de:

$$\alpha'(\Delta H_{sd}) = \frac{\alpha'(H_{sd}) \sum_{i=1}^n \Delta H_{sdi} x_i}{\sum_{i=1}^n H_{sdi} x_i} \quad (2.8)$$

o que, sendo l a altura total da estrutura, tal como indicado na Figura 2.4, e definindo $a^l(H_{sd})$ como o deslocamento do topo da estrutura devido à aplicação das forças H_{sd} , permite redefinir a expressão da inclinação da estrutura devida às forças horizontais adicionais ΔH_{sdi} , através de:

$$\alpha'(\Delta H_{sd}) = \frac{a^l(H_{sd}) \sum_{i=1}^n \Delta H_{sdi} x_i}{l \sum_{i=1}^n H_{sdi} x_i} \quad (2.9)$$

Uma vez quantificadas todas as inclinações parcelares, α'' poderá ser quantificado a através de:

$$\alpha'' = \alpha_a + \frac{a^l(H_{sd} + V_{sd})}{l} + \frac{a^l(H_{sd}) \sum_{i=1}^n \Delta H_{sdi} x_i}{l \sum_{i=1}^n H_{sdi} x_i} \quad (2.10)$$

Todavia, nesta forma, este resultado não é de grande utilidade, uma vez que a quantificação de α'' , que permite quantificar as forças horizontais adicionais ΔH_{sdi} , depende do próprio valor destas forças.

Se atentarmos contudo na definição destas forças horizontais adicionais e na sua relação com a inclinação α'' , estas deverão ser tais que se verifique a seguinte condição de equilíbrio:

$$\sum_{i=1}^n (\Delta H_{sdi} x_i) = \alpha'' \sum_{i=1}^n (V_{sdi} x_i) \quad (2.11)$$

A substituição de (2.11) em (2.10) conduz a uma expressão final aplicável de α'' na seguinte forma;

$$\alpha'' = \frac{\alpha_a + \frac{a^l (H_{sd} + V_{sd})}{l}}{1 - \frac{a^l (H_{sd})}{l} \frac{\sum_{i=1}^n (V_{sdi} x_i)}{\sum_{i=1}^n (H_{sdi} x_i)}} \quad (2.12)$$

o que permite quantificar as forças horizontais adicionais ao longo dos diferentes pisos através de:

$$\Delta H_{sdi} = \alpha'' V_{sdi} \quad (2.13)$$

Os procedimentos até agora descritos correspondem a uma proposta de quantificação simplificada de efeitos de 2ª ordem, correspondentes à parcela relativa ao comportamento não linear geométrico da estrutura. Dado o comportamento não linear material do betão armado e na perspectiva da compatibilização entre a sua inclusão e a manutenção da simplicidade de aplicação do método, o MC90 propõe que este efeito seja considerado através de uma redução de 50% do módulo de elasticidade do betão E_c , para efeitos de quantificação dos deslocamentos horizontais da estrutura necessários à quantificação de α'' . Este valor, aplicável, segundo o MC90, nos casos em que as forças horizontais adicionais não correspondam a acréscimos das acções superiores a 25% resulta da constatação de que, neste casos, a deformação real da estrutura corresponde a valores sensivelmente duplos dos obtidos numa análise linear de 1ª ordem.

A avaliação da qualidade dos resultados obtidos com este método será apresentada nos capítulos finais, através da aplicação do método de avaliação de segurança proposto neste trabalho. Serão ainda incluídos alguns exemplos em que, efectuando variantes ao previsto no MC90, se efectuaram reduções de rigidez diferentes dos 50% preconizados, tendo em vista procurar e discutir os valores adoptados para esta redução de rigidez.

2.3 Não linearidade geométrica

A não proporcionalidade entre acções e esforços, resultante da influência da configuração deformada da estrutura na sua avaliação, corresponde à designada não linearidade geométrica. Ainda que passíveis de serem estimados através de métodos simplificados, uma avaliação rigorosa dos efeitos de 2ª ordem de origem geométrica requer que a escrita das equações de equilíbrio da estrutura seja feita na sua configuração deformada, ao longo do processo de carregamento da estrutura. Este procedimento exige o recurso a métodos numéricos de análise que sustentem uma filosofia incremental e iterativa de aplicação das acções, que permita construir a "história" dos esforços finais instalados, influenciados, ao longo do processo de carregamento, pela evolução da deformada estrutural (Chen, 1994).

Tendo por base algoritmos de análise estrutural baseados no Método dos Elementos Finitos, a não linearidade geométrica é habitualmente incluída através da adopção da Formulação Lagrangeana Total (Bathe, 1975; Hibbit, 1970), ou da Formulação Lagrangeana Modificada (Yaghmai, 1971; McMeeking, 1975), no caso do estudo de deformações de corpos sólidos e através da Formulação espacial ou Euleriana, no caso de estudos no âmbito da Mecânica dos Flúidos (Mattiason 1983; César de Sá 1987; Kardestuncer, 1987).

Admitindo que um corpo sólido contínuo é constituído por um conjunto infinito de partículas de volume infinitesimal e que uma dada partícula se pode mover no seu interior na forma representada na Figura 2.5, as duas formulações enunciadas para o estudo da deformação de corpos sólidos distinguem-se pelo sistema de eixos de referência adoptado para definir esse movimento e respectivas deformações e tensões associadas.

- Formulação Lagrangeana Total: O sistema de eixos de referência é sempre o sistema de eixos associado à configuração indeformada inicial da estrutura.

$$X_{i+1} = X_0 + u_{i+1}^0$$

- Formulação Lagrangeana Modificada: Em qualquer configuração ao longo do processo incremental das acções, o sistema de eixos de referência é o sistema

de eixos associado à configuração deformada em equilíbrio obtida no incremento anterior.

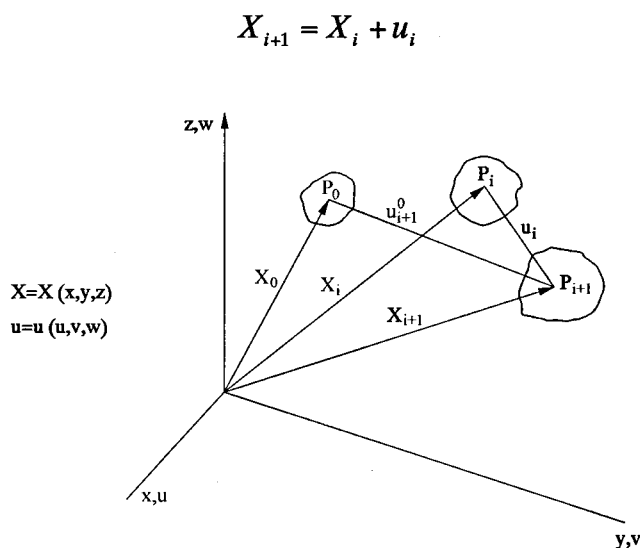


Figura 2.5 - Interpretação geométrica das formulações para análise não linear geométrica.

Tendo sido implementada a formulação Lagrangeana Total no algoritmo de análise não linear utilizado neste trabalho, apresentam-se em seguida, ainda que muito sinteticamente, os aspectos principais desta formulação, cujo desenvolvimento pode ser consultado, entre outros, em Mattiason (1983), César de Sá (1987) ou Kardestuncer (1987), ou ainda nos trabalhos de investigação desenvolvidos por Castro (1998) e Cruz (1992), em que este mesmo algoritmo é utilizado.

A inclusão dos efeitos não lineares geométricos na análise estrutural deve ser feita tendo por base a teoria das deformações finitas, que baseia a avaliação da deformação na quantificação da mudança de dimensões de um qualquer elemento linear contido no meio contínuo do corpo sólido e na actualização das coordenadas dos seus nós em função dessa deformação.

Adoptando a notação habitual em problemas de engenharia, esta avaliação permite definir o vector das deformações apresentado em (2.14), para o caso geral tridimensional, que inclui uma primeira parte referente aos efeitos lineares e uma segunda parte referente aos efeitos não lineares ou de 2ª ordem.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial z} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] \\ \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] \\ \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] \\ \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial z} \\ \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

2.3.1 Vector deformação para pórticos planos

O vector deformação apresentado em (2.14) diz respeito ao caso geral representativo de uma estrutura tridimensional. A sua adaptação para o tratamento de estruturas planas constituídas por peças lineares, como o caso dos pórticos planos que constituem o objecto de estudo deste trabalho, pode ser efectuada a partir da identificação dos termos inexistentes ou desprezáveis neste tipo de estruturas.

Considerando um dado pórtico cujo desenvolvimneto se verifica ao longo do plano XZ, e estando o eixo de uma dada peça linear orientado segundo X, os únicos termos que caracterizam o seu estado de deformação são:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \gamma_{xz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] \\ \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Admitindo ainda que as deformações são pequenas, hipótese que se adapta com razoável realismo ao caso de estruturas de betão armado, as parcelas não lineares da deformação associadas a γ_{xz} podem ser desprezadas. No que diz respeito a ε_{xx} , a parcela $\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2$ corresponde a um termo de 2ª ordem desprezável, dada a presença de

termo equivalente de 1ª ordem e a parcela $\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2$ é nula por não se verificarem deformações no plano XY. Desta forma, o vector deformação associado a uma peça linear constituinte de um pórtico plano nas condições descritas pode limitar-se a:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \gamma_{xz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

A única parcela não linear presente nesta formulação corresponde à inclusão da deformação axial das peças lineares, como consequência do deslocamento dos seus nós na direcção transversal ao eixo da peça, que se pode interpretar geometricamente na Figura 2.6.

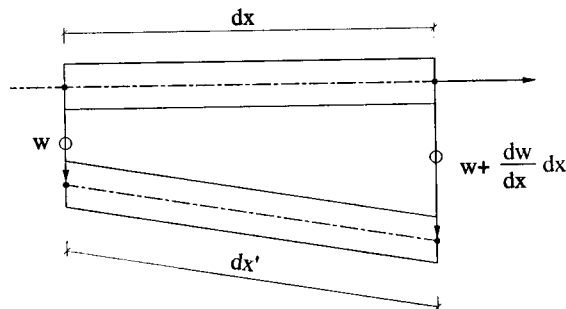


Figura 2.6 - Deformação axial resultante de deslocamentos transversais.

De acordo com o observável na Figura 2.6, o comprimento da peça linear \$dx'\$ após deformação transversal pode ser determinado por;

$$dx' = \sqrt{dx^2 + \left(\frac{dw}{dx} dx\right)^2} = dx \sqrt{1 + \left(\frac{dw}{dx}\right)^2} \quad (2.17)$$

resultado que, ainda que de forma aproximada, pode ser transformado em:

$$dx' \cong dx \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{dx}\right)^2 \right] \quad (2.18)$$

A componente não linear ε_{xx}^{nl} , da extensão global ε_{xx} , de um elemento de comprimento inicial dx , pode assim ser obtida através de:

$$\varepsilon_{xx}^{nl} = \frac{dx' - dx}{dx} \cong \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 \quad (2.19)$$

2.4 Não linearidade material

As leis constitutivas dos materiais que compõem o betão armado, em particular as leis constitutivas do betão à compressão e à tracção, caracterizam-se por assumirem configurações não lineares. Este facto, causa da designada não linearidade material, completa, a par da não linearidade geométrica já apresentada, a caracterização do comportamento não linear de estruturas de betão armado.

A configuração não linear destas leis constitutivas implica que as características de rigidez das peças se alterem ao longo do processo de carregamento e deformação da estrutura e, conseqüentemente, que as equações de equilíbrio sejam actualizadas em função dessas características de rigidez. Para este efeito, as técnicas que suportam os algoritmos de análise não linear material recorrem a métodos incrementais iterativos que permitam aquela actualização gradual, assumindo a configuração das leis constitutivas materiais, que se apresentam nas subsecções seguintes, papel relevante.

2.4.1 Aço

Ensaio mecânicos de provetes de aço, com carregamento monotónico axial de tracção, permitem verificar que a sua lei de comportamento material assume, para os diferentes tipos de aço, configurações do tipo das apresentadas na Figura 2.7. Estas configurações, que se verifica serem idênticas para o caso de carregamentos axiais de compressão, caracterizam-se por apresentarem um comportamento linear até à sua tensão de proporcionalidade e por uma decrescente ductilidade com o aumento do valor da sua capacidade máxima resistente, habitualmente designado por tensão de cedência.

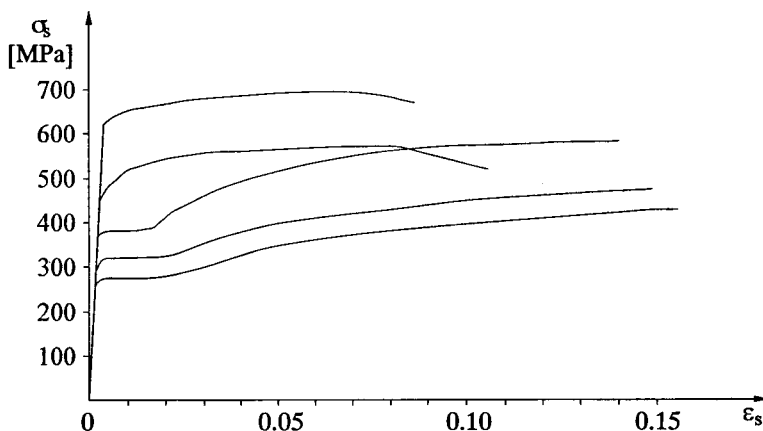


Figura 2.7 - Relações tensão-extensão para diferentes tipos de aço

Correspondendo aos objectivos deste trabalho, em que não foram utilizadas acções cíclicas, a modelação matemática para o comportamento material do aço, apresentada na Figura 2.7, pode ser efectuada aproximando a sua função $\sigma_s=f(\epsilon_s)$ através de dois troços lineares, que deverão prever a possibilidade de descargas associadas a redistribuições de esforços resultantes do processo incremental e iterativo, que caracteriza os processos de análise não linear geométrica e material.

Seguindo este princípio, a regulamentação nacional (REBAP, 1985), e o MC90, tal como se apresenta na Figura 2.8, propõem a adopção de um diagrama constituído por um troço linear inicial, com a inclinação do módulo de elasticidade do aço E_s , desde a origem até ao valor f_{yk} da tensão correspondente ao limite convencional de proporcionalidade a 2‰ ϵ_{yk} , seguido de um patamar horizontal, típico de comportamento plástico perfeito, até à extensão para carga máxima ϵ_{uk} .

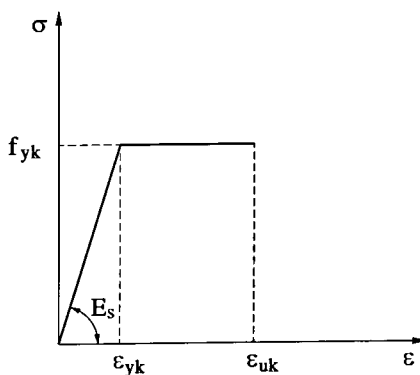


Figura 2.8 - Relação constitutiva do aço de acordo com o Rebab e MC90.

Adoptando uma filosofia ligeiramente diferente, o EC2 propõem que o patamar horizontal seja substituído por um troço com uma ligeira inclinação, visando simular o endurecimento pós-cedência, típico do comportamento deste material. Proporcionando maiores vantagens do ponto de vista computacional, uma vez que permite, ao longo do processo incremental e iterativo, atingir convergências de forma mais acelerada, foi adoptada uma lei constitutiva do aço deste tipo para os problemas analisados no presente trabalho. Prevendo a possibilidade de descargas através de troços lineares com inclinação idêntica ao módulo de elasticidade do aço, a relação constitutiva $\sigma_s = f(\epsilon_s)$ adoptada pode assim ser definida da forma apresentada na Figura 2.9.

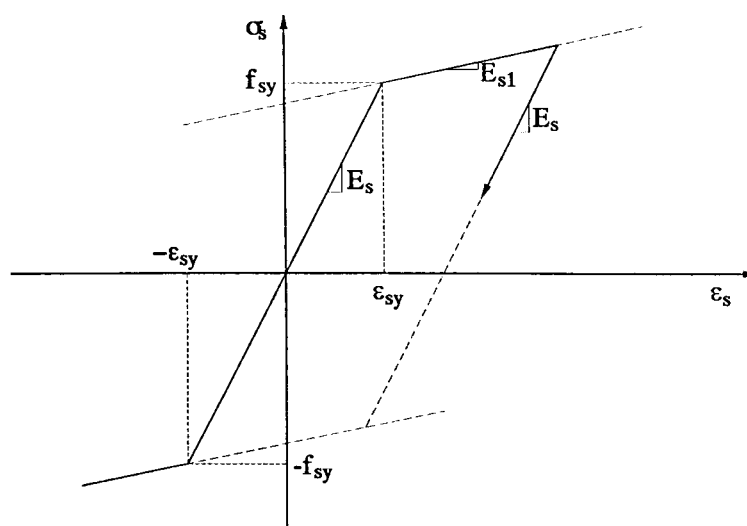


Figura 2.9 - Relação constitutiva do aço adoptada.

2.4.2 Betão

Uma das principais características do betão consiste no seu comportamento material claramente não linear. Essencialmente vocacionado para resistir a esforços de compressão, apresenta leis constitutivas diferenciadas quando submetido a esforços de tracção e de compressão uniaxial.

No pressuposto de apenas se analisar o comportamento de estruturas submetidas a acções monotónicas e quase estáticas, apresentam-se nas subsecções seguintes os modelos adoptados para as relações constitutivas do betão à tracção e à compressão.

2.4.2.1 Betão à compressão

O elevado número de parâmetros que influenciam a lei constitutiva do betão à compressão, desde as características dos materiais constituintes da sua composição, tempos e processos de cura, mecanismos de propagação de fendas, etc., fazem com que a definição de um modelo matemático representativo do seu comportamento material tenha sido alvo de inúmeros estudos, de que os efectuados por Sargin, 1971, e Gerstle, 1981, são exemplos importantes.

Apesar da sua complexidade, o comportamento do betão à compressão pode hoje ser modelado matematicamente com uma exactidão razoável. A sua relação constitutiva tensão-extensão $\sigma_c=f(\varepsilon_c)$, caracteriza-se por apresentar um ramo ascendente que, a menos de um pequeno troço inicial aproximadamente linear, tem uma configuração não linear, seguida de um ramo descendente, igualmente não linear, habitualmente designado por resistência "pós-pico".

O modelo matemático adoptado para a relação constitutiva do betão à compressão, no algoritmo de análise não linear utilizado neste trabalho, foi o proposto pelo códigos internacionais EC2 e MC90, cujo aspecto gráfico é o apresentado na Figura 2.10. Apesar de reconhecidamente importante, o efeito de confinamento do betão exercido pelas cintas constituintes das peças de betão armado não foi contemplado, uma vez que se optou pela utilização de um algoritmo de análise não linear já existente e de os trabalhos se terem direccionado essencialmente para a definição de uma proposta de método de avaliação de segurança.

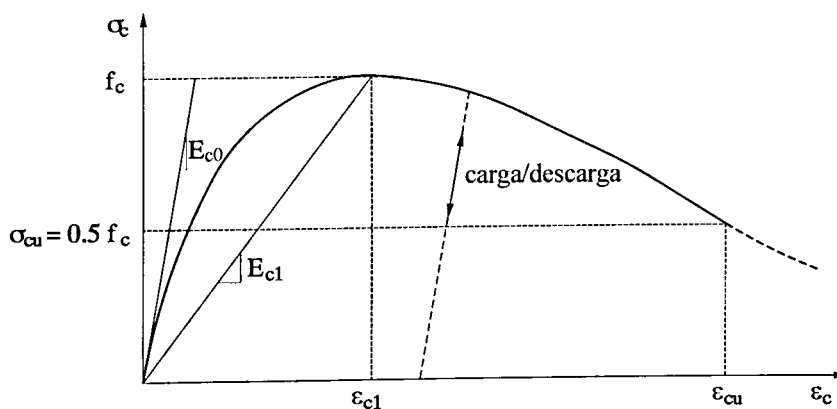


Figura 2.10 - Relação constitutiva $\sigma_c=f(\varepsilon_c)$ do betão à compressão

A relação $\sigma_c=f(\varepsilon_c)$ adoptada pode então ser definida por (EC2, MC90):

$$\sigma_c = \frac{\frac{E_{c0}}{E_{c1}} \frac{\varepsilon_{c0}}{\varepsilon_{c1}} - \left(\frac{\varepsilon_{c0}}{\varepsilon_{c1}}\right)^2}{1 + \left(\frac{E_{c0}}{E_{c1}} - 2\right) \frac{\varepsilon_{c0}}{\varepsilon_{c1}}} f_c, \quad |\varepsilon_c| < |\varepsilon_{cu}| \quad (2.20)$$

em que:

- ε_{c1} : extensão relativa à máxima tensão de compressão e igual a -0.002 ;
- f_c : tensão de rotura do betão à compressão;
- E_{c0} : módulo de elasticidade do betão tangente na origem;
- E_{c1} : módulo de elasticidade do betão secante no ponto de tensão máxima.

Esta expressão, tal como indicado em (2.20), tem como limite de validade a extensão ε_{cu} , correspondente a valores da tensão σ_{cu} iguais a metade da tensão resistente máxima do betão, podendo esta ser determinada através de:

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{c1}} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \frac{E_{c0}}{E_{c1}} + 1 \right) + \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} \frac{E_{c0}}{E_{c1}} + 1 \right)^2 - \frac{1}{2}} \quad (2.21)$$

Apesar de no algoritmo utilizado se ter limitado o valor da extensão no betão a ε_{cu} , para os casos em que se pretenda prolongar a deformação das secções para valores das extensões superiores a esta, o MC90 propõe que as tensões sejam avaliadas através da expressão complementar:

$$\sigma_c = \left[\left(\frac{\varepsilon_{c1}}{\varepsilon_{cu}} \xi - 2 \frac{\varepsilon_{c1}^2}{\varepsilon_{cu}^2} \right) \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right)^2 + \left(4 \frac{\varepsilon_{c1}}{\varepsilon_{cu}} - \xi \right) \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right]^{-1} f_c, \quad |\varepsilon_c| > |\varepsilon_{cu}| \quad (2.22)$$

sendo:

$$\xi = 4 \frac{\left[\left(\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{c1}} \right)^2 \left(\frac{E_c}{E_{c1}} - 2 \right) + 2 \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{c1}} - \frac{E_c}{E_{c1}} \right]}{\left[\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{c1}} \left(\frac{E_c}{E_{c1}} - 2 \right) + 1 \right]^2} \quad (2.23)$$

Apesar de se admitirem apenas carregamentos monotónicos, o processo incremental e iterativo que caracteriza o algoritmo de análise estrutural utilizado implica um processo contínuo de redistribuição de esforços ao longo da estrutura, resultante das alterações de rigidez dos diferentes elementos que a constituem. Ainda que de forma simplificada, a modelação dos processos de descarga e recarga, resultantes destas redistribuições de esforços, foi efectuada admitindo comportamento linear do betão com inclinação equivalente ao módulo de elasticidade tangente E_c , tal como representado na Figura 2.10.

2.4.2.2 Betão à tracção

O betão à tracção caracteriza-se por apresentar em geral um comportamento frágil e de elevada variabilidade, tornando difícil a caracterização da sua lei de comportamento mecânico. Porém, a sua diminuta influência em análise relativas a estados limites últimos, em que, tal como nos exemplos estudados no presente trabalho, se pretende avaliar cargas de ruína, faz com que a precisão do modelo material adoptado para esta propriedade mecânica seja de pequena relevância.

Habitualmente caracterizado pela sua resistência à tracção média f_{ctm} , o modelo adoptado no algoritmo de análise não linear para o betão à tracção foi o apresentado na Figura 2.11.

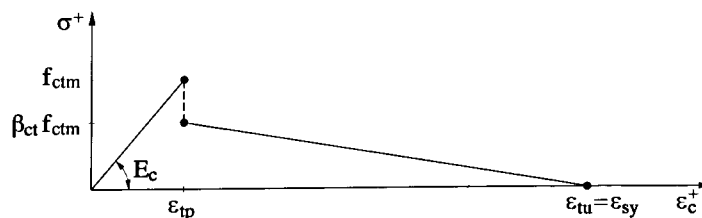


Figura 2.11 - Relação constitutiva do betão à tracção

Este modelo é constituído por um troço linear inicial, com inclinação idêntica ao módulo de elasticidade tangente do betão E_c , e considera, através da inclusão de um

segundo troço linear, a retenção de tensões de tracção do betão entre fendas (tension stiffening) (Bazant, 1987; Figueiras, 1983). A transição entre estes dois troços é efectuada no momento em que a tensão máxima de tracção do betão é atingida, admitindo-se uma quebra de rigidez materializada pelo coeficiente β_{ct} , habitualmente considerado igual a 0.6. Como valor limite da extensão do betão à tracção admite-se a extensão ε_{ctu} que se considera igual à extensão de cedência do aço ε_{sy} .

2.5 Algoritmo de análise não linear - aspectos computacionais

O algoritmo de análise não linear geométrica e material utilizado neste trabalho, baseado no método dos elementos finitos e aqui designado por FEMPOR1, foi desenvolvido na Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, inicialmente por Paulo Cruz (Cruz, 1991) no âmbito da sua tese de mestrado, e posteriormente utilizado, adaptado e melhorado por diferentes autores, no âmbito de trabalhos de investigação, destacando-se, nesta última fase, os contributos dados por Paula Castro (Castro, 1998) e os resultantes deste próprio trabalho. Incorporando os princípios e pressupostos avançados nas subsecções 2.4 e 2.5, apresentam-se agora os aspectos mais relevantes relativos à sua estrutura computacional, com particular destaque para o tipo de elemento finito utilizado, a aproximação adoptada para a relação entre esforços e deformações, a formulação das equações de equilíbrio, dado o carácter incremental e iterativo do modelo, e a resolução do problema resultante da natureza não linear das equações de equilíbrio da estrutura.

2.5.1 Elemento finito adoptado

Dado o particular interesse de utilização deste algoritmo para a análise de estruturas porticadas, adoptou-se como elemento finito para a modelação das estruturas analisadas o elemento de viga de três nós de Timoshenko (Zienkiewicz, 1994; Hinton, 1981). As hipóteses de base à formulação do problema de elementos finitos, com recurso a este tipo de elemento, consistem em admitir que:

- secções planas e ortogonais ao eixo da peça antes da deformação do elemento, mantêm-se planas após a sua deformação, mas não necessariamente ortogonais ao eixo da peça.

- tensões normais ao eixo da peça são desprezáveis.

Estas hipóteses, representadas na Figura 2.12, correspondem a uma evolução em relação à formulação mais simples de elementos de viga, em que se admite que a ortogonalidade das secções ao eixo da peça é mantida após a sua deformação, mas encerra ainda a simplificação de admitir que as mesmas se mantêm planas.

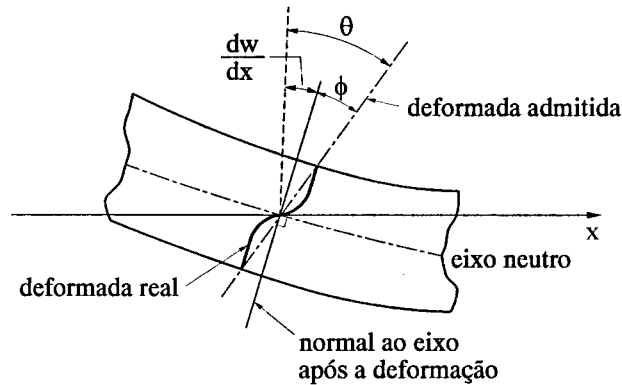


Figura 2.12 - Deformação de um elemento de viga de Timoshenko

Da análise da Figura 2.12 destaque-se o facto de a rotação θ de uma dada secção do elemento resultar da rotação da normal ao eixo neutro nessa secção, avaliada a partir do deslocamento transversal do eixo da peça através de dw/dx , acrescida da rotação ϕ resultante da deformação por corte:

$$\theta = \frac{dw}{dx} + \phi \quad (2.24)$$

Desta forma a curvatura efectiva χ , também designada por pseudo-curvatura, pode ser avaliada através de:

$$\chi = \frac{d\theta}{dx} = \frac{d}{dx} \left(\frac{dw}{dx} + \phi \right) \quad (2.25)$$

A aproximação efectuada através da aplicação do método dos elementos finitos é feita sobre as incógnitas associadas ao campo de deslocamentos, que neste caso consistem nos deslocamentos axial e transversal, e respectivas rotações das secções ao longo dos elementos, e quantificados a partir dos deslocamentos verificados nos seus nós, representados na Figura 2.13.

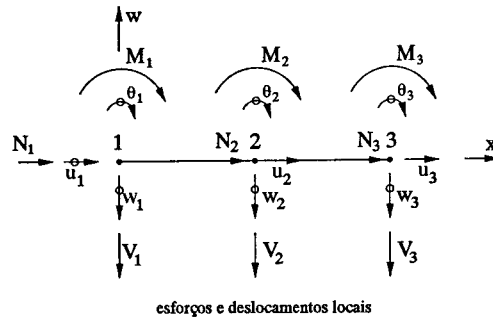


Figura 2.13 - Campo de deslocamentos do elemento de viga de três nós de Timoshenko.

O habitual recurso em problemas de elementos finitos, à transformação das coordenadas dos nós, tendo em vista a transformação dos elementos em elementos isoparamétricos, é conseguida através da aplicação de funções de forma, que no caso do elemento de viga de três nós de Timoshenko se definem por:

$$N_1 = \frac{1}{2}\xi(\xi - 1) \quad (2.26)$$

$$N_2 = (1 + \xi)(1 - \xi) \quad (2.27)$$

$$N_3 = \frac{1}{2}\xi(\xi + 1) \quad (2.28)$$

e permitem quantificar a transformação esquematicamente representada na Figura 2.14 e definida por:

$$x(\xi) = \sum_{i=1}^3 N_i(\xi)x_i \quad (2.29)$$

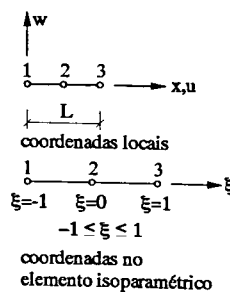


Figura 2.14 - Transformação de coordenadas - elemento isoparamétrico

A formulação do problema a partir de elementos isoparamétricos passa por utilizar as funções de forma usadas na transformação de coordenadas, para a definição do campo de deslocamentos ao longo do elemento, podendo este ser definido através de:

$$u(\xi) = \sum_{i=1}^3 N_i(\xi) u_i \quad (2.30)$$

$$w(\xi) = \sum_{i=1}^3 N_i(\xi) w_i \quad (2.31)$$

$$\theta(\xi) = \sum_{i=1}^3 N_i(\xi) \theta_i \quad (2.32)$$

Conhecido o campo de deslocamentos, e quantificados os esforços nos pontos de Gauss dos elementos, os esforços ao longo dos mesmos podem ser quantificados, ainda por recurso às funções de forma apresentadas, a partir de:

$$N(\xi) = \sum_{i=1}^3 N_i(\xi) N_i \quad (2.33)$$

$$V(\xi) = \sum_{i=1}^3 N_i(\xi) V_i \quad (2.34)$$

$$M(\xi) = \sum_{i=1}^3 N_i(\xi) M_i \quad (2.35)$$

2.5.2 Relação entre esforços e deformações - processo incremental e iterativo

A avaliação dos esforços N , V e M num determinado nó, è naturalmente feita a partir das deformações instaladas na secção que este representa. Deste conjunto de três esforços admite-se, de forma simplificada, que o esforço de corte resulta de uma relação linear com a rotação de corte ϕ e o factor de rigidez ao corte S :

$$V = S\phi \quad (2.36)$$

sendo o factor de corte S definido a partir da área efectiva de corte A' , do coeficiente de Poisson ν e do módulo de elasticidade do betão E_c , através de:

$$S = A' \frac{E_c}{2(1+\nu)} \quad (2.37)$$

Relativamente ao esforço axial e ao momento flector, estes são dependentes da extensão ao longo do eixo da peça ε_{xx} e da curvatura da secção χ :

$$N(\varepsilon_{xx}; \chi) , M(\varepsilon_{xx}; \chi) \quad (2.38)$$

Uma vez admitido que as secções planas antes da deformação se mantêm planas após a deformação, a secção associada a um dado nó pode ser representada esquematicamente através da Figura 2.15, onde:

- F_{s1} e F_{s2} : esforços nas armaduras;
- F_c : resultante das tensões no betão;
- b : largura da secção;
- h : altura da secção;
- d_1 e d_2 : distância do centro de gravidade das armaduras à face exterior da secção
- z_c : distância da resultante das tensões no betão à face inferior da secção.

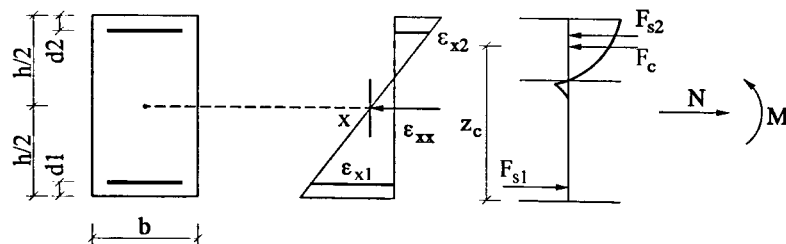


Figura 2.15 - Deformação de uma secção e respectivos esforços.

Desta forma, a quantificação do esforço axial N e do momento flector M pode ser efectuada a partir do estabelecimento das equações de equilíbrio da secção, o que, de acordo com a Figura 2.15, resulta em:

$$N = F_{s1} + F_{s2} + F_c \quad (2.39)$$

$$M = F_{s1} \left(\frac{h}{2} - d1 \right) - F_{s2} \left(\frac{h}{2} - d2 \right) + F_c \left(\frac{h}{2} - z_c \right) \quad (2.40)$$

Note-se que a quantificação de F_c implica a avaliação do integral correspondente ao diagrama de tensões no betão. De forma simplificada esta resultante pode ser determinada efectuando uma integração numérica com base na regra dos trapézios,

uma vez admitida a sub-divisão da secção num determinado número de camadas, tal como é esquematicamente representado na Figura 2.16, onde:

- e_i : espessura da camada i ;
- σ_i : tensão no ponto médio da camada e_i ;
- z_i : distância do centro e gravidade da camada e_i à base da secção.

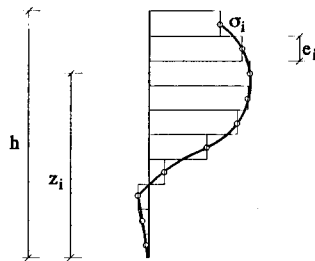


Figura 2.16 - Divisão da secção em camadas.

Assim, o valor de F_c e z_c podem facilmente ser determinados a partir de:

$$F_c = \sum \sigma_i e_i b \quad (2.41)$$

$$z_c = \frac{\sum \sigma_i e_i b z_i}{F_c} \quad (2.42)$$

Os pressupostos admitidos para a deformação das secções e o processo de quantificação de esforços apresentado, não resultam no estabelecimento de uma relação constitutiva explícita entre ambos. Resultam sim, na possibilidade de avaliar esforços instalados compatíveis com uma dada deformação e verificar do seu equilíbrio com as acções aplicadas.

A partir de um princípio de inclusão de cargas de forma incremental é possível procurar, para cada incremento, de forma iterativa, a deformação cujos esforços concomitantes sejam compatíveis com o equilíbrio global da estrutura e desta forma progredir até à sua configuração deformada final e respectivos esforços. Assim, conhecidos os esforços N_{i-1} e M_{i-1} obtidos numa dada iteração $i-1$, os esforços na iteração seguinte i , podem ser determinados a partir de:

$$\begin{Bmatrix} N_i \\ M_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} N_{i-1} \\ M_{i-1} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{Bmatrix} \quad (2.43)$$

naturalmente resultantes de uma evolução de deformação traduzível por:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_i \\ \chi_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{i-1} \\ \chi_{i-1} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon \\ \Delta \chi \end{Bmatrix} \quad (2.44)$$

Sendo, de acordo com (2.38), os esforços N e M dependentes da extensão ε e da curvatura χ , é possível traduzir a influência da variação destes parâmetros na sua avaliação através de:

$$dN = \frac{\partial N}{\partial \varepsilon} d\varepsilon + \frac{\partial N}{\partial \chi} d\chi \quad (2.45)$$

$$dM = \frac{\partial M}{\partial \varepsilon} d\varepsilon + \frac{\partial M}{\partial \chi} d\chi \quad (2.46)$$

o que na forma matricial resulta em:

$$\begin{Bmatrix} dN \\ dM \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial \varepsilon} & \frac{\partial N}{\partial \chi} \\ \frac{\partial M}{\partial \varepsilon} & \frac{\partial M}{\partial \chi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\varepsilon \\ d\chi \end{Bmatrix} = [D_T] \begin{Bmatrix} d\varepsilon \\ d\chi \end{Bmatrix} \quad (2.47)$$

representando D_T a matriz de elasticidade tangente da secção.

Substituindo os incrementos infinitesimais de esforços e deformações por incrementos finitos análogos, pode transformar-se (2.47) em:

$$\begin{Bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{Bmatrix} = [D_T] \begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon \\ \Delta \chi \end{Bmatrix} \quad (2.48)$$

Esta relação está dependente da avaliação da matriz de elasticidade D_T , cuja determinação pode ser efectuada numericamente por recurso à técnica de diferenças finitas centradas (El-Metwally, 1989). Esta técnica consiste em efectuar pequenas variações incrementais, na extensão e curvatura da secção em análise, avaliando os

esforços correspondentes através das equações de equilíbrio (2.39) e (2.40). Seguindo uma sequência do tipo da apresentada na Figura 2.17, é possível definir a matriz D_T da seguinte forma:

$$[D_T] = \begin{bmatrix} \frac{N_2 - N_1}{\Delta\varepsilon} & \frac{N_4 - N_3}{\Delta\chi} \\ M_2 - M_1 & M_4 - M_3 \\ \Delta\varepsilon & \Delta\chi \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

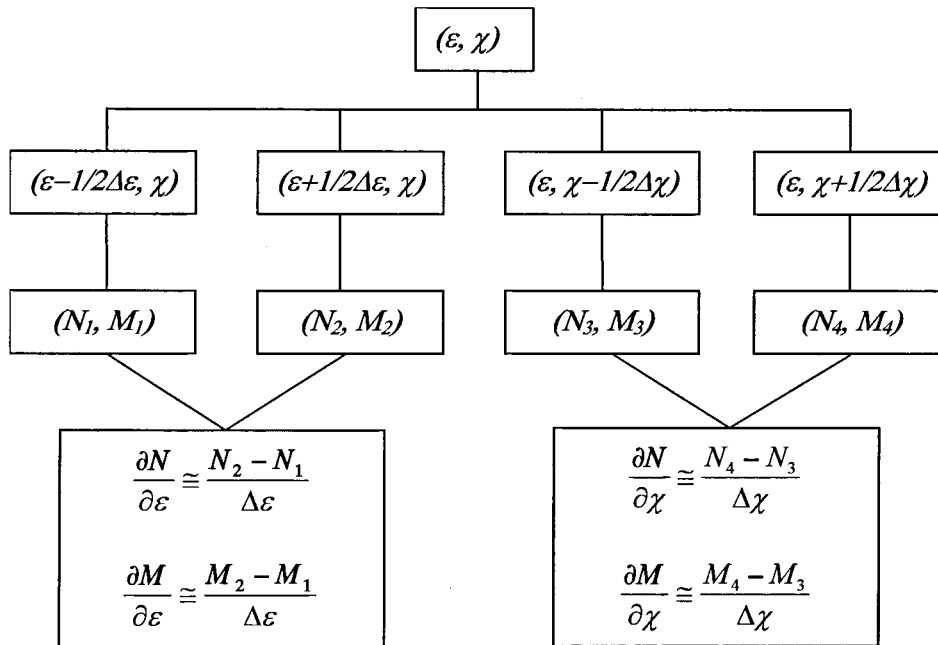


Figura 2.17 - Representação esquemática do método das diferenças finitas

2.5.3 Resolução do sistema de equações não linear

A notação clássica para o estabelecimento das equações de equilíbrio de uma dada estrutura, a partir da sua matriz de rigidez global K , do seu vector de deslocamentos d e do vector solicitação F_0 , consiste em escrever:

$$Kd - F_0 = 0 \quad (2.50)$$

A resolução directa deste sistema de equações, no contexto de uma análise elástica, resulta dificultada, dado o carácter não linear das equações que o constituem, quando se pretende efectuar análises não lineares geométricas e materiais.

A solução comum adoptada em algoritmos deste tipo resulta, como já referido, da adopção de processos incrementais e iterativos de análise, que permitam substituir a resolução de um sistema de equações não lineares por uma sequência de resolução de sistemas de equações lineares, com um grau de aproximação ao estado evolutivo de deformação e rigidez da estrutura em análise.

Conhecida uma dada posição de equilíbrio, no limite, a posição inicial da estrutura sem carregamento, a aplicação de um dado incremento de carga implica uma nova distribuição de esforços e deformações. Ainda que sabendo que a alteração dos esforços e deformações implica a alteração da matriz de rigidez, razão do carácter não linear da análise, permita-se que a sua quantificação seja efectuada como se de um problema elástico se tratasse, admitindo como matriz de rigidez a obtida na posição de equilíbrio alcançada no incremento anterior. Este procedimento implica que a expressão (2.50) não se verifique, resultando antes em:

$$Kd - F_0 = \psi_0^i \quad (2.51)$$

O resultado obtido inclui ψ_0^i a que correspondem forças residuais resultantes da não concomitância entre a matriz de rigidez utilizada e o estado de rigidez real da estrutura, resultante do acréscimo de solicitação aplicado. A realização de uma nova iteração, em que, tendo em vista procurar uma configuração de equilíbrio efectiva, se apliquem estas forças residuais, actualizando ou não a matriz de rigidez, permite um melhoramento na solução do problema, consubstanciado numa redução das novas forças residuais obtidas.

O processo incremental e iterativo adoptado no algoritmo de análise não linear utilizado foi suportado pelo método de Newton-Raphson (Hart, 1978; Owen, 1980), graficamente representado na Figura 2.18, cuja principal característica consiste na opção de actualização da matriz de rigidez da estrutura após cada iteração efectuada. Tendo em vista minimizar o tempo de cálculo necessário para cada análise não linear, o algoritmo contempla a aplicação de um processo de aceleração de convergência deste método, materializado pela implementação do método Line-search (Crisfield, 1991; Castro, 1998).

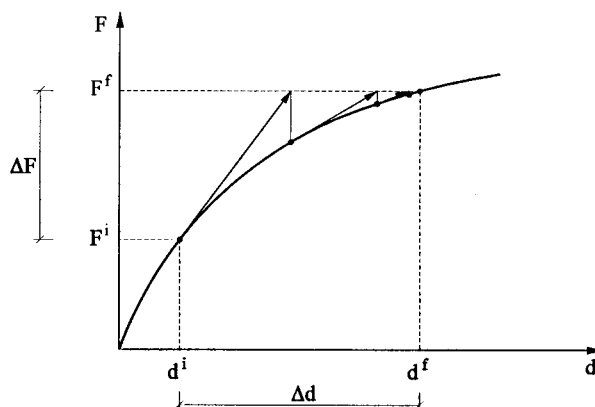


Figura 2.18 - Ilustração do método de Newton-Raphson

O processo iterativo descrito, ao longo de cada incremento da acção, terminará quando as forças residuais determinadas forem suficientemente pequenas por forma a permitir ver verificados os critérios de tolerância impostos. Assim, à custa de um somatório de incrementos de carga, é possível resolver o problema não linear e avaliar os esforços e deformações finais na estrutura.

2.6 Exemplos de aplicação

Centrando-se este trabalho em torno da avaliação de segurança de estruturas reticuladas com comportamento não linear material e geométrico, através do desenvolvimento e aplicação de uma metodologia de avaliação de segurança apoiada, entre outros, no algoritmo de análise não linear descrito FEMPOR1, a qualidade dos resultados obtidos depende da qualidade deste algoritmo de análise estrutural utilizado. Tratando-se de um algoritmo que foi desenvolvido, adaptado e utilizado por diferentes autores, no âmbito de trabalhos de investigação científica na FEUP, resulta desnecessária a apresentação exaustiva da sua calibração. Assim, e tendo todavia sido testado o seu bom comportamento através da comparação de resultados obtidos sobre diversas estruturas analisadas por outros autores, com algoritmos de análise diversos, tal como com resultados obtidos experimentalmente, apresentam-se apenas dois dos exemplos analisados, comparando os resultados obtidos com os apresentados por Vinagre (1997) no âmbito da sua tese de doutoramento.

O primeiro exemplo seleccionado P1 consiste num pilar em consola encastrado na sua base e solicitado por um par de forças N e H na sua extremidade superior, cuja

geometria, distribuição de armadura e malha de elementos finitos adoptada se apresentam na Figura 2.19.

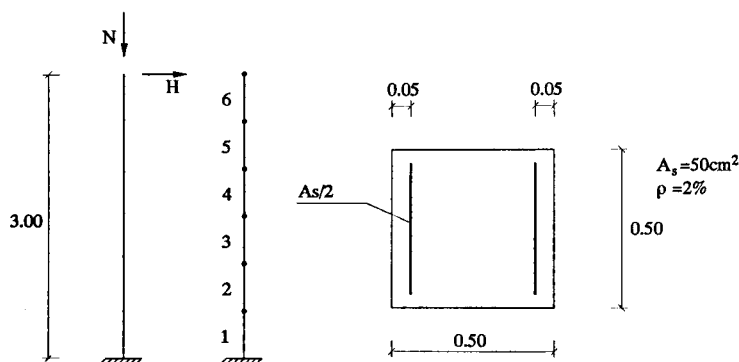


Figura 2.19 - Exemplo P1: características geométricas e malha de elementos finitos

As propriedades materiais adoptadas para o betão e para o aço foram as indicadas na Tabela 2.2.

Betão Classe B25 (C20/25)	Módulo de elasticidade : E_C	26.6 GPa
	Resistência à compressão : f_{cd}	13.3 MPa
	: ϵ_{cl}	2.20 ‰
	: ϵ_{cu}	3.40 ‰
	Resistência à tracção : f_{ct}	1.60 MPa
	: ϵ_{ctu}	1.74 ‰
	: β_{ct}	1.00
	Coefficiente de Poisson : ν	0.20
Aço Classe A400 (S400)	Módulo de elasticidade : E_S	200 GPa
	: E'_S	2 GPa
	: ϵ_{syk}	1.74 ‰
	: ϵ_{suk}	10.00 ‰

Tabela 2.2 - Propriedades mecânicas dos materiais constituintes de P1

Na análise não linear geométrica e material efectuada adoptou-se uma história de carga caracterizada pela aplicação da totalidade de um valor do esforço axial pré-definido N , seguida do incremento de H até à ruína da estrutura. Neste pressuposto, a série de análises efectuadas teve como objectivo avaliar os efeitos de 2ª ordem obtidos na rotura, para condições de solicitação correspondentes a valores de N sucessivamente crescentes, correspondentes a esforços axiais reduzidos ν variáveis entre 0 e 1.50, sendo ν definido, como habitualmente, através de:

$$\nu = \frac{N}{bdf_{cd}} \quad (2.52)$$

Dos resultados obtidos, que se comparam com os obtidos por Vinagre (1997), destacam-se a avaliação do deslocamento de 2ª ordem e_2 obtido no topo do pilar, através do quociente adimensional e_2/h , cuja representação se apresenta na Figura 2.20, e a determinação do par de esforços N e M de rotura na secção mais esforçada, patentes na Figura 2.21.

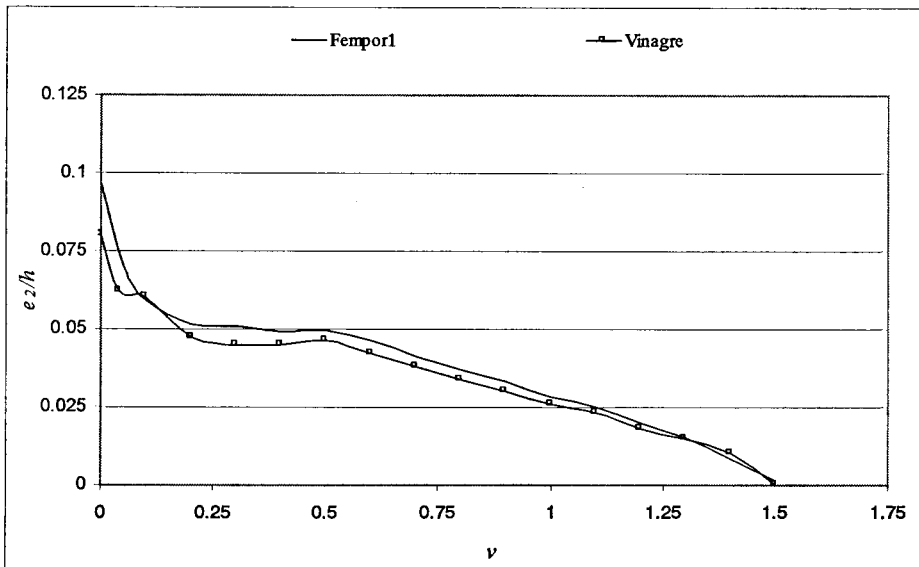


Figura 2.20 - Relação entre o esforço axial reduzido ν e a medida da deformação e_2/h

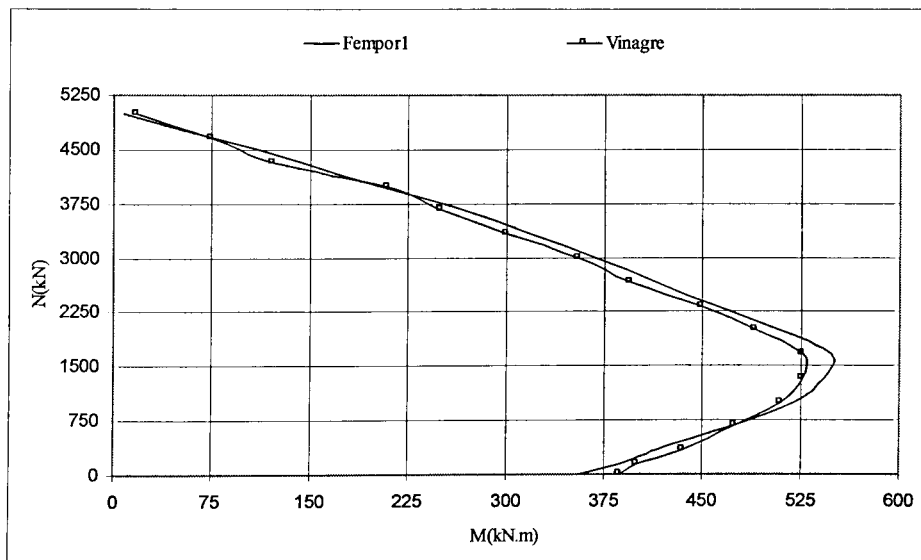


Figura 2.21 - Relação entre o momento máximo na base do pilar M e o esforço axial N

Tendo sido apresentados, com o primeiro exemplo P1, resultados finais associados a diferentes cenários de rotura, pretendeu-se com um segundo exemplo, P2, apresentar resultados ao longo do processo incremental de aplicação das acções.

Este novo exemplo P2 consiste também num pilar encastrado na base, com características geométricas distintas de P1, apresentadas na Figura 2.22, e em relação ao qual se admitiram dois conjuntos distintos de propriedades mecânicas indicadas na Tabela 2.3, diferenciáveis pelos distintos valores admitidos para o módulo de elasticidade do betão E_c e para a resistência à compressão do betão f_c , às quais se associou a notação de P2a e P2b.

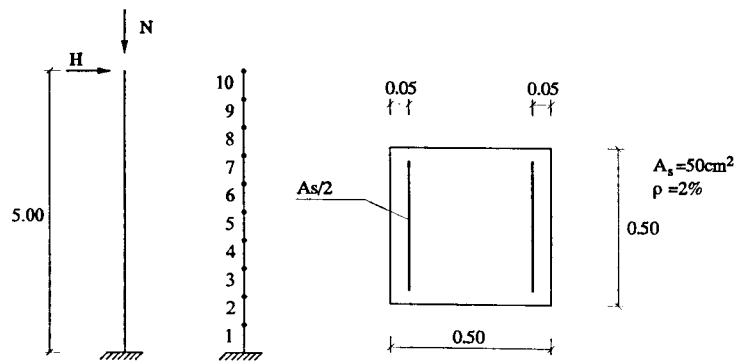


Figura 2.22 - Exemplo P2: características geométricas e malha de elementos finitos

		P2a	P2b
Betão Classe B25 (C20/25)	Módulo de elasticidade : E_C	34.0 GPa	26.6 GPa
	Resistência à compressão : f_c	30.0 MPa	20.0 MPa
	: ϵ_{cl}	2.20 ‰	2.20 ‰
	: ϵ_{cu}	3.40 ‰	3.40 ‰
	Resistência à tracção : f_{ct}	1.60 MPa	1.60 MPa
	: ϵ_{ctu}	1.74 ‰	1.74 ‰
	: β_{ct}	1.00	1.00
	Coefficiente de Poisson : ν	0.20	0.20
Aço Classe A400 (S400)	Módulo de elasticidade : E_S	200 GPa	200 GPa
	: E'_S	2 GPa	2 GPa
	: ϵ_{syk}	1.74 ‰	1.74 ‰
	: ϵ_{suk}	10.00 ‰	10.00 ‰

Tabela 2.3 - Propriedades mecânicas dos materiais constituintes de P2a e P2b

Para a análise não linear geométrica e material efectuada, admitiu-se um processo incremental de N e H simultâneo impondo a relação constante $M/N=0.1$ na base do pilar, correspondente a uma excentricidade elástica de N igual a 0.1m. Esta relação implica, dada a altura de 5m do pilar, a imposição da relação efectivamente adoptada $H=0.02N$. Os resultados obtidos, e comparados com os determinados por Vinagre (1997), consistiram na avaliação do deslocamento do topo da estrutura δ ao longo do processo de carregamento, apresentado na Figura 2.23, e da respectiva evolução da relação $N-M$ na secção da base do pilar traçada na Figura 2.24.

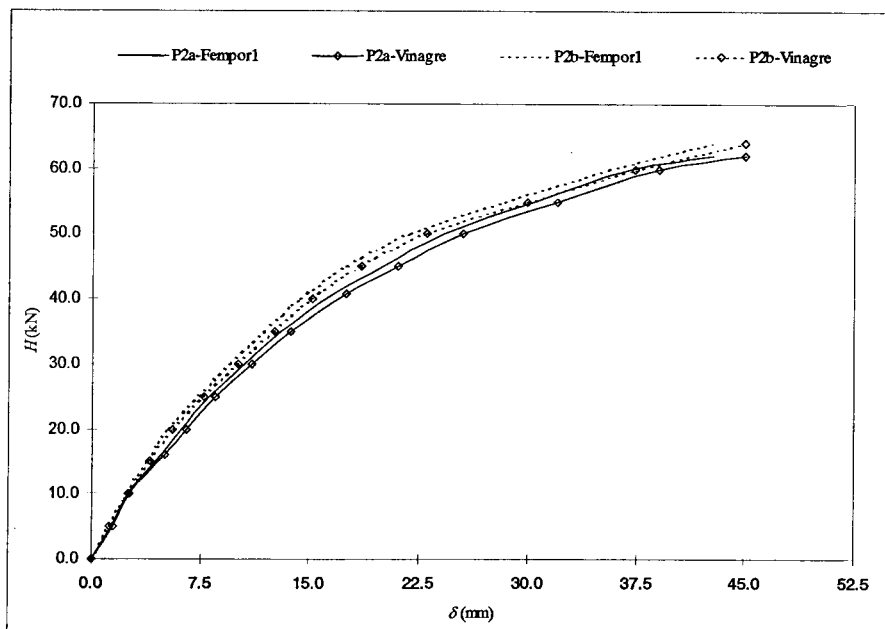


Figura 2.23 - Relação entre a força horizontal H e o deslocamento do topo do pilar δ

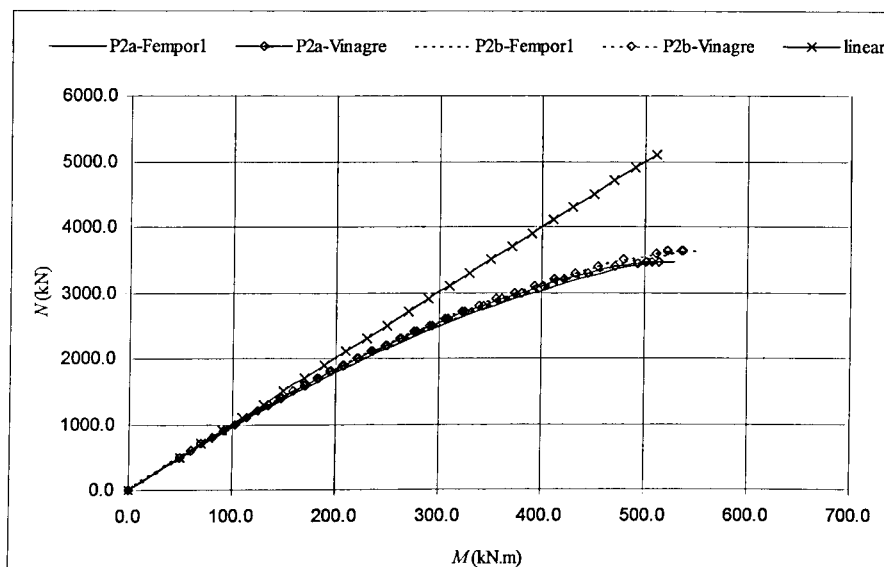


Figura 2.24 - Relação entre a força vertical N e o momento na base do pilar M

Os exemplos apresentados reflectem a significativa concordância entre os resultados obtidos por Vinagre e os obtidos neste trabalho, através da aplicação do algoritmo de análise não linear FEMPOR1, o que permite evidenciar a sua adequabilidade às aplicações efectuadas no presente trabalho.

2.7 Conclusões

Ao longo deste capítulo pretendeu-se enquadrar o problema da avaliação de efeitos de 2ª ordem em estruturas reticuladas de betão armado, resultantes do comportamento geométrica e materialmente não linear deste tipo de estruturas. A importância destes efeitos e a simultânea dificuldade de abordagem metódica dos mesmos, dada a complexidade dos fenómenos a tratar, fazem com que os códigos nacionais e internacionais estabeleçam metodologias simplificadas que permitem a sua estimativa de forma aproximada. Tendo seleccionado como alvo de estudo a principal regulamentação nacional e europeia, optou-se por apresentar as metodologias patentes no REBAP e no MC90, pelo facto de apresentarem filosofias conceptualmente distintas. Relativamente à abordagem preconizada no EC2, dada a proximidade dos seus fundamentos relativamente ao REBAP, apenas foram destacados de forma sucinta os principais aspectos inovadores. A apresentação das metodologias referidas, ainda que sobejamente conhecidas, teve por objectivo essencial conferir unidade ao trabalho apresentado, que se centra essencialmente na discussão da segurança estrutural associada aos métodos de avaliação de efeitos de 2ª ordem, eliminando dúvidas sobre as opções adoptadas e conferindo-lhe alguma autonomia de leitura.

O recurso a metodologias simplificadas de avaliação de efeitos de 2ª ordem resulta da dificuldade de modelação e aplicação de algoritmos de análise estrutural que incluam o comportamento estrutural não linear geométrico e material. A utilização de um algoritmo deste tipo para as análises efectuadas neste trabalho motivou a apresentação dos principais aspectos relacionados com as diferentes formulações habitualmente adoptadas para a modelação destes comportamentos, bem como as soluções adoptadas tendo em consideração o objectivo de analisar estruturas reticuladas de betão armado. Esta descrição genérica foi complementada com alguns aspectos computacionais relacionados com a implementação efectiva destes modelos no algoritmo de análise

estrutural FEMPOR1 e cuja descrição permite identificar melhor o tipo de opções de análise estrutural adoptadas.

A apresentação de resultados obtidos na análise estrutural de um conjunto de exemplos simples, mobilizando os efeitos não lineares geométrico e material, efectuada a partir da utilização do algoritmo FEMPOR1, e a sua comparação com os resultados obtidos por Vinagre (1997), sobre exemplos com as mesmas características e propriedades, permitiu, ao finalizar este capítulo, evidenciar o bom desempenho do algoritmo adoptado.

Capítulo 3

Princípios gerais da fiabilidade estrutural

3.1 Introdução

Ao longo dos tempos o Homem tem procurado realizar estruturas que satisfaçam as suas necessidades de segurança e conforto físico, permitindo-se simultaneamente dar aso ao seu impulso criador. Olhando a natureza, utilizando-a ou tentando imitá-la e, descoberta após descoberta, estabelecendo os seus próprios modelos à procura da compatibilização entre as suas vontades e as leis imutáveis da Natureza, a evolução tem sido feita através de um respeito e desafio constantes, na procura de algo que se entende como o melhor em cada momento.

Tal percurso tem envolvido diferentes etapas, a que têm correspondido diferentes estados de conhecimento e diferentes tipos e níveis de exigências. O conhecimento empírico, baseado na observação e experimentação, característico dos primeiros passos na procura de estruturas que protegessem o Homem das adversidades climáticas e o salvaguardassem do ataque de outras espécies, está hoje bem distante no tempo. A evolução da organização social ao longo dos séculos foi gerando novos critérios reguladores da concepção estrutural, fazendo com que hoje parâmetros como

conforto e economia sejam essenciais nos processos de análise e decisão. Todavia, tendo a vida humana um valor inestimável, a segurança continua a ser o primeiro dos valores e, como tal, o critério determinante na actividade do projectista de estruturas.

Na procura de metodologias consistentes que permitissem dimensionamentos fiáveis, as primeiras regras sistemáticas surgem no século XIX com o desenvolvimento da construção metálica e dos primeiros tratados da teoria da resistência dos materiais. Desta forma, as regras empíricas baseadas na experiência herdada e adquirida, dão lugar a critérios de avaliação de segurança com base científica, consubstanciados no método das tensões admissíveis. Este método, vigente durante décadas, assentava no estabelecimento de coeficientes de segurança minorativos das tensões resistentes dos materiais transformando-as em tensões admissíveis de projecto e estabelecendo como critério de dimensionamento que todas as secções da estrutura deveriam ter esforços instalados que conduzissem a tensões inferiores a estas últimas. Este critério de segurança, simples na sua essência, mas todavia um marco importante, foi, durante a sua vigência, vendo melhorias na definição dos coeficientes de segurança, resultantes da evolução do conhecimento ao nível das propriedades materiais e ao nível dos modelos de cálculo.

Porém, durante a primeira parte do século XX a insatisfação com os princípios subjacentes ao método das tensões admissíveis rapidamente levantou a necessidade de lançar um novo olhar sobre o problema da segurança e de estabelecer conceitos mais próximos da ideia de probabilidade de ruína. Paradigmático das preocupações da época, Ferry-Borges (1968) refere o III congresso da International Association for Bridge and Structural Engineering em 1948, onde diversos trabalhos sobre esta temática são apresentados, colocando a definição de critérios de segurança sobre uma perspectiva probabilística na linha da frente das preocupações dos engenheiros, de que são exemplos "La sécurité des constructions. Rapport introductif", Prot (1948) e "Notions de probabilité dans l'étude de la sécurité des constructions", Vasco Costa (1948).

Ainda que muito atraente a abordagem probabilística da segurança envolve inúmeras dificuldades. Nos anos sessenta foram introduzidos novos conceitos que, alguns anos depois, eram adoptados pelos regulamentos dos diferentes países. O principal destes

conceitos consistiu no estabelecimento da definição de estados limites ou situações a evitar, associados a cenários com diferentes níveis de gravidade, no que diz respeito às consequências e à forma como estes possam vir a ser ultrapassados. Deste conceito, em associação com a definição de coeficientes de segurança e com um conjunto de regras de aplicação resultou, em traços gerais, o formato de segurança ainda vigente nos actuais códigos.

O desenvolvimento de ferramentas de cálculo cada vez mais poderosas, suportadas por computadores com cada vez maiores potencialidades, tem tornado premente a necessidade de se darem passos no sentido do estabelecimento de novos formatos de segurança.

A utilização de algoritmos de análise geométrica e materialmente não lineares, com particular interesse no estudo de estruturas de betão armado, é um exemplo claro desta necessidade, à qual os actuais regulamentos CEB (1997), EC2 (1992) têm correspondido com a apresentação de algumas regras ainda não sistemáticas e de aplicação prática pouco explícita. Neste contexto, assiste-se hoje a um grande esforço de investigação nesta área, procurando estabelecer metodologias de verificação de segurança que permitam avaliar a probabilidade de ruína das estruturas que se pretendem dimensionar e tendo por base os princípios da fiabilidade estrutural.

Neste capítulo enquadra-se o problema da segurança estrutural descrevendo as principais incertezas a ela associadas e explicitando o conceito de estado limite, indissociável da definição de segurança. Percorrendo os diferentes níveis de avaliação de segurança com complexidade sucessivamente crescente, é exposto o caso fundamental da fiabilidade estrutural como veículo para a avaliação de uma probabilidade de ruína estrutural e, concomitantemente, da definição do índice de fiabilidade. A interpretação geométrica do índice de fiabilidade e a referência às limitações associadas à aplicação das técnicas clássicas da fiabilidade estrutural, actualmente ultrapassáveis através da utilização de métodos de simulação, antecedem a exposição do método de simulação de Monte Carlo enquanto método de referência e do método do Hipercubo Latino que serviu de base à metodologia de cálculo de probabilidade de ruína proposta no presente trabalho.

3.2 Incertezas na avaliação de segurança

À realização de uma dada estrutura está inerente um conjunto de fases, que se inicia com o seu estudo prévio e finaliza quando a mesma é dada por concluída. Ao projectista de estruturas compete dimensioná-la e transformar o produto do seu trabalho num projecto de execução que forneça elementos o mais precisos possível a quem a vai construir. Os diferentes agentes deste processo almejam naturalmente atingir a segurança absoluta. Todavia, este objectivo é claramente inatingível uma vez que as incertezas associadas às diferentes variáveis intervenientes no processo não são passíveis de serem eliminadas. A classificação destas incertezas tem sido proposta por diversos autores, Thoft-Cristensen (1982), Melchers (1987) e mais recentemente Nowak (2000), na tentativa de sistematizar e melhor entender os parâmetros que mais influenciam a probabilidade de ruína de uma dada estrutura.

Uma classificação genérica comum consiste em dividir as incertezas em duas grandes categorias: incertezas de origem natural e incertezas devidas à intervenção do homem. As primeiras resultam da impossibilidade de prever com exactidão as acções que actuam numa dada estrutura (sobrecargas, vento, sismo, neve...), bem como da impossibilidade de garantir que os valores de resistência dos materiais, adoptados na fase de dimensionamento estrutural, venham a ser obtidos na estrutura real, com particular importância no caso das propriedades mecânicas do betão, cujo processo de fabricação, aplicação e cura está sujeito a um vasto conjunto de influências (dosagem, transporte, condições climáticas...). As incertezas devidas à intervenção do homem são consequência das suas próprias falhas, resultantes de inúmeros factores de que se podem destacar a falta de conhecimento, omissões, erros de comunicação, imprecisões na realização dos trabalhos, e tantas outras, cuja enumeração exaustiva seria praticamente impossível.

Como se verifica, as incertezas enunciadas afectam a vasta lista de variáveis que intervêm no processo de realização de uma dada estrutura. Analisando em particular as variáveis que fazem parte do grupo das acções e das propriedades dos materiais, as incertezas a elas associadas podem considerar-se de três tipos de natureza distintos.

- Incerteza física: A natureza das acções e das propriedades materiais é por si só incerta. As variações da pressão do vento, queda de neve, acção sísmica, propriedades dos materiais, etc., são fenómenos naturais que o homem não pode evitar ou controlar. Este tipo de incerteza, designada por incerteza física, pode porém ser estimada através da análise e observação do maior volume de informação disponível e da sua experiência anterior.
- Incerteza estatística: A definição dos parâmetros estatísticos que caracterizem um dada variável é obtida à custa de um número limitado de resultados disponíveis. Este facto introduz uma incerteza nos parâmetros estimados que poderá ser minimizada por via do aumento do volume de informação disponível e de técnicas de inferência estatística.
- Incerteza dos modelos: A necessidade de admitir modelos que contemplem aproximações e simplificações ao comportamento das propriedades materiais, à simulação das acções e sua aplicação, condições de apoio, etc., é a responsável pela introdução deste tipo de incerteza. A medida desta incerteza pode ser considerada como a diferença relativa entre os valores observados na estrutura real e os valores estimados com os modelos.

O reconhecimento da existência destas incertezas requer o seu tratamento e consideração no âmbito de uma análise de fiabilidade em que se pretenda obter uma estimativa da probabilidade de ruína de uma dada estrutura. A forma de abordar estas dificuldades será exposta no capítulo 4, no contexto da discussão dos modelos para as acções e resistências dos materiais.

3.3 Conceito de estado limite

A passagem de uma filosofia simplista de dimensionamento e verificação de segurança assente em tensões de segurança dos materiais, para uma filosofia baseada na avaliação de uma probabilidade de ruína, levanta desde logo a necessidade da definição do conceito de ruína. Este conceito, aparentemente intuitivo, é passível de ser interpretado de múltiplas formas e por consequência impõe a necessidade de definir critérios para a sua definição. No sentido da resolução deste problema surgiu o

conceito de estado limite, que consiste na definição de um conjunto de parâmetros que não se pretendem ver excedidos mediante determinadas condições e exigências. Desta forma, o conceito de ruína resulta conceptualmente como a situação de não se encontrar verificado o conjunto de requisitos associados ao estado limite que se pretende ver cumprido.

De acordo com as definições presentes na regulamentação em vigor (RSA, 1983; EC1-1,1994) entende-se por estado limite um estado a partir do qual a estrutura deixa de cumprir total ou parcialmente os requisitos para os quais foi dimensionada, deixando de desempenhar as funções que lhe estavam atribuídas. Em função do nível de segurança a implementar na análise de segurança, apresentados na subsecção 3.4, são definidas regras com base probabilística, que visam essencialmente uniformizar critérios e fornecer elementos, de modo a evitar situações indesejáveis com um grau de probabilidade adequada à gravidade das mesmas.

Os estados limites são habitualmente classificados como *Estados limites últimos* e *Estados limites de utilização*. Os primeiros, cuja ocorrência resulta em prejuízos muito severos, correspondem a situações de colapso total ou parcial da estrutura ficando a segurança de pessoas e equipamentos ameaçada. Deste grupo são exemplos: situações de rotura ou deformação excessiva de secções de elementos estruturais (estado limite último de resistência); instabilidade de elementos estruturais ou da estrutura no seu todo (estado limite de encurvadura) e perda de equilíbrio total ou parcial da estrutura por formação de mecanismos (estado limite último de equilíbrio). Os segundos, resultando em prejuízos de menor gravidade e não pondo em risco vidas humanas ou equipamentos, consistem na perda de capacidade da estrutura servir os fins para que foi concebida, motivada pelo aparecimento de danos de origem funcional ou estética. São exemplos destes estados a deformação estrutural não compatível com a funcionalidade da estrutura, a abertura de fendas que comprometa a durabilidade dos materiais e vibrações inconvenientes que prejudiquem o conforto na sua utilização. Estes estados estão habitualmente associados a um tempo de ocorrência, de que resulta uma classificação dependente do seu tempo de duração admissível: estados limites de muito curta duração, a que se associa um tempo de ocorrência de poucas horas; estados limites de curta duração, a que se associa um tempo de ocorrência de

cerca de 5% do tempo de vida da estrutura e estados limites de longa duração a que se associa um tempo de ocorrência de cerca de metade do tempo de vida da estrutura.

A escolha dos estados limites a verificar não é, como é natural, um acto de decisão independente. Esta decisão depende, entre outros, dos materiais utilizados e do tempo de vida desejável para a estrutura em causa. Esta sistematização do conceito de estado limite permitiu a diluição das indefinições em relação ao conceito de ruína e o estabelecimento de critérios de dimensionamento e verificação de segurança, de maior ou menor complexidade, cuja organização e sistematização será exposta na subsecção seguinte.

3.4 Identificação e classificação de níveis de verificação de segurança

Uma vez tipificadas as incertezas associadas ao dimensionamento de uma dada estrutura e estabelecidas as linhas gerais para uma definição de ruína através do conceito de estado limite, a verificação de segurança pode processar-se através de formulações mais ou menos simplificadas. Estas formulações, com grau de complexidade crescente, classificam-se habitualmente como de Nível 1, 2 e 3, (Henriques, 1998; Nowak, 1995) e caracterizam-se da seguinte forma:

- Nível 1: Corresponde ao formato, habitualmente designado por semi-probabilístico, que serve de base aos critérios definidos nos actuais regulamentos para o dimensionamento estrutural. A segurança é garantida através da verificação de condições determinísticas resultantes do conceito de estado limite, em que intervêm os valores representativos (nominais ou característicos) das variáveis envolvidas, afectados de coeficientes de segurança parciais. Estes valores representativos resultam do estudo estatístico da distribuição das diferentes variáveis e os coeficientes parciais de segurança que os afectam são geralmente calibrados por formatos de segurança de nível superior. No capítulo 4 será dada maior atenção a este modelo de verificação de segurança, no contexto da discussão da filosofia de segurança adoptada pelos regulamentos em vigor.
- Nível 2: Estes formatos de segurança, de carácter probabilístico, assentam no recurso a técnicas sustentadas pelo conhecimento e caracterização das variáveis

envolvidas, através da quantificação de medidas estatísticas que permitam o conhecimento da sua dispersão e da sua tendência central, e apresentam como maior limitação a necessidade do recurso a hipótese simplificadoras, que permitam obter soluções analíticas para os problemas formulados. A medida de segurança adoptada é por norma o índice de fiabilidade β , que se relaciona directamente com a probabilidade de ruína p_f , relação esta que para o caso mais simples do estudo de leis de distribuição normais corresponde a $p_f = \Phi(-\beta)$, sendo Φ a função de distribuição normal reduzida. Este nível de verificação de segurança será desenvolvido nas subsecções seguintes, no contexto da formulação do problema fundamental da fiabilidade estrutural e da interpretação do índice de fiabilidade.

- Nível 3: Tratam-se de formatos probabilísticos puros em que a variabilidade de todas as variáveis é considerada simultaneamente e em que a probabilidade de um dado estado limite ser atingido é obtida analiticamente. Estes métodos, de muito difícil emprego por limitações matemáticas, têm hoje visto o seu campo de aplicação alargado, uma vez associados aos métodos de simulação cuja utilização se tem difundido. Ainda que com o recurso a métodos de simulação, o elevado número de variáveis envolvidas e a complexidade dos algoritmos de análise não linear exigem um tempo de computação extremamente elevado, o que limita a sua aplicação a problemas de dimensão real. Considerando X como o vector representativo das variáveis básicas do problema e $r(X)$ como o vector representativo da resposta estrutural o *estado* da estrutura, do ponto de vista da segurança, pode ser caracterizado pela função $g(X, r(X))$. Desta forma, o estado limite que define a fronteira entre a segurança e a ruína da estrutura poderá ser caracterizado pela igualdade $g(X, r(X)) = 0$. Tendo em conta as funções de distribuição de todas as variáveis envolvidas e o vector representativo da resposta estrutural, a probabilidade de ruína consistirá assim na probabilidade do estado limite ser violado, isto é da função estado limite assumir valores correspondentes à desigualdade $g(X, r(X)) \leq 0$. Analiticamente, designando a função densidade de probabilidade conjunta de todas as variáveis X por $f_X(x)$, a probabilidade de ruína de uma dada estrutura pode expressar-se por:

$$p_f = \int_{g(X, r(X)) \leq 0} f_X(x) dx \quad (3.1)$$

3.5 Probabilidade de ruína. Caso fundamental

A avaliação da probabilidade de ruína através do estabelecimento de uma função de estado limite $g(\cdot)$, a partir do conjunto de todas as variáveis envolvidas no problema é, como já referido, um problema de difícil resolução. Considerando, de forma simplificada, o problema da verificação da segurança reduzido à relação entre a solicitação S e a resistência da estrutura R , a função de estado limite pode ser definida como:

$$g(R, S) = R - S \quad (3.2)$$

A condição fronteira que separa a segurança da ruína da estrutura resulta naturalmente como:

$$g(R, S) = R - S = 0 \quad (3.3)$$

Sendo assim, a probabilidade de ruína poderá ser expressa pelas condições equivalentes:

$$p_f = P(g(R, S) \leq 0) \quad (3.4)$$

$$p_f = P(R - S \leq 0) \quad (3.5)$$

Recorrendo a noções básicas de probabilidade, cuja dedução e desenvolvimento podem ser consultados em textos de diversos autores (Borges, 1971; Augusti, 1984; Leitch, 1995; Guimarães, 1997), é possível quantificar a probabilidade de ruína p_f à custa das funções de densidade e de distribuição de probabilidade das variáveis R e S . Representando a função densidade de probabilidade conjunta das variáveis R e S por f_{RS} , a probabilidade p_f corresponde ao integral da função f_{RS} no domínio de rotura $g(R, S) \leq 0$:

$$p_f = \int_{g(R, S) \leq 0} f_{RS}(R, S) dR dS \quad (3.6)$$

Admitindo independência entre as variáveis R e S a função densidade conjunta pode ser obtida a partir das funções densidade de cada uma das variáveis envolvidas através de $f_{RS}(R,S) = f_R(R) \cdot f_S(S)$, o que transforma (3.6) em:

$$p_f = \iint_{g(R,S) \leq 0} f_R(R) f_S(S) dR dS \quad (3.7)$$

De forma intuitiva a probabilidade de ruína corresponde ao somatório de todas as situações em que a resistência é inferior à solicitação. Este princípio é a condição dominante que define o domínio de integração até agora representado genericamente por $g(R,S) \leq 0$. De forma explícita este domínio deverá representar o espaço contínuo de valores possíveis de S em que se verifiquem situações de $R < S$, o que transforma a equação (3.7) em:

$$p_f = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{R} f_R(R) f_S(S) dR dS \quad (3.8)$$

A interpretação geométrica da probabilidade de ruína, no contexto admitido de existirem apenas as variáveis genéricas R e S , é apresentada na Figura 3.1 e na Figura 3.2, onde se destaca a representação das funções densidade de probabilidade individuais e conjunta, bem como a delimitação da região fronteira que separa a zona de segurança da zona de ruína.

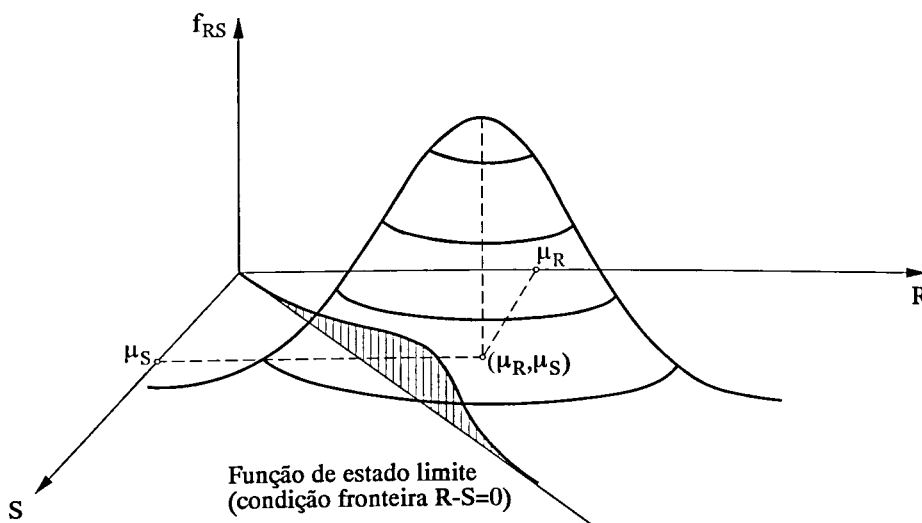


Figura 3.1 - Interpretação geométrica da probabilidade de ruína. Representação tridimensional no espaço de duas variáveis genéricas S e R .

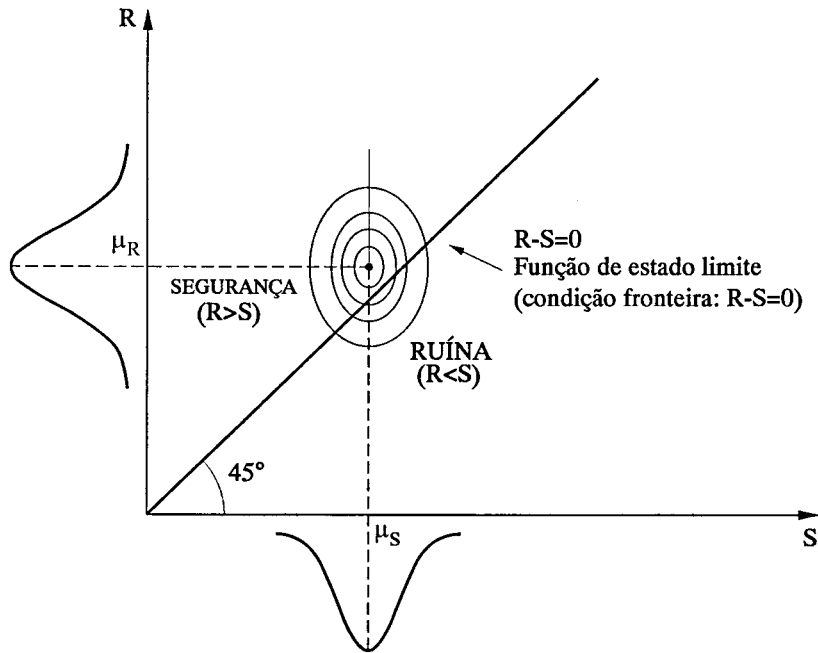


Figura 3.2 - Interpretação geométrica da probabilidade de ruína. Representação em planta no espaço de duas variáveis genéricas S e R .

As funções f_R e f_S aparecem na expressão (3.8) como função das variáveis R e S . Esta distinção, que pretende notar o facto de terem origens diferentes, é todavia formal, podendo as mesmas ser definidas à custa de uma variável genérica comum, X . Desta forma a equação (3.8) resultaria em:

$$p_f = P[R - S \leq 0] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^x f_R(x) f_S(x) dx \quad (3.9)$$

A função de distribuição de uma dada variável X é, por definição, obtida à custa da sua função densidade de probabilidade através de:

$$F_X(x) = P[X \leq x] = \int_{-\infty}^x f_X(y) dy \quad ; \quad x \geq y \quad (3.10)$$

Observando a equação (3.9) podemos verificar que esta pode ser rescrita à custa da introdução de (3.10), reduzindo-se a sua ordem de integração, e transformando-a na sua forma final em:

$$p_f = P[R - S \leq 0] = \int_{-\infty}^{+\infty} F_R(x) f_S(x) dx \quad (3.11)$$

A probabilidade de ruína aparece assim representada por este integral, que habitualmente se designa por *integral de convolução*, correspondendo ao somatório dos casos em que a resistência é inferior a uma dada solicitação, para toda a gama de solicitações possíveis.

Da observação da equação (3.11) resulta, numa primeira análise, a ideia de que a sua aplicação para a obtenção da probabilidade de ruína é um processo de fácil implementação. Porém, para a generalidade das distribuições, a determinação analítica deste integral de convolução é de difícil obtenção, sendo apenas possível obter aproximações ao seu valor através do recurso a técnicas de integração numéricas, que mesmo assim poderão não permitir aproximações com rigor e fiabilidade adequadas. Para obviar a esta dificuldade, a probabilidade de ruína é muitas vezes avaliada através de procedimentos e medidas indirectas. Esta estratégia serviu de base à metodologia de avaliação de segurança proposta que se apresentará no Capítulo 5.

3.6 Índice de fiabilidade

A dificuldade de obtenção do integral de convolução, definido no ponto anterior, induziu ao estabelecimento de metodologias que permitissem avaliar a segurança de uma dada estrutura com base em medidas indirectas da sua probabilidade de ruína. A essência desta ideia concentrou-se no estabelecimento de metodologias de análise sustentadas pelo desenvolvimento da teoria da fiabilidade estrutural que sofreu, em particular nas últimas quatro décadas, um grande desenvolvimento. Referências incontornáveis neste processo, são os trabalhos apresentados na década de 60 por Ferry-Borges (1968) e Freudenthal (1966), constituindo umas das primeiras publicações que abordaram este tema de forma sustentada e culminando em 1969 com um trabalho de Cornell (1969), em que se apresenta o primeiro método de fiabilidade estrutural habitualmente designado por método *FOSM (First Order Second Moment Reliability Method)*. Com este método Cornell introduziu a definição de índice de fiabilidade β , cuja quantificação permite uma avaliação indirecta da probabilidade de ruína e, conseqüentemente, da segurança de uma dada estrutura. Constituinto um primeiro e muito importante passo, este método apresentava todavia algumas limitações que suscitaram, na tentativa da sua superação, o aparecimento de novas

propostas para a quantificação do índice de fiabilidade. Hasofer e Lind (1974) propõem uma metodologia que permite ultrapassar uma das maiores limitações do método *FOSM* e que consistia na sua não invariância com o critério de resistência utilizado. Outra das grandes limitações deste método consistia na não inclusão de informação sobre as distribuições das variáveis básicas, o que suscitou o aparecimento de novas propostas. Primeiro em 1978 (Rackwitz e Fiessler (1978)), através do aparecimento de metodologias habitualmente designadas por *FORM* (*First Order Reliability Methods*) a que, mais tarde durante a década de 80, se sucederam as metodologias *SORM* (*Second Order Reliability Methods*), incluindo já aproximações de segunda ordem à função de estado limite (Thoft-Cristensen, 1982; Melcheres, 1987).

A introdução do conceito de índice de fiabilidade constituiu um passo extremamente importante para o desenvolvimento da teoria da fiabilidade, apresentando-se hoje como um parâmetro amplamente utilizado em diversos domínios do conhecimento e de investigação, de onde se destacam as suas aplicações no âmbito da engenharia de estruturas com particular interesse no desenvolvimentos de novas metodologias de avaliação de segurança estrutural.

3.6.1 Formulação base do índice de fiabilidade.

Considere-se, tal como na secção 3.5, a verificação da segurança reduzida à relação entre a solicitação S e a resistência R e admita-se que estas variáveis são aleatórias, independentes e com distribuições normais caracterizadas pelas suas médias e desvios padrão, definidos respectivamente por: (μ_S, σ_S) e (μ_R, σ_R) .

Introduzindo o conceito de margem de segurança Z , como a diferença entre a resistência e a solicitação:

$$Z = R - S \quad (3.12)$$

e de acordo com a definição de probabilidade de ruína estabelecida na secção 3.5, a expressão (3.5) pode ser transformada em:

$$p_f = P(R - S \leq 0) = P(Z \leq 0) \quad (3.13)$$

Uma vez admitido que as variáveis S e R são variáveis gausseanas e independentes e tendo em linha de conta a propriedade aditiva deste tipo de variáveis, a margem de segurança Z é também uma variável gausseana cuja média e desvio padrão se obtêm através de:

$$\mu_Z = \mu_R - \mu_S \quad (3.14)$$

$$\sigma_Z^2 = \sigma_R^2 + \sigma_S^2 \quad (3.15)$$

Dadas as características de Z , o cálculo da probabilidade de ruína expresso em (3.13) pode ser efectuado à custa de uma transformação de Z em variável normal reduzida, tendo em vista o recurso aos valores de probabilidade associados à função de distribuição da lei normal reduzida Φ (média nula e variância unitária), generalizadamente conhecida e tabelada. Desta forma, a probabilidade de ruína expressa em (3.13) pode ser rescrita:

$$P_f = P(Z \leq 0) = \Phi\left(\frac{0 - \mu_Z}{\sigma_Z}\right) \quad (3.16)$$

Definindo o índice de fiabilidade como:

$$\beta = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} \quad (3.17)$$

e considerando os parâmetros estatísticos definidores da margem de segurança Z , podem ser estabelecidos os formatos finais para o cálculo da probabilidade de ruína expressos por:

$$P_f = \Phi\left(\frac{-(\mu_R - \mu_S)}{\sqrt{(\sigma_R^2 + \sigma_S^2)}}\right) = \Phi(-\beta) \quad (3.18)$$

Uma representação gráfica da distribuição da margem de segurança, apresentada na Figura 3.3, permite identificar a probabilidade de ruína como o integral da função densidade de probabilidade de Z para valores negativos da mesma e, dada a relação

$\mu_Z = \beta\sigma_Z$, o índice de fiabilidade como medida da distância do valor médio da margem de segurança à situação de ruína, em função do desvio padrão de Z .

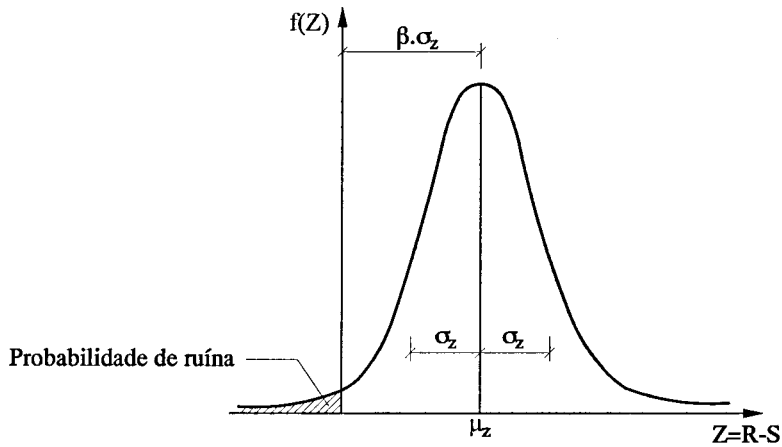


Figura 3.3 - Representação gráfica da distribuição da margem de segurança e do índice de fiabilidade.

Uma vez admitidas distribuições normais para R e S , o valor calculado da probabilidade de ruína, através de (3.18), é exacto. Na Figura 3.4 apresenta-se a relação entre β e p_f para a gama de valores em que as variações são menos acentuadas, enquanto na Tabela 3.1, para um conjunto de valores discretos, se procurou apresentar esta mesma relação para um intervalo de valores da probabilidade de ruína de maior amplitude.

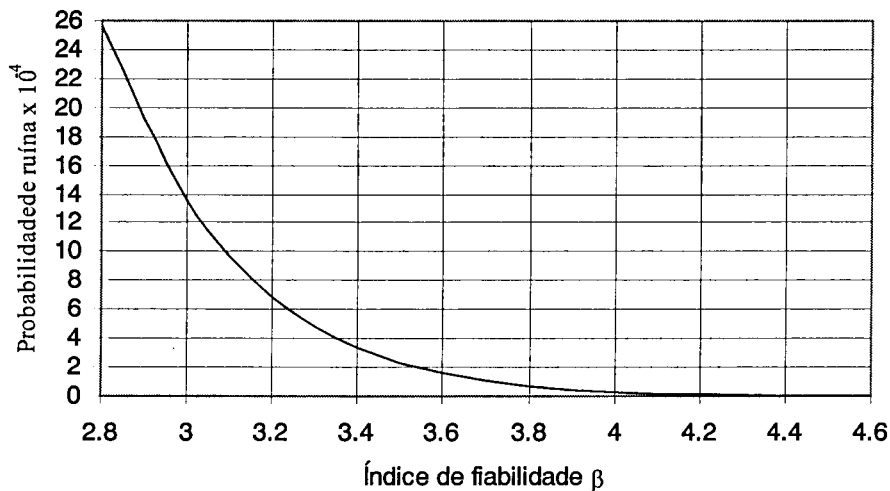


Figura 3.4 - Relação entre a probabilidade de ruína p_f e o índice de fiabilidade β .

Probabilidade de ruína p_f	Índice de fiabilidade β
0.5×10^0	0.00
1.0×10^{-1}	1.28
1.5×10^{-2}	2.17
1.0×10^{-2}	2.33
1.5×10^{-3}	2.97
1.0×10^{-3}	3.09
1.5×10^{-4}	3.62
1.0×10^{-4}	3.72
1.5×10^{-5}	4.17
1.0×10^{-5}	4.27
1.5×10^{-6}	4.69
1.0×10^{-6}	4.77
1.0×10^{-7}	5.20
1.0×10^{-8}	5.61
1.0×10^{-9}	6.00

Tabela 3.1 - Relação entre a probabilidade de ruína p_f e o índice de fiabilidade β .

Nos casos em que as distribuições em análise não sejam normais, o valor da probabilidade de ruína calculado não é exacto, resultando β como um valor indicativo da margem de segurança. Porém, em qualquer caso e de acordo com a figura e tabela apresentadas, a valores sucessivamente crescentes de β correspondem probabilidades de ruína sucessivamente menores.

3.6.1.1 Interpretação geométrica do índice de fiabilidade

Representando o índice de fiabilidade uma medida da probabilidade de ruína, propõe-se agora a apresentação da sua interpretação geométrica, tendo em vista aproximar a sua definição dos conceitos de segurança estrutural, abrindo caminhos para uma posterior discussão da interpretação fiabilística dos coeficientes parciais de segurança, associados ao formato semi-probabilístico de verificação de segurança vigente na regulamentação actual.

Considere-se em primeiro lugar a transformação que converte as variáveis aleatórias S e R em variáveis normais reduzidas S_r e R_r (média nula e desvio padrão unitário):

$$S_r = \frac{S - \mu_s}{\sigma_s} \quad (3.19)$$

$$R_r = \frac{R - \mu_R}{\sigma_R} \quad (3.20)$$

As variáveis originais S e R podem ser rescritas a partir de (3.19) e (3.20) na forma:

$$S = \mu_S + S_r \sigma_S \quad (3.21)$$

$$R = \mu_R + R_r \sigma_R \quad (3.22)$$

Retomando a função de estado limite na sua condição fronteira apresentada em (3.3), e substituindo as expressões agora definidas para S e R teremos:

$$g(R, S) = R - S = (\mu_R + R_r \sigma_R) - (\mu_S + S_r \sigma_S) = (\mu_R - \mu_S) + R_r \sigma_R - S_r \sigma_S = 0 \quad (3.23)$$

Desta forma, estamos perante a equação de uma recta que representa a linha de separação entre o domínio da segurança e de ruína no espaço das duas variáveis reduzidas envolvidas S_r e R_r , tal como representado na Figura 3.5.

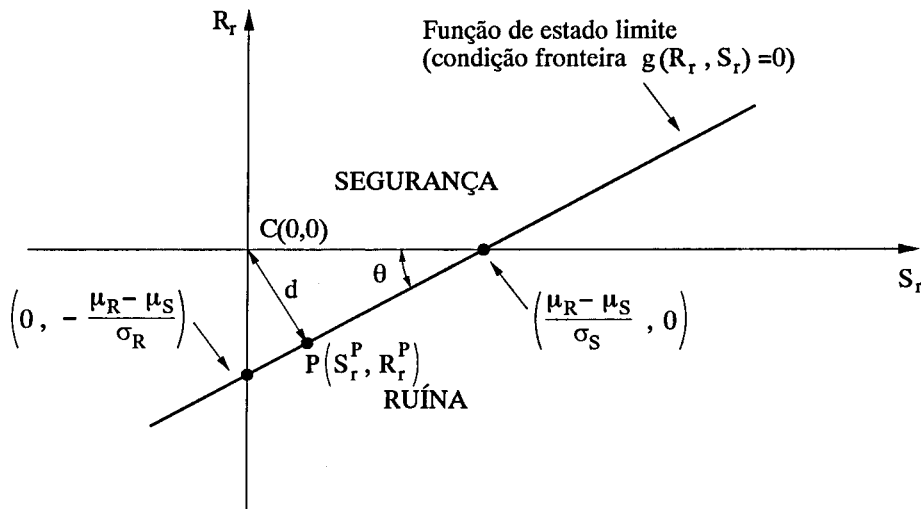


Figura 3.5 - Representação geométrica da função de estado limite no domínio das variáveis reduzidas S_r e R_r .

Tendo por base a Figura 3.5, pode interpretar-se o índice de fiabilidade β , começando-se, para tal, por considerar o segmento de recta d e definir os seus cossenos directores:

$$\alpha_R = \cos(\theta) = \frac{d}{\frac{\mu_R - \mu_S}{\sigma_R}} \quad (3.24)$$

$$\alpha_S = \sin(\theta) = \frac{d}{\frac{\mu_R - \mu_S}{\sigma_S}} \quad (3.25)$$

Uma vez que $(\cos(\theta))^2 + (\sin(\theta))^2 = 1$ virá:

$$\left(\frac{\frac{d}{\mu_R - \mu_S}}{\sigma_R} \right)^2 + \left(\frac{\frac{d}{\mu_R - \mu_S}}{\sigma_S} \right)^2 = 1 \quad (3.26)$$

de onde resulta:

$$d = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} = \beta \quad (3.27)$$

Desta forma o índice de fiabilidade β surge como a menor distância entre a origem das coordenadas das variáveis reduzidas e a recta representativa da função de estado limite. Ao ponto C, representado na Figura 3.5, correspondem os valores médios das variáveis S e R , que no sistema de coordenadas reduzidas são nulos, e representa por isso o estado mais provável da estrutura. O ponto P, habitualmente designado por ponto de funcionamento da estrutura, é de todos os pontos constituintes da linha definidora da fronteira da ruína aquele que se encontra mais próximo de C correspondendo à situação de ruína mais provável.

De uma forma genérica as coordenadas do ponto de funcionamento P podem definir-se à custa do índice de fiabilidade como:

$$S_{rP} = \alpha_S \beta \quad (3.28)$$

$$R_{rP} = \alpha_R \beta \quad (3.29)$$

sendo que:

$$\alpha_S = \sin(\theta) = \frac{d}{\frac{\mu_R - \mu_S}{\sigma_S}} = \frac{\frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}}}{\frac{\mu_R - \mu_S}{\sigma_S}} = \frac{\sigma_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} > 0 \quad (3.30)$$

$$\alpha_R = \cos(\theta) = \frac{d}{-\frac{\mu_R - \mu_S}{\sigma_R}} = -\frac{\frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}}}{\frac{\mu_R - \mu_S}{\sigma_R}} = -\frac{\sigma_R}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} < 0 \quad (3.31)$$

A caracterização do ponto P completa-se definindo as suas coordenadas no sistema de coordenadas original, resultado que será utilizado em posterior secção na tentativa da interpretação fiabilística dos coeficientes de segurança adoptados no formato semi-probabilístico de segurança. Assim, recorrendo a (3.19) e (3.20) e ainda a (3.28) e (3.29), as coordenadas de P (S_P e R_P) serão:

$$S_P = \mu_S + S_{TP}\sigma_S = \mu_S + \alpha_S\beta\sigma_S \quad (3.32)$$

$$R_P = \mu_R + R_{TP}\sigma_R = \mu_R + \alpha_R\beta\sigma_R \quad (3.33)$$

3.6.2 Generalização do cálculo do índice de fiabilidade

A formulação base do índice de fiabilidade foi apresentada para o caso elementar em que a função de estado limite depende unicamente de uma relação linear entre as variáveis globais resistência R e solicitação S. No caso geral a resistência R e solicitação S serão função de dois conjuntos de variáveis independentes tais que:

$$R = g_R(X_1, X_2, \dots, X_m) \quad (3.34)$$

$$S = g_S(X_{m+1}, X_{m+2}, \dots, X_n) \quad (3.35)$$

Desta forma a função de estado limite poderá definir-se como:

$$Z(R, E) = g(X_1, X_2, \dots, X_n) = 0 \quad (3.36)$$

Se as variáveis X_1, X_2, \dots, X_n forem normais e independentes e se a função de estado limite $g(\cdot)$ for linear, a determinação do valor médio e do desvio padrão de Z (μ_Z, σ_Z) resulta imediata e o índice de fiabilidade β é determinado, tal como na formulação base, através de (3.17).

Porém, na generalidade dos casos, algumas das variáveis envolvidas têm distribuições não normais e a função de estado limite não é linear, o que tem motivado diversas propostas, tendo em vista, ainda que de forma aproximada, avaliar a probabilidade de ruína de uma estrutura através da quantificação do índice de fiabilidade.

De uma forma geral, a determinação do índice de fiabilidade pode ser conseguida através dos três passos seguintes:

i) Uma vez identificadas as variáveis básicas X_i envolvidas no problema em estudo, proceder à sua transformação em variáveis normais reduzidas X_{ir} .

$$X_{ir} = \frac{X_i - \mu_{X_i}}{\sigma_{X_i}} \quad (3.37)$$

ii) A partir dos resultados de i) redefinir a função de estado limite em função das variáveis normais reduzidas X_{ir} .

iii) Calcular o índice de fiabilidade β que corresponde, no espaço das n variáveis reduzidas, à menor distância entre a origem deste referencial (valores médios nulos) e a curva definida pela função de estado limite $g(X_{ir}) = g(X_{1r}, X_{2r}, \dots, X_{nr}) = 0$ (ponto de funcionamento da estrutura).

A aplicação desta sequência de procedimentos para a determinação de β , aparentemente simples, está todavia condicionada pelas características da função de estado limite (linear ou não linear) e pelo processo de determinação da referida distância que esse índice representa.

No caso de funções de estado limite lineares, do tipo:

$$g(X_1, X_2, \dots, X_n) = a_0 + a_1 X_1 + a_2 X_2 + \dots + a_n X_n = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i X_i \quad (3.38)$$

em que (X_1, X_2, \dots, X_n) são variáveis aleatórias independentes, o índice de fiabilidade pode ser determinado de acordo com Hasofer e Lind (1974) por:

$$\beta = \frac{a_0 \sum_{i=1}^n a_i \mu_{X_i}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (a_i \sigma_{X_i})^2}} \quad (3.39)$$

Esta medida, por depender unicamente dos momentos estatísticos de primeira e segunda ordem (média e variância ou desvio padrão), enquadra-se nos métodos baseados na teoria do segundo momento e permite avaliar a probabilidade de ruína de uma estrutura de forma exacta através da relação $p_f = \Phi(-\beta)$, no pressuposto admitido de todas as variáveis envolvidas serem normais e independentes e no caso da função de estado limite ser linear. De outra forma representa apenas uma medida indicadora do nível de segurança da referida estrutura.

No caso da função de estado limite ser não linear os procedimentos atrás descritos, em particular a determinação dos momentos estatísticos necessários à quantificação de β , não são passíveis de ser efectuados de forma directa. Para contornar esta dificuldade, o procedimento mais habitual consiste em realizar uma aproximação a esta função no ponto mais representativo do problema $X^*(X_1^*, X_2^*, \dots, X_n^*)$, por hipótese no ponto referente aos valores médios das diversas variáveis envolvidas, através do seu desenvolvimento em série de Taylor. Desta forma e representando $\nabla^k g$ as derivadas parciais de ordem k de $g(X)$, a função de estado limite poderá ser escrita através de:

$$g(X) \cong g(X^*) + \nabla g|_{X^*} \cdot (X - X^*) + \frac{1}{2} (X - X^*)^T \nabla^2 g|_{X^*} \cdot (X - X^*) + \dots \quad (3.40)$$

O número de termos considerados na análise determina a ordem que dá nome aos métodos preconizados por diversos autores. Os métodos de primeira ordem, de mais fácil aplicação por apenas considerarem os termos de primeira ordem do desenvolvimento em série de Taylor, correspondem a aproximar a verdadeira superfície definidora do estado limite por um hiperplano tangente no ponto de aproximação escolhido. Os métodos de 2ª ordem, de que propostas mais recentes efectuadas por Kiureghian (1987) e Tvedt (1990) são exemplos, consistem na

substituição da superfície caracterizadora do estado limite por esferas ou parabolóides que permitem naturalmente a diminuição dos erros cometidos com uma análise de primeira ordem.

3.7 Fiabilidade de sistemas estruturais

As considerações até agora efectuadas sobre fiabilidade estrutural, adaptam-se de forma directa ao estudo da probabilidade de ruína de um dado elemento estrutural isolado.

O estudo de uma estrutura composta por mais de um elemento (sistema estrutural), implica uma identificação da influência de cada um dos elementos no comportamento global da estrutura, sendo certo que a fiabilidade do conjunto do sistema estrutural está dependente da fiabilidade de cada elemento que o constitui e das relações entre eles (Ibrahim, 1991).

A ruína de um elemento estrutural isolado pode ou não conduzir à ruína do sistema estrutural. Consequentemente, a fiabilidade de um dado elemento estrutural pode ou não ser representativa da fiabilidade do sistema estrutural (Nowak, 2000). Assim, a formulação genérica do problema da avaliação da fiabilidade de um sistema estrutural passa por identificar as configurações correspondentes a cenários de rotura possíveis e avaliar a probabilidade de ruína associada ao conjunto dessas configurações.

Em sistemas estruturais complexos, com um número elevado de elementos e com ligações múltiplas entre si como os das estruturas reais, a identificação prévia das configurações de ruína não é tarefa simples. A relação entre os diversos elementos, as acções aplicadas na estrutura e a sua sequência de actuação, e o comportamento não linear material e geométrico da estrutura tornam difícil a previsão dos cenários de ruína. Todavia, a partir da análise de estruturas simples e com o objectivo de sistematizar o estudo da relação entre a fiabilidade de elementos estruturais isolados e o colapso de um estrutura, os sistemas estruturais são habitualmente classificados como: sistemas em série, paralelos ou mistos.

3.7.1 Sistemas estruturais em série e em paralelo

A classificação dos sistemas estruturais é feita de forma análoga à classificação dos circuitos eléctricos da teoria da electricidade. O não funcionamento de um elemento do circuito implica a inoperacionalidade total do mesmo nos sistemas eléctricos em série, enquanto que nos sistemas em paralelo apenas implica o seu deficiente funcionamento parcial. O funcionamento dos sistemas estruturais depende ainda das características de ductilidade dos elementos que o constituem e da consequente capacidade de redistribuição de esforços entre eles.

3.7.1.1 Sistemas em série

Da analogia com a teoria da electricidade resulta que a rotura individual de um qualquer elemento que o constitui implica a ruína do sistema, mantendo-se os restantes elementos afastados da sua capacidade resistente última. A ilustração do modelo de funcionamento deste tipo de estruturas é apresentado esquematicamente na Figura 3.6.

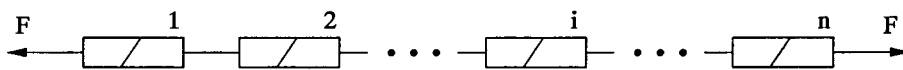


Figura 3.6 - Sistemas em série

Considere-se que R e F_R representam a resistência global do sistema estrutural e a sua função de distribuição. De forma análoga admita-se que a resistência individual de cada um dos n elementos constituintes da estrutura é representada por R_i ($i=1,2,\dots,n$) e as suas funções de distribuição por F_{R_i} . Dadas as características de um sistema em série e admitindo uma dada solitação S aplicada à estrutura, a que corresponde uma distribuição de esforços S_i ($i=1,2,\dots,n$) ao longo dos elementos que a compõem, a probabilidade de ruína do sistema estrutural será:

$$\begin{aligned}
 P_f &= F_R(S) = P(R \leq S) = 1 - P(R > S) = \\
 &= 1 - P[(R_1 > S_1) \cap (R_2 > S_2) \cap \dots \cap (R_n > S_n)] \\
 &= 1 - P(R_1 > S_1)P(R_2 > S_2) \dots P(R_n > S_n) \\
 &= 1 - [1 - P(R_1 \leq S_1)][1 - P(R_2 \leq S_2)] \dots [1 - P(R_n \leq S_n)] \quad (3.41) \\
 &= 1 - [1 - F_{R_1}(S_1)][1 - F_{R_2}(S_2)] \dots [1 - F_{R_n}(S_n)] \\
 &= 1 - \prod_{i=1}^n [1 - F_{R_i}(S_i)] \\
 &= 1 - \prod_{i=1}^n [1 - P_f]
 \end{aligned}$$

As estruturas isostáticas, de que a apresentada na Figura 3.7 é um exemplo, são estruturas típicas de sistemas em série. Dada a inexistência de capacidade de redistribuirão de esforços, a ruína de um dos seus elementos constituintes implica o transformação da estrutura num mecanismo e a sua conseqüente perda de equilíbrio.

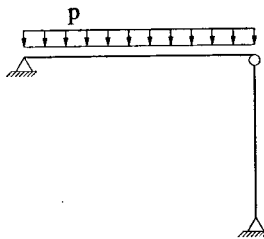


Figura 3.7 - Sistema em série. Exemplo

3.7.1.2 Sistemas em paralelo

Os sistemas estruturais em paralelo são de definição um pouco mais complexa do que os sistemas em série. Neste caso a ruína do sistema não depende exclusivamente da ruína de um único elemento, implicando de forma genérica a rotura em cadeia de todos os elementos que o constituem, com base numa sucessiva redistribuição de esforços. Uma representação esquemática de um sistema estrutural deste tipo apresenta-se na Figura 3.8.

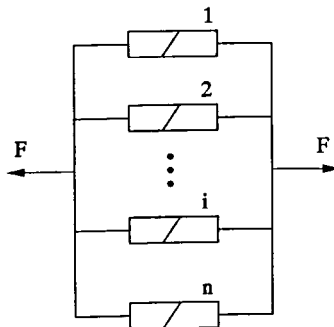


Figura 3.8 - Sistemas em paralelo

Os sistemas estruturais constituídos por elementos de ductilidade perfeita apresentam uma capacidade de redistribuição de esforços total, o que implica que a ruína da estrutura aconteça como consequência da ruína da totalidade dos elementos que a constituem. Desta forma, a resistência R da estrutura resulta do somatório das resistências individuais R_i dos elementos estruturais:

$$R = \sum_{i=1}^n R_i \quad (3.42)$$

Na hipótese de as variáveis R_i serem normais e independentes, a resistência R tem também uma distribuição normal que se caracteriza pelos parâmetros:

$$\mu_R = \sum_{i=1}^n \mu_{R_i} \quad (3.43)$$

$$\sigma_R^2 = \sum_{i=1}^n \sigma_{R_i}^2 \quad (3.44)$$

As ideias apresentadas para o caso de elementos estruturais com ductilidade perfeita alteram-se quando admitimos, por oposição, elementos estruturais com comportamento frágil. Neste caso entende-se que um dado elemento, uma vez atingida a sua capacidade resistente máxima perde a sua capacidade de funcionamento e deixa por isso de colaborar na resistência global da estrutura.

Admitindo um sistema estrutural composto por n elementos e na hipótese de um primeiro elemento ter esgotado a sua capacidade resistente, tendo-se verificado a sua rotura frágil, a totalidade da acção aplicada na estrutura tem necessariamente de ser suportada pelos restantes $(n-1)$ elementos que a constituem. Se neste novo cenário se verificar a rotura de um segundo elemento, a capacidade resistente da estrutura fica reduzida à contribuição dos restantes $(n-2)$ elementos. Um processo contínuo de roturas sucessivas conduzirá à ruína global do sistema estrutural.

De acordo com o exposto, e ordenando as capacidades resistentes de forma a que $R_1 < R_2 < \dots < R_n$, a capacidade resistente de um sistema estrutural constituído por elementos com comportamento de rotura frágil pode ser definida por:

$$R = \max[nR_1; (n-1)R_2; (n-2)R_3; \dots; 2R_{n-1}; R_n] \quad (3.45)$$

Na Figura 3.9 apresenta-se um exemplo simples de um sistema em paralelo que permite identificar claramente este modelo. As características de ductilidade das barras influenciam de forma determinante a resistência última da estrutura.

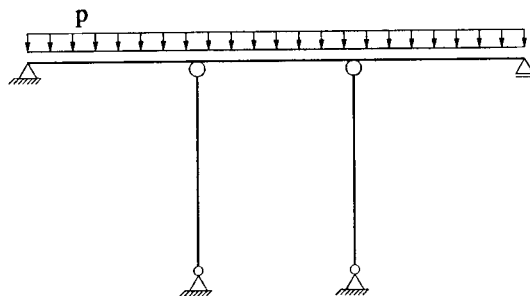


Figura 3.9 - Sistemas em paralelo. Exemplo

3.7.2 Sistemas estruturais mistos

Os sistemas estruturais até agora apresentados representam casos extremos de associação e ligação entre elementos de uma estrutura. Na maioria dos casos, as estruturas reais resultam de uma composição destes sistemas, em que se podem identificar elementos com comportamento dúctil e frágil e ligações que permitem ou não a redistribuição de esforços ao longo da estrutura. Estes sistemas designam-se habitualmente por sistemas mistos e podem representar-se esquematicamente da forma apresentada na Figura 3.10.

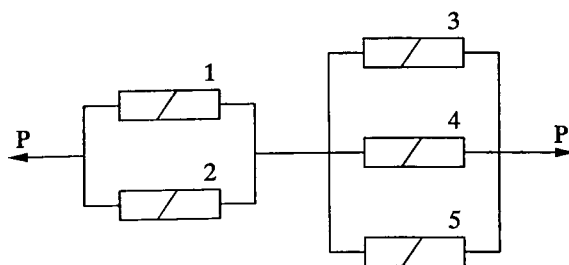


Figura 3.10 - Sistemas mistos

A análise da Figura 3.10 permite identificar que a ligação entre os subsistemas compostos pelos elementos [1,2] e [3,4,5] é típica dos sistemas em série. Por outro lado, cada um dos subsistemas funciona em paralelo, dependendo a sua fiabilidade das características de ductilidade dos elementos que os compõem. A complexidade destes sistemas torna difícil o estabelecimento de uma metodologia sistemática para determinar a sua fiabilidade. Todavia, o processo de avaliação rigorosa da probabilidade de ruína numa estrutura deste tipo implica, como passo fundamental, a

identificação dos seus diferentes modos de ruína possíveis. A quantificação da probabilidade de ruína associada a cada um desses modos, fazendo intervir a identificação dos subsistemas que o compõem e a composição dos resultados estatísticos obtidos, permite determinar a fiabilidade do sistema estrutural.

3.8 Métodos de simulação

A abordagem efectuada às técnicas de fiabilidade estrutural pode induzir à ideia de se tratar de procedimentos de fácil implementação. Na realidade, a complexidade das estruturas reais que o projectista concebe limitam fortemente a sua aplicabilidade e exigem o recurso a alternativas que tornem exequível determinar a sua fiabilidade.

A primeira dificuldade resulta do elevado número de variáveis aleatórias envolvidas nos problemas estruturais, de que são exemplos as acções, geometria, materiais e erros humanos, bem como a correspondente necessidade de incluir informação sobre as distribuições dessas variáveis. Por outro lado, os sofisticados modelos numéricos utilizados na análise estrutural, habitualmente baseados em poderosos algoritmos de elementos finitos, em que o comportamento não linear material e geométrico da estrutura é incluído, dificultam, tornando por vezes praticamente impossível, a definição explícita de uma função de estado limite que permita uma abordagem fiabilística com base nas técnicas anteriormente descritas.

Diversos autores têm proposto métodos que permitam contornar estas dificuldades e que genericamente se podem sistematizar, classificando-os em três grupos: métodos de perturbação, métodos de fiabilidade e métodos de simulação (Henriques, 1998).

Sendo objectivo desta secção abordar os métodos de simulação, refiram-se, todavia, de forma sucinta, as principais características dos métodos de perturbação e dos métodos de fiabilidade.

Uma vez caracterizadas as variáveis aleatórias básicas de um dado problema estrutural, o valor médio e o desvio padrão da resposta estrutural podem ser determinados de forma determinística, a partir do conhecimento de idênticos parâmetros estatísticos das suas variáveis básicas. Com base da aplicação dos métodos de perturbação (Liu, 1988), que no caso das aplicações de elementos finitos se designam habitualmente por

métodos de elementos finitos probabilísticos, procura-se, a partir da introdução de desvios (perturbações) nos diferentes intervenientes na determinação da resposta média (matriz de rigidez, vector deslocamentos e vector solicitação), quantificar a matriz de covariância das variáveis resposta em análise. A definição desta matriz de covariância das variáveis resposta em análise em conjunto com o conhecimento da resposta estrutural média, permite avaliar a fiabilidade estrutural do sistema.

Dos métodos de fiabilidade aplicados em análises estruturais destacam-se os métodos de superfície de resposta (Rajashekhar, 1993; Henriques, 1998). Estes métodos, tal como a sua designação indicia, consistem na procura de uma função analítica simplificada (superfície de resposta) que se aproxime da função de estado limite, tornando exequível a avaliação da probabilidade de ruína com uma margem de erro admissível.

As dificuldades já enunciadas, relativas à incorporação de informação sobre as distribuições das variáveis básicas envolvidas e à definição explícita de uma função de estado limite, têm motivado inúmeras propostas de métodos de análise de fiabilidade estrutural englobados no grupo dos métodos de simulação (Henriques, 1998; Sandberg, 1998; Florian, 1994; Ayyub, 1989). A estratégia associada a métodos deste tipo consiste, em primeiro lugar e com base no conhecimento das funções de distribuição das variáveis básicas do problema, na determinação de um conjunto de amostras representativas dessas variáveis, através da aplicação de uma técnica de simulação. O conjunto de valores obtidos para cada uma das variáveis numa dada amostra representa uma constituição possível da estrutura e das suas condições de funcionamento. A aplicação repetitiva do algoritmo de análise estrutural a cada uma das amostras obtidas fornece uma série de resultados da resposta estrutural, cuja análise permite avaliar a sua fiabilidade estrutural.

Os métodos baseados em técnicas de simulação podem ter graus de complexidade variável, em função das simplificações admitidas e das condições do problema em análise. Na sua forma primária, as técnicas de simulação podem ser aplicadas na determinação directa da probabilidade de ruína da estrutura. Para tal, considere-se a aplicação do algoritmo de análise estrutural para o conjunto de valores das variáveis de uma dada amostra (acções, geometria, propriedades materiais...), de onde resultam

os cenários possíveis de ruína ou não ruína da estrutura. A contabilização do número de casos de ruína verificados na análise do conjunto de todas as amostras, permite obter de forma directa a probabilidade de ruína procurada. Outras formulações mais simplificadas de análise de fiabilidade com base em técnicas de simulação, combinam a sua utilização com os métodos de fiabilidade clássica, de que é exemplo a metodologia proposta no capítulo 5.

Uma das principais características dos métodos de simulação é a necessidade de repetição de cálculos estruturais em número igual ao tamanho da amostra pré-definida. O grande desenvolvimento dos meios computacionais disponíveis nos nossos dias tem favorecido o desenvolvimento de poderosos algoritmos de análise estrutural, baseados no método dos elementos finitos, permitindo uma refinada modelação da estrutura e a consideração do seu comportamento não linear. Todavia o recurso a estes algoritmos exige tempos de cálculo relativamente elevados tendo em conta a necessidade de contemplarem processos incrementais e iterativos. Assim o tamanho da amostra a analisar, e o correspondente número de cálculos estruturais, pode ser comprometedor da aplicabilidade de métodos baseados em técnicas de simulação. Resulta pois importante que o tamanho da amostra a analisar seja o mais pequena possível, sem comprometer contudo a fiabilidade dos resultados obtidos. A definição do tamanho da amostra a analisar depende do número de variáveis básicas envolvidas, da complexidade das suas funções de distribuição, da complexidade do problema estrutural e da ordem de grandeza da probabilidade de ruína que se pretende avaliar.

Dado o papel central das amostras, na análise de fiabilidade efectuada através dos métodos de simulação, é ainda de salientar que, na realidade, as amostras não resultam de observação directa e leitura de fenómenos naturais ou físicos, nem de ensaios ou medidas efectuadas sobre os materiais ou estruturas concebidas. Resultam sim, de um processo de escolha aleatória sobre funções de distribuição assumidas como representativas das variáveis envolvidas e definidas à custa de informação previamente existente sobre elas.

De todas as técnicas de simulação existente, o método de Monte Carlo (MMC) (Ayyub, 1995; Henriques, 1998) é um método de referência amplamente utilizado no âmbito da teoria da fiabilidade. Constituindo um método de simulação puro de

simples aplicação requer, dadas as suas características, um número de simulações relativamente elevado. Na tentativa de contrariar esta desvantagem e com base em técnicas de redução de variância, foram desenvolvidos métodos que se apresentam como menos exigentes em número de simulações, de que o Método do Hipercubo Latino (MHL) (Novák, 1997; McKay, 1979) é um exemplo. Por ser o MMC um método de referência e o MHL ser utilizado no estabelecimento da metodologia de avaliação de segurança proposta no Capítulo 5, as suas abordagens mais desenvolvidas são efectuadas nas secções seguintes.

3.8.1 Método de Monte Carlo (MMC)

O método de Monte Carlo assenta em princípios extremamente simples, sendo o processo de simulação efectuado sobre a totalidade da população correspondente às variáveis em estudo. Em rigor, dada a impossibilidade de recolher amostras directamente da natureza das variáveis, este princípio conceptual é ultrapassado definindo funções de distribuição das variáveis envolvidas, à custa de informação previamente existente. O processo de simulação é efectuado tendo por base estas funções e permite obter sequências de valores das variáveis envolvidas com distribuições idênticas às das variáveis em estudo.

A base deste processo consiste em gerar números aleatórios uniformemente distribuídos no intervalo]0,1[aos quais, em função das características das funções de distribuição, se associam valores representativos das variáveis.

A geração destes números aleatórios é conseguida à custa de uma técnica baseada numa fórmula matemática recursiva. Porém, esta geração não é espontânea, sendo necessária a definição prévia de um valor de arranque, que permita o desenvolvimento da fórmula recursiva e o conseqüente aparecimento dos números aleatórios procurados. Por estar na base da geração destes números, o valor de arranque designa-se habitualmente por semente e determina em absoluto o resultado obtido. De facto, tratando-se a utilização da fórmula matemática recursiva de um processo absolutamente determinístico, a sequência de números obtidos pode sempre ser repetida desde que se use o mesmo valor de arranque (semente). Este facto faz com que na realidade os números gerados não sejam objectivamente aleatórios e por isso se designem habitualmente como pseudo-aleatórios.

Como referido, o processo simulação passa por gerar números pseudo-aleatórios no intervalo]0,1[. A passagem de um dado valor u , obtido neste intervalo, para valores reais uniformemente distribuídos num intervalo qualquer $]X_1, X_2[$ é conseguida facilmente através de:

$$x = X_1 + (X_2 - X_1)u \quad (3.46)$$

De forma idêntica, e como se verá com particular interesse para o método do Hipercubo Latino, a geração de números aleatórios inteiros i num intervalo limitado por inteiros $]I_1, I_2[$ pode ser conseguida, à custa da função $Int(_)$ que procede ao arredondamento de reais por truncatura de acordo com as regras habituais, da seguinte forma:

$$i = I_1 + Int[(I_2 - I_1 + 1)u] \quad (3.47)$$

A simplicidade e utilidade desta técnica faz com que algoritmos de geração de números aleatórios estejam presentes em inúmeras ferramentas informáticas. Todavia, a qualidade duvidosa de algumas destas ferramentas, faz com que a necessária independência e uniformidade dos resultados obtidos nem sempre esteja garantida. Assim, e ainda que com facilidade a aparência dos resultados seja boa, é sempre indispensável aferir da qualidade dos geradores através de testes de aleatoriedade, que se encontram amplamente descritos em textos de estatística (Guimarães, 1997; Rubinstein, 1998).

3.8.2 Método do Hipercubo Latino

Uma das maiores desvantagens, senão a única, do método de Monte Carlo, é o elevado número de amostras necessárias à garantia de qualidade dos resultados obtidos com a sua aplicação. No sentido de obviar a esta dificuldade, diversas técnicas de redução de variância têm sido propostas (Bjerager, 1990; Melchers, 1987), de que a amostragem por importância e a amostragem estratificada são exemplos.

O Método do Hipercubo Latino (Ayyub, 1990; Florian, 1993; Novák, 1997; Nowak, 2000), do grupo dos métodos de amostragem estratificada, foi a técnica de simulação adoptada para o desenvolvimento da metodologia de avaliação de segurança proposta neste trabalho e tem na sua base uma ideia extremamente simples.

Uma vez identificadas as variáveis básicas X_j ($j=1,2,\dots,M$) de um dado problema estrutural, e caracterizadas as suas funções de distribuição, procede-se à divisão destas funções em N intervalos não sobrepostos de igual probabilidade $1/N$. Determinam-se em seguida aleatoriamente, para cada uma das variáveis j , os pontos representativos de cada intervalo i . Em aplicações práticas, em particular quando o número de intervalos é suficientemente grande, estes pontos podem ser substituídos pelos centros de gravidade dos intervalos de igual probabilidade, habitualmente designados por centróides e notados por C_{ij} (centro de gravidade do intervalo i da variável j), tal como representado na Figura 3.11.

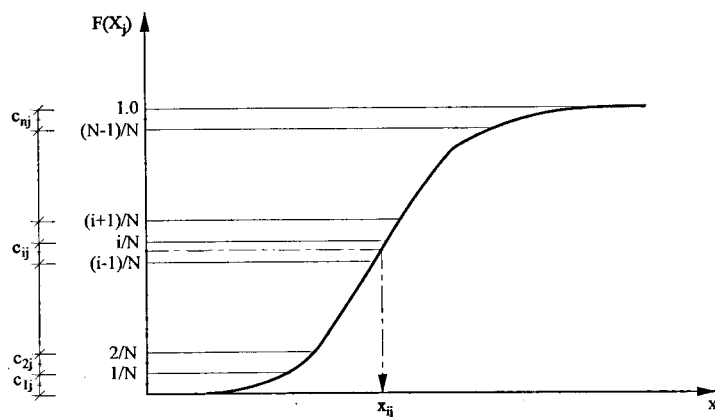


Figura 3.11 - Divisão da função de distribuição da variável X_j em N intervalos e respectivos centróides.

Correspondendo N ao número de amostras que se pretendem definir, o processo de simulação consiste em determinar aleatoriamente, uma sequência de N valores de C_{ij} para cada uma das variáveis, impondo como regra que cada intervalo é usado uma única vez no processo de simulação. Esta regra implica que o processo de selecção aleatória dos centroides seja efectuada sucessivamente sobre populações de $N, N-1, N-2$, até ao limite de restar apenas um único valor representativo dos intervalos da variável a simular.

A organização em coluna da sequência de valores obtidos para cada uma das variáveis, fornece a constituição de cada uma das N amostras pretendidas, que se podem identificar nas N linhas resultantes desta organização. A ilustração deste procedimento está patente na Tabela 3.2, onde se exemplifica a aplicação do Método do Hipercubo Latino a um conjunto de 3 variáveis básicas e 10 simulações.

Simulação	Variáveis básicas		
	X_1	X_2	X_3
1	C_{41}	C_{32}	C_{93}
2	C_{21}	C_{102}	C_{13}
3	C_{11}	C_{72}	C_{33}
4	C_{71}	C_{92}	C_{43}
5	C_{91}	C_{22}	C_{73}
6	C_{31}	C_{52}	C_{103}
7	C_{101}	C_{82}	C_{63}
8	C_{51}	C_{42}	C_{53}
9	C_{81}	C_{62}	C_{83}
10	C_{61}	C_{12}	C_{23}

Tabela 3.2 - Sequência de 10 amostras resultantes da aplicação do MHL.

Definidas as amostras em função dos centroides C_{ij} de cada uma das variáveis, a simples associação do valor de cada variável X_j ao seu respectivo intervalo i permite obter os conjuntos de valores representativos das variáveis para cada amostra determinada.

Tendo sido referida como principal vantagem desta técnica, quando comparada com técnicas como a do Método de Monte Carlo, o reduzido número de amostras necessárias para garantir uma boa qualidade dos resultados obtidos, diversos autores (Ayyub, 1990; Florian, 1993; Novák, 1997) referem que, na maioria dos casos, amostras com dimensão na ordem de grandeza das dezenas é suficiente para a sua utilização. De acordo com os mesmo autores, o reduzido número de simulações necessárias resulta da circunstância do processo de simulação aleatória se efectuar sobre uma população constituída por centróides uniformemente distribuídos no espaço da função de distribuição de cada variável, e de todo este espaço estar representado à custa da regra de não repetição de valores imposta.

3.8.2.1 Teste de validação do Método do Hipercubo Latino

O reduzido número de amostras utilizadas na aplicação do Método do Hipercubo Latino levanta necessariamente a questão da confiança nos resultados obtidos. Dado o papel central desta técnica de simulação, no estabelecimento de uma proposta de metodologia de verificação de segurança apresentada no Capítulo 5, apresenta-se em seguida um exemplo que pretende evidenciar o seu bom desempenho.

O exemplo apresentado consiste numa viga de betão armado duplamente encastrada nas suas extremidades, de 5.00 m de vão, solicitada por uma carga uniformemente distribuída. Este exemplo, que se pretendeu simples em complexidade geométrica,

mas representativo de estruturas em que o comportamento não linear é dominante, foi também estudado por Henriques (1998) e será alvo de mais detalhada discussão no Capítulo 6 no contexto da validação do método de avaliação de segurança proposto.

Dadas as suas características de simetria, foi possível analisar apenas metade desta viga, apresentando-se as suas características geométricas, disposições de armaduras e caracterização da solicitação aplicada, na Figura 3.12.

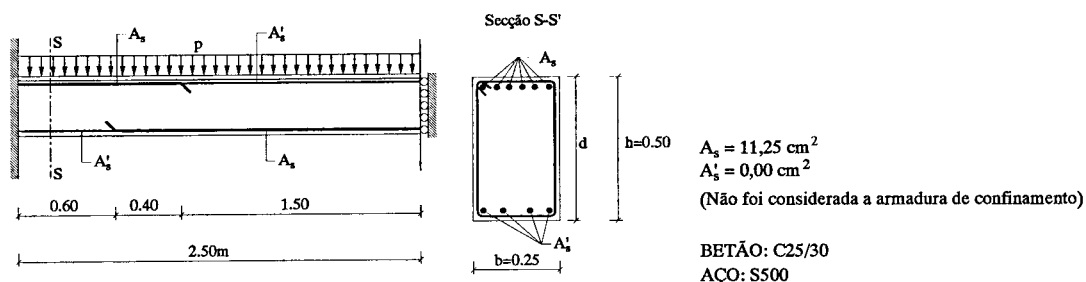


Figura 3.12 - Viga V1: Geometria, secção, armadura e solicitação adoptadas.

Considerando o seu comportamento não linear material, a estrutura foi analisada recorrendo ao algoritmo de elementos finitos (FEMPOR1) apresentado na secção 2.5, adoptando uma malha de seis elementos de três nós com os comprimentos indicados na Figura 3. 13 e tendo em consideração as condições de simetria.

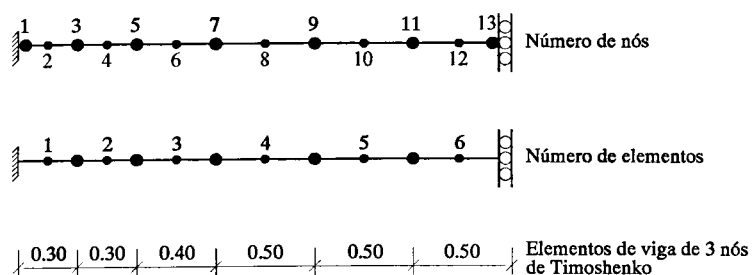


Figura 3.13 - Viga V1: Malha de elementos finitos.

Do conjunto de variáveis envolvidas no problema em estudo, passíveis de influenciarem a variabilidade da resposta estrutural, apenas se seleccionaram como variáveis básicas a resistência à compressão do betão e a tensão de cedência das armaduras. Assim, admitindo como materiais constituintes da viga, betão de classe C25/30 e aço da classe S500, adoptaram-se como propriedades mecânicas determinísticas dos materiais as apresentadas na Tabela 3.3.

Betão Classe C25/30	Módulo de elasticidade: E_C	30.47 GPa
	Resistência à tracção: f_{ct}	2.57 MPa
	Coefficiente de Poisson: ν	0.20
Aço Classe S500	Módulo de elasticidade: E_S	200 GPa
	: E'_S	2 GPa
	Extensão última: ϵ_{su}	16.5 ‰

Tabela 3.3 - Propriedades mecânicas dos materiais. Variáveis determinísticas.

Relativamente à resistência à compressão do betão e à tensão de cedência das armaduras, admitiram-se leis de distribuição normal para as suas funções de distribuição cujos parâmetros (média e desvio padrão) se apresentam na Tabela 3.4.

	Lei normal	
	Média	Desvio padrão
Betão Classe C25/30	33 MPa	5 MPa
Aço Classe S500	550 MPa	30 MPa

Tabela 3.4 - Propriedades mecânicas dos materiais. Variáveis aleatórias.

Uma vez caracterizada a estrutura, seleccionou-se o valor da carga uniformemente distribuída que conduz à sua ruína q_r , como parâmetro de análise da resposta estrutural a avaliar com recurso ao método de simulação do Hipercubo Latino. Para tal, e como decorre da aplicação de métodos de simulação, é necessário definir uma amostra representativa das variáveis básicas do problema em análise e, para cada amostra, incrementar a carga uniformemente distribuída q de 0 até à ruína, através da aplicação do algoritmo de análise não linear (FEMPOR1). O tratamento estatístico do conjunto de valores de q obtidos imediatamente antes da ruína, permite estimar a média e desvio padrão da resposta estrutural, caracterizando a sua distribuição.

Dado o objectivo de avaliar o desempenho do Método do Hipercubo Latino quando adoptado um tamanho de amostra reduzido, efectuaram-se 10 processos de simulação independentes, constituídos individualmente por um conjunto de apenas 30 amostras, tendo em vista comparar os parâmetros caracterizadores (média e desvio padrão) da resposta estrutural obtidos em cada simulação. Uma vez que apenas se seleccionaram duas variáveis básicas (f_c e f_s), as amostras obtidas podem representar-se num sistema de coordenadas planas. Desta forma os pares de valores de f_c e f_s , representativos dos 10 conjuntos de 30 amostras, apresentam-se na Figura 3.14.

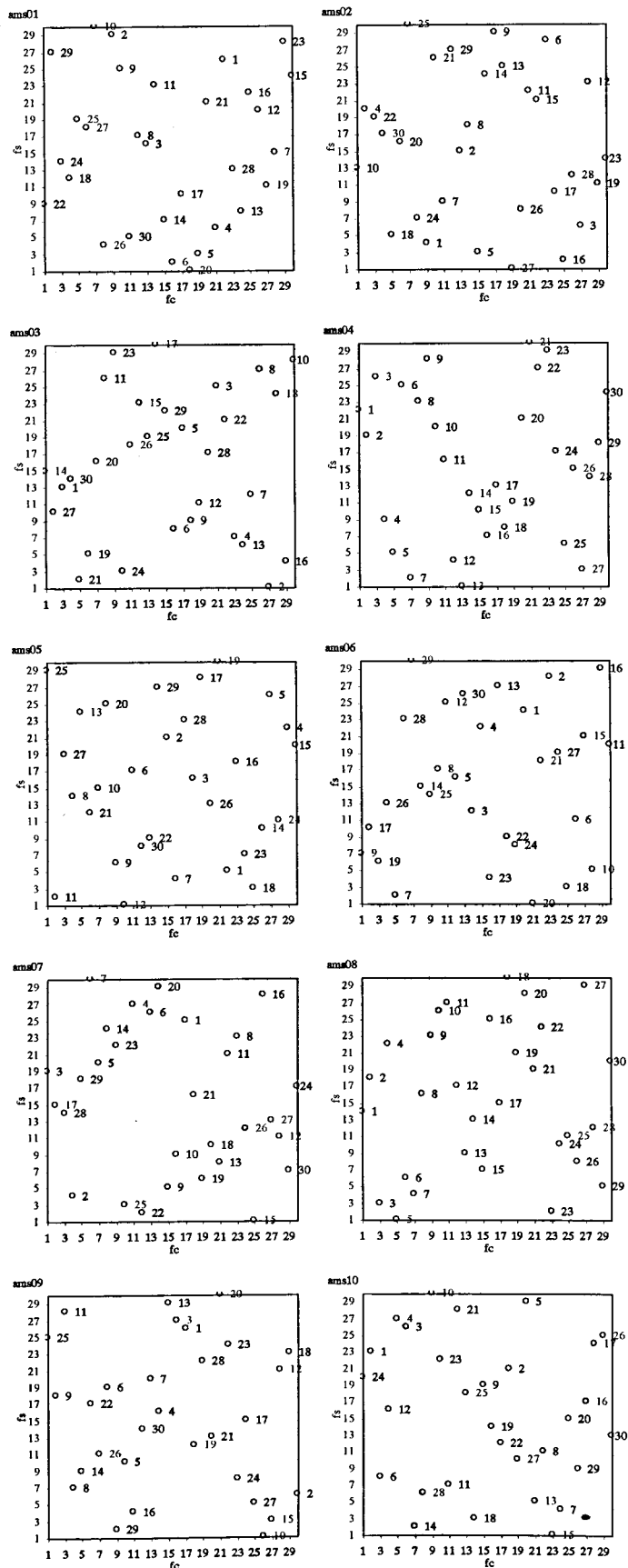


Figura 3.14 - Resultados de aplicação do MHL para 10 conjuntos de 30 amostras.

Procurando encontrar valores de referência que pudessem aferir a qualidade dos resultados obtidos com estes conjuntos de 30 amostras, e uma vez que o valor exacto da média e desvio padrão da carga de ruína não são conhecidos, procedeu-se também à análise da resposta estrutural para uma simulação composta por um número de amostras significativamente maior. Desta forma, procedeu-se à avaliação da resposta estrutural para uma simulação composta por 300 amostras que se representam graficamente na Figura 3.15.

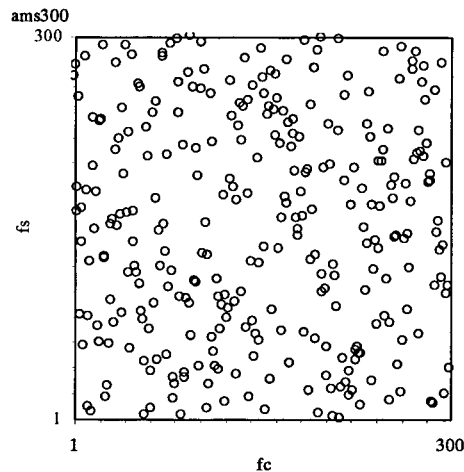


Figura 3.15 - Resultado da aplicação do MHL para 300 amostras

Os valores médios e desvios padrão das distribuições da carga de ruína q_r organizaram-se na Tabela 3.5, onde se apresentam os resultados obtidos para a totalidade dos 10 conjuntos de 30 amostras, para a simulação de 300 amostras e ainda os resultado obtidos por Henriques(1998).

Origem da amostra	Designação	Média (MPa)	Desvio Padrão (MPa)
MHL 10 amostras	Ams01	168.0	5.70
	Ams02	167.8	5.45
	Ams03	167.8	6.26
	Ams04	167.9	5.80
	Ams05	167.9	5.66
	Ams06	167.9	6.35
	Ams07	168.0	5.34
	Ams08	168.0	5.77
	Ams09	167.8	5.32
	Ams10	167.9	5.33
MHL 300 amostras	Ams300	167.9	5.79
Henriques	AmsH	168.4	6.06

Tabela 3.5 - Distribuições obtidas com MHL. Parâmetros estatísticos.

Admitindo como simulação de referência a composta por 300 amostras (Ams300), a verificação da qualidade dos resultados obtidos com as simulações Ams01 a Ams10 foi efectuada recorrendo aos métodos de estimação por intervalo. Deste procedimento, cujo desenvolvimento pode ser consultado em textos básicos de estatística (Meyer, 1984; Tiago de Oliveira, 1990; Guimarães, 1997), apresentam-se em seguida os conceitos e passos fundamentais.

Para cada um dos parâmetros estatísticos, média e desvio padrão, obtidos a partir da simulação de referência Ams300, definiu-se um intervalo de confiança. Este intervalo, que representa o conjunto de valores prováveis para a média e desvio padrão da população, é definido para um nível de confiança α previamente definido. O nível de confiança representa a probabilidade de estes parâmetros estatísticos pertencerem ao intervalo calculado, tendo-se adoptado no presente exemplo um valor de $\alpha = 99\%$.

As expressões que permitem determinar os limites superior e inferior dos intervalos de confiança apresentam-se em seguida, explicitando as variáveis e funções essenciais para a sua aplicação.

- intervalo de confiança para a média:

$$\text{limite inferior: } \hat{\mu} - \mu_0 \geq \frac{s'}{\sqrt{n}} \gamma(n-1, \alpha); \quad (3.48)$$

$$\text{limite superior: } \hat{\mu} - \mu_0 \leq -\frac{s'}{\sqrt{n}} \gamma(n-1, \alpha); \quad (3.49)$$

onde:

$\hat{\mu}$ - média da amostra;

s' - desvio padrão da amostra;

n - tamanho da amostra;

$\gamma(n-1, \alpha)$ - valor de t^* tal que $P(T \geq t^*) = \alpha$, segundo a lei $\tau_{(n-1)}$;

τ - distribuição de *Student-Fischer*.

- intervalo de confiança para o desvio padrão:

$$\text{limite inferior: } (n-1) \frac{s^2}{\sigma_0^2} \geq \frac{s'}{\sqrt{n}} \gamma(n-1, \alpha); \quad (3.50)$$

$$\text{limite superior: } (n-1) \frac{s^2}{\sigma_0^2} \leq \frac{s'}{\sqrt{n}} \gamma(n-1, 1-\alpha); \quad (3.51)$$

onde:

s' - desvio padrão da amostra;

n - tamanho da amostra;

$\gamma(n-1, \alpha)$ - valor de t^* tal que $P(T \geq t^*) = \alpha$, segundo a lei $\chi^2_{(n-1)}$;

χ^2 - distribuição de *K. Pearson* ou do *Qui-Quadrado*.

A aplicação destas expressões à simulação constituída por 300 amostras resultou, para um nível de confiança de $\alpha = 99\%$, nos seguintes intervalos para a média e desvio padrão:

- média: [167.0, 168.8] MPa
- desvio padrão: [5.30, 6.42] MPa

Da análise dos resultados obtidos para a média e desvio padrão, apresentados na Tabela 3.5, verifica-se que, apesar do reduzido número de amostras utilizado, todos os parâmetros estimados com as amostras Ams01 a Ams10 se encontram dentro dos intervalos calculados, de onde se infere a boa qualidade dos mesmos.

Na Figura 3.16 e Figura 3.17 apresentam-se as suas representações gráficas, que permitem visualizar a inclusão dos parâmetros estimados dentro dos limites dos intervalos de confiança, e onde se representam ainda os valores obtidos por Henriques (1998), que se verifica serem da ordem de grandeza dos aqui obtidos.

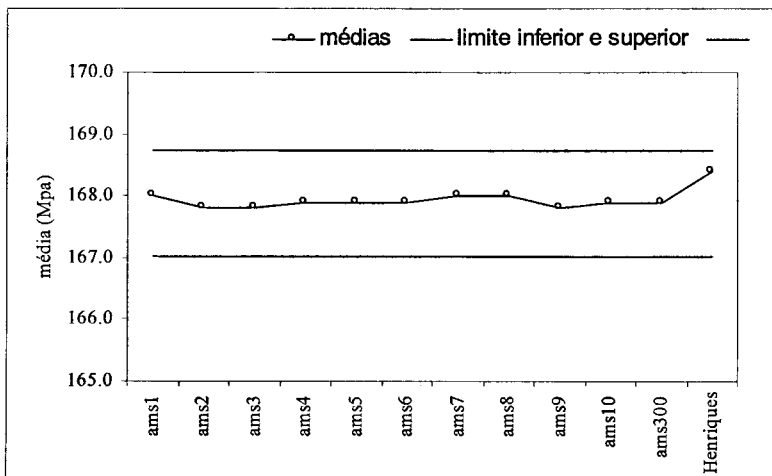


Figura 3.16 - Valores médios e intervalos de confiança. Representação gráfica

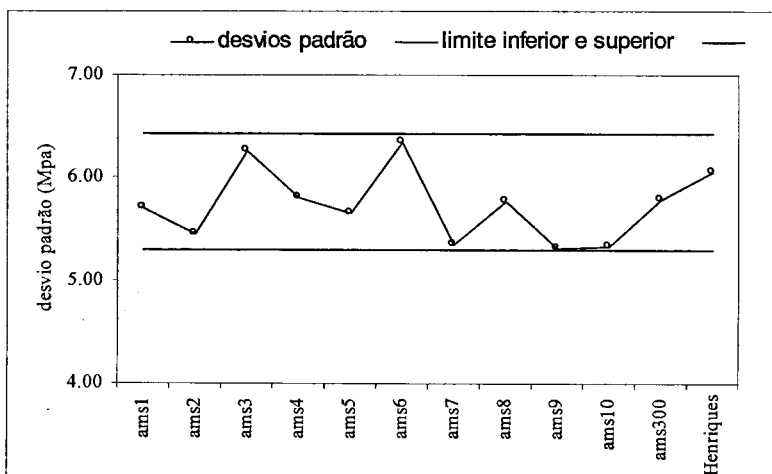


Figura 3.17 - Desvios padrão e intervalos de confiança. Representação gráfica

3.9 Conclusões

No capítulo que agora termina, procurou-se apresentar os conceitos essenciais sobre a teoria da fiabilidade que permitem sustentar a definição do critério de avaliação de segurança proposto neste trabalho.

Foi efectuada uma introdução genérica aos problemas da fiabilidade, descrevendo sucintamente a trajetória histórica dos modelos de segurança vigentes ao longo dos tempos e das razões que consubstanciaram o seu estabelecimento e evolução. Estabelecida a caracterização das incertezas na avaliação de segurança e apresentado o conceito de estado limite, procedeu-se à tipificação das metodologias de avaliação de

segurança, em função do grau de complexidade e rigor a elas associados, e apresentou-se a sua classificação habitual.

Introduziu-se em seguida o caso fundamental do cálculo da probabilidade de ruína de uma dada estrutura e apresentou-se a definição do índice de fiabilidade β e respectiva interpretação geométrica. A importância deste índice, no actual contexto dos trabalhos desenvolvidos na área da avaliação de segurança estrutural, justificou algum aprofundamento deste assunto, tendo sido apresentada a sua generalização e principais aspectos das mais recentes técnicas de fiabilidade estrutural. O enquadramento das técnicas de fiabilidade aplicadas a elementos estruturais individuais, na avaliação da segurança global de uma estrutura, motivou a referência ao problema da análise de sistemas de fiabilidade estrutural. Este assunto, de reconhecida complexidade, foi abordado de forma qualitativa, tendo em vista identificar e sistematizar os principais cenários de agrupamento de elementos estruturais e consequente influência na avaliação de segurança global de uma estrutura.

A dificuldade de aplicação das técnicas de fiabilidade estrutural a estruturas complexas, considerando comportamentos material e geometricamente não lineares, tem motivado a implementação de metodologias de avaliação de segurança baseadas em técnicas de simulação, de que a apresentada neste trabalho é um exemplo. Tendo por base o Método de Monte Carlo, enquanto técnica de simulação de referência, enunciaram-se os seus princípios gerais de aplicação e evidenciaram-se as suas principais limitações e cuidados de aplicação.

Na tentativa de melhorar a aplicabilidade do Método de Monte Carlo a problemas estruturais, têm sido implementadas técnicas de redução de variância, de que as baseadas na amostragem estratificada são exemplos. O método do Hipercubo Latino constitui uma destas técnicas e a sua utilização na definição da metodologia de avaliação de segurança proposta implicou a descrição dos passos fundamentais para a sua aplicação. Dado o carácter particular deste método, no que se refere ao reduzido número de amostras necessárias para a sua utilização, este capítulo termina com uma aplicação múltipla deste método a uma estrutura simples com comportamento não linear material, com o objectivo de evidenciar a qualidade dos resultados obtidos com a sua aplicação.

Capítulo 4

A segurança estrutural na regulamentação em vigor

4.1 Introdução

O conteúdo semântico da palavra segurança corresponde à noção de ausência total de risco. Esta palavra faz parte da linguagem corrente do engenheiro de estruturas e é sistematicamente utilizada para afirmar o esperado bom desempenho das estruturas concebidas, transmitindo confiança a todos quantos se constituem como seus utilizadores. Porém, a exactidão imprimida ao conceito de segurança não pode ser garantida, porquanto todas as estruturas, por mais que o seu dimensionamento e execução sejam cuidados, têm associada uma dada probabilidade de não cumprirem os objectivos para que foram concebidas. Esta ideia, ainda que eventualmente perturbadora numa primeira abordagem, caracteriza todos os estados e actividades do Homem, sendo parte integrante do seu percurso desde o momento em que nasce até ao que morre.

Perante a impossibilidade de garantir ausência de risco, o trabalho de concepção e realização de uma dada estrutura é sustentado por um conjunto de metodologias que visam minimizar esses riscos e às quais subjazem critérios dependentes do estado do

conhecimento sobre os parâmetros em que se fundamentam, do espaço temporal desejável para o bom funcionamento da estrutura, de critérios de ordem económica e das consequências de carácter social que advêm de esses riscos se poderem tornar realidades. Este exercício ajusta-se ao conceito de fiabilidade estrutural, que implica admitir que as garantias de bom funcionamento de uma dada estrutura apenas podem ser dadas para um determinado nível de probabilidade de ocorrência e não dissociadas dos pressupostos sobre as condições e o tempo de funcionamento, da estrutura, pré-estabelecidos. Apesar de recorrentemente utilizada, é neste sentido potencialmente inexacto, uma vez que comporta uma dada probabilidade de falha, que a palavra segurança aqui deve ser entendida.

A abordagem aos princípios da fiabilidade estrutural, efectuada no capítulo anterior, evidenciou as dificuldades da aplicação prática de uma filosofia de avaliação de segurança baseada em critérios probabilísticos. A sistemática necessidade de critérios de dimensionamento e avaliação de segurança de estruturas, requerida pelo projectista comum, implica a existência de regras simplificadas que lhe permitam desenvolver os seus projectos de forma eficiente, segura e com a rapidez necessária à rentabilidade que este trabalho, enquanto actividade económica, exige. O conjunto de regras, cuja complexidade é função do estado do conhecimento e meios técnicos disponíveis no tempo em que são definidas, constitui os habitualmente designados regulamentos. Estes documentos satisfazem as necessidades enunciadas do projectista comum e permitem que a sua actividade seja efectuada com a necessária confiança sobre a segurança das estruturas que concebe. Com a sua aplicação, o projectista iliba-se de responsabilidade, caso as regras prescritas não se revelem adequadas para evitar o, parcial ou total, mau funcionamento das estruturas e assegura níveis de segurança conceptual e socialmente aceites, transmitindo confiança aos seus utilizadores.

Ainda que admitindo o eventual recurso a análises fiabilísticas mais complexas, coerentes e justificadas, a regulamentação nacional e europeia actualmente em vigor assenta numa filosofia de verificação de segurança de nível 1, designada por semi-probabilística. Este formato teve origem na necessidade de definir regras de dimensionamento e verificação de segurança suficientemente simples que tornassem exequível a sua aplicação prática ao projecto de estruturas corrente, mas sustentadas e aferidas por critérios de análise realistas de natureza probabilística. Desta forma, ainda

que não permitam a quantificação da probabilidade de ruína de uma dada estrutura, as recomendações regulamentares "garantem", de forma implícita, níveis de probabilidade de ruína suficientemente baixos associados ao dimensionamento estrutural.

Tendo por base a regulamentação nacional (RSA, 1983; REBAP, 1985) e europeia (EC1-1 e EC1-2, 1994; EC2-1, 1991; EC2-2, 1994), este capítulo incidirá, em primeiro lugar, no formato semi-probabilístico de verificação de segurança, que subjaz aos critérios de dimensionamento e verificação de segurança de estruturas de betão armado. Dada a sua importância na aplicação deste formato, serão apresentados os valores das resistências e acções a adoptar em projecto de edifícios correntes, bem como os coeficientes parciais de segurança que lhes estão associados. Relativamente às acções, serão ainda descritos os critérios reguladores da sua simultaneidade de actuação que se consubstanciam nas combinações de acções regulamentares. Baseando-se este formato em coeficientes parciais de segurança, o capítulo terminará com a explicitação do seu carácter semi-probabilístico e com a interpretação fiabilística desses coeficientes parciais de segurança.

4.2 Formato semi-probabilístico de segurança

Os formatos de segurança baseados em critérios de natureza probabilística fazem intervir as funções de distribuição das variáveis identificadas como determinantes no problema estrutural no estabelecimento da sua função de estado limite. Nos formatos semi-probabilísticos a informação sobre estas distribuições e sobre outras condicionantes de análise, de que a imprecisão dos modelos de cálculo e os erros de execução são exemplos, são substituídas, de forma simplificada, pela inclusão de coeficientes de segurança parciais aplicados aos valores de referência admitidos como representativos das variáveis envolvidas.

A definição de valores representativos das variáveis envolvidas resulta da necessidade de substituir as suas funções de distribuição por valores determinísticos passíveis de serem utilizados nas verificações do formato semi-probabilístico de segurança. Tendo em vista garantir a segurança das estruturas, estes valores são definidos para níveis de probabilidade de ocorrência compatíveis com a natureza das variáveis e com as

consequências da observância real de valores que os ultrapassem (por defeito no caso das resistências e por excesso no caso das acções). Estes valores, no caso geral designados por característicos e notados pela letra k , correspondem a quantis das funções densidade de probabilidade, de baixa probabilidade, no caso das resistências, e de alta probabilidade no caso das acções, tal como esquematicamente representado na Figura 4.1.

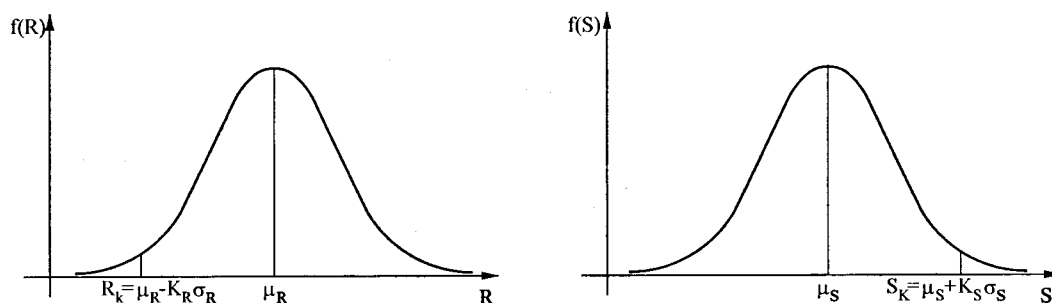


Figura 4.1 - Representação esquemática dos valores característicos de resistências/acções.

Os coeficientes parciais de segurança surgem como factores de majoração das acções e de minoração das resistências características permitindo obter os, habitualmente designados, valores de cálculo, notados por d , e cuja probabilidade de ocorrência é deliberadamente muito pequena. A utilização destes valores de cálculo na verificação aos estados limites, permite garantir que a probabilidade de estes estados virem a ser ultrapassados é suficientemente baixa e compatível com os níveis de risco assumidos como admissíveis.

Paralelamente a estes coeficientes parciais de segurança, directamente relacionados com a natureza aleatória das variáveis envolvidas num dado problema estrutural, são garantidas, através de coeficientes de segurança adicionais, margens de segurança complementares relacionadas, entre outros, com os modelos de cálculo utilizados, simplificações de análise, erros de execução e comportamentos materiais diferidos.

Na sua versão mais simples, o problema da segurança estrutural pode equacionar-se à custa da variável Solicitação S , ou conjunto de acções actuantes, e da variável Resistência R , enquanto valor máximo do conjunto das acções aplicáveis sem, que a ruína da estrutura seja atingida. A verificação de segurança de acordo com o formato semi-probabilístico regulamentar, com base nestas duas variáveis, pode resumir-se à

verificação da desigualdade (4.1), onde S_d e R_d representam, respectivamente, os valores de cálculo da Solicitação e da Resistência:

$$S_d \leq R_d \quad (4.1)$$

Estes valores de cálculo resultam, como referido, da aplicação de factores parciais de segurança, de majoração das acções e de minoração das resistências:

$$S_d = \gamma_s S_k \quad ; \quad R_d = \frac{R_k}{\gamma_R} \quad (4.2)$$

Desta forma, substituindo (4.2) em (4.1), a verificação de segurança assumirá a forma expressa em (4.3) e cuja representação esquemática se apresenta na Figura 4.2.

$$S_d = \gamma_s S_k \leq R_d = \frac{R_k}{\gamma_R} \quad (4.3)$$

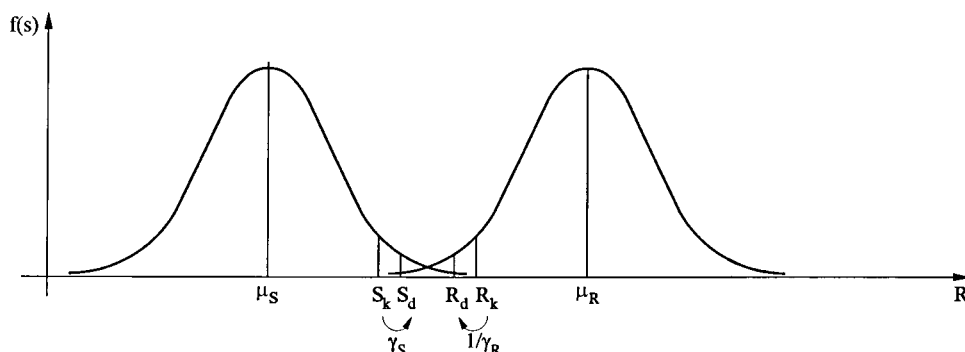


Figura 4.2 - Formato semi-probabilístico de segurança. Representação esquemática

A definição dos valores característicos e dos coeficientes parciais de segurança das variáveis depende da sua natureza, do conhecimento disponível e paralelamente da configuração da lei de distribuição que melhor se lhe ajusta. Por outro lado, a definição de critérios de simultaneidade de actuação das diferentes acções que compõem a solicitação da estrutura - as habitualmente designadas combinações de acções - assume também um papel determinante no formato de verificação de segurança. Tendo por base o RSA e o EC1 e ainda, o REBAP e o EC2, serão apresentados nas subsecções 4.3 e 4.4 os valores característicos regulamentares para acções e resistências materiais a adoptar em edifícios de betão armado correntes, bem

como os respectivos coeficientes parciais de segurança e regras de combinação de acções.

4.3 Resistências materiais

A resistência de peças de betão armado é habitualmente avaliada com base em algumas hipóteses simplificadoras do seu real funcionamento. Assumindo o princípio de Navier-Bernoulli, em que se admite que secções planas antes da deformação se mantêm planas após a deformação e, desprezando a resistência à tracção do betão, os esforços resistentes são calculados a partir do equilíbrio da secção, garantido pelas tensões resultantes da deformação elasto-plástica das armaduras e das tensões compatíveis com o diagrama de comportamento não linear, mais ou menos simplificado, do betão estrutural.

Desta forma, a configuração do diagrama elasto-plástico do aço e não linear do betão, apresentados na secção 2.5, constituem os elementos fundamentais para a avaliação da resistência deste tipo de estruturas, em que a tensão de cedência do aço e a resistência à compressão do betão surgem como os parâmetros determinantes nos valores da sua capacidade resistente.

O conceito de resistência de uma estrutura identifica-se, numa primeira análise, com a capacidade de esta suportar um conjunto de acções que lhe são aplicadas. Afastada desta interpretação de resistência, enquanto resistência global da estrutura, a abordagem que agora se apresenta, centra-se sobre a avaliação da resistência dos materiais, aço e betão, enquanto matéria prima das estruturas de betão armado e cuja quantificação serve de base ao seu dimensionamento e verificação de segurança.

A principal classificação dos diferentes tipos de aço e betão é feita em função da sua capacidade resistente. Esta capacidade é avaliada laboratorialmente através do ensaio de provetes materiais, resultantes de amostras retiradas de lotes utilizados em obra. Constituindo uma variável de carácter aleatório, a resistência é caracterizada por uma função distribuição, cujos parâmetros resultam do tratamento estatístico dos resultados obtidos nos ensaios laboratoriais. O conhecimento destas funções de distribuição permite adoptar valores de referência (característicos) para as resistências, que

possam, uma vez afectados por coeficientes de segurança parciais, ser utilizados com confiança pelos projectistas. Tendo em vista proporcionar um maior conhecimento sobre os valores de cálculo da resistência à compressão do betão e da resistência à tracção do aço, apresentam-se em seguida as principais características associadas a estas variáveis que permitem interpretar os valores regulamentarmente impostos para aplicação em projecto.

4.3.1 Betão

Do conjunto das propriedades materiais do betão, a sua resistência à compressão assume um papel determinante no dimensionamento de estruturas de betão. As restantes propriedades (módulo de elasticidade, resistência à tracção, etc...), estão em geral correlacionadas com esta, sendo quantificáveis através de expressões dependentes do valor da resistência à compressão.

A resistência do betão à compressão pode ser entendida como resistência convencional ou resistência efectiva. A resistência convencional é avaliada através de ensaios laboratoriais de provetes de betão, em forma de cilindros ou de cubos, enquanto a resistência efectiva corresponde ao valor da resistência do betão realmente observado em obra, uma vez em serviço. Os ensaios laboratoriais de provetes de betão, são efectuados segundo padrões normalizados de dimensões, tempos de cura, temperatura e humidade, conduzindo, por norma, a valores de resistência superiores aos verificados em obra. Os cilindros utilizados estão padronizados com as dimensões de altura (h) igual 0.30m, e diâmetro (d) igual a 0.15m, enquanto os provetes cúbicos podem ser utilizados alternativamente com arestas de 0.15m ou 0.20m. Em qualquer dos casos, e para provetes oriundos de uma mesma amassadura, os resultados obtidos com cilindros diferem por defeito dos observados em cubos, ainda que a correlação entre estes resultados esteja há já muitos anos estudada (L'Hermite, 1995; Petersons, 1964; CEB, 1975).

O valor característico da resistência à compressão do betão f_{ck} é habitualmente considerado como associado ao quantil 0.05 da sua função de distribuição, determinada a partir dos resultados obtidos com o ensaio de provetes cilíndricos. A determinação do seu correspondente valor de cálculo f_{cd} , no caso geral obtido a partir da expressão (4.2) apresentada em §4.2, requer, relativamente ao betão, uma ligeira

adaptação, resultante da necessidade de introdução de um factor adicional λ_c , transformando-se em:

$$f_{cd} = \lambda_c \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (4.4)$$

Nesta expressão o factor γ_c representa, como no caso geral, o factor de segurança relativo à necessidade de prevenir o sentido desfavorável da variabilidade associada ao carácter aleatório da resistência e assume o valor regulamentar de $\gamma_c=1.5$. O factor λ_c representa um factor de conversão que pretende prevenir uma eventual diminuição da tensão de rotura do material diferida no tempo, assumindo por isso valores inferiores à unidade, que no caso do betão se define regulamentarmente como igual a 0.85.

Na tentativa de interpretar a definição de valor de cálculo da resistência à compressão do betão, Calgaro (1996) sugere que se admita que esta corresponde ao valor da resistência representativa do quantil 0.005 da sua função de distribuição. Ainda de acordo com o mesmo autor, as inúmeras experiências verificadas um pouco por todo o mundo permitem constatar que a função de distribuição da resistência à compressão do betão segue, aproximadamente, um lei log-normal na vizinhança do quantil 0.005. Ainda que bem mais complexa que a interpretação do coeficiente de segurança do aço, dadas as inúmeras incertezas desde a sua produção e colocação em obra até à modelação do seu comportamento instantâneo e diferido no tempo, o coeficiente de segurança da resistência do betão à compressão pode ser definido como:

$$\gamma_c = \gamma_{Rd} \eta \frac{f_{ck}}{f_{cd}} = \gamma_{Rd} \eta \frac{f_{c0.05}}{f_{c0.005}} \quad (4.5)$$

A decomposição do factor de segurança γ_c nas três parcelas indicadas, pretende evidenciar os diferentes tipos de incerteza que se pretendem ver cobertos com a sua aplicação, garantindo a utilização em projecto de um valor de cálculo da resistência à compressão que permita ao projectista dimensionar as estruturas que concebe com a confiança necessária. Estas três parcelas estão assim associadas a:

- γ_{Rd} é um coeficiente que pretende prevenir as incertezas que eventualmente não estejam asseguradas pelo modelo das acções e que se admite assumir um valor aproximado de 1.10.
- o coeficiente η pretende fazer intervir as diferenças sistematicamente verificadas entre o valor da resistência convencional do betão medida em laboratório, em que se baseia a definição do seu valor característico, e a resistência efectiva do betão medida em obra. Trata-se de um factor de conversão que se admite por norma igual a 1.10.
- o quociente $\frac{f_{c0.05}}{f_{c0.005}}$ consiste num coeficiente que pretende garantir a conversão da resistência efectiva à compressão do betão associada ao quantil 0.05 na respectiva resistência associada ao quantil 0.005 e cujo valor se admite igual a 1.24.

A procura de um valor de γ_c envolvendo as diferentes parcelas atrás descritas não é, pelas dificuldades inerentes ao controle e quantificação da variabilidade dos diferentes factores que o influenciam, uma tarefa fácil. Todavia, alguns resultados experimentais indicam que a resistência à compressão associada ao quantil 0.005 poderá ser garantida através da adopção de um valor de γ_c que, em geral, variará entre 1.3 e 1.6. O valor regulamentar $\gamma_c=1.50$ habitualmente utilizado enquadra-se neste intervalo e pode ser interpretado como o produto das três seguintes parcelas:

$$\gamma_c = \gamma_{Rd} \eta \frac{f_{ck}}{f_{c0.005}} = 1.10 \times 1.10 \times 1.24 = 1.50 \quad (4.6)$$

4.3.2 Aço

O aço é um material com larga aplicação na indústria da construção civil. Dos seus diferentes tipos de utilização podem destacar-se, como os mais correntes, o aço para construção metálica ou perfis, as armaduras ordinárias e as armaduras de pré-esforço. O comportamento elasto-plástico deste material e a circunstância de a sua produção ser altamente controlada, não estando sujeita a condicionalismos de transporte ou

deficiências de execução em obra, fazem com que a sua resistência convencional e efectiva seja a mesma.

A resistência convencional do aço depende da sua natureza. Assim, nos casos mais comuns e de acordo com a classificação dos aços apresentada na secção §2.4.1, a resistência convencional dos aços macios é definida a partir do seu limite de elasticidade, enquanto para os aços duros é definida pelo seu limite convencional de proporcionalidade.

O estudo da distribuição dos valores de rotura, obtidos a partir do ensaio de provetes de aço, mostra poder admitir-se, de forma aproximada, que a sua resistência convencional segue uma lei de distribuição normal na vizinhança do quantil 0.05 (Calgaro, 1996).

Analogamente ao apresentado para o betão, a resistência característica do aço f_{syk} é definida para um quantil de baixa probabilidade de ocorrência. No caso do aço utilizado em construção metálica a resistência característica é definida para o quantil de 0.02, enquanto para as armaduras se associa ao quantil 0.05. Desta forma, e a partir do conhecimento do desenvolvimento de uma distribuição normal, descrita e tabelada em diversos textos básicos de estatística, os valores característicos da resistência do aço podem ser obtidos, respectivamente para aço de construção metálica e armaduras, através de:

$$\text{construção metálica } 0.02(2\%): f_{syk} = f_{sym} - 2\sigma_{fs} \quad (4.7)$$

$$\text{armaduras } 0.05(5\%): f_{syk} = f_{sym} - 1.64\sigma_{fs} \quad (4.8)$$

A determinação do valor de cálculo f_{syd} , pode ser obtida a partir da expressão (4.2), de onde resulta:

$$f_{syd} = \frac{f_{syk}}{\gamma_s} \quad (4.9)$$

Tal como no estudo da resistência à compressão do betão, admite-se que a resistência de cálculo do aço deverá corresponder ao valor representativo do quantil 0.005 (0.5%) da sua função de distribuição. Desta forma, o coeficiente parcial de segurança γ_s deverá ser tal que permita a conversão do quantil 0.02 no quantil 0.005 para aço de construção metálica e a conversão do quantil 0.05 no quantil 0.005 para aço de armaduras. Os valores habitualmente adoptados para estes coeficientes de segurança são:

$$\text{construção metálica: } \gamma_s = \frac{f_{sy0.02}}{f_{sy0.005}} = 1.10 \quad (4.10)$$

$$\text{armaduras: } \gamma_s = \frac{f_{sy0.05}}{f_{sy0.005}} = 1.15 \quad (4.11)$$

4.4 Acções

A aplicação do formato de verificação de segurança, traduzido pela expressão (4.1), implica o conhecimento da solicitação actuante na estrutura. Esta solicitação resulta da identificação e determinação de valores representativos das diferentes acções que a constituem, da aplicação de coeficientes de segurança parciais e de regras de combinação que regem os critérios de simultaneidade de actuação. A aplicação da solicitação à estrutura, na forma mais corrente a partir da utilização de um algoritmo de análise estrutural linear, permite avaliar os esforços actuantes nas diferentes secções que a constituem, que confrontados com a sua capacidade resistente, permitem averiguar da sua segurança estrutural.

As acções que compõem a Solcitação têm, do ponto de vista da sua natureza e forma de aplicação, diversas classificações possíveis. A classificação mais usual consiste em dividir as acções em permanentes, variáveis e acidentais:

- acções permanentes: acções com carácter de actuação contínua ou praticamente contínua e cuja intensidade é constante ou com pequena variação em torno do seu valor médio, durante praticamente toda a vida da estrutura.

- acções variáveis: acções cuja intensidade no espaço e ao longo do tempo de vida útil da estrutura varia de forma muito significativa e cuja probabilidade de ocorrência com intensidades elevadas é próxima da unidade
- acções acidentais: acções que resultam de acontecimentos muito raros e cuja probabilidade de ocorrência no período de vida útil da estrutura é praticamente nula.

Ainda que para algumas acções específicas se adoptem como valores representativos os seus valores médios S_m , em geral, e analogamente ao exposto para o caso das resistências, são adoptados para valores representativos das acções os seus valores característicos S_k . No caso particular das acções variáveis, são ainda definidos valores reduzidos da acção, resultantes da aplicação de coeficientes minorativos (ψ) aos seus valores característicos, valores utilizados no estabelecimento das diferentes combinações de acções representativas dos diferentes estados limites a verificar. No caso particular das acções acidentais, em que a informação disponível não permite a definição de uma lei distribuição que as caracterize, adoptam-se, como valores representativos, valores nominais devidamente escolhidos, que assumem um papel idêntico aos valores característicos das restantes acções.

As características de variabilidade espacial ou temporal de cada uma das acções, directamente relacionadas com a sua natureza, são determinantes para a definição dos seus valores característicos.

Caracterizando-se por manterem um valor praticamente constante ao longo do tempo, a variabilidade das acções permanentes está essencialmente relacionada com as possíveis diferenças de valores deste tipo de acções encontradas num conjunto de estruturas análogas. Uma vez estabelecida uma função de distribuição que caracterize uma dada acção permanente, são definidos dois valores característicos correspondentes aos quantis de 95% e 5% que se designam, respectivamente, por valor característico superior e inferior e se notam por S_{ksup} e S_{kinf} . Para as acções em que os valores correspondentes aos quantis referidos difiram muito pouco do seu valor médio, como é típico do caso do peso próprio dos materiais, estes valores característicos podem ser substituídos pelo valor nominal correspondente ao seu valor médio.

Às acções variáveis está associada uma variabilidade de natureza espacial e temporal, ainda que simplificada estas variabilidades se tratem habitualmente em conjunto e de forma equivalente. Todavia, e resultante da própria classificação de acções adoptada, a variabilidade temporal assume papel predominante na definição dos seus valores característicos. De acordo com o RSA (1983), estes valores são definidos para os quantis de 95% e 5% da função de distribuição de extremos correspondentes a períodos de tempo de referência da ordem de grandeza de 50 anos, de acordo com o representado esquematicamente na Figura 4.3.

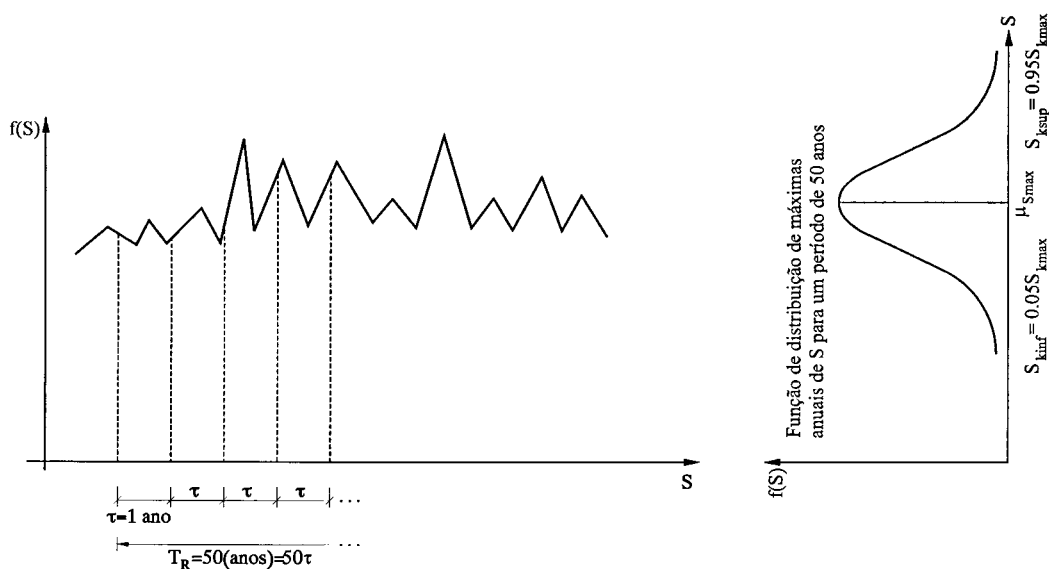


Figura 4.3 - Representação esquemática dos valores representativos das acções variáveis.

Como foi já referido, no caso das acções variáveis são ainda definidos valores reduzidos da acção, para aplicação na verificação dos diferentes estados limites regulamentares. Este valores reduzidos obtêm-se através da multiplicação dos valores característicos por factores minorativos e designam-se por:

- $\psi_0 S_k$ - valor reduzido de combinação
- $\psi_1 S_k$ - valor reduzido frequente
- $\psi_2 S_k$ - valor reduzido quase permanente

Os valores reduzidos apresentados correspondem, como resulta da sua própria designação, a valores sucessivamente decrescentes da acção. Os valores de combinação são obtidos a partir dos quantis de 95% e 5% das distribuições de

extremos relativos a períodos de referência adequados, sempre inferiores ao tempo de vida útil da estrutura esperado. Por seu lado os valores frequentes e quase permanentes são obtidos da distribuição de valores instantâneos da acção. O valor frequente é definido para os quantis de 95% e 5% desta função de distribuição, correspondendo a valores da acção que não são ultrapassados em mais de 5% do tempo da vida da estrutura, enquanto que o valor quase permanente é definido para o quantil de 50% da distribuição de valores instantâneos, o que corresponde a um valor da acção ultrapassado em 50% do tempo de vida da estrutura.

Em geral, as acções acidentais caracterizam-se por não ser possível estabelecer uma lei distribuição que as caracterize, sendo admitidos como valores característicos das mesmas, valores nominais devidamente escolhidos representativos do fenómeno que se pretende considerar. Nas combinações de acções estes valores característicos são tratados de forma análoga aos das acções variáveis.

Relativamente a edifícios correntes de betão armado, principal objecto de estudo do presente trabalho, as acções habitualmente consideradas no seu dimensionamento integram-se, de acordo com o regulamentarmente definido, nos dois primeiros grupos de acções relativos à classificação atrás referida e designam-se da seguinte forma:

- *G* acção permanente: acções de natureza permanente, onde se incluem os pesos próprios de todos os materiais (betão armado constituinte da estrutura, paredes divisórias, revestimentos, isolamentos, etc..) e que assumem designação idêntica à sua natureza.
- *Q* sobrecarga: acções de natureza variável resultantes da utilização do edifício, cuja origem pode resultar de ocupação corrente de pessoas, de equipamentos e diferentes bens ou materiais amovíveis, da acumulação excepcional de pessoas ou bens e da presença de veículos.
- *W* acção do vento: acção de natureza variável resultante da pressão dinâmica do vento exercida sobre a estrutura.
- *E* acção sísmica: acção de natureza variável resultante da aceleração da base da estrutura resultante da ocorrência de um sismo.

Adoptada uma classificação das acções e estabelecidos os critérios para a definição de valores representativos das mesmas, importa agora descrever a transposição dos valores característicos das acções para os respectivos valores de cálculo, bem como os critérios de combinação de acções utilizados na verificação aos diferentes estados limites regulamentares. Em seguida, ainda que não constituindo objectivo central deste trabalho, serão apresentados os valores representativos das acções típicas de edifícios e respectivos coeficientes parciais de segurança, em particular para o caso das acções verticais permanentes e sobrecargas.

4.4.1 Valores de cálculo e combinação de acções - critérios gerais

Uma vez definidos os critérios para o estabelecimento de valores representativos das diferentes acções a considerar no dimensionamento estrutural de edifícios correntes, o formato semi-probabilístico de verificação de segurança regulamentar estabelece regras de combinação de acções que permitem a verificação dos estado limites últimos e de utilização. Nas subsecções que se seguem apresentam-se os critérios gerais para a quantificação dos valores de cálculo das acções e regras de combinação a partir dos valores característicos das mesmas.

4.4.1.1 Valores de cálculo das acções

Os valores de cálculo das acções S_d são determinados multiplicando os seus valores representativos, em geral valores característicos S_k , por um coeficiente de segurança parcial γ_s :

$$S_d = \gamma_s S_k \quad (4.12)$$

Este factor de segurança visa cobrir as incertezas relativas à escolha do valor característico da acção e ao modelo estrutural utilizado para avaliar os efeitos destas acções na estrutura. Desta forma, o coeficiente de segurança γ_s pode ser interpretado (Calgaro,1996; CEB, 1980a; CEB,1980b) como o resultado do produto de duas parcelas:

$$\gamma_s = \gamma_{sd} \times \gamma_s \quad (4.13)$$

em que:

- γ_{sd} (*coeficiente de modelo*): coeficiente de segurança relativo às incertezas relacionadas com os modelos das acções;
- γ_s (*coeficiente da acção*): coeficiente de segurança relativo às incertezas associadas ao carácter aleatório e variabilidade da acção.

A divisão do coeficiente de segurança γ_s nestas duas parcelas não resulta evidente na nova regulamentação internacional, sendo apenas apresentado um único coeficiente de segurança que engloba estes dois níveis de incerteza. O coeficiente da acção, directamente relacionado com a sua variabilidade, é passível de interpretação fiabilística, dada a informação disponível sobre as leis de distribuição das acções. Por seu lado, o coeficiente de modelo é apresentado de forma empírica e tratado de forma determinística, no âmbito da metodologia de avaliação de segurança que se propõe no capítulo 5. Os valores adoptados para estes coeficientes serão apresentados na sequência da descrição das acções regulamentares a adoptar em edifícios correntes e respectivos coeficientes parciais de segurança.

4.4.1.2 Combinação de acções

No Capítulo 3 foram apresentados os estados limites regulamentares a considerar no dimensionamento e verificação de segurança estrutural, classificados como *estados limites últimos* e *estados limites de utilização*. Associado a cada um dos estados limites estão tipificados um conjunto de combinações de acções que se admitem como as situações mais desfavoráveis das inúmeras combinações de acções possíveis de realizar.

Os *estados limites de utilização* verificam-se para três tipos de combinação de acções:

- *Combinações raras*: correspondentes aos estados limites de muito curta duração, fazendo intervir os valores raros das acções variáveis e onde os danos ocorridos têm natureza irreversível.
- *Combinações frequentes*: correspondentes aos estados limites de curta duração, fazendo intervir os valores frequentes das acções variáveis e onde os danos ocorridos têm natureza reversível.

- *Combinações quase permanentes*: correspondentes aos estados limites de longa duração, fazendo intervir os valores quase permanentes das acções variáveis e onde os danos ocorridos têm natureza reversível.

Designando por G_i ($i=1,2,\dots,n$) e por Q_j ($j=1,2,\dots,m$), respectivamente, o conjunto das n acções permanentes e das m acções variáveis que solicitam uma dada estrutura, a quantificação das combinações de acções agora descritas é efectuada através das seguintes regras de combinação:

- *Combinações raras*:

$$S_d = \sum_{i \geq 1} G_{ki} + \psi_{0,1} Q_{k_1} + \sum_{j > 1} \psi_{1,j} Q_{k_j} \quad (4.14)$$

- *Combinações frequentes*:

$$S_d = \sum_{i \geq 1} G_{ki} + \psi_{1,1} Q_{k_1} + \sum_{j > 1} \psi_{2,j} Q_{k_j} \quad (4.15)$$

- *Combinações quase permanentes*:

$$S_d = \sum_{i \geq 1} G_{ki} + \sum_{j > 1} \psi_{2,j} Q_{k_j} \quad (4.16)$$

Da observação das regras de combinação resulta que, para as combinações de acções raras e frequentes se deve eleger uma das acções variáveis como acção base. A acção base assume, respectivamente para as combinações raras e frequentes, o valor de combinação e o seu valor frequente. Desconhecendo à partida qual das acções variáveis deve ser eleita como acção base, devem ser realizadas tantas combinações quantas as acções variáveis consideradas, por forma a ser determinada a situação mais desfavorável

Os *estados limes últimos*, principal objecto de estudo neste trabalho, têm associados os seguintes tipos de combinação de acções:

- *Combinações fundamentais (caso geral)*: combinações correspondentes a situações duráveis e transitórias não envolvendo fadiga, que resultam em graves prejuízos para a estrutura.

- *Combinação fundamental para a acção base sismo*: combinação idêntica à fundamental, mas específica para o caso em que a acção sísmica é considerada a acção base.
- *Combinações acidentais*: combinações idênticas às fundamentais, com carácter excepcional, para os casos em que sejam de incluir acções acidentais e estas sejam consideradas como acção base.

Designando por G_i ($i=1,2,\dots,n$) e por Q_j ($j=1,2,\dots,m$), respectivamente, o conjunto das n acções permanentes e das m acções variáveis, por γ_E e E_k o factor parcial de segurança e o valor característico da acção sísmica, e por A_d o valor de cálculo da uma dada acção acidental, a quantificação das combinações de acções é efectuada através das seguinte regras de combinação (4.17), (4.18) e (4.19), condensadamente apresentadas na Tabela 4.1.

- *Combinações fundamentais (caso geral)*:

$$S_d = \sum_{i \geq 1} \gamma_{G_i} G_{k_i} + \gamma_{Q_1} Q_{k_1} + \sum_{j > 1} \gamma_{Q_j} \psi_{0_j} Q_{k_j} \quad (4.17)$$

- *Combinação fundamental para a acção base sismo*:

$$S_d = \sum_{i \geq 1} G_{k_i} + \gamma_E E_k + \sum_{j > 1} \psi_{2_j} Q_{k_j} \quad (4.18)$$

- *Combinações acidentais*:

$$S_d = \sum_{i \geq 1} \gamma_{G_i} G_{k_i} + A_d + \psi_{1_1} Q_{k_1} + \sum_{j > 1} \psi_{2_j} Q_{k_j} \quad (4.19)$$

Combinações de acções	Acções Permanentes G	Acções variáveis		Acção sísmica	Acção acidental
		Acção base	Restantes acções		
Fundamentais	$\gamma_G G_k$	$\gamma_{Q1} Q_{k1}$	$\gamma_{Qj} \psi_{0j} Q_{kj}$	-	-
Acção base sismo	G_k		$\psi_{2j} Q_{kj}$	$\gamma_E E_k$	-
Acidentais	$\gamma_G G_k$	$\psi_{11} Q_{k1}$	$\psi_{2j} Q_{kj}$	-	A_d

Tabela 4.1 - Combinações de acções para estados limites últimos.

Para edifícios, principal objecto de estudo no presente trabalho, os coeficientes parciais de segurança para estados limites últimos são definidos no Eurocódigo 1 (EC1-1, 1994) para três diferentes tipos de rotura. Rotura tipo A, nos casos de perda de equilíbrio estático cuja causa não esteja relacionada com a capacidade resistente da estrutura ou do solo de fundação. Rotura tipo B, correspondente a situações de rotura da estrutura motivada por insuficiência da capacidade resistente dos materiais constituintes dos elementos estruturais que a compõem e rotura tipo C, associada a situações de rotura pelas fundações. Os coeficientes parciais de segurança, para cada um dos casos de rotura, são apresentados na Tabela 4.2.

Casos	Acção	Símbolo	Situações	
			duráveis e transitórias	acidentais
CASO A Perda de equilíbrio estático sem origem na capacidade resistente dos materiais ou do solo de fundação	Acções permanentes:			
	peso próprio de elementos estruturais e não estruturais, acções permanentes resultantes da acção do solo e da acção da águas:			
	- desfavoráveis	γ_{Gsup}	1.10	1.00
	- favoráveis	γ_{Ginf}	0.90	1.00
	Acções variáveis:			
- desfavoráveis	γ_Q	1.50	1.00	
	Acções acidentais	γ_A		1.00
CASO B Rotura da estrutura ou elementos estruturais, devido a insuficiente capacidade resistente dos materiais que a compõem	Acções permanentes			
	- desfavoráveis	γ_{Gsup}	1.35	1.00
	- favoráveis	γ_{Ginf}	1.00	1.00
	Acções variáveis:			
	- desfavoráveis	γ_Q	1.50	1.00
	Acções acidentais	γ_A		1.00
CASO C Rotura pela fundação	Acções permanentes			
	- desfavoráveis	γ_{Gsup}	1.00	1.00
	- favoráveis	γ_{Ginf}	1.00	1.00
	Acções variáveis:			
	- desfavoráveis	γ_Q	1.30	1.00
	Acções acidentais	γ_A		1.00

Tabela 4.2 - Coeficientes parciais de segurança para estados limites últimos em edifícios

Tal como para os coeficientes parciais de segurança, o Eurocódigo1 define os valores a adoptar para os factores ψ intervenientes nas combinações de acções. Estes factores, que permitem quantificar os valores raros, frequentes e quase permanentes das acções, apresentam-se, para o caso de edifícios, na Tabela 4.3.

Acção	ψ_0	ψ_1	ψ_2
Sobrecargas em edifícios			
Categoria A: residências privadas	0.7	0.5	0.3
Categoria B: escritórios	0.7	0.5	0.3
Categoria C: espaços de grande concentração de pessoas	0.7	0.7	0.6
Categoria D: edifícios de comércio	0.7	0.7	0.6
Categoria E: armazéns	1.0	0.9	0.8
Acções de veículos em edifícios			
Categoria F: peso do veículo $\leq 30\text{kN}$	0.7	0.7	0.6
Categoria G: $30\text{kN} < \text{peso do veículo} \leq 160\text{kN}$	0.7	0.5	0.3
Categoria H: coberturas	0.0	0.0	0.0
Neve	0.6	0.2	0.0
Vento	0.6	0.5	0.0
Variação de temperatura (não devida a incêndio)	0.6	0.5	0.0

Tabela 4.3 - Factores ψ para edifícios

4.4.2 Acções permanentes - G

As acções permanentes que actuam nos edifícios têm fundamentalmente origem no peso próprio dos seus elementos estruturais e não estruturais. Directamente relacionadas com o peso específico e dimensões dos materiais utilizados correspondem, no caso geral, a cargas uniformemente distribuídas ao longo do eixo ou da superfície das peças constituintes da estrutura.

Uma vez que o peso específico dos materiais é praticamente constante, a variabilidade deste tipo de acções resulta das diferenças observadas entre as dimensões dos elementos admitidas em projecto e realmente executadas, habitualmente designadas como imperfeições geométricas.

No que diz respeito ao peso próprio dos elementos estruturais de edifícios de betão armado, a observação de um número relevante de obras permitiu observar que (Calgaro, 1996), em geral, os valores reais das dimensões dos elementos que os constituem são superiores às dimensões definidas em projecto. De acordo com o autor referenciado, o coeficiente de variação desta acção pode ser calculado através da expressão empírica:

$$CV_G = \frac{6}{r} + 0.02 \quad (4.20)$$

onde r representa um factor de forma expresso em milímetros (mm), que deverá ser considerado igual a:

- espessura do elemento no caso de lajes delgadas
- $r = \frac{2A_c}{p}$, no caso de uma secção qualquer, onde A_c é a área transversal do elemento e p o seu perímetro.

A aplicação da expressão (4.20) permite verificar que, para valores de r compreendidos entre 100 e 300mm, que correspondem a espessuras de lajes e secções de vigas e pilares correntes, o coeficiente de variação desta acção se situa entre 4% e 8%.

Tal como o peso próprio dos elementos estruturais de betão armado, os coeficientes de variação da generalidade das acções permanentes são consideravelmente baixos, por norma inferiores a 10%. Esta constatação permite concluir que os valores representativos das acções permanentes podem ser definidos com um grau de fiabilidade bastante elevado, dadas as pequenas dispersões das suas funções de distribuição em torno dos valores médios.

As distribuições das acções permanentes podem, em geral, ser aproximadas por uma lei de distribuição normal. Ainda que regulamentarmente sejam definidos como valores representativos deste tipo de acções os limites superiores e inferiores da sua função de distribuição, correspondentes aos quantis de 5% e 95%, na maioria dos casos os valores característicos G_k representativos deste tipo de acções são considerados iguais aos seus valores médios G_m .

O elevado nível de confiança sobre os valores representativos das acções permanentes, faz com que o seu coeficiente parcial de segurança γ_G , que na regulamentação portuguesa é ainda de 1.50, apareça actualmente definido no Eurocódigo 1 como igual a 1.35, permitindo determinar o valor de cálculo das acções permanentes através de :

$$G_d = \gamma_G G_k (\text{ou } G_m) = 1.35 G_k (\text{ou } G_m) \quad (4.21)$$

De acordo com o referido em 4.4.1.1, pode admitir-se que γ_G resulta do produto entre um coeficiente de modelo $\gamma_{sd,G}$ e um coeficiente da acção $\gamma_{s,G}$, que no caso das acções permanentes se admite assumirem os seguintes valores (Calgaro,1996):

$$\gamma_G = \gamma_{sd,G} \times \gamma_{s,G} = 1.125 \times 1.20 = 1.35 \quad (4.22)$$

Finalmente, e ainda de acordo com o EC1, o factor de segurança γ_G , que visa cobrir a variabilidade da acção essencialmente associada às imperfeições geométricas, pode ainda ser reduzido para valores inferiores a 1.35, se o processo e controlo de fabrico se caracterizarem por critérios de rigor e qualidade superiores.

4.4.3 Sobrecargas em edifícios - Q

As sobrecargas em edifícios são acções de carácter livre e variável. Por serem acções livres, nas zonas onde seja previsível a sua ocorrência as sobrecargas deverão ser aplicadas da forma que conduza aos efeitos mais desfavoráveis sobre a estrutura. De acordo com o Eurocódigo 1 (Calgaro, 1996), as sobrecargas em edifícios correspondem a acções com as seguintes distintas origens:

- utilização normal resultante da ocupação humana;
- equipamentos, materiais e bens amovíveis;
- veículos;
- utilizações excepcionais, acumulação de pessoas e bens, resultantes de eventuais reorganizações ou redecorações dos edifícios.

Com períodos de ocorrência e valores máximos distintos, devem adoptar-se para as diferentes sobrecargas os valores característicos definidos regulamentarmente e as configurações de aplicação adequadas.

Relativamente a elementos estruturais horizontais os valores característicos das sobrecargas são representadas, no caso geral não cumulativamente, por uma carga uniformemente distribuída $q_{k,v}$ e por uma carga vertical concentrada $Q_{k,v}$.

A sobrecarga uniformemente distribuída $q_{k,v}$ deve ser aplicada em toda a superfície horizontal e pode ser afectada de um factor de redução α_A , cujo valor é definido por;

$$\alpha_A = \frac{5}{7}\psi_0 + \frac{A_0}{A}, \text{ com } A_0 = 10m^2 \quad (4.23)$$

e onde A_0 representa uma área de referência de $10m^2$, A a área efectivamente solicitada em m^2 e ψ_0 o coeficiente que permite quantificar o valor reduzido de combinação da acção. Visando o factor α_A reduzir o valor da sobrecarga a considerar num dado elemento estrutural horizontal, deve por isso ser limitado ao valor máximo de 1.

Os elementos verticais que recebem as sobrecargas uniformemente distribuídas, relativas a sucessivos pisos do edifício, podem também ver os efeitos desta acção minorados através da aplicação de um coeficiente de redução vertical α_n , definido por;

$$\alpha_n = \frac{2 + (n-2)\psi_0}{n}, \text{ para } n > 2 \quad (4.24)$$

onde n representa o número de pisos acima do elemento estrutural em estudo.

A sobrecarga concentrada $Q_{k,v}$, por norma não acumulável com a sobrecarga uniformemente distribuída, tem por objectivo efectuar algumas verificações locais, e o seu valor representativo deve ser considerado como aplicado numa área equivalente a um quadrado de 50mm de lado. O caso mais evidente de aplicação deste tipo de acção é o efeito da circulação de veículos automóveis em garagens e zonas de acesso, cuja configuração de aplicação se apresenta em planta na Figura 4.4.

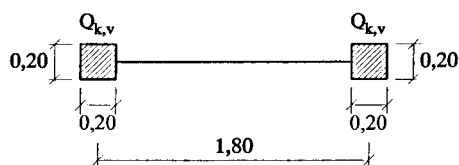


Figura 4.4 - Configuração em planta da aplicação de $Q_{k,v}$ em garagens e acesso de automóveis.

Apresentadas as sobrecargas verticais mais importantes e a sua forma de aplicação, refira-se ainda a definição de uma sobrecarga horizontal $q_{k,h}$, destinada a situações especiais, de que o caso mais evidente é o impulso horizontal sobre guarda corpos de varandas de edifícios, resultante da pressão exercida pelo encosto de pessoas.

Dependentes da natureza da utilização a que a superfície a que dizem respeito se destina, os valores característicos dos diferentes tipos de sobrecarga são apresentados na Tabela 4.4, tal como definidos no EC1.

Categoria (EC1)	Natureza da superfície	$q_{k,v}$ (kN/m ²)	$Q_{k,v}$ (kN)	$Q_{k,v}$ e/ou $Q_{k,v}$	α_A (S/N)	α_n (S/N)	$q_{k,h}$ (kN/m)
A	Actividades domésticas e residenciais						
A.1	Caso geral	2.0	2.0	Ou	S	S	0.5
A.2	Escadas	3.0	2.0	Ou	S	S	0.5
A.3	Varandas	4.0	2.0	ou	S	S	0.5
B	Edifícios públicos, escritórios...	3.0	2.0	ou	S	S	1.0
C	Locais de reunião de pessoas (não incluídos em A, B, D e E)						
C.1	Locais com mesas	3.0	4.0	ou	S	S	1.0
C.2	Locais com cadeiras fixas	4.0	4.0	ou	S	S	1.5
C.3	Locais sem obstáculos à circulação de pessoas	5.0	4.0	ou	S	S	1.5
C.4	Locais que permitem actividades físicas	5.0	7.0	ou	S	S	1.5
C.5	Locais susceptíveis de serem superpovoados	5.0	4.0	ou	S	S	3.0
D	Superfícies comerciais (geral)	5.0	4.0	ou	S	S	1.5
E	Superfícies destinadas à acumulação de mercadorias, incluindo áreas de acesso	6.0	7.0	ou	S	S	
F	Áreas de estacionamento/circulação de veículos ligeiros (<30kNe<8passageiros)	2.0	10.0	e	N	N	
G	Áreas de estacionamento e circulação de veículos de peso médio (>30kN e <160kN sobre dois eixos)	5.0	45.0	e	N	N	
H	Coberturas inacessíveis						
H.1	Com inclinação < 20°	0.75	1.5	ou	N	N	
H.2	Com inclinação >20° e <40°	interpolação linear			N	N	
H.3	Com inclinação > 40°	0	1.5	ou	N	N	
I	Coberturas acessíveis (Categoria A a G)	Mesmas acções que para as categorias A a E					
J	Coberturas acessíveis para funções especiais (aterragem de helicópteros)	Mesmas acções que para as categorias F e G					

Tabela 4.4 - Sobrecargas de utilização em edifícios de acordo com o EC1

Estabelecidas as sobrecargas de utilização em edifícios, o EC1 define os valores dos coeficientes ψ para verificação dos diferentes estados limites, que se apresentam na Tabela 4.5.

Acção	ψ_0	ψ_1	ψ_2
Acções devidas à utilização dos edifícios			
Categoria A: Actividades domésticas e residenciais	0.7	0.5	0.3
Categoria B: Edifícios públicos, escritórios.	0.7	0.5	0.3
Categoria C: Locais de reunião de pessoas	0.7	0.7	0.6
Categoria D: Superfícies comerciais	0.7	0.7	0.6
Categoria E: Armazéns	1.0	0.9	0.8
Acções devidas à circulação de veículos			
Categoria F: veículos com peso < 30kN	0.7	0.7	0.6
Categoria G: : veículos com peso >30kN e <160kN	0.7	0.5	0.3
Categoria H: Coberturas	0.0	0.0	0.0

Tabela 4.5 - Valores de ψ para sobrecargas de utilização em edifícios de acordo com o EC1

Os valores característicos das acções variáveis são determinados a partir das distribuições de valores extremos ocorridos em sucessivos períodos de tempo de referência iguais ao tempo de vida útil da estrutura. Admite-se que a distribuição dos valores extremos das sobrecargas pode ser aproximada por uma lei de probabilidade do tipo Gumbel, cujas características se podem consultar na generalidade dos textos básicos de estatística. Constata-se ainda que o coeficiente de variação deste tipo de acção é por norma relativamente elevado, da ordem de grandeza de $CV_Q=0.40$ (Calgaro,1996).

Finalmente, como resulta da observação da Tabela 4.2, no caso geral em que a acção tem efeito desfavorável e para combinações associadas aos estados limites últimos, o coeficiente parcial de segurança da sobrecarga é igual a $\gamma_Q=1.50$. Desta forma, e associado implicitamente a um índice de fiabilidade de $\beta=3.80$ (Calgaro,1996), o factor de segurança parcial da sobrecarga permite determinar o valor de cálculo desta acção Q_d a partir do seu valor característico Q_k através da expressão:

$$Q_d = \gamma_Q Q_k = 1.50 Q_k \quad (4.25)$$

O facto de os valores das sobrecargas em edifícios apresentadas no EC1 ter ainda uma formulação parcialmente empírica, resulta numa maior dificuldade em identificar o coeficiente de modelo e o coeficiente da acção em que o coeficiente segurança parcial γ_Q pode ser dividido. Desta forma e na ausência de informação mais precisa, adoptam-se para as sobrecargas os coeficientes relativos às acções variáveis de origem natural, cuja definição assenta num conhecimento de carácter probabilístico bem mais detalhado.

Assim, e deixando para a subsecção relativa à acção do vento um maior desenvolvimento da apresentação dos valores dos coeficientes de segurança de modelo $\gamma_{sd,Q}$ e da acção $\gamma_{s,Q}$, pode admitir-se para o caso da sobrecarga em edifícios que:

$$\gamma_Q = \gamma_{sd,Q} \times \gamma_{s,Q} = 1.125 \times 1.33 = 1.50 \quad (4.26)$$

4.4.4 Acção do vento

O vento é uma acção natural resultante do movimento do ar provocado pela ocorrência de diferenças de pressão ao longo da superfície da Terra. As diferenças de pressão têm origem na alteração da densidade do ar, como consequência das variações de temperatura provocadas pelo efeito solar, das correntes marinhas, etc.... Apesar de variável em direcção e velocidade, a acção do vento é definida no EC1 à custa de pressões ou forças estáticas, cujos efeitos sobre as estruturas são equivalentes aos provocados pela acção do vento real.

Ainda que de forma sucinta, uma vez que não é objectivo central deste trabalho estudar em detalhe as acções actuantes em edifícios, os passos fundamentais para a quantificação da acção do vento de acordo com o EC1 são:

- Consulta da carta meteorológica nacional, tipificada no anexo A do EC1, tendo em vista a escolha de uma velocidade de referência do vento com base probabilística.

- Quantificação do coeficiente de exposição da estrutura em função da topografia, rugosidade e altura do edifício acima do solo.
- Cálculo dos coeficientes de pressão ou de força relativos aos diferentes tipos de estruturas (edifícios de base rectangular, coberturas isoladas, pontes, superfícies interiores...)

Não se pretendendo ser exaustivo na explanação da quantificação da acção do vento, apresenta-se apenas a expressão relativa à quantificação da pressão aerodinâmica w exercida sobre as superfícies verticais de edifícios correntes:

$$w_e = q_{ref} c_e(z_e) c_{pe} \quad \text{ou} \quad w_i = q_{ref} c_e(z_i) c_{pi} \quad (4.27)$$

onde w_e se refere a pressões exercidas em superfícies exteriores e w_i a pressões exercidas em superfícies interiores.

As variáveis envolvidas na expressão (4.27) têm como significado:

- $q_{ref} = \frac{1}{2} \rho v_{ref}^2$: pressão dinâmica de referência do vento, determinada em função da massa volúmica do ar ρ e da velocidade de referência do vento v_{ref} .
- c_e : coeficiente de exposição, determinado em função das características circundantes do edifício em termos de rugosidade e topografia do solo e da altura do edifício acima do solo.
- z_e (ou z_i): altura acima do solo.
- c_{pe} (ou c_{pi}): coeficiente de pressão exterior (ou interior)

Tal como no caso das sobrecargas, a lei de probabilidade habitualmente ajustada à distribuição dos máximos anuais da acção do vento, é uma lei do tipo Gumbel (Calgaro,1996). O coeficiente de variação associado a esta acção natural é, de acordo com a informação disponível, consideravelmente menor que o da sobrecarga, admitindo-se como valor representativo desta medida estatística $CV_w=0.20$.

No caso geral em que a acção tem efeito desfavorável, e para combinações de acções associadas aos estados limites últimos, o coeficiente parcial de segurança da acção do

vento é igual a $\gamma_Q=1.50$, o que permite determinar o valor de cálculo desta acção W_d a partir do seu valor característico W_k através de:

$$W_d = \gamma_w W_k = 1.50 W_k \quad (4.28)$$

Para as acções naturais, nas quais a acção do vento se inclui, pode admitir-se em geral (Calgaro,1996; CEB, 1980a; CEB, 1980b) que a divisão do coeficiente de segurança parcial pode ser feita à custa de um coeficiente de modelo compreendido entre 1.07 e 1.15 e um coeficiente de acção compreendido entre 1.30 e 1.40, em função da maior ou menor variabilidade da acção. O produto cruzado entre os limites inferior e superior deste intervalo conduz naturalmente a um coeficiente de segurança de 1.50.

Da gama de valores apresentados, podem admitir-se como valores de referência a adoptar os valores intermédios:

$$\gamma_w = \gamma_{sd,w} \times \gamma_{s,w} = 1.125 \times 1.33 = 1.50 \quad (4.29)$$

O coeficiente da acção pretende cobrir as incertezas associadas à variabilidade da acção do vento, que neste caso corresponde à variabilidade da sua velocidade. Todavia, a quantificação das pressões e forças do vento exercidas sobre uma dada estrutura, dependem do valor da sua velocidade e ainda, de acordo com o estipulado no EC1, de um conjunto de coeficientes complementares contendo margens de segurança implícitas. Desta forma, no que à acção do vento diz respeito e apesar da sua muito difícil quantificação, a aplicação dos critérios de dimensionamento e verificação de segurança regulamentares têm um margem de segurança complementar à resultante da aplicação dos coeficientes parciais de segurança.

4.4.5 Acção sísmica

O elevado grau de imprevisibilidade da acção sísmica, as dificuldades de modelação e a gravidade das consequências que poderão advir de uma deficiente avaliação dos seus efeitos, conferem-lhe uma especificidade e complexidade que justificou a criação de um Eurocódigo específico para o tratamento desta acção, EC8. Necessariamente adaptadas às características de cada país, os aspectos principais associados à sua quantificação prendem-se com a possibilidade de representação desta acção a partir de

espectros de resposta, espectros de potência ou acelerogramas, da dependência do tipo de solo de fundação e da definição de um coeficiente de importância representativo da classificação da estrutura a dimensionar. Dada a especificidade desta acção, a sua descrição e abordagem probabilística detalhadas, estão fora do âmbito deste trabalho, podendo ser consultadas no próprio EC8, bem como em diversos trabalhos de investigação nesta área (Duarte, 1978; Costa, 1989; Campos Costa, 1993; Monteiro, 2000).

4.5 Abordagem fiabilística do formato de segurança regulamentar

Nas subsecções anteriores foi exposto o formato semi-probabilístico de verificação de segurança regulamentar e identificados os principais valores representativos e coeficientes de segurança parciais relativos às resistências e acções. Com recurso aos conceitos de fiabilidade estrutural, apresentar-se-ão os critérios justificativos dos valores adoptados para os coeficientes parciais de segurança adoptados, bem como uma interpretação da filosofia de segurança inerente ao formato adoptado.

4.5.1 Interpretação fiabilística dos valores de cálculo das resistências e acções

Os coeficientes parciais de segurança regulamentares para resistências e acções, que permitem a determinação dos respectivos valores de cálculo, foram apresentados como resultantes da combinação de parcelas de carácter determinístico (coeficientes de comportamento material e coeficientes de modelo) e parcelas relativas às distribuições de probabilidade das resistências materiais e acções propriamente ditas. A interpretação fiabilística que se pretende efectuar nesta subsecção, diz apenas respeito às parcelas dos coeficientes parciais de segurança associadas ao carácter probabilístico das variáveis, tratando-se por isso de interpretar a quantificação de valores de cálculo cujo significado é distinto do habitualmente atribuído na regulamentação em vigor.

De acordo com o apresentado na secção 3.6.1, o índice de fiabilidade β corresponde à menor distância entre o ponto C, representativo do estado mais provável da estrutura (valores médios), à fronteira entre a zona de segurança e de ruína definida pela função representativa do estado limite a verificar. Ao ponto desta fronteira nas condições

referidas, convencionou-se chamar ponto de funcionamento da estrutura P , representando o cenário mais provável de eventual ruína estrutural.

Dadas as suas características, seria então desejável que o critério de verificação de segurança regulamentar fosse aplicado ao ponto P . Com recurso às coordenadas de P , definidas em (3.32) e (3.33), a condição limite resultante da aplicação do critério de segurança resultaria em:

$$R_P = S_P \quad (4.30)$$

$$\mu_R - \mu_S = \beta(\alpha_R \sigma_R - \alpha_S \sigma_S) \quad (4.31)$$

o que recorrendo à definição de α_S e α_R apresentadas em (3.30) e (3.31) conduziria a:

$$\mu_R - \mu_S = \beta \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \quad (4.32)$$

Todavia, no momento em que o projectista inicia o processo de concepção e dimensionamento de uma dada estrutura, o ponto de funcionamento P não é conhecido pelo simples facto, de efeito circular, de não ser ainda conhecida a solução estrutural final. Assim sendo, o exercício de dimensionamento consiste na pré-fixação de um valor do índice de fiabilidade β_0 , compatível com as exigências do estado limite a verificar, que regulará os critérios de dimensionamento estrutural.

De acordo com este pressuposto e na perspectiva da definição dos valores de cálculo das acções e resistências a adoptar, as coordenadas do ponto P deverão ser adaptadas para o valor β_0 , definindo a posição de um novo ponto que se pode designar como ponto de dimensionamento P_d e cujas coordenadas serão:

$$S_{P_d} = \mu_S + \alpha_S \beta_0 \sigma_S \quad (4.33)$$

$$R_{P_d} = \mu_R + \alpha_R \beta_0 \sigma_R \quad (4.34)$$

A aplicação do critério de verificação de segurança regulamentar ao ponto de dimensionamento P_d resultará assim em:

$$R_{P_d} - S_{P_d} \geq 0;$$

$$\mu_R + \alpha_R \beta_0 \sigma_R - \mu_S - \alpha_S \beta_0 \sigma_S \geq 0$$

$$\mu_R - \mu_S \geq \beta_0 (\alpha_S \sigma_S - \alpha_R \sigma_R) \quad (4.35)$$

recorrendo às definições de α_S e α_R apresentadas em (3.30) e (3.31), a expressão (4.36) pode ser reescrita na forma:

$$\beta_0 \leq \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (4.36)$$

o que de acordo com a definição de β apresentada em (3.27) resulta em:

$$\beta_0 \leq \beta \quad (4.37)$$

A condição expressa em (4.37) evidencia que a aplicação do formato de verificação de segurança regulamentar, impondo de forma genérica valores de cálculo das acções inferiores aos valores de cálculo das resistências, resulta na definição de um ponto dimensionamento associado a um nível de fiabilidade β_0 pré-definido, inferior ao índice de fiabilidade real da estrutura uma vez concebida e realizada. Uma interpretação geométrica qualitativa da posição relativa dos pontos referidos e do índice de fiabilidade β_0 é apresentada na Figura 4.5.

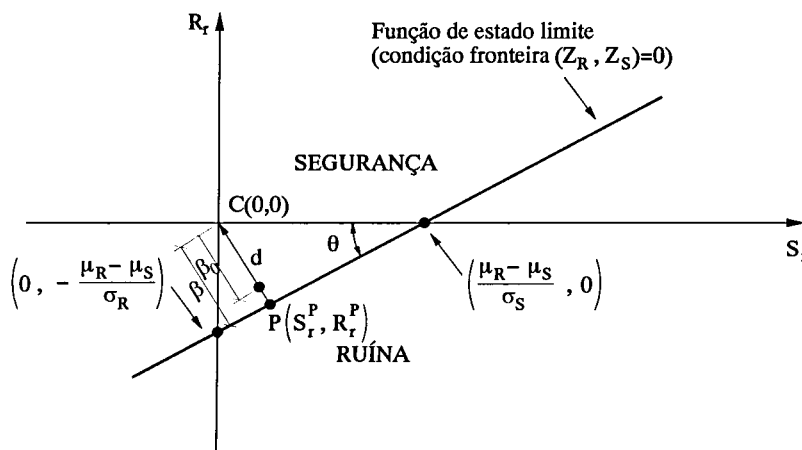


Figura 4.5 - Interpretação geométrica de β_0

Da interpretação fiabilística genérica do formato de verificação regulamentar de segurança apresentada, ressalta a ideia de que os valores de cálculo das acções e resistências utilizados são definidos tendo em vista garantir um índice de fiabilidade estrutural pré-definido β_0 . Porém, e de acordo com (4.33) e (4.35), estes valores de cálculo estão ainda dependentes da quantificação dos coeficientes α_S e α_R . O critério de atribuição de valores a estes coeficientes deverá garantir que, de forma razoável, a aplicação do formato de segurança regulamentar conduza a soluções seguras para a generalidade de soluções estruturais, acções e materiais utilizados, resultando num exercício de calibração dos valores regulamentares dos coeficientes parciais de segurança a adoptar.

De acordo com o EC1, admitindo um índice de fiabilidade para verificação de segurança aos estados limites últimos de $\beta=3.80$ e adaptando à notação usada no presente trabalho, poderá adoptar-se $\alpha_S=0.7$ e $\alpha_R=-0.8$. Tendo em vista justificar estes valores adoptados no EC1 (Calgaro, 1996) comece-se por retomar a condição limite do formato de verificação de segurança:

$$R_{P_d} - S_{P_d} = \mu_R + \alpha_R \beta_0 \sigma_R - \mu_S - \alpha_S \beta_0 \sigma_S = \mu_R - \mu_S + \beta_0 (\alpha_R \sigma_R - \alpha_S \sigma_S) \quad (4.38)$$

que recorrendo a (3.30) e (3.31) pode ser transformada em:

$$R_{P_d} - S_{P_d} = \mu_R - \mu_S - \beta_0 \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \quad (4.39)$$

Introduzindo uma variável adicional $t = \frac{\sigma_S}{\sigma_R}$ a expressão (4.39) virá transformada em:

$$R_{P_d} - S_{P_d} = \mu_R - \mu_S - \beta_0 \sigma_R \sqrt{1+t^2} \quad (4.40)$$

Observe-se agora a comparação numérica entre os resultados obtidos com a parcela exacta da expressão (4.40), $T = \sqrt{1+t^2}$, e os resultados obtidos com uma aproximação ao valor exacto desta parcela determinado a partir de $T^* = 0.8 + 0.7t$ e apresentado na Figura 4.6.

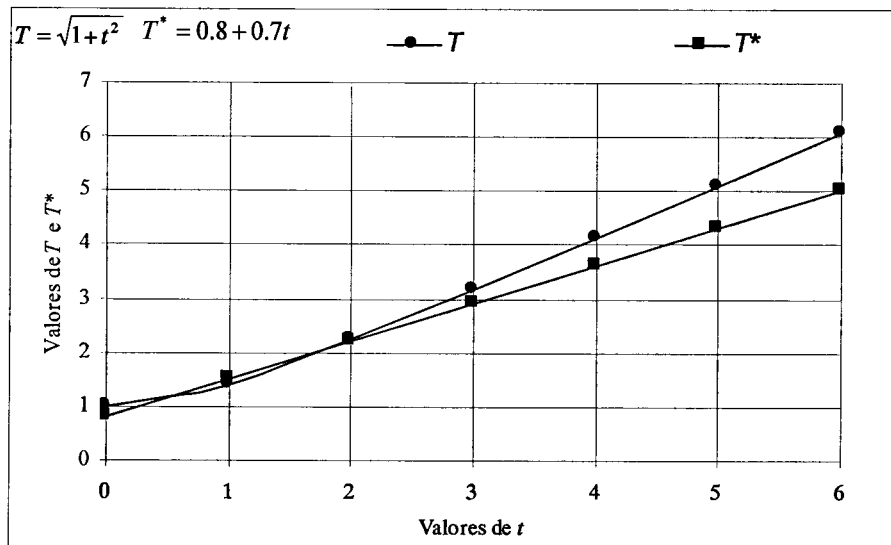


Figura 4.6 - Comparação numérica entre os valores de t , T e T^*

A Figura 4.6 permite observar que, para a gama de valores de t apresentados, as expressões relativas a T e T^* conduzem a resultados bastante próximos. Assim, substituindo T por T^* , a expressão (4.40) poderá ser adaptada para:

$$R_{P_d} - S_{P_d} = \mu_R - \mu_S - \beta_0 \sigma_R \left(0.8 + 0.7 \frac{\sigma_S}{\sigma_R} \right) \quad (4.41)$$

$$R_{P_d} - S_{P_d} = \mu_R - \mu_S + \beta_0 [(-0.8)\sigma_R - (0.7)\sigma_S] \quad (4.42)$$

que por comparação com (4.38) permite concluir que $\alpha_S=0.7$ e $\alpha_R=-0.8$.

Desta forma, e na hipótese admitida das distribuições associadas às resistências e acções serem gausseanas, os seus valores de cálculo poderão ser determinados a partir de:

$$R_{P_d} = \mu_R - 0.8\beta_0\sigma_R \quad (4.43)$$

$$S_{P_d} = \mu_S + 0.7\beta_0\sigma_S \quad (4.44)$$

4.5.2 Coeficientes parciais de segurança. Calibração de base fiabilística

Os coeficientes parciais de segurança foram apresentados como resultantes da combinação de parcelas que visam cobrir incertezas com carácter probabilístico,

associadas aos valores esperados das variáveis envolvidas, e outras incertezas tratadas de forma determinística. Tendo por base esta decomposição e a interpretação fiabilística apresentada na subsecção anterior, proceder-se-á a uma tentativa de calibração dos coeficientes parciais de segurança regulamentares para resistências e acções. Este processo de calibração, tendo por base algumas simplificações, será efectuado admitindo distribuições normais para todas as resistências e acções apresentadas e adoptando os valores apresentados por Calgaro(1996) para as parcelas determinísticas dos coeficientes parciais de segurança.

4.5.2.1 Resistências

A capacidade resistente do betão e do aço constituem elementos chave no dimensionamento e verificação de segurança regulamentar. Desta forma será apresentada uma tentativa de calibração dos coeficientes parciais de segurança regulamentarmente adoptados para estas propriedades materiais.

4.5.2.1.1 Betão

A interpretação apresentada para o coeficiente parcial de segurança da resistência à compressão resultou, de acordo com (4.6), na sua subdivisão em três parcelas distintas: γ_{Rd} , η e f_{ck}/f_{cd} . Admita-se porém que, tal como f_{ck}/f_{cd} , a parcela γ_{Rd} é passível de tratamento probabilístico, englobando estas duas parcelas as variabilidades associadas aos três tipos de causas que em seguida se descrevem e cujos coeficientes de variação associados são(Calgaro,1996):

- $CV_m=0.05$: coeficiente de variação das incertezas do modelo.
- $CV_g=0.05$: coeficiente de variação das incertezas geométricas.
- $CV_R=0.15$: coeficiente de variação das incertezas associadas especificamente à capacidade resistente à compressão.

o que, admitindo a independência destes três incertezas, permite quantificar um coeficiente de variação global através de:

$$CV_{f_c} = \sqrt{CV_m^2 + CV_g^2 + CV_R^2} = 0.166 \quad (4.45)$$

Dada a possibilidade de tratamento probabilístico da parcela γ_{Rd} agora apresentada, a expressão (4.6) poderá então ser reescrita na seguinte forma:

$$\gamma_c = \eta \frac{f_{ck}}{f_{cd}} = 1.10 \times 1.36 = 1.50 \quad (4.46)$$

onde f_{ck}/f_{cd} que inicialmente representava apenas a variabilidade associada à resistência à compressão, inclui agora as incertezas do modelo e as incertezas geométricas.

Adoptando uma distribuição normal para a capacidade resistente do betão e considerando como valor característico o correspondente ao quantil 0.05 dessa distribuição, f_{ck} poderá ser determinado através de:

$$f_{ck} = u_{fc} - 1.645\sigma_{fc} = u_{fc}(1 - 1.645CV_{fc}) \quad (4.47)$$

onde:

- u_{fc} : valor médio de fc
- CV_{fc} : coeficiente de variação de fc

Por outro lado, de acordo com (4.43), e admitindo um índice de fiabilidade admissível para estados limites últimos (EC1) de $\beta=3.80$, o valor de cálculo da resistência no sentido apresentado na secção 4.5.1 virá:

$$f_{cd} = u_{fc} - 0.8 \times 3.80 \sigma_{fc} = u_{fc}(1 - 3.04CV_{fc}) \quad (4.48)$$

Desta forma, considerando o coeficiente de variação calculado em (4.45), o valor do coeficiente parcial de segurança da resistência à compressão do betão resultaria em:

$$\gamma_c = \eta \frac{f_{ck}}{f_{cd}} = 1.10 \frac{u_{fc}(1 - 1.645CV_{fc})}{u_{fc}(1 - 3.04CV_{fc})} = 1.10 \times \frac{(1 - 1.645 \times 0.166)}{(1 - 3.04 \times 0.166)} = 1.61 \quad (4.49)$$

O resultado obtido, na hipótese de distribuição gausseana da resistência à compressão do betão, indicia que o coeficiente de segurança regulamentar de 1.50 será insuficiente para garantir um índice de fiabilidade de 3.80. Todavia, a adopção de uma distribuição

do tipo log-normal que melhor caracteriza esta característica material resultaria num resultado mais aproximado do valor de 1.50 regulamentar (Calgaro,1996).

4.5.2.1.2 Aço

De acordo com o exposto em 4.3.2, o coeficiente parcial de segurança da resistência à tracção do aço depende exclusivamente da variabilidade associada à sua resistência à tracção, resultando do quociente entre o seu valor característico f_{syk} e o seu valor de cálculo f_{syd} .

Admitindo uma lei de distribuição normal para esta propriedade material, o valor característico da capacidade resistente do aço f_{syk} , associado ao quantil 0.05, poderá ser determinado a partir de :

$$f_{syk} = u_{fs} - 1.645\sigma_{fs} = u_{fs} (1 - 1.645CV_{fs}) \quad (4.50)$$

onde:

- u_{fs} : valor médio de f_s
- CV_{fs} : coeficiente de variação de f_s

Por outro lado, tal como referido para a capacidade resistente do betão, de acordo com (4.43) e admitindo um índice de fiabilidade de $\beta=3.80$, o valor de cálculo de f_s virá:

$$f_{syd} = u_{fs} - 0.8 \times 3.80 \sigma_{fs} = u_{fs} (1 - 3.04CV_{fs}) \quad (4.51)$$

Dadas as características de composição, comportamento elástico e processo de fabrico, o coeficiente de variação do aço é consideravelmente inferior ao do betão, podendo admitir-se como valor de referências para este parâmetro estatístico $CV_{fs}=0.087$ (Calgaro,1996) .Desta forma o coeficiente parcial de segurança da resistência à compressão do aço resultaria em:

$$\gamma_s = \frac{f_{syk}}{f_{syd}} = \frac{u_{fs} (1 - 1.645CV_{fs})}{u_{fs} (1 - 3.04CV_{fs})} = \frac{(1 - 1.645 \times 0.087)}{(1 - 3.04 \times 0.087)} = 1.165 \quad (4.52)$$

O resultado obtido aproxima-se do valor regulamentar de $\gamma_s=1.15$ para armaduras ordinárias, permitindo atestar, de acordo com as hipótese associadas ao processo de calibração apresentado, da razoabilidade da aplicação deste coeficiente parcial de segurança.

4.5.2.2 Acções

Os coeficientes parciais de segurança das acções foram apresentados como resultantes da combinação de uma parcela de carácter probabilístico, visando cobrir especificamente as incertezas associadas à variabilidade da acção, e um parcela de carácter determinístico, relativa às incertezas dos modelos das acções e sua transformação em efeitos sobre a estrutura a analisar. Admitindo, de forma simplificada, distribuições normais para as acções e com base na interpretação fiabilística dos valores cálculo apresentada em 4.5.1, serão discutidos os valores regulamentares dos coeficientes parciais de segurança relativos a acções permanentes e acções variáveis.

4.5.2.2.1 Acções permanentes

A definição do coeficiente parcial de segurança para acções permanentes apresentado em (4.22) poderá, de acordo com os pressupostos enunciados, ser adaptada para:

$$\gamma_G = \gamma_{sd,G} \times \frac{G_d}{G_k} = 1.125 \times 1.20 = 1.35 \quad (4.53)$$

Considerando como valor característico da acção G_k o valor associado ao quantil 0.95 e uma vez que se admitiram leis de distribuições normais para todas as acções, este poderá ser determinado a partir de :

$$G_k = u_G + 1.645\sigma_G = u_G(1 + 1.645CV_G) \quad (4.54)$$

Tendo por base o exposto em 4.5.1, e para um índice de fiabilidade de $\beta=3.80$, o valor de cálculo G_d poderá ser determinado através de (4.44), resultando em:

$$G_d = u_G + 0.7 \times 3.80\sigma_G = u_G(1 + 2.66CV_G) \quad (4.55)$$

Com base nestes pressupostos, e adoptando um coeficiente de variação $CV_G=0.08$ (Calgaro,1996), γ_G resultaria em:

$$\gamma_G = \gamma_{sd,G} \times \frac{G_d}{G_k} = 1.125 \times \frac{u_G(1+2.66CV_G)}{u_G(1+1.645CV_G)} = 1.125 \times 1.07 = 1.21 \quad (4.56)$$

valor relativamente inferior ao 1.35 preconizado regulamentarmente. Note-se, porém, que este valor foi obtido adoptando como valor representativo da acção o seu valor característico G_k associado ao quantil 0.95. Se, dada a pequena variabilidade desta acção, e de acordo com o sugerido no EC1, se adoptar como valor representativo da acção permanente o seu valor médio u_G , γ_G apareceria transformado em:

$$\gamma_G = \gamma_{sd,G} \times \frac{G_d}{u_G} = 1.125 \times \frac{u_G(1+2.66CV_G)}{u_G} = 1.125 \times 1.213 = 1.36 \quad (4.57)$$

valor muito próximo do 1.35 regulamentar.

4.5.2.2.2 Acções variáveis

De forma análoga ao apresentado para as acções permanentes, admitindo um índice de fiabilidade de $\beta=3.80$ e adoptando como valor representativo da acção o valor característico correspondente ao quantil 0.95, os coeficientes parciais de segurança γ_{Svar} referentes às acções variáveis $Svar$, podem ser avaliados através de:

$$\gamma_{Svar} = \gamma_{sd,Svar} \frac{Svar_d}{Svar_k} = 1.125 \frac{u_{Svar}(1+2.66CV_{Svar})}{u_{Svar}(1+1.645CV_{Svar})} = 1.125 \frac{(1+2.66CV_{Svar})}{(1+1.645CV_{Svar})} \quad (4.58)$$

A aplicação de (4.58) à extensa gama de valores dos coeficientes de variação, associados aos diferentes tipos de acções variáveis, é apresentada graficamente na Figura 4.7. Da análise dos resultados, pode concluir-se que a assunção de distribuições normais para caracterizar este tipo de acções, resultou na obtenção de coeficientes parciais de segurança sistematicamente inferiores ao valor geral regulamentar de 1.50, tendo sido obtidos, no caso concreto das acções naturais (acção do vento) e sobrecargas em edifícios, cujos coeficientes de variação se admitem habitualmente iguais a 0.20 e 0.40, valores dos coeficientes de segurança, respectivamente iguais a 1.30 e 1.40. A adopção de funções de distribuição do tipo Gumbel, típicas da

caracterização de acções variáveis resultaria em resultados mais próximos do valor regulamentar de 1.50 (Calgaro,1996).

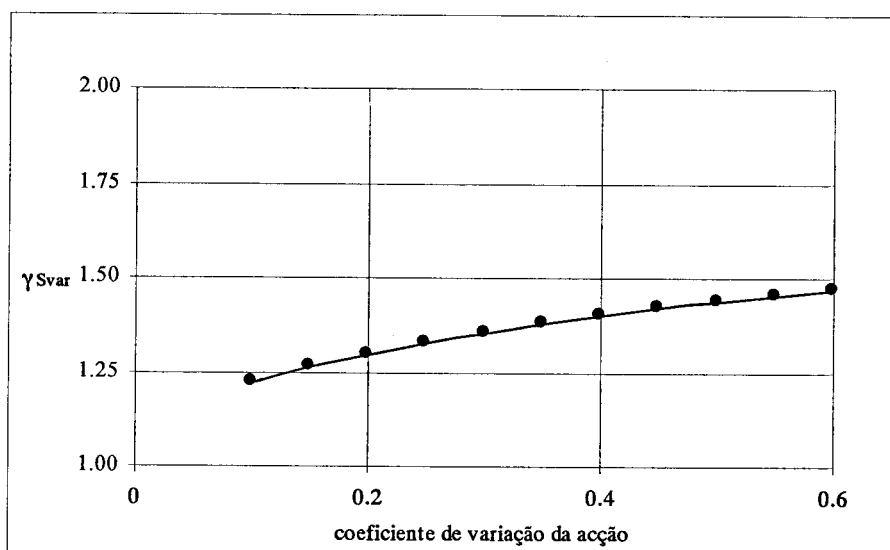


Figura 4.7 - Coeficientes parciais de segurança para acções variáveis. Leis de distribuição normais.

4.5.3 Fiabilidade e verificação aos estados limites - Aspectos numéricos

A verificação dos estados limite para dimensionamento e verificação de segurança estrutural, baseada no formato semi-probabilístico regulamentar e com recurso aos coeficientes parciais de segurança, visa estabelecer regras de aplicação simples que garantam dimensionamentos estruturais suficientemente seguros e adequados aos fins para que a estrutura foi concebida. Na sua essência e, desejavelmente, o processo de dimensionamento deveria passar pela definição de um nível de fiabilidade estrutural ou probabilidade de ocorrência compatível com as exigências de segurança e funcionamento referidas. O processo de calibração dos coeficientes parciais de segurança visa compatibilizar a simplicidade de aplicação do formato de segurança regulamentar com esta filosofia fiabilística de abordagem do dimensionamento estrutural.

De um forma geral, assumem-se como aceitáveis valores da probabilidade de serem atingidos os estados limites de utilização da ordem de grandeza de 10^{-1} a 10^{-2} . Relativamente aos estado limites últimos, com consequências bem mais graves, admitem-se para probabilidade de ruína estrutural valores compreendidos no intervalo

10^{-4} a 10^{-5} . A calibração dos coeficientes parciais de segurança, utilizados no formato de segurança semi-probabilístico regulamentar, teve como objectivo central garantir que a sua utilização conduza a valores da probabilidade de ruína próximos dos agora apresentados para as verificações dos diferentes tipos de estados limite. Todavia, a simplicidade conceptual deste formato não permite identificar a real probabilidade de ruína associada a cada uma das estruturas dimensionadas segundo esses critérios, podendo apenas esperar-se que, com a rigorosa e criteriosa aplicação, estes níveis de probabilidade de ruína não venham a ser excedidos.

A partir de uma série de pressupostos específicos e pretendendo construir uma base de valores de referência, o Eurocódigo 1 (EC1) apresenta um conjunto de valores admissíveis para índice de fiabilidade β relativos aos estados limites últimos, de fadiga e de serviço para situações de danos irreversíveis. Estes valores, respectivamente para períodos de vida iguais a 50 anos (habitualmente considerado como período de vida útil da estrutura) e 1 ano, são apresentados na Tabela 4.6.

Estado-limite	Período de vida útil - 50 anos		1 ano	
	Índice de fiabilidade - β	Probabilidade p_r	Índice de fiabilidade - β	Probabilidade p_r
Últimos	3.8	7.2×10^{-5}	4.7	1.5×10^{-6}
Fadiga	1.5 a 3.8	7.0×10^{-2} a 7.2×10^{-5}	-	-
Serviço- danos irreversíveis	1.5	7.0×10^{-2}	3.0	1.4×10^{-3}

Tabela 4.6 - Índice de fiabilidade β de acordo com o EC1. Valores de referência.

De acordo com o EC1, os valores apresentados deverão ser considerados como valores mínimos a verificar e poderão servir de base à calibração dos coeficientes parciais de segurança dos regulamentos específicos de cada país. Todavia, estes valores são naturalmente discutidos por diversos autores, sendo em particular o valor de 3.80, associado aos estados limite últimos para o período de vida da estrutura, considerado inferior ao obtido com a aplicação dos regulamentos actuais (Calgaro, 1996).

4.6 Conclusões

Tendo sido já feita uma exposição dos princípios gerais da fiabilidade estrutural, procurou-se, neste capítulo, apresentar o formato regulamentar de verificação de segurança e proceder ao seu enquadramento numa filosofia de verificação de segurança de natureza fiabilística.

Com base na combinação de acções para verificação de um conjunto de estados limite, a partir da quantificação de valores de cálculo de acções e resistências, foram apresentados os princípios de aplicação do formato semi-probabilístico de verificação de segurança regulamentar. Dado o seu papel relevante, foram apresentados os coeficientes de segurança parciais, critérios de combinação de acções e valores característicos das principais resistências e acções actuantes em edifícios correntes.

Em seguida, adoptando de forma simplificada leis de distribuição normais e tendo por base os princípios gerais da fiabilidade estrutural, apresentou-se uma interpretação dos valores de cálculo das resistências e acções, bem como uma tentativa de calibração dos coeficientes parciais de segurança regulamentares.

A finalizar este capítulo procedeu-se à apresentação de alguns aspectos numéricos relacionados com as sugestões efectuadas pelo EC1 relativas aos níveis de fiabilidade admissíveis para a verificação dos diferentes tipos de estados limites.

Capítulo 5

Segurança em análises não lineares - proposta de método

5.1 Introdução

O rigor da análise estrutural constituiu elemento central no complexo processo de realização de uma determinada estrutura. Perspectivando a elevação desse rigor, investigadores e projectistas têm desenvolvido modelos de análise que permitem, de uma forma que se pretende cada vez mais realista, simular o comportamento das estruturas que concebem e definir as bases para a sua realização de forma coerente, assegurando uma relação equilibrada entre as funções inseparáveis de utilização, segurança e economia. O enorme desenvolvimento na área da informática, em especial na última década, tem tornado acessíveis meios de cálculo cada vez mais rápidos e poderosos, potenciadores deste desenvolvimento. Estes meios, aliados a um cada vez maior conhecimento do comportamento mecânico dos materiais utilizados, resultado de inúmeros trabalhos de investigação científica, têm sido veículo para o desenvolvimento de algoritmos de análise complexos e de grande utilidade na direcção da referida, e tão ambicionada, simulação do comportamento real da estrutura.

No que diz respeito às estruturas de betão armado, principal alvo do presente estudo, esta conjuntura tem tido particular relevância, dado o comportamento reconhecidamente não linear deste tipo de material. Resulta assim natural que proliferem os algoritmos de análise não linear direccionados para o estudo deste tipo de estruturas e que a sua aplicação prática esteja na primeira linha dos objectivos a atingir no contexto do projecto de estruturas corrente.

Porém, apesar de todo este novo potencial de análise estrutural não linear, subsistem dificuldades relacionadas com a compatibilização entre a sua aplicação e a definição de critérios de segurança que a sustentem. Esta dificuldade, já evidenciada em capítulos anteriores, prende-se, no essencial, com a interdependência entre o carácter determinístico dos algoritmos de análise não linear, dependentes de uma pré-definição de todas as características dos materiais e das acções actuantes, e o carácter intrinsecamente incerto destas mesmas entidades.

A procura de metodologias coerentes e seguras, que permitam o recurso a estes algoritmos para efeitos de dimensionamento e verificação de segurança, é hoje alvo de inúmeros trabalhos de investigação, existindo já algumas propostas de métodos. Estas propostas de métodos, visando sempre a procura de um equilíbrio entre a minimização das dificuldades de aplicação destes algoritmos e a segurança na sua aplicação, têm por base, na maioria dos casos, dois tipos de formulações distintas. Uma primeira formulação apoiada nos critérios subjacentes ao formato semi-probabilístico de segurança e nos respectivos coeficientes parciais de segurança e uma segunda, de base probabilística, sustentada pela aplicação de métodos de simulação. Utilizando parcialmente este dois tipos de formulações, apresenta-se no presente trabalho uma proposta de método de verificação de segurança alternativo, cuja motivação para a sua concepção teve origem na procura de um instrumento avaliador da qualidade dos métodos mais comuns de dimensionamento de estruturas aos efeitos de 2ª ordem.

No presente capítulo serão apresentados, em primeiro lugar, alguns métodos de dimensionamento e verificação de segurança baseados em coeficientes parciais de segurança, destacando-se o método de quantificação de efeitos de 2ª ordem proposto por Castro (1998), cuja qualidade dos resultados obtidos com a sua aplicação é em capítulos posteriores avaliada. Em seguida será feita referência a uma metodologia de

avaliação de segurança de base probabilística proposta por Henriques (1998), apoiada no método de simulação de Monte Carlo e em técnicas de redução de variância estatística. A finalizar este capítulo apresenta-se o método de avaliação de segurança proposto neste trabalho, de raiz mista em termos de recurso ao formato semi-probabilístico de segurança regulamentar e ao método de simulação do Hipercubo Latino, bem como um exemplo ilustrativo da sua aplicação.

5.2 Métodos baseados em coeficientes parciais de segurança

As dificuldades de aplicação directa do formato semi-probabilístico de segurança regulamentar, em análises estruturais do tipo não linear, foram já evidenciadas e constituem um dos maiores entraves à aplicação sistemática deste tipo de algoritmos. Porém, a simplicidade do formato semi-probabilístico e a confiança nele depositada, resultado da sua vasta aplicação em análises estruturais correntes, têm servido de motivação à tentativa de estabelecimento de métodos de dimensionamento e verificação de segurança adaptados dessa filosofia de segurança. Estes métodos, ainda que por vezes envolvendo grandes simplificações, têm sido propostos por alguns autores, caracterizando-se por permitir análises estruturais totais ou parciais com recurso a algoritmos não lineares, utilizando filosofias de segurança assentes em coeficientes parciais de segurança. No que segue serão apresentadas algumas destas propostas, sendo que, em alguns casos, o recurso à utilização de coeficientes parciais de segurança é complementada por critérios de natureza probabilística.

5.2.1 Método do coeficiente parcial de segurança de secções de Henriques (1997)

O método proposto por Henriques (1997) consiste numa abordagem semi-probabilística, cujo objectivo central reside na avaliação da segurança associada ao dimensionamento de secções de betão armado. Esta avaliação é feita à custa da proposta de definição de um coeficiente de segurança, cuja quantificação se apoia no recurso a um algoritmo de análise não linear.

Tendo em consideração os pressupostos regulamentares, o dimensionamento de secções de betão armado é efectuado a partir da definição dos valores de cálculo da

capacidade resistente do aço e do betão, obtidos a partir da aplicação de coeficientes parciais de segurança aos seus respectivos valores característicos, na forma:

$$\gamma_s = \frac{f_{syk}}{f_{syd}} = 1.15; \quad \gamma_c = \frac{f_{ck}}{f_{cd}} = 1.50 \quad (5.1)$$

Admitindo idêntica filosofia à adoptada para as propriedades materiais do aço e do betão, Henriques propõe que a avaliação da segurança seja efectuada através da quantificação de um coeficiente de segurança $\gamma_{sec,k}$, que relacione a capacidade resistente das secções de betão armado obtida com os valores característicos das propriedades materiais R_k e a mesma capacidade obtida com os respectivos valores de cálculo R_d , tal que:

$$\gamma_{sec,k} = \frac{R_k}{R_d} \quad (5.2)$$

A capacidade resistente das secções deverá ser avaliada à custa do traçado dos diagramas momentos curvatura das secções, obtidos por aplicação de um algoritmo não linear em que as leis de comportamento material sejam as tipificadas na regulamentação actual. Assim, R_k e R_d resultarão, respectivamente, da adopção de valores característicos e de cálculo para parâmetros das leis comportamento material do aço e do betão, na análise não linear descrita.

Aplicando esta metodologia ao estudo de secções sujeitas a flexão simples, Henriques analisou a evolução do coeficiente de segurança $\gamma_{sec,k}$ em secções com percentagens de armaduras sucessivamente crescentes, para diferentes classes de betão e incluindo ou não armaduras de compressão. Dos resultados obtidos pôde verificar-se que a gama de valores de $\gamma_{sec,k}$ se encontrou balizada entre 1.15 e 1.50, limites coincidentes com os coeficientes de segurança parciais adoptados para o aço e para o betão. Este resultado, de alguma forma esperado, encontra nos seus extremos, roturas da secção respectivamente por ruína do aço e do betão, e correspondentes a valores mínimos e máximos das percentagens de armadura adoptadas.

De forma complementar ao trabalho realizado, Henriques efectuou ainda uma abordagem probabilística desta metodologia. Tendo em consideração as recomendações do EC2 (1994) relativas à utilização de valores médios das propriedades materiais, quando se adopte o recurso a análises não lineares, Henriques redefiniu o coeficiente de segurança estrutural γ_{sec} na forma:

$$\gamma_{sec} = \frac{R_m}{R_{P_f}} \quad (5.3)$$

Nesta expressão relaciona-se o valor médio da capacidade resistente da secção com o valor associado a uma probabilidade de ruína de 10^{-4} , sendo este último considerado pelo autor, com base nas propostas do CEB-FIP (1978), como um dos valores mais representativos de análises aos estados limites últimos de resistência.

Para a avaliação destes parâmetros, Henriques propôs-se definir as principais propriedades materiais relativas à capacidade resistente da secção como variáveis aleatórias independentes. Aplicando o Método de Monte Carlo a estas variáveis seleccionadas, tensão de rotura do aço e do betão e altura da secção, obteve uma amostra representativa do problema em estudo, à qual aplicou o algoritmo de análise não linear. O resultado deste processo, consistiu na determinação de um conjunto de valores de rotura da secção, cujo estudo estatístico da sua distribuição permitiu quantificar, a partir da aproximação de uma lei normal, os valores relativos a R_m e R_{P_f} e assim quantificar o respectivo coeficiente de segurança γ_{sec} .

Aplicando este procedimento, tal como na abordagem semi-probabilística, a um conjunto de exemplos caracterizados por diferentes percentagens de armadura, classes de betão e existência ou não de armadura de compressão, Henriques pode analisar a evolução do novo coeficiente de segurança γ_{sec} . Os resultados desta avaliação permitiram concluir que os valores limites de 1.15 e 1.50, encontrados na abordagem semi-probabilística se mantiveram, transparecendo como principal diferença, uma evolução menos suave deste coeficiente de segurança com o aumento da percentagem de armadura.

Com esta proposta, Henriques definiu uma estratégia de avaliação de segurança de secções sujeitas a flexão simples com base no recurso a algoritmos de análise não linear, que visava constituir um ponto de partida para o estudo de estruturas porticadas.

5.2.2 Método proposto por Vinagre (1997)

O estudo de avaliação dos efeitos de 2ª ordem em estruturas de betão armado apresentado por Vinagre (1997) foi efectuado a partir da concepção, produção e aplicação de um algoritmo de análise geométrica e materialmente não linear. A prossecução deste objectivo gerou, porém, a necessidade, já anteriormente identificada, da definição de um formato de segurança compatível com a utilização deste tipo de algoritmos. Na ausência de um formato sólido pré-estabelecido e dado o histórico de aplicação dos formatos de nível 1, que refere como bem adaptados ao dimensionamento de estruturas de betão armado, Vinagre adoptou uma filosofia deste tipo nas análises não lineares efectuadas, optando por afectar as relações constitutivas dos materiais, regentes do funcionamento das secções, por coeficientes parciais de segurança.

Para a aplicação desta filosofia de segurança foi necessário, em primeiro lugar, definir os parâmetros das leis constitutivas a afectar por coeficientes parciais de segurança. Analisados os diferentes parâmetros constituintes destas leis, os seus graus de incerteza e o seu tipo de influência na análise estrutural, Vinagre optou por seleccionar como parâmetros alvo a tensão característica de cedência do aço f_{syk} , a tensão característica de rotura à compressão do betão f_{ck} , o módulo de elasticidade do betão E_c e, ainda, a possibilidade de inclusão do efeito *tension stiffening* resultante da lei de comportamento do betão à tracção, caracterizada pela tensão característica do betão à tracção f_{ctk} .

Na procura da melhor solução para os valores dos coeficientes de segurança a aplicar a estas propriedades materiais, Vinagre definiu quatro modelos, constituídos por quatro conjuntos distintos de valores destes coeficientes parciais de segurança. A aplicação destes quatro modelos a um conjunto de estruturas simples, permitiu evidenciar as vantagens e desvantagens das diferentes hipóteses formuladas e discutir

qual a que melhor se adaptava a uma análise coerente de estruturas reticuladas de betão armado.

Uma característica particular dos modelos estabelecidos, prende-se com a possibilidade de adoptar diferentes coeficientes parciais de segurança para a mesma propriedade material, ao longo das diferentes secções das barras. Com esta possibilidade, o autor pretendeu distinguir as zonas consideradas como críticas, isto é, zonas mais prováveis de rotura, que no caso concreto de estruturas reticuladas se encontram na proximidade dos nós e nas zonas intermédias das vigas, das restantes zonas da estruturas, distinguindo assim os diferentes estados do seu material constituinte, consequência dos diferentes níveis de esforços a que se encontram submetidas.

No que diz respeito ao valor do coeficiente de segurança relativo à tensão do aço f_{syk} , foi adoptado em todos os modelos o valor γ_s igual a 1.15. Para valores do coeficiente parcial de segurança do betão γ_c , relativo às diferentes propriedades materiais seleccionadas, foram admitidas, nos diferentes modelos, as seguintes hipóteses apresentadas na Tabela 5.1:

	$\gamma_c (f_{ck})$	$\gamma_c (E_c)$	f_{ctk} (tension stiffening)
Modelo 1	1.50	1.50	$f_{ctk} = 0$ (não inclusão)
Modelo 2	1.50	1.20	f_{ctk} (inclusão)
Modelo 3	Zonas críticas		
	1.50	1.20	$f_{ctk} = 0$ (não inclusão)
	Restantes zonas		
	1.20	1.20	f_{ctk} (inclusão)
Modelo 4	Zonas críticas		
	1.50	1.20	f_{ctk} (inclusão)
	Restantes zonas		
	1.20	1.20	f_{ctk} (inclusão)

Tabela 5.1 - Coeficientes parciais de segurança γ_c

A análise comparativa dos resultados obtidos num conjunto de estruturas simples, através de processos incrementais das acções características de 0 até à ruína, com os

quatro modelos implementados, permitiu evidenciar o melhor comportamento do Modelo 3, quando comparado com os restantes. Entre outras vantagens, Vinagre refere que este modelo representa melhor o comportamento estrutural dos exemplos estudados, não sobreavaliando a sua deformação, consequência da adopção de um coeficiente de segurança de apenas 1.20 para o Módulo de Elasticidade do betão, e mantendo os níveis de segurança, uma vez que relativamente à tensão de rotura à compressão do betão é mantido o coeficiente de 1.50 nas zonas críticas das barras da estrutura. Como principal desvantagem deste modelo é apresentada a eventual dificuldade de identificação das secções a considerar como pertencentes às zonas críticas da estrutura, isto é, às zonas de rotura mais provável.

Com esta proposta Vinagre sugere uma via para a avaliação da segurança de estruturas de betão armado, efectuada a partir da análise do valor do parâmetro de carga obtido para cada estrutura, e a possibilidade de identificar a distribuição de esforços e deformações, em que se compatibiliza a possibilidade de utilização de um algoritmo não linear de análise estrutural, com a aplicação de um modelo de segurança de raiz semi-probabilística, ao estilo do preconizado na actual regulamentação de estruturas.

5.2.3 Método Proposto por Castro (1998)

Tendo em vista criar condições para a utilização de resultados provenientes de análises estruturais com recurso a algoritmos de análise não linear, Castro (1998) propõe um formato de segurança apoiado na filosofia regulamentar dos coeficientes parciais, mantendo a lógica de abordagem semi-probabilística de acções e materiais associada às habituais análises estruturais em regime linear.

A partir da filosofia de segurança proposta, a autora criou condições para o estabelecimento de um método coerente de dimensionamento de estruturas reticuladas de betão armado aos efeitos de 2ª ordem, área em que as metodologias regulamentares existentes se revelam muito pouco realistas e os resultados com elas obtidos, ainda que em muitos casos exageradamente seguros, não suscitam confiança.

5.2.3.1 Pressupostos de aplicação do algoritmo de análise não linear

O comportamento estrutural em regimes não lineares é significativamente influenciado pelas leis de comportamento material adoptadas no algoritmos de análise utilizado. Tendo presente esta constatação, Castro adoptou como parâmetros destas leis os valores característicos da capacidade resistentes do aço f_{syk} e do betão f_{ck} , considerados como os mais prudentes do ponto de vista da segurança e os mais próximos dos pressupostos da actual regulamentação. Ainda de acordo com a mesma regulamentação, foi limitada a tensão de rotura do betão ao valor resultante da aplicação de um coeficiente minorativo da mesma de 0.85, tendo em vista prevenir efeitos desfavoráveis resultantes do histórico de aplicação da carga sobre os elementos estruturais. Relativamente às propriedades mais influentes da deformação, Módulo de Elasticidade na origem E_c e resistência à tracção máxima do betão f_{ct} , foram adoptados os seus valores médios, também como recomendado pelos códigos mais recentes.

Outro dos aspectos relevantes da utilização de algoritmos de análise não linear resulta da necessidade das acções serem incluídas de forma incremental e iterativa e, conseqüentemente, de uma pré-definição da sua sequência de aplicação. Mantendo os pressupostos relativos às regras de combinação de acções para estados limites últimos, são quantificados os valores característicos das acções permanentes e da acção base da combinação em análise, e os valores de combinação das restantes acções, adoptando a seguinte sequência de aplicação:

- 1º - Aplicação das acções permanentes G_k .
- 2º - Aplicação do valor característico da acção base Q_k e dos valores de combinação de todas as restantes acções $\psi_0 Q_k$.
- 3º - Aplicação proporcional do conjunto da totalidade das acções aplicadas.

5.2.3.2 Formato de segurança. Factor de segurança global

O formato de segurança correntemente adoptado em análise lineares, assenta em coeficientes parciais de segurança γ_s para as acções e γ_m para os materiais. Este critério, não compatível com a utilização de algoritmos de análise não linear, é muitas vezes substituído pela adopção de um coeficiente global único γ , que envolva

simultaneamente os coeficientes de segurança parciais relativos a materiais e acções, podendo ser representado por:

$$\gamma = \gamma_s \gamma_m \quad (5.4)$$

O formato de segurança, subjacente à metodologia proposta por Castro, assenta numa filosofia de segurança deste tipo, propondo a quantificação de um coeficiente de segurança desta natureza, por recurso à aplicação de um algoritmo de análise não linear.

Para este efeito, considere-se uma estrutura previamente dimensionada pelos critérios regulamentares habituais, à qual se aplica o algoritmo de análise não linear de acordo com os pressupostos enunciados na secção 5.2.3.1. Admita-se, então, que após os 1º e 2º passos da sequência de aplicação de acções descrita se incrementam proporcionalmente o conjunto global das acções, relativas à combinação de acções em estudo, até à ruína da estrutura. No incremento de carga imediatamente anterior à sua ruína, os esforços instalados na estrutura resultam da aplicação de um valor da acção, amplificado de um determinado factor em relação ao valor de referência correspondente ao final do 2º passo, isto é, em relação aos valores característicos e de combinação das diferentes acções intervenientes. Tendo presente que a análise não linear é efectuada utilizando valores característicos das propriedades materiais, este factor de amplificação pode ser entendido como uma medida da distância da ruína da estrutura aos valores característicos das acções e resistências, ou seja, como um factor de segurança global da estrutura, γ .

5.2.3.3 Método de dimensionamento aos efeitos de 2ª ordem

Definida a estratégia para um processo de verificação de segurança, através da quantificação de um coeficiente de segurança global, e com base nos mesmos princípios, Castro propõe um método de dimensionamento de estruturas reticuladas por recurso a uma análise não linear, que faz parte do conjunto de métodos de dimensionamento aos efeitos de 2ª ordem, cuja qualidade se pretende discutir e avaliar no presente trabalho.

O método que se apresenta concilia os critérios associados à quantificação de um coeficiente de segurança global com os critérios de dimensionamento de secções de betão armado correntes. Considere-se um estrutura dimensionada de acordo com os critérios regulamentares habituais, isto é, a partir da quantificação de esforços de cálculo S_d obtidos em regime linear e utilizando valores de cálculo das resistências materiais R_d .

Na perspectiva da quantificação do coeficiente de segurança global da estrutura, proceda-se ao incremento das acções até à ruína nos pressupostos anteriormente apresentados. No incremento de carga imediatamente anterior à ruína da estrutura, entendida como o momento de formação de um mecanismo, local ou global, por esgotamento da capacidade resistente das secções, assiste-se a uma distribuição de esforços ao longo da estrutura que se podem designar como esforços de ruína S_R . Dividindo estes esforços pelo coeficiente de segurança global γ , e de acordo com a sua definição, obter-se-á uma distribuição de esforços que, pela sua natureza, se poderão designar como esforços característicos S_k . A multiplicação destes esforços pelo coeficiente de segurança das acções conduz, todavia, a valores de esforços de dimensionamento, diferentes dos determinados inicialmente através de uma análise elástica da estrutura, uma vez que a sua determinação envolveu uma análise em regime não linear. É por isso possível, e desejável, efectuar um redimensionamento da estrutura para os novos esforços de cálculo S_d , de acordo com os critérios regulamentares habituais. Uma vez alteradas as secções dos elementos estruturais, como consequência deste redimensionamento, o comportamento estrutural altera-se e poderá repetir-se o processo de avaliação do factor de segurança, que verá, naturalmente, o seu valor ampliado, dado o melhor ajuste da solução estrutural ao real funcionamento da estrutura. A sucessiva repetição deste processo, constituirá um processo iterativo de melhoramento da solução de dimensionamento estrutural, que poderá terminar quando já não se verificarem diferenças significativas nos valores encontrados para esforços de dimensionamento ou para os valores das áreas de armadura a adoptar.

Tendo em vista uma apresentação sistemática do método descrito, apresentam-se em seguida os principais passos para a sua aplicação.

- 1º Passo: Considerando uma dada estrutura dimensionada aos efeitos de 1ª ordem incremental, através da utilização do algoritmo não linear material e geométrico, a combinação de acções que serviu de base ao seu dimensionamento até à ruína. As características materiais adoptadas no modelo devem ser as correspondentes aos valores característicos dos materiais utilizados.
- 2º Passo: Avaliar o factor de segurança γ (relação entre a carga aplicada e os valores característicos da mesma) no incremento imediatamente anterior à ruína da estrutura. Para este incremento, analisar a distribuição de esforços correspondente e calcular uma distribuição proporcional dividindo-os pelo factor de segurança γ . Esta nova distribuição pode considerar-se uma distribuição de esforços característicos dada a definição de γ .
- 3º Passo: Multiplicar os esforços característicos obtidos pelo factor de majoração habitual de 1,5, tendo em vista obter uma distribuição de esforços de cálculo e redimensionar a estrutura.
- 4º Passo: Incrementar a combinação de acções base até à ruína.

Os passos 2, 3 e 4 deverão ser repetidos o número de vezes necessária até se obterem distribuições de esforços cujas diferenças, em iterações sucessivas, não exceda uma tolerância previamente estabelecida.

Na perspectiva de utilização deste método para o dimensionamento de pilares pertencentes a estruturas reticuladas de betão armado, deverá ser dada uma inclinação "parasita" à estrutura em estudo, simulando as imperfeições geométricas, tal como preconizado no MC90 (CEB, 1990).

Este método foi proposto por Castro (1998) com diversas variantes, envolvendo diferentes simplificações de abordagem, sendo que o método aqui apresentado constitui a metodologia de 1º nível, isto é, a metodologia base que serviu de referência às variantes propostas pela autora.

5.3 Métodos baseados em técnicas de simulação

A procura sistemática de metodologias de verificação de segurança de natureza probabilística, como veículo para uma mais coerente e realista abordagem do dimensionamento e verificação de segurança estrutural, tem sido desenvolvida recentemente a partir do recurso à aplicação de métodos de simulação, constituindo-se como uma área de investigação actual de grande importância. Um exemplo consistente deste tipo de abordagem é a a proposta de metodologia de avaliação de segurança apresentada por Henriques(1998), apoiada no método de simulação de Monte Carlo, da qual se apresentarão, em seguida, os aspectos essenciais.

5.3.1 Método proposto por Henriques (1998)

Com a sua proposta Henriques definiu uma metodologia de avaliação de segurança de estruturas de betão armado, recorrendo, no essencial, ao Método de Monte Carlo (MMC) e a um algoritmo de análise não linear. Esta metodologia, que envolve um processo de análise iterativo, é constituída por quatro fases principais que se descrevem nas subsecções seguintes.

5.3.1.1 Fase 1 - Simulação estocástica com base no MMC

Identificadas as variáveis aleatórias envolvidas num dado problema estrutural, relativas a propriedades materiais, propriedades geométricas e acções, e caracterizadas as suas funções de distribuição, a aplicação do MMC permite gerar um conjunto de amostras representativas de um dado problema em análise. A aplicação deste método de simulação, cujos princípios foram já apresentados em 3.8.1, resulta da geração "pseudo-aleatória" de valores no intervalo $]0,1[$, transformáveis em valores do conjunto de todas as variáveis envolvidas.

No contexto de estruturas de betão armado, estas variáveis caracterizam-se por assumirem uma variabilidade espacial, isto é, por não apresentarem valores constantes ao longo de toda a estrutura. Apesar das dificuldades inerentes à quantificação deste tipo de variabilidade, Henriques assumiu a sua integração no processo de análise e adoptou por isso um critério de geração de amostras com variabilidade espacial. Esta opção implica que as diferentes variáveis sejam determinadas, não para o conjunto da

estrutura, mas para cada elemento constituinte de uma prévia discretização da estrutura, de que resulta o desdobramento de cada uma das variáveis base num conjunto de variáveis igual ao número de elementos discretizados. Note-se, ainda, que a discretização associada à variabilidade espacial não terá necessariamente de ser igual a discretização da malha de elementos finitos, sendo mesmo que, por servirem objectivos e obedecerem a critérios distintos, deverão ser independentes.

A qualidade das amostras obtidas deverá ser alvo de avaliação, no intuito de garantir a inexistência de distorções ou falsas correlações entre as diferentes variáveis, na busca da melhor representação possível do problema real, recorrendo-se para tal à realização de testes estatísticos gráficos e numéricos, de que o *Teste de normalidade baseado nos coeficientes de assimetria e de achatamento* e o *Teste de Kolmogrov-Smirnov modificado - versão proposta por Lilliefors (1967)* são exemplos, adoptados por Henriques, são exemplos.

5.3.1.2 Fase 2 - Análise estrutural determinística

Definido o conjunto de amostras resultante da simulação estocástica anteriormente descrita, deverá em seguida proceder-se à análise estrutural de cada uma delas. Para tal, Henriques desenvolveu um algoritmo de análise não linear, com o qual pretendeu simular o comportamento das estruturas de betão armado estudadas, com o maior rigor possível. Todavia, este tipo de algoritmo requer um considerável tempo de cálculo, dada a necessidade de recurso a processos incrementais e iterativos de aplicação das acções. A necessidade de repetição das análises estruturais, em igual número ao das amostras geradas, constitui uma das maiores limitações deste método, uma vez que o excessivo tempo de cálculo necessário para realizar a totalidade das análises resulta, na generalidade dos casos, na impossibilidade da sua aplicação prática.

A organização dos resultados obtidos com o conjunto das amostras geradas, uma vez organizados tal como representado na Figura 5.1, permite identificar o objectivo central deste método, constituído pela identificação dos domínios de segurança e de ruína da estrutura, e permitindo uma posterior avaliação da margem de segurança estrutural.

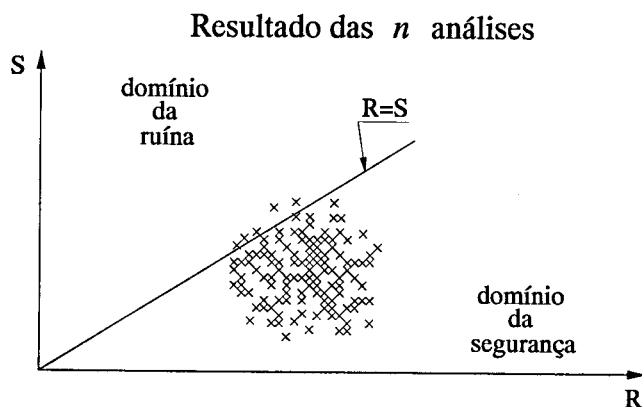


Figura 5.1 - Resultados das análises estruturais

5.3.1.3 Fase 3 - Regressão múltipla e análise de sensibilidade

Uma vez encontrado um conjunto de resultados das análises estruturais efectuadas, deverá ser efectuado o seu tratamento estatístico. Nesta fase do processo de análise deverá efectuar-se um estudo de dependência multilinear entre as variáveis envolvidas, que permitirá identificar as variáveis determinantes para a resposta estrutural, as correlações entre as diferentes variáveis, e a definição de um modelo de regressão multilinear em função das variáveis identificadas como mais influentes da resposta estrutural. Desta forma, será possível distinguir as causas mais prováveis de uma eventual ruína estrutural, ao mesmo tempo que se obtém um modelo matemático simples para a caracterização da resposta estrutural, permitindo uma fácil reavaliação dos parâmetros de ruína, resultantes da assunção de diferentes valores para as variáveis básicas do problema.

A definição deste modelo de regressão contempla, naturalmente, uma avaliação da sua precisão à custa da estimativa dos erros a ele associados. A dimensão destes erros permitirá decidir sobre a qualidade do modelo e sobre uma eventual necessidade de aumentar a dimensão da amostra analisada, tendo em vista aumentar a precisão dos resultados.

A constatação da necessidade de aumentar a dimensão da resposta estrutural implica a repetição das Fases 1, 2 e 3, no fim das quais nova avaliação da precisão do novo modelo de regressão encontrado deverá ser efectuada. Este processo poderá terminar quando a precisão atingida esteja dentro de valores admissíveis.

5.3.1.4 Fase 4 - Avaliação de segurança

Uma vez estabilizado o processo de definição da amostras e obtidos os resultados da resposta da estrutura que se pretende estudar, é agora possível proceder-se à avaliação de segurança estrutural.

Este problema, que consiste em identificar a probabilidade de um determinado estado limite ser ultrapassado, assume em geral duas formas cujo tratamento é idêntico mas que assentam em procuras distintas. Assim, pode procurar-se avaliar a probabilidade de ruína associada um determinado nível de solicitação da estrutura ou, de forma contrária, avaliar o máximo nível de solicitação compatível com uma probabilidade de ruína estrutural pré-definida.

Em qualquer dos casos, o processo passa pelo ajuste de um lei teórica aos resultados da resposta estrutural obtidos, a partir da qual será possível avaliar a probabilidade de um determinado limite ser ultrapassado.

Porém, a validade deste procedimento carece de um passo intermédio, que consiste na validação do ajuste da lei teórica escolhida aos resultados obtidos com a amostra resultante do processo de simulação, completando assim a sequência de passos necessários para a quantificação da segurança estrutural, esquematicamente representados na Figura 5.2.

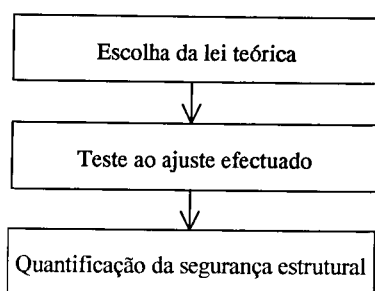


Figura 5.2 - Sequência de passos para a avaliação da segurança estrutural

5.4 Método proposto de avaliação de segurança

Com a proposta de método que agora se apresenta, pretendeu-se implementar uma metodologia de avaliação de segurança que, tendo na sua essência critérios de natureza probabilística, pudesse revestir-se de procedimentos simples e,

tendencialmente, não exageradamente exigentes em tempos de cálculo, por forma a poder constituir uma possibilidade de proposta de um primeiro passo na direcção da sistematização do processo de quantificação de segurança de estruturas reticuladas de betão armado. A prossecução deste conjunto de objectivos determinou que, a par da manutenção de um fio condutor coerente de análise de raiz probabilística, se adoptassem um conjunto de simplificações, com base no conhecimento adquirido e no comprovado bom desempenho dos critérios semi-probabilísticos, por forma a conferir eficiência à proposta implementada.

Propõe-se, assim, um método que permite a avaliação de segurança estrutural aos estados limites últimos, através da quantificação de uma probabilidade de ruína de uma dada estrutura em análise. Este resultado, apesar das simplificações envolvidas, constitui informação relevante sobre o nível de segurança das estruturas, e torna visíveis as margens de segurança implícitas ao critério de dimensionamento semi-probabilístico regulamentar, baseado em coeficientes de segurança parciais.

A qualidade dos modelos de análise estrutural para a quantificação de esforços de 1ª ordem e a vasta aplicação do modelo de segurança semi-probabilístico regulamentar permitem aceitar com confiança os níveis de segurança atingidos nas estruturas, dimensionadas para estes efeitos e com base neste critério. Porém, análises estruturais que visem incluir efeitos de 2ª ordem, de que o dimensionamento ao estado limite último de encurvadura de pilares de betão armado é exemplo, não estão hoje devidamente sistematizadas e enfermam sistematicamente da dificuldade de compatibilização entre a sofisticação dos modelos de análise implementados e o rigor de definição de critérios de segurança adequados à sua aplicação.

O grande avanço do conhecimento no domínio da modelação material e estrutural, a par do grande desenvolvimento dos meios de cálculo computacionais disponíveis, tem alicerçado uma grande evolução e proliferação de algoritmos de análise estrutural complexos, cuja aplicação na quantificação de efeitos de 2ª ordem tem permitido obter resultados de elevada qualidade, transformando-os, por isso, em instrumentos de grande utilidade e rigor no que diz respeito à possibilidade de simulação do comportamento real das estruturas. A sua aplicação prática para efeitos de dimensionamento estrutural tem-se confrontado, todavia, coma a sistemática

dificuldade de adopção de um modelo de segurança coerente e compatível com os pressupostos habitualmente subjacentes à natureza deste algoritmos. Na perspectiva de ultrapassar esta dificuldade, e ainda que envolvendo algumas simplificações, tentativas de diferentes natureza têm sido efectuadas por diversos autores, de que as efectuadas por Vinagre (1997) e Castro (1998), já apresentadas neste trabalho, são exemplos. No primeiro caso, Vinagre sugere que a determinação de esforços e a avaliação de segurança de estruturas de betão armado possa ser efectuada por recurso a um algoritmo de análise que quantifique os efeitos de 2ª ordem e aos critérios de segurança semi-proabilístico regulamentares, sugerindo, neste contexto, a adopção de valores para os coeficientes de segurança das propriedades materiais do betão, distintos dos regulamentares e não uniformes para toda a estrutura. Por seu lado, Castro aponta para a utilização de um algoritmo de análise não linear, em que mantendo a filosofia dos critérios de segurança regulamentares, incluindo os valores adoptados para os coeficientes de segurança parciais, o dimensionamento da estrutura seja efectuado de forma iterativa, actualizando, em cada iteração, os esforços ao longo da estrutura, como consequência do dimensionamento efectuado na iteração anterior. Por esta via, procura-se um caminho de convergência para uma solução final, que se ajuste bem ao comportamento real da estrutura, que inclui, naturalmente, os efeitos de 2ª ordem.

As propostas de método de dimensionamento agora referidas, caracterizam-se por utilizarem algoritmos de análise estrutural complexos que permitem avaliar os efeitos de 2ª ordem, aos quais se associaram derivações do formato de segurança regulamentar. Porém, dificuldades de aplicação prática deste tipo de algoritmos e dúvidas sobre os níveis de segurança atingidos com os formatos adaptados propostos, fazem com que para efeito de aplicação prática, e para os casos correntes, o projectista recorra a métodos de quantificação de efeitos de 2ª ordem simplificados e adopte os critérios de segurança regulamentares, na linha do preconizado na regulamentação actualmente em vigor para verificação ao estado limite último de encurvadura de estruturas reticuladas de betão armado.

Estes métodos regulamentares, por serem simplificados, ou mesmo, em alguns casos como o preconizado no REBAP, extremamente simplificados, conduzirão a soluções potencialmente conservativas, e por isso seguras, mas, na ausência de uma avaliação

efectiva dos níveis de segurança com estes atingidos, a confiança na sua utilização resulta muitas vezes abalada.

O método de avaliação de segurança proposto neste trabalho é um método de aplicação geral, que permite quantificar a probabilidade de ruína de estruturas reticuladas de betão armado e discutir, com base no valor dessa probabilidade, o nível de segurança estrutural previsível da estrutura. Apesar do seu carácter de aplicação geral, este método foi essencialmente utilizado para avaliar a probabilidade de ruína de estruturas reticuladas de betão armado dimensionadas aos efeitos de 2ª ordem, procedimento que foi efectuado e será apresentado nos capítulos seguintes para um conjunto de exemplos, para o caso das metodologias de dimensionamento apresentadas no REBAP, MC90 e ainda relativamente à proposta de Paula Castro (PC), (1998).

A formulação do método de avaliação de segurança proposto, mostrará que este envolve algumas simplificações, podendo por isso encarar-se os valores de probabilidade de ruína estrutural obtidos com a sua aplicação, como valores indicativos do nível geral de segurança da estrutura. Porém, dada a confiança depositada no formato de segurança regulamentar, para análises relativas a efeitos de 1ª ordem, através da utilização de algoritmos de análise elástica, e dimensionamento das secções envolvendo o comportamento não linear dos materiais, o valor da probabilidade de ruína obtido para uma estrutura dimensionada para estes efeitos, pode servir como valor de referência para a avaliação da qualidade dos métodos simplificados de dimensionamento aos efeitos de 2ª ordem referidos. Nestes pressupostos, será desejável que o dimensionamento envolvendo os efeitos de 2ª ordem mantenha a probabilidade de ruína associada ao dimensionamento em que estes efeitos não são considerados.

5.4.1.1 Formulação geral do método

Com o método proposto pretendeu-se definir um critério de avaliação de segurança de uma estrutura dimensionada com base no formato de segurança regulamentar, ou em derivações deste formato, materializado na possibilidade de quantificação da sua probabilidade de ruína.

A estratégia proposta para a quantificação da probabilidade de ruína teve origem na formulação do caso fundamental apresentado na secção 3.5. Desta forma, procurou-se reduzir o problema da avaliação da segurança à verificação da relação entre duas variáveis globais do problema, Resistência R e Solicitação S , adoptando como fronteira entre a segurança e a ruína da estrutura a condição;

$$R = S \quad (5.5)$$

e como formato geral da quantificação da probabilidade de ruína, a expressão:

$$p_f = P(R < S) \quad (5.6)$$

Os parâmetros que influenciam as variáveis globais R e S são também, por sua vez, variáveis de distintas naturezas (acções, propriedades materiais, características geométricas, etc...), cuja selecção, em função da importância relativa ao nível de influência sobre o resultado da probabilidade de ruína, é necessário efectuar. Seleccionadas as variáveis básicas do problema, a sua caracterização através da definição de leis de distribuição é essencial para a resolução do problema presente. Porém, ainda que ultrapassada a dificuldade de seleccionar e caracterizar as variáveis básicas, a resolução do problema da quantificação da probabilidade de ruína não seria exequível por via analítica directa, dada a impossibilidade de definir, no caso de interesse do presente trabalho em que se abordam análises não lineares, uma inequívoca função de estado limite que represente a fronteira entre ruína e segurança ($R=S$). Esta dificuldade resulta da interdependência entre as acções aplicadas constituintes da solicitação, a evolução dos efeitos resultantes da aplicação das acções, e a evolução do comportamento material que condicionará a capacidade resistente da estrutura.

Uma das vias mais utilizadas para obviar a dificuldades deste tipo é o recurso a métodos de simulação. No caso vertente em estudo, a aplicação de um método de simulação à mescla de variáveis básicas que influenciam a Solicitação e a Resistência resultaria na possibilidade de obter um conjunto de amostras destas variáveis e, para cada uma das amostras, na possibilidade de comparação entre a Solicitação e a Resistência. Nos pressupostos desta comparação deverá entender-se a Solicitação como o conjunto de acções obtidos na amostra, e como Resistência o máximo

carregamento, paramétrico da Solicitação, suportável pela estrutura, avaliado através da aplicação de um algoritmo de análise não linear, e admitindo uma constituição física e geométrica da estrutura resultante dos valores obtidos na amostra para as variáveis que a influenciam. A extensão desta análise ao conjunto de todas as amostras obtidas, bem como o tratamento estatístico dos resultados obtidos, proporcionaria a possibilidade de ajuste de uma lei de distribuição e, conseqüentemente, a possibilidade de estimar uma probabilidade de ruína.

O caminho agora enunciado constitui a via geral de aplicação de métodos de simulação em análises de fiabilidade. O seu carácter de aparente simplicidade de aplicação requer, por norma, um grande esforço e atenção relativamente ao processo de escolha e aplicação do método de simulação a utilizar, às variáveis básicas a seleccionar, à identificação de eventuais correlações entre as variáveis seleccionadas, ao número de amostras a estudar, etc..., tal como evidencia Henriques (Henriques, 1998). Como consequência destas dificuldades, surge a necessidade de um esforço de cálculo em meios e tempo, cuja dimensão compromete muitas vezes, pelo menos com os meios actualmente disponíveis, a sua aplicação prática.

O método proposto, que se pretendeu de simples aplicação, envolve na sua base o recurso a um método de simulação, de forma análoga ao caso geral apresentado, recorre aos princípios subjacentes ao formato de segurança regulamentar e, naturalmente, inclui um conjunto de hipóteses simplificadoras.

Tendo em consideração as dificuldades e pressupostos referidos, estabeleceu-se como ponto de partida a necessidade de definição de leis de distribuição para as variáveis globais do problema em estudo Resistência R e Solicitação S . Admitindo-se a possibilidade de ajuste de leis de distribuição Gausseanas a estas variáveis, tal como visto no capítulo 3, o processo de quantificação da probabilidade de ruína resulta simplificado, já que é agora possível definir a variável Z , margem de segurança, como resultado da diferença entre R e S , que se caracteriza igualmente por assumir uma distribuição Gausseana.

Assim, a probabilidade de ruína procurada poderá muito simplesmente ser avaliada através da quantificação da área da função de distribuição de Z correspondente à zona

em que esta assume valores negativos, tal como representado na Figura 5.3, e a que corresponde a condição expressa por:

$$p_f = P[(R - S) < 0] = P(Z < 0) \quad (5.7)$$

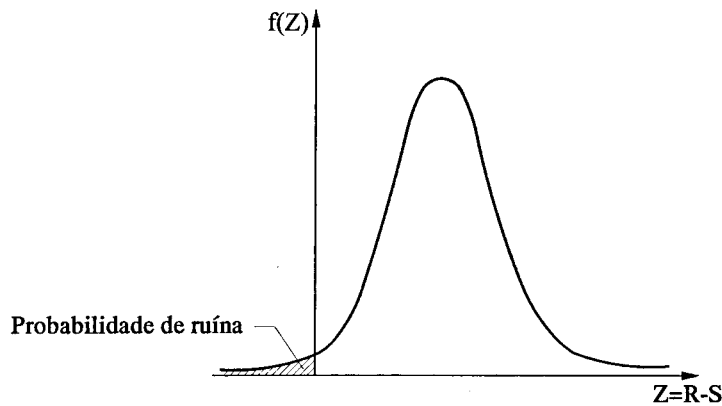


Figura 5.3 - Representação esquemática da probabilidade de ruína

Dadas as características da variável Z , e tal como visto na subsecção 3.6, é possível relacionar a probabilidade de ruína p_f com o índice de fiabilidade β , através da relação:

$$p_f = \Phi(-\beta) \quad (5.8)$$

Sendo Φ a função de distribuição da lei normal reduzida, e β definido à custa do valor médio de Z (μ_Z) e do respectivo desvio padrão (σ_Z), através de:

$$\beta = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} \quad (5.9)$$

Assim sendo, é possível utilizar, indiferenciadamente, como medida da segurança estrutural a probabilidade de ruína p_f ou o índice de fiabilidade β , cujos valores se relacionam de acordo com o apresentado na Tabela 3.1 e na Figura 3.4.

Esta formulação implica, como referido, a adopção de funções de distribuição Gausseanas para R e S , opção controversa mas cuja discussão será efectuada em conjunto com a definição das estratégias para a sua definição.

Finalmente, e em antecipação às estratégias de definição das leis de distribuição que se apresentarão em seguida, note-se que a definição de uma Solicitação S , no processo de análise de uma estrutura, tem como pontos de partida exclusivos a forma, localização e função orgânica a que esta se destina. Por seu lado, o conceito de Resistência não é dissociável da causa que o mobiliza, isto é, da Solicitação considerada, pelo que a definição de uma lei de distribuição de R deverá ter necessariamente em consideração este pressuposto.

5.4.1.2 Solicitação S - Lei de distribuição

A Solicitação aplicada a uma dada estrutura é o resultado da actuação de um conjunto de acções de distintas origens, que constituem as suas variáveis básicas. No caso de estruturas de edifícios correntes, as acções regulamentares principais, já descritas no capítulo 4, são as Acções Permanentes - G , a Sobrecarga - Q , a acção do Vento - W e a acção Sísmica - E , cujas distintas naturezas permitem encaixar e agrupar em diferentes tipos de classificação, e cuja forma de actuação permite, entre outras distinções, designar por acções verticais e horizontais.

O esforço de caracterização dos diferentes tipos de acções, materializado em estudos efectuados por diversos autores, fez com que seja hoje possível encontrar propostas realistas de ajuste de leis teóricas de distribuição às diferentes acções. Enunciados no capítulo 4, os tipos de leis e respectivos parâmetros associados a cada uma das acções permitem a explicitação dos princípios subjacentes ao modelo de segurança regulamentar, materializada na interpretação dos coeficientes parciais de segurança e na definição dos valores característicos e de combinação a adoptar para as diferentes acções.

Ainda no âmbito do formato de verificação de segurança semi-probabilístico, a definição de Solicitação surge como resultado da definição de critérios de combinações das diferentes acções, dependentes do estado limite a verificar. No caso particular das verificações aos estados limites últimos, as combinações de acções que caracterizam a Solicitação podem ser definidas, de forma simplificada, por:

$$S_d = \gamma_s \left(G_k + Q_{k_1} + \sum_{j>1} \psi_{0j} Q_{k_j} \right) \quad (5.10)$$

Nesta definição de Solicitação é possível identificar uma abordagem probabilística das acções, resultante da inclusão dos seus valores característicos. Porém, a incapacidade de inclusão de informação sobre a sua variabilidade e simultaneidade de actuação, é contornada pela introdução, respectivamente, de factores parciais de segurança e de factores de combinação.

Admita-se agora, de forma simplificada, a hipótese de todas as leis de distribuição ajustadas às acções presentes, serem leis de distribuição Gausseanas e que a simultaneidade de actuação das diferentes acções é bem representada pela adopção dos coeficientes de combinação Ψ_{0j} .

Nestes pressupostos, uma vez que uma variável normal transformada pela multiplicação de uma constante é ainda uma variável normal e que o valor característico da variável transformada é o valor característico da variável original multiplicado pela mesma constante, a expressão (5.10) corresponde ao produto do factor de segurança γ_S pelo somatório de um conjunto de valores característicos de variáveis normais, representativos, neste caso, das acções ou das acções transformadas pela afectação de um coeficiente de combinação Ψ_{0j} .

Não tendo o resultado do somatório de um conjunto de valores característicos de variáveis normais X_i independentes, um significado evidente, verifica-se porém, que o resultado deste somatório conduz sempre a um valor superior ou igual ao do valor característico da variável normal soma Y , como em seguida se demonstra.

O somatório de um conjunto de variáveis normais e independentes X_1, X_2, \dots, X_n , de valores médios $\mu_{X_1}, \mu_{X_2}, \dots, \mu_{X_n}$, e desvios padrão $\sigma_{X_1}, \sigma_{X_2}, \dots, \sigma_{X_n}$, resulta, como é sabido, numa variável normal Y cuja lei de distribuição pode ser caracterizada por:

$$\text{Média: } \mu_Y = \sum_{i=1,n} \mu_{X_i} \quad (5.11)$$

$$\text{Desvio padrão: } \sigma_Y = \left(\sum_{i=1,n} \sigma_{X_i}^2 \right)^{1/2} \quad (5.12)$$

Definidos estes parâmetros, o valor característico da variável Y associado ao quantil 0.95, pode ser obtido através de:

$$Y_k = \mu_Y + 1.645\sigma_Y \quad (5.13)$$

expressão que, substituindo a média e desvio padrão de Y pela expressões (5.11) e (5.12), respectivamente, se transformará em:

$$Y_k = \sum_{i=1,n} \mu_{X_i} + 1.645 \left(\sum_{i=1,n} \sigma_{X_i}^2 \right)^{1/2} \quad (5.14)$$

Os valores característicos das variáveis X_i podem ser também determinados à custa dos seus valores médios e desvios padrão, através de:

$$X_{i_k} = \mu_{X_i} + 1.645\sigma_{X_i} \quad (5.15)$$

desta forma, o somatório dos valores característicos das variáveis X_i pode facilmente relacionar-se com o valor característico da variável soma Y , pela inequação :

$$\begin{aligned} \sum_{i=1,n} X_{i_k} &\geq Y_k; \\ \sum_{i=1,n} (\mu_{X_i} + 1.645\sigma_{X_i}) &\geq \sum_{i=1,n} \mu_{X_i} + 1.645 \left(\sum_{i=1,n} \sigma_{X_i}^2 \right)^{1/2}; \\ \sum_{i=1,n} \sigma_{X_i} &\geq \left(\sum_{i=1,n} \sigma_{X_i}^2 \right)^{1/2} \end{aligned} \quad (5.16)$$

Esta inequação é sempre verdadeira, uma vez que por definição o desvio padrão é sempre positivo, e confirma o resultado enunciado de o valor do somatório dos valores característicos das variáveis normais X_i ser sempre superior ou igual ao valor característico da variável soma Y_i .

Tendo em consideração a relação demonstrada seria possível, para uma dada combinação de acções, admitir como valor característico de uma lei de distribuição normal da Solicitação, o somatório dos valores característicos e de combinação das diferentes acções intervenientes. Esta hipótese simplificadora reveste-se de um carácter conservativo, uma vez que implica a adopção de uma valor característico da Solicitação S_k' , superior ao realmente obtido através da soma das leis normais ajustadas às acções:

$$S'_k = \left(G_k + Q_{k_1} + \sum_{j>1} \psi_{0_j} Q_{k_j} \right) \quad (5.17)$$

Neste pressuposto a Solicitação de cálculo S_d , associada ao formato de segurança semi-probabilístico, poderia interpretar-se como o valor característico de uma lei de distribuição normal ajustada à Solicitação, amplificada de um factor de segurança:

$$S_d = \gamma_S S'_k = \gamma_S \left(G_k + Q_{k_1} + \sum_{j>1} \psi_{0_j} Q_{k_j} \right) \quad (5.18)$$

Encontrada uma primeira aproximação ao valor característico da Solicitação, a sua utilização na definição de uma possível distribuição normal que a caracterize, requer a garantia de se encontrar um segundo parâmetro que traduza de forma realista a sua variabilidade. Para este efeito, a interpretação dos factores de segurança parciais, apresentada no capítulo 4, constituiu informação determinante.

No contexto dos estados limites últimos de resistência, o factor parcial de segurança das acções γ_S , é na generalidade igual a 1,50. A interpretação dos coeficientes de segurança parciais das acções (Calgaro, 1996) apresentada, sugere a possibilidade de se proceder à sua divisão nas duas partes seguintes:

$$\gamma_S = \gamma_{Sd} \times \gamma_s \quad (5.19)$$

- γ_s - incertezas associadas à variabilidade da acção, cujo valor é função do tipo de acção;
- γ_{Sd} - incertezas do modelo, sugerido com idêntico valor para a generalidade das acções e aproximadamente igual a 1,125.

No que diz respeito às incertezas resultantes da variabilidade da acção, foram já apresentadas leis de distribuição típicas de cada tipo de acção e coeficientes de variação a elas associadas. Assim sendo, é possível aspirar ao seu tratamento por via probabilística, contribuindo para a definição de uma lei de distribuição da variável global S . Relativamente às incertezas dos modelos não são identificadas as causas da variabilidade a estes associadas e, por conseguinte, não são apresentadas propostas de parâmetros estatísticos que as caracterizem.

Identificada a possibilidade de tratamento probabilístico da Solicitação, à custa do conhecimento da variabilidade das diferentes acções, abandona-se o conceito de Solicitação de cálculo S_d , sendo todavia necessário manter a filosofia semi-probabilística para a inclusão das incertezas do modelo, dada a ausência de informação sobre a sua variabilidade. Desta forma, apenas será necessário manter o coeficiente de segurança γ_{sd} , como factor amplificador do valor característico da Solicitação inicialmente definido S_k' , o que, dada a hipótese de se associar à Solicitação uma lei de distribuição normal, resulta na obtenção de uma nova definição do valor característico da Solicitação S_k da sua nova lei normal de distribuição:

$$S_k = \gamma_{sd} S_k' = \gamma_{sd} \left(G_k + Q_{k_1} + \sum_{j>1} \psi_{0_j} Q_{k_j} \right) \quad (5.20)$$

Assim, torna-se possível definir um primeiro parâmetro estatístico da distribuição normal da variável Solicitação S , o seu valor característico S_k , obtido a partir de cada combinação de acções resultante do conceito de estado limite último, apenas multiplicada pelo factor de segurança parcial relativo às incertezas do modelo γ_{sd} .

A completa caracterização de uma lei de distribuição normal de S , requer a definição de um segundo parâmetro estatístico: o seu valor médio, desvio padrão, ou coeficiente de variação. A definição do valor característico da Solicitação foi sendo construída à custa da transformação de algumas das suas variáveis básicas, as acções, resultante da multiplicação dos seus valores característicos por coeficientes de combinação e, na fase final, à custa da aplicação do factor de segurança do modelo γ_{sd} . Transformações de variáveis normais resultantes da multiplicação de factores constantes implicam transformações no seu valor médio, desvio padrão e valor característico, porém, não alteram o seu coeficiente de variação.

De facto se admitirmos uma variável normal A caracterizada por :

- μ_A : valor médio;
- σ_A : desvio padrão;
- $A_k = \mu_A + 1.645 \sigma_A$: valor característico;
- $CV_A = \frac{\sigma_A}{\mu_A}$: coeficiente de variação;

e admitindo uma transformação da variável A na variável na variável $B=cA$, em que c é uma constante, os parâmetros estatísticos da nova variável B serão:

- média de B : $\mu_B = c\mu_A$
- desvio padrão de B : $\sigma_B = c\sigma_A$
- valor característico de B : $B_k = \mu_B + 1.645\sigma_B = c\mu_A + 1.645c\sigma_A = cA_k$
- coeficiente de variação de B : $CV_B = \frac{\sigma_B}{\mu_B} = \frac{c\sigma_A}{c\mu_A} = CV_A$

o que confirma a invariabilidade do coeficiente de variação da variável normal transformada. A estabilidade e adimensionalidade deste parâmetro estatístico motivou a sua escolha para segundo parâmetro da lei de distribuição da Solicitação procurada. Tratando-se a variável Solicitação S de uma variável normal, resultante, nas hipóteses admitidas, da adição de um conjunto de leis normais das acções, a quantificação do coeficiente de variação da Solicitação CV_S pode ser efectuada a partir da determinação do valor médio e desvio padrão de S que, por sua vez, poderiam ser determinados à custa dos valor médios e desvios padrão do conjunto das acções individuais. Todavia, dadas as simplificações adoptadas ao longo do processo de definição da lei de distribuição de S , optou-se por prescindir da quantificação de um único valor para o coeficiente de variação pela via indicada, alargando-se o cumprimento do objectivo final de avaliação da probabilidade de ruína a um conjunto de hipóteses do valor do coeficiente de distribuição da Solicitação. Resultando S da combinação de um conjunto de acções, cujos coeficientes de variação assumem valores que, de uma forma geral, variam entre 0,10 (acções permanentes) a 0,40 (sobrecargas), será expectável que o coeficiente de variação da Solicitação oscile entre esta gama de valores. Porém, no presente estudo, tendo em vista obter um mais vasto campo de informação sobre as margens de segurança do dimensionamento estrutural, optou-se por avaliar a probabilidade de ruína para uma maior gama de valores do coeficiente de variação da Solicitação pertencentes ao intervalo compreendido entre 0,10 e 0,70.

O caminho percorrido permitiu encontrar uma possibilidade de ajustê de uma lei de distribuição normal à variável global Solicitação S , à custa da quantificação do seu

valor característico S_k , definido em (5.20), e admitindo uma gama de valores para o seu coeficiente de variação CV_S , que de forma sintética se poderá representar por:

$$L_S^N(S_k; CV_S(0,10 \leftrightarrow 0,70)) \quad (5.21)$$

Os critérios de definição de uma lei de distribuição da Solicitação S , agora apresentados, assentam no princípio da criteriosa adição de acções, resultante de uma dada combinação de acções associada à verificação de estados limites últimos. Note-se porém que na realidade, e mesmo no contexto do formato semi-probabilístico de segurança, a única adição sistemática possível é a adição dos efeitos provocados na estrutura pela aplicação das distintas acções e não das acções propriamente ditas. Esta limitação resulta da impossibilidade de adicionar acções cujas configurações de aplicação (posição, direcção) e formas de actuação (pontual, distribuída) sejam distintas.

Esta dificuldade não invalida o conjunto de hipóteses até aqui apresentadas, relativas às acções individuais e à manutenção da definição da Solicitação S como variável soma dessas mesma acções. Assim sendo, foi possível procurar uma medida alternativa da Solicitação que, mantendo todos os pressupostos até aqui apresentados, evitasse a realização efectiva da soma das acções individuais. Esta procura resultou na definição um nova variável, o factor de carga da Solicitação λS , definido pela divisão de S pela combinação de acções em estudo não multiplicada pelos coeficientes de segurança parciais S_k' :

$$\lambda S = \frac{S}{S_k'} = \frac{S}{G_k + Q_{k_1} + \sum_{j>1} \psi_{0_j} Q_{k_j}} \quad (5.22)$$

Tratando-se de uma transformação resultante da divisão de uma variável normal por um valor constante, a lei de distribuição da nova variável, factor de carga da Solicitação λS , permanece como uma lei de distribuição normal. O valor característico desta nova distribuição pode ser determinado, como foi já demonstrado, a partir de:

$$\lambda S_K = \frac{S_k}{G_k + Q_{k_1} + \sum_{j>1} \psi_{0_j} Q_{k_j}} = \frac{\gamma_{Sd} \left(G_k + Q_{k_1} + \sum_{j>1} \psi_{0_j} Q_{k_j} \right)}{G_k + Q_{k_1} + \sum_{j>1} \psi_{0_j} Q_{k_j}} = \gamma_{Sd} = 1.125 \quad (5.23)$$

Uma transformação deste tipo mantém, como foi já evidenciado, inalterado o valor do coeficiente de variação, podendo por isso prolongar-se a estratégia adoptada de considerar uma gama de valores de $CV_{\lambda S}$, para a distribuição de λS , variáveis entre 0,10 e 0,70.

Uma vez estabelecidos os critérios de determinação do valor característico e do coeficiente de variação da nova variável normal, a lei de distribuição de λS pode ser definida por estes parâmetros e representada de forma sintética por:

$$L_{\lambda S}^N(1.125; CV_{\lambda S}(0,10 \leftrightarrow 0,70)) \quad (5.24)$$

Para além de permitir ultrapassar a dificuldade de adição efectiva das acções, esta transformação da variável S na variável λS permite sistematizar a aplicação da metodologia de avaliação da probabilidade de ruína apresentada neste trabalho, conferindo-lhe uma estrutura mais homogénea e conduzindo a um tratamento de dados e resultados independente da estrutura e da combinação de acções em estudo. Esta transformação teve naturalmente de ser aplicada à outra variável global Resistência R , como se exporá na subsecção seguinte, tendo em vista a manutenção da possibilidade de comparação entre ambas as variáveis.

5.4.1.3 Resistência R - Lei de distribuição

A definição de Resistência requer, naturalmente, uma referência à causa que a mobiliza. A Resistência de uma estrutura é, na sua forma mais simples, a medida da capacidade das secções dos elementos que a constituem suportarem no seu conjunto os esforços resultantes de uma Solicitação pré-estabelecida. Assim, a Resistência de uma dada estrutura, ou seja a avaliação dos esforços resistentes das suas secções, depende, na sua substância, do prévio conhecimento da natureza dos esforços actuantes, sendo por isso, em cada avaliação, indissociável do conhecimento da Solicitação que os gera.

Ao longo do processo de apresentação do método de avaliação de segurança proposto neste trabalho, foram já expostos os critérios subjacentes à definição da variável global Solicitação S e da sua respectiva lei de distribuição, definida à custa da quantificação das distintas acções que a constituem e fundamentada no conhecimento

adquirido com o formato semi-probabilístico de segurança. Por esta via, encontra-se uma tipificação da Solicitação, que permite resolver o problema já evidenciado da indissociabilidade entre Resistência R e Solicitação S , e encontrando-se assim um ponto de partida para a definição de uma lei de distribuição de R .

Admitiu-se, então, que a avaliação da Resistência R de uma dada estrutura poderia ser efectuada à custa da quantificação do máximo carregamento aplicável, paramétrico da combinação base de acções que serviu de ponto de partida para a definição de S , sem que a ruína da mesma seja atingida. A determinação objectiva de uma medida deste tipo poderá ser conseguida por recurso a um algoritmo de análise não linear, incrementando de 0 até à ruína da estrutura a combinação de acções referida como valor característico S_k' (5.17) da Solicitação e identificando o designado factor de carga da Resistência λ_R que corresponda ao factor multiplicativo de S_k' obtido imediatamente antes da ruína da estrutura:

$$R = \lambda_R S_k' = \lambda_R \left(G_k + Q_{k_1} + \sum_{j>1} \psi_{0_j} Q_{k_j} \right) \quad (5.25)$$

Este processo incremental de aplicação da Solicitação consiste, na prática, num processo incremental de um conjunto de distintas acções. Tornou-se por isso necessário, definir uma sequência de aplicações dessas acções que, para as aplicações apresentadas neste trabalho, se estipulou ser o seguinte:

1º- Incrementar as acções do tipo Permanente G de 0 até ao seu valor característico G_k ;

2º- Incrementar, simultaneamente, o conjunto das acções do tipo Variável de 0 até ao valor de combinação $Q_{k_1} + \sum_{j>1} \psi_{0_j} Q_{k_j}$, mantendo ao longo do processo incremental uma proporção constante entre elas;

3º - Incrementar simultaneamente a totalidade das acções de forma proporcional à sua combinação: $\left(G_k + Q_{k_1} + \sum_{j>1} \psi_{0_j} Q_{k_j} \right)$.

A determinação de R pela via indicada requer, todavia, a definição de um conjunto de parâmetros que caracterizem a constituição física da estrutura, dados necessários para

a aplicação do algoritmo de análise não linear. Deste conjunto de parâmetros fazem parte as propriedades mecânicas dos seus materiais constituintes (resistência à compressão e módulo de elasticidade do betão, tensão de cedência e módulo de elasticidade do aço, etc.) e as propriedades geométricas da estrutura e dos elementos que a constituem (geometria global da estrutura, dimensões das secções, quantidades de armadura, etc.). Influenciando de forma directa e explícita a quantificação da Resistência R , estes parâmetros representam as suas variáveis básicas e fazem com que a quantificação da Resistência assuma um conjunto de possibilidades de valores, em vez de um valor determinístico, cuja distribuição se pretende encontrar.

Tendo em vista definir a distribuição de R , adoptou-se o recurso a um método de simulação, o Método do Hipercubo Latino (MHL) já apresentado na subsecção §3.8.2, utilizado para a determinação de um conjunto de amostras das diferentes variáveis básicas, a partir das quais fosse possível calcular igual número de valores da Resistência da estrutura. Atingido este objectivo, será então possível, através de um tratamento estatístico do conjunto de valores encontrados, ajustar uma lei de distribuição à variável global Resistência R .

Dadas as características do MHL, a sua aplicação requer uma prévia decisão sobre o número de amostras (simulações) que se pretendem analisar. Pelas razões apresentadas durante a exposição do MHL, este método caracteriza-se por promover um processo de amostragem estratificada, permitindo por isso a adopção de um reduzido número de amostras, em particular quando comparado com métodos de simulação de cariz generalista como o Método de Monte Carlo. Assim sendo, adoptaram-se para os exemplos estudados no presente trabalho conjuntos de 30 amostras, número de amostras mínimo para a aplicação de algumas técnicas e hipóteses estatísticas, fixando-se assim o número de análises estruturais a realizar e a consequente obtenção de 30 valores da Resistência, cujo tratamento estatístico permitirá a definição de um lei de distribuição de R .

Uma vez que as análises estruturais para determinação dos diferentes valores de R deverão ser efectuadas através de um algoritmo de análise não linear e que a sua aplicação requer um processo incremental e iterativo de aplicação das acções com o inevitável elevado consumo de tempo de cálculo, o reduzido número de amostras a

analisar constitui, claramente, uma das maiores vantagens da utilização do MHL e permite a manutenção da aspiração a propor um método de avaliação de segurança, onde umas das maiores virtualidades seja a sua potencial aplicação prática.

Definido o número de amostras a gerar, importa agora identificar quais as variáveis básicas a incluir no processo de simulação. Do vasto conjunto de variáveis possíveis, já identificadas de forma genérica e com diferentes graus de influência sobre o resultado final, optou-se por seleccionar exclusivamente como variáveis básicas da variável global R a tensão de rotura do betão à compressão f_c e a tensão de cedência das armaduras f_{sy} . Estas variáveis constituem as variáveis mais importantes na avaliação da capacidade resistente de secções de betão armado e são as únicas variáveis presentes no formato semi-probabilístico de segurança. Por esta razão, e à custa da interpretação dos coeficientes parciais de segurança a elas associados, a informação sobre as causas e parâmetros aferidores das suas variabilidades surge mais clarificada, facilitando o ajuste de leis distribuição que em seguida se apresentarão.

A variável Resistência, tal como apresentada até aqui, apresenta uma dificuldade de tratamento idêntica à referenciada na definição da Solicitação S . Na sequência da solução encontrada para a variável Solicitação, tendo em vista tornar coerente a comparação entre as duas variáveis globais, adoptou-se uma transformação da variável R resultante da sua divisão pela combinação de acções em estudo não multiplicada pelos coeficientes de segurança parciais S_k' , o que corresponde a assumir como nova variável representativa da Resistência R o seu factor de carga λR .

$$\lambda R = \frac{R}{S_k'} = \frac{R}{G_k + Q_{k_1} + \sum_{j>1} \psi_{0_j} Q_{k_j}} \quad (5.26)$$

Uma vez definido o factor de carga da Resistência λR , o tratamento estatístico dos resultados obtidos para esta variável, a partir do conjunto de amostras analisados, permitirá o ajuste de uma lei de distribuição que a represente. Para tal adoptou-se como regra geral o ajuste de uma lei de distribuição normal a λR , obtida a partir da estimação do valor médio e desvio padrão da distribuição de resultados obtidos:

$$\text{Média: } \overline{\lambda R} = \sum_{i=1,n} \frac{\lambda R_i}{n} \quad (5.27)$$

$$\text{Desvio padrão: } s_{\lambda R} = \sqrt{\sum_{i=1,n} \frac{(\lambda R - \lambda R_i)^2}{n-1}} \quad (5.28)$$

A verificação da validade do ajuste das leis normais definidas nos diferentes exemplos apresentados neste trabalho, foi efectuada a partir da aplicação de dois testes estatísticos, o *Teste de normalidade baseado nos coeficientes de assimetria e de achatamento* e o *Teste de Kolmogorov-Smirnov modificado - versão proposta por Liliefors (1967)*, oportunamente apresentados neste capítulo, que sistematicamente apresentaram resultados positivos.

Tendo em vista representar a lei de distribuição do factor de carga da Resistência λR , de forma idêntica à apresentada para o factor de carga da Solicitação λS , optou-se por seleccionar para sua representação os parâmetros estatísticos seguintes: valor característico para o quantil 0.05 λR_k , e coeficiente de variação $CV_{\lambda R}$:

$$L_{\lambda R}^N(\lambda R_k; CV_{\lambda R}) \quad (5.29)$$

cuja determinação se obtém de forma directa a partir do seu valor médio e desvio padrão:

$$\lambda R_k = \overline{\lambda R} - 1.645s_{\lambda R} \quad (5.30)$$

$$CV_{\lambda R} = \frac{s_{\lambda R}}{\overline{\lambda R}} \quad (5.31)$$

5.4.1.3.1 Tensão de rotura do betão à compressão f_c - Lei de distribuição

A lei de distribuição da resistência à compressão do betão é habitualmente apresentada como uma lei de distribuição normal, opção que será também adoptada no âmbito do presente trabalho. O consenso sobre a escolha desta hipótese de lei de distribuição, para caracterizar a distribuição da resistência à compressão do betão, é praticamente unânime, com excepção dos casos em que o controle de qualidade do

betão a caracterizar se revele de baixo nível, situação em que alguns autores sugerem o recurso a uma lei de distribuição log-normal.

Tendo em vista quantificar os parâmetros que permitam definir uma lei de distribuição normal para a resistência do betão à compressão, foram tidas em consideração as propostas apresentadas por Calgaro (1996), que serviram de suporte à interpretação dos coeficientes parciais de segurança efectuada neste trabalho. Nesse contexto, e de acordo com o exposto na subsecção §4.5.2.1, é sugerida uma interpretação do coeficiente parcial de segurança da resistência à compressão γ_c , que consiste na sua divisão em duas parcelas distintas:

$$\gamma_c = \eta \frac{f_{ck}}{f_{c0.005}} \quad (5.32)$$

Estas duas parcelas, como foi já referido, visam:

- η : cobrir as incertezas associadas às diferenças sistematicamente verificadas entre o valor da resistência convencional do betão medida em laboratório, em que se baseia a definição do seu valor característico e a resistência efectiva do betão medida em obra.
- $\frac{f_{ck}}{f_{c0.005}}$: cobrir as incertezas resultantes do modelo, as incertezas geométricas e as incertezas associadas especificamente à variabilidade da capacidade resistente à compressão.

Relativamente à primeira parcela η , não é sugerida uma interpretação que permitisse uma avaliação probabilística da variabilidade a esta associada, através da quantificação de um coeficiente de variação, permanecendo por isso a necessidade da manutenção do seu tratamento determinístico. No que diz respeito à parcela $\frac{f_{ck}}{f_{c0.005}}$, a informação disponível é distinta, sendo sugeridos coeficientes de variação CV_{fc} para a variabilidade das incertezas que esta parcela visa cobrir (cf. §4.5.2.1.1). Por último, refira-se ainda a existência um factor de minoração da resistência à compressão do

betão λ_c , e cuja aplicação se justifica na necessidade de prevenir uma eventual diminuição da tensão de rotura do betão diferida no tempo.

É através da aplicação destas três componentes de redução do valor característico da resistência à compressão do betão que se define o seu valor de cálculo f_{cd} , utilizado para o dimensionamento das secções de betão de armado:

$$f_{cd} = \lambda_c \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \lambda_c \frac{f_{ck}}{\eta \frac{f_{ck}}{f_{c0.005}}} \quad (5.33)$$

Uma lei de distribuição que caracterize a resistência à compressão do betão deverá incluir a informação sobre as distintas incertezas enunciadas. A informação disponível permite aspirar ao tratamento probabilístico das incertezas que o coeficiente de minoração da resistência $\frac{f_{ck}}{f_{c0.005}}$ visa cobrir, o que, na hipótese de serem estas as únicas incertezas existentes, conduziria à definição directa de uma lei de distribuição normal de f_c , obtida à custa do coeficiente de variação CV_{f_c} e do valor característico da resistência à compressão do betão f_{ck} .

$$L_{f_c}^N(f_{ck}; CV_{f_c}) \quad (5.34)$$

Não sendo porém esta hipótese realista, e não tendo sido apresentada uma interpretação probabilística dos restantes coeficientes de minoração, a manutenção da sua inclusão por via determinística resulta incontornável. Assim, começou-se por admitir uma transformação da variável f_c resultante da aplicação destes coeficientes de minoração, na forma:

$$f'_c = \lambda_c \frac{f_c}{\eta} \quad (5.35)$$

Sendo a nova variável o resultado da multiplicação de um valor constante por uma variável normal, a sua distribuição permanece representável por uma lei normal, cujos parâmetros estatísticos serão:

$$\text{Valor característico: } f'_{ck} = \lambda_c \frac{f_{ck}}{\eta} \quad (5.36)$$

$$\text{Coeficiente de variação } CV_{f'_c} = CV_{f_c} \quad (5.37)$$

$$L^N_{f'_c}(f'_{ck}; CV_{f'_c}) \quad (5.38)$$

A necessidade de proceder à transformação de variável apresentada faz com que as referências à resistência à compressão do betão, e à sua respectiva lei de distribuição, que a partir de agora venham a ser efectuadas, digam respeito à nova variável transformada f'_c , e não à variável f_c , apenas representativa dos resultados observados em ensaios laboratoriais de provetes de betão.

5.4.1.3.1.1 Lei de distribuição de f'_c para as diferentes classes de betão

Uma vez exposta a estratégia de definição de uma lei de distribuição da resistência à compressão do betão, irão agora ser apresentados os parâmetros estatísticos das leis de distribuição normal das principais classes de betão, valores utilizados nas aplicações relativas aos exemplos apresentados neste trabalho. Em primeiro lugar procurou-se definir os parâmetros estatísticos da lei de distribuição de f_c . Para tal considerou-se o valor característico regulamentar f_{ck} de cada classe de betão e avaliou-se o coeficiente de variação desta variável à custa de:

$$CV_{f_c} = \sqrt{CV_m^2 + CV_g^2 + CV_R^2} \quad (5.39)$$

sendo:

- CV_m : coeficiente de variação das incertezas do modelo e é admitido como tendo valor igual a 0.05.
- CV_g : coeficiente de variação das incertezas geométricas e é admitido como tendo valor igual a 0.05.
- CV_R : coeficiente de variação das incertezas associadas especificamente à capacidade resistente à compressão.

Para a determinação de CV_{f_c} recorreu-se ao conhecimento do valor característico f_{ck} e da relação entre f_{ck} e f_{cm} proposta na regulamentação em vigor (REBAP, EC2), para as classes de betão correntes, definida por:

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 \text{ (MPa)} \quad (5.40)$$

Uma vez admitida a hipótese de ajuste de uma lei de distribuição normal a esta variável, então:

$$f_{ck} = f_{cm} - 1.645\sigma_{f_c} \quad (5.41)$$

o que, substituindo (5.40) em (5.41), permite definir σ_{f_c} por:

$$\sigma_{f_c} = \frac{8}{1.645} = 4.878 \text{ (MPa)} \quad (5.42)$$

Uma vez quantificado o desvio padrão de f_c , o seu coeficiente de variação pode ser obtido directamente através de:

$$CV_{f_c} = \frac{\sigma_{f_c}}{f_{cm}} = \frac{4.878}{f_{cm}} \text{ (MPa)} \quad (5.43)$$

Concluída a estratégia de definição dos principais parâmetros estatísticos, apresentam-se os seus diferentes valores, para as classes de betão mais correntes, na Tabela 5.2:

Classe de Betão		f_{ck} (MPa)	CV_{f_c}	f_{cm} (MPa)	σ_{f_c} (MPa)
REBAP	EC2				
B 15	C 12/15	12	0.244	20	4.88
B 20	C 16/20	16	0.203	24	4.88
B 25	C 20/25	20	0.174	28	4.88
B 30	C 25/30	25	0.148	33	4.88
B 35	C 30/37	30	0.128	38	4.88
B 40	C 35/45	35	0.113	43	4.88

Tabela 5.2 - Parâmetros estatísticos da distribuição de f_c para as diferentes classes de betão.

Os resultados apresentados na Tabela 5.2 permitem a quantificação dos parâmetros estatísticos das leis de distribuição de f'_c das distintas classes de betão, leis efectivamente utilizadas para caracterizar a resistência à compressão do betão, a partir das expressões (5.36) e (5.37) e das propriedades conhecidas das leis de distribuição normal. A determinação de f'_{ck} através de (5.36) requer, porém, a prévia definição dos valores a atribuir aos factores de minoração da resistência λ_c e η .

No capítulo 4 (§4.3.1) foram já apresentadas propostas de valores a atribuir a estes factores, baseadas no trabalho de interpretação do formato semi-probabilístico efectuado por Calgaro (1996). No que diz respeito a λ_c , factor preventivo de uma eventual perda de capacidade resistente do betão ao longo do tempo, irá ser adoptado o valor de 0.85 aí apresentado. Relativamente a η , factor que visa fazer intervir as diferenças de capacidade resistente observadas em ensaios laboratoriais e em obra, proceder-se-á a uma alteração do valor inicialmente apresentado de 1.10 para 1.15. Esta alteração resulta da conclusão apresentada pelo mesmo autor, em que é referido ser este novo valor de 1,15, aquele que melhor se adapta à realidade das diferenças de capacidade resistente referidas.

Uma vez encontrados os valores a atribuir a λ_c e η , a determinação de f'_{ck} e $CV_{f'_c}$ pode finalmente ser obtida através de:

$$f'_{ck} = \lambda_c \frac{f_{ck}}{\eta} = 0.85 \frac{f_{ck}}{1.15} \quad (5.44)$$

$$CV_{f'_c} = CV_{f_c} \quad (5.45)$$

Os parâmetros estatísticos agora definidos e as propriedades das leis de distribuição normal, permitem a caracterização das leis de distribuição normal da resistência à compressão do betão f'_c , para as diferentes classe de betão, que se apresenta na Tabela 5.3.

Classe de Betão		f'_{ck}	$CV_{f'_c}$	f'_{cm}	$\sigma_{f'_c}$
REBAP	EC2	(MPa)		(MPa)	(MPa)
B 15	C 12/15	8.87	0.244	14.82	3.60
B 20	C 16/20	11.83	0.203	17.76	3.60
B 25	C 20/25	14.78	0.174	20.71	3.60
B 30	C 25/30	18.48	0.148	24.42	3.60
B 35	C 30/37	22.17	0.128	28.09	3.60
B 40	C 35/45	25.87	0.113	31.78	3.60

Tabela 5.3 - Parâmetros estatísticos da distribuição de f'_c para as diferentes classes de betão.

5.4.1.3.2 Tensão de cedência das armaduras f_{sy} - Lei de distribuição

A lei de distribuição da tensão de cedência das armaduras é habitualmente apresentada como uma lei de distribuição normal, opção que será também adoptada no âmbito do presente trabalho. Tratando-se de uma material cujo processo de fabrico é incomparavelmente mais controlado do que o do betão, as suas propriedades materiais apresentam índices de incerteza muito mais baixos.

Diversos estudos efectuados na América do Norte e Europa Ocidental (Henriques, 1998) revelam que a medida das incertezas da sua tensão de cedência, o coeficiente de variação CV_{f_s} , assume valores que variam entre 4% e 5% para aços de um mesmo lote e 8% a 10% quando ensaiados aços produzidos por distintos fabricantes. Enquadrando-se nesta gama de valores, foi já apresentada uma proposta de valor para CV_{f_s} igual a 8,7% no capítulo 4 (Calgaro, 1996), que será adoptada para a lei de distribuição normal a definir para a aplicação do Método do Hipercubo Latino nos diversos exemplos estudados no presente trabalho.

Complementando a informação sobre o valor do coeficiente de variação da tensão de cedência da armadura a adoptar, CV_{f_s} , com o seu valor característico, f_{syk} , estão encontrados dois parâmetros estatísticos que definem a lei de distribuição da tensão de cedência do aço e que, no formato já anteriormente utilizado, se pode representar por:

$$L_{f_s}^N(f_{syk}; CV_{f_s}) \quad (5.46)$$

Os valores dos parâmetros estatísticos das leis de distribuição normal, obtidos para as diferentes classes de aço regulamentar, e utilizadas nos diversos exemplos estudados neste trabalho, encontram-se ilustrados na Tabela 5.4.

Classe de Aço		f_{syk} (MPa)	CV_{f_s}	f_{sym} (MPa)	σ_{f_s} (MPa)
REBAP	EC2				
A 235	S 235	235	0.087	274.25	23.86
A 400	S 400	400	0.087	466.81	40.61
A 500	S 500	500	0.087	583.51	50.77

Tabela 5.4 - Parâmetros estatísticos da distribuição de f_{sy} para as diferentes classes de aço.

5.4.1.4 Testes de validação do ajuste de leis normais

A metodologia de avaliação de segurança proposta neste trabalho, assenta na hipótese base de ajuste de leis de distribuição normal às variáveis globais Solicitação S e Resistência R . A definição da lei de distribuição de S foi apresentada à custa de um conjunto de pressupostos de natureza analítica, não requerendo por isso, a menos das já identificadas simplificações adoptadas, justificações adicionais.

No que diz respeito à lei de distribuição normal da Resistência, esta é definida à custa dos valores estimados dos parâmetros estatísticos fundamentais (média e desvio padrão), calculados a partir da distribuição de resultados obtidos para o valor da variável R , resultantes da análise estrutural de um conjunto de amostras, obtidas com o Método do Hipercubo Latino.

Este procedimento clássico consiste na tentativa de ajuste de uma lei de distribuição teórica a um conjunto de resultados discretos da variável em análise e requer que a validação deste ajuste seja efectuada, existindo, para este fim, um conjunto de testes de hipóteses de cariz gráfico e numérico.

Pretendendo-se neste caso a validação do ajuste de leis distribuição normal, seleccionaram-se dois testes de hipótese numéricos (A \cap vazian, 1986; Henriques, 1998; Lilliefors, 1967; Guimarães, 1997), a implementar nas verificações efectuadas

nos diversos exemplos apresentados neste trabalho. Os testes seleccionados foram o *Teste de Normalidade* baseado nos coeficientes de assimetria e de achatamento, apenas aplicável à validação do ajuste de leis de distribuição normais, e o *Teste de Kolmogorov-Smirnov - versão proposta por Lilliefors (1967)*, cuja apresentação será efectuada nas secções seguintes.

5.4.1.4.1 *Teste de Normalidade* baseado nos coeficientes de assimetria e achatamento

O *Teste de Normalidade* é exclusivamente utilizado para a validação do ajuste de leis de distribuição normais e a sua estrutura assenta na condição dos coeficientes de assimetria γ_1 e de achatamento γ_2 de uma lei deste tipo serem nulos.

O tratamento estatístico de uma distribuição de resultados, obtidos a partir de um conjunto de amostras, permite quantificar os valores estimados dos seus coeficientes de assimetria $\hat{\gamma}_1(n)$ e de achatamento $\hat{\gamma}_2(n)$, porém, a obtenção de valores nulos para estas estimativas é altamente improvável dada a natureza aleatória das amostras. Assim, o conceito base do teste de normalidade consiste em admitir que é aceitável o ajuste de uma lei de distribuição normal à variável em estudo, desde que os valores estimados do coeficientes de assimetria $\hat{\gamma}_1(n)$ e de achatamento $\hat{\gamma}_2(n)$ não ultrapassem determinados valores limites, definidos a partir da estimativa dos seus respectivos desvios padrão $\sigma_{\hat{\gamma}_1(n)}$ e $\sigma_{\hat{\gamma}_2(n)}$.

Neste pressuposto, dado um conjunto de n resultados x_i da variável X , obtidos a partir de um processo de amostragem aleatória, quantificado o seu valor médio \bar{x} e uma vez estimados os seus coeficientes de assimetria $\hat{\gamma}_1(n)$ e de achatamento $\hat{\gamma}_2(n)$, respectivamente, através de:

$$\hat{\gamma}_1(n) = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{\left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right]^{3/2}} \quad (5.47)$$

$$\hat{\gamma}_2(n) = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4}{\left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right]^2} - 3 \quad (5.48)$$

os valores estimados dos desvios padrão destes coeficientes $\sigma_{\hat{\gamma}_1(n)}$ e $\sigma_{\hat{\gamma}_2(n)}$ serão:

$$\sigma_{\hat{\gamma}_1(n)} = \sqrt{\frac{6(n-2)}{(n+1)(n+3)}} \quad (5.49)$$

$$\sigma_{\hat{\gamma}_2(n)} = \sqrt{\frac{24n(n-2)(n-3)}{(n+1)^2(n+3)(n+5)}} \quad (5.50)$$

A verificação ou rejeição da normalidade da distribuição da variável deverá obedecer aos critérios apresentados na Tabela 5.5.

	Condições a verificar	Crítérios de verificação	Normalidade da distribuição
Hipótese 1	$\begin{cases} \hat{\gamma}_1(n) < 1.5\sigma_{\hat{\gamma}_1(n)} \\ \left \hat{\gamma}_2(n) + \frac{6}{n+1} \right < 1.5\sigma_{\hat{\gamma}_2(n)} \end{cases}$	<i>Se ambas as condições são verificadas</i>	Aceite
Hipótese 2	$\begin{cases} \hat{\gamma}_1(n) > 2.0\sigma_{\hat{\gamma}_1(n)} \\ \left \hat{\gamma}_2(n) + \frac{6}{n+1} \right > 2.0\sigma_{\hat{\gamma}_2(n)} \end{cases}$	<i>Se uma das condições é verificada</i>	Rejeitada
Hipótese 3	outras situações	-----	Resultado inconclusivo. É necessário o recurso a testes mais rigorosos.

Tabela 5.5 - Teste de Normalidade: Condições e critérios de verificação.

5.4.1.4.2 Teste de Kolmogorov-Smirnov - versão de Lilliefors (1967)

O teste estatístico, que agora se apresenta, é aplicável para a verificação da validade do ajuste de uma dada distribuição estatística, de valores de uma variável aleatória X ,

a uma qualquer lei de distribuição teórica. A sequência de procedimentos para a aplicação deste teste, que em seguida se apresentarão, tem por fundamento o estudo estatístico das diferenças entre a distribuição das frequências acumuladas dos resultados obtidos para a variável X , $(F^*(x))$ e a função da lei de distribuição teórica a ajustar, $(F(x))$.

Considere-se então que se obtive um conjunto de n resultados de uma variável aleatória X (x_1, x_2, \dots, x_n), cuja ordenação numérica ascendente permitiu a quantificação da função das frequências acumuladas $F^*(x)$ e cujo tratamento estatístico permitiu ajustar uma lei de distribuição teórica $F(x)$. Definidas estas duas funções, a medida estatística central deste teste, D_n , é o valor absoluto da máxima diferença entre esta duas funções, para o contínuo de valores da variável X , ou seja, tal como ilustrado na Figura 5.4, a quantificação de :

$$D_n = \max_{1 \leq i \leq n} |F(x_i) - F^*(x_i)| \quad (5.51)$$

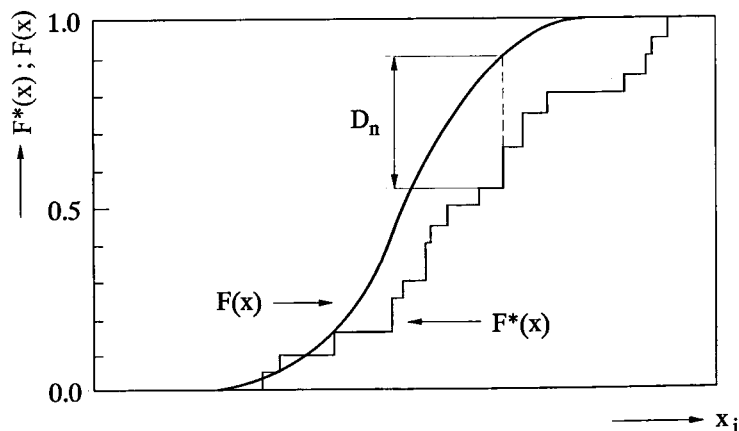


Figura 5.4 - Quantificação de D_n . Representação gráfica.

Uma vez determinado D_n , a validação do ajuste da lei de distribuição teórica efectuado é conferida a partir da comparação do valor D_n obtido, com um determinado valor crítico máximo D_n^α . Tendo estudado o comportamento desta medida estatística, entre outros, para o caso em que a distribuição de resultados é normal, Lilliefors apresentou os valores críticos a adoptar para a validação do ajuste deste tipo de leis de distribuição teórica. Dependentes da dimensão da amostra \hat{n} e do nível de

significância α , pretendido para o ajuste efectuado, os valores D_n^α propostos por este autor, são os apresentados na Tabela 5.6.

Número de da amostras	Nível de significância (α)				
	0.20	0.15	0.10	0.05	0.01
4	0.300	0.319	0.352	0.381	0.417
5	0.285	0.299	0.315	0.337	0.405
6	0.265	0.277	0.294	0.319	0.364
7	0.217	0.253	0.276	0.300	0.348
8	0.233	0.244	0.261	0.285	0.331
9	0.223	0.233	0.249	0.271	0.311
10	0.215	0.224	0.239	0.258	0.294
11	0.206	0.217	0.230	0.249	0.284
12	0.199	0.212	0.223	0.242	0.275
13	0.190	0.202	0.214	0.234	0.268
14	0.183	0.194	0.207	0.227	0.261
15	0.177	0.187	0.201	0.220	0.257
16	0.173	0.182	0.195	0.213	0.250
17	0.169	0.177	0.189	0.206	0.245
18	0.166	0.173	0.184	0.200	0.239
19	0.163	0.169	0.179	0.195	0.235
20	0.160	0.166	0.174	0.190	0.231
25	0.149	0.153	0.165	0.180	0.203
30	0.131	0.136	0.144	0.161	0.187
>30	$\frac{0.730}{\sqrt{n}}$	$\frac{0.768}{\sqrt{n}}$	$\frac{0.805}{\sqrt{n}}$	$\frac{0.886}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.031}{\sqrt{n}}$

Tabela 5.6 - Valores de D_n^α para o ajuste de uma lei normal. Proposta de Lilliefors (1967).

Considerando um determinado nível de significância α , cujo valor de nível 0.05, comum para testes deste tipo, foi o adoptado para os diferentes exemplos apresentados neste trabalho, a decisão sobre a validade do ajuste de uma lei de distribuição normal à distribuição de resultados obtida poderá ser efectuada, a partir dos critérios apresentados na Tabela 5.7:

Condições a verificar	Normalidade da distribuição
$D_n \leq D_n^\alpha$	Aceite
$D_n > D_n^\alpha$	Rejeitada

Tabela 5.7 - Condições de validação do ajuste de uma lei de distribuição normal.

5.4.1.5 Análise de sensibilidade e modelo de regressão da Resistência R

O processo de definição de uma lei de distribuição da Resistência R , foi apresentado como o produto do tratamento estatístico dos resultados obtidos com a aplicação de um algoritmo de análise não linear a um conjunto de amostras, resultantes de um processo de simulação sobre as variáveis básicas: tensão de rotura do betão à compressão f_c e a tensão de cedência das armaduras f_{sy} . Desta forma, as características da sua distribuição apresentarão uma dependência directa destas variáveis, cuja maior ou menor sensibilidade às variações e valores absolutos dependerá das características das leis de distribuição das próprias variáveis básicas e das características estruturais de cada exemplo estudado.

No intuito de medir a influência relativa de cada uma das variáveis na Resistência global da estrutura, implementou-se um processo de quantificação de uma medida estatística, habitualmente designada por coeficiente de correlação ordinal de Spearman r^S (Guimarães, 1997), e, complementarmente, um estudo da dependência multilinear entre as variáveis envolvidas, estudo de correlação-regressão baseado no método dos mínimos quadrados, que permitiu a definição de um modelo de regressão multilinear para a resposta estrutural R^c , bem como a quantificação de coeficientes de correlação individuais da cada variável r^{Xi} com essa mesma resposta estrutural (Henriques, 1998; Avvazian, 1978).

5.4.1.5.1 Coeficiente de correlação ordinal de Spearman r^S

O coeficiente de correlação ordinal de Spearman permite identificar o grau de associação entre duas quaisquer variáveis. Considere-se para tal um conjunto de N amostras X_{ij} ($j=1, N$) da variável X_i , e o respectivo conjunto de resultados

$R_j (j = 1, N)$ de uma variável R , com a qual se pretende avaliar o grau de associação, constituindo pares de valores (X_{ij}, R_j) , em número igual ao das amostras em estudo. Admita-se agora a ordenação crescente dos valores obtidos para cada variável no conjunto de amostras e a atribuição de um número de ordem sequencial crescente a esses valores, do tipo: $1, 2, \dots, N$. Os pares de valores (X_{ij}, R_j) , relativos a cada uma das amostras, terão agora associados pares de números inteiros $(k_{X_{ij}}, l_{R_j})$, obtidos da ordenação sequencial efectuada.

$$(X_{ij}, R_j) \leftrightarrow (k_{X_{ij}}, l_{R_j}); \quad (i = 1, N) \quad (5.52)$$

A avaliação do grau de associação entre as duas variáveis, obtida com o coeficiente de correlação ordinal de Spearman, assenta, no essencial, na medida do somatório do quadrado das diferenças obtidas entre os números de ordem das duas variáveis para as diferentes amostras, podendo ser quantificado através de :

$$r^S = 1 - \frac{6 \sum_{j=1}^N (k_{X_{ij}} - l_{R_j})^2}{N(N^2 - 1)} \quad (5.53)$$

Tendo em vista interpretar os resultados obtidos para o coeficiente de correlação ordinal de Spearman, poderá concluir-se da existência de uma grande e directa associação entre as variáveis quando este assume valores próximos de 1 e uma grande associação, mas inversa, quando este se aproxima do valor de -1. Nos casos em que a associação entre as duas variáveis é praticamente inexistente, este coeficiente assumirá valores próximos de 0.

A aplicação desta medida estatística, aos resultados obtidos em alguns exemplos apresentados no presente trabalho, permitiu identificar o grau de dependência da Resistência dessas estruturas, e indirectamente da sua probabilidade de ruína, da tensão de rotura do betão à compressão f_c e da tensão de cedência das armaduras f_{sy}

5.4.1.5.2 Modelo de regressão multilinear R^c e coeficientes de correlação.

Com o objectivo de definir uma modelo de regressão multilinear R^c para a resposta estrutural (Resistência R), que constitui uma função de transformação aproximada das

variáveis básicas na resposta estrutural em estudo, é habitual o recurso a uma análise de correlação-regressão apoiada no método dos mínimos quadrados. Esta técnica, quando aplicada individualmente a cada uma das variáveis básicas e à resposta estrutural, permite definir modelos de regressão lineares e a partir destes quantificar coeficientes de correlação de cada uma das variáveis com a resposta estrutural.

Considere-se por hipótese, que a partir de um conjunto de m variáveis básicas X_i ($i=1,m$), se estabelece um modelo de regressão multilinear R^c da resposta estrutural R , do tipo:

$$R^c = a_0 + a_1X_1 + a_2X_2 + \dots + a_mX_m \quad (5.54)$$

onde a_i representa os coeficientes numéricos associados às m variáveis X_i , permitindo obter estimativas da resposta com uma margem de erro de ε_R , por excesso ou por defeito.

À estratégia de definição da função multilinear (5.54), subjaz o objectivo de obter valores estimados da resposta estrutural R^c , o mais próximos possível dos valores observados R^o , e cuja representação, para o caso particular do estudo de correlação com uma única variável X , se ilustra na Figura 5.5.

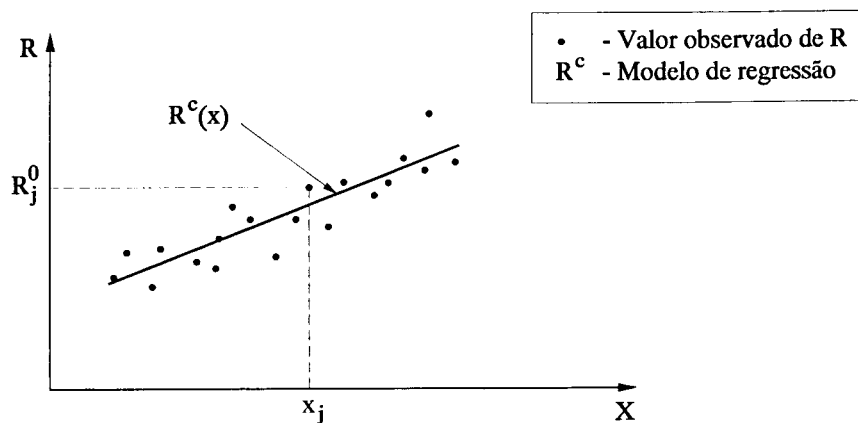


Figura 5.5 - Ajuste de função aos resultados observados - Modelo de regressão linear

A definição do modelo de regressão multilinear, poderá ser conseguida à custa da aplicação do método dos mínimos quadrados. Com este método, e dada uma função R^c , do tipo da apresentada em (5.54), procurar-se-à determinar os parâmetros a_i que a constituem, impondo como condição a minimização do somatório do quadrado das

diferenças entre valores R^o observados e valores R^c estimados com esta função. Designado este somatório por Q^2 , e admitindo a existência de n valores observados de R , a condição agora descrita poderá ser expressa por:

$$\min Q^2 \quad (5.55)$$

onde

$$Q^2 = \sum_{j=1}^n (R_j^o - R_j^c)^2 = \sum_{j=1}^n [R_j^o - (a_0 + a_1 X_{1j} + a_2 X_{2j} + \dots + a_m X_{mj})]^2 \quad (5.56)$$

Assim sendo, a determinação dos coeficientes a_i deverá ser efectuada por forma a minimizar a função Q^2 , objectivo alcançável derivando esta função em ordem a cada um dos coeficientes a_i , igualando estas derivadas a zero, e resolvendo o sistema de $m+1$ equações resultante desta operação:

$$\begin{cases} \frac{\partial Q^2}{\partial a_0} = 0 \\ \vdots \\ \frac{\partial Q^2}{\partial a_k} = 0 \\ \vdots \\ \frac{\partial Q^2}{\partial a_m} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_0 n + a_1 \sum_{j=1}^n X_{1j} + a_2 \sum_{j=1}^n X_{2j} + \dots + a_m \sum_{j=1}^n X_{mj} = \sum_{j=1}^n R_j^o \\ \vdots \\ a_0 \sum_{j=1}^n X_{kj} + a_1 \sum_{j=1}^n X_{1j} X_{kj} + a_2 \sum_{j=1}^n X_{2j} X_{kj} + \dots + a_m \sum_{j=1}^n X_{mj} X_{kj} = \sum_{j=1}^n R_j X_{kj} \\ \vdots \\ a_0 \sum_{j=1}^n X_{mj} + a_1 \sum_{j=1}^n X_{1j} X_{mj} + a_2 \sum_{j=1}^n X_{2j} X_{mj} + \dots + a_m \sum_{j=1}^n X_{mj} X_{mj} = \sum_{j=1}^n R_j X_{mj} \end{cases} \quad (5.57)$$

Um vez determinados os coeficientes a_i , a partir da resolução do sistema de equações (5.57), e definido o modelo de regressão multilinear, será possível avaliar a correlação r entre a resposta estrutural R e as m variáveis integradas no modelo, através de:

$$r^2 = \frac{\sigma^2 - s^2}{\sigma^2} \quad (5.58)$$

sendo σ^2 a variância dos valores observados da resposta estrutural R^o e s^2 a variância dos resíduos, que poderá ser determinada a partir dos valores observados R^o , dos valores estimados R^c da resposta estrutural e da dimensão da amostra n , através de:

$$s^2 = \frac{\sum_{j=1}^n (R_j^o - R_j^c)^2}{n} \quad (5.59)$$

A expressão apresentada para o modelo de regressão multilinear (5.54), inclui uma parcela ε_R , que representa o erro associado a este modelo, e que, admitindo uma distribuição normal dos resíduos, que deverá ser verificada, poderá ser estimado através de (Tomassone, 1983):

$$\varepsilon_R = \sqrt{1-r^2} \sigma_Q \quad (5.60)$$

onde r corresponde ao coeficiente de correlação já definido e σ_Q representa o desvio padrão dos resíduos, obtido a partir da variância s^2 .

Paralelamente à quantificação do erro do modelo ε_R , é ainda possível quantificar os erros associados aos coeficientes a_i estimados para o modelo de regressão (Tomassone, 1983), cuja determinação poderá ser efectuada através de:

$$\varepsilon(a_i) = \frac{s_{cor}^2}{n^2 s_{X_i}^2} \quad (5.61)$$

onde n corresponde à dimensão da amostra, $s_{X_i}^2$ representa a variância amostral da variável X_i e s_{cor}^2 é a variância dos resíduos corrigida, por forma a constituir uma estimativa não enviesada desta medida estatística, determinada a partir de:

$$s_{cor}^2 = \frac{\sum_{j=1}^n (R_j^0 - R_j^c)^2}{n - (m + 1)} \quad (5.62)$$

A precisão do modelo de regressão pode ser avaliada a partir dos valores obtidos para os erros associados aos coeficientes a_j . Em geral, considera-se que o modelo tem uma precisão aceitável quando os erros associados aos diferentes coeficientes, permitem garantir que pelo menos dois algarismos destes coeficientes são significativos, ou seja, quando se verifica a condição:

$$\frac{\varepsilon(a_i)}{a_i} \leq 0.5 \times 10^{-2} \quad (5.63)$$

A finalizar, refira-se que o apresentado para a definição de um modelo de regressão multilinear R^c da resposta estrutural R , envolvendo todas as variáveis, é igualmente

válido para a definição de modelos lineares de regressão $R_{X_i}^c$ de cada uma das variáveis individuais com essa mesma resposta estrutural. Por esta via, poderão ser calculados coeficientes de correlação r_{X_i} de cada uma das variáveis X_i com a resposta estrutural R , permitindo identificar a importância e influência de cada uma dessas variáveis na resposta da estrutura.

5.4.1.6 Resumo da sequência aplicação. Exemplo

Tendo em vista resumir e sistematizar a aplicação do método de avaliação de segurança proposto neste trabalho, apresenta-se em seguida a sua aplicação a um exemplo numérico simples, por forma a permitir uma identificação clara dos diferentes passos que o constituem e evidenciar a sua simplicidade de aplicação.

5.4.1.6.1 Descrição do exemplo

Seleccionou-se para aplicação do método de avaliação de segurança um pilar $P1$ em consola, com a geometria, malha de elementos finitos e secção apresentadas na Figura 5.6, e solicitado por um par de forças N e H , respectivamente vertical e horizontal.

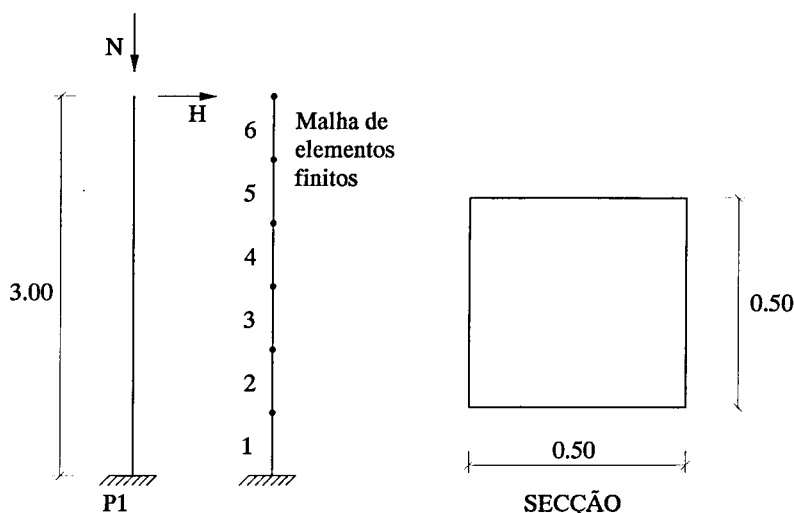


Figura 5.6 - Pilar em consola: geometria, malha de elementos finitos e solicitação tipo

- Acções e combinação de acções

Neste exemplo, tal como nas restantes aplicações que se apresentarão nos capítulos seguintes, admitiu-se, de forma genérica, que as forças aplicadas à estrutura em estudo

poderiam ter origem em três dos principais tipos de acções: permanentes (G), sobrecargas (Q) e acção do vento (W). Assim, considerou-se que os valores característicos das acções a adoptar para N e H , bem como a combinação de acções relativa a estados limites últimos para dimensionamento do pilar, seriam os apresentados na Tabela 5.8.

		Tipo de acção		
		G	Q	W
Força	N (kN)	1480.0	1030.0	-
	H (kN)	-	-	42.0
Coeficientes para combinação de acções - Acção base vento: W		1.5	1.5x0.7	1.5

Tabela 5.8 - Valores característicos e coeficientes de majoração e de combinação das acções

- Materiais

Os materiais adoptados para o pilar em análise foram o betão da classe B25 (C20/C25) e o aço da classe A400. Os parâmetros que caracterizam as propriedades mecânicas destes materiais são apresentados em duas tabelas distintas.

Na Tabela 5.9 apresentam-se os seus valores regulamentares, que servirão de base ao dimensionamento do pilar, e as restantes propriedades necessárias para a aplicação do algoritmo de análise não linear, cuja variabilidade não foi considerada.

Na Tabela 5.10 apresentam-se os parâmetros que permitem definir as leis de distribuição normal da resistência à compressão do betão e da tensão de cedência do aço, variáveis básicas para a determinação da lei de distribuição da resistência, e às quais será aplicado o método de simulação do Hipercubo Latino. Relembre-se, porém, que relativamente à lei de distribuição da resistência à compressão do betão apresentada, e de acordo com o exposto em §5.4.2.3.1.1 na sequência da apresentação do método de avaliação de segurança proposto, esta diz respeito a uma definição da variável resistência à compressão transformada f'_c .

Betão Classe B25 (C20/25)	Módulo de elasticidade: E_C	29.0 Gpa
	Resistência à compressão: f_{ck}	20.0 MPa
	f_{cd}	13.3 MPa
	Extensão: ε_{cl}	2.20 ‰
	Coeficiente de Poisson: ν	0.20
Aço Classe A400	Módulo de elasticidade: E_S	200 Gpa
	E'_S	0 Gpa
	Tensão de cedência: f_{syk}	400.0 MPa
	f_{syd}	348.0 MPa
	Extensão última: ε_{su}	16.5 ‰

Tabela 5.9 - Propriedades mecânicas dos materiais. Valores regulamentares.

Betão Classe B25 (C20/25) f'_c	Valor característico: f'_{ck}	14.78 MPa
	Coeficiente de variação: $CV_{f'_c}$	0.174
	Valor médio: f'_{cm}	20.71 MPa
	Desvio padrão $\sigma_{f'_c}$	3.60 MPa
Aço Classe A400 f_{sy}	Valor característico: f_{syk}	400Mpa
	Coeficiente de variação: CV_{f_s}	0.087
	Valor médio: f_{sym}	466.81 MPa
	Desvio padrão σ_{f_s}	40.61 MPa

 Tabela 5.10 - Parâmetros estatísticos das leis de distribuição de f'_c e f_{sy} .

- Dimensionamento

O dimensionamento do pilar *PI* foi efectuado de acordo com os critérios definidos na regulamentação em vigor (RSA e REBAP).

A combinação de acções estudada foi a relativa a estados limites últimos de resistência, para o caso da acção base vento W , de que resultou a aplicação de um par de forças $Fsd = 3301.5$ kN e $Hsd=63$ kN.

Os máximos esforços obtidos na secção de encastramento do pilar, resultantes da aplicação desta forças, foram determinados tendo em consideração os efeitos de 2ª ordem (encurvadura do pilar). Desta análise resultaram como esforços máximos na base do pilar, um esforço axial Nsd e um momento flector Msd^{tot} , sendo este último composto por uma parcela de 1ª ordem Msd^I , obtida a partir de uma cálculo elástico, e uma outra parcela de 2ª ordem Msd^{II} , resultante da aplicação das regras de dimensionamento à encurvadura preconizadas no REBAP, mas apenas incluindo a excentricidade e_2 . Os valores obtidos para estes esforços, bem como os valores da armadura resultante do dimensionamento regulamentar da secção da base de P1, apresentam-se de forma condensada na Figura 5.7.

Refira-se ainda que, tal como é prática corrente no dimensionamento de estruturas de betão armado, a armadura obtida para a secção dos esforços máximos foi mantida ao longo de todo o pilar.

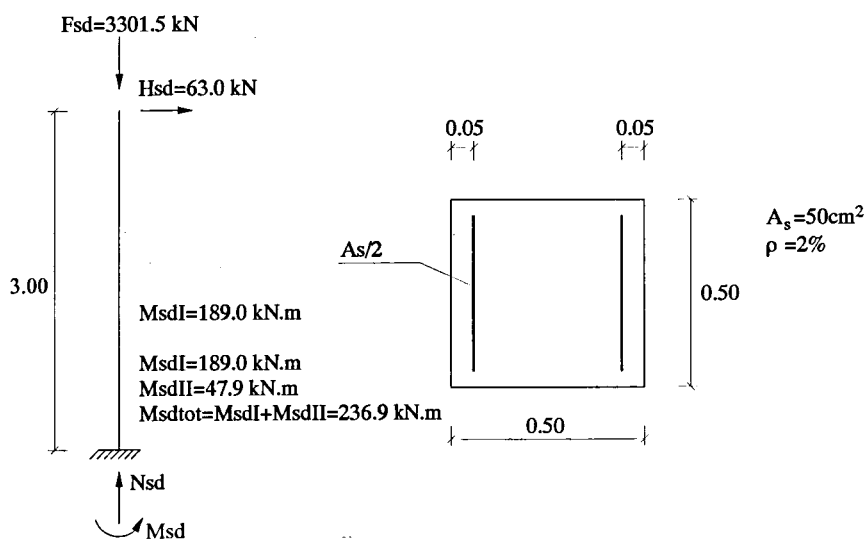


Figura 5.7 - Pilar P1: Esforços de dimensionamento na base e armaduras

5.4.1.6.2 Lei de distribuição do factor de carga da Solicitação - λS

Tal como foi apresentado na secção §5.4.2.2, o factor de carga da Solicitação λS é a variável transformada de S adoptada para representar a solicitação. Da sua definição

resultou que uma lei de distribuição normal representativa desta variável poderia ser definida à custa de um valor característico $\lambda S_k = 1.125$, independente das características das acções que compõem a solicitação e de um coeficiente de variação $CV_{\lambda S}$ dependente das características dessas mesmas acções. Optou-se porém, por avaliar o valor da probabilidade de ruína estrutural para uma gama de valores deste coeficiente de distribuição, o que corresponde a definir uma série de leis de distribuição normal, que, de forma sintética, se convencionou representar por:

$$L_{\lambda S}^N(1.125; CV_{\lambda S}(0,10 \leftrightarrow 0,70)) \quad (5.64)$$

5.4.1.6.3 Lei de distribuição do factor de carga da Resistência - λR

Para a definição de uma lei de distribuição representativa do factor de carga da Resistência λR é necessário um conjunto de procedimentos envolvendo, de forma sequencial, a aplicação do Método do Hipercubo Latino (MHL), a realização de um número de análises estruturais geométrica e materialmente não lineares, o tratamento estatístico dos resultados obtidos com estas análises e o respectivo ajuste de uma lei normal e, finalmente, a validação do ajuste efectuado a partir da aplicação de testes estatísticos. Paralelamente, os resultados obtidos com as análises estruturais efectuadas permitem, ainda, o estudo das correlações entre as variáveis básicas e a Resistência da estrutura, tendo em vista identificar as suas respectivas preponderâncias na resistência da estrutura e o estabelecimento de modelos de regressão.

- *Simulação estocástica: Método do Hipercubo Latino MHL*

O Método do Hipercubo Latino foi aplicado para a obtenção de um conjunto de 30 amostras, pares de valores, da tensão de rotura do betão f'_c e da tensão de cedência do aço f_{sy} , a partir das suas leis de distribuição e cujos parâmetros foram retirados da Tabela 5.10:

$$\text{betão: } L_{f'_c}^N(f'_{ck}; CV_{f'_c}) \leftrightarrow L_{f'_c}^N(14.78(MPa); 0.174) \quad (5.65)$$

$$\text{aço: } L_{f_{sy}}^N(f_{syk}; CV_{f_{sy}}) \leftrightarrow L_{f_{sy}}^N(400.0(MPa); 0.087) \quad (5.66)$$

Os pares de valores de f'_c e f_{sy} , relativos às amostras obtidas com a aplicação deste método de simulação, foram os indicados na Tabela 5.11, cuja ilustração gráfica se apresenta na Figura 5.8.

Pilar P1: n amostras								
n	f'_c (MPa)	f_{sy} (MPa)	n	f'_c (MPa)	f_{sy} (MPa)	n	f'_c (MPa)	f_{sy} (MPa)
1	20.56	380.38	11	22.77	553.23	21	19.32	439.41
2	18.64	430.15	12	25	418.4	22	16.41	522.97
3	23.96	475.35	13	21.16	465.11	23	18.99	515.21
4	21.47	400.01	14	20.25	458.26	24	23.53	494.2
5	23.14	498.63	15	25.69	533.61	25	18.28	434.99
6	20.86	508.9	16	17.45	486.18	26	16.97	443.54
7	22.1	478.86	17	24.44	490.08	27	26.63	461.7
8	28.37	503.47	18	15.72	447.43	28	13.04	468.5
9	14.78	424.72	19	19.64	454.76	29	21.78	471.91
10	22.43	410.64	20	19.95	482.46	30	17.88	451.16

Tabela 5.11 - Pilar P1: Resultados da aplicação do MHL

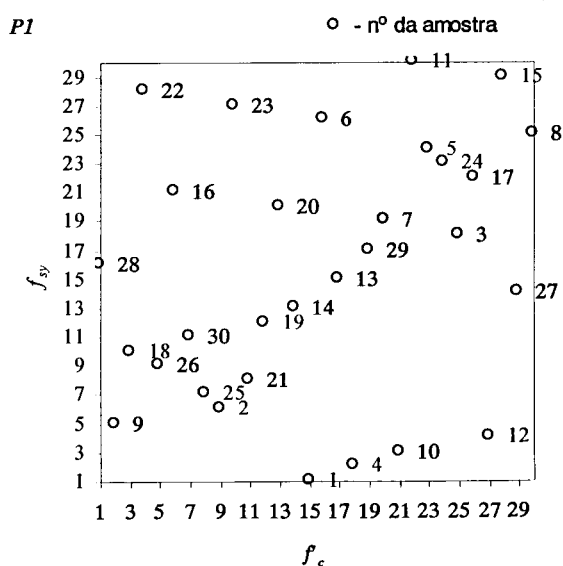


Figura 5.8 - Pilar P1: Representação gráfica dos resultados da aplicação do MHL

- Análise estrutural das 30 amostras - Aplicação de FEMPORI

Uma vez obtidas as 30 amostras, deverá em seguida proceder-se à análise estrutural de cada uma delas, tendo em vista obter o seus respectivos factores de Resistência λR_i .

Para tal, recorreu-se à utilização do algoritmo de análise não linear geométrica e material FEMPOR1, tendo sido adoptada a sequência de aplicação das acções indicada em §5.4.2.3. Os valores dos factores de Resistência λRi , obtidos para o conjunto das 30 amostras analisadas, foram os apresentados na Tabela 5.12.

Pilar P1: n amostras					
n	λRi	n	λRi	n	λRi
1	2.30	11	2.72	21	2.29
2	2.23	12	2.69	22	2.20
3	2.70	13	2.47	23	2.38
4	2.39	14	2.39	24	2.70
5	2.67	15	2.91	25	2.21
6	2.67	16	2.22	26	2.12
7	2.56	17	2.76	27	2.88
8	3.07	18	2.03	28	1.85
9	1.92	19	2.34	29	2.53
10	2.48	20	2.41	30	2.20

Tabela 5.12 - Pilar P1: Valores de λRi para as n amostras

- Ajuste de lei de distribuição normal a λR e validação do ajuste

O tratamento estatístico dos resultados do factor de resistência, obtidos para as 30 amostras, permite, a partir da aplicação das expressões (5.27), (5.28), (5.30) e (5.31), definir os principais parâmetros estatísticos que caracterizam a distribuição de λR :

Parâmetros estatísticos de λR		
Valor médio:	$\overline{\lambda R}$	2.44
Desvio padrão	$S_{\lambda R}$	0.30
Valor característico:	λR_k	1.96
Coefficiente de variação:	$CV_{\lambda R}$	0.121

Tabela 5.13 - Parâmetros estatísticos da distribuição de λR

Assim, adoptando para parâmetros da lei de distribuição normal do factor de resistência, o seu valor característico e o seu coeficiente de variação, a lei de distribuição desta variável poderá ser representada por:

$$L_{\lambda R}^N(\lambda R_k; CV_{\lambda R}) \leftrightarrow L_{\lambda R}^N(1.96; 0.121) \quad (5.67)$$

Uma vez efectuado o ajuste de uma lei de distribuição normal a λR , a validação desse ajuste será agora verificada através do recurso aos dois teste numéricos apresentados em §5.4.2.4.

i) *Teste de Normalidade* baseado nos coeficientes de assimetria e achatamento:

Para a aplicação deste teste é necessário, em primeiro lugar, determinar os valores estimados dos coeficientes de assimetria $\hat{\gamma}_1(n)^{\lambda R}$ e de achatamento $\hat{\gamma}_2(n)^{\lambda R}$ da distribuição de λR , através da aplicação das expressões (5.47) e (5.48):

$$\text{coeficiente de assimetria: } \hat{\gamma}_1(n)^{\lambda R} = \frac{\frac{1}{30} \sum_{i=1}^{30} (\lambda R_i - \overline{\lambda R})^3}{\left[\frac{1}{30} \sum_{i=1}^{30} (\lambda R_i - \overline{\lambda R})^2 \right]^{3/2}} = 0.0394 \quad (5.68)$$

$$\text{coeficiente de achatamento: } \hat{\gamma}_2(n)^{\lambda R} = \frac{\frac{1}{30} \sum_{i=1}^{30} (\lambda R_i - \overline{\lambda R})^4}{\left[\frac{1}{30} \sum_{i=1}^{30} (\lambda R_i - \overline{\lambda R})^2 \right]^2} - 3 = -0.4187 \quad (5.69)$$

e as estimativas dos desvios padrão destes coeficientes, a partir da aplicação das expressões (5.49) e (5.50), $\sigma_{\hat{\gamma}_1(n)^{\lambda R}}$ e $\sigma_{\hat{\gamma}_2(n)^{\lambda R}}$:

$$\text{desvio padrão de } \hat{\gamma}_1(n)^{\lambda R}: \sigma_{\hat{\gamma}_1(n)^{\lambda R}} = \sqrt{\frac{6(30-2)}{(30+1)(30+3)}} = 0.405 \quad (5.70)$$

$$\text{desvio padrão de } \hat{\gamma}_2(n)^{\lambda R}: \sigma_{\hat{\gamma}_2(n)^{\lambda R}} = \sqrt{\frac{24 \cdot 30(30-2)(30-3)}{(30+1)^2(30+3)(30+5)}} = 0.700 \quad (5.71)$$

Quantificados estes parâmetros estatísticos, a normalidade da distribuição é discutida a partir da verificação das hipóteses enunciadas na Tabela 5.5. A primeira hipótese, apresentada na referida tabela, implica analisar as seguintes desigualdades:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left| \hat{\gamma}_1(n)^{\lambda R} \right| < 1.5\sigma_{\hat{\gamma}_1(n)^{\lambda R}} \\ \left| \hat{\gamma}_2(n)^{\lambda R} + \frac{6}{n+1} \right| < 1.5\sigma_{\hat{\gamma}_2(n)^{\lambda R}} \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 0.0394 < 1.5 \times 0.405 \\ \left| -0.4187 + \frac{6}{30+1} \right| < 1.5 \times 0.700 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 0.0394 < 0.6079 \\ 0.2252 < 1.0504 \end{array} \right. \quad (5.72)$$

Dos resultados obtidos em (5.72), e uma vez que os critérios de verificação desta hipótese são cumpridos, já que ambas as condições são verdadeiras, a normalidade da distribuição e a validade do ajuste ficam, pelos critérios deste teste, verificadas.

ii) *Teste de Kolmogorov-Smirnov - versão proposta por Lilliefors (1967).*

A verificação da normalidade de λR , a partir da aplicação deste teste estatístico, apoia-se no estudo das diferenças entre a sua curva das frequências acumuladas $F^*(\lambda R_i)$ e a curva da lei de distribuição normal ajustada $L_{\lambda R}^N(\lambda R_i)$, representadas em conjunto na Figura 5.9.

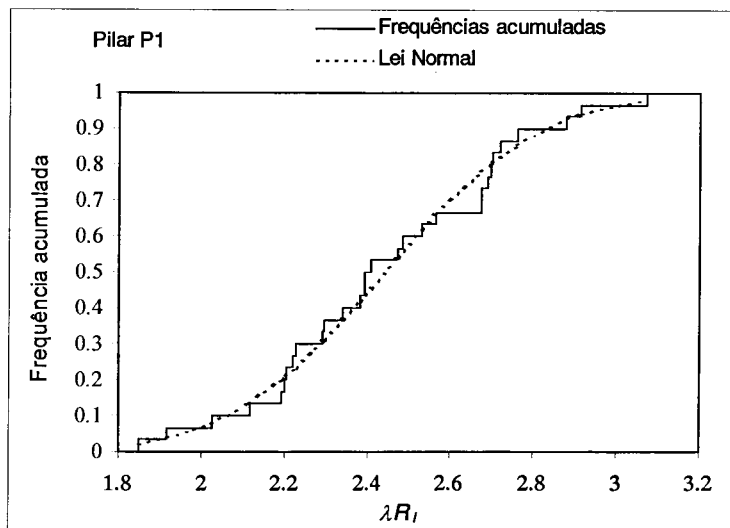


Figura 5.9 - Curva de frequências acumuladas e lei normal ajustada a λR .

A comparação entre o valor máximo das diferenças entre esta duas curvas $D_n^{\lambda R}$ e um valor limite máximo D_n^α , retirado da Tabela 5.6 em função da dimensão da amostra n e do nível de significância α pretendido, permite discutir da validade do ajuste efectuado.

Assim, analisados os resultados de λR e a Figura 5.9, o valor de $D_n^{\lambda R}$ será:

$$D_n^{\lambda R} = \max_{1 \leq i \leq 30} |L_{\lambda R}^N(\lambda R_i) - F^*(\lambda R_i)| = 0.115 \quad (5.73)$$

Uma vez que para uma dimensão da amostra de $n=30$ e para um nível de significância $\alpha=0.05$, valor habitual para este tipo de situações, D_n^α assume o valor retirado da Tabela 5.6:

$$D_n^\alpha = D_{30}^{0.05} = 0.161 \quad (5.74)$$

a condição $D_n^{\lambda R} \leq D_n^\alpha$, apresentada na Tabela 5.7, é verificada e conseqüentemente é aceitável o ajuste da lei normal efectuado à distribuição do factor de resistência λR .

- Análise de correlações e modelos de regressão

Com base nos pressupostos enunciados em §5.4.2.5.2, e a partir dos resultados de λR_i obtidos para o conjunto das 30 amostras analisadas, foi possível identificar as correlações entre o factor de resistência λR e as duas variáveis básicas f'_c e f_{sy} . Assim, foram quantificados os coeficientes de correlação ordinal de Spearman $r_{f'_c}^s$ e $r_{f_{sy}}^s$, bem como os coeficientes de correlação, $r_{f'_c}$ e $r_{f_{sy}}$, obtidos com base no método dos mínimos quadrados, e respectivos modelos de regressão lineares $R_{f'_c}^c$ e $R_{f_{sy}}^c$, cujos resultados se apresentam na Tabela 5.14.

Variáveis	Spearman	Método dos mínimos quadrados	
	$r_{X_i}^s$	r_{X_i}	$R_{X_i}^c$
f'_c	0.973	0.944	$0.523+0.0534 f'_c$
f_{sy}	0.452	0.221	$0.624+0.0215 f_{sy}$

Tabela 5.14 - Coeficientes de correlação e modelos de regressão linear de λR .

Em simultâneo com a análise das correlações individuais de cada uma das variáveis com o factor de resistência, foi definido um modelo de regressão multilinear R^c do conjunto das duas variáveis básicas com λR . Foi ainda quantificado o erro global do modelo ε_R , os erros $\varepsilon(a_i)$ associados dos coeficientes a_i deste modelo e avaliada a correlação r de λR com as duas variáveis básicas em conjunto. Os resultados obtidos

apresentam-se na Tabela 5.15, onde se evidencia, ainda, a grande precisão do modelo obtido, através da verificação da condição (5.63), relativa à precisão dos coeficientes do modelo a_i .

	Modelo de regressão multilinear		Verificação da precisão do modelo
R^c	$0.697+0.0505 f'_c+0.0011 f_{sy}$		
ε_R	0.118		
$\varepsilon(a_1)$	1.4×10^{-10}	$\frac{\varepsilon(a_1)}{a_1}$	$2.8 \times 10^{-9} < 0.5 \times 10^{-2}$
$\varepsilon(a_2)$	1.1×10^{-12}	$\frac{\varepsilon(a_2)}{a_2}$	$1.1 \times 10^{-9} < 0.5 \times 10^{-2}$
r	0.990		

Tabela 5.15 - Modelo de regressão multilinear de λR . Coeficientes e parâmetros de controle.

Os resultados obtidos para os coeficientes de correlação e para o modelo de regressão multilinear evidenciam que a correlação de tensão de rotura do betão com a resistência da estrutura é muito mais preponderante do que a respectiva correlação com a tensão de cedência das armaduras. Este resultado, esperado, uma vez que o nível de esforço axial do pilar é relativamente elevado, pode ser graficamente visualizado na Figura 5.10, onde, uma vez ordenados por ordem crescente, se relacionam os valores de λR_i calculados com os valores representativos dos intervalos das funções de distribuição f'_c e f_{sy} das amostras que lhe deram origem.

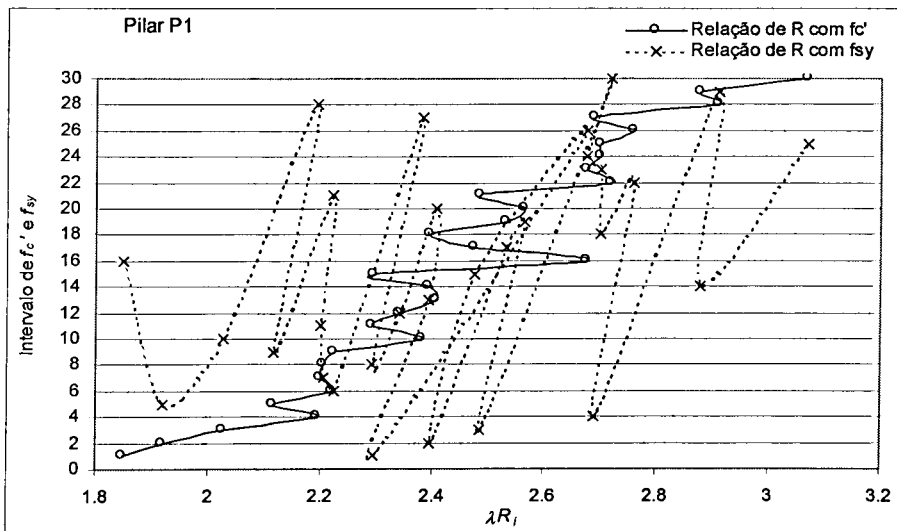


Figura 5.10 - Relação entre o factor de resistência λR e as variáveis básicas f'_c e f_{sy} .

Como se conclui da observação da Figura 5.10, a evolução do factor de resistência λR é acompanhada de uma evolução gradual e contínua dos valores da resistência à compressão do betão, confirmando o elevado nível de correlação entre estas duas variáveis. Pode ainda observar-se que esta relação apresenta algumas descontinuidades, coincidentes com as amostras em que o valor da tensão de cedência do aço é próximo do seu valor máximo, assumindo esta variável, nestes casos, preponderância na determinação da capacidade resistente do pilar.

5.4.1.6.4 Avaliação da segurança estrutural

Uma vez determinadas e validadas as leis de distribuição do factor de carga da Solicitação e do factor de carga da Resistência, importa agora proceder à avaliação da probabilidade de ruína da estrutura em análise, que será efectuada para uma gama de valores do coeficiente de variação da Solicitação. De acordo com o exposto na formulação geral do método, tendo o problema da avaliação de segurança ficado reduzido à relação entre duas variáveis cujas leis de distribuição são normais, a probabilidade de ruína poderá ser determinada através da expressão (5.8), envolvendo o índice de fiabilidade β (5.9), que constitui também uma medida de segurança.

Desta forma, e tendo em consideração as leis de distribuição definidas em (5.64) e (5.67), respectivamente para os factores de carga da Solicitação λS e da Resistência λR , os resultados obtidos para o índice de fiabilidade β e para a probabilidade de ruína p_f do pilar P1, são os apresentados na Figura 5.11 e na Figura 5.12.

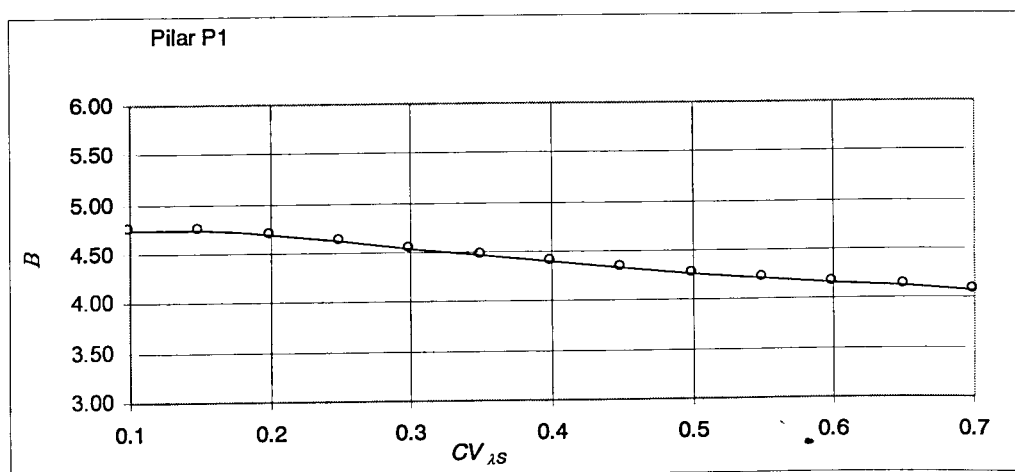


Figura 5.11 - Pilar P1: Índice de fiabilidade β .

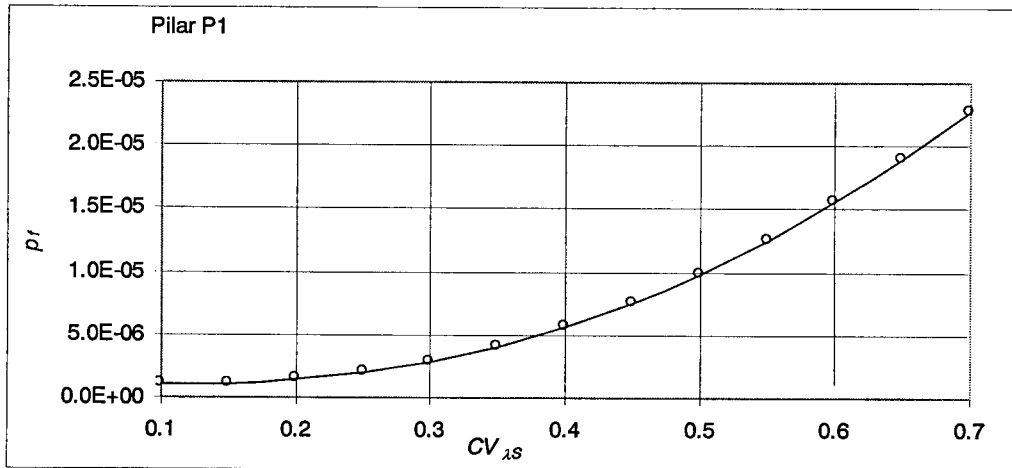


Figura 5.12 - Pilar *P1*: Probabilidade de ruína p_f .

Sendo o objectivo principal da apresentação deste exemplo a sistematização da aplicação do método de avaliação de segurança proposto, e não se pretendendo por isso discutir em detalhe os resultados obtidos para a probabilidade de ruína desta estrutura, refira-se unicamente que no caso do pilar em estudo, dimensionado para os efeitos de 2ª ordem de acordo com a regulamentação em vigor, foi obtido um elevado nível de segurança, verificando-se, para a gama central de valores do coeficiente de variação do factor de carga da Solicitação, valores da probabilidade de ruína inferiores a 10^{-05} , ou seja, valores do índice de fiabilidade β superiores a 4.25.

5.5 Conclusões

O recurso a análises não lineares, para efeitos de dimensionamento e verificação de segurança, encontra dificuldades na definição de critérios de segurança que permitam a sua fiável utilização. Na procura de soluções para esta dificuldade foram identificadas, ao longo deste capítulo, algumas das filosofias e formatos de segurança utilizáveis em análises material e geometricamente não lineares, baseados em coeficientes parciais de segurança ou em métodos de simulação.

No que diz respeito aos métodos baseados em coeficientes parciais de segurança, apresentou-se a proposta de método de Henriques (1998) relativa à quantificação da segurança estrutural de secções de betão armado e dois métodos mais abrangentes que visam permitir o dimensionamento global de estruturas reticuladas de betão armado (Vinagre, 1997 e Castro, 1998).

O método proposto por Vinagre (1997) concentra a sua especificidade na definição de coeficientes parciais de segurança distintos para as principais propriedades materiais do betão armado e de uma criteriosa variação dessas mesmos coeficientes, ao longo das secções de cada uma das barras constituintes da estrutura, por forma a melhor representar o estado provável dos materiais constituinte das diferentes secções das barras quando solicitadas. Sendo este método uma adaptação directa do formato semi-probabilístico de segurança, apresenta como principal vantagem a sua simplicidade de aplicação, estando porém a qualidade dos resultados com ele obtidos exclusivamente dependente dos coeficientes de segurança adoptados.

O método apresentado por Castro (1998), o mais complexo dos três métodos referidos, recorre aos habituais coeficientes de segurança, adoptados na formato semi-probabilístico de segurança, para definir as grandezas das propriedades materiais a incluir no algoritmo de análise não linear. Este algoritmo é utilizado para o dimensionamento da estrutura, através de um processo iterativo de determinação de esforços, onde a actualização do dimensionamento das secções da estrutura, de acordo com os critérios regulamentares habituais, é efectuada após cada iteração realizada. Encerrando em si próprio uma adaptação progressiva das características das secções aos esforços verificados na estrutura, constitui um modelo de dimensionamento coerente cujo potencial está ainda por explorar.

Alternativamente aos métodos baseados em coeficientes de segurança, as técnicas de simulação têm sido utilizadas na definição de métodos de avaliação de segurança de natureza probabilística. O primeiro método desta natureza apresentado neste capítulo, proposto por Henriques (1998), tem na sua base o recurso à técnica de simulação habitualmente designada por Método de Monte Carlo e pode ser considerado, nas propostas que nele encerra, um método de referência. O tratamento estatístico do conjunto de resultados da resposta estrutural, obtidos da análise estrutural determinística de um conjunto de amostras, culmina na possibilidade de ajuste de uma lei de distribuição teórica à resposta da estrutura. Não incluindo nenhuma informação sobre as distribuições das acções actuantes, este método permite a quantificação da probabilidade de ruína de uma dada estrutura, para um dado nível de solicitação ou, inversamente, fixada uma dada probabilidade de ruína, avaliar o nível de solicitação comportado. Como consequência das características do método de simulação

utilizado, o número de amostras necessárias para garantir uma boa representação do problema estrutural é elevado. Este facto, uma vez que é necessário realizar um número de análises determinísticas igual ao número de amostras determinadas, constitui o seu principal aspecto negativo, pois o tempo de cálculo requerido por esta operação inviabiliza, na generalidade dos casos, a sua aplicação prática.

A finalizar este capítulo foi apresentada uma proposta de método de avaliação de segurança, assunto central deste trabalho, que inclui na sua formulação o recurso à técnica de simulação de amostragem estratificada: o Método do Hiper cubo Latino (MHL). A ideia base desta proposta de método consistiu na procura de uma estratégia que permitisse definir leis de distribuição teóricas normais da Resistência e da Solicitação por forma a tornar possível a quantificação da probabilidade de ruína estrutural e o concomitante índice de fiabilidade. Este método, que na sua definição inclui uma série de simplificações, apresenta como principais vantagens a sua simplicidade conceptual e a sua potencial aplicabilidade, dado o reduzido número de análises estruturais não lineares a realizar, consequência do reduzido número de amostras necessárias. A sistematização da sua sequência de aplicação e os resultados obtidos para um exemplo simples evidenciaram as características enunciadas e mostraram ainda o seu potencial de utilização na avaliação de segurança de estruturas reticuladas de betão armado.

A finalizar, refira-se ainda que o método de avaliação de segurança proposto neste trabalho é um método de aplicação geral e que, apesar das simplificações envolvidas, permite quantificar a probabilidade de ruína de estruturas reticuladas de betão armado e discutir, com base no valor dessa probabilidade, o nível de segurança estrutural previsível da estrutura. Apesar do seu carácter de aplicação geral, este método foi essencialmente utilizado para avaliar a probabilidade de ruína de estruturas reticuladas de betão armado dimensionadas aos efeitos de 2ª ordem, através dos métodos simplificados patentes no REBAP, MC90 e ainda relativamente a uma proposta da autoria de Paula Castro (PC) (1998). Dada a confiança depositada no formato de segurança regulamentar para análises relativas a efeitos de 1ª ordem, o valor da probabilidade de ruína obtido para uma estrutura assim dimensionada pode servir como valor de referência para a avaliação da qualidade dos métodos simplificados de dimensionamento aos efeitos de 2ª ordem referidos. Nestes pressupostos, será

desejável que o dimensionamento envolvendo os efeitos de 2ª ordem mantenha a probabilidade de ruína associada ao dimensionamento em que estes efeitos não são considerados.

Capítulo 6

Segurança no dimensionamento de peças de betão armado: aplicação do método em análises materialmente não lineares

6.1 Introdução

O dimensionamento de estruturas de betão armado correntes, com base no formato semi-probabilístico de segurança, é efectuado avaliando os esforços actuantes numa dada estrutura utilizando algoritmos de análise linear, sendo esta avaliação complementada com a aplicação de métodos simplificados que permitam estimar esforços de 2ª ordem, resultantes do comportamento não linear geométrico da estrutura nos elementos estruturais em que estes efeitos se revelem importantes. Por outro lado, o dimensionamento das secções, ou a avaliação da sua capacidade resistente, é feito a partir do estabelecimento de um conjunto de hipóteses simplificadoras do comportamento destas secções e a partir das leis de comportamento do betão e do aço, fazendo por esta via intervir o cariz materialmente não linear do comportamento deste tipo de estruturas. A compatibilização entre estas duas fases distintas, que no formato habitual de projecto são independentes, é feita à custa de algumas regras práticas que visam melhorar a solução final encontrada, aproximando



os modelos que servem de base ao processo de dimensionamento do real comportamento das estruturas de betão armado.

O conjunto de opções tomadas no decorrer da elaboração de um projecto de estruturas pode influenciar, de forma mais ou menos determinante, o nível de segurança obtido para a estrutura que se visa realizar. Porém, uma vez que os critérios de segurança utilizados não são alterados em função dessas opções, o projectista não apreende a dimensão dessas variações admitindo, na falta de melhor informação, o pressuposto de serem atingidos iguais níveis de segurança para todas as estruturas projectadas.

Com o método de avaliação de segurança proposto neste trabalho, e apesar das simplificações nele contidas e já evidenciadas, procurou-se neste capítulo, tendo por base apenas análises materialmente não lineares, identificar algumas das implicações das opções de projecto corrente nos níveis de segurança estrutural, bem como interpretar as consequências da opção central do formato de segurança semi-probabilístico, relativa à diferenciação de valores dos coeficientes de segurança parciais do aço e do betão, nesses mesmos níveis de segurança.

A primeira aplicação do método de avaliação de segurança proposto a ser realizada consistiu no estudo do comportamento de duas vigas de betão armado, diferenciáveis pelas suas percentagem de armadura. Os resultados obtidos neste estudo para estas vigas foram comparados com os obtidos por Henriques (1998), através de um modelo de análise de segurança mais complexo, no que diz respeito à determinação de modelos de regressão e de funções de distribuição da Resistência. Com esta comparação pretendeu-se discutir a qualidade dos resultados encontrados para a caracterização da lei de distribuição da Resistência e para os modelos de regressão, obtidos a partir da aplicação do Método do Hipercubo Latino e, indirectamente, a qualidade do método de avaliação de segurança proposto.

Em seguida, será apresentado o estudo da quantificação da probabilidade de ruína de um pilar, dimensionado apenas para efeitos de 1ª ordem e para duas situações distintas de solicitação e de constituição material. Um dimensionamento, designado por P_C , para um esforço axial de compressão pura, admitindo a constituição do pilar unicamente realizada com betão e, por oposição a este exemplo, um dimensionamento, designado por P_S , para um esforço axial de tracção pura, no

pressuposto de a sua constituição ser apenas realizada por aço. Com estes exemplos pretendeu-se isolar o comportamento de cada um dos materiais que constituem as peças de betão armado e avaliar a probabilidade de ruína associada ao uso dos distintos coeficientes parciais de segurança regulamentares para as capacidades resistentes desses dois materiais.

A finalizar este capítulo, serão apresentados dois conjuntos de estudos de vigas de betão armado, direccionados para a análise das variações dos níveis de segurança resultantes, por um lado, do processo habitual de redistribuição de esforços e, por outro, das variações da percentagem de armadura resultantes das diferentes opções de dimensionamento de uma viga para o mesmo nível de Solicitação.

6.2 Comparação do método de avaliação de segurança proposto com a metodologia de Henriques (1998)

Tendo em vista discutir a qualidade dos resultados obtidos com o método de avaliação de segurança proposto neste trabalho, no que diz respeito à determinação de uma lei de distribuição da Resistência e à definição de modelos de regressão desta mesma variável, foi implementada a sua aplicação ao estudo de duas vigas de betão armado e comparados os resultados aqui obtidos, com os resultados obtidos por Henriques (1998) para as mesmas vigas, a partir da aplicação de uma metodologia de avaliação de segurança de natureza semelhante.

6.2.1 Descrição do exemplo

As duas vigas estudadas, que se designarão por *V1* e *V2*, são bi-encastadas, apresentam idêntica geometria e estão solicitadas por uma carga uniformemente distribuída p de igual configuração. A diferenciação entre estas duas vigas reside nas diferentes percentagens de armadura de tracção ρ adoptadas, $\rho = 1.0\%$ ($A_s = 11.25\text{cm}^2$) para a viga *V1* e $\rho = 2.0\%$ ($A_s = 22.50\text{cm}^2$) para a viga *V2*, tendo-se considerado, em cada viga, igual área de armadura nas zonas dos apoios e a meio vão. Dadas as semelhanças entre esta duas vigas, a representação gráfica das suas principais características geométricas e discretização da malha de elementos finitos a adoptar,

nas análises estruturais a efectuar, pode ser feita em conjunto e é apresentada na Figura 6.1.

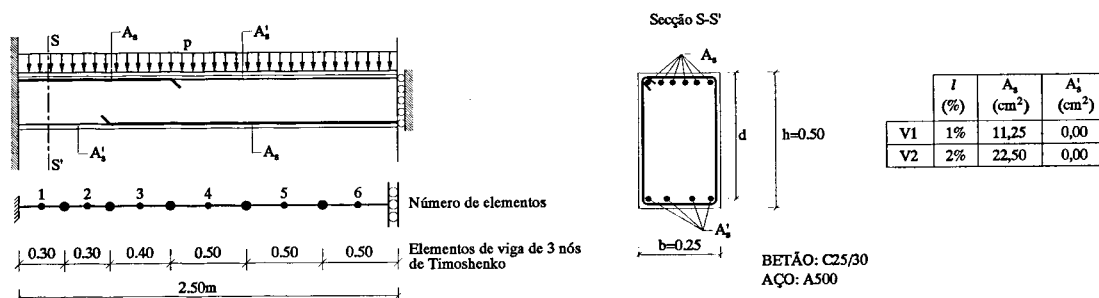


Figura 6.1- Vigas V1 e V2: Geometria, materiais, solicitação e malha de elementos finitos.

- Acções e combinação de acções

No que diz respeito às acções, Henriques (1998) apenas define a sua configuração de aplicação, tendo admitido tratar-se de uma carga uniformemente distribuída. Uma vez que se adoptou idêntica armadura de tracção superior e inferior, nas zonas de esforços máximos, admite-se implicitamente que os máximos momentos flectores positivos e negativos têm igual valor absoluto. Do ponto de vista do dimensionamento das vigas, este pressuposto corresponde a admitir que ao diagrama de momentos flectores, obtido de uma análise elástica das mesmas, terá sido aplicada uma redistribuição de esforços de 25% dos momentos negativos, tal como se evidencia na Figura 6.2.

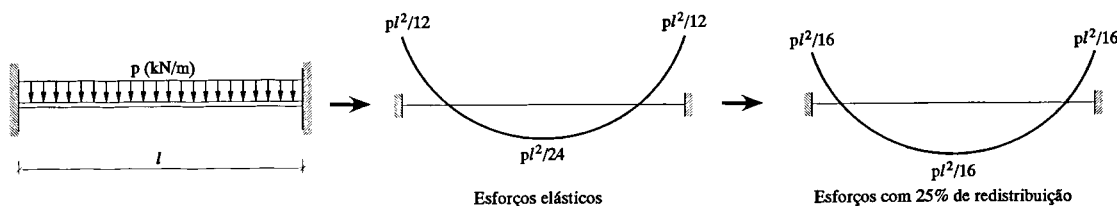


Figura 6.2 - Modelo de esforços de dimensionamento de V1 e V2.

Conhecidos os esforços e previamente fixada a distribuição de armadura das vigas, facilmente se determinaria uma combinação de acções, relativa a estados limites últimos, que pudesse dar origem a este dimensionamento. Porém, uma vez que para efeitos das aplicações que se pretendem efectuar esta informação não é necessária, prescindiu-se aqui da procura dessa eventual combinação de acções.

- *Materiais*

Os materiais adoptados para as vigas em estudo foram o betão da classe B30 (C25/C30) e o aço da classe A500. Os parâmetros que permitem definir as leis de distribuição normal da resistência à compressão do betão e da tensão de cedência do aço, variáveis básicas para a determinação da lei de distribuição da Resistência e às quais será aplicado o método de simulação do Hipercubo Latino, são apresentados na Tabela 6.1.

Betão Classe B30 (C25/30) f_c	Valor característico:	f_{ck}	25.0 MPa
	Coeficiente de variação:	CV_{f_c}	0.151
	Valor médio:	f_{cm}	33.0 MPa
	Desvio padrão	σ_{f_c}	5.00 MPa
Aço Classe A500 f_{sy}	Valor característico:	f_{syk}	500 MPa
	Coeficiente de variação:	CV_{f_s}	0.055
	Valor médio:	f_{sym}	550.0 MPa
	Desvio padrão	σ_{f_s}	30.00 MPa

Tabela 6.1 - Parâmetros estatísticos das leis de distribuição de f'_c e f_{sy} .

Uma vez que o principal objectivo desta aplicação corresponde à comparação de resultados com Henriques (1998), os parâmetros apresentados são os adoptados por este autor. Note-se ainda que Henriques adoptou como terceira variável básica a altura da secção h , definida por uma lei de distribuição normal, variável que foi tratada neste trabalho como determinística e assumindo um valor constante e igual à altura da secção, uma vez que não se revelou determinante nos resultados obtidos. Refira-se ainda que Henriques teve em consideração a variação espacial das propriedades materiais, aplicando por isso o processo de simulação a uma malha de elementos, coincidente coma a malha de elementos finitos adoptada, e obtendo propriedades materiais distintas para cada elemento em que as vigas foram discretizadas, hipótese não contemplada na aplicação apresentada neste trabalho.

As restantes propriedades materiais, não envolvidas no processo de simulação e apresentadas na Tabela 6.2, foram consideradas com os valores habituais para as classes de betão e de aço adoptadas, sendo de destacar a inclusão da Resistência do betão à tracção f_{ct} .

Betão Classe B30 (C25/30)	Módulo de Elasticidade: E_c Coeficiente de Poisson: ν Resistência do betão à tracção : f_{ct}	$9500 f_{cm}^{1/3} = 30.47$ Gpa 0.20 2.57 MPa
Aço Classe A500	Módulo de Elasticidade: E_s Extensão última: ε	200 Gpa 16.5 ‰

Tabela 6.2 - Propriedades materiais não envolvidas no processo de simulação

6.2.2 - Lei de distribuição da Resistência - R

A procura de uma lei de distribuição normal representativa da Resistência requer a determinação de um conjunto de amostras representativas da estrutura, obtidas a partir da aplicação do Método do Hipercubo Latino. Tendo em vista ampliar o grau de confiança nos resultados obtidos, optou-se por duplicar o estudo do comportamento das vigas, a partir da aplicação deste método a dois conjuntos de amostras independentes para cada uma das vigas. O produto do tratamento dos resultados obtidos em cada conjunto de simulações efectuadas, leis de distribuição de R e modelos de regressão, foi alvo de comparação entre si, evidenciando a estabilidade do método, e comparado com Henriques (1998) na perspectiva de aferir a qualidade dos resultados aqui obtidos. Refira-se ainda que a medida da Resistência adoptada foi o valor máximo da carga uniformemente distribuída p aplicável às vigas, pelo que todas as referências aos valores de R terão esse significado.

- Simulação estocástica: Método do Hipercubo Latino MHL

Como foi já referido, procedeu-se a duas aplicações independentes do MHL a cada uma das vigas estudadas, tendo-se obtido quatro conjuntos de amostras, $ViAj$ (amostra j da viga i), dos pares de valores da tensão de rotura do betão e da tensão de cedência do aço. Adoptada a habitual dimensão de 30 amostras para cada simulação efectuada,

os resultados obtidos apresentam-se graficamente na Figura 6.3, a que correspondem os valores de f_c e f_{sy} indicados da Tabela 6.3 à Tabela 6.6.

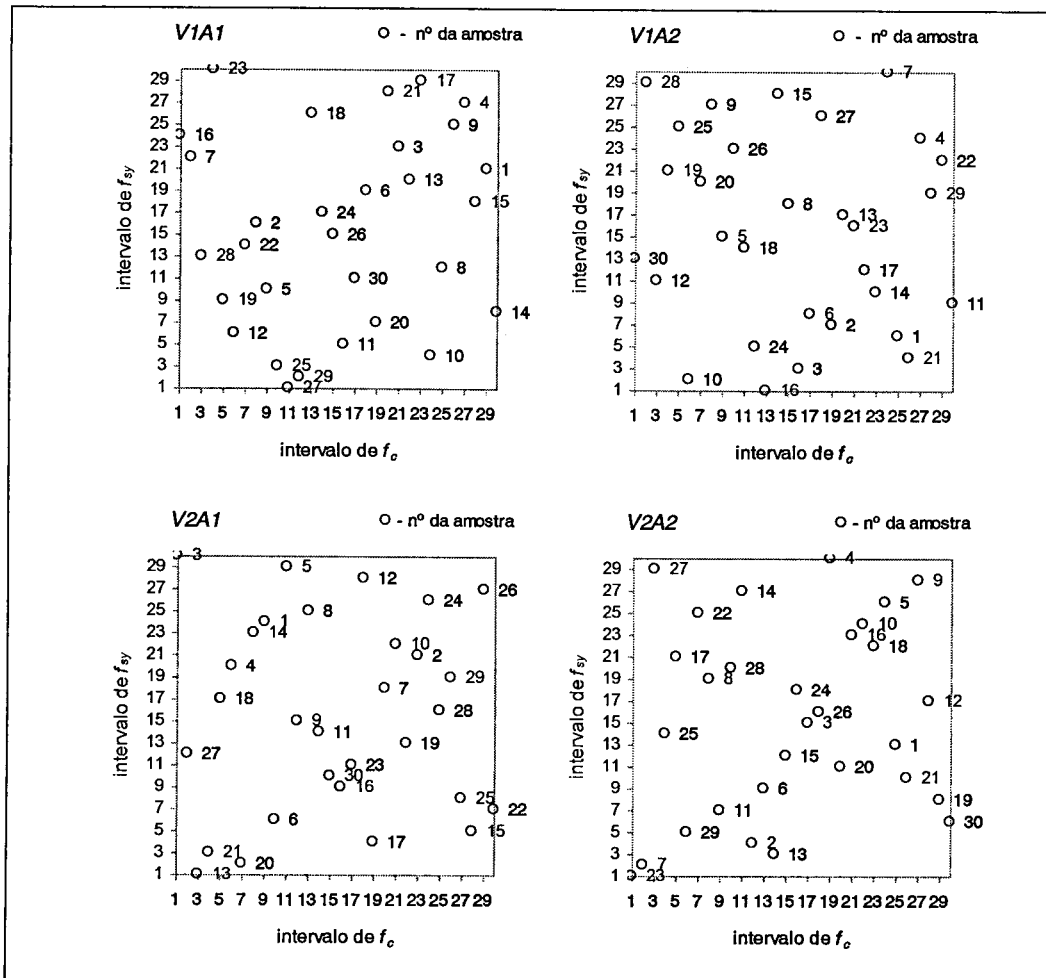


Figura 6.3 - Aplicação do MHL. Conjuntos de 30 amostras VIA1, VIA2, V2A1 e V2A2.

Viga V1 - Conjunto de 30 amostras: VIA1								
n	f_c (MPa)	f_{sy} (MPa)	n	f_c (MPa)	f_{sy} (MPa)	n	f_c (MPa)	f_{sy} (MPa)
1	41.22	564.31	11	33.21	518.91	21	34.93	591.49
2	29.63	551.25	12	28.49	522.92	22	29.08	546.23
3	35.39	570.23	13	35.86	561.56	23	27.04	613.84
4	38.96	585.75	14	43.64	529.77	24	32.37	553.77
5	30.14	535.69	15	39.91	556.31	25	30.61	508.51
6	34.05	558.9	16	22.36	573.5	26	32.79	548.75
7	24.78	567.19	17	36.37	599.34	27	31.07	486.16
8	37.51	541.1	18	31.95	581.09	28	26.09	543.69
9	38.18	577.08	19	27.82	532.81	29	31.52	500.65
10	36.92	514.25	20	34.48	526.49	30	33.63	538.44

Tabela 6.3 - Resultados numéricos da aplicação do MHL - VIA1

Viga V1 - Conjunto de 30 amostras: VIA2								
n	f_c (MPa)	f_{sy} (MPa)	n	f_c (MPa)	f_{sy} (MPa)	n	f_c (MPa)	f_{sy} (MPa)
1	37.51	522.92	11	43.64	532.81	21	38.18	514.25
2	34.48	526.49	12	26.09	538.44	22	41.22	567.19
3	33.21	508.51	13	34.93	553.77	23	35.39	551.25
4	38.96	573.5	14	36.37	535.69	24	31.52	518.91
5	30.14	548.75	15	32.37	591.49	25	27.82	577.08
6	33.63	529.77	16	31.95	486.16	26	30.61	570.23
7	36.92	613.84	17	35.86	541.1	27	34.05	581.09
8	32.79	556.31	18	31.07	546.23	28	24.78	599.34
9	29.63	585.75	19	27.04	564.31	29	39.91	558.9
10	28.49	500.65	20	29.08	561.56	30	22.36	543.69

Tabela 6.4 - Resultados numéricos da aplicação do MHL - VIA2

Viga V1 - Conjunto de 30 amostras: V2A1								
n	f_c (MPa)	f_{sy} (MPa)	n	f_c (MPa)	f_{sy} (MPa)	N	f_c (MPa)	f_{sy} (MPa)
1	30.14	573.5	11	32.37	546.23	21	27.04	508.51
2	36.37	564.31	12	34.05	591.49	22	43.64	526.49
3	22.36	613.84	13	26.09	486.16	23	33.63	538.44
4	28.49	561.56	14	29.63	570.23	24	36.92	581.09
5	31.07	599.34	15	39.91	518.91	25	38.96	529.77
6	30.61	522.92	16	33.21	532.81	26	41.22	585.75
7	34.93	556.31	17	34.48	514.25	27	24.78	541.1
8	31.95	577.08	18	27.82	553.77	28	37.51	551.25
9	31.52	548.75	19	35.86	543.69	29	38.18	558.9
10	35.39	567.19	20	29.08	500.65	30	32.79	535.69

Tabela 6.5 - Resultados numéricos da aplicação do MHL - V2A1

Viga V1 - Conjunto de 30 amostras: V2A2								
n	f_c (MPa)	f_{sy} (MPa)	n	f_c (MPa)	f_{sy} (MPa)	N	f_c (MPa)	f_{sy} (MPa)
1	38.18	543.69	11	30.14	526.49	21	38.96	535.69
2	31.95	514.25	12	41.22	553.77	22	29.08	577.08
3	34.05	548.75	13	32.79	508.51	23	22.36	486.16
4	34.93	613.84	14	31.52	585.75	24	33.63	556.31
5	37.51	581.09	15	33.21	541.1	25	27.04	546.23
6	32.37	532.81	16	35.86	570.23	26	34.48	551.25
7	24.78	500.65	17	27.82	564.31	27	26.09	599.34
8	29.63	558.9	18	36.92	567.19	28	31.07	561.56
9	39.91	591.49	19	43.64	529.77	29	28.49	518.91
10	36.37	573.5	20	35.39	538.44	30	30.61	522.92

Tabela 6.6 - Resultados numéricos da aplicação do MHL - V2A2

Tendo em vista definir leis de distribuição da Resistência das vigas em estudo, procedeu-se à análise não linear material de cada conjunto de 30 amostras. O tratamento estatístico dos quatro conjuntos de 30 resultados obtidos para valores de ruína das vigas permitiu quantificar os valores médios R_m e desvios padrão σ_R dessas distribuições ($ViAj$), apresentados na Tabela 6.7 e na Tabela 6.8, onde se incluem também os resultados obtidos por Henriques (ViH) e, assim, ajustar duas leis de distribuição normal à Resistência de cada uma das vigas.

Viga/Amostra	Parâmetros estatísticos	
	Média (kN/m)	Desvio padrão (kN/m)
V1A1	157.8	5.60
V1A2	157.8	5.25
V1H	168.4	6.06

Tabela 6.7 - Parâmetros estatísticos das distribuições da Resistência R da viga $V1$.

Viga/Amostra	Parâmetros estatísticos	
	Média (kN/m)	Desvio padrão (kN/m)
V2A1	244.7	12.91
V2A2	245.3	13.87
V2H	262.5	16.30

Tabela 6.8 - Parâmetros estatísticos das distribuições da Resistência R da viga $V2$.

- Validação dos ajustes de leis normais efectuados

A validação dos ajustes de leis normais de distribuição à Resistência das vigas foi efectuada através da aplicação de dois testes de hipótese já apresentados, *Teste de Normalidade*, baseado nos coeficientes de assimetria e achatamento e *Teste de Kolmogorov-Smirnov - versão proposta por Lilliefors (1967)*. Dos resultados obtidos com a aplicação destes testes, apresentados na Tabela 6.9, Tabela 6.10, Figura 6.4 e Figura 6.5, que permitiram validar os quatro ajustes enunciados, poderá verificar-se que apenas a aplicação do *Teste de Normalidade* ao caso da viga $V2$, não foi, ainda que por uma pequena margem, conclusivo, tendo neste caso ficado a validação justificada apenas pelo teste *de Kolmogorov-Smirnov - versão proposta por Lilliefors (1967)*.

- Teste de Normalidade

	Condições a verificar	Verificação	Normalidade da distribuição
VIA1	$\left\{ \begin{array}{l} \hat{\gamma}_1(n) < 1.5\sigma_{\hat{\gamma}_1(n)} \\ \left \hat{\gamma}_2(n) + \frac{6}{n+1} \right < 1.5\sigma_{\hat{\gamma}_2(n)} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 0.078 < 0.608 \text{ OK!} \\ 1.004 < 1.050 \text{ OK!} \end{array} \right.$	<p>Ambas as condições são verificadas</p> <p>Aceite</p>
VIA2	$\left\{ \begin{array}{l} \hat{\gamma}_1(n) < 1.5\sigma_{\hat{\gamma}_1(n)} \\ \left \hat{\gamma}_2(n) + \frac{6}{n+1} \right < 1.5\sigma_{\hat{\gamma}_2(n)} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 0.121 < 0.608 \text{ OK!} \\ 0.425 < 1.050 \text{ OK!} \end{array} \right.$	<p>Ambas as condições são verificadas</p> <p>Aceite</p>

Tabela 6.9 - Resultados do teste de Normalidade às leis de distribuição da Resistência de V1.

	Condições a verificar	Verificação	Normalidade da distribuição
V2A1	$\left\{ \begin{array}{l} \hat{\gamma}_1(n) < 1.5\sigma_{\hat{\gamma}_1(n)} \\ \left \hat{\gamma}_2(n) + \frac{6}{n+1} \right < 1.5\sigma_{\hat{\gamma}_2(n)} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 0.651 < 0.608 \text{ KO!} \\ 0.224 < 1.050 \text{ OK!} \end{array} \right.$	<p>Pelo menos uma das condições não é verificada</p> <p>Inconclusivo</p>
	$\left\{ \begin{array}{l} \hat{\gamma}_1(n) > 2.0\sigma_{\hat{\gamma}_1(n)} \\ \left \hat{\gamma}_2(n) + \frac{6}{n+1} \right > 2.0\sigma_{\hat{\gamma}_2(n)} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 0.651 > 0.811 \text{ KO!} \\ 0.224 > 1.400 \text{ KO!} \end{array} \right.$	<p>Nenhuma das condições é verificada</p> <p>Inconclusivo</p>
V2A2	$\left\{ \begin{array}{l} \hat{\gamma}_1(n) < 1.5\sigma_{\hat{\gamma}_1(n)} \\ \left \hat{\gamma}_2(n) + \frac{6}{n+1} \right < 1.5\sigma_{\hat{\gamma}_2(n)} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 0.791 < 0.608 \text{ KO!} \\ 1.365 < 1.050 \text{ KO!} \end{array} \right.$	<p>Pelo menos uma das condições não é verificada</p> <p>Inconclusivo</p>
	$\left\{ \begin{array}{l} \hat{\gamma}_1(n) > 2.0\sigma_{\hat{\gamma}_1(n)} \\ \left \hat{\gamma}_2(n) + \frac{6}{n+1} \right > 2.0\sigma_{\hat{\gamma}_2(n)} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 0.791 > 0.811 \text{ KO!} \\ 1.365 > 1.400 \text{ KO!} \end{array} \right.$	<p>Nenhuma das condições é verificada</p> <p>Inconclusivo</p>

Tabela 6.10 - Teste de Normalidade às leis de distribuição da Resistência de V2.

- Teste de Kolmogorov-Smirnov - versão proposta por Lilliefors (1967)

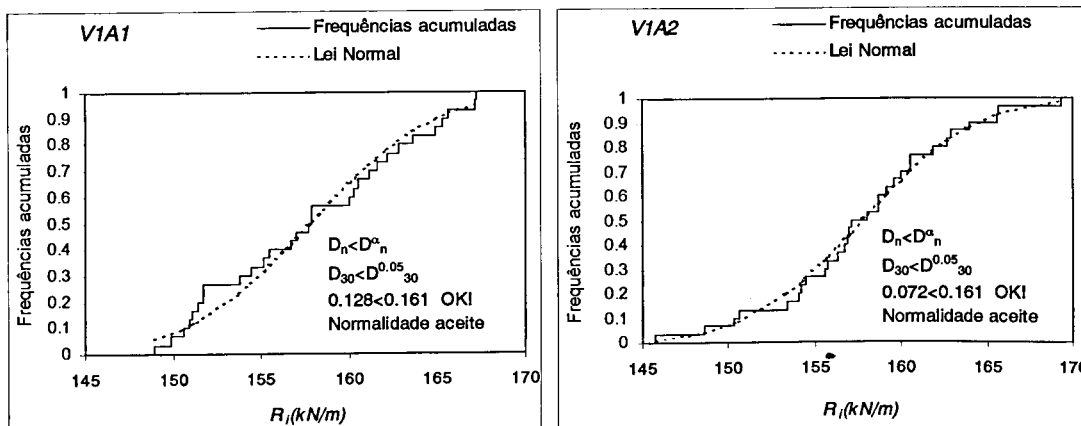


Figura 6.4 - Teste de Kolmogorov-Smirnov às leis de distribuição da Resistência de V1.

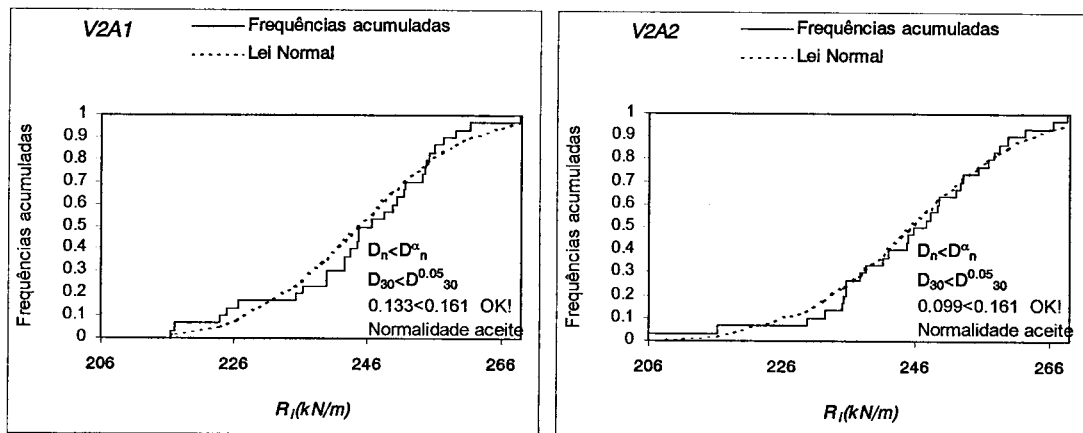


Figura 6.5 - Teste de *Kolmogrov-Smirnov* às leis de distribuição da Resistência de V2.

6.2.3 Análise e comparação de resultados

Uma vez determinadas as amostras representativas das distribuições da Resistência das vigas V1 e V2, e definidas as suas respectivas leis de distribuição, proceder-se-á agora à definição de modelos de regressão multilinear entre as variáveis básicas do problema e a Resistência das vigas, bem como à quantificação da carga de ruína das vigas em estudo para uma determinada probabilidade de ruína. Estes resultados serão, à medida que forem apresentados, comparados com os obtidos por Henriques (1998).

6.2.3.1 Modelos de regressão multilinear

Para cada um dos dois conjuntos de valores da Resistência das vigas V1 e V2 foram definidos modelos de regressão multilinear da Resistência (R_{ViAj}^c), em função das variáveis básicas do problema f_c e f_{sy} . As expressões obtidas para estas funções, os erros a elas associados (ε_r) e os seus coeficientes de correlação (r), com as distribuições que lhe deram origem, são os apresentados na Tabela 6.11 e na Tabela 6.12. Nessas mesmas tabelas incluem-se os modelos de regressão obtidos por Henriques (R_{ViH}^c) que, dada a circunstância de este autor ter considerado variabilidade espacial das variáveis básicas e ter incluído a variável h (altura da secção) no conjunto das variáveis básicas, apresentam um número de parâmetros superior. Uma prévia análise de sensibilidade permitiu identificar as variáveis básicas preponderantes na resposta estrutural e os elementos em que essa preponderância se verifica, possibilitando a Henriques a não inclusão da totalidade das variáveis no modelo de

regressão por este proposto, isto é, a inclusão selectiva das variáveis básicas em apenas alguns dos elementos em que as vigas foram discretizadas.

	R^c (kN/m)	ε_r (kN/m)	r
VIA1	$68.52 + 0.854f_c + 0.111f_s$	0.172	0.966
VIA2	$66.25 + 0.825f_c + 0.117f_s$	0.164	0.966
VIH (Henriques)	$-0.41 + 0.291f_{c_1} + 0.226f_{c_2} + 0.140f_{s_1} + 0.136f_{s_2} + 29.7\Delta h_1 + 21.6\Delta h_2$	0.160	0.986

Tabela 6.11 - Modelos de regressão multilinear de VI

	R^c (kN/m)	ε_r (kN/m)	r
V2A1	$63.65 + 2.150f_c + 0.200f_s$	1.130	0.888
V2A2	$43.87 + 1.919f_c + 0.251f_s$	0.271	0.979
V2H (Henriques)	$90.3 + 2.87f_{c_1} + 0.34f_{c_2} + 0.101f_{s_1} + 0.021f_{s_2} + 105.9\Delta h_1 + 18.0\Delta h_2$	0.160	0.986

Tabela 6.12 - Modelos de regressão multilinear de V2.

Os resultados obtidos para os modelos de regressão multilinear evidenciam um melhor ajuste das funções para o caso da viga V1, facilmente identificável pelos diferentes níveis de correlação r e pelos diferentes valores dos erros do modelo ε_r . Todavia, verifica-se que o máximo erro encontrado não é, em termos absolutos, elevado e que o mínimo grau de correlação obtido de 0.888 permite ainda a manutenção do interesse no modelo de regressão a que diz respeito.

Apesar de não se apresentarem coeficientes de correlação individuais de cada uma das variáveis com a resposta estrutural, a observação das expressões encontradas para os modelos de regressão, permite identificar uma maior dependência da Resistência das vigas do valor da tensão de rotura do betão f_c no caso da viga V2, resultado esperado dadas as diferenças de percentagem de armadura constituintes das vigas.

As semelhanças entre os dois modelos de regressão definidos para cada uma das vigas, à custa da repetição da aplicação do MHL, veio confirmar a estabilidade dos resultados obtidos com este método de simulação, sustentando a confiança na sua utilização para o estudo deste tipo de estruturas. A referida estabilidade dos resultados obtidos, bem como a verificação da sua qualidade através da comparação com idênticos resultados obtidos por Henriques, pode ser graficamente visualizada na Figura 6.6 e na Figura 6.7, onde se representam, para cada uma das vigas e apenas

para os conjuntos das 30 amostras $A1$, os valores determinados pela aplicação do algoritmo não linear FEMPOR1 (R_{V1A1}^O), pela aplicação dos dois modelos de regressão multilinear aqui definidos (R_{V1A1}^c) e ainda pelo modelo proposto por Henriques (R_{V1H}^c). Os resultados apresentados organizaram-se por ordem crescente dos valores observados a partir da aplicação de FEMPOR1, tendo em vista facilitar a sua interpretação gráfica.

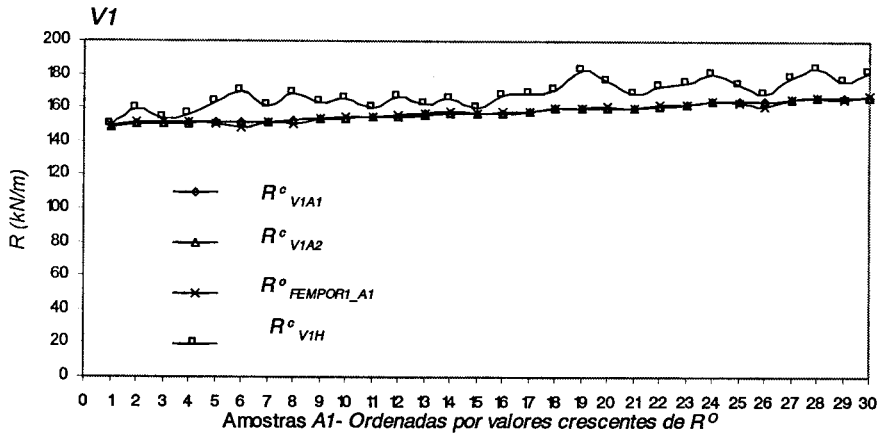


Figura 6.6 - Resultados observados e estimados de R para a viga $V1$ e amostra $A1$.

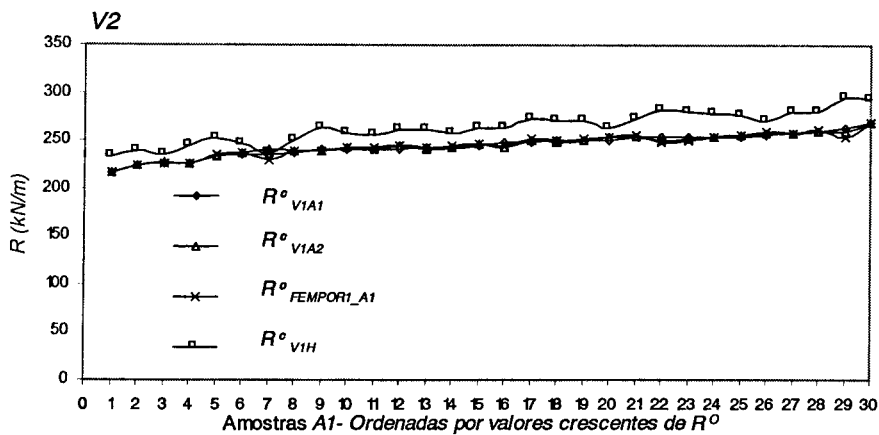


Figura 6.7 - Resultados observados e estimados de R para a viga $V2$ e amostra $A1$.

Da observação das figuras agora apresentadas conclui-se existir uma quase total coincidência entre os valores observados a partir da aplicação do algoritmo de análise não linear FEMPOR1 e a aplicação dos modelos de regressão aqui definidos, evidenciando a qualidade dos ajustes efectuados. Os resultados obtidos a partir da aplicação do modelo de regressão proposto por Henriques apresentam uma sistemática e praticamente uniforme diferença por excesso relativamente aos obtidos com os

modelos de regressão definidos neste trabalho. A regularidade das diferenças encontradas e a sua pequena amplitude motivou a suspeita, posteriormente confirmada, que as causas da sua ocorrência tivessem origem nas diferenças entre os algoritmos de análise e critérios de rotura utilizados. Refira-se ainda que a análise dos resultados obtidos com a amostra A2 conduziu a idênticas conclusões, tendo-se por isso optado pela sua não inclusão.

6.2.3.2 Probabilidade de ruína

Não tendo apresentado uma proposta para a lei de distribuição das acções, Henriques propõe como possibilidades de aplicação e, com base exclusiva na lei normal ajustada à distribuição da Resistência R , a quantificação de uma estimativa do valor da carga uniformemente distribuída p , correspondente a uma probabilidade de ruína previamente fixada ou, inversamente, a avaliação da probabilidade de ruína associada a um dado nível dessa mesma carga uniformemente distribuída p . Admitindo uma probabilidade de ruína $p_f = 10^{-4}$, compatível com verificações aos estados limites últimos, foram quantificados, para as vigas V1 e V2 e amostras A1 e A2, os valores de p correspondentes a esta probabilidade de ruína, que se apresentam na Figura 6.8 e na Figura 6.9, conjuntamente com a representação gráfica das leis de distribuição da Resistência que permitiram a sua avaliação.

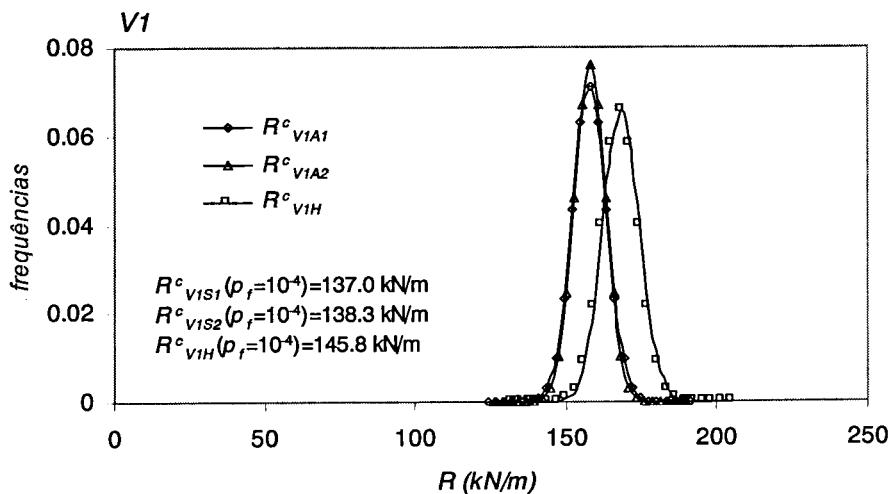


Figura 6.8 - Leis de distribuição da Resistência de V1 e valores da carga uniformemente distribuída para $p_f=10^{-4}$.

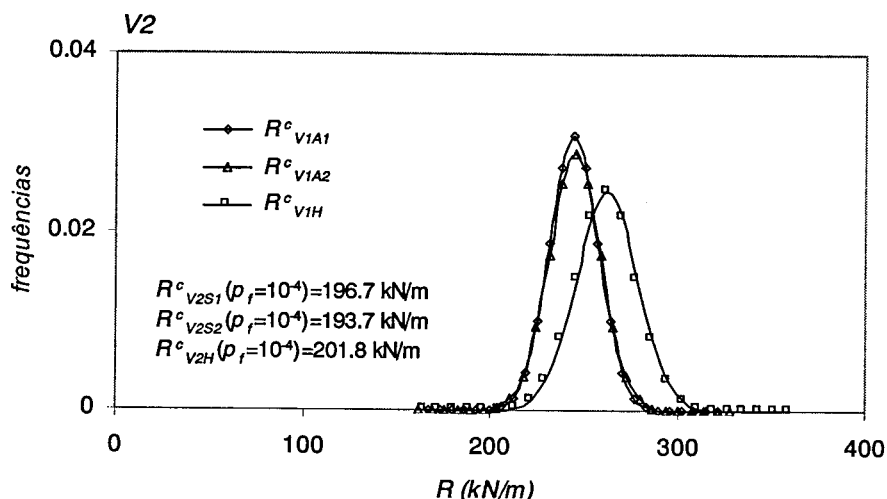


Figura 6.9 - Leis de distribuição da Resistência de V2 e valores da carga uniformemente distribuída para $p_f=10^{-4}$.

A comparação entre os resultados obtidos com as amostras A1 e A2 de cada uma das vigas, mostra uma quase total coincidência entre as curvas relativas às leis de distribuição da Resistência e uma grande aproximação entre os valores obtidos para a Solicitação associada à probabilidade de ruína de 10^{-4} . Relativamente à comparação com os resultados obtidos por Henriques, verifica-se um desfazamento entre as leis de distribuição da Resistência, reflectindo a já referida sistemática e regular diferença por excesso dos valores de R , resultante das diferenças entre os algoritmos de análise estrutural não linear utilizados. Todavia, os valores das Solicitações, associados à probabilidade de ruína de 10^{-4} , encontrados registam uma grande proximidade com os obtidos por este autor verificando-se como máximas diferenças relativas encontradas os valores de 6% para caso da viga V1 e de 4% para caso da viga V2.

6.3 Probabilidade de ruína associada aos coeficientes parciais de segurança do betão e do aço.

O dimensionamento de estruturas de betão armado, com base no formato semi-probabilístico de segurança, implica a adopção de coeficientes parciais de segurança distintos para o betão e para o aço, como consequência, entre outros, dos diferentes graus de incerteza associados à determinação das suas propriedades mecânicas. Tendo em vista identificar os níveis de segurança associados à adopção destes coeficientes e pretendendo isolar o comportamento de cada um dos materiais, procedeu-se ao estudo

de duas variantes de um pilar teórico. Em primeiro lugar, foi analisado um pilar (P_C) constituído unicamente por betão e solicitado por um esforço axial de compressão pura e, alternativamente, um pilar (P_T) constituído apenas por aço e solicitado por um esforço axial de tracção pura, tendo-se procurado avaliar as suas probabilidades de ruína.

Sendo compostas por estes dois materiais, será expectável que o estudo de peças de betão armado reais conduza a resultados intermédios entre estes dois cenários extremos e, dependendo da importância relativa destes materiais no comportamento dessas peças resultante das condições e opções de dimensionamento adoptadas. Nestes pressupostos, constituindo os casos teóricos estudados situações limite de análise, pretendeu-se com a sua apresentação identificar as fronteiras da probabilidade de ruína associada ao dimensionamento de estruturas de betão armado com base nos critérios regulamentares, ainda que unicamente no que diz respeito à utilização dos coeficientes parciais de segurança do betão e do aço.

6.3.1 Descrição do exemplo

Dadas as características das Solicitações indicadas para as duas variantes do pilar teórico em análise, compressão pura ou tracção pura, o seu estudo resume-se à análise do comportamento de uma qualquer secção destes pilares, não sendo por isso relevante definir o seu comprimento, malha de elementos finitos adoptada, ou outra qualquer característica geométrica.

- Acções e combinação de acções

Admitiu-se uma solicitação de igual valor absoluto para o pilar à compressão e para o pilar à tracção, composta por uma única acção de valor característico $N_{sk}=1884.0$ kN, e cujo valor de cálculo, existindo apenas uma combinação de acções possível para os estados limites últimos, resultou igual a $N_{sd}=1.5 \times N_{sk} = 2826.0$ kN.

- Materiais

Foram considerados, como materiais dos exemplos em estudo, o betão da classe B 25 (C 20/25) para o pilar P_C e o aço de classe A400 para o pilar P_T , tendo-se adoptado

para o dimensionamento das suas secções as propriedades mecânicas resultantes da aplicação da regulamentação em vigor.

Para estes mesmos materiais, e de acordo com o apresentado no capítulo 5, as leis de distribuição das variáveis básicas f'_c e f_{sy} , que serviram de base à determinação de um conjunto de amostras representativo das estruturas em análise, foram as constantes na Tabela 6.13:

Classe de Betão	f'_{ck} (MPa)	$CV_{f'_c}$	f'_{cm} (MPa)	$\sigma_{f'_c}$ (MPa)
B 25 (C 20/25)	14.78	0.174	20.71	3.60
Classe de Aço	f_{syk} (MPa)	CV_{f_s}	f_{sym} (MPa)	σ_{f_s} (MPa)
A 400	400	0.087	466.81	40.61

Tabela 6.13 - Leis de distribuição das variáveis básicas f'_c e f_{sy} .

- Dimensionamento

Uma vez definida a solicitação dos pilares e respectivos materiais constituintes, o seu dimensionamento, com base nos critérios semi-probabilísticos de segurança, conduziu à definição das seguintes secções:

- Pilar à compressão: P_C (0,50x0,50 m²) - betão
- Pilar à tracção: P_T (81.20 cm²) - aço

6.3.2 Leis de distribuição dos factores de carga da Solicitação (λS) e da Resistência (λR).

Tendo em vista aplicar o método de avaliação de segurança proposto neste trabalho, para avaliação da probabilidade de ruína dos pilares teóricos em estudo, foram definidas leis de distribuição dos factores de carga da Solicitação e da Resistência.

- Lei de distribuição do factor de carga da Solicitação (λS)

Tal como foi apresentado na secção §5.4.2.2., a lei de distribuição do factor de carga da Solicitação λS poderá ser definida para uma gama de valores do seu coeficiente de variação, na forma:

$$L_{AS}^N(1.125; CV_{AS}(0,10 \leftrightarrow 0,70)) \quad (6.1)$$

- Lei de distribuição do factor de carga da Resistência (λR)

A lei de distribuição do factor de carga Resistência é determinada a partir do tratamento estatístico de um conjunto de valores representativos da Resistência. Este conjunto de valores é obtido, regra geral, através da aplicação do algoritmo de análise não linear a um conjunto de amostras da estrutura, obtidas de forma aleatória pela aplicação do Método do Hipercubo Latino às leis de distribuições das variáveis básicas da Resistência (resistência à compressão do betão e tensão de cedência do aço).

Dadas as características particulares da composição das estruturas em análise, apenas uma destas variáveis está presente na determinação das suas Resistências. Tendo em consideração a estratégia de amostragem estratificada que sustenta o MHL, a sua aplicação a um única variável teria como resultado a obtenção de uma sequência de valores dos centróides dos intervalos em que a função de distribuição dessa variável foi dividida. Assim, e ainda que obtidos com uma ordem de saída aleatória, o conjunto de amostras encontrado para P_C e P_T é único e está previamente definido, correspondendo aos valores representativos dos 30 intervalos das leis de distribuição de f_c e f_{sy} , que se apresentam na Tabela 6.14 e na Tabela 6.15.

Pilar P_C : valores de f_c para as n amostras					
n	f_c (MPa)	n	f_c (MPa)	n	f_c (MPa)
1	13.04	11	19.32	21	22.43
2	14.78	12	19.64	22	22.77
3	15.72	13	19.95	23	23.14
4	16.41	14	20.25	24	23.53
5	16.97	15	20.56	25	23.96
6	17.45	16	20.86	26	24.44
7	17.88	17	21.16	27	25.00
8	18.28	18	21.47	28	25.69
9	18.64	19	21.78	29	26.63
10	18.99	20	22.10	30	28.37

Tabela 6.14 - Pilar P_C valores de f_c para as n amostras.

Pilar P_T : valores de f_{sy} para as n amostras					
n	f_{sy} (MPa)	n	f_{sy} (MPa)	n	f_{sy} (MPa)
1	380.38	11	451.16	21	486.18
2	400.01	12	454.76	22	490.08
3	410.64	13	458.26	23	494.2
4	418.4	14	461.7	24	498.63
5	424.72	15	465.11	25	503.47
6	430.15	16	468.5	26	508.9
7	434.99	17	471.91	27	515.21
8	439.41	18	475.35	28	522.97
9	443.54	19	478.86	29	533.61
10	447.43	20	482.46	30	553.23

Tabela 6.15 - Pilar P_T valores de f_{sy} para as n amostras.

Tratando-se, como foi já referido, do estudo de dois pilares teóricos submetidos a esforços axiais puros e constituídos por um único material, as suas Resistência dependerão unicamente das capacidades resistentes das suas secções, que se poderão determinar de forma directa através das expressões (6.2) e (6.3):

$$R^{Pc} = (0.50 \times 0.50) \cdot (f'_c \times 10^3) \text{ (kN)} \quad (6.2)$$

$$R^{Pt} = (81.20 \times 10^{-04}) \cdot (f_{sy} \times 10^3) \text{ (kN)} \quad (6.3)$$

Encontrados os dois conjuntos de 30 valores da Resistência de cada uma dos pilares, igual número de factores de carga da Resistência λR se poderão obter a partir de:

$$\lambda R = \frac{R}{S'_k} = \frac{R}{G_k + Q_{k_1} + \sum_{j>1} \psi_{0j} Q_{k_j}} = \frac{R}{1884.0} \quad (6.4)$$

o que, após tratamento estatístico destes resultados, permitirá ajustar leis de distribuição normais aos factores de carga da Resistência de P_C e de P_T ($L^N_{\lambda R^{Pc}}$ e $L^N_{\lambda R^{Pt}}$).

$$L^N_{\lambda R^{Pc}} = (\lambda R^P_k; CV_{\lambda R^{Pc}}) = (1.97; 0.174) \quad (6.5)$$

$$L^N_{\lambda R^{Pt}} = (\lambda R^P_k; CV_{\lambda R^{Pt}}) = (1.73; 0.087) \quad (6.6)$$

Uma vez que os valores da distribuição destes factores de carga foram obtidos através da transformações lineares dos valores f'_c e f_{sy} , tendo sido consideradas leis de distribuição normais para esta variáveis, a normalidade dos ajustes efectuados a λR^{P_c} e a λR^{P_T} fica automaticamente verificada, não sendo por isso necessária a aplicação de nenhum teste de validação dos ajustes efectuados.

6.3.3 Probabilidade de ruína p_f de P_C e P_T .

Encontradas a leis de distribuição do factor de carga da Solicitação e da Resistência para os pilares P_C e P_T , foi possível, adoptando os procedimentos gerais do método de avaliação de segurança proposto neste trabalho, quantificar os seus índices de fiabilidade e probabilidades de ruína, para uma gama de valores do coeficiente de variação do factor de carga da Solicitação, apresentando-se os resultados obtidos na Figura 6.10 e na Figura 6.11.

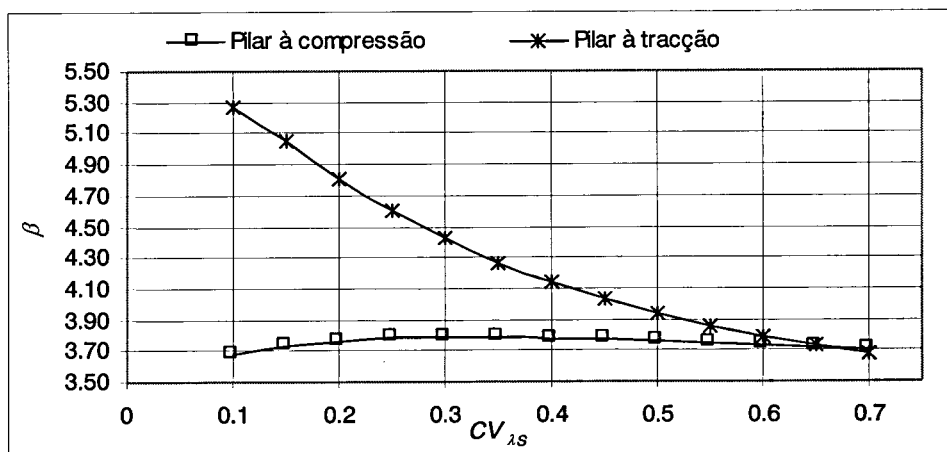


Figura 6.10 - Índice de fiabilidade β dos pilares P_C e P_T .

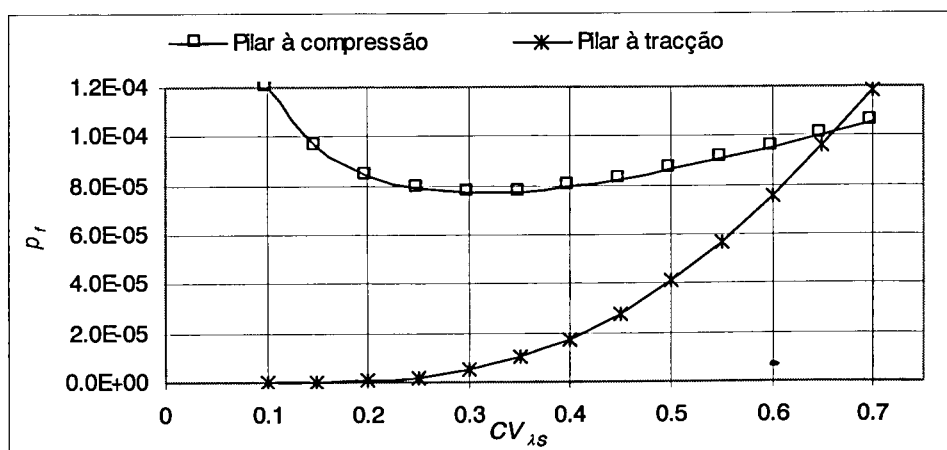


Figura 6.11 - Probabilidade de ruína p_f dos pilares P_C e P_T .

Os valores dos índices de fiabilidade e probabilidades de ruína dos pilares P_C e P_T , apresentam evoluções distintas com o coeficiente de variação do factor de carga da Solicitação. No caso do pilar P_C assiste-se a uma progressiva redução da probabilidade de ruína, entre 0.1 e 0.3 de $CV_{\lambda S}$, seguida de uma variação suavemente crescente desta mesma probabilidade, enquanto que os resultados encontrados para P_T mostram uma relação de crescimento contínua entre $CV_{\lambda S}$ e a sua probabilidade de ruína.

Independentemente das suas diferentes evoluções, verifica-se que os níveis de probabilidade de ruína encontrados para P_C são consideravelmente mais elevados do que os encontrados para P_T , com excepção da zona, de menor interesse, de valores de $CV_{\lambda S}$ mais elevados ($CV_{\lambda S} > 0.6$), onde as probabilidades de ruína dos dois pilares se aproximam, verificando-se mesmo uma inversão na hierarquia dos valores encontrados para os dois pilares. Porém, e em qualquer dos casos, as probabilidades de ruína encontram-se, em geral, abaixo do limite superior de 10^{-4} , convencionalmente aceite para verificações aos estado limites últimos, situação unicamente excedida nas zonas extremas, de menor interesse, correspondentes a $CV_{\lambda S} < 0.15$ e $CV_{\lambda S} > 0.65$ no caso do pilar P_C e a $CV_{\lambda S} > 0.65$ no caso do pilar P_T . Note-se ainda que no caso de P_T , a probabilidade de ruína desce a níveis bastante inferiores a 10^{-5} ($\beta > 4.25$) a partir de valores de $CV_{\lambda S}$ inferiores a 0.35.

Apesar da distribuição de λR^{P_T} ter um valor característico bastante inferior ao da distribuição de λR^{P_C} , o seu reduzido valor do coeficiente de variação faz com a probabilidade de ruína de P_T seja, praticamente sempre, inferior à de P_C e consideravelmente dependente do valor do coeficiente de variação da Solicitação.

Por seu lado, o pilar P_C , cuja distribuição do factor de carga da Resistência tem um coeficiente de variação aproximadamente duplo do de P_T , apresenta resultados da probabilidade de ruína pouco sensíveis ao valor do coeficiente de variação da Solicitação, mas com a particularidade de se poderem verificar aumentos da probabilidade de ruína com a redução do coeficiente de variação da Solicitação.

Correspondendo a probabilidade de ruína, ao integral de convolução entre a função de densidade de probabilidade do factor de carga da Solicitação $f(\lambda S)$ e a função de

distribuição do factor de carga da Resistência $F(\lambda R)$, analisou-se o desenvolvimento destas funções na zona de maior interesse, isto é, na zona onde o produto destas funções assume valores com algarismos significativos da ordem de grandeza dos da probabilidade de ruína procurada, isto é, suficiente afastados de zero. Esta análise, cujo objectivo principal se centra na tentativa de melhor interpretar as diferentes evoluções das curvas de probabilidade de ruína obtidas, foi realizada a partir da representação conjunta das referidas funções envolvidas no cálculo da probabilidade de ruína. Assim, optou-se por apresentar na Figura 6.12, as funções de densidade de probabilidade do factor de carga da Solicitação para três hipóteses de valores dos seus coeficiente de variação (0.20, 0.35 e 0.50) e ainda, as funções de distribuição do factor de carga da Resistência de P_C e de P_T , estas últimas, escaladas de um factor multiplicativo de 10 por forma a permitir uma leitura mais evidente das observações que se efectuarão em seguida.

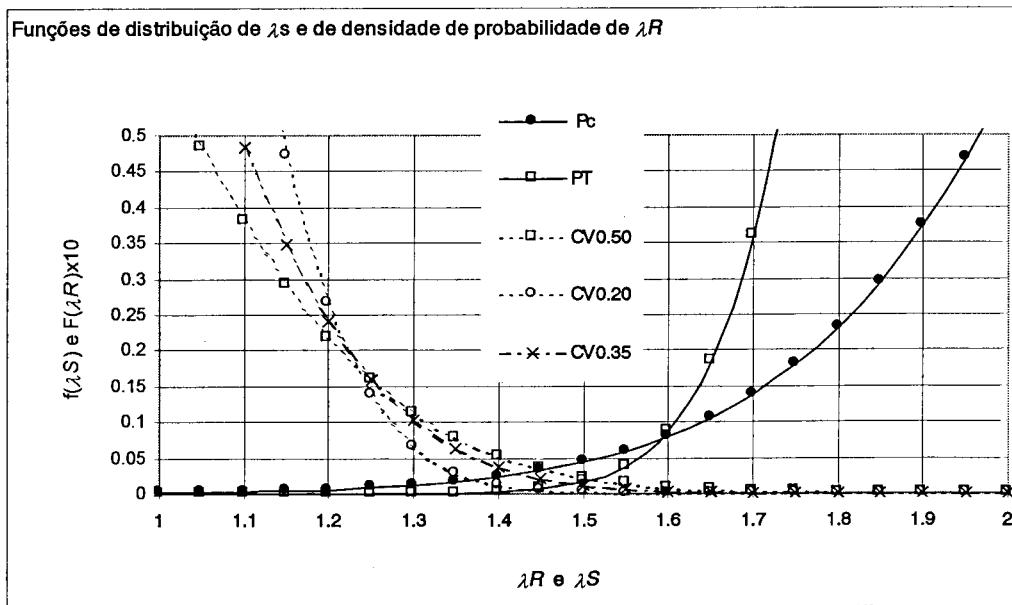


Figura 6.12 - Funções de densidade de probabilidade do factor de carga da Solicitação e de distribuição do factores de carga da Resistência de P_C e P_T .

A escolha das funções relativas a estes três valores de $CV_{\lambda S}$ teve origem no facto de estes cobrirem a gama de valores em que se enquadram os coeficientes de variação da generalidade das acções que compõem a Solicitação, e terem por isso um evidente interesse acrescido.

A evolução da probabilidade de ruína de P_C mostra que nos extremos do intervalo $0.20 < CV_{\lambda S} < 0.50$, esta apresenta valores aproximadamente iguais a 8.50×10^{-05} e

inferiores a este valor no interior desse mesmo intervalo. Observando as funções densidade de probabilidade de λS , apresentadas na Figura 6.12, é possível identificar um cruzamento das funções $f(\lambda S_{CV0.20})$ e $f(\lambda S_{CV0.50})$ na proximidade de $\lambda=1.22$, do que resulta necessariamente produtos entre $F(\lambda R_{PC})$ e $f(\lambda S_{CV0.50})$ de valor inferior aos produtos entre $F(\lambda R_{PC})$ e $f(\lambda S_{CV0.20})$ para valores de λ inferiores a 1.22 e a situação inversa para valores de λ superiores a 1.22. Assim, e dado o tipo de crescimento de cada uma das funções, será de concluir que nestas duas zonas as diferenças entre produtos se compensam, conduzindo a um valor final da probabilidade de ruína idêntico. A observação da curva relativa a $f(\lambda S_{CV0.35})$, valor médio do intervalo de $CV_{\lambda S}$ em estudo, permite identificar uma aproximação por defeito às curvas de $f(\lambda S_{CV0.20})$ e $f(\lambda S_{CV0.50})$ nas zonas onde estas conduzem a produtos entre funções mais elevados. Deste facto resultará necessariamente um integral de produtos entre $F(\lambda R_{PC})$ e $f(\lambda S_{CV0.35})$ de valor inferior a qualquer um dos anteriormente referidos e por consequência uma menor probabilidade de ruína.

Relativamente ao pilar P_T , a análise da Figura 6.12 permite observar que na zona onde a função de distribuição de λR_{PT} apresenta valores diferentes de zero ($\lambda > 1.35$), as curvas das funções de densidade de probabilidade de λS se encontram ordenadas de forma crescente com o aumento do valor de $CV_{\lambda S}$. Desta forma, os produtos entre as funções $F(\lambda R_{PC})$ e $f(\lambda S)$ conduzirão a valores crescentes com o valor de $CV_{\lambda S}$, confirmado-se o já constatado crescimento da probabilidade de ruína de P_T com o coeficiente de variação do factor de carga da Solicitação.

Os dois pilares teóricos estudados apresentam como principal vantagem a possibilidade de isolar os comportamentos materiais do betão e do aço e discutir as probabilidades de ruína resultantes da aplicação dos seus distintivos coeficientes de segurança parciais, no dimensionamento de estruturas de betão armado, com base no formato semi-probabilístico de segurança. A obtenção de maiores probabilidades de ruína obtidas para o pilar P_C sugerem que a adopção de um coeficientes parcial de segurança mais elevado para a capacidade resistente do betão, do que para a tensão de cedência do aço, não é suficiente para se atingirem níveis de segurança idênticos nas duas estruturas.

O comportamento conjunto dos dois materiais, nas peças de betão armado reais, introduz um conjunto de variáveis e condicionantes não incluídas nestes exemplos teóricos. Porém, numa primeira análise e com base nos pressupostos enunciados, poderá extrapolar-se que às peças de betão armado dimensionadas pelos critérios regulamentares actuais, cujo cenário provável de ruína ocorra por esgotamento da capacidade resistente do aço, estarão associados níveis de segurança mais elevados.

6.4 Redistribuição de esforços e seus reflexos na probabilidade de ruína de uma peça de betão armado

O recurso a algoritmos de análise elástica é a via mais simples e a prática corrente do projectista de estruturas para a quantificação de esforços em elementos estruturais. A utilização deste tipo de resultados no dimensionamento de estruturas de betão armado levanta, todavia, a dificuldade de compatibilização entre a natureza elástica do processo de quantificação destes esforços e o comportamento tipicamente não linear deste tipo de estruturas.

Um dos procedimentos habituais para minimizar esta dificuldade consiste na realização de uma redistribuição dos esforços elásticos inicialmente determinados, tendo em vista obter uma nova distribuição de esforços, de dimensionamento, que se aproxime mais dos esforços expectáveis na estrutura real, apresentando para tal a regulamentação em vigor critérios para os níveis de redistribuição de esforços a adoptar em estruturas reticuladas de betão armado. A solução estrutural final encontrada depende, naturalmente, dos valores de redistribuição adoptados, já que para diferentes níveis de redistribuição se verificarão diferentes distribuições de esforços de dimensionamento e, conseqüentemente, diferentes secções das peças de betão armado constituintes da estrutura. Soluções estruturais com diferentes secções das suas peças constituintes, resultantes de diferentes opções de redistribuição, terão associados distintos níveis de segurança. Porém, esta alteração dos níveis de segurança não transparece no formato semi-probabilístico, já que este envolve unicamente os valores dos coeficientes de segurança parciais das acções e resistências materiais, independentes das opções de redistribuição adoptadas.

Tendo em vista identificar a influência da adopção de diferentes níveis de redistribuição de esforços, para um mesmo elemento estrutural, na segurança de estruturas reticuladas de betão armado, procedeu-se à quantificação da probabilidade de ruína de uma viga de secção previamente definida e dimensionada de acordo com os critérios do formato semi-probabilístico regulamentar, para três diferentes níveis de redistribuição dos seus esforços elásticos. Esse estudo foi efectuado para dois patamares de solicitação da viga em estudo, o que, estando a secção da viga previamente fixada, conduziu a dois conjuntos de três soluções de dimensionamento: um primeiro conjunto relativo a uma viga fracamente armada e um segundo conjunto relativo a uma viga fortemente armada. Desta forma, para além da influência dos níveis de redistribuição de esforços adoptados para um determinado elemento estrutural, foi ainda possível comparar os efeitos de idênticas redistribuições em elementos cuja concepção conduziu a soluções de secções com cenários prováveis de ruína distintos, resultantes das suas diferentes percentagens de armadura.

6.4.1 Descrição do exemplo

A influência da redistribuição de esforços, em estruturas reticuladas de betão armado, foi analisada a partir do estudo de uma viga bi-encastada, cujas características geométricas fundamentais, e modelação para aplicação do método dos elementos finitos, se apresentam na Figura 6.13.

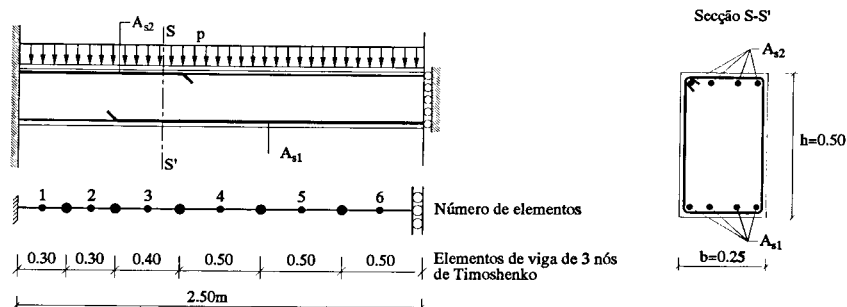


Figura 6.13 - Viga bi-encastada: Características geométricas e malha de elementos finitos.

Esta viga foi dimensionada, como já referido, para dois patamares de Solicitação $p1$ e $p2$, tendo-se adoptado as designações de $V1$ e $V2$ para diferenciar as soluções de dimensionamento encontradas. Uma vez que para cada patamar de solicitação se aplicaram três coeficientes de redistribuição de esforços distintos (a , b e c), foi

necessário analisar seis casos de dimensionamento, cujas designações adoptadas se sistematizam na Tabela 6.16.

Solicitação $p1$ Viga fracamente armada		Solicitação $p2$ Viga fortemente armada	
Designação	Coefficiente de redistribuição	Designação	Coefficiente de redistribuição
$V1a$	1.0	$V2a$	1.0
$V1b$	0.75	$V2b$	0.75
$V1c$	0.50	$V2c$	0.50

Tabela 6.16 - Designação dos seis casos de redistribuição de esforços analisados.

- Acções e combinação de acções

Admitiu-se que as cargas uniformemente distribuídas $p1$ e $p2$ resultam da aplicação de acções do tipo permanente e de sobrecarga, apresentando-se os seus valores característicos na Tabela 6.17.

Tipo de acção	Carga uniformemente distribuída	
	$p1$ (kN/m)	$p2$ (kN/m)
G	35.0	60.0
Q	11.66	20.0

Tabela 6.17 - Valores característicos das acções constituintes $p1$ e $p2$.

- Materiais

Os materiais adoptados para a viga em estudo foram o betão da classe B25 (C20/C25) e o aço da classe A400. Os parâmetros que caracterizam as propriedades mecânicas destes materiais são idênticos aos do exemplo de aplicação do método de avaliação de segurança proposto, apresentado na secção §5.4.1.6, estando divididos em duas tabelas distintas. Na Tabela 5.9 apresentam-se os valores regulamentares destes parâmetros para efeitos de dimensionamento e as restantes propriedades necessárias para a aplicação do algoritmo de análise não linear, cuja variabilidade não foi considerada. Na Tabela 5.10 indicam-se os valores dos parâmetros que permitem definir as leis de distribuição normal da resistência à compressão do betão e da tensão de cedência do aço, variáveis básicas para a determinação da lei de distribuição da Resistência da estrutura.

- Dimensionamento

O dimensionamento das vigas $V1$ e $V2$ foi efectuado de acordo com os critérios definidos na regulamentação em vigor (RSA e REBAP). A combinação de acções estudada foi a relativa a estados limites últimos de resistência, do que resultou para $V1$ e $V2$ as cargas uniformemente distribuídas de cálculo $psd1=70\text{kN/m}$ e $psd2=120\text{kN/m}$. Os diagramas de esforços elásticos obtidos a partir da aplicação de $psd1$ e $psd2$ foram transformados em esforços de dimensionamento, através da adopção dos coeficientes de redistribuição apresentados na Tabela 6.16.

Dadas as características do algoritmo de elementos finitos utilizado nas análise não lineares efectuadas, em que o controle de tensões e deformações é efectuado nos pontos de Gauss dos elementos finitos em que as barras são discretizadas, a redistribuição e dimensionamento das secções foi efectuada para os valores encontrados nesses pontos. Todavia, a pequena dimensão adoptada para os elementos finitos em que se discretizou a estrutura em análise, nas zonas de esforços máximos, faz com que esta adaptação de procedimentos não interfira de forma significativa na metodologia de redistribuição de esforços, uma vez que, tal como se observa na Figura 6.14, existe uma grande proximidade entre os pontos de Gauss e os pontos de esforços máximos teóricos.

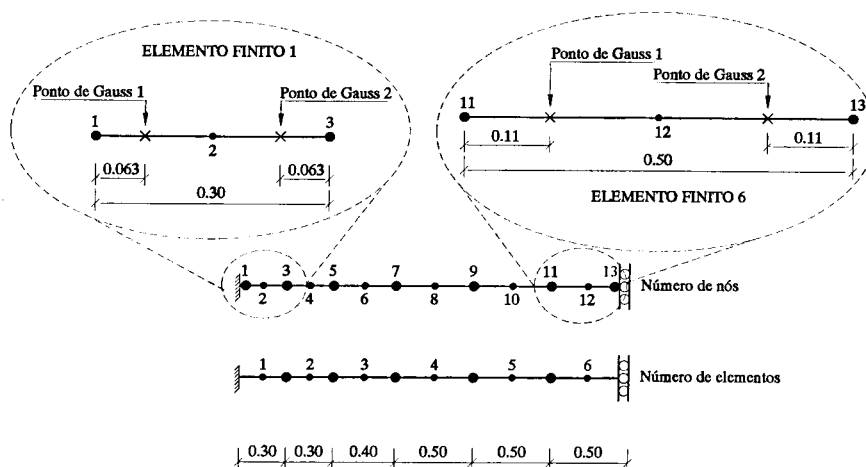


Figura 6.14 - Pontos de Gauss dos elementos finitos das zonas de esforços máximos.

Uma vez definidos os critérios para a aplicação dos coeficientes de redistribuição, foram quantificados os momentos flectores redistribuídos, para cada um dos seis casos de dimensionamento estudados. Os valores encontrados para estes momentos redistribuídos, bem como os respectivos momentos reduzidos μ e armaduras Asl e

As_2 , obtidas de acordo com as regras de dimensionamento habituais, foram os apresentados na Tabela 6.18.

Caso	$M_{máx}$ (kN.m)	μ	As_1/As_2 (cm ²)	Caso	$M_{máx}$ (kN.m)	μ	As_1/As_2 (cm ²)
V1a	-134.9	0.200	10.02	V2a	231.2	0.343	25.08
	72.9	0.108	5.01		125.0	0.185	9.12
V1b	-98.4	0.146	7.00	V2b	168.7	0.251	13.27
	109.4	0.162	7.88		187.5	0.278	15.20
V1c	62.0	0.092	4.20	V2c	106.2	0.158	7.60
	145.8	0.216	11.00		250.0	0.371	54.30

Tabela 6.18 - Resultados de dimensionamento após redistribuição de esforços elásticos.

6.4.2 Lei de distribuição do factor de carga da Solicitação - λS

De acordo com os pressupostos de aplicação do método de avaliação de segurança proposto, e tal como tem sido sistematicamente efectuado, optou-se por avaliar o valor da probabilidade de ruína estrutural para uma gama de valores do coeficiente de distribuição do factor de carga da Solicitação, tendo-se por isso adoptado a lei de distribuição normal de λS genericamente definida por:

$$L_{\lambda S}^N(1.125; CV_{\lambda S}(0,10 \leftrightarrow 0,70)) \quad (6.7)$$

Note-se porém que pode determinar-se muito facilmente o valor real do coeficiente de variação do factor de carga da Solicitação, uma vez que apenas estão envolvidas na Solicitação acções permanentes e sobrecargas, directamente adicionáveis dada a sua idêntica configuração de actuação, e uma vez que se admitiu a hipótese de as distribuições deste tipo de acções poderem ser caracterizadas por leis de distribuição normais. Conhecidos os valores característicos dos dois tipos de acções e admitindo como coeficientes de variação das mesmas, 0.08 para as acções permanentes e 0.40 para as sobrecargas em edifícios (Calgaro, 1996), os parâmetros estatísticos da lei de distribuição normal do factor de carga da Solicitação poderão ser determinados a partir das regras de adição de leis de distribuição normais.

De acordo com os dados do problema em análise e uma vez que os pesos relativos de acções permanentes e sobrecargas são iguais para as duas Solicitações p_1 e p_2 , o valor

do coeficiente de variação do factor de carga $CV_{\lambda S}$, calculado nos pressupostos anteriormente enunciados, é igual para as duas Solicitações e assume o valor de 0.270.

6.4.3 Lei de distribuição do factor de carga da Resistência- λR

As distribuições do factor de carga da Resistência λR dos seis casos de dimensionamento, requereria a determinação de igual número de conjuntos de amostras das variáveis básicas do problema f'_c e f_{sy} . Porém, uma vez já evidenciada a estabilidade dos resultados obtidos com aplicação da técnica de simulação estocástica do Método do Hipercubo Latino, pelo menos para exemplos simples como os presentemente em estudo, optou-se por determinar estas seis leis de distribuição a partir de um único conjunto de amostras AI . As leis de distribuição normais, ajustadas às distribuições de valores do factor de carga da Resistência obtidas, viram a sua validade comprovada a partir da aplicação dos testes estatísticos: *Teste de normalidade* e *Teste de Kolmogorov-Smirnov - versão proposta por Lilliefors (1967)*.

- *Simulação estocástica: Método do Hipercubo Latino MHL*

O Método do Hipercubo Latino foi aplicado para a obtenção de um conjunto de 30 amostras da tensão de rotura do betão f'_c e da tensão de cedência do aço f_{sy} , a partir das suas leis de distribuição. Os pares de valores de f'_c e f_{sy} , das amostras obtidas foram os indicados na Tabela 6.19 e ilustrados na Figura 6.15.

AI: conjunto de n amostras								
n	f'_c (MPa)	f_{sy} (MPa)	n	f'_c (MPa)	f_{sy} (MPa)	n	f'_c (MPa)	f_{sy} (MPa)
1	25.00	451.16	11	23.14	430.15	21	17.88	468.50
2	22.43	439.41	12	14.78	410.64	22	18.99	454.76
3	22.77	458.26	13	25.69	482.46	23	18.28	443.54
4	24.44	475.35	14	21.16	434.99	24	21.78	461.70
5	16.97	494.20	15	21.47	424.72	25	28.37	503.47
6	22.10	447.43	16	19.95	465.11	26	17.45	380.38
7	19.32	508.90	17	23.53	478.86	27	13.04	486.18
8	19.64	522.97	18	16.41	490.08	28	26.63	553.23
9	23.96	400.01	19	15.72	471.91	29	20.25	418.40
10	18.64	498.63	20	20.56	533.61	30	20.86	515.21

Tabela 6.19 - Amostras AI : Resultados da aplicação do MHL.

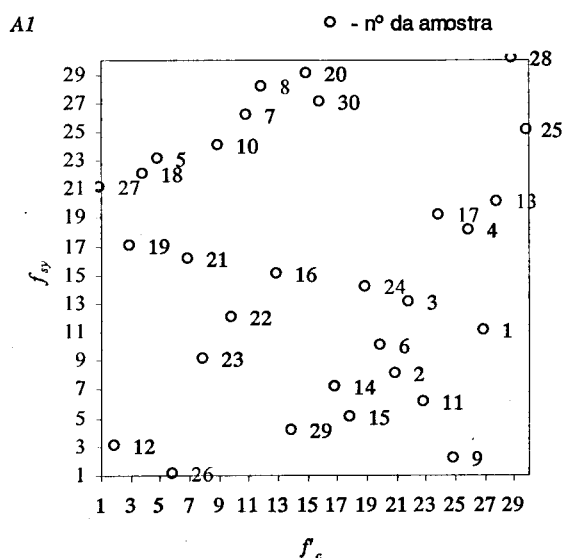


Figura 6.15 - Amostras AI: Representação gráfica dos resultados da aplicação do MHL

- Ajuste de lei de distribuição normal a λR e validação do ajuste

A aplicação do algoritmo de análise não linear geométrica e material FEMPOR1, ao conjunto de 30 amostras obtidas, nos seis casos de dimensionamento, resultou na obtenção de um conjunto de seis distribuições de resultados dos factores de Resistência λR_i .

O tratamento estatístico das distribuições de resultados obtidos permitiu o ajuste de leis normais de distribuição, cujos parâmetros estatísticos se apresentam na Tabela 6.20.

Designação	Média $\overline{\lambda R}$	Desvio padrão $S_{\lambda R}$	Valor característico λR_k	Coefficiente de variação $CV_{\lambda R}$
V1a	2.10	0.170	1.82	0.081
V1b	2.11	0.156	1.86	0.074
V1c	1.89	0.132	1.67	0.070
V2a	2.27	0.220	1.91	0.097
V2b	1.86	0.118	1.66	0.064
V2c	1.81	0.148	1.57	0.082

Tabela 6.20 - Parâmetros estatísticos das leis de distribuição normais de λR .

A qualidade dos ajuste efectuados foi verificada a partir da aplicação dos testes estatísticos já referidos e cujos resultados conduziram à sua validação.

i) *Teste de normalidade* baseado nos coeficientes de assimetria e achatamento:

Na sequência da aplicação deste teste, baseado na quantificação dos valores estimados dos coeficientes de assimetria $\hat{\gamma}_1(n)^{\lambda R}$ e de achatamento $\hat{\gamma}_2(n)^{\lambda R}$ da distribuição de λR , e nas estimativas dos desvios padrão destes coeficientes $\sigma_{\hat{\gamma}_1(n)^{\lambda R}}$ e $\sigma_{\hat{\gamma}_2(n)^{\lambda R}}$, obtiveram-se os resultados que se apresentam na Tabela 6.21.

Em todos os casos analisados este teste estatístico permitiu validar os ajustes de leis normais efectuados.

Designação	Condições a verificar	Verificação	Normalidade da distribuição
	$\left\{ \begin{array}{l} \hat{\gamma}_1(n) < 1.5\sigma_{\hat{\gamma}_1(n)} \\ \left \hat{\gamma}_2(n) + \frac{6}{n+1} \right < 1.5\sigma_{\hat{\gamma}_2(n)} \end{array} \right.$		
V1a	$\left\{ \begin{array}{l} 0.071 < 0.608 \text{ OK!} \\ 0.400 < 1.050 \text{ OK!} \end{array} \right.$	Ambas as condições são verificadas	Aceite
V1b	$\left\{ \begin{array}{l} 0.118 < 0.608 \text{ OK!} \\ 0.526 < 1.050 \text{ OK!} \end{array} \right.$	Ambas as condições são verificadas	Aceite
V1c	$\left\{ \begin{array}{l} 0.073 < 0.608 \text{ OK!} \\ 0.696 < 1.050 \text{ OK!} \end{array} \right.$	Ambas as condições são verificadas	Aceite
V2a	$\left\{ \begin{array}{l} 0.223 < 0.608 \text{ OK!} \\ 1.030 < 1.050 \text{ OK!} \end{array} \right.$	Ambas as condições são verificadas	Aceite
V2b	$\left\{ \begin{array}{l} 0.023 < 0.608 \text{ OK!} \\ 0.819 < 1.050 \text{ OK!} \end{array} \right.$	Ambas as condições são verificadas	Aceite
V2c	$\left\{ \begin{array}{l} 0.156 < 0.608 \text{ OK!} \\ 0.460 < 1.050 \text{ OK!} \end{array} \right.$	Ambas as condições são verificadas	Aceite

Tabela 6.21 - Resultados do teste de normalidade.

ii) *Teste de Kolmogorov-Smirnov - versão proposta por Lilliefors (1967).*

Os resultados da aplicação deste teste estatístico conduziram igualmente à conclusão de validação dos ajustes de leis normais efectuados, sendo graficamente apresentados na Figura 6.16.

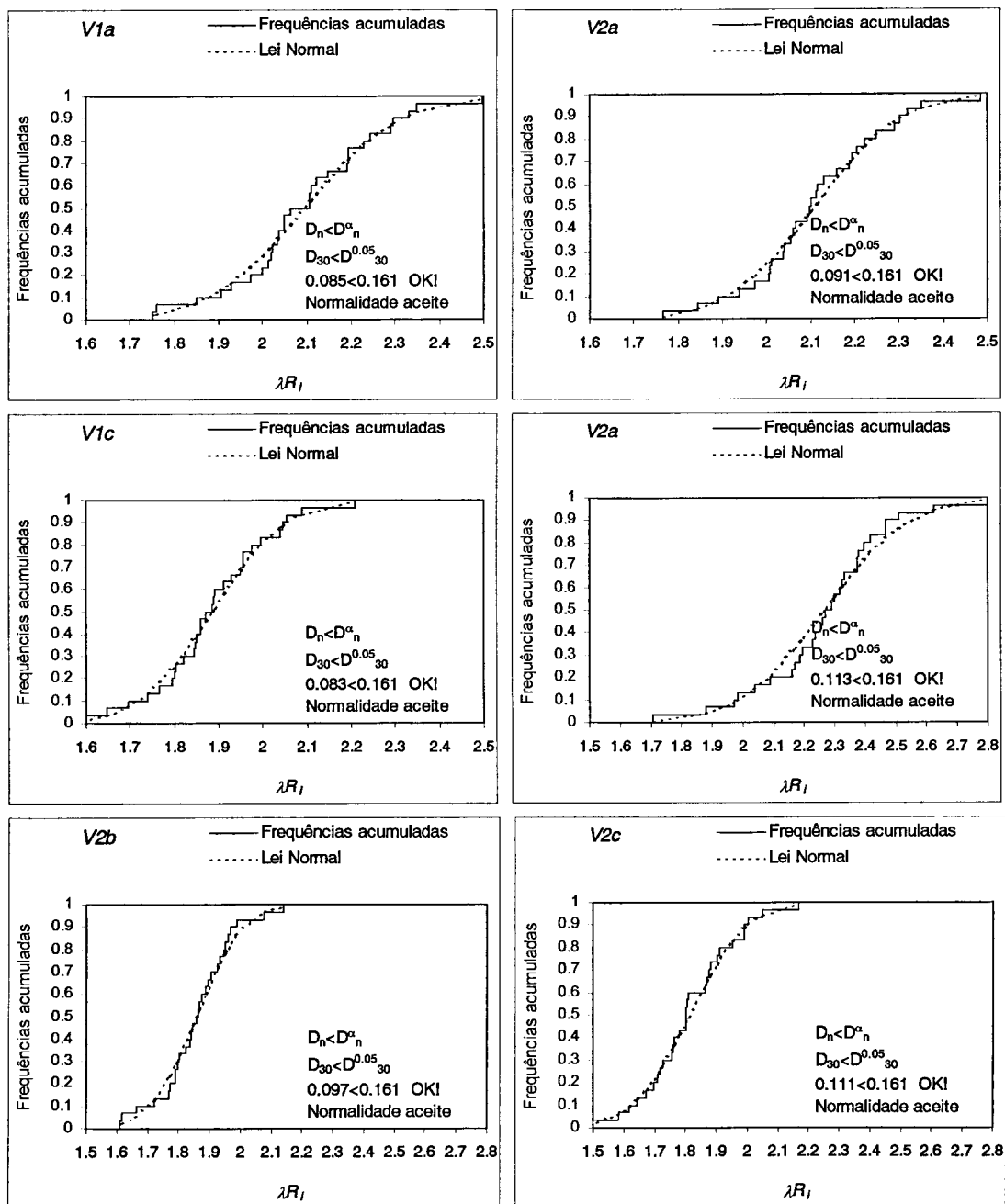


Figura 6.16 - Resultados do teste de Kolmogrov-Smirnov..

6.4.4 Avaliação da segurança estrutural

Uma vez definidas as leis de distribuição do factor de carga da Solicitação e do factor de carga da Resistência, procedeu-se à quantificação da probabilidade de ruína e do índice de fiabilidade β dos seis casos de dimensionamento da viga, tendo-se encontrado os resultados apresentados na Figura 6. 17 e na Figura 6.18.

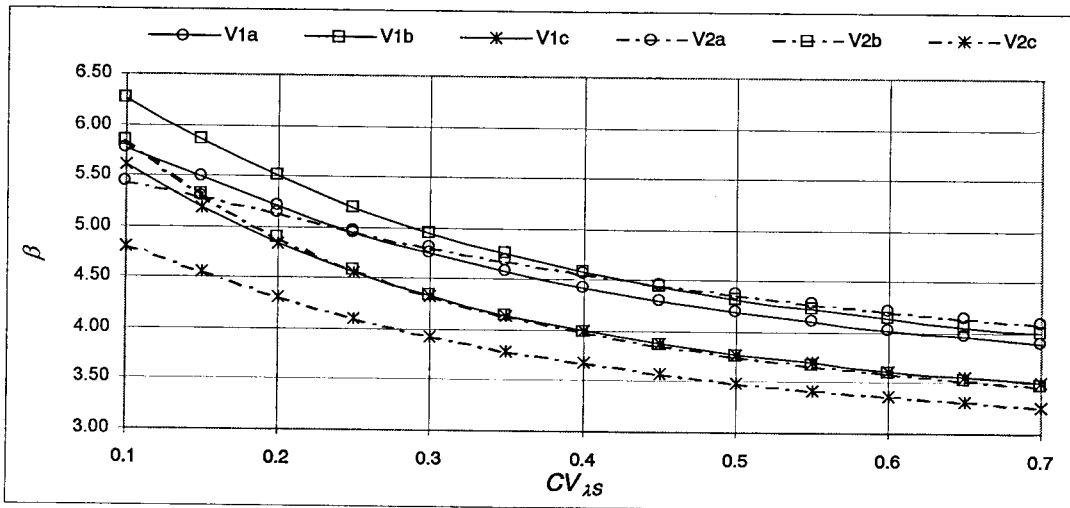


Figura 6.17 - Valores do índice de fiabilidade β para os seis casos de dimensionamento.

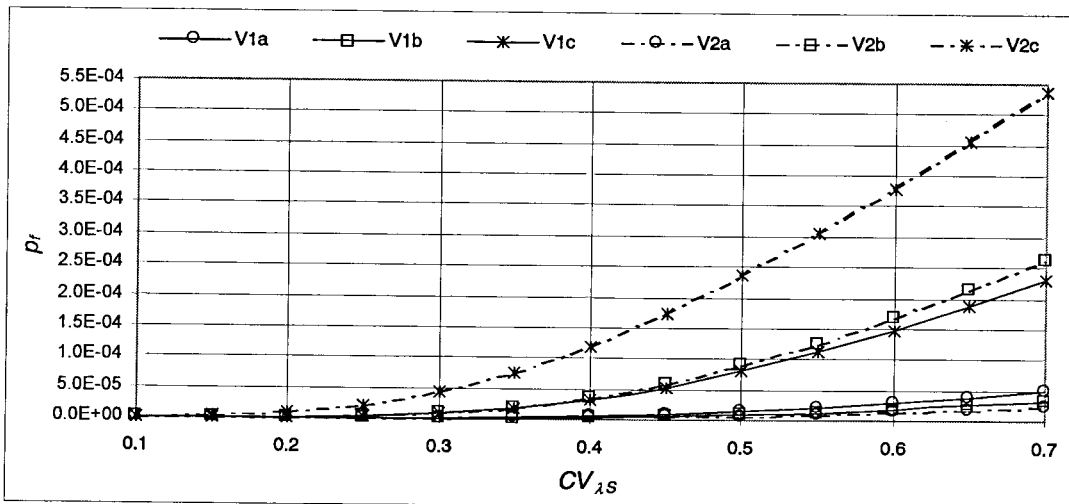


Figura 6.18 - Valores da probabilidade de ruína p_r para os seis casos de dimensionamento.

Os valores obtidos para os índices de fiabilidade e probabilidades de ruína mostram que os dimensionamentos elásticos V1a e V2a conduzem a idênticos níveis de segurança, enquanto que para coeficientes de redistribuição de 0.75 e 0.50 os índices de fiabilidade de V1 apresentam valores superiores aos de V2.

A análise do conjunto de três dimensionamentos de V1 mostra que a aplicação de um coeficiente de redistribuição moderado de 0.75 conduz a um aumento da segurança da viga, enquanto que a adopção de 0.50 para esse coeficiente, implicaria uma perda de segurança significativa. No que diz respeito à solução estrutural V2, o maior nível de segurança é obtido para o dimensionamento elástico, observando-se reduções sucessivas do índice de fiabilidade à medida que o coeficiente de redistribuição progride de 1.00 para 0.50.

Dos resultados obtidos parece poder concluir-se que, em soluções estruturais cujos esforços elásticos nas suas vigas constituintes conduzam a elevados momentos reduzidos e por consequência a elevadas percentagens de armadura, originando cenários de ruína das secções caracterizados por grandes profundidades dos seus eixos neutros, a redistribuição dos esforços elásticos conduz a uma redução da segurança estrutural. Contrariamente, em soluções estruturais conducentes a valores de momentos reduzidos não muito elevados, e consequentemente a percentagens de armadura correntes, o dimensionamento para esforços elásticos redistribuídos proporciona um ganho de segurança desde que o nível de redistribuição não seja exagerado.

As diferenças entre as percentagens de armadura, resultantes do dimensionamento de *V1* e *V2* implicam diferentes comportamentos das suas secções, afirmando-se a viga *V1*, por corresponder às menores percentagens de armadura, como a solução estrutural mais dúctil. Esta característica justifica, em grande medida, a sua melhor adaptação a estratégias de redistribuição de esforços, situação vertida na regulamentação em vigor (REBAP) através da introdução das regras de quantificação dos coeficientes de redistribuição de esforços, onde a profundidade do eixo neutro das secções a dimensionar e, logo, a percentagem de armadura é parâmetro determinante.

Apesar do índice de fiabilidade e da probabilidade de ruína terem sido avaliados para uma gama de valores do coeficiente de variação do factor de carga da Solicitação, foi já referido que, por estarem envolvidas apenas acções permanentes e sobrecargas, e com base nos pressupostos associados à definição das suas leis de distribuição, se poderia adoptar para coeficiente de variação do factor de carga da Solicitação, neste caso específico, o valor de $CV_{\lambda S} = 0.270$.

Analisando os resultados apresentados na Figura 6.19, relativos aos índices de fiabilidade β para os três casos de redistribuição de esforços de cada uma das vigas *V1* e *V2* pode confirmar-se de forma mais clara as já apresentadas tendências de variação do nível de segurança com os coeficientes de redistribuição adoptados. Para além desta confirmação, refira-se ainda que em qualquer dos casos da viga *V1*, o índice de fiabilidade é superior a 4.25 ($p_f < 10^{-5}$) e que no caso de *V2*, apesar de apresentar níveis de segurança inferiores aos de *V1*, com excepção do dimensionamento para os

esforços elásticos, apenas para uma elevada, e não realista, redistribuição de 50% dos esforços, se encontram valores de β inferiores a 4.25 ($p_f > 10^{-5}$), mas ainda assim, superiores ao limite de 3.80 ($p_f = 10^{-4}$), habitualmente referenciado como o valor limite do índice de fiabilidade para dimensionamentos aos estados limites últimos.

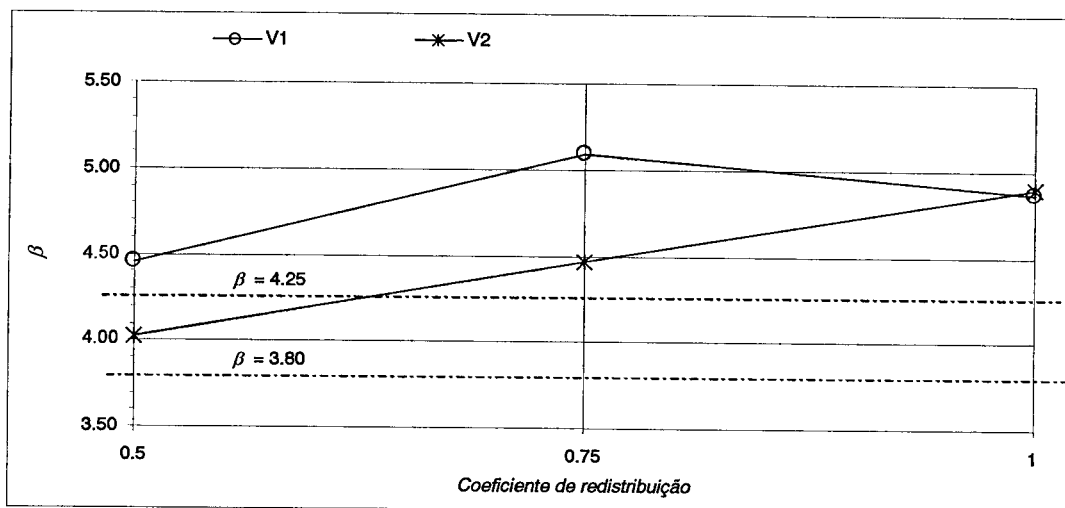


Figura 6.19 - Índice de fiabilidade de V1 e V2 para $CV_{\lambda S} = 0.270$.

6.5 Segurança e opções de dimensionamento de vigas de betão armado. Soluções com distintas percentagens de armadura.

A realização do projecto de uma estrutura de betão armado envolve uma primeira fase de definição das dimensões das secções das suas peças constituintes, seguida de uma segunda fase, habitualmente designada por fase de dimensionamento, correspondente à quantificação das armaduras necessárias para resistir aos esforços instalados nas secções dessas peças. A primeira fase, habitualmente designada por fase de pré-dimensionamento, é sustentada por critérios de análise expeditos, pela experiência do projectista e por imposições de natureza arquitectónica e funcional.

A liberdade de decisão que caracteriza esta primeira fase, abre espaço à possibilidade de, para uma mesma solução estrutural global e para um mesmo tipo de Solicitação, se encontrarem soluções diversas para as dimensões das secções resistentes dos elementos estruturais que compõem uma dada estrutura.

Sendo certo que, à imagem do referido na subsecção anterior para o caso das diferentes opções de redistribuição de esforços, diferentes soluções de

dimensionamento dos elementos estruturais resultarão em diferentes níveis de segurança estrutural, os critérios subjacentes ao dimensionamento com base no formato semi-probabilístico de segurança não reflectem estas variações, uma vez que este envolve unicamente os valores dos coeficientes de segurança parciais das acções e resistências materiais, não dependentes das opções de pré-dimensionamento adoptadas.

Tendo em vista identificar a influência da variação das dimensões das secções dos elementos estruturais, na segurança de estruturas reticuladas de betão armado, procedeu-se à quantificação da probabilidade de ruína de quatro soluções de pré-dimensionamento de uma viga simplesmente apoiada, solicitada por uma carga uniformemente distribuída.

6.5.1 Descrição do exemplo

O estudo da influência da variação das dimensões das secções dos elementos estruturais, na segurança de estruturas reticuladas de betão armado, foi efectuado sobre um conjunto de quatro vigas simplesmente apoiadas, com largura $b=0.30\text{m}$ e altura variável, cujas características geométricas fundamentais e modelação para aplicação do método dos elementos finitos, se apresentam na Figura 6.20.

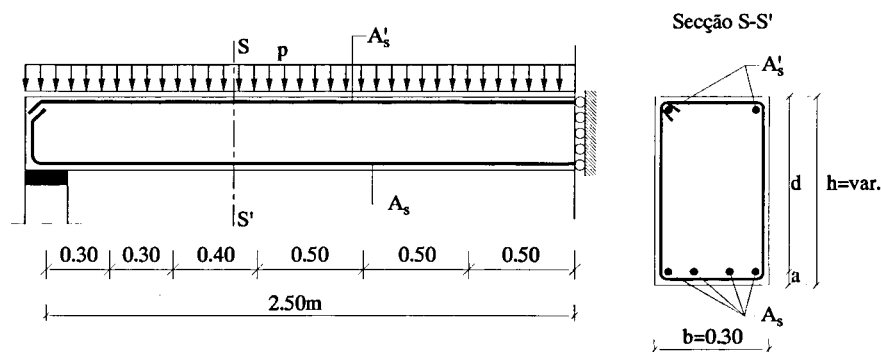


Figura 6.20 - Vigas simplesmente apoiadas: Geometria, secções e malha de elementos finitos.

As dimensões das secções das quatro soluções de vigas estudadas, correspondentes a quatro valores da altura h , foram as que se apresentam na Tabela 6.22. Estas quatro vigas foram posteriormente dimensionadas para uma mesma Solicitação uniformemente distribuída p .

Designação	b (m)	h (m)
Va	0.30	1.00
Vb	0.30	0.60
Vc	0.30	0.55
Vd	0.30	0.50

Tabela 6.22 - Dimensões das secções das vigas simplesmente apoiadas Va , Vb , Vc e Vd .

- Acções e combinação de acções

Admitiu-se como Solicitação uniformemente distribuída p o resultado da aplicação de acções do tipo permanente e de sobrecarga, cujos valores característicos, aplicáveis na combinação de acções para estados limites últimos, se indicam na Tabela 6.23.

Carga uniformemente distribuída	
Tipo de acção	p (kN/m)
G	50.00
Q	16.66

Tabela 6.23 - Solicitação p : Valores característicos e coeficientes de majoração das acções.

- Materiais

Os materiais adoptados para as vigas em estudo foram, tal como nos exemplos apresentados na subsecção anterior (§6.4), o betão da classe B25 (C20/C25) e o aço da classe A400. Os valores dos parâmetros que caracterizam as suas propriedades mecânicas podem ser aí consultados.

- Dimensionamento

O dimensionamento das vigas Va a Vd foi efectuado de acordo com os critérios definidos na regulamentação em vigor (RSA e REBAP). A combinação de acções estudada foi a relativa a estados limites últimos de resistência, do que resultou a carga uniformemente distribuída de cálculo $psd=100\text{kN/m}$.

Correspondendo a solução estrutural base das quatro vigas em estudo a uma viga simplesmente apoiada, o momento flector máximo de dimensionamento foi determinado de forma directa através de :

$$M_{sd}^{máx} = \frac{P_{sd} l^2}{8} = \frac{100 \times 5^2}{8} = 312.5 \text{ kN.m} \quad (6.8)$$

o que permitiu dimensionar as secções das vigas Va a Vd , tendo-se obtido os momentos reduzidos μ e as áreas de armaduras A_s apresentadas na Tabela 6.24.

Designação	μ	A_s (cm ²)
Va	0.097	10.94
Vb	0.270	21.10
Vc	0.320	24.57
Vd	0.380	93.85

Tabela 6.24 - Momentos reduzidos e áreas de armadura de Va , Vb , Vc e Vd .

A observação dos valores apresentados na Tabela 6.24 permite perceber que a escolha das diferentes alturas das secções das vigas teve por base a procura de soluções de dimensionamento correspondentes a valores do momento reduzido crescentes entre 0.1 e 0.4, por forma a permitir analisar a variação da segurança estrutural de elementos de betão armado para uma gama extensa de valores deste parâmetro.

6.5.2 Lei de distribuição do factor de carga da Solicitação - λS

Estando perante uma composição da Solicitação análoga às estudadas nos exemplos apresentados na subsecção anterior (§6.4), a lei de distribuição do factor de carga da Solicitação λS assim como todas as considerações particulares aí apresentadas mantêm-se válidas para os quatro exemplos de vigas em estudo.

6.5.3 Lei de distribuição do factor de carga da Resistência- λR

As distribuições do factor de carga da Resistência λR para as quatro vigas em análise foram determinadas a partir de um mesmo conjunto de amostras AI , das variáveis básicas do problema f'_c e f_{sy} , determinadas por aplicação da técnica de simulação estocástica do Método do Hipercubo Latino. Tendo-se ajustado leis normais, às distribuições do factor de carga da Resistência obtidas, a validação destes ajustes foi efectuada a partir da aplicação dos, já apresentados, testes estatísticos: *Teste de normalidade* e *Teste de Kolmogorov-Smirnov - versão proposta por Lilliefors (1967)*.

- Simulação estocástica: Método do Hipercubo Latino - MHL

O Método do Hipercubo Latino foi aplicado para a obtenção de um conjunto de 30 amostras da tensão de rotura do betão f'_c e da tensão de cedência do aço f_{sy} , tendo-se obtido os pares de valores de f'_c e f_{sy} , indicados na Tabela 6.25 e graficamente representados na Figura 6.21.

AI: conjunto de n amostras								
n	f'_c (MPa)	f_{sy} (MPa)	n	f'_c (MPa)	f_{sy} (MPa)	n	f'_c (MPa)	f_{sy} (MPa)
1	25.69	515.21	11	28.37	486.18	21	23.14	503.47
2	22.43	454.76	12	21.78	424.72	22	14.78	533.61
3	22.77	471.91	13	19.95	380.38	23	21.47	494.2
4	16.97	478.86	14	13.04	434.99	24	17.45	418.4
5	25	439.41	15	22.1	461.7	25	17.88	447.43
6	18.28	498.63	16	19.64	400.01	26	24.44	410.64
7	18.64	468.5	17	23.53	490.08	27	23.96	508.9
8	15.72	443.54	18	16.41	482.46	28	26.63	465.11
9	18.99	522.97	19	20.25	553.23	29	20.86	458.26
10	21.16	451.16	20	20.56	430.15	30	19.32	475.35

Tabela 6.25 - Amostras AI: Resultados da aplicação do MHL.

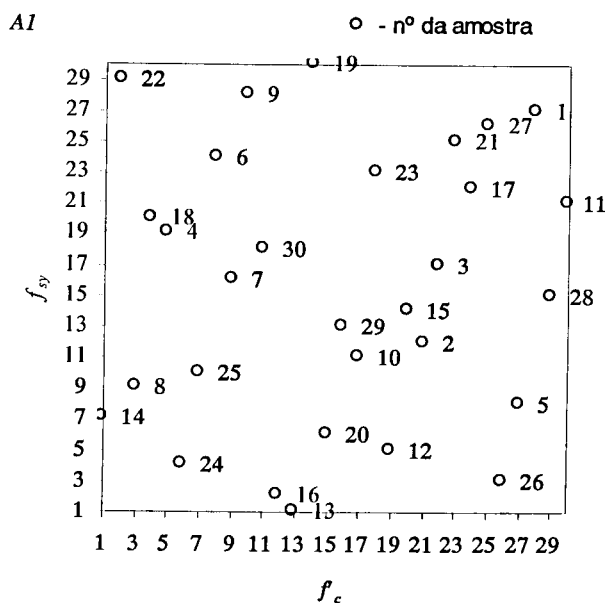


Figura 6.21 - Amostras AI: Representação gráfica dos resultados da aplicação do MHL

- Ajuste de leis de distribuição normal a λR e validação dos ajustes.

A aplicação do algoritmo de análise não linear geométrica e material FEMPOR1, ao conjunto de 30 amostras, de cada um dos quatro casos de dimensionamento, resultou na obtenção de um conjunto de quatro distribuições de resultados do factor de carga da Resistência λR_i , cujo tratamento estatístico permitiu ajustar as leis normais com os parâmetros estatísticos que se apresentam na Tabela 6.26.

Designação	Média $\overline{\lambda R}$	Desvio padrão $S_{\lambda R}$	Valor característico λR_k	Coefficiente de variação $CV_{\lambda R}$
Va	2.02	0.173	1.74	0.086
Vb	2.14	0.172	1.86	0.080
Vc	2.17	0.178	1.88	0.082
Vd	2.60	0.372	1.98	0.144

Tabela 6.26 - Parâmetros estatísticos das leis de distribuição normais de λR .

A validação dos ajustes de leis normais efectuados foi comprovada pelos testes estatísticos implementados, apresentando-se, em seguida, os resultados obtidos para o *Teste de normalidade* na Tabela 6.27 e para *Teste de Kolmogorov-Smirnov - versão proposta por Lilliefors (1967)* na Figura 6.22.

i) *Teste de normalidade* baseado nos coeficientes de assimetria e achatamento:

Designação	Condições a verificar	Verificação	Normalidade da distribuição
	$\left\{ \begin{array}{l} \hat{\gamma}_1(n) < 1.5\sigma_{\hat{\gamma}_1(n)} \\ \left \hat{\gamma}_2(n) + \frac{6}{n+1} \right < 1.5\sigma_{\hat{\gamma}_2(n)} \end{array} \right.$		
V1a	$\left\{ \begin{array}{l} 0.034 < 0.608 \text{ OK!} \\ 0.144 < 1.050 \text{ OK!} \end{array} \right.$	Ambas as condições são verificadas	Aceite
V1b	$\left\{ \begin{array}{l} 0.144 < 0.608 \text{ OK!} \\ 0.368 < 1.050 \text{ OK!} \end{array} \right.$	Ambas as condições são verificadas	Aceite
V1c	$\left\{ \begin{array}{l} 0.086 < 0.608 \text{ OK!} \\ 0.427 < 1.050 \text{ OK!} \end{array} \right.$	Ambas as condições são verificadas	Aceite
V1d	$\left\{ \begin{array}{l} 0.181 < 0.608 \text{ OK!} \\ 0.002 < 1.050 \text{ OK!} \end{array} \right.$	Ambas as condições são verificadas	Aceite

Tabela 6.27 - Resultados do teste de normalidade.*

ii) *Teste de Kolmogorov-Smirnov - versão proposta por Lilliefors (1967).*

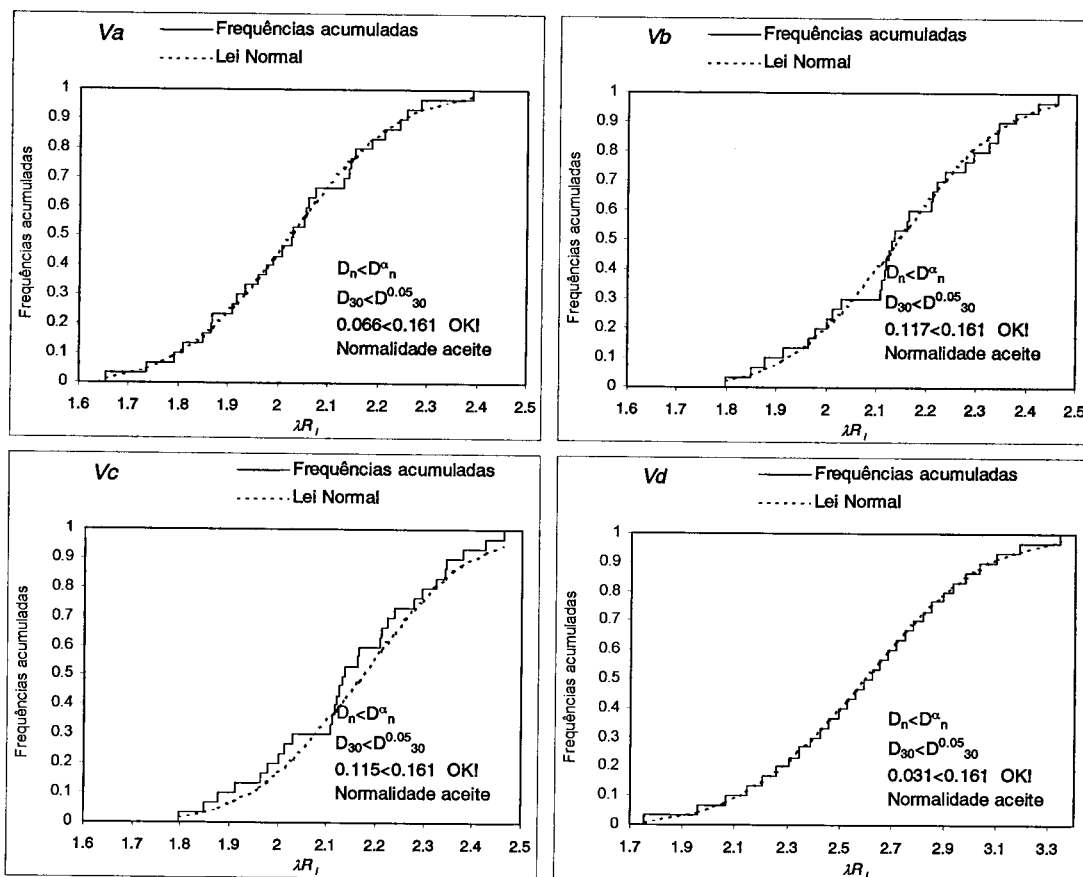


Figura 6.22 - Resultados do teste de *Kolmogorov-Smirnov - proposta de Lilliefors (1967)*.

6.5.3.1 Coeficientes de correlação

Na perspectiva de identificar a influência relativa da resistência à compressão do betão e da tensão de cedência do aço nos resultados obtidos para o factor de carga da Resistência, quantificaram-se os respectivos coeficientes de correlação ordinal de Spearman ($r_{f'_c}^s$ e $r_{f_{sy}}^s$) e os coeficientes de correlação obtidos com base no método dos mínimos quadrados ($r_{f'_c}$ e $r_{f_{sy}}$), que se apresentam na Tabela 6.28.

Designação	Coeficiente de correlação ordinal de Spearman		Coeficiente de correlação - método dos mínimos quadrados	
	$r_{f'_c}^s$	$r_{f_{sy}}^s$	$r_{f'_c}$	$r_{f_{sy}}$
Va	0.050	0.9951	0.120	0.997
Vb	0.251	0.821	0.459	0.907
Vc	0.435	0.606	0.629	0.762
Vd	0.998	0.037	1.000	0.086

Tabela 6.28 - Coeficientes de correlação entre f'_c , f_{sy} , e a resposta da estrutura.

Os resultados obtidos para os coeficientes de correlação mostram que, no caso de dimensionamento Va , o factor de carga da Resistência depende quase exclusivamente da tensão de rotura do betão. À medida que se evolui da solução de dimensionamento Va para a solução Vd , a tensão de cedência do aço vai assumindo uma importância crescente na resistência da estrutura, sendo mesmo esta variável exclusivamente determinante no caso de dimensionamento Vd .

Os resultados agora apresentados eram já, de alguma forma, esperados, dadas as características de dimensionamento dos quatro casos analisados, servindo por isso, essencialmente, para confirmar a qualidade das amostras obtidas para os valores do factor de carga da Resistência.

6.5.4 Avaliação da segurança estrutural

Uma vez definidas as leis de distribuição do factor de carga da Solicitação e do factor de carga da Resistência, foram quantificados os valores dos índices de fiabilidade β e das probabilidades de ruína das quatro vigas analisadas.

Os valores encontrados os quatro casos de dimensionamento da viga são os que se apresentam na Figura 6.23 e na Figura 6.24.

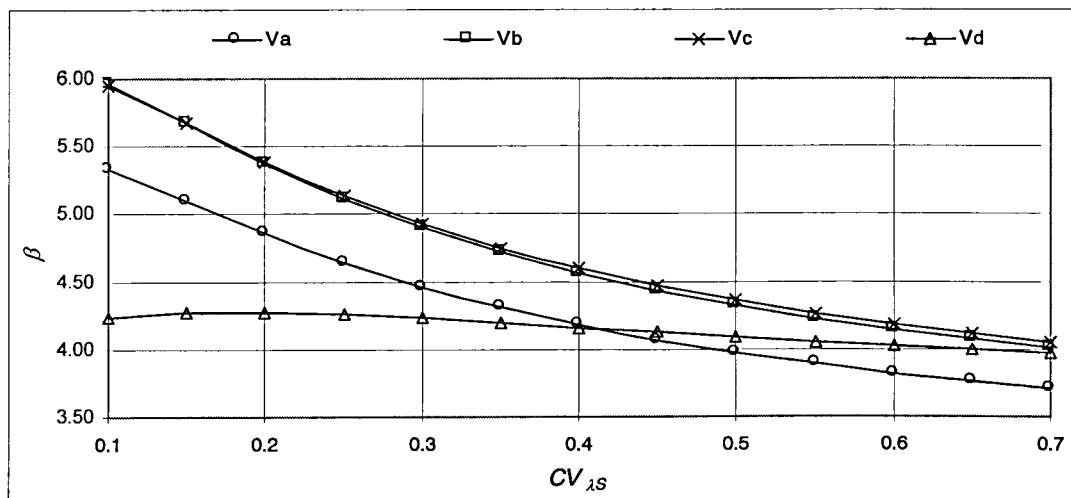


Figura 6.23 - Valores do índice de fiabilidade β para os quatro casos de dimensionamento.

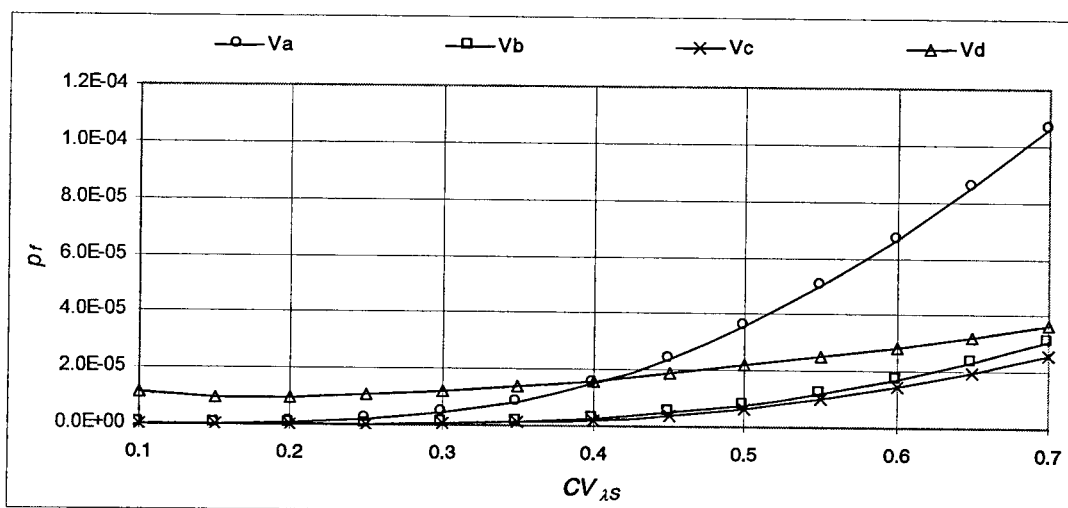


Figura 6.24 - Valores da probabilidade de ruína p_f para os quatro casos de dimensionamento.

Os valores dos índices de fiabilidade e probabilidades de ruína encontrados evidenciam que Vb e Vc correspondem às soluções estruturais com melhor comportamento estrutural, conduzindo a níveis de segurança, idênticos entre si, claramente superiores às restantes soluções estudadas.

Para o dimensionamento Va foram encontradas probabilidades de ruína inferiores a 10^{-5} para valores de $CV_{\lambda S}$ inferiores a 0.35, mas rapidamente crescentes com o coeficiente de variação da Solicitação, atingindo 10^{-4} para $CV_{\lambda S} = 0.7$. Por seu lado, a solução fortemente armada Vd é a solução que apresenta maior estabilidade de resultados, revelando-se como a mais independente da variabilidade da Solicitação. Esta solução apresenta, todavia, os piores resultados do conjunto de quatro casos analisados, em particular na zona de $CV_{\lambda S} < 0.4$, que constitui a zona de maior interesse, por corresponder a valores do coeficiente de variação típicos das principais acções que compõem a Solicitação em edifícios.

Do exposto parece poder concluir-se que as opções de pré-dimensionamento, das secções dos elementos de estruturas de betão armado, podem interferir de forma substancial nos níveis de segurança da estrutura. Tendo em vista identificar de forma mais clara estas interferências apresentam-se na Figura 6.25, para sete valores sucessivamente crescentes do coeficiente de variação do factor de carga da Solicitação $CV_{\lambda S}$, as relações entre o índice de fiabilidade e o valor do momento reduzido μ .

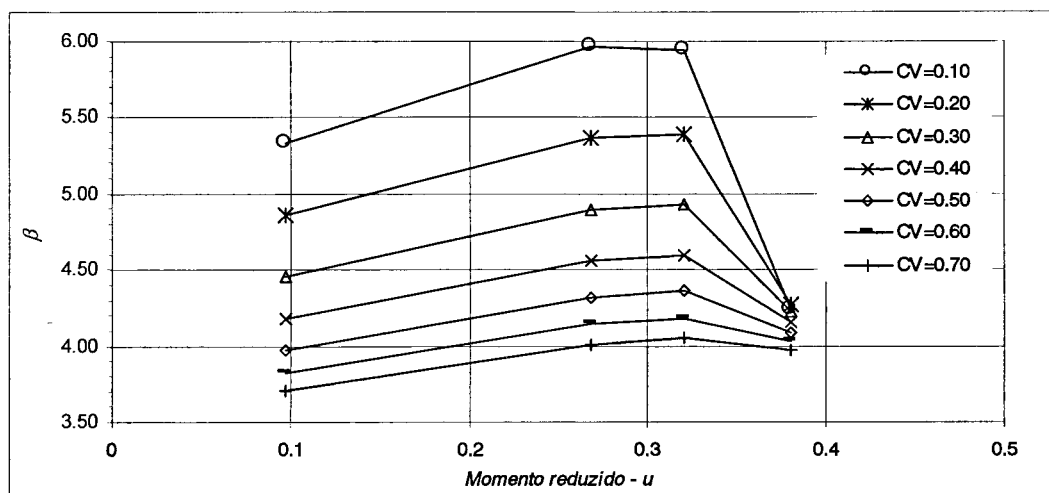


Figura 6.25 - Relação entre o índice de fiabilidade β e os momentos reduzidos μ .

A observação da Figura 6.25 permite verificar que as secções com valores de μ entre 0.25 e 0.33 conduzem a maiores níveis de segurança, para qualquer valor do coeficiente de variação da Solicitação, correspondendo por isso à melhor estratégia de dimensionamento a adoptar. As soluções fraca e fortemente armadas, para além de serem, como se sabe, as menos económicas, revelaram-se, como seria de esperar, soluções a evitar por serem as soluções menos seguras.

6.6 Conclusões

Ao dimensionar uma estrutura de betão armado, à luz dos critérios regulamentares em vigor, o projectista adopta, implicitamente, um conjunto de simplificações de análise, de que são exemplos maiores, a quantificação de esforços por via da utilização de algoritmos de análise estrutural admitindo o comportamento elástico da estrutura e os modelos simplificados de comportamento material do aço e do betão adoptados para o dimensionamento das secções. A compartimentação do processo de elaboração de um projecto de estruturas nas fases de pré-dimensionamento, quantificação de esforços, dimensionamento e verificação de segurança, reflecte também a dificuldade de analisar de forma integrada, global e precisa este tipo de estruturas, que encontram, todavia, no formato semi-probabilístico um modelo de segurança viável para a sustentabilidade da sua execução.

Como forma de melhorar a qualidade das soluções encontradas, contornando as insuficiências do processo de dimensionamento, é comum a adopção de algumas estratégias complementares, de que a redistribuição de esforços é exemplo, sendo determinante o espírito crítico do projectista na fase de pré-dimensionamento e na observação dos resultados obtidos.

Conhecido o facto de o modelo de segurança semi-probabilístico não evidenciar de forma quantitativa os níveis de segurança atingidos com as soluções de dimensionamento, encontradas através da aplicação das regras de dimensionamento em vigor, e de não estar dependente das opções estratégicas do projectista, procurou-se ao longo do capítulo 6, tendo por base apenas análises materialmente não lineares, estudar as probabilidades de ruína implícitas à adopção das regras de dimensionamento habituais e avaliar a variação dessa probabilidade com as opções estratégicas de dimensionamento adoptadas.

Em primeiro lugar, apresentou-se uma análise não linear material de duas vigas de betão armado bi-encastradas, com o objectivo principal de avaliar a qualidade do método de avaliação de segurança proposto, no que diz respeito à determinação de uma lei de distribuição da Resistência e à definição de modelos de regressão, tendo a comparação dos resultados aqui obtidos com os resultados obtidos por Henriques(1998) confirmado a sua qualidade.

Tendo em consideração o pressuposto regulamentar de adopção de coeficientes parciais de segurança distintos para o aço e para o betão, procurou-se em seguida, através do estudo de dois pilares teóricos, um pilar constituído unicamente por betão e solicitado por um esforço axial de compressão pura e um pilar constituído unicamente por aço e solicitado por um esforço axial de tracção pura, avaliar os níveis de segurança atingidos com a aplicação destes coeficientes. Tendo-se obtido probabilidades de ruína do pilar comprimido superiores às obtidas para o pilar traccionado, parece poder concluir-se que a adopção de um coeficientes parcial de segurança mais elevado para a capacidade resistente do betão não é suficiente para se atingirem níveis de segurança idênticos nas duas estruturas. Desta forma, e ainda que o comportamento conjunto dos dois materiais introduza um conjunto de variáveis e condicionantes não incluídas nestes exemplos teóricos, afigura-se viável concluir que

as peças de betão armado dimensionadas pelos critérios regulamentares actuais, cujo cenário provável de ruína ocorra por esgotamento da capacidade resistente do aço, corresponderão a soluções com níveis de segurança mais elevados do que as soluções cujos cenários de ruína provável ocorra por esgotamento da capacidade resistente do betão.

Uma das estratégias de melhoramento das soluções de dimensionamento mais utilizadas é a redistribuição de esforços elásticos. Porém, ainda que soluções estruturais distintas, resultantes de diferentes opções de redistribuição, tenham distintos níveis de segurança associados, o formato semi-probabilístico não reflecte essas diferenças, já que envolve unicamente os valores dos coeficientes de segurança parciais das acções e resistências materiais não dependentes das opções de redistribuição adoptadas. A quantificação da probabilidade de ruína de uma viga fracamente armada para três casos de redistribuição e de uma viga fortemente armada para igual número de opções de redistribuição de esforços, permitiu verificar que para o caso da viga fracamente armada, uma redistribuição moderada de 25% dos esforços elásticos conduz a um aumento da segurança da estrutura, enquanto que para a viga fortemente armada os maiores níveis de segurança foram encontrados no dimensionamento para os esforços elásticos. Esta constatação é coerente com as limitações aos valores dos coeficientes de redistribuição permitidos pelo REBAP, dependentes da profundidade dos eixo neutro das secções onde se pretende efectuar a redistribuição e mostra que é, justamente, nas soluções estruturais mais dúcteis que se poderá prever uma capacidade de redistribuição de esforços que, a ser contemplada, conduzirá a um aumento da segurança

A finalizar este capítulo apresentou-se um estudo de quatro soluções de pré-dimensionamento de uma viga simplesmente apoiada, para um mesmo valor do momento flector máximo, na perspectiva de evidenciar as consequências da liberdade de opção das dimensões das secções na probabilidade de ruína da estrutura. Tendo-se procurado valores das dimensões das secções que conduzissem a soluções estruturais com momentos reduzidos μ sucessivamente crescentes entre 0.1 e 0.4, verificou-se que os níveis de segurança mais elevados surgiram nas soluções mais equilibradas relativas a valores de μ entre 0.20 e 0.30. A opção por momentos reduzido extremos, muito baixos ou muito elevados, que, como se sabe, correspondem a situações de

dimensionamento anti-económicas, conduziu também, sistematicamente, a maiores valores da probabilidade de ruína, com destaque pela negativa para a solução fortemente armada que, para os valores de coeficiente de variação da Solicitação mais comuns, se revelou a pior das soluções.

Capítulo 7

Comparação entre métodos de dimensionamento aos efeitos de 2ª ordem

7.1 Introdução

A importância dos efeitos de 2ª ordem em estruturas reticuladas de betão armado, em particular no dimensionamento de pilares, e as estratégias para a sua quantificação foram amplamente discutidas e apresentadas no capítulo 2 do presente trabalho. Uma vez identificado o recurso a métodos simplificados de análise para a quantificação dos efeitos de 2ª ordem, como o procedimento mais comum no dimensionamento de estruturas de betão armado correntes, será neste capítulo aferida a qualidade dos resultados obtidos com a aplicação de três destes métodos: método constante da regulamentação portuguesa REBAP, método preconizado pelo MC90 e uma proposta de método da autoria de Paula Castro (PC). As aplicações efectuadas incidiram sobre estruturas com a classificação de mobilidade de nós móveis, por constituírem o tipo de estruturas em que estes métodos revelam maiores insuficiências de aplicação.

Para a prossecução deste objectivo, começa por se apresentar o dimensionamento para os efeitos de 1ª e 2ª ordem, este último aplicando distintamente os três métodos

referidos, de um conjunto de cinco estruturas tipo previamente escolhidas, tendo-se procurado que estas fossem representativas de diferentes tipos de volumetrias de edifícios, combinando diferentes números de tramos e de andares.

Uma vez encontradas as quatro soluções de dimensionamento descritas, para cada uma das estruturas analisadas, a quantificação das respectivas probabilidades de ruína, através da aplicação do método de avaliação de segurança proposto neste trabalho, permitiu identificar os níveis de segurança absolutos de cada uma das soluções de dimensionamento, comparar a fiabilidade dos métodos simplificados entre si e, ainda, comparar as probabilidades de ruína encontradas com os dimensionamentos aos efeitos de 2ª ordem com idêntica probabilidade obtida na situação de referência de dimensionamento, apenas para efeitos de 1ª ordem. Desta forma, foi possível avaliar e comparar a qualidade dos diferentes métodos de dimensionamento simplificados e identificar, para cada estrutura, aquele que conduz à solução estrutural mais fiável e equilibrada.

O agrupamento dos resultados obtidos com a aplicação de cada um dos métodos, ao conjunto das cinco estruturas estudadas, permitiu apreender a sensibilidade dos métodos às diferentes geometrias tipo e, por esta via, identificar aquelas em que estes apresentam melhor desempenho.

Dadas as características de simetria de geometria, secções e solicitação das cinco estruturas analisadas, apresentar-se-á em seguida o estudo de uma variante não simétrica de uma delas, com o objectivo de verificar a influência dessa não simetria na manutenção da adaptabilidade dos métodos simplificados para a quantificação dos efeitos de 2ª ordem. Esta influência será medida pelas variações encontradas para os valores das probabilidades de ruína obtidas com os novos dimensionamentos da estrutura não simétrica.

O método proposto pelo MC90 é ainda a mais inovadora proposta regulamentar existente, que abandona a filosofia de avaliação individual dos efeitos de 2º ordem de cada barra, permitindo a sua quantificação de forma integrada para a globalidade da estrutura. Esta característica confere a este método um elevado potencial de aplicação prática, apenas contrariado pela insuficiência de conhecimento sobre a fiabilidade dos resultados obtidos com a sua aplicação, em particular nas situações presentemente em

análise de estruturas de nós móveis. Conhecidas as probabilidades de ruína alcançadas com a sua aplicação, para as cinco estruturas tipo analisadas, apresenta-se a finalizar este capítulo uma tentativa de melhoramento dos critérios de aplicação deste método, consubstanciado no redimensionamento de duas das estruturas a partir de duas propostas para o seu melhoramento, e na subsequente avaliação das novas probabilidades de ruína, cuja comparação com as probabilidades de ruína inicialmente obtidas permitirá concluir do interesse e utilidade da tentativa de melhoramento do método apresentada.

7.2 Descrição global das estruturas analisadas, hipóteses gerais de dimensionamento e de avaliação da segurança

A selecção dos exemplos de aplicação teve por principal critério permitir que, a avaliação da qualidade dos métodos de dimensionamento aos efeitos de 2ª ordem (REBAP, MC90 e PC) fosse efectuada a partir da análise dos resultados da sua aplicação a um conjunto de estruturas de nós móveis e com diversificadas volumetrias. Para tal, foram seleccionados cinco pórticos com diferentes números de andares e de tramos, cuja designação foi sistematizada na forma apresentada na Tabela 7.1.

Designação	Número de andares	Número de tramos
<i>PT11</i>	1	1
<i>PT41</i>	4	1
<i>PT42</i>	4	2
<i>PT43</i>	4	3
<i>PT91</i>	9	1

Tabela 7.1 - Designação dos exemplos de aplicação.

Para cada um destes pórticos, alguns dos utilizados por Castro (1998) para testar a sua proposta de método de dimensionamento aos efeitos de 2ª ordem (PC), que se caracterizam por terem geometria secções, e solicitação simétricas, serão apresentados, em primeiro lugar, os resultados do seu dimensionamento aos efeitos de

1ª ordem, seguidos dos resultados de dimensionamento aos efeitos de 2ª ordem pelos três métodos já referidos.

Uma vez encontradas quatro soluções de dimensionamento de cada um dos pórticos, foram avaliadas e comparadas as probabilidades de ruína das diferentes soluções encontradas, através da aplicação do método de avaliação de segurança proposto neste trabalho, o que permitirá discutir a qualidade dos métodos de dimensionamento aos efeitos de 2ª ordem utilizados.

As análises não lineares materiais e geométricas necessárias para a aplicação do método PC e para a quantificação das probabilidades de ruína foram efectuadas adoptando-se uma configuração da malha de elementos finitos, das vigas e dos pilares, do tipo da apresentada na Figura 7.1. Esta malha de elementos finitos caracteriza-se pela adopção de elementos de menor dimensão nas extremidades dos pilares e nas extremidades e zona central das vigas, por serem estas as zonas de ocorrência dos maiores esforços.

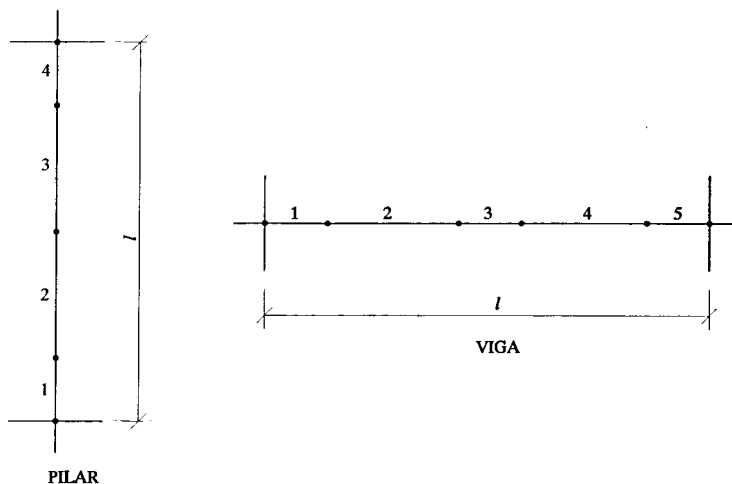


Figura 7.1 - Esquema genérico da malha de elementos finitos adoptada para vigas e pilares.

7.2.1 Critérios de aplicação dos métodos de dimensionamento aos efeitos de 2ª ordem

A descrição dos aspectos fundamentais da quantificação dos efeitos de 2ª ordem, por recurso aos três métodos seleccionados, foi já apresentada em capítulos anteriores. Para além dos procedimentos de carácter geral que lhe estão subjacentes, sistematizam-se em seguida algumas das hipóteses e opções consideradas na aplicação prática destes métodos aos cinco exemplos que se irão apresentar.

- Método do REBAP: Os critérios de aplicação deste método foram os subjacentes à avaliação de efeitos de 2ª ordem em estruturas de nós móveis. Estes efeitos foram apenas incluídos nos pilares das estruturas estudadas, tal como prescrito pelo REBAP, e a sua quantificação foi efectuada desprezando a excentricidade de fluência regulamentar. Os esforços de dimensionamento das vigas considerados foram os obtidos da análise elástica de cada estrutura analisada.
- Método MC90: A aplicação deste método seguiu as regras gerais indicadas no MC90, e apresentadas de forma detalhada no capítulo 2 deste trabalho, conduzindo à quantificação de forças horizontais adicionais representativas dos efeitos de 2ª ordem e tendo-se adoptado para a sua quantificação uma redução global de 50% da rigidez de todas as barras constituintes da estrutura.
- Método PC: O método proposto por PC, na sua versão de referência descrita no capítulo 5, consiste num processo iterativo de dimensionamento envolvendo uma sucessão de análises geométrica e materialmente não lineares da estrutura a dimensionar, impondo-lhe uma inclinação parasita representativa das imperfeições geométricas, na linha da filosofia proposta pelo MC90. Necessitando este processo iterativo de uma solução de dimensionamento inicial de arranque, foi adoptada, para esse efeito, a solução resultante do dimensionamento da estrutura para os esforços elásticos, obtidos da aplicação da Solicitação de cálculo à estrutura geometricamente afectada da inclinação parasita .

7.2.2 Regras gerais de dimensionamento adoptadas

A quantificação das armaduras para os esforços dos quatro cenários de dimensionamento estudados foi efectuada admitindo como materiais constituintes da estrutura: betão de classe B25 (C20/C25) e aço A400. Os critérios de dimensionamento das secções aos estados limites últimos, em flexão simples para as vigas e em flexão composta para os pilares, foram os habitualmente adoptados em projecto de estruturas de betão armado e concordantes com os preceitos da regulamentação nacional actualmente em vigor, admitindo secções simetricamente armadas para os pilares e secções simplesmente armadas para as vigas.

O dimensionamento de cada troço de pilar, entre andares, foi efectuado para a combinação de esforços (N_{sd} , M_{sd}) mais desfavorável encontrada, tendo-se mantido, como é habitual em projecto de estruturas de betão armado, a mesma armadura (A_{sp}) em todo o seu desenvolvimento.

No que diz respeito ao traçado das armaduras das vigas foram adoptadas estratégias distintas para as suas armaduras superiores e inferiores, ilustradas na Figura 7.2 e que se sistematizam da seguinte forma:

- Armaduras inferiores:

- i) Identificou-se o momento flector positivo máximo na zona central de cada tramo de viga.
- ii) Quantificou-se a respectiva armadura inferior para resistir ao momento flector máximo encontrado.
- iii) Adoptou-se como regra o prolongamento desta armadura ao longo de toda a viga, sem efectuar qualquer tipo de dispensa de armadura.

- Armaduras superiores:

- i) Na zona central de cada tramo de viga, isenta de momentos flectores negativos, adoptou-se a armadura mínima regulamentar (armadura relativa à secção do elemento finito central em que cada tramo foi discretizado)
- ii) Para cada extremidade foi identificado o momento flector negativo máximo e quantificada a respectiva armadura superior, tendo sido esta prolongada ao longo dos dois elementos finitos adjacentes à respectiva extremidade.

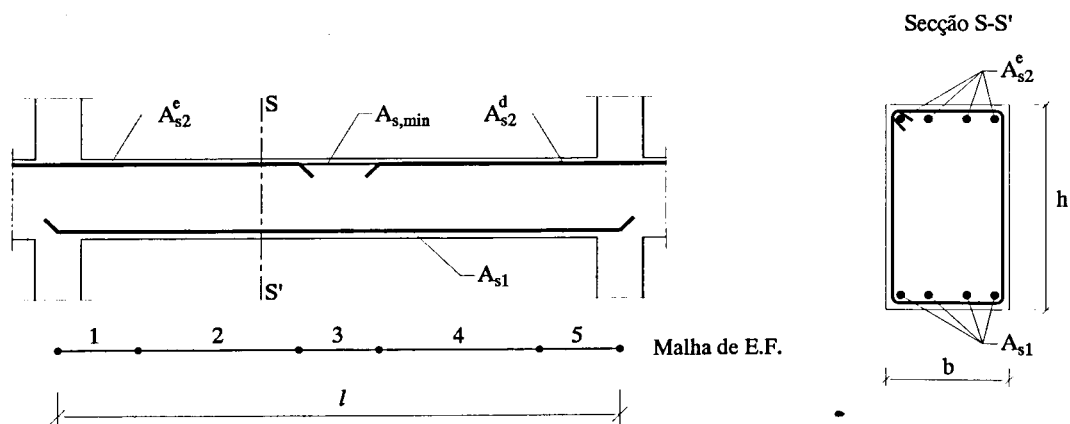


Figura 7.2 - Esquema do traçado geral de armadura adoptado em vigas.

Nas secções onde os esforços encontrados, dadas as suas localizações e configuração da Solicitação, conduziram a valores da armadura inferiores aos valores mínimos regulamentares, foram adoptados estes últimos como solução de dimensionamento.

Apresentadas as regras de dimensionamento e de dispensa de armaduras adoptadas, a informação sobre a distribuição de armadura, em pilares e vigas de cada pórtico analisado, ficará apenas dependente do conhecimento da secção de armadura de cada troço de pilar e das três secções de armadura das vigas (duas para a armadura superior e uma para a armadura inferior).

Esta informação irá ser apresentada de forma sistemática para os vários exemplos estudados, na forma indicada na Figura 7.3, onde se incluem ainda os esforços que deram origem a estas armaduras.

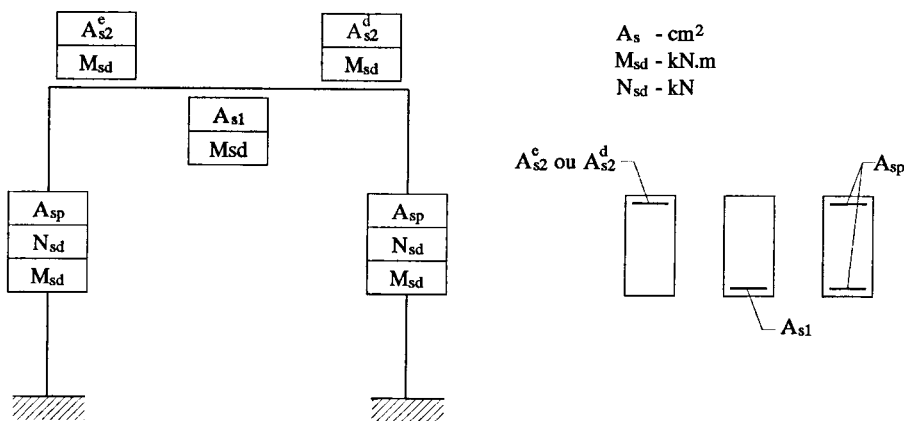


Figura 7.3 - Representação esquemática de esforços e distribuição de armaduras.

A finalizar a descrição da notação para a representação dos esforços e armaduras adoptadas, refira-se que, nos casos das secções de vigas em que dado o reduzido valor destes esforços se foi conduzido à adopção da armadura mínima, optou-se por apresentar o valor desta armadura em itálico, dispensando-se a apresentação dos esforços existentes na respectiva secção

7.2.3 Critérios gerais de aplicação do método de avaliação de segurança

A repetição dos procedimentos de aplicação do método de avaliação de segurança, aos dimensionamentos dos diferentes exemplos analisados, justifica a síntese que se

apresentará nos parágrafos seguintes, de algumas hipóteses e critérios comuns a todas as aplicações efectuadas.

A quantificação da probabilidade de ruína ou do índice de fiabilidade, associado a cada um dos dimensionamentos efectuados, requer, em primeiro lugar, o prévio conhecimento das leis de distribuição dos factores de carga da Solicitação λS e da Resistência λR .

Na sequência da filosofia de aplicação do método de avaliação de segurança, apresentado no capítulo 5, foi adoptada para lei de distribuição do factor de carga da Solicitação uma lei de distribuição normal, comum a todas as aplicações efectuadas. Definida pelo seu valor característico λS_k e para uma gama de valores do seu coeficiente de variação $CV_{\lambda S}$, esta lei de distribuição pode ser representada de forma condensada por:

$$L_{\lambda S}^N(1.125; CV_{\lambda S}(0,10 \leftrightarrow 0,70)) \quad (7.1)$$

A definição de uma lei de distribuição do factor de carga da Resistência λR implica a determinação de um conjunto de valores da Resistência, obtidos a partir da aplicação do algoritmo de análise não linear FEMPOR1 a um conjunto de amostras da estrutura. Estas amostras caracterizam-se por apresentarem diferentes pares de valores das variáveis básicas f'_c e f_{sy} , obtidos pela técnica de simulação do Método do Hipercubo Latino. Dado o elevado número de dimensionamentos efectuados, optou-se por determinar apenas um conjunto de amostras de f'_c e f_{sy} para cada exemplo apresentado, utilizando-se, assim, o mesmo conjunto de amostras para o conjunto de quatro dimensionamentos de cada exemplo.

Tendo-se adoptado um número de 30 amostras para cada avaliação de segurança efectuada, a sua obtenção, através da aplicação do MHL requer o conhecimento das leis de distribuição de f'_c e f_{sy} . Adoptados os materiais (B25 (C20/C25) e A400), os parâmetros estatísticos que caracterizam estas propriedades mecânicas, já identificados no capítulo 5, foram os indicados na Tabela 7.2.

Betão Classe B25 (C20/25) f'_c	Valor característico:	f'_{ck}	14.78 MPa
	Coefficiente de variação:	$CV_{f'_c}$	0.174
	Valor médio:	f'_{cm}	20.71 MPa
	Desvio padrão:	$\sigma_{f'_c}$	3.60 MPa
Aço Classe A400 f_{sy}	Valor característico:	f_{syk}	400 MPa
	Coefficiente de variação:	CV_{f_s}	0.087
	Valor médio:	f_{sym}	466.81 MPa
	Desvio padrão:	σ_{f_s}	40.61 MPa

 Tabela 7.2 - Parâmetros estatísticos das leis de distribuição de f'_c e f_{sy} .

7.3 Pórtico de um andar e um tramo (PT11)

7.3.1 Descrição do exemplo

O primeiro exemplo seleccionado foi o pórtico mais simples que é possível definir constituído unicamente por um andar e um tramo. Ainda que permitindo desde logo obter resultados para o estudo que se pretendeu levar a cabo, a escolha deste exemplo justificou-se pela possibilidade de este servir, dada a sua grande simplicidade, como exemplo demonstrativo da sequência de procedimentos e de apresentação de resultados que se irão levar a cabo ao longo do conjunto das cinco estruturas analisadas. A configuração geométrica de PT11, as dimensões das secções dos pilares e viga que o constituem, bem como a malha de elementos finitos adoptada, são as indicadas na Figura 7.4.

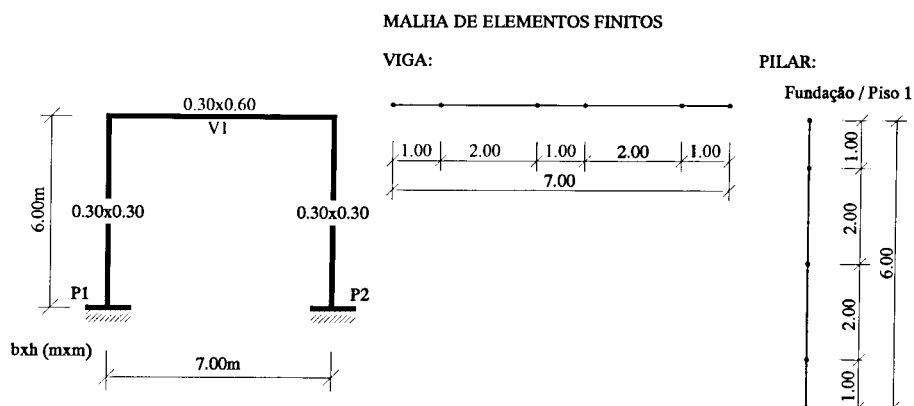


Figura 7.4 – Configuração geométrica e dimensões das secções de PT11.

Para solicitação de *PT11* admitiu-se uma composição de acções permanentes *G*, sobrecargas *Q* e acção do vento *W*, actuando com a configuração, valores característicos e coeficientes de combinação (acção base vento) apresentados na Tabela 7.3.

Tipo de carga	Tipo de acção		
	<i>G</i>	<i>Q</i>	<i>W</i>
<i>p</i> (kN/m)	24.0	0.7x7.0	-
<i>F</i> (kN)	400.0	0.7x120.0	-
<i>H</i> (kN)	-	-	15.0
Configuração geométrica da solicitação de <i>PT11</i> ⇒			

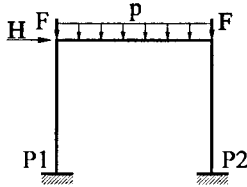


Tabela 7.3 - Configuração e valores de combinação das acções de *PT11*.

7.3.2 REBAP: efeitos de 1ª ordem

Da análise estrutural elástica de *PT11*, para a combinação de acções descrita, resultaram os esforços de 1ª ordem e respectivas secções de armadura indicadas na Figura 7.5.

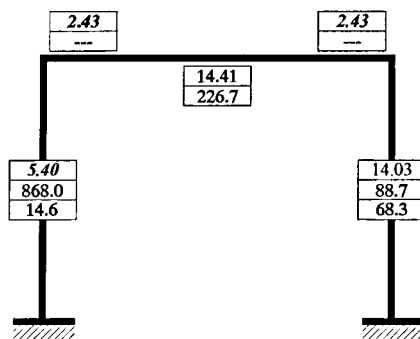


Figura 7.5 – REBAP: efeitos de 1ª ordem. Esforços e secções de armadura.

7.3.3 REBAP: efeitos de 2ª ordem - estruturas de nós móveis

Conhecidos os esforços de 1ª ordem de *PT11*, obtidos na subsecção anterior, a aplicação do método de dimensionamento aos efeitos de 2ª ordem, prescrito pelo REBAP, implica a quantificação dos momentos de 2ª ordem nos elementos verticais da estrutura, sendo para tal necessária a determinação das suas excentricidades acidentais (e_a) e de 2ª ordem (e_2). Os valores obtidos para e_a e e_2 em cada troço de pilar de *PT11*, bem como os respectivos momentos de 2ª ordem, foram os

apresentados na Figura 7.6, onde se incluem ainda os esforços finais de dimensionamento dos pilares, os únicos alterados relativamente ao dimensionamento de 1ª ordem, e as respectivas secções de armadura obtidas.

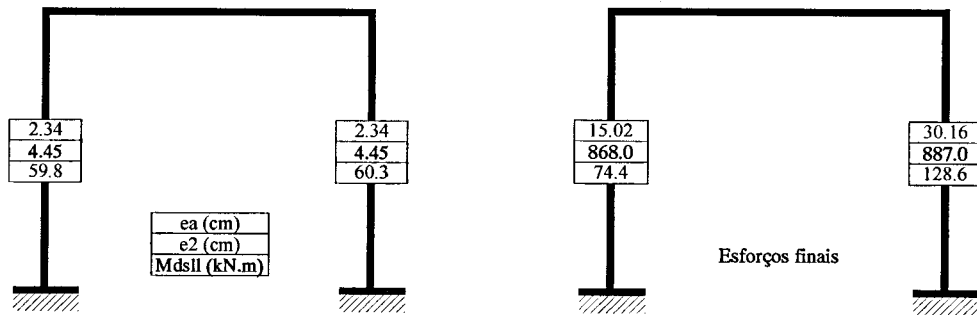


Figura 7.6 - REBAP: efeitos de 2ª ordem. Excentricidades, momentos de 2ª ordem, esforços finais e armaduras.

7.3.4 Método do MC90

O valor encontrado para a força horizontal adicional ΔH_{sd} , implícita à aplicação do método do MC90, a aplicar à cota do andar do pórtico foi de 22.3 kN, tendo sido obtida a partir das acções verticais aplicadas e das seguintes inclinações globais da estrutura:

- $\alpha_a = 0.00408 \text{ rad}$: inclinação inicial parasita
- $\alpha'' = 0.01273 \text{ rad}$: inclinação global final

Uma vez quantificada a força horizontal adicional, a análise estrutural elástica de *PT11* para a combinação de acções em estudo, acrescida desta força horizontal, conduziu aos esforços de dimensionamento e secções de armadura apresentadas na Figura 7.7.

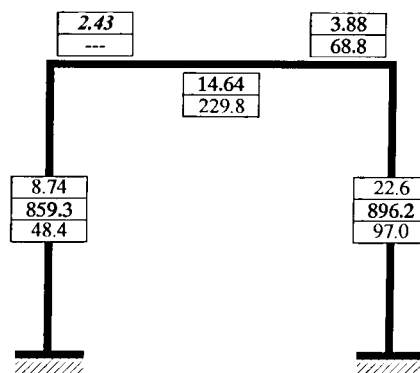


Figura 7.7 - MC90: Esforços e secções de armadura.

7.3.5 Método PC

O método PC é um método iterativo de dimensionamento, sustentado pelos critérios de segurança semi-probabilísticos e pela utilização de um algoritmo de análise não linear geométrica e material. Não pretendendo ser exaustivo na apresentação dos resultados obtidos ao longo do processo iterativo procurou-se, todavia, evidenciar as alterações das áreas de armadura das diferentes secções, entre o início e o fim deste processo. Desta forma, optou-se pela apresentação na Figura 7.8 dos esforços e secções de armadura da solução encontrada ao fim da 1ª iteração e na solução final de dimensionamento, incluindo-se ainda nessa figura os factores de segurança γ que lhes estão associados.

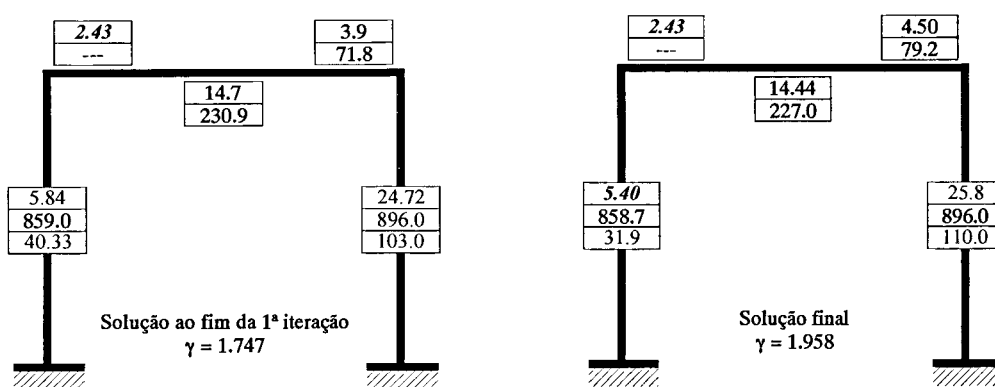


Figura 7.8 - Método PC: Solução estrutural ao fim da 1ª iteração e solução final.

7.3.6 Avaliação de segurança

O método de avaliação de segurança proposto neste trabalho foi aplicado às quatro soluções de dimensionamento apresentadas, permitindo quantificar as suas probabilidades de ruína e índices de fiabilidade. Note-se que a prévia definição de uma lei de distribuição do factor de carga da Solicitação, comum a todos os dimensionamentos e exemplos analisados, dispensa a repetição da sua apresentação.

7.3.6.1 Lei de distribuição do factor de carga da Resistência- λR

A definição de cada uma das leis de distribuição do factor de carga da Resistência λR , das quatro soluções de dimensionamento de PT11 em estudo, foi efectuada de acordo com os procedimentos gerais do método de avaliação de segurança proposto neste

trabalho, constituindo único aspecto particular o facto de estas terem origem num único conjunto de 30 amostras das variáveis básicas f'_c e f_{sy} .

- Simulação estocástica: Método do Hipercubo Latino - MHL

Os pares de valores de f'_c e f_{sy} , do conjunto de 30 amostras (A_{PTII}), obtidas através da aplicação do MHL, foram os indicados na Tabela 7.4 e graficamente representados na Figura 7.9.

A_{PTII} : conjunto de 30 amostras								
n	f'_c (MPa)	f_{sy} (MPa)	n	f'_c (MPa)	f_{sy} (MPa)	n	f'_c (MPa)	f_{sy} (MPa)
1	19.32	454.76	11	20.56	465.11	21	21.16	443.54
2	22.1	475.35	12	23.53	503.47	22	22.77	434.99
3	18.99	458.26	13	19.64	478.86	23	17.88	418.4
4	13.04	447.43	14	28.37	553.23	24	20.86	424.72
5	24.44	439.41	15	15.72	515.21	25	21.47	410.64
6	25	498.63	16	23.96	486.18	26	16.97	522.97
7	18.28	451.16	17	18.64	461.7	27	21.78	490.08
8	23.14	468.5	18	17.45	533.61	28	19.95	400.01
9	26.63	471.91	19	22.43	494.2	29	20.25	508.9
10	14.78	380.38	20	25.69	482.46	30	16.41	430.15

Tabela 7.4 - Amostras A_{PTII} : Resultados da aplicação do MHL.

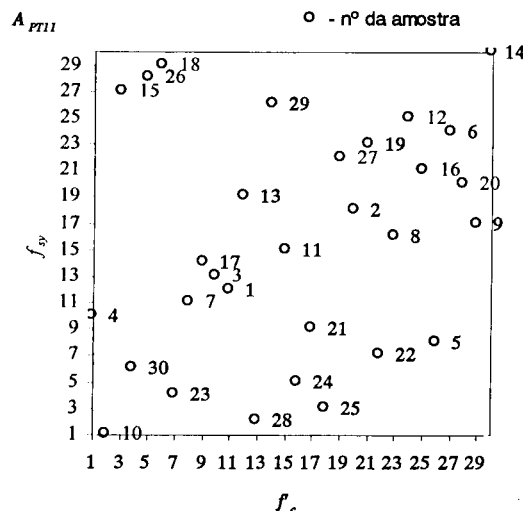


Figura 7.9 - Amostras A_{PTII} : Representação gráfica dos resultados da aplicação do MHL.

- Ajuste de leis de distribuição normal a λR e validação dos ajustes.

O tratamento estatístico das quatro distribuições de valores do factor de carga da Resistência, obtidos da aplicação de FEMPOR1 às 30 amostras A_{PT11} , permitiu o ajuste de igual número de leis de distribuições normais, cujos parâmetros estatísticos se apresentam na Tabela 7.5.

Dimensionamento <i>PT11</i>	Média $\overline{\lambda R}$	Desvio padrão $S_{\lambda R}$	Valor característico λR_k	Coefficiente de variação $CV_{\lambda R}$
REBAP 1ª ordem	2.32	0.241	1.93	0.104
REBAP 2ª ordem	2.41	0.223	2.05	0.092
MC90	2.18	0.210	1.83	0.096
PC	2.24	0.217	1.86	0.097

Tabela 7.5 - P_{T11} : Parâmetros estatísticos das leis de distribuição normais de λR .

A validação dos ajustes de leis normais efectuados foi confirmada pelos resultados obtidos com a aplicação dos já habituais testes estatísticos:

i) *Teste de normalidade* baseado nos coeficientes de assimetria e achatamento:

Dimensionamento <i>PT11</i>	Condições a verificar	Verificação	Normalidade da distribuição
	$\left\{ \begin{array}{l} \hat{\gamma}_1(n) < 1.5\sigma_{\hat{\gamma}_1(n)} \\ \left \hat{\gamma}_2(n) + \frac{6}{n+1} \right < 1.5\sigma_{\hat{\gamma}_2(n)} \end{array} \right.$		
REBAP 1ª ordem	$\left\{ \begin{array}{l} 0.051 < 0.608 \text{ OK!} \\ 0.416 < 1.050 \text{ OK!} \end{array} \right.$	<i>Ambas as condições são verificadas</i>	<i>Aceite</i>
REBAP 2ª ordem	$\left\{ \begin{array}{l} 0.016 < 0.608 \text{ OK!} \\ 0.626 < 1.050 \text{ OK!} \end{array} \right.$	<i>Ambas as condições são verificadas</i>	<i>Aceite</i>
MC90	$\left\{ \begin{array}{l} 0.060 < 0.608 \text{ OK!} \\ 0.635 < 1.050 \text{ OK!} \end{array} \right.$	<i>Ambas as condições são verificadas</i>	<i>Aceite</i>
PC	$\left\{ \begin{array}{l} 0.057 < 0.608 \text{ OK!} \\ 0.664 < 1.050 \text{ OK!} \end{array} \right.$	<i>Ambas as condições são verificadas</i>	<i>Aceite</i>

Tabela 7.6 - P_{T11} : Resultados do teste de normalidade.

ii) Teste de Kolmogorov-Smirnov - versão proposta por Lilliefors (1967).

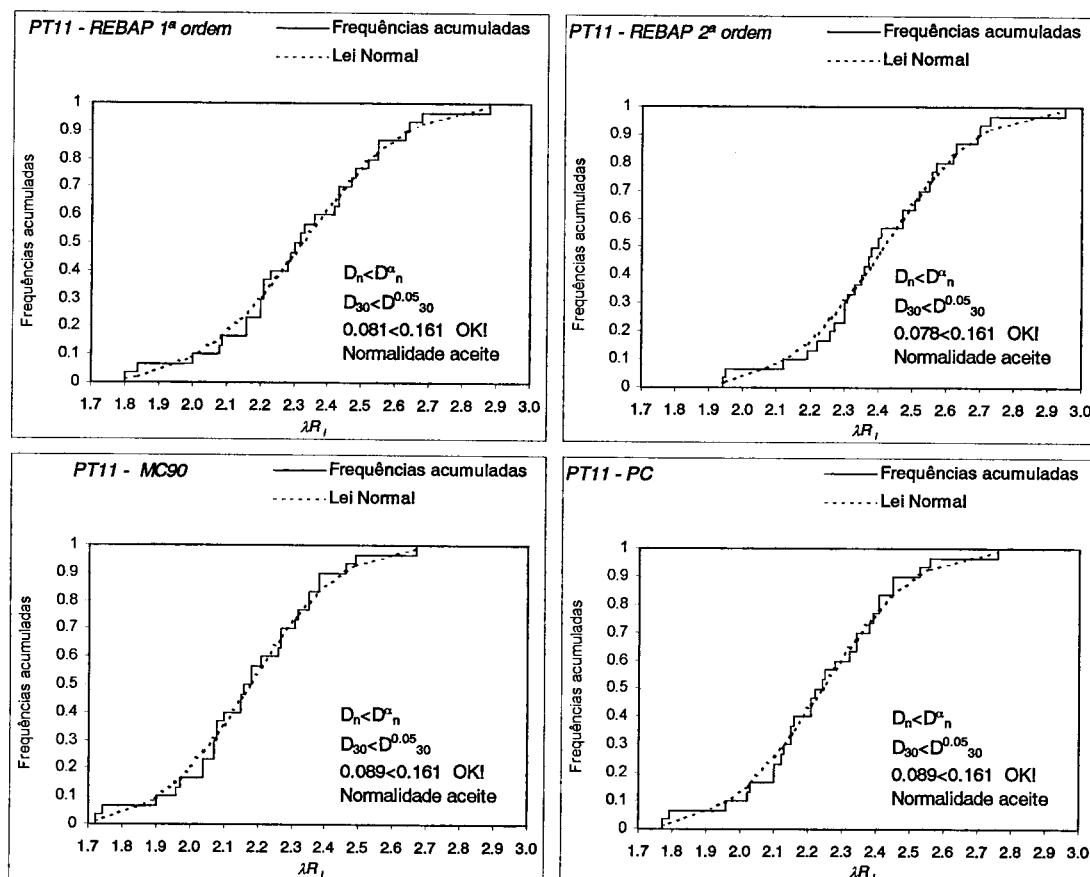


Figura 7.10 - PT11: Resultados do teste de Kolmogorov-Smirnov.

7.3.6.2 Probabilidades de ruína e índices de fiabilidade

Definidas as leis de distribuição normais dos factores de carga da Solicitação e da Resistência, os índices de fiabilidade β e as probabilidades de ruína, dos quatro casos de dimensionamento de PT11, foram os apresentados na Figura 7.11 e na Figura 7.12.

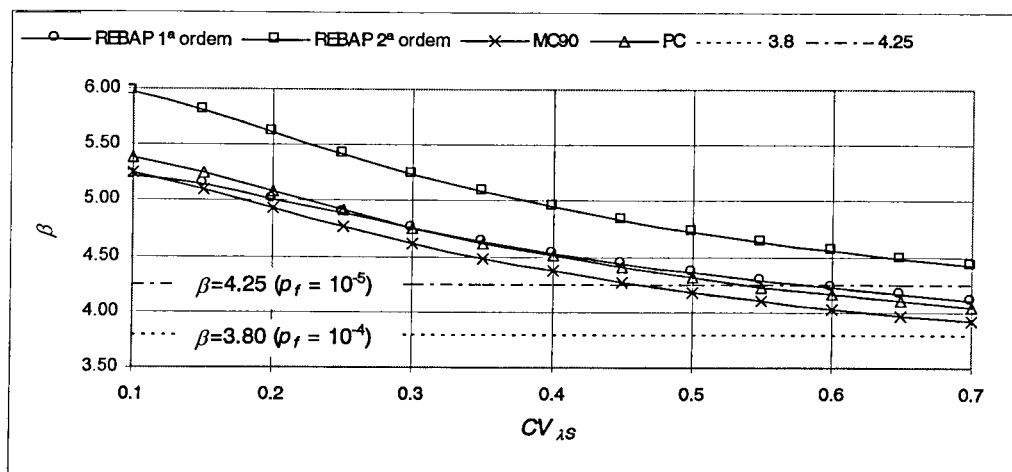


Figura 7.11 - PT11: Índice de fiabilidade β para os quatro casos de dimensionamento

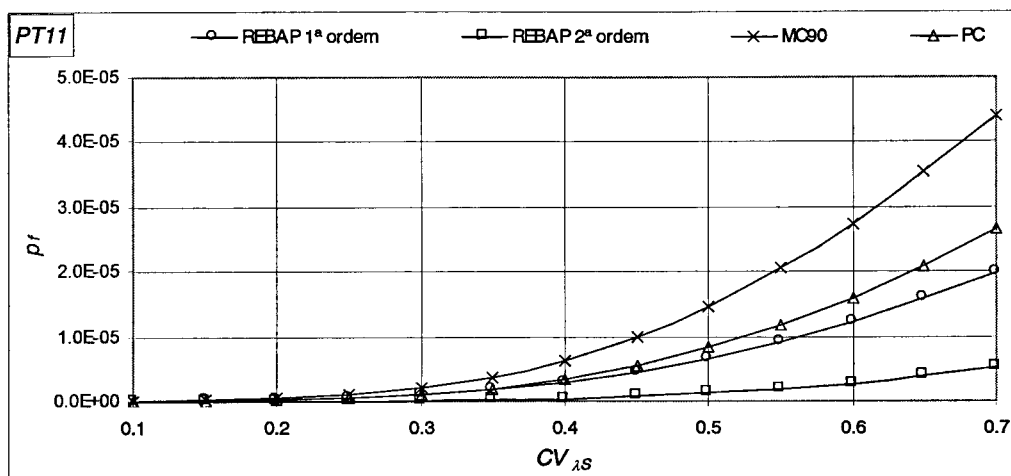


Figura 7.12 - PT11: probabilidade de ruína p_f para os quatro casos de dimensionamento.

A observação da Figura 7.11 e da Figura 7.12 permite concluir que o dimensionamento aos efeitos de 1ª ordem apenas apresenta probabilidades de ruína superiores ao valor de referência para estados limites últimos de resistência, de 10^{-5} , para valores não realistas de $CV_{\lambda S}$ superiores a 0.55.

Relativamente aos dimensionamentos aos efeitos de 2ª ordem regista-se que as soluções encontradas, com a utilização do método preconizado no REBAP e do método MC90, correspondem aos extremos, respectivamente, máximo e mínimo de segurança, apresentando a solução PC valores intermédios entre estes dois e próximos dos obtidos para o dimensionamento aos efeitos de 1ª ordem. Estas observações gerais são confirmadas pela observação dos resultados de β apresentados na Tabela 7.7, encontrados para um valor médio dos coeficientes de variação das diferentes acções envolvidas de $CV_{\lambda S} = 0,30$. Tendo em vista evidenciar a qualidade dos três métodos de dimensionamento aos efeitos de 2ª ordem utilizados são ainda indicadas, nessa tabela, as suas variações percentuais, por defeito e por excesso, relativamente ao valor encontrado para o dimensionamento de referência aos efeitos de 1ª ordem.

$CV_{\lambda S} = 0,30$	REBAP 1ª ordem	REBAP 2ª ordem	MC90	PC
β - índice de fiabilidade	4.751	5.234	4.626	7.455
% de variação relativa aos efeitos de 1ª ordem	-	10.17 %	-2.84 %	0.09 %

Tabela 7.7 - Índices de fiabilidade e respectivas variações para $CV_{\lambda S} = 0,30$.

7.4 Pórtico de quatro andares e um tramo (PT41)

7.4.1 Descrição do exemplo

Sendo constituído por quatro andares e um único tramo, o pórtico *PT41* não se pode ainda considerar como um exemplo representativo de estruturas reticuladas de betão armado correntes, mas constitui uma primeira evolução geométrica da estrutura elementar *PT11* anteriormente apresentada. Como característica particular deste pórtico, que importa desde logo evidenciar, refira-se que este foi concebido por forma a apresentar relações de rigidez vigas/pilares elevadas, pelo que se adoptaram vigas de altura considerável. A configuração geométrica de *PT41*, as dimensões das secções dos pilares e vigas que o constituem, tal como a malha de elementos finitos adoptada, são as indicadas na Figura 7.13.

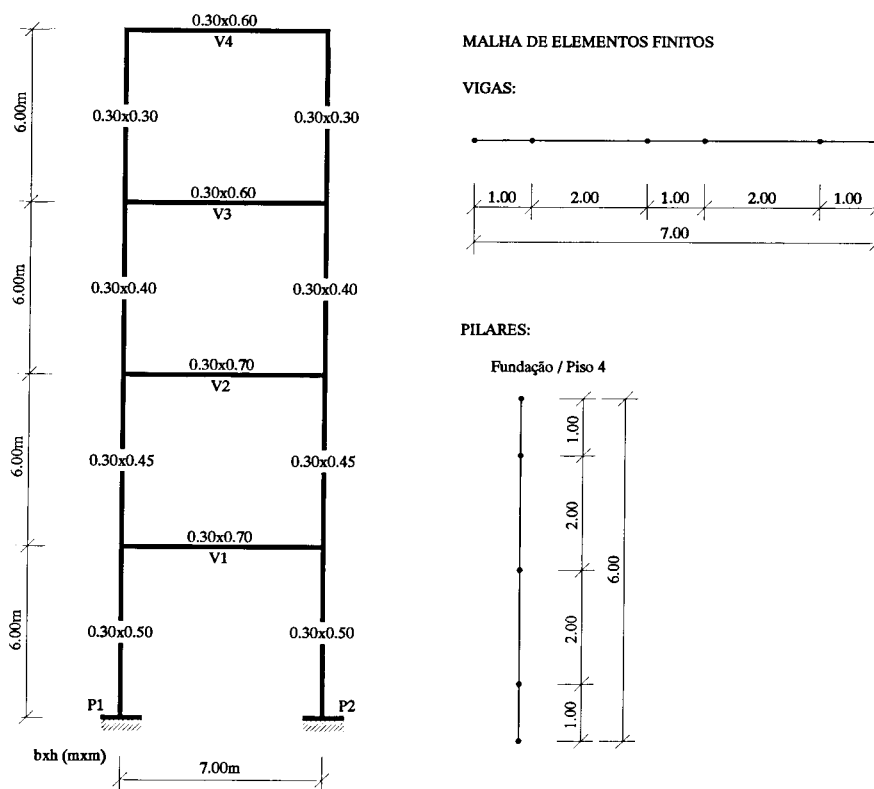


Figura 7.13 - Configuração geométrica e dimensões das secções de *PT41*.

Como solicitação de *PT41* admitiu-se uma composição de acções permanentes G , sobrecargas Q e acção do vento W , actuando com a configuração, valores característicos e coeficientes de combinação apresentados na Tabela 7.8.

Tipo de carga	Tipo de acção		
	<i>G</i>	<i>Q</i>	<i>W</i>
<i>p</i> (kN/m)	24.0	0.7x7.0	-
<i>F</i> (kN)	160.0	0.7x40.0	-
<i>H1</i> (kN)	-	-	21.6
<i>H2</i> (kN)	-	-	10.8
Configuração geométrica da solicitação de <i>PT41</i> ⇒			

Tabela 7.8 - Configuração e valores de combinação das acções de *PT41*.

7.4.2 REBAP: efeitos de 1ª ordem

Os esforços de 1ª ordem e respectivas secções de armadura, obtidos da análise estrutural elástica de *PT41*, são os indicados na Figura 7.14.

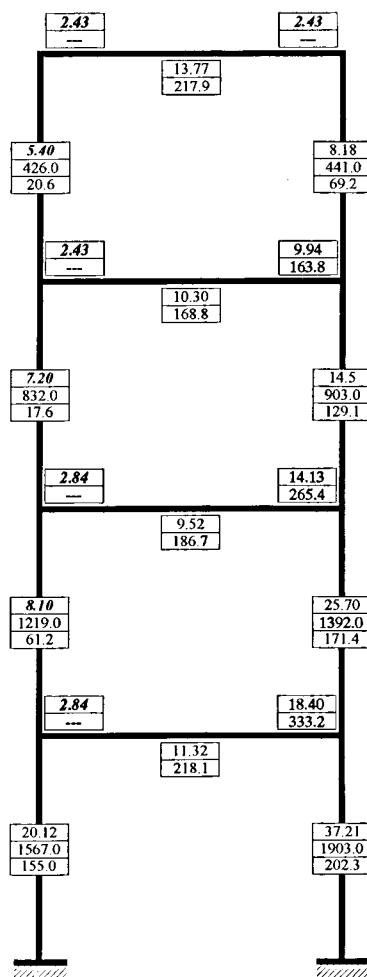


Figura 7.14 - REBAP: efeitos de 1ª ordem. Esforços e secções de armadura.

7.4.3 REBAP: efeitos de 2ª ordem - estruturas de nós móveis

Os valores das excentricidades acidentais (e_a), excentricidades de 2ª ordem (e_2) e respectivos momentos de 2ª ordem, quantificados pela aplicação do método de dimensionamento aos efeitos de 2ª ordem de estruturas de nós móveis proposto pelo REBAP, foram os indicados na Figura 7.15, onde se apresentam ainda os esforços finais de dimensionamento dos pilares e respectivas secções de armadura.

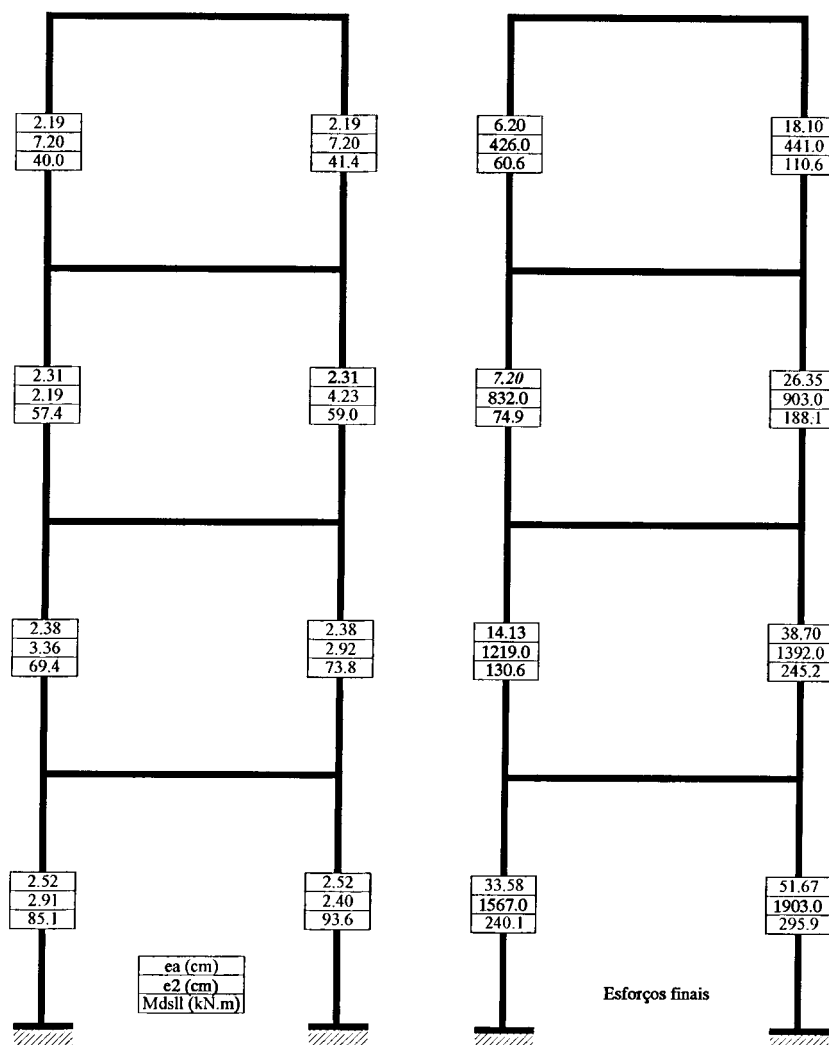


Figura 7.15 - REBAP: efeitos de 2ª ordem. Excentricidades, momentos de 2ª ordem, esforços finais e armaduras.

7.4.4 Método do MC90

A circunstância de terem sido definidos iguais valores das acções verticais em todos os pisos de *PT41*, conduziu à quantificação de um valor único para as forças horizontais adicionais ΔH_{sd} igual a 7.11kN/piso. O valor desta força foi obtido a partir

das acções verticais aplicadas ao nível dos diferentes pisos e das seguintes inclinações globais da estrutura:

- $\alpha_a = 0.00204 \text{ rad}$: inclinação inicial parasita
- $\alpha'' = 0.00820 \text{ rad}$: inclinação global final

A análise estrutural elástica de *PT41* para a combinação de acções em estudo, acrescida das forças horizontais adicionais, conduziu aos esforços de dimensionamento e secções de armadura apresentadas na Figura 7.16.

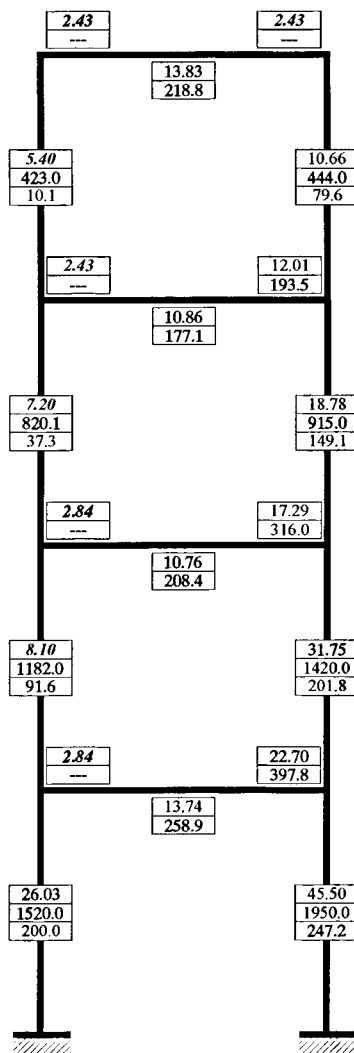


Figura 7.16 - MC90: Esforços e secções de armadura.

7.4.5 Método PC

Os esforços de dimensionamento de *PT41*, e respectivas armaduras, obtidos na 1ª e última iteração do processo de aplicação do método PC apresentam-se na Figura 7.17.

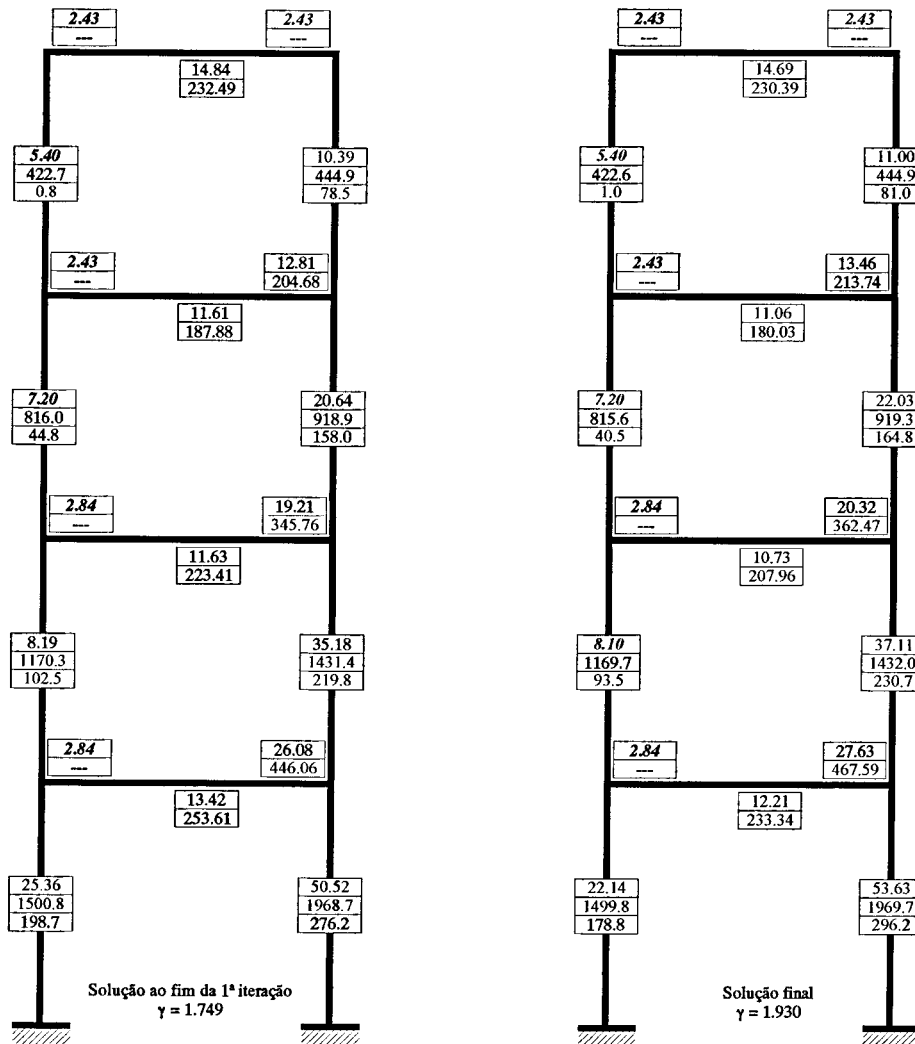


Figura 7.17 - Método PC: Solução estrutural de arranque e solução final.

7.4.6 Avaliação de segurança

7.4.6.1 Lei de distribuição do factor de carga da Resistência- λR

A definição de cada uma das leis de distribuição do factor de carga da Resistência λR , das quatro soluções de dimensionamento de *PT41* em estudo, foi efectuada a partir de único conjunto de 30 amostras (A_{PT41}) das variáveis básicas f'_c e f_{sy} .

- Simulação estocástica: Método do Hipercubo Latino - MHL

Os pares de valores de f'_c e f_{sy} , do conjunto de 30 amostras (A_{PT41}), obtidas através da aplicação do MHL, foram os indicados na Tabela 7.9 e ilustradas na Figura 7.18.

A_{PT41} : conjunto de 30 amostras								
n	f'_c (MPa)	f_{sy} (MPa)	n	f'_c (MPa)	f_{sy} (MPa)	n	f'_c (MPa)	f_{sy} (MPa)
1	23.14	486.18	11	21.47	478.86	21	19.32	461.7
2	23.96	458.26	12	14.78	454.76	22	15.72	490.08
3	19.64	503.47	13	25.69	468.5	23	21.78	410.64
4	28.37	418.4	14	18.64	515.21	24	23.53	482.46
5	18.28	494.2	15	25	498.63	25	20.25	533.61
6	22.77	424.72	16	16.97	380.38	26	22.1	465.11
7	20.56	447.43	17	17.88	475.35	27	13.04	471.91
8	24.44	451.16	18	20.86	443.54	28	16.41	522.97
9	21.16	400.01	19	18.99	439.41	29	26.63	508.9
10	22.43	553.23	20	17.45	434.99	30	19.95	430.15

Tabela 7.9 - Amostras A_{PT41} : Resultados da aplicação do MHL.

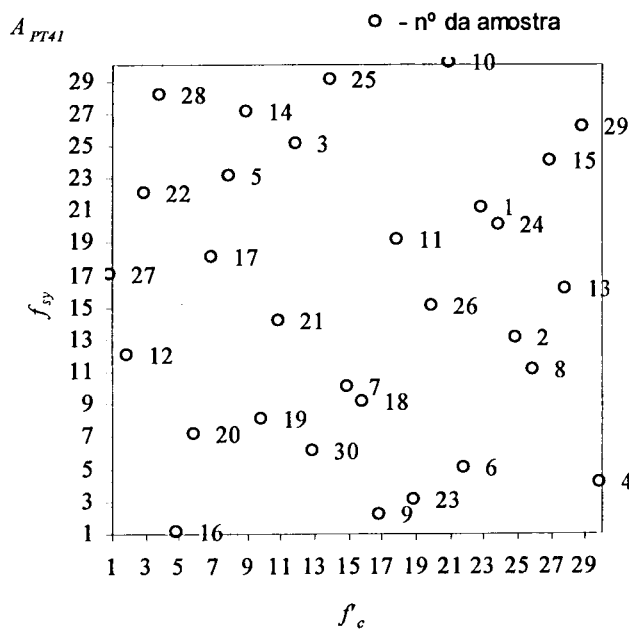


Figura 7.18 - Amostras A_{PT41} : Representação gráfica dos resultados da aplicação do MHL.

- *Ajuste de leis de distribuição normal a λR e validação dos ajustes.*

O tratamento estatístico das quatro distribuições de valores do factor de carga da Resistência, obtidos da aplicação de FEMPOR1 às 30 amostras A_{PT41} , permitiu o ajuste de igual número de leis de distribuição normais, cujos parâmetros estatísticos que se apresentam na Tabela 7.10.

Dimensionamento <i>PT41</i>	Média $\overline{\lambda R}$	Desvio padrão $S_{\lambda R}$	Valor característico λR_k	Coefficiente de variação $CV_{\lambda R}$
REBAP 1ª ordem	2.35	0.242	1.95	0.103
REBAP 2ª ordem	2.28	0.203	1.94	0.089
MC90	2.13	0.205	1.79	0.096
PC	2.24	0.210	1.89	0.094

Tabela 7.10 - *PT41*: Parâmetros estatísticos das leis de distribuição normais de λR .

A validação dos ajustes de leis normais efectuados foi confirmada pelos resultados obtidos com a aplicação dos testes estatísticos:

i) Teste de normalidade baseado nos coeficientes de assimetria e achatamento:

Dimensionamento <i>PT41</i>	Condições a verificar	Verificação	Normalidade da distribuição
	$\left\{ \begin{array}{l} \hat{\gamma}_1(n) < 1.5\sigma_{\hat{\gamma}_1(n)} \\ \left \hat{\gamma}_2(n) + \frac{6}{n+1} \right < 1.5\sigma_{\hat{\gamma}_2(n)} \end{array} \right.$		
REBAP 1ª ordem	$\left\{ \begin{array}{l} 0.146 < 0.608 \text{ OK!} \\ 0.222 < 1.050 \text{ OK!} \end{array} \right.$	<i>Ambas as condições são verificadas</i>	<i>Aceite</i>
REBAP 2ª ordem	$\left\{ \begin{array}{l} 0.188 < 0.608 \text{ OK!} \\ 0.221 < 1.050 \text{ OK!} \end{array} \right.$	<i>Ambas as condições são verificadas</i>	<i>Aceite</i>
MC90	$\left\{ \begin{array}{l} 0.185 < 0.608 \text{ OK!} \\ 0.192 < 1.050 \text{ OK!} \end{array} \right.$	<i>Ambas as condições são verificadas</i>	<i>Aceite</i>
PC	$\left\{ \begin{array}{l} 0.185 < 0.608 \text{ OK!} \\ 0.210 < 1.050 \text{ OK!} \end{array} \right.$	<i>Ambas as condições são verificadas</i>	<i>Aceite</i>

Tabela 7.11 - *PT41*: Resultados do teste de normalidade.

ii) Teste de Kolmogorov-Smirnov - versão proposta por Lilliefors (1967).

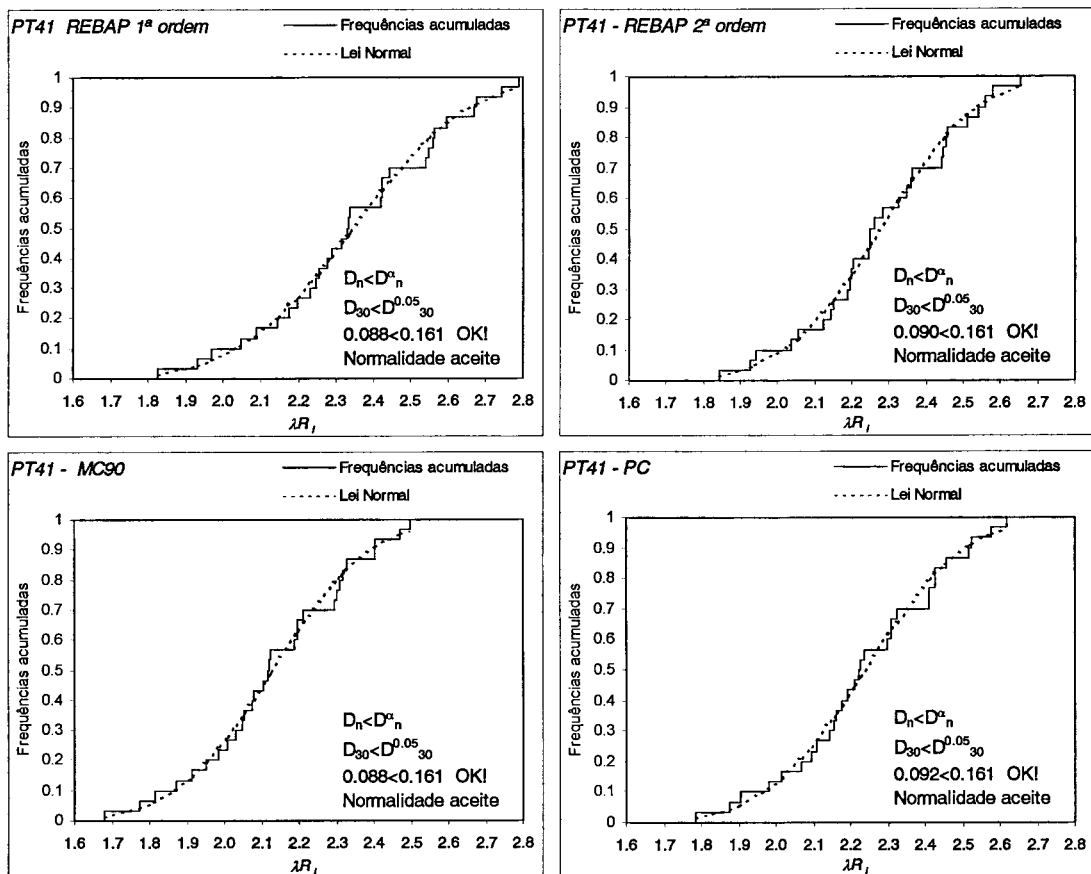


Figura 7.19 - PT41: Resultados do teste de Kolmogorov-Smirnov.

7.4.6.2 Probabilidades de ruína e índices de fiabilidade

Os valores dos índices de fiabilidade β e das probabilidades de ruína encontrados para os quatro casos de dimensionamento de PT41 foram os apresentados na Figura 7.20 e na Figura 7.21.

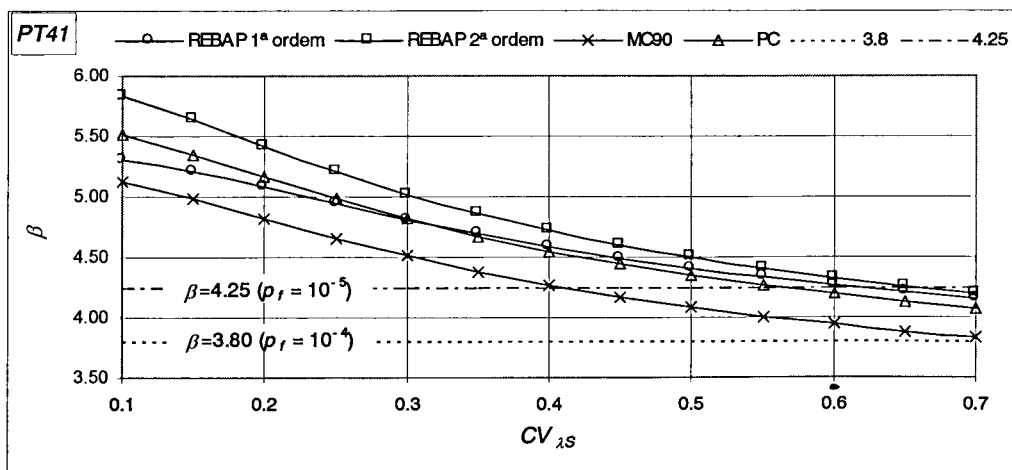


Figura 7.20 - PT41: Índice de fiabilidade β para os quatro casos de dimensionamento.

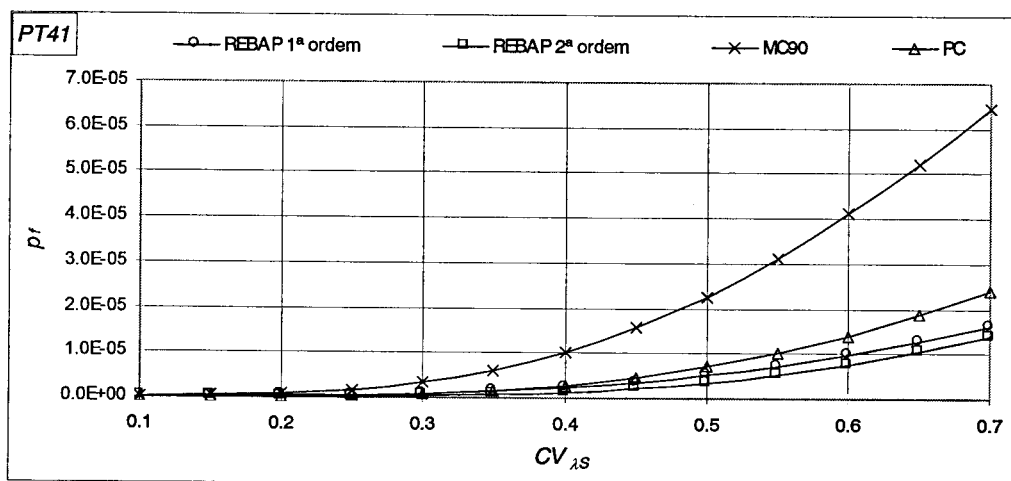


Figura 7.21 - PT41: probabilidade de ruína p_f para os quatro casos de dimensionamento.

Os valores obtidos para os índices de fiabilidade, e respectivas probabilidades de ruína de PT41, são semelhantes aos obtidos para PT11. A hierarquia dos níveis de segurança atingidos com os diferentes dimensionamentos mantém-se, repetindo-se também a proximidade ente os índices de fiabilidade do dimensionamento aos efeitos de 1ª ordem e os índices de fiabilidade associados ao dimensionamento pelo método PC. De uma forma geral, para a gama de valores de $CV_{\lambda S}$ mais comum ($0.20 < CV_{\lambda S} < 0.50$), obtiveram-se probabilidades de ruína inferiores a 10^{-5} ($\beta > 4.25$), com a exceção do dimensionamento MC90 que conduz a probabilidades de ruína superiores a esta para $CV_{\lambda S} > 0.40$.

Os resultados de β obtidos para o valor específico de $CV_{\lambda S} = 0.30$ confirmam as tendências gerais enunciadas, sendo apresentados na Tabela 7.12, em conjunto com as suas variações percentuais, relativamente ao valor encontrado para o dimensionamento de referência aos efeitos de 1ª ordem.

PT41- $CV_{\lambda S} = 0,30$	REBAP 1ª ordem	REBAP 2ª ordem	MC90	PC
β - índice de fiabilidade	4.812	5.018	4.507	4.817
% de variação relativa aos efeitos de 1ª ordem	-	4.27 %	-6.34 %	0.10 %

Tabela 7.12 - PT41: Índices de fiabilidade e respectivas variações para $CV_{\lambda S} = 0,30$.

7.5 Pórtico de quatro andares e dois tramos (PT42)

7.5.1 Descrição do exemplo

O pórtico *PT42* é composto por 4 andares e dois tramos, sendo um exemplo cuja configuração se aproxima já do tipo de volumetria de edifícios de baixa altura e cujas dimensões dos vãos e comprimentos de pilares assumem valores comuns para pórticos deste tipo de edifícios. A altura das secções das vigas são ligeiramente inferiores às de *PT41* mas os seus vãos reduziram de 7.0m para 5.0m. A redução das dimensões das secções dos pilares, consequência da redução do nível de esforço axial nestes instalado e da manutenção do objectivo de ocorrência de efeitos de 2ª ordem significativos, aliada às alterações de características geométricas das viga já referidas, faz com que as relações de rigidez viga/pilar sejam ainda mais elevadas do que as obtidas em *PT41*. A configuração geométrica de *PT42*, as dimensões das secções dos pilares e vigas que o constituem e a malha de elementos finitos adoptada são as indicadas na Figura 7.22.

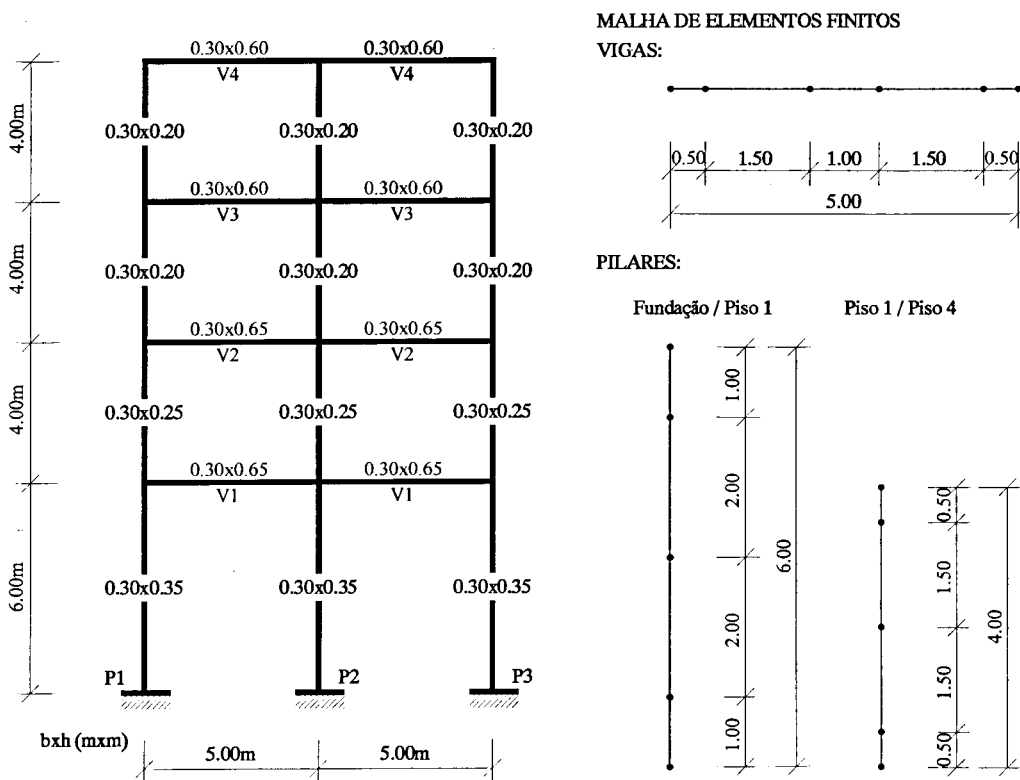


Figura 7.22 - Configuração geométrica e dimensões das secções de *PT42*.

Como solicitação de *PT42* admitiu-se uma composição de acções permanentes *G*, sobrecargas *Q* e acção do vento *W*, actuando com a configuração, valores característicos e coeficientes de combinação apresentados na Tabela 7.13.

Tipo de carga	Tipo de acção		
	<i>G</i>	<i>Q</i>	<i>W</i>
<i>p</i> (kN/m)	33.0	0.7x10.5	-
<i>F1</i> (kN)	100.0	-	-
<i>F2</i> (kN)	50.0	-	-
<i>H1</i> (kN)	-	-	35.0
<i>H2</i> (kN)	-	-	28.0
<i>H3</i> (kN)	-	-	14.0

Configuração geométrica da solicitação de *PT42* ⇒

Tabela 7.13 - Configuração e valores de combinação das acções de *PT42*.

7.5.2 REBAP: efeitos de 1ª ordem

Os esforços de 1ª ordem e respectivas secções de armadura, obtidos da análise estrutural elástica de *PT42*, são os indicados na Figura 7.23.

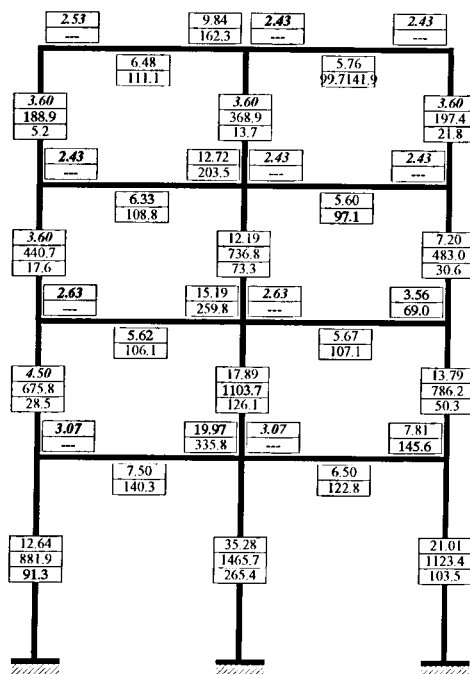


Figura 7.23 - REBAP: efeitos de 1ª ordem. Esforços e secções de armadura.

7.5.3 REBAP: efeitos de 2ª ordem - estruturas de nós móveis

Os valores das excentricidades acidentais (e_a), excentricidades de 2ª ordem (e_2) e respectivos momentos de 2ª ordem, quantificados pela aplicação do método de dimensionamento aos efeitos de 2ª ordem de estruturas de nós móveis proposto pelo REBAP, são os indicados na Figura 7.24, onde se apresentam ainda os esforços finais de dimensionamento dos pilar e respectivas secções de armadura.

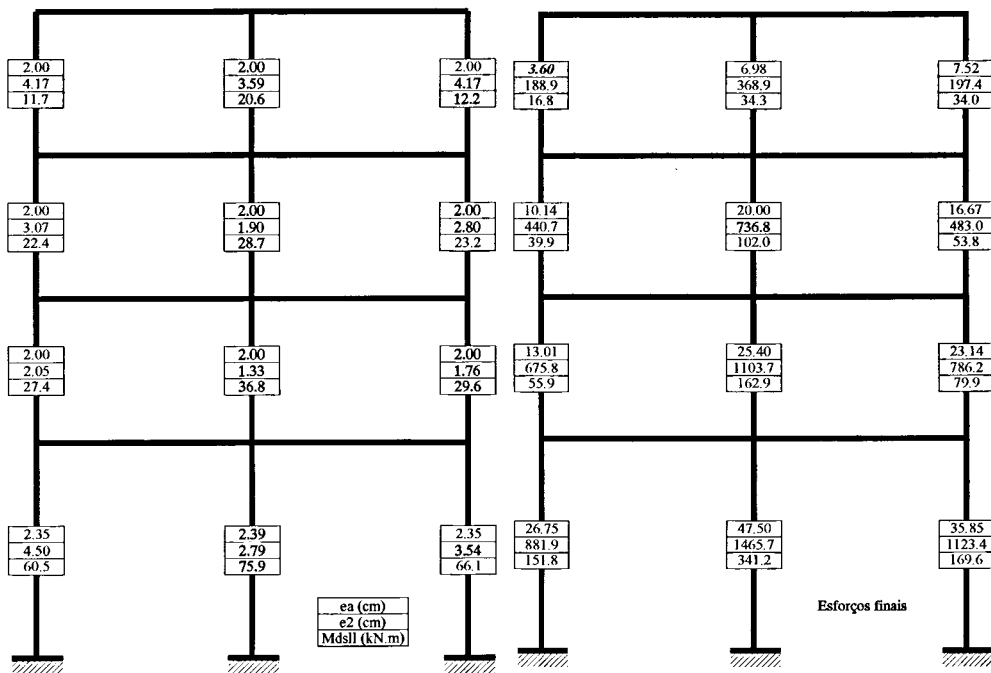


Figura 7.24 - REBAP: efeitos de 2ª ordem. Excentricidades, momentos de 2ª ordem, esforços finais e armaduras.

7.5.4 Método do MC90

As diferenças entre as acções verticais aplicadas no último e nos restantes pisos de PT42 conduziu à quantificação da força horizontal adicional ΔH_{sd} igual a 7.23kN/piso para o último andar e de 8.66kN/piso para os três restantes pisos, obtidas a partir das seguintes inclinações globais da estrutura:

- $\alpha_a = 0.00236 \text{ rad}$: inclinação inicial parasita
- $\alpha'' = 0.00957 \text{ rad}$: inclinação global final

A análise estrutural elástica de PT42 para a combinação de acções em estudo, acrescida das forças horizontais adicionais, conduziu aos esforços de dimensionamento e secções de armadura apresentadas na Figura 7.25.

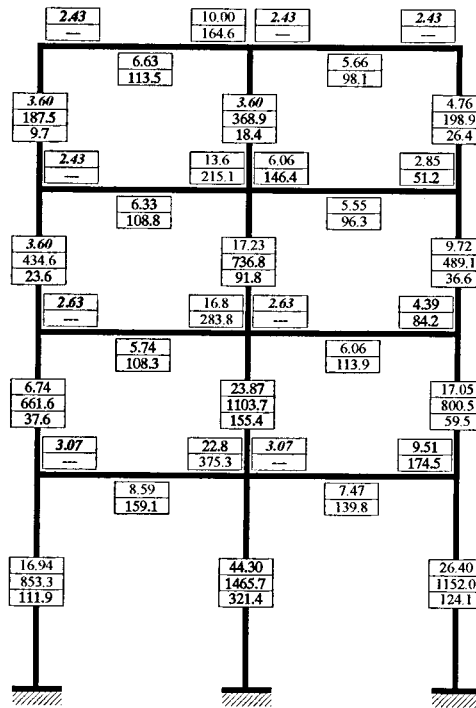


Figura 7.25 - MC90: Esforços e secções de armadura.

7.5.5 Método PC

Os esforços de dimensionamento de *PT42* e respectivas armaduras, obtidos na 1ª e última iteração do processo de aplicação do método PC são apresentados na Figura 7.26.

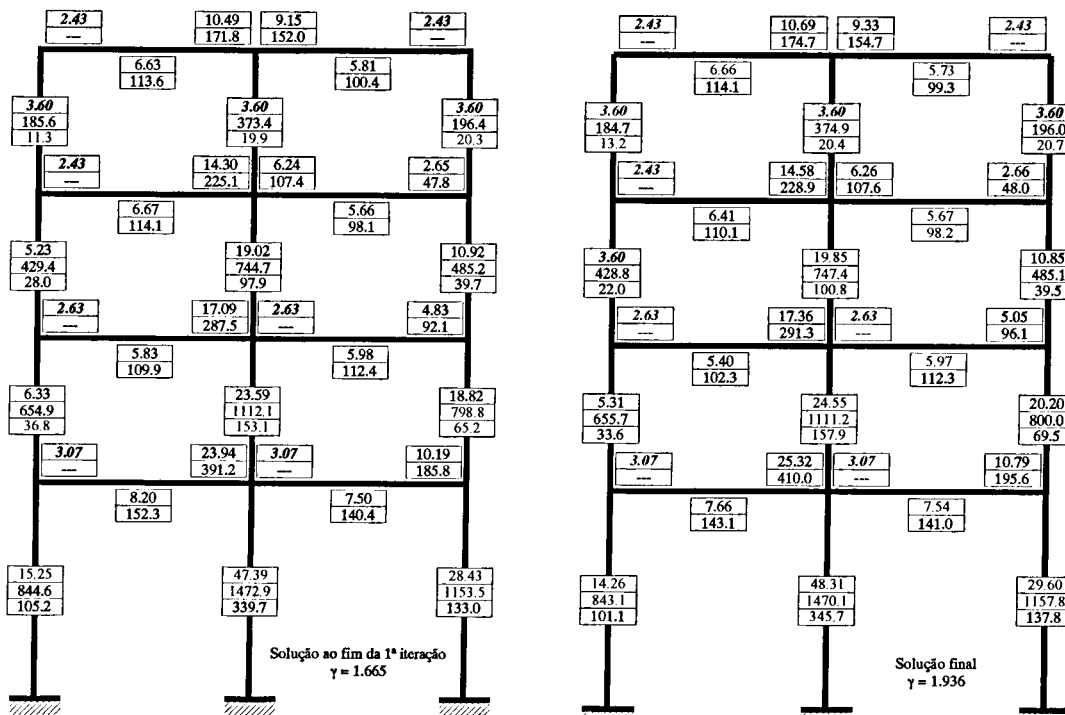


Figura 7.26 - Método PC: Solução estrutural de arranque e solução final.

7.5.6 Avaliação de segurança

7.5.6.1 Lei de distribuição do factor de carga da Resistência- λR

As leis de distribuição do factor de carga da Resistência λR , das quatro soluções de dimensionamento de $PT42$, foram determinadas a partir de único conjunto de 30 amostras (A_{PT42}) das variáveis básicas f'_c e f_{sy} .

- Simulação estocástica: Método do Hipercubo Latino - MHL

Os pares de valores de f'_c e f_{sy} , do conjunto de 30 amostras (A_{PT42}), obtidas através da aplicação do MHL, foram os indicados na Tabela 7.14 e ilustrados na Figura 7.27.

A_{PT42} : conjunto de 30 amostras								
n	f'_c (MPa)	f_{sy} (MPa)	n	f'_c (MPa)	f_{sy} (MPa)	n	f'_c (MPa)	f_{sy} (MPa)
1	18.64	418.4	11	16.41	533.61	21	28.37	475.35
2	20.25	471.91	12	20.86	498.63	22	21.16	447.43
3	24.44	490.08	13	26.63	454.76	23	23.53	465.11
4	25	522.97	14	18.28	482.46	24	22.77	443.54
5	19.95	461.7	15	19.32	478.86	25	23.96	553.23
6	13.04	515.21	16	15.72	400.01	26	25.69	430.15
7	20.56	503.47	17	22.1	439.41	27	22.43	508.9
8	17.88	458.26	18	16.97	486.18	28	19.64	451.16
9	21.78	434.99	19	17.45	380.38	29	23.14	468.5
10	21.47	410.64	20	14.78	424.72	30	18.99	494.2

Tabela 7.14 - Amostras A_{PT42} : Resultados da aplicação do MHL.

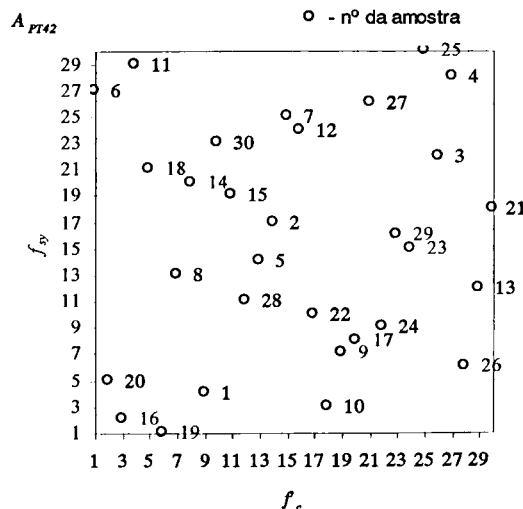


Figura 7.27 - Amostras A_{PT42} : Representação gráfica dos resultados da aplicação do MHL.

- *Ajuste de leis de distribuição normal a λR e validação dos ajustes.*

O tratamento estatístico das quatro distribuições de valores do factor de carga da Resistência, obtidos da aplicação de FEMPOR1 às 30 amostras A_{PT42} , permitiu ajustar igual número de leis de distribuições normais, cujos parâmetros estatísticos que se apresentam na Tabela 7.15.

Dimensionamento <i>PT42</i>	Média $\overline{\lambda R}$	Desvio padrão $S_{\lambda R}$	Valor característico λR_k	Coefficiente de variação $CV_{\lambda R}$
REBAP 1ª ordem	2.32	0.235	1.93	0.102
REBAP 2ª ordem	2.23	0.195	1.91	0.088
MC90	2.03	0.205	1.69	0.101
PC	2.23	0.203	1.89	0.091

Tabela 7.15 - *PT42*: Parâmetros estatísticos das leis de distribuição normais de λR .

A validação dos ajustes de leis normais efectuados foi confirmada pelos resultados obtidos com a aplicação dos testes estatísticos:

i) Teste de normalidade baseado nos coeficientes de assimetria e achatamento:

Dimensionamento <i>PT42</i>	Condições a verificar	Verificação	Normalidade da distribuição
	$\left\{ \begin{array}{l} \hat{\gamma}_1(n) < 1.5\sigma_{\hat{\gamma}_1(n)} \\ \left \hat{\gamma}_2(n) + \frac{6}{n+1} \right < 1.5\sigma_{\hat{\gamma}_2(n)} \end{array} \right.$		
REBAP 1ª ordem	$\left\{ \begin{array}{l} 0.137 < 0.608 \text{ OK!} \\ 0.212 < 1.050 \text{ OK!} \end{array} \right.$	<i>Ambas as condições são verificadas</i>	<i>Aceite</i>
REBAP 2ª ordem	$\left\{ \begin{array}{l} 0.186 < 0.608 \text{ OK!} \\ 0.157 < 1.050 \text{ OK!} \end{array} \right.$	<i>Ambas as condições são verificadas</i>	<i>Aceite</i>
MC90	$\left\{ \begin{array}{l} 0.191 < 0.608 \text{ OK!} \\ 0.265 < 1.050 \text{ OK!} \end{array} \right.$	<i>Ambas as condições são verificadas</i>	<i>Aceite</i>
PC	$\left\{ \begin{array}{l} 0.198 < 0.608 \text{ OK!} \\ 0.199 < 1.050 \text{ OK!} \end{array} \right.$	<i>Ambas as condições são verificadas</i>	<i>Aceite</i>

Tabela 7.16 - *PT42*: Resultados do teste de normalidade.

ii) Teste de Kolmogorov-Smirnov - versão proposta por Lilliefors (1967).

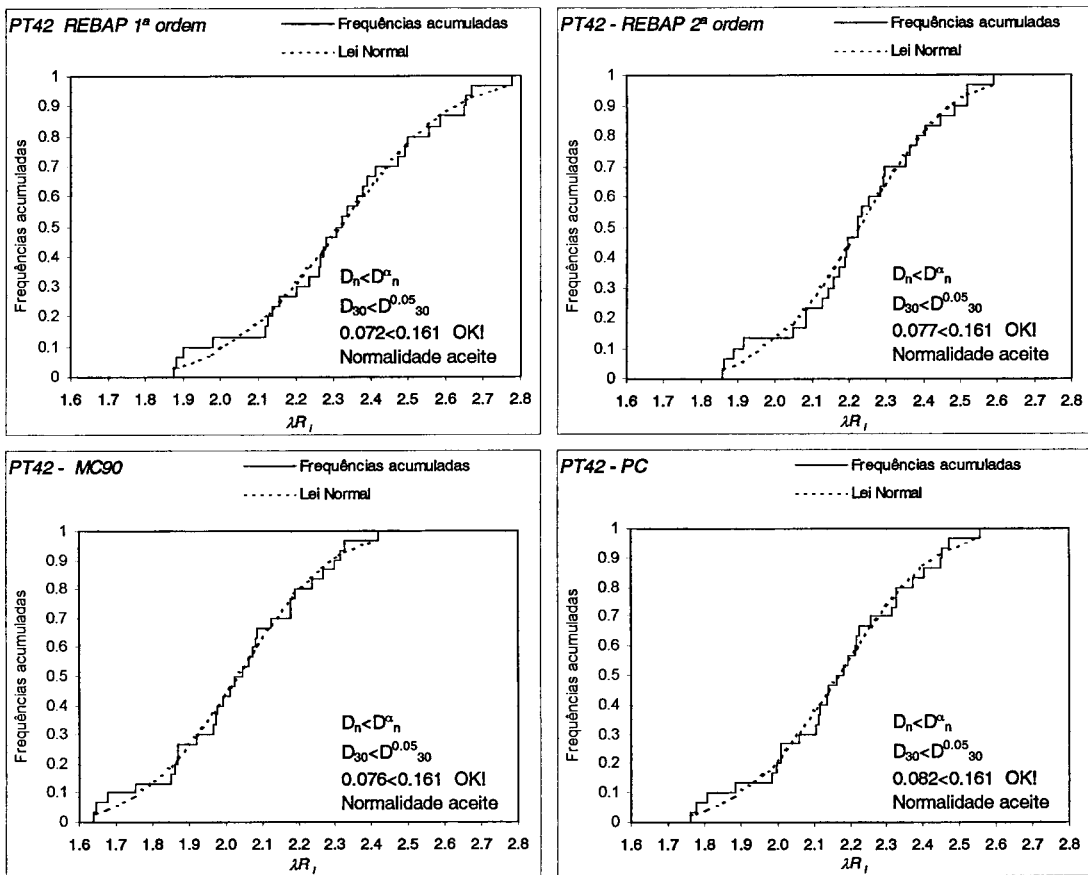


Figura 7.28 - PT42: Resultados do teste de Kolmogorov-Smirnov.

7.5.6.2 Probabilidades de ruína e índices de fiabilidade

Os valores dos índices de fiabilidade β e das probabilidades de ruína obtidos para os quatro casos de dimensionamento de PT42 foram os apresentados na Figura 7.29 e na Figura 7.30.

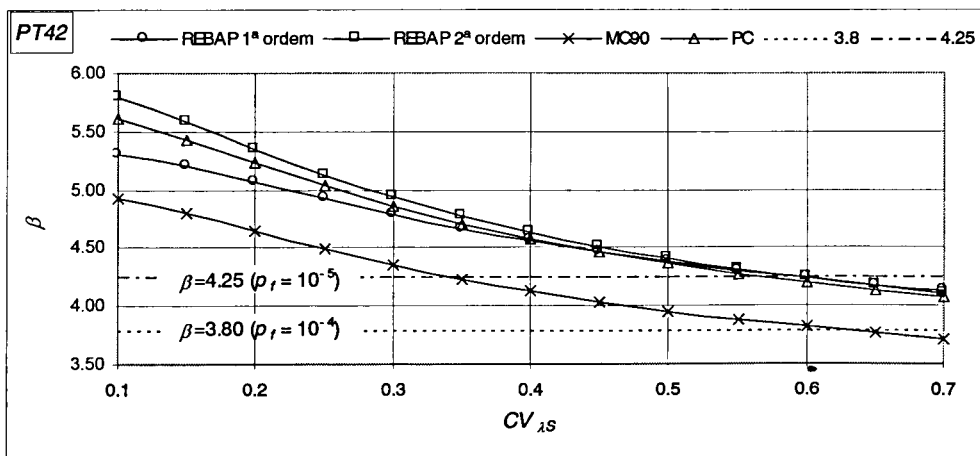


Figura 7.29 - PT42: Índice de fiabilidade β para os quatro casos de dimensionamento.

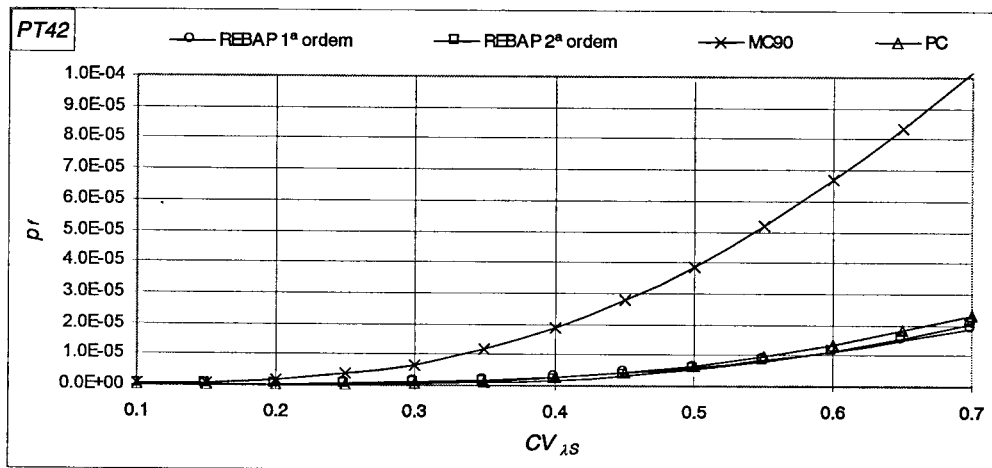


Figura 7.30 - PT42: probabilidade de ruína p_f para os quatro casos de dimensionamento.

Os resultados encontrados para as probabilidades de ruína, relativas aos quatro dimensionamentos de PT42, evidenciam a tendência já identificada nos exemplos anteriores para a obtenção de níveis de segurança elevados para o dimensionamento aos efeitos de 1ª ordem, materializada na observação de probabilidades de ruína superiores a 10^{-5} apenas para valores de $CV_{\lambda S}$ superiores a 0.60. A proximidade entre as curvas de β e de p_f do dimensionamento aos efeitos de 1ª ordem e do dimensionamento PC mantém-se, verificando-se ainda, neste caso, uma aproximação entre estas curvas e as curvas obtidas para o dimensionamento aos efeitos de 2ª ordem com a metodologia do REBAP. O método MC90 surge, uma vez mais, como o método claramente menos seguro, conduzindo a índices de fiabilidade β inferiores a 4.25 ($p_f > 10^{-5}$) a partir de $CV_{\lambda S} = 0.35$, isto é, para uma gama de valores do coeficiente de variação do factor de carga da Solicitação que inclui alguns dos valores comuns deste coeficiente para as acções correntes em edifícios.

A análise dos valores absolutos de β apresentados na Tabela 7.17, obtidos para o valor corrente de $CV_{\lambda S} = 0.30$, confirma as tendências gerais enunciadas, sendo complementadas com a quantificação das suas variações percentuais relativamente ao valor encontrado para o dimensionamento de referência aos efeitos de 1ª ordem.

PT42- $CV_{\lambda S} = 0,30$	REBAP 1ª ordem	REBAP 2ª ordem	MC90	PC
β - índice de fiabilidade	4.787	4.935	4.355	4.855
% de variação relativa aos efeitos de 1ª ordem	-	3.10%	-9.02%	1.43%

Tabela 7.17 - PT42: Índices de fiabilidade e respectivas variações para $CV_{\lambda S} = 0,30$.

7.6 Pórtico de quatro andares e três tramos (PT43)

7.6.1 Descrição do exemplo

O pórtico *PT43* apresenta, tal como os exemplos até agora analisados, dimensões dos vãos das vigas e dos troços de pilares típicos de edifícios correntes, sendo constituído por quatro andares e três tramos. Com uma volumetria típica de edifícios de baixa altura, apresenta como principal diferença em relação ao exemplo anterior a inclusão de um tramo adicional, com o objectivo diversificar o tipo de estruturas estudadas e assim ampliar o campo de a informação sobre o comportamento dos métodos de dimensionamento ao efeitos de 2ª ordem seleccionados para estudo.

As dimensões adoptadas para as secções das vigas e pilares de *PT43* fazem com que as relações de rigidez viga/pilar sejam da ordem de grandeza das de *PT41* e bastante inferiores às de *PT42*. As secções dos pilares foram definidas por forma a garantir o aparecimento de efeitos de 2ª ordem significativos. Dado o nível de Solicitação vertical adoptado, as relações esforço axial/secção são da ordem de grandeza dos de *PT42* e dos de *PT41*. As secções das vigas e pilares de *PT43*, efectivamente adoptadas, foram as indicadas na Figura 7.31 onde se inclui ainda a sua configuração geométrica e a malha de elementos finitos adoptada.

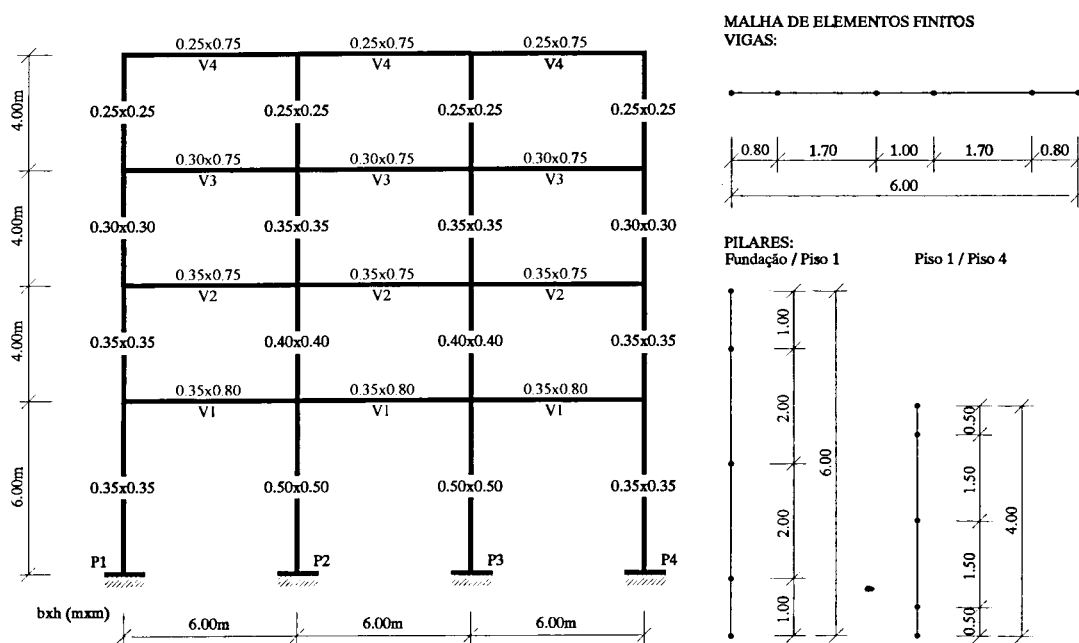


Figura 7.31 - Configuração geométrica e dimensões das secções de *PT43*.

Como solicitação de *PT43* admitiu-se uma composição de acções permanentes *G*, sobrecargas *Q* e acção do vento *W*, actuando com a configuração, valores característicos e coeficientes de combinação apresentados na Tabela 7.18.

Tipo de carga	Tipo de acção		
	<i>G</i>	<i>Q</i>	<i>W</i>
<i>p</i> (kN/m)	64.8	0.7x21.0	-
<i>H1</i> (kN)	-	-	35.0
<i>H2</i> (kN)	-	-	28.0
<i>H3</i> (kN)	-	-	14.0

Configuração geométrica da solicitação de <i>PT43</i> ⇒			
---	--	--	--

Tabela 7.18 - Configuração e valores de combinação das acções de *PT43*.

7.6.2 REBAP: efeitos de 1ª ordem

Os esforços de 1ª ordem obtidos e respectivas secções de armadura, resultantes da análise estrutural elástica de *PT43*, são os indicados na Figura 7.32.

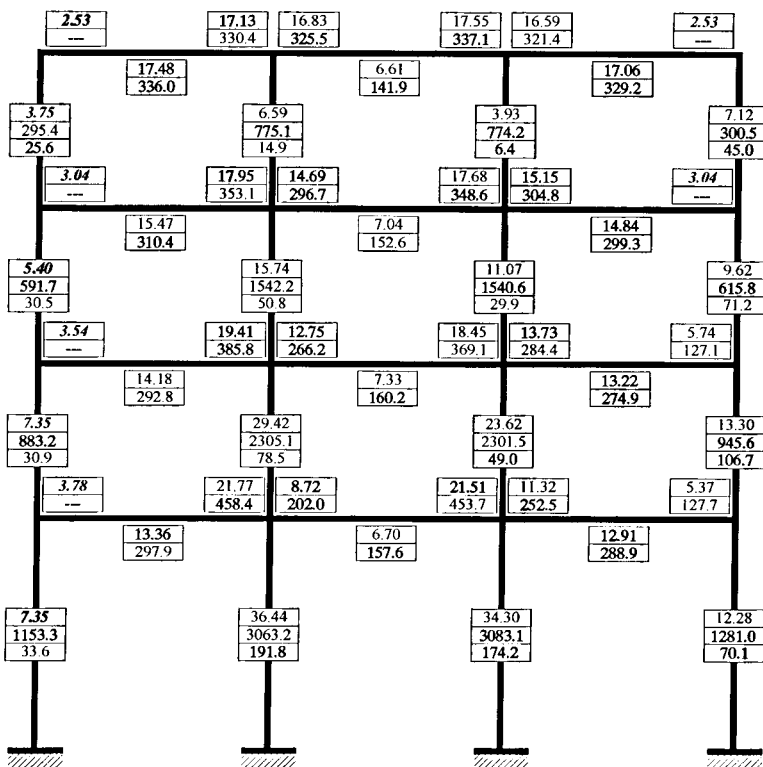


Figura 7.32- REBAP: efeitos de 1ª ordem. Esforços e secções de armadura.

7.6.3 REBAP: efeitos de 2ª ordem - estruturas de nós móveis

Os valores das excentricidades acidentais (e_a) e de 2ª ordem (e_2), e respectivos momentos de 2ª ordem, são os indicados na Figura 7.33, apresentando-se ainda os esforços finais de dimensionamento e secções de armadura dos pilares na Figura 7.34.

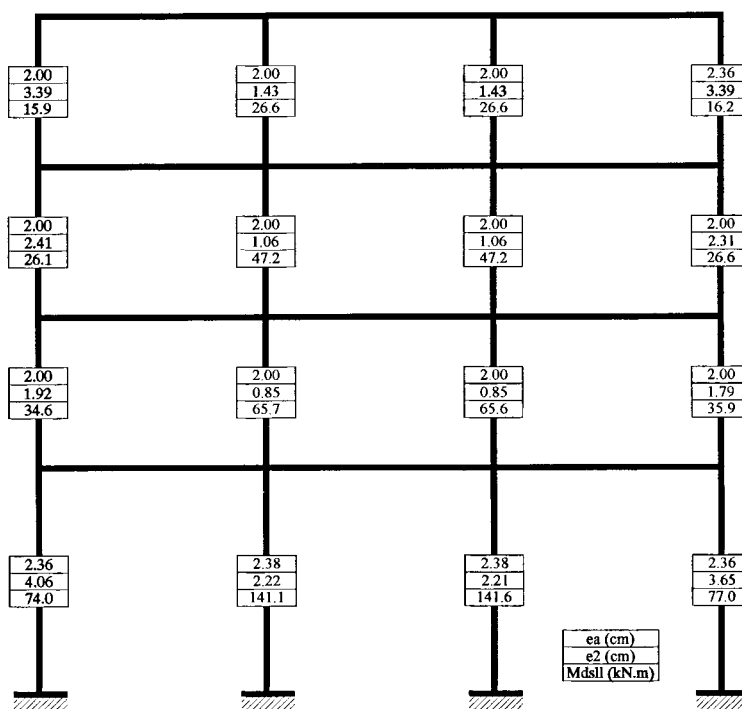


Figura 7.33 - REBAP: efeitos de 2ª ordem. Excentricidades e momentos de 2ª ordem.

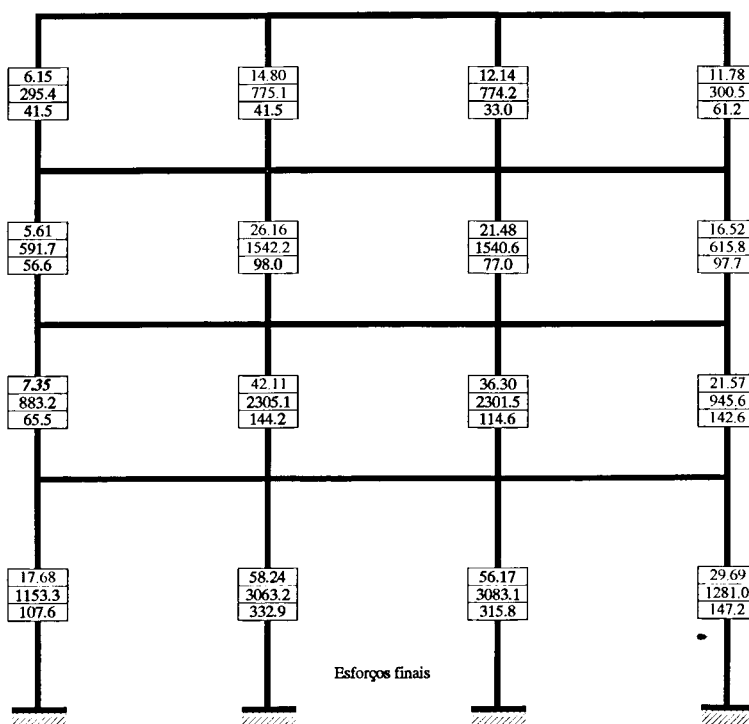


Figura 7.34 - REBAP: efeitos de 2ª ordem. Esforços finais e armaduras.

7.6.4 Método do MC90

A adopção da mesma carga uniformemente distribuída em todos os pisos de *PT43*, conduziu à quantificação de uma força horizontal adicional ΔH_{sd} de 11.26kN/piso para todos os andares, obtida a partir das seguintes inclinações globais da estrutura:

- $\alpha_a = 0.00236 \text{ rad}$: inclinação inicial parasita
- $\alpha'' = 0.00525 \text{ rad}$: inclinação global final

A análise estrutural elástica de *PT43* para a combinação de acções em estudo, acrescida das forças horizontais adicionais, conduziu aos esforços de dimensionamento e secções de armadura apresentadas na Figura 7.35.

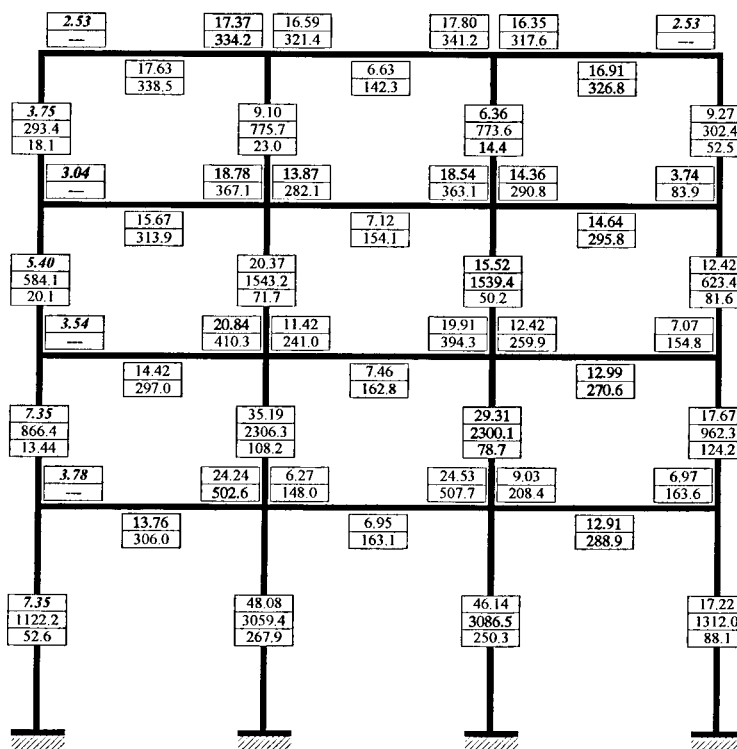


Figura 7.35 - MC90: Esforços e secções de armadura.

7.6.5 Método PC

Os esforços de dimensionamento de *PT43* e respectivas armaduras, obtidos na 1ª e na última iteração do processo de aplicação do método PC apresentam-se, respectivamente na Figura 7.36 e na Figura 7.37.

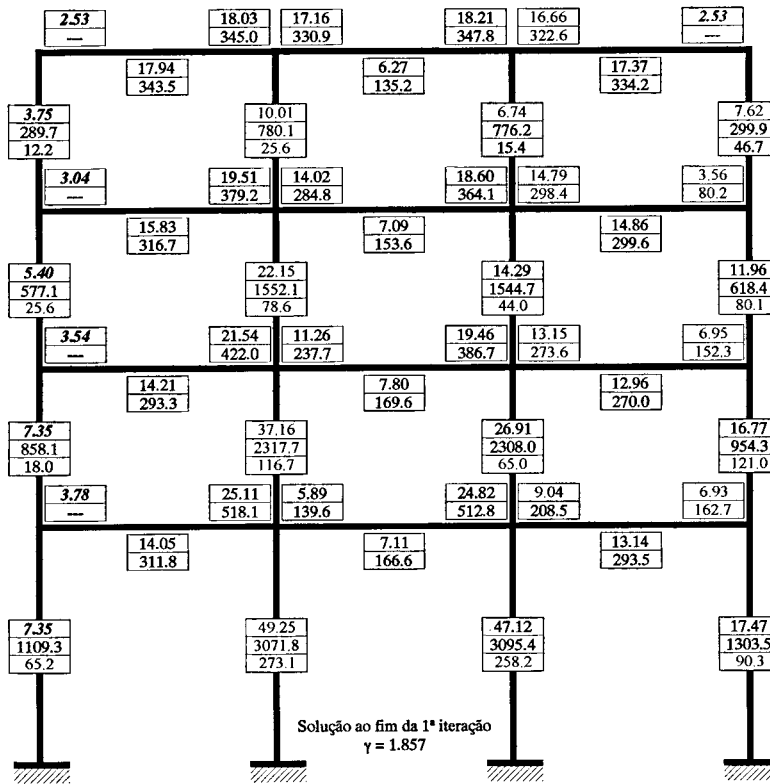


Figura 7.36 - Método PC: Solução estrutural de arranque.

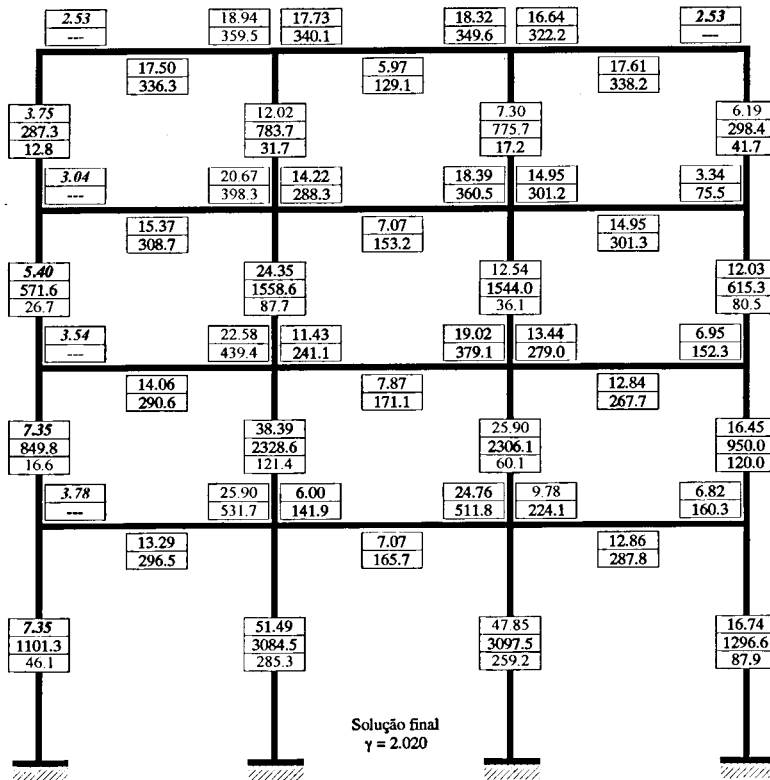


Figura 7.37 - Método PC - Solução estrutural final.

7.6.6 Avaliação de segurança

7.6.6.1 Lei de distribuição do factor de carga da Resistência- λR

As leis de distribuição do factor de carga da Resistência λR , das quatro soluções de dimensionamento de $PT43$, foram determinadas a partir de único conjunto de 30 amostras (A_{PT43}) das variáveis básicas f'_c e f_{sy} .

- Simulação estocástica: Método do Hipercubo Latino - MHL

Os pares de valores de f'_c e f_{sy} , do conjunto de 30 amostras (A_{PT43}), obtidas através da aplicação do MHL, foram os indicados na Tabela 7.19 e ilustradas na Figura 7.38.

A_{PT43} : conjunto de 30 amostras								
n	f'_c (MPa)	f_{sy} (MPa)	n	f'_c (MPa)	f_{sy} (MPa)	n	f'_c (MPa)	f_{sy} (MPa)
1	26.63	490.08	11	25	400.01	21	22.43	482.46
2	23.53	508.9	12	28.37	434.99	22	21.78	461.7
3	25.69	418.4	13	21.47	498.63	23	21.16	424.72
4	16.41	454.76	14	17.88	494.2	24	13.04	430.15
5	20.86	515.21	15	17.45	475.35	25	22.1	486.18
6	19.95	468.5	16	19.64	533.61	26	20.56	380.38
7	18.99	471.91	17	24.44	439.41	27	18.28	522.97
8	14.78	451.16	18	23.96	478.86	28	18.64	447.43
9	23.14	553.23	19	15.72	458.26	29	16.97	410.64
10	19.32	465.11	20	20.25	443.54	30	22.77	503.47

Tabela 7.19 - Amostras A_{PT43} : Resultados da aplicação do MHL.

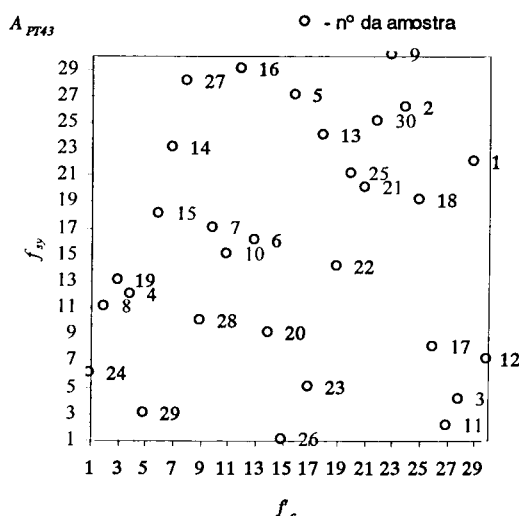


Figura 7.38 - Amostras A_{PT43} : Representação gráfica dos resultados da aplicação do MHL.

- Ajuste de leis de distribuição normal a λR e validação dos ajustes.

O tratamento estatístico das quatro distribuições de valores do factor de carga da Resistência, obtidos da aplicação de FEMPOR1 às 30 amostras A_{PT43} , permitiu ajustar igual número de leis de distribuições normais, cujos parâmetros estatísticos se apresentam na Tabela 7.20.

Dimensionamento <i>PT43</i>	Média $\overline{\lambda R}$	Desvio padrão $s_{\lambda R}$	Valor característico λR_k	Coefficiente de variação $CV_{\lambda R}$
REBAP 1ª ordem	2.38	0.247	1.97	0.104
REBAP 2ª ordem	2.49	0.232	2.11	0.093
MC90	2.33	0.247	1.93	0.106
PC	2.34	0.230	1.96	0.099

Tabela 7.20 - *PT43*: Parâmetros estatísticos das leis de distribuição normais de λR .

A validação dos ajustes de leis normais efectuados foi confirmada pelos resultados obtidos com a aplicação dos testes estatísticos:

i) *Teste de normalidade* baseado nos coeficientes de assimetria e achatamento:

Dimensionamento <i>PT43</i>	Condições a verificar	Verificação	Normalidade da distribuição
	$\left\{ \begin{array}{l} \hat{\gamma}_1(n) < 1.5\sigma_{\hat{\gamma}_1(n)} \\ \left \hat{\gamma}_2(n) + \frac{6}{n+1} \right < 1.5\sigma_{\hat{\gamma}_2(n)} \end{array} \right.$		
REBAP 1ª ordem	$\left\{ \begin{array}{l} 0.425 < 0.608 \text{ OK!} \\ 0.166 < 1.050 \text{ OK!} \end{array} \right.$	<i>Ambas as condições são verificadas</i>	<i>Aceite</i>
REBAP 2ª ordem	$\left\{ \begin{array}{l} 0.465 < 0.608 \text{ OK!} \\ 0.114 < 1.050 \text{ OK!} \end{array} \right.$	<i>Ambas as condições são verificadas</i>	<i>Aceite</i>
MC90	$\left\{ \begin{array}{l} 0.379 < 0.608 \text{ OK!} \\ 0.008 < 1.050 \text{ OK!} \end{array} \right.$	<i>Ambas as condições são verificadas</i>	<i>Aceite</i>
PC	$\left\{ \begin{array}{l} 0.445 < 0.608 \text{ OK!} \\ 0.130 < 1.050 \text{ OK!} \end{array} \right.$	<i>Ambas as condições são verificadas</i>	<i>Aceite</i>

Tabela 7.21 - *PT43*: Resultados do teste de normalidade.

ii) Teste de Kolmogorov-Smirnov - versão proposta por Lilliefors (1967).

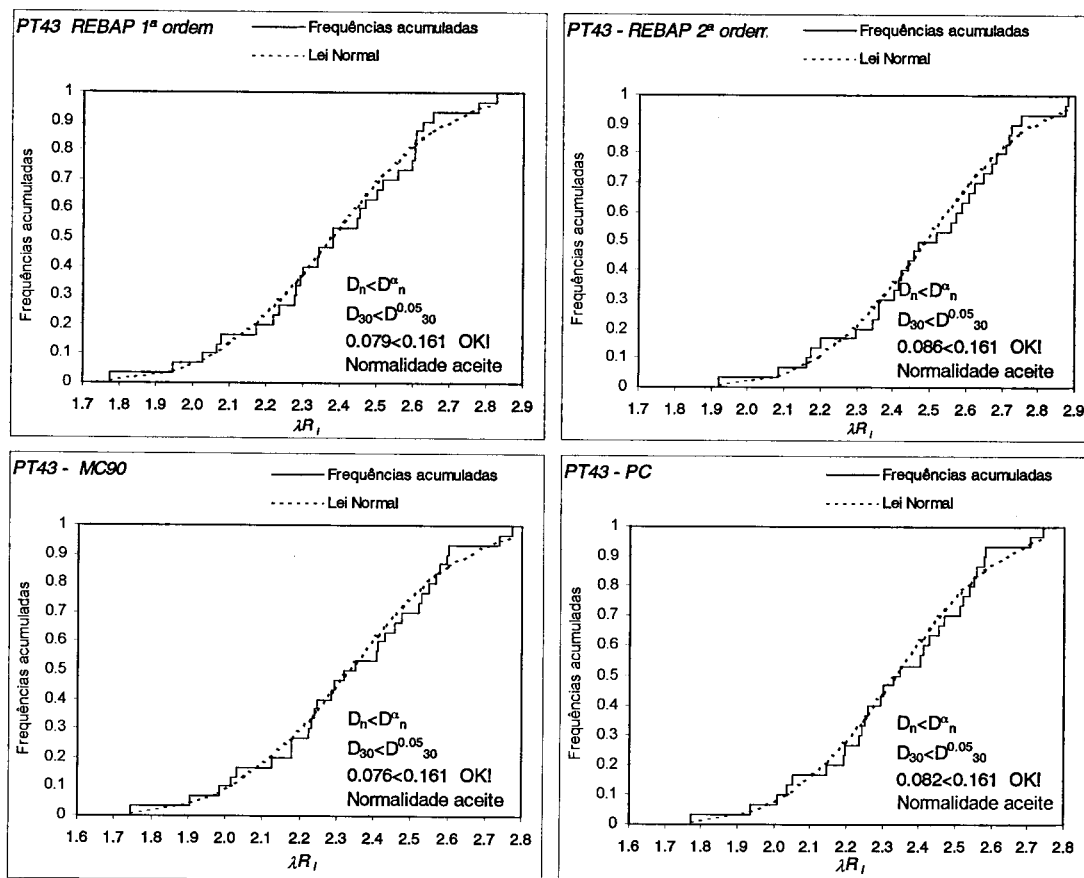


Figura 7.39 - PT43: Resultados do teste de Kolmogorov-Smirnov.

7.6.6.2 Probabilidades de ruína e índices de fiabilidade

Os valores dos índices de fiabilidade β e das probabilidades de ruína dos quatro casos de dimensionamento de PT43 são os apresentados na Figura 7.40 e na Figura 7.41.

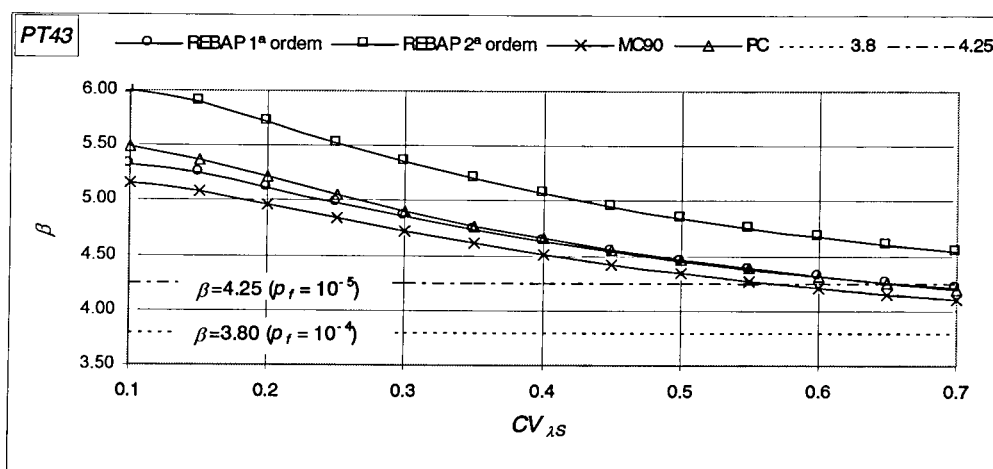


Figura 7.40- PT43: Índice de fiabilidade β para os quatro casos de dimensionamento.

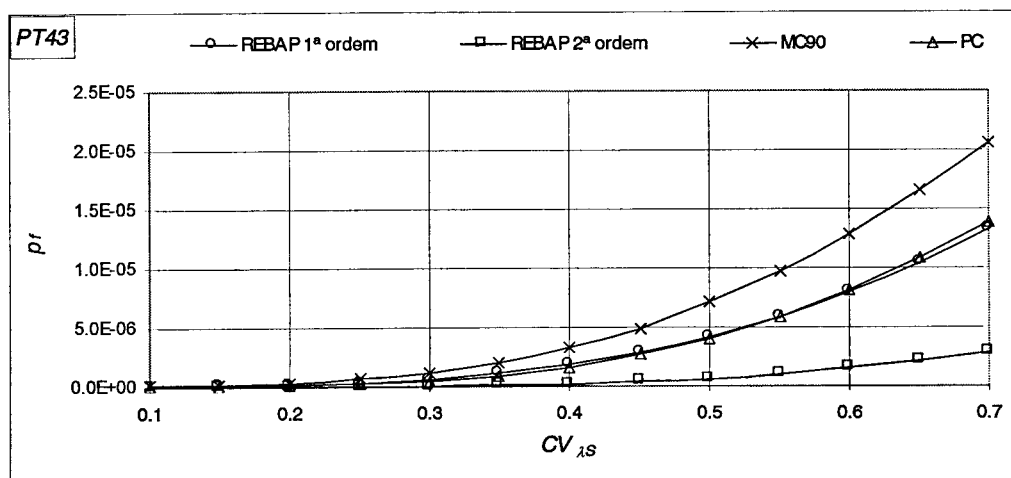


Figura 7.41 - PT43: probabilidade de ruína p_f para os quatro casos de dimensionamento.

A observação da Figura 7.40 e da Figura 7.41 permite verificar uma vez mais a obtenção de níveis de segurança elevados para o dimensionamento aos efeitos de 1ª ordem, para valores correntes de $CV_{\lambda S}$ ($0.2 < CV_{\lambda S} < 0.5$), e ainda a proximidade entre estes e os valores encontrados para as estruturas dimensionadas efeitos de 2ª ordem com o método PC.

Os dimensionamentos de PT43 por recurso ao método do REBAP para efeitos de 2ª ordem e ao método MC90 surgem, uma vez mais, como as soluções, respectivamente, mais e menos seguras obtidas. Refira-se todavia que neste exemplo as diferenças entre os níveis de segurança obtidos com estes métodos e os obtidos com o método de referência de dimensionamento aos efeitos de 1ª ordem mostram um maior afastamento por excesso do método do REBAP e uma maior proximidade, ainda que por defeito, do método do MC90.

A análise global efectuada pode ser confirmada pela observação dos resultados dos valores absolutos de β apresentados na Tabela 7.22, obtidos para o valor corrente de $CV_{\lambda S} = 0.30$, que confirmam as tendências gerais enunciadas.

PT43 - $CV_{\lambda S} = 0,30$	REBAP 1ª ordem	REBAP 2ª ordem	MC90	PC
β - índice de fiabilidade	4.854	5.353	4.721	4.904
% de variação relativa aos efeitos de 1ª ordem	-	10.28%	-2.74%	1.04%

Tabela 7.22 - PT43: Índices de fiabilidade e respectivas variações para $CV_{\lambda S} = 0,30$.

7.7 Pórtico de nove andares e um tramo (PT91)

7.7.1 Descrição do exemplo

Após a apresentação de uma sucessão de exemplos de estruturas de pequena altura apresenta-se, a finalizar esta sequência, o pórtico *PT91* constituído por um único tramo e nove andares. Perfazendo estes nove andares uma altura total de 38.00m, pretendeu-se, com a inclusão deste exemplo, avaliar o desempenho dos métodos de dimensionamento aos efeitos de 2ª ordem quando aplicados a pórticos constituintes de edifícios altos. Adoptando vigas com alturas das suas secções consideráveis, a relação de rigidez entre estas e os pilares constituintes de *PT91* apresenta valores da ordem de grandeza dos encontrados em *PT41* e *PT43*. As dimensões das secções dos pilares e o nível da Solicitação vertical aplicada faz com que, em média, a relação esforço axial/secção, dos vários tramos dos pilares se aproxime, ainda que ligeiramente por excesso, de idênticas relações observadas nos exemplos anteriores. As secções das vigas e pilares de *PT91*, efectivamente adoptadas, foram as indicadas na Figura 7.42, onde se inclui ainda a sua configuração geométrica e a malha de elementos finitos adoptada.

Como solicitação de *PT91* admitiu-se uma composição de acções permanentes *G*, sobrecargas *Q* e acção do vento *W*, actuando com a configuração, valores característicos e coeficientes de combinação apresentados na Tabela 7.23.

Tipo de carga	Tipo de acção		
	<i>G</i>	<i>Q</i>	<i>W</i>
<i>p</i> (kN/m)	35.0	0.7x15.0	-
<i>F</i> (kN)	50.0	0.0	-
<i>H1</i> (kN)	-	-	11.0
<i>H2</i> (kN)	-	-	8.8
<i>H3</i> (kN)	-	-	4.4
Configuração geométrica da solicitação de <i>PT91</i> ⇒			

Tabela 7.23 - Configuração e valores de combinação das acções de *PT91*.

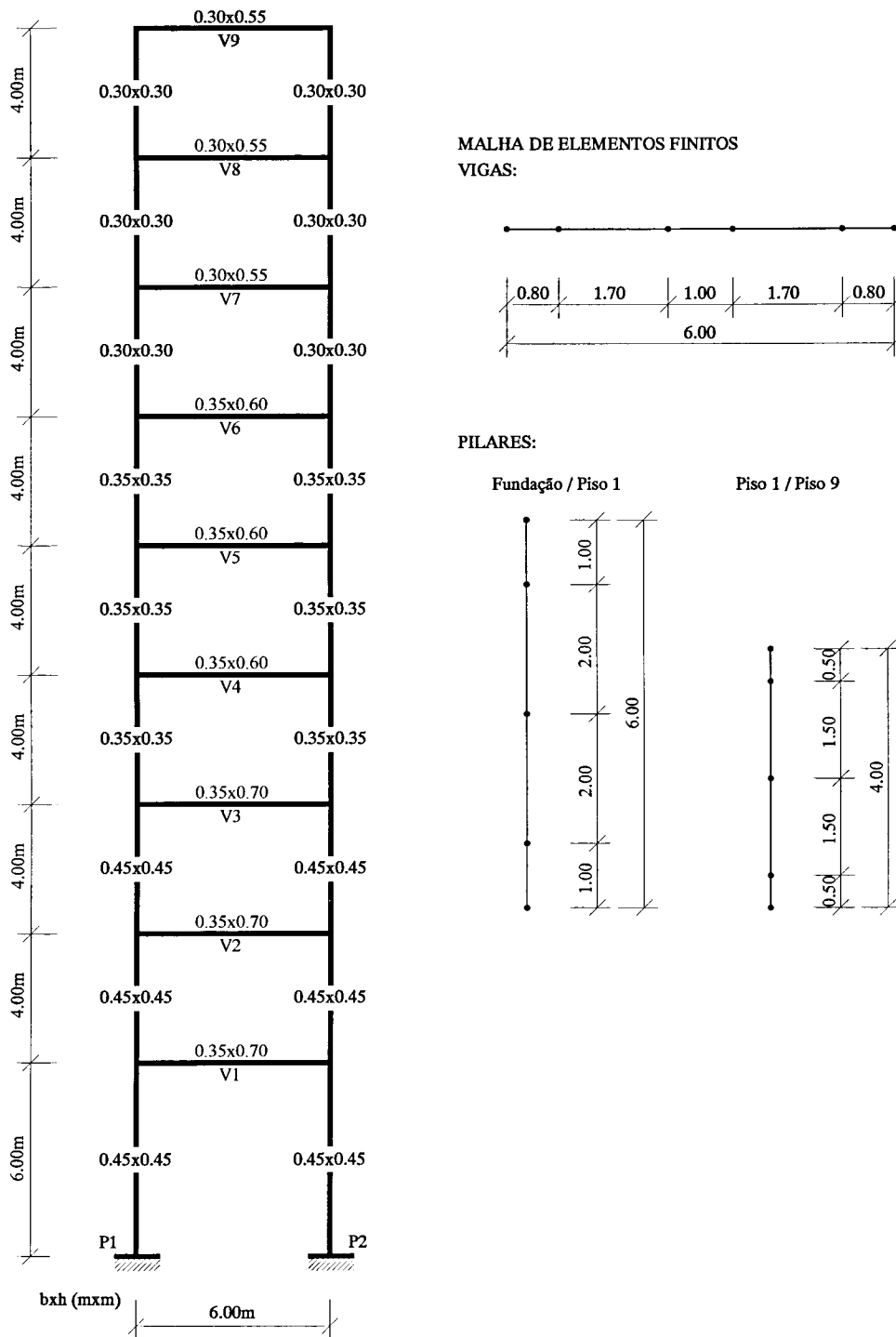


Figura 7.42- Configuração geométrica e dimensões das secções de *PT91*.

7.7.2 REBAP: efeitos de 1ª ordem

Os esforços de 1ª ordem obtidos e respectivas secções de armadura, resultantes da análise estrutural elástica de *PT91*, são os indicados na Figura 7.43.

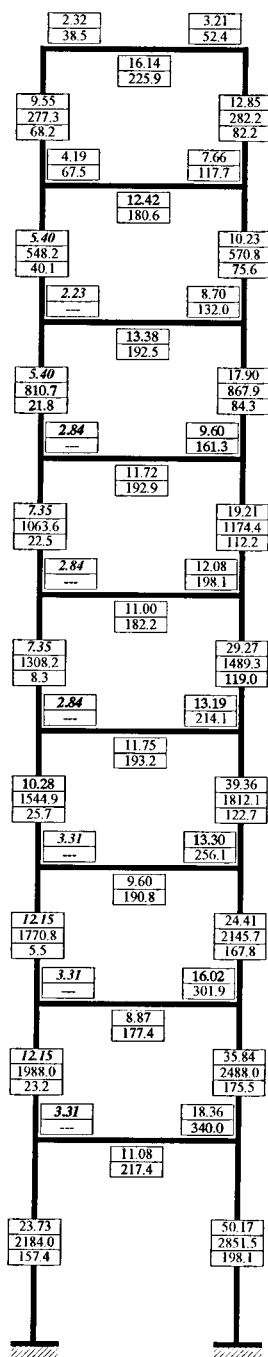


Figura 7.43 - REBAP: efeitos de 1ª ordem. Esforços e secções de armadura.

7.7.3 REBAP: efeitos de 2ª ordem - estruturas de nós móveis

Os valores das excentricidades acidentais (e_a), excentricidades de 2ª ordem (e_2) e respectivos momentos de 2ª ordem de $PT91$, quantificados pela aplicação do método de dimensionamento aos efeitos de 2ª ordem de estruturas de nós móveis proposto pelo REBAP, foram os indicados na Figura 7.44, onde se apresentam ainda os esforços finais de dimensionamento dos pilares e respectivas secções de armadura.

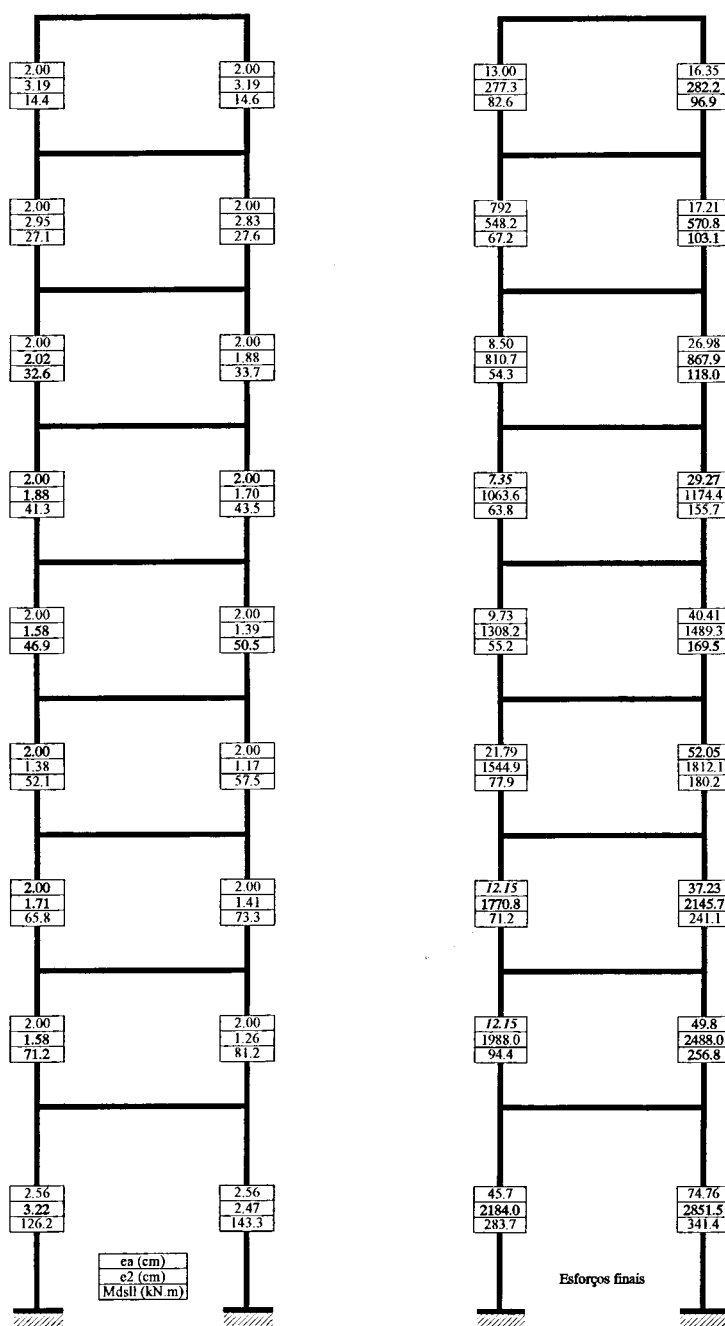


Figura 7.44 - REBAP: efeitos de 2ª ordem. Excentricidades, momentos de 2ª ordem, esforços finais e armaduras.

7.7.4 Método do MC90

A adoção da mesma carga uniformemente distribuída em todos os pisos de PT91 conduziu à quantificação de uma força horizontal adicional ΔH_{sd} de 3.29kN/piso para todos os andares, obtida a partir das seguintes inclinações globais da estrutura:

- $\alpha_a = 0.00162 \text{ rad}$: inclinação inicial parasita
- $\alpha'' = 0.00587 \text{ rad}$: inclinação global final

A análise estrutural elástica de *PT91* para a combinação de acções em estudo, acrescida das forças horizontais adicionais, conduziu aos esforços de dimensionamento e secções de armadura apresentadas na Figura 7.45.

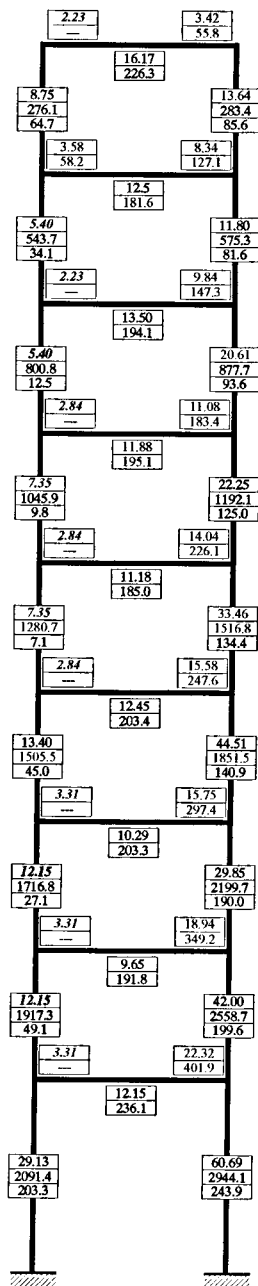


Figura 7.45 - MC90: Esforços e secções de armadura.

7.7.5 Método PC

Os esforços de dimensionamento de *PT91*, e respectivas armaduras, obtidos na 1ª e última iteração do processo de aplicação do método PC, são os apresentados na Figura 7.46.

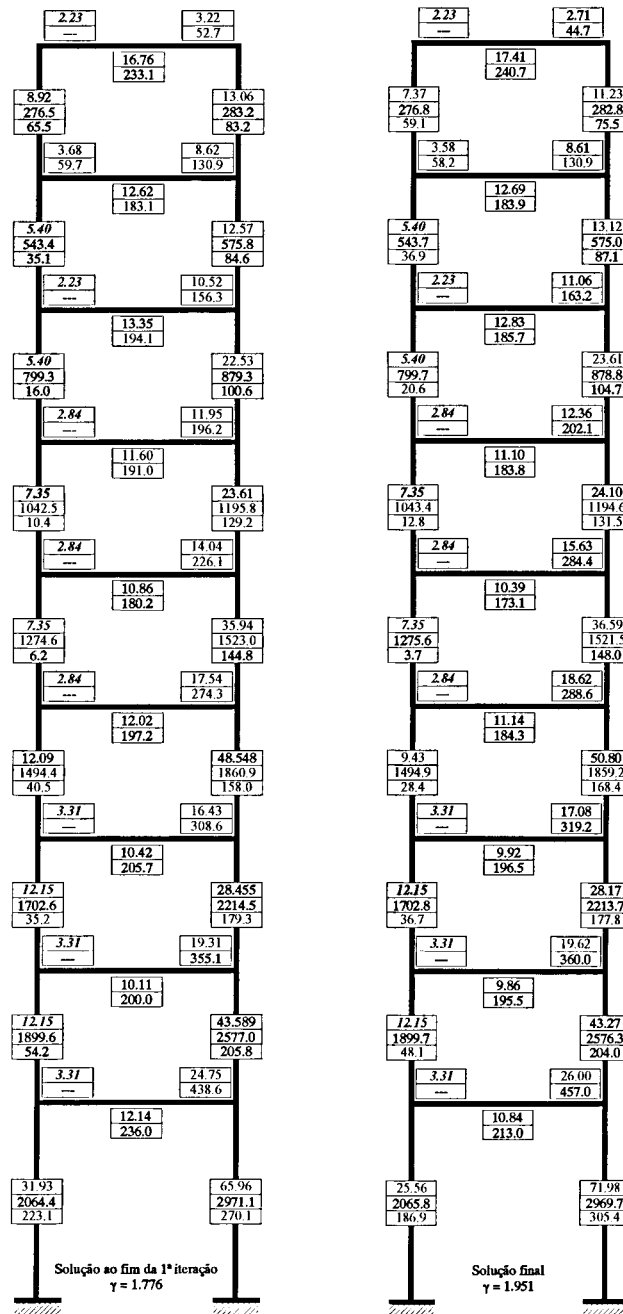


Figura 7.46 - Método PC: Solução estrutural de arranque e solução final.

7.7.6 Avaliação de segurança

7.7.6.1 Lei de distribuição do factor de carga da Resistência- λR

As leis de distribuição do factor de carga da Resistência λR , das quatro soluções de dimensionamento de $PT91$, foram determinadas a partir de um único conjunto de 30 amostras (A_{PT91}) das variáveis básicas f'_c e f_{sy} .

- Simulação estocástica: Método do Hipercubo Latino - MHL

Os pares de valores de f'_c e f_{sy} , do conjunto de 30 amostras (A_{PT91}), obtidas através da aplicação do MHL, foram os indicados na Tabela 7.24 e ilustradas na Figura 7.47.

A_{PT91} : conjunto de 30 amostras								
n	f'_c (MPa)	f_{sy} (MPa)	n	f'_c (MPa)	f_{sy} (MPa)	n	f'_c (MPa)	f_{sy} (MPa)
1	16.41	468.5	11	24.44	522.97	21	16.97	418.4
2	18.64	478.86	12	13.04	494.2	22	21.16	553.23
3	19.95	461.7	13	20.86	486.18	23	22.77	430.15
4	14.78	533.61	14	15.72	410.64	24	23.96	400.01
5	20.25	439.41	15	28.37	465.11	25	19.64	515.21
6	17.45	458.26	16	18.28	508.9	26	25.69	482.46
7	23.53	447.43	17	22.1	503.47	27	21.78	380.38
8	21.47	434.99	18	20.56	454.76	28	19.32	471.91
9	22.43	451.16	19	18.99	475.35	29	23.14	424.72
10	26.63	443.54	20	25	490.08	30	17.88	498.63

Tabela 7.24 - Amostras A_{PT91} : Resultados da aplicação do MHL.

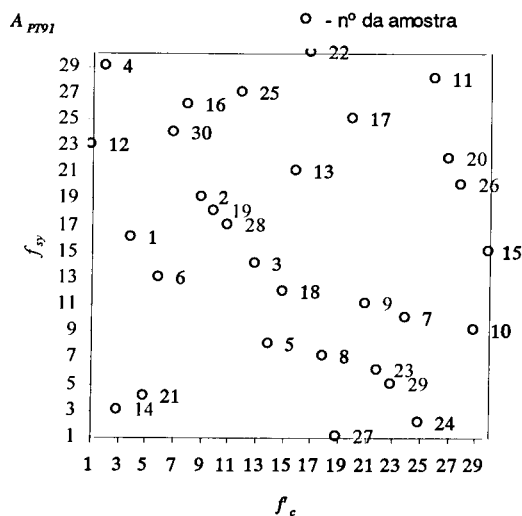


Figura 7.47 - Amostras A_{PT91} : Representação gráfica dos resultados da aplicação do MHL.

- Ajuste de leis de distribuição normal a λR e validação dos ajustes.

O tratamento estatístico das quatro distribuições de valores do factor de carga da Resistência, obtidos da aplicação de FEMPOR1 às 30 amostras A_{PT91} , permitiu ajustar igual número de leis de distribuições normais, cujos parâmetros estatísticos se apresentam na Tabela 7.25.

Dimensionamento <i>PT91</i>	Média $\overline{\lambda R}$	Desvio padrão $S_{\lambda R}$	Valor característico λR_k	Coefficiente de variação $CV_{\lambda R}$
REBAP 1ª ordem	2.26	0.198	1.94	0.088
REBAP 2ª ordem	2.33	0.199	2.01	0.085
MC90	2.15	0.182	1.85	0.085
PC	2.24	0.187	1.94	0.083

Tabela 7.25 - *PT91*: Parâmetros estatísticos das leis de distribuição normais de λR .

A validação dos ajustes de leis normais efectuados foi confirmada pelos resultados obtidos com a aplicação dos testes estatísticos:

i) *Teste de normalidade* baseado nos coeficientes de assimetria e achatamento:

Dimensionamento <i>PT91</i>	Condições a verificar	Verificação	Normalidade da distribuição
	$\left\{ \begin{array}{l} \hat{\gamma}_1(n) < 1.5\sigma_{\hat{\gamma}_1(n)} \\ \left \hat{\gamma}_2(n) + \frac{6}{n+1} \right < 1.5\sigma_{\hat{\gamma}_2(n)} \end{array} \right.$		
REBAP 1ª ordem	$\left\{ \begin{array}{l} 0.063 < 0.608 \text{ OK!} \\ 0.052 < 1.050 \text{ OK!} \end{array} \right.$	<i>Ambas as condições são verificadas</i>	<i>Aceite</i>
REBAP 2ª ordem	$\left\{ \begin{array}{l} 0.010 < 0.608 \text{ OK!} \\ 0.045 < 1.050 \text{ OK!} \end{array} \right.$	<i>Ambas as condições são verificadas</i>	<i>Aceite</i>
MC90	$\left\{ \begin{array}{l} 0.096 < 0.608 \text{ OK!} \\ 0.032 < 1.050 \text{ OK!} \end{array} \right.$	<i>Ambas as condições são verificadas</i>	<i>Aceite</i>
PC	$\left\{ \begin{array}{l} 0.185 < 0.608 \text{ OK!} \\ 0.037 < 1.050 \text{ OK!} \end{array} \right.$	<i>Ambas as condições são verificadas</i>	<i>Aceite</i>

Tabela 7.26 - *PT91*: Resultados do teste de normalidade.

ii) Teste de Kolmogorov-Smirnov - versão proposta por Lilliefors (1967).

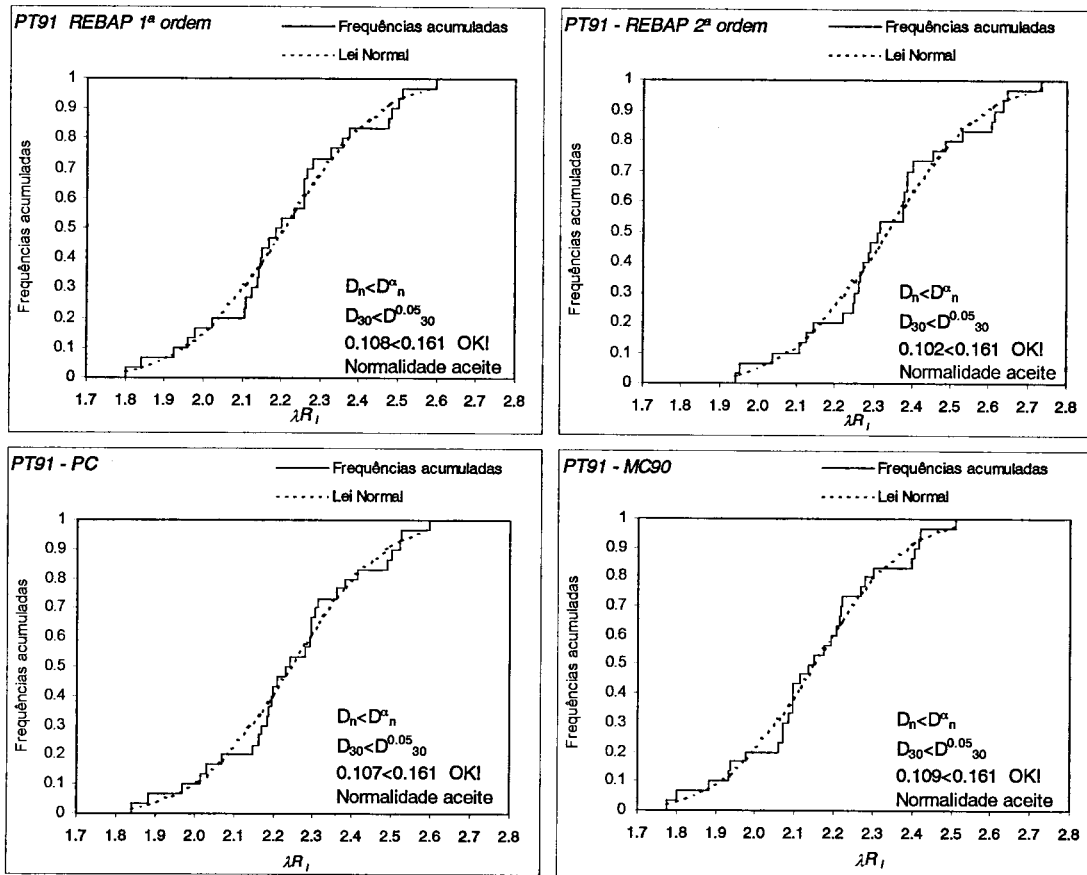


Figura 7.48 - PT43: Resultados do teste de Kolmogorov-Smirnov.

7.7.6.2 Probabilidades de ruína e índices de fiabilidade

Os valores dos índices de fiabilidade β e das probabilidades de ruína dos quatro casos de dimensionamento de PT91 são os apresentados na Figura 7.49 e na Figura 7.50.

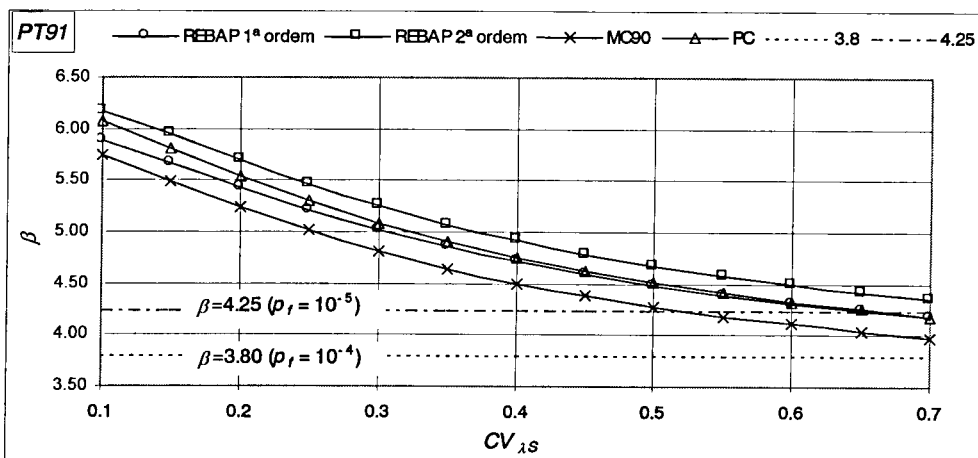


Figura 7.49 - PT91: Índice de fiabilidade β para os quatro casos de dimensionamento.

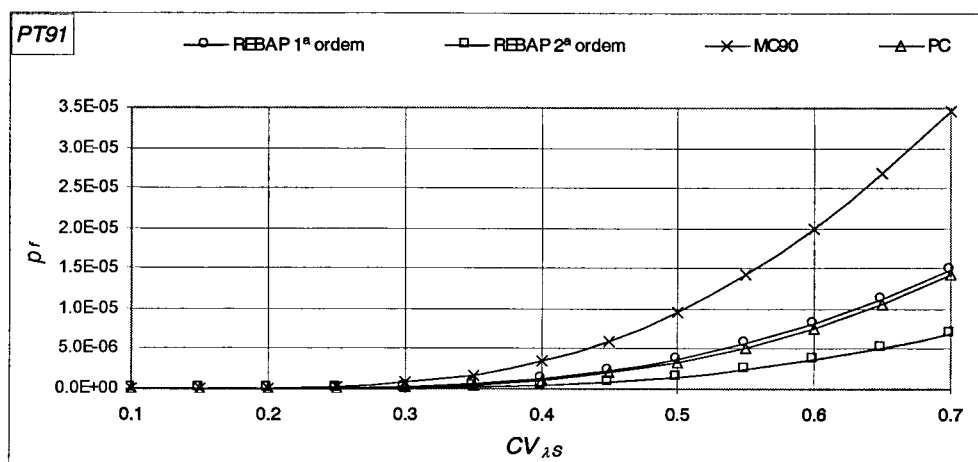


Figura 7.50 - PT91: probabilidade de ruína p_f para os quatro casos de dimensionamento.

Os resultados patentes na Figura 7.49 e na Figura 7.50 mostram que o dimensionamento aos efeitos de 1ª ordem de PT91 conduz a uma solução estrutural cuja probabilidade de ruína é sempre inferior a 10^{-5} desde que $CV_{\lambda S}$ não ultrapasse o valor, não realista, de 0.63.

Os dimensionamentos aos efeitos de 2ª ordem aparecem, do ponto de vista dos níveis de segurança, com a ordenação já habitual, surgindo assim, uma vez mais, o método do REBAP como o método que conduz às menores probabilidades de ruína, o método PC com valores de p_f próximos dos do dimensionamento de referência aos efeitos de 1ª ordem e o método MC90 com os menores níveis de segurança registados. Note-se porém que neste caso, mesmo para o método MC90, apenas são observadas probabilidades de ruína superiores a 10^{-5} para valores de $CV_{\lambda S}$ superiores a 0.43, valor próximo do limite superior do intervalo $0.20 < CV_{\lambda S} < 0.50$, que constitui o intervalo de valores aceitáveis para os coeficientes de variação das acções típicas de edifícios.

A análise global efectuada pode ser confirmada pela observação dos resultados dos valores absolutos de β apresentados na Tabela 7.27, obtidos para o valor corrente de $CV_{\lambda S} = 0.30$, que confirmam as tendências gerais enunciadas.

PT91- $CV_{\lambda S} = 0,30$	REBAP 1ª ordem	REBAP 2ª ordem	MC90	PC
β - índice de fiabilidade	5.017	5.246	4.811	5.081
% de variação relativa aos efeitos de 1ª ordem	-	4.57%	-4.11%	1.28%

Tabela 7.27 - PT91: Índices de fiabilidade e respectivas variações para $CV_{\lambda S} = 0,30$.

7.8 Análise global de resultados

Uma análise global dos resultados encontrados com a aplicação do método de avaliação de segurança proposto neste trabalho, ao conjunto de cinco estruturas estudadas, permite identificar um conjunto de tendências comuns e algumas diferenças que em seguida se tentarão sistematizar.

A primeira observação que se considera relevante é a constatação de ter sido exequível a aplicação do referido método em todos os casos analisados, por ter sido possível validar, com os testes estatísticos implementados, a normalidade dos ajustes efectuados às sucessivas leis de Resistência definidas.

Ainda que, dadas as simplificações envolvidas neste método, a análise dos valores absolutos encontrados com a sua aplicação requeira alguma ponderação, verificou-se que os índices de fiabilidade obtidos para as estruturas dimensionadas para os efeitos de 1ª ordem foram por norma superiores a $\beta=4.25$ ($p_f < 10^{-5}$), o que sugere poder admitir-se que a aplicação do formato semi-probabilístico de segurança, ao dimensionamento de estruturas reticuladas de betão armado, conduz a soluções estruturais potencialmente conservativas, já que os níveis de segurança encontrados se revelaram superiores aos habitualmente associados ao dimensionamento para estados limites últimos de resistência. O carácter conservativo dos resultados encontrados poderá encontrar justificação no facto de ser necessário prever que a aplicação do formato de segurança regulamentar, a estruturas menos regulares, não conduza a níveis de segurança indesejavelmente baixos.

A regularidade dos valores encontrados para o índice de fiabilidade β , das soluções estruturais resultantes do dimensionando aos efeitos de 1ª ordem, é apenas ligeiramente perturbada pelo valor encontrado para este índice em *PT91*. Sendo uma estrutura em que, dada a sua elevada altura, se poderá verificar uma maior sensibilidade às acções horizontais aplicadas, o ligeiro aumento de β registado poderá dever-se a um comportamento estrutural mais dependente do funcionamento à flexão dos pilares e logo da capacidade resistente das armaduras, por norma em percentagens maiores do que nos outros casos analisados.

Como característica comum aos cinco conjuntos de três dimensionamentos aos efeitos de 2ª ordem efectuados, constata-se uma hierarquia de segurança das soluções encontradas, materializada na sistemática obtenção dos índices de fiabilidade mais elevados com a aplicação do método do REBAP, os menores índices de fiabilidade com o método do MC90 e valores intermédios destes índices com a aplicação do método PC. Esta ordenação dos níveis de segurança, bem como os valores absolutos de β encontrados para dois valores específicos do coeficiente de variação do factor de carga da Solicitação ($CV_{\lambda S}=0.30$ e $CV_{\lambda S}=0.50$), enquadrados nos limites dos valores dos coeficientes de variação das acções típicas de edifícios, podem ser observados na Figura 7.51 e na Figura 7.52, permitindo confirmar as tendências enunciadas.

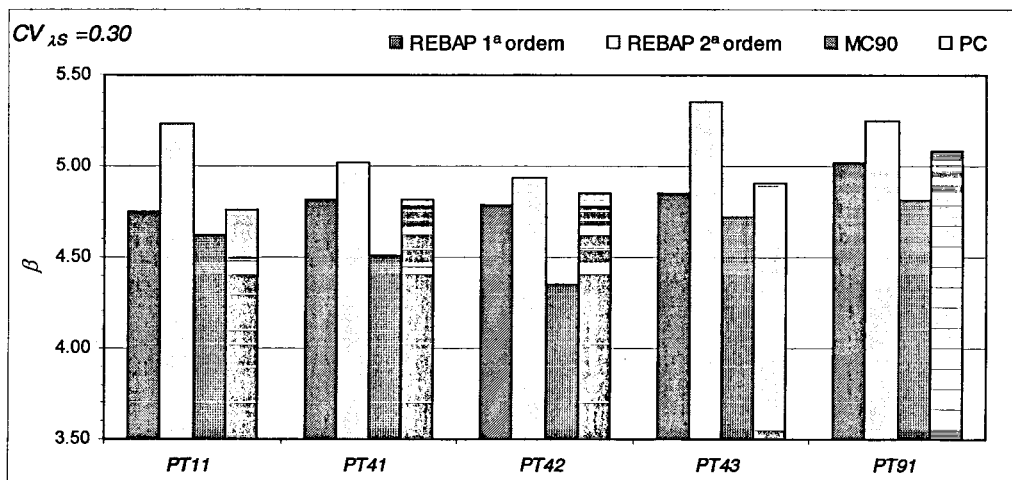


Figura 7.51 - Valores de β das cinco estruturas analisadas, obtidos para $CV_{\lambda S}=0.30$.

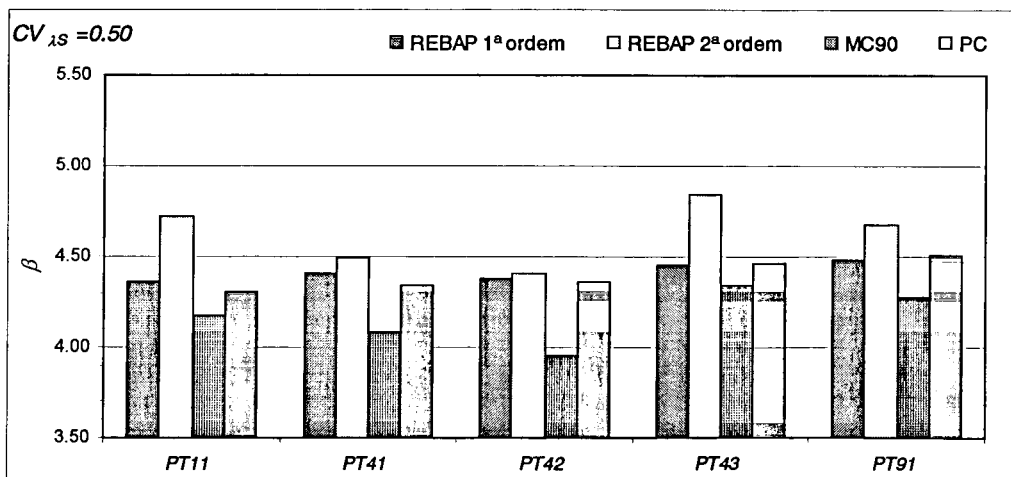


Figura 7.52 - Valores de β das cinco estruturas analisadas, obtidos para $CV_{\lambda S}=0.50$.

Uma comparação entre os níveis de segurança obtidos com cada um dos dimensionamentos aos efeitos de 2ª ordem e o dimensionamento de referência aos efeitos de 1ª ordem, em que a eventual subjectividade da leitura exclusiva dos valores absolutos encontrados se desvanece, conduz à constatação de que o método PC permite manter aproximadamente os mesmo níveis de segurança, resultando assim como o método aparentemente mais equilibrado e realista. Relativamente aos outros dois métodos verifica-se que, sistematicamente, o método do REBAP amplia as margens de segurança relativas ao dimensionamento de 1ª ordem, o método MC90 reduz substancialmente estas mesmas margens.

As comparações referidas, que poderão desde logo identificar-se na Figura 7.51 e na Figura 7.52, ilustram-se de forma mais clara na Figura 7.53 e na Figura 7.54 onde se apresentam, para os mesmos valores específicos de $CV_{\Delta S}$, as percentagens de variação do valor de β obtido com cada um dos métodos de dimensionamento aos efeitos de 2ª ordem, relativamente ao dimensionamento de referência.

A observação da Figura 7.53 e da Figura 7.54 permite concluir que as variações dos níveis de segurança obtidas com o método REBAP e com o método MC90 são relativamente próximas nos casos *PT41* e *PT42*. Os resultados encontrados com a aplicação destes métodos ao pórtico *PT43* permitem identificar uma ampliação significativa das margens de segurança, que se traduz por um aumento da percentagem de variação de β no caso do dimensionamento REBAP e por uma redução dessa percentagem no caso do dimensionamento MC90, aproximando os níveis de segurança encontrados para esta solução estrutural dos do dimensionamento aos efeitos de 1ª ordem.

Sendo *PT43* constituído por vigas de três tramos com grandes dimensões e pilares globalmente mais rígidos do que os de *PT42*, a sua sensibilidade a deslocamentos horizontais será naturalmente menor do que a de *PT42*. Note-se ainda que, cumulativamente às diferenças de rigidez identificadas, o pórtico *PT43* está submetido a um conjunto de acções horizontais idênticas às de *PT42*, o que implica, desde logo, que a deformação elástica horizontal de *PT43* seja inferior à de *PT42*. Os resultados particulares do dimensionamento REBAP encontrados em *PT43* poderão ter origem nestes factos, já que apesar das diferenças evidenciadas, relativamente a *PT42*, as

excentricidades e_2 destes dois pórticos são da mesma ordem de grandeza, o que implica, dado o elevado nível de esfoço axial dos pilares de *PT43*, a quantificação de grandes momentos de 2ª ordem, na prática inexistentes. As razões apresentadas para justificar os resultados obtidos com o dimensionamento REBAP, poderão estar igualmente na origem dos melhores resultados encontrados com a aplicação do MC90 a *PT43*, já que este método se apoia numa medida da deformabilidade horizontal do pórtico, em que a rigidez das vigas e pilares desempenham um papel importante.

A finalizar, relativamente ao pórtico alto *PT91*, registaram-se menores percentagens de variação de β relativamente ao dimensionamento aos efeitos de 1ª ordem e uma maior uniformidade, em valor absoluto, das percentagens de variação obtidas com o método REBAP e com o método MC90.

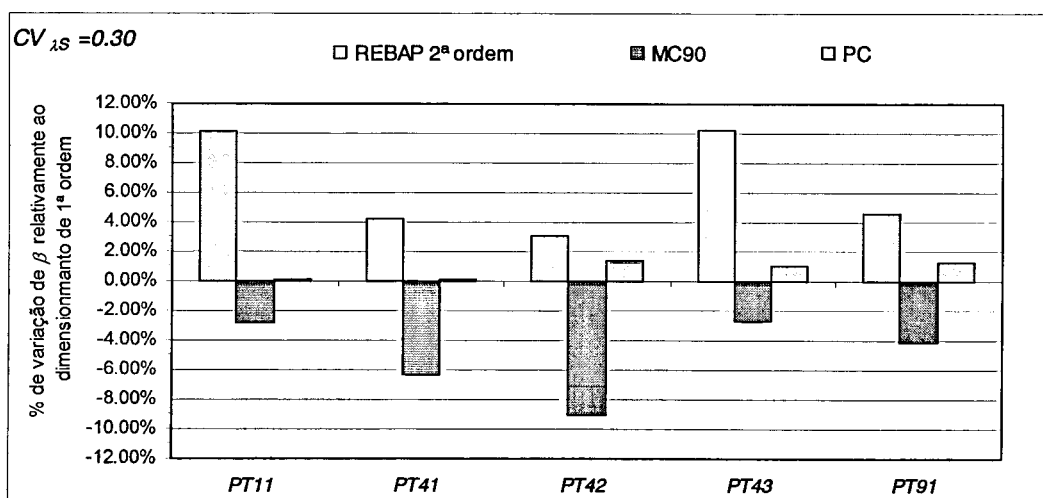


Figura 7.53 - % de variação de β relativamente ao dimensionamento de referência para os efeitos de 1ª ordem, para $CV_{\lambda_S}=0.30$.

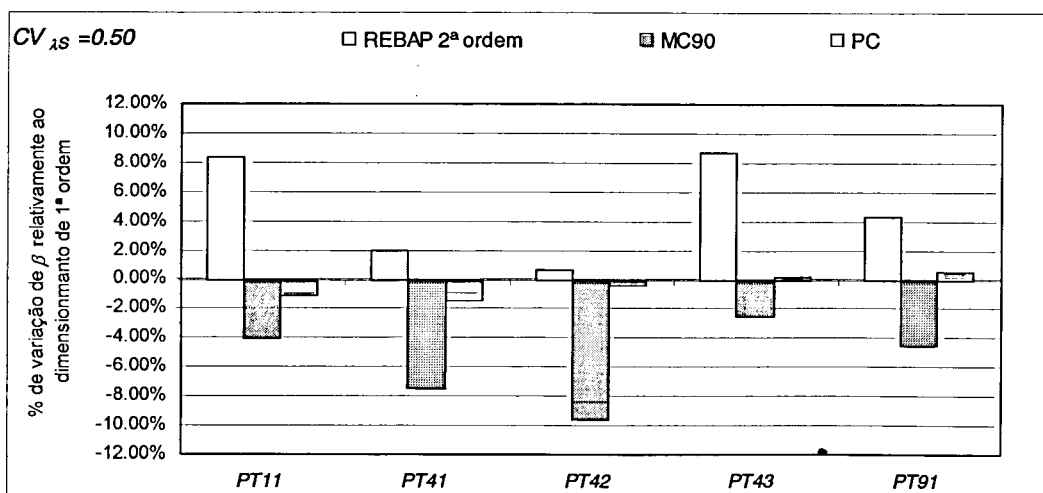


Figura 7.54 - % de variação de β relativamente ao dimensionamento de referência para os efeitos de 1ª ordem, para $CV_{\lambda_S}=0.50$.

7.9 Sensibilidade dos métodos de dimensionamento aos efeitos de 2ª ordem à geometria da estrutura

As aplicações até agora apresentadas permitiram comparar a qualidade dos resultados dos diferentes métodos de dimensionamento aos efeitos de 2ª ordem entre si e com o dimensionamento de referência aos efeitos de 1ª ordem, a partir da sua aplicação simultânea a cada uma das cinco estruturas seleccionadas. A diversidade de configurações geométricas adoptadas visou obter informação sobre a sensibilidade dos resultados obtidos com a aplicação destes métodos a estruturas potencialmente pertencentes a edifícios de diferentes volumetrias tipo (edifícios baixos, edifícios altos e edifícios com grande e pequeno desenvolvimento em planta), o que permitirá discutir a maior ou menor adaptabilidade da aplicação de cada um deles aos diferentes cenários de volumetria estudados.

A representação conjunta dos índices de fiabilidade (β) das soluções de dimensionamento, obtidas pela aplicação de cada um dos métodos às cinco estruturas analisadas, permite identificar a sensibilidade de cada um dos métodos às diferentes configurações geométricas tipo. Estes resultados, incluindo os obtidos com o dimensionamento aos efeitos de 1ª ordem, estão patentes na sucessão de figuras que se apresentam em seguida (Figura 7.55 a Figura 7.58).

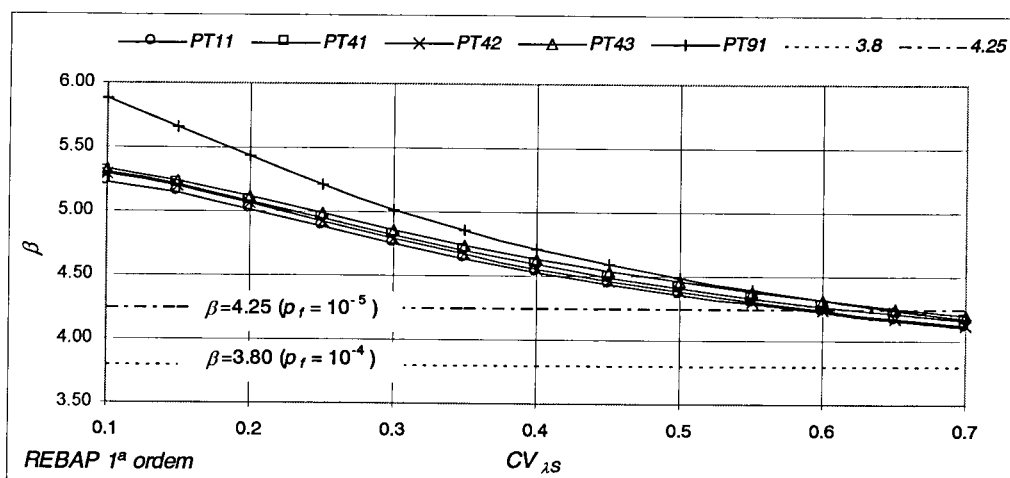


Figura 7.55 - Índices de fiabilidade: dimensionamento aos efeitos de 1ª ordem das cinco estruturas estudadas.

Os resultantes apresentados na Figura 7.55 permitem verificar que a utilização do modelo semi-probabilístico de segurança regulamentar no dimensionamento aos efeitos de 1ª ordem conduz a soluções estruturais cujos níveis de segurança são

praticamente independentes da volumetria da estrutura, com excepção do pórtico de nove andares e um piso (*PT91*) onde se encontraram índices de fiabilidade ligeiramente superiores aos encontrados para as restantes estruturas.

Como foi já referido, sendo uma estrutura em que, dada a sua elevada altura, se poderá verificar uma maior sensibilidade às acções horizontais aplicadas, o ligeiro aumento de β registado poderá dever-se a um comportamento estrutural mais dependente do funcionamento à flexão dos pilares e logo da capacidade resistente das armaduras, o que, de acordo com os resultados das análises apresentadas no capítulo 6, parece configurar o cenário de ocorrência de menores probabilidades de ruína.

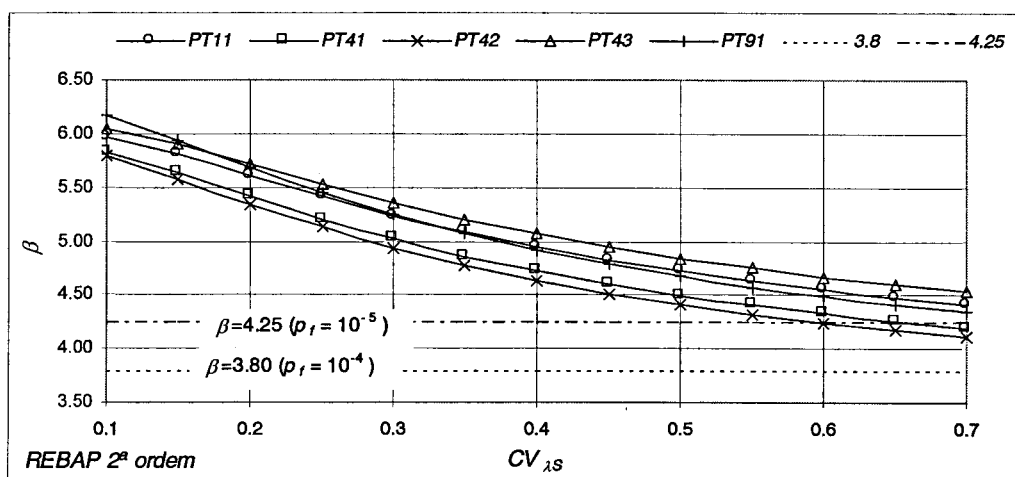


Figura 7.56 - Índices de fiabilidade: dimensionamento REBAP aos efeitos de 2ª ordem das cinco estruturas estudadas.

O método de dimensionamento aos efeitos de 2ª ordem preconizado pelo REBAP constitui, como foi já identificado na análise individual de cada pórtico, o método que conduz aos maiores níveis de segurança estrutural. Este método apresenta já algumas diferenças entre os índices de fiabilidade das distintas estruturas tipo analisadas, factos não surpreendentes já que, sendo um método de análise muito aproximado, deverá ter margens de segurança mais elevadas.

O pórtico *PT43* apresenta os maiores índices de fiabilidade, o que provavelmente se justifica, como foi já referido, por se verificar uma deficiente avaliação, por excesso, das excentricidades e_2 dos pilares deste pórtico. A comparação entre as excentricidades e_2 dos pilares deste pórtico e do pórtico *PT42* permitem evidenciar esta insuficiência, já que apesar de serem constituídos por vigas e pilares com rigidez substancialmente diferentes e estarem submetidos à mesma acção horizontal, se

obtiveram excentricidades da mesma ordem de grandeza. Como confirmação complementar desta constatação verifica-se que os momentos flectores finais obtidos com o método PC, que se tem revelado um método de elevado desempenho, são consideravelmente inferiores aos obtidos com o método do REBAP, consequência provável da estimativa dos momentos de 2ª ordem ser demasiado elevada por se terem quantificado excentricidades e_2 pouco realistas.

O pórtico representativo de edifícios altos (*PT91*) surge com os segundos maiores níveis de segurança, em correspondência com o facto desta estrutura apresentar já os maiores índices de fiabilidade quando analisada considerando apenas os efeitos de 1ª ordem.

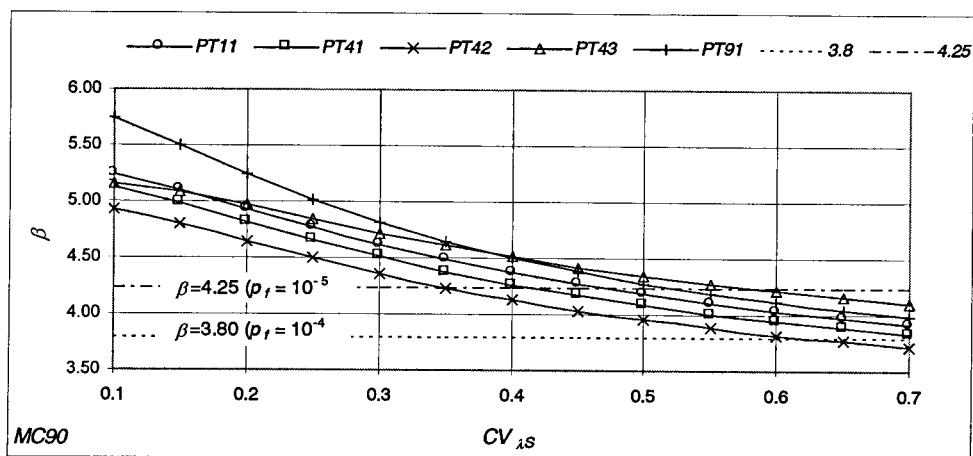


Figura 7.57 - Índices de fiabilidade: dimensionamento MC90 das cinco estruturas estudadas. O resultados encontrados com a aplicação do método MC90 apresentam, do ponto de vista dos índices de fiabilidade obtidos, uma ordenação das soluções estruturais idêntica à observada para o caso do método do REBAP para efeitos de 2ª ordem. Como diferença essencial regista-se a aproximação das curvas relativas às estruturas *PT43* e *PT91*, cuja posição relativa se inverte com o crescimento de $CV_{\lambda S}$, cruzando-se para o coeficiente de variação da Solicitação $CV_{\lambda S}=0.40$.

Tendo-se verificado ser este método aquele cuja aplicação conduz a resultados menos seguros para a totalidade das estruturas analisadas, a observação da Figura 7.57 permite inferir que, apesar das suas limitações, é para as estruturas cuja sensibilidade aos deslocamentos horizontais e logo aos efeitos de 2ª ordem, está mais dependente da rigidez das vigas e pilares que as constituem, que se obtiveram as soluções com maiores índices de fiabilidade.

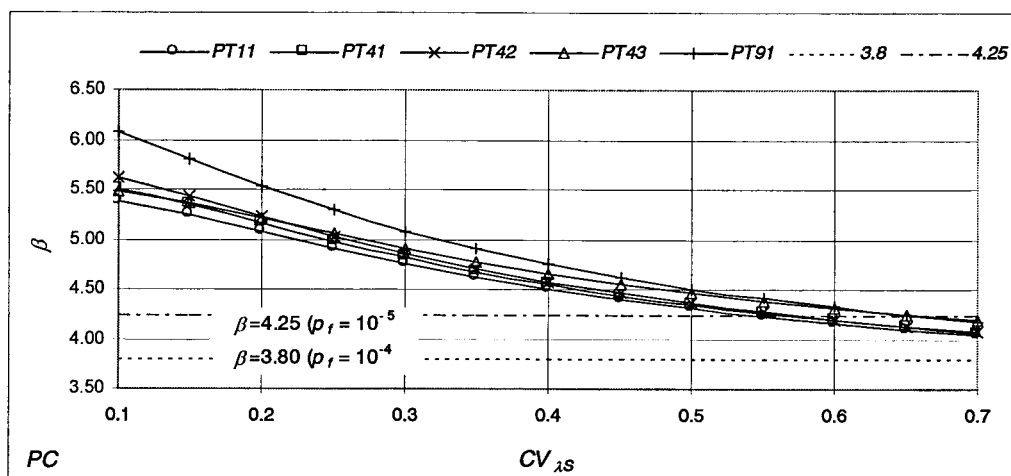


Figura 7.58 - Índices de fiabilidade: dimensionamento PC das cinco estruturas estudadas.

A proximidade entre os resultados obtidos com o dimensionamento aos efeitos de 1ª ordem e com o dimensionando PC foi já sobejamente evidenciada. Essa proximidade reflecte-se na semelhança de resultados patentes na Figura 7.55 e na Figura 7.58, pelo que as observações efectuadas relativamente ao dimensionamento aos efeitos de 1ª ordem se mantêm válidas para os casos de dimensionamento PC.

A finalizar a análise de sensibilidade dos diferentes métodos de dimensionamento e como complemento às interpretações efectuadas apresentam-se, na Figura 7.59 e na Figura 7.60, de forma condensada para os quatro dimensionamentos tipo em estudo, os valores de β obtidos para dois valores de $CV_{\lambda S}$, integrados no intervalo de valores do coeficiente de variação das acções típicas de edifícios ($CV_{\lambda S}=0.30$ e $CV_{\lambda S}=0.50$).

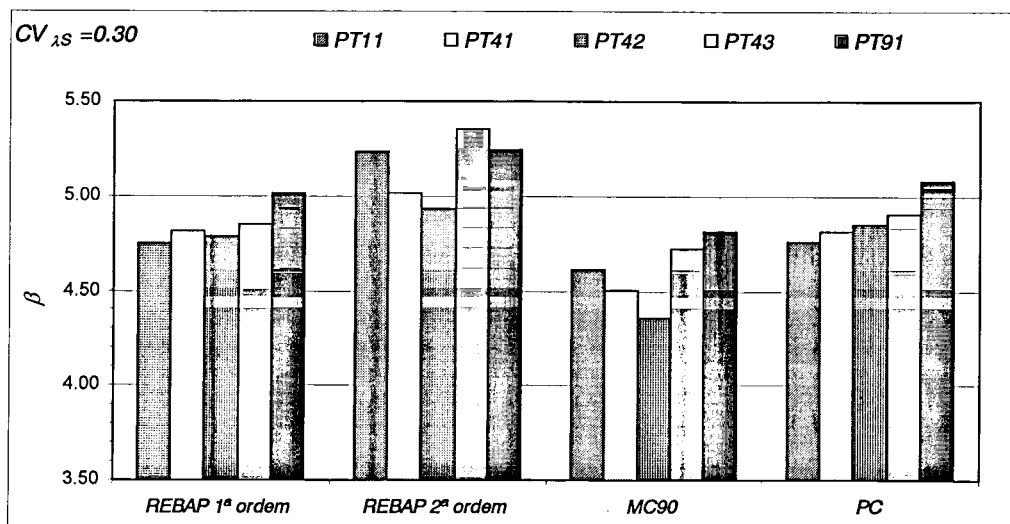


Figura 7.59- Valores de β obtidos com os quatro dimensionamentos para cada conjunto de cinco estruturas analisadas: $CV_{\lambda S}=0.30$.

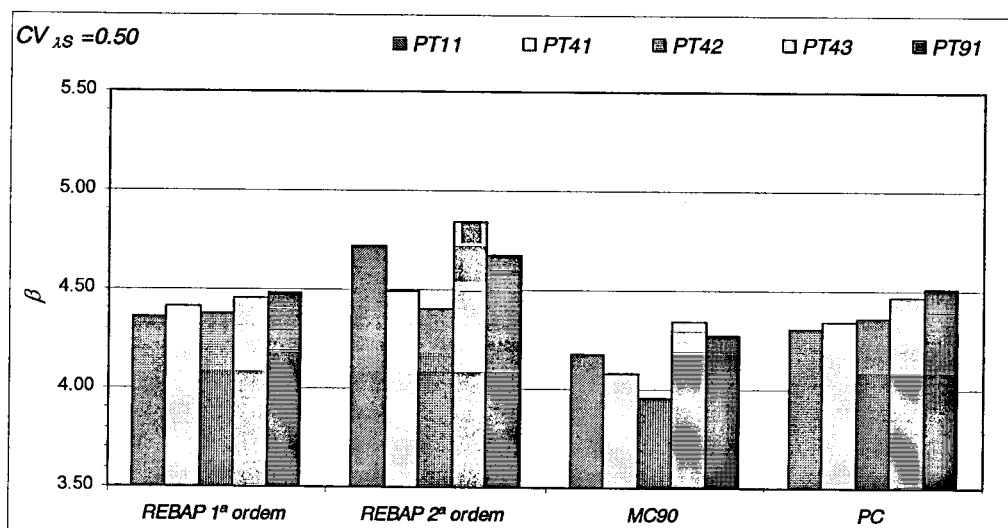


Figura 7.60 - Valores de β obtidos com os quatro dimensionamentos para cada conjunto de cinco estruturas analisadas: $CV_{\lambda S}=0.50$.

7.10 Influência da não simetria estrutural no dimensionamento aos efeitos de 2ª ordem.

Os exemplos seleccionados para aferir a qualidade dos métodos de dimensionamento aos efeitos de 2ª ordem e discutir a sua aplicabilidade a estruturas reticuladas correntes de betão armado caracterizam-se por apresentarem simetria de solicitação, geometria e de secções. A opção por estruturas com estas características particulares visou eliminar eventuais incertezas na interpretação dos resultados que configurações geométricas, estruturais e de solicitação não simétricas poderiam introduzir. Considerou-se assim como vantajoso que, numa primeira fase de análise, a diferenciação das estruturas para avaliação do comportamento dos métodos de dimensionamento aos feitos de 2ª ordem recaí-se exclusivamente sobre diferentes combinações de tramos e andares, representativas de pórticos pertencentes a edifícios de diferentes volumetrias tipo.

A influência das distintas não simetrias possíveis no comportamento dos métodos de dimensionamento aos feitos de 2ª ordem obrigaria à definição de um coerente e vasto plano de trabalhos em que se procedesse a uma análise, do tipo da apresentada nas subsecções anteriores para estruturas simétricas, de um conjunto alargado de estruturas em que combinações selectivas das diferentes não simetrias fossem contempladas.

Não tendo sido possível levar a cabo esse estudo alargado procedeu-se, todavia, à análise de uma variante não simétrica, do ponto de vista das dimensões das secções dos seus pilares constituintes, da estrutura *PT41*, o que permitiu desde logo uma primeira identificação de eventuais limitações da aplicação dos métodos simplificados de dimensionamento aos efeitos de 2ª ordem a estruturas deste tipo.

7.10.1 Descrição do exemplo

O pórtico não simétrico analisado *PT41NS* é, como já referido, uma variante não simétrica de *PT41*, diferindo deste unicamente nas dimensões dos seus pilares constituintes. A configuração geométrica de *PT41NS*, as dimensões das secções dos pilares e vigas que o constituem e a malha de elementos finitos adoptada, são as indicadas na Figura 7.61. Para solicitação de *PT41NS* considerou-se a mesma combinação de acções apresentada para o exemplo *PT41* na Tabela 7.8.

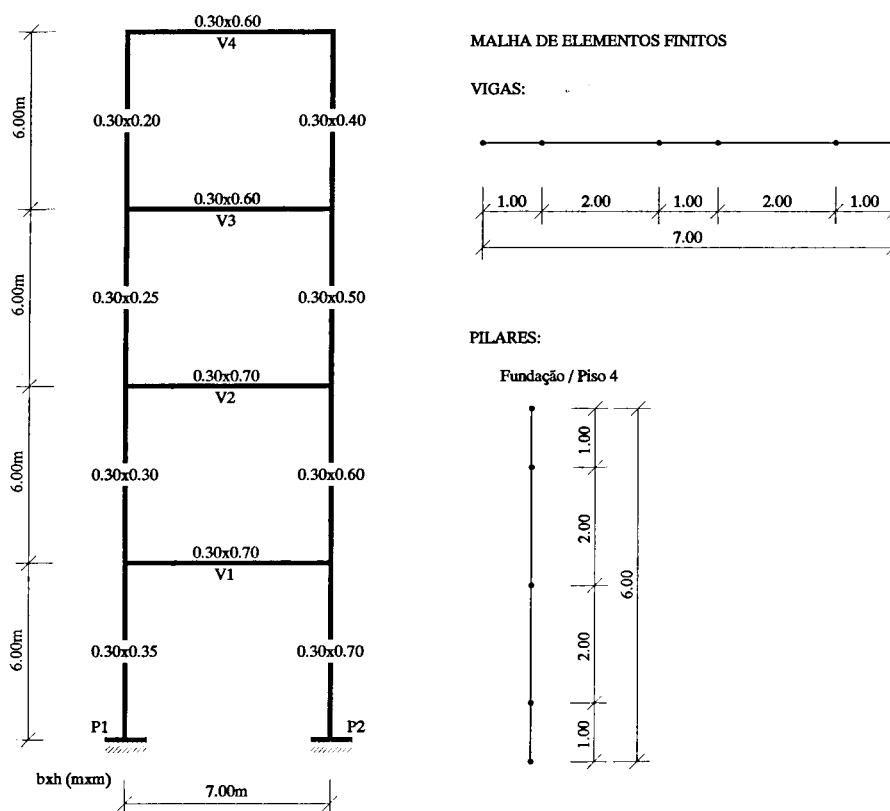


Figura 7.61 - Configuração geométrica e dimensões das secções de *PT41NS*.

7.10.2 REBAP: efeitos de 1ª ordem

Os esforços de 1ª ordem obtidos e respectivas secções de armadura, resultantes da análise estrutural elástica de *PT41NS*, foram os indicados na Figura 7.62.

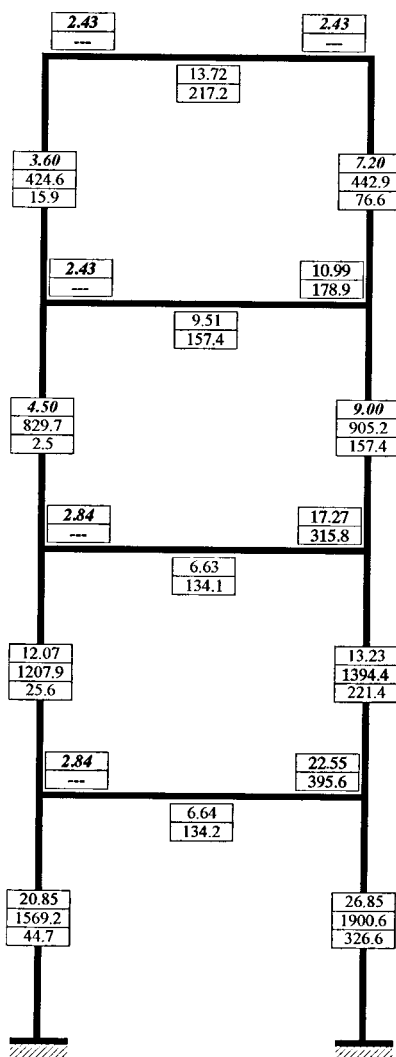


Figura 7.62 - REBAP: efeitos de 1ª ordem. Esforços e secções de armadura.

7.10.3 REBAP: efeitos de 2ª ordem - estruturas de nós móveis

Os valores das excentricidades acidentais (e_a), excentricidades de 2ª ordem (e_2) e respectivos momentos de 2ª ordem, quantificados pela aplicação do método de dimensionamento aos efeitos de 2ª ordem de estruturas de nós móveis proposto pelo REBAP, foram os indicados na Figura 7.63, onde se apresentam ainda os esforços finais de dimensionamento dos pilares e respectivas secções de armadura.

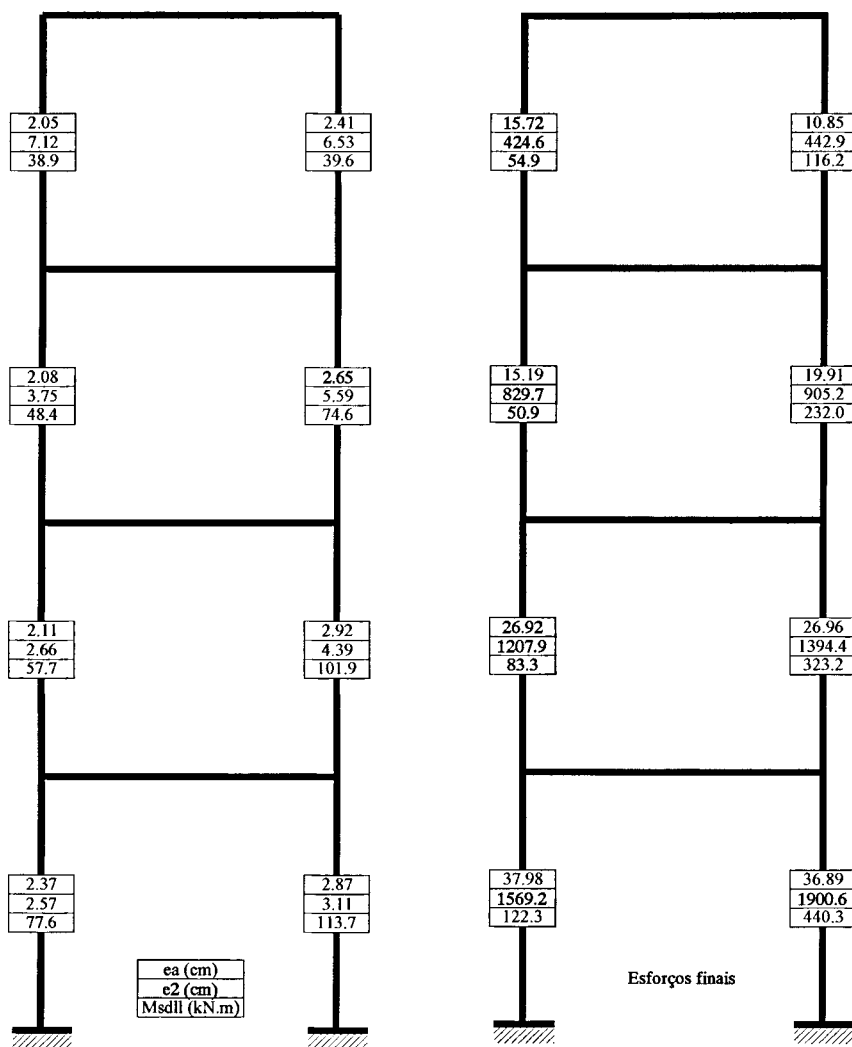


Figura 7.63 - REBAP: efeitos de 2ª ordem. Excentricidades, momentos de 2ª ordem, esforços finais e armaduras.

7.10.4 Método do MC90

Pelas razões já apresentadas na secção relativa ao dimensionamento MC90 de *PT41*, foi quantificada uma única força horizontal adicional ΔH_{sd} a aplicar em todos os pisos, igual a 4.73kN/piso. O valor desta força foi obtido a partir das acções verticais aplicadas ao nível dos diferentes pisos e das seguintes inclinações globais da estrutura:

- $\alpha_a = 0.00204 \text{ rad}$: inclinação inicial parasita
- $\alpha'' = 0.00545 \text{ rad}$: inclinação global final

A análise estrutural elástica de *PT4INS* para a combinação de acções em estudo, acrescida das forças horizontais adicionais já quantificadas, conduziu aos esforços de dimensionamento e secções de armadura, de pilares e vigas, apresentados na Figura 7.64.

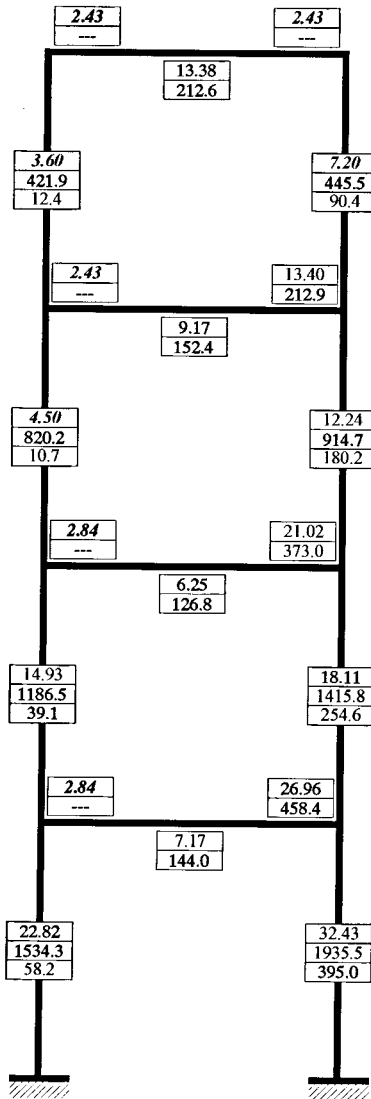


Figura 7.64 - MC90: Esforços e secções de armadura.

7.10.5 Método PC

Os esforços de dimensionamento de *PT4INS*, e respectivas armaduras, obtidos na 1ª e última iteração do processo de aplicação do método PC apresentam-se na Figura 7.65.

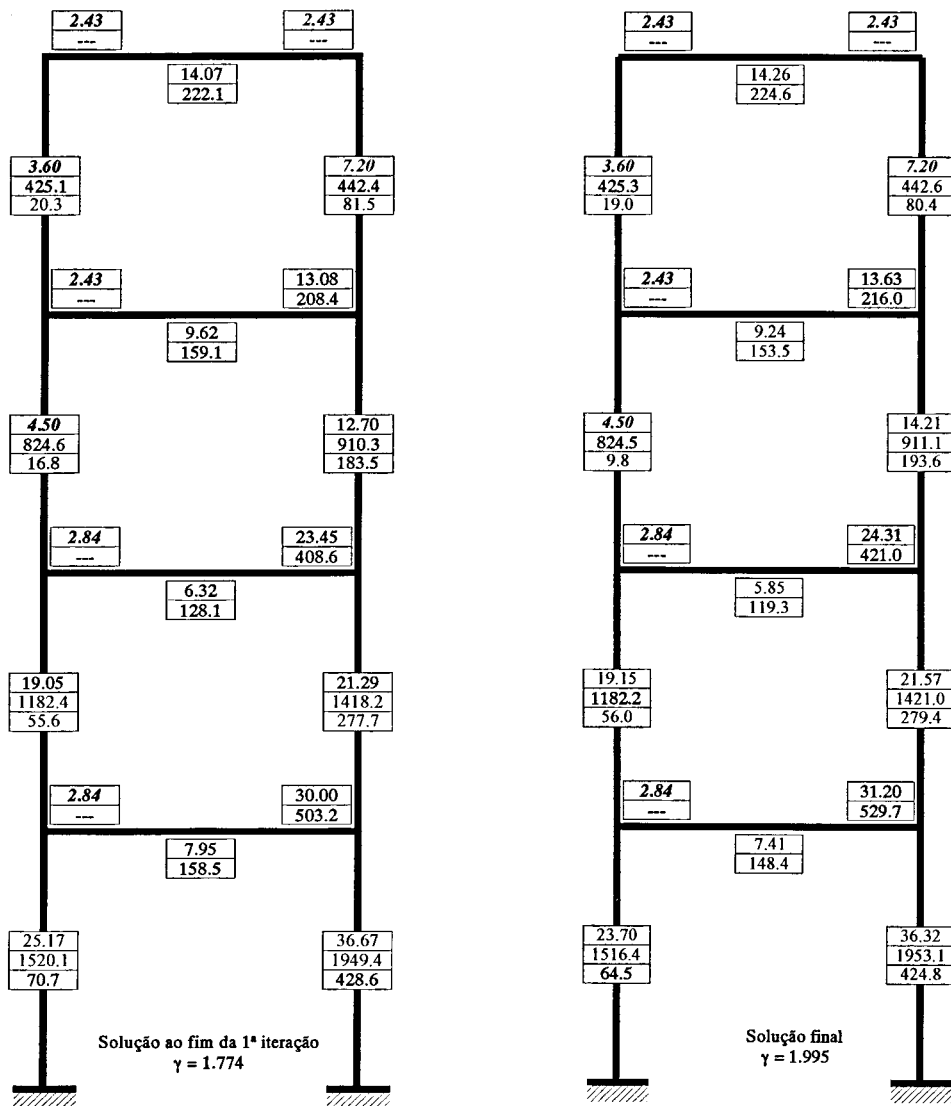


Figura 7.65 - Método PC: Solução estrutural de arranque e solução final.

7.10.6 Avaliação de segurança

7.10.6.1 Lei de distribuição do factor de carga da Resistência- λR

Tendo em vista minimizar as fontes de incerteza na comparação de resultados entre *PT41* e *PT41NS*, optou-se por definir as leis de distribuição do factor de carga da Resistência λR , das quatro soluções de dimensionamento de *PT41NS*, a partir do mesmo conjunto de 30 amostras obtido para *PT41* (A_{PT41}), cujos valores podem ser consultados na Tabela 7.9

- *Ajuste de leis de distribuição normal a λR e validação dos ajustes.*

O tratamento estatístico das quatro distribuições de valores do factor de carga da Resistência de *PT41NS*, obtidos da aplicação de FEMPOR1 às 30 amostras *A_{PT41}*, permitiu o ajuste de igual número de leis de distribuições normais, cujos parâmetros estatísticos se apresentam na Tabela 7.28.

Dimensionamento <i>PT41NS</i>	Média $\overline{\lambda R}$	Desvio padrão $s_{\lambda R}$	Valor característico λR_k	Coefficiente de variação $CV_{\lambda R}$
REBAP 1ª ordem	2.47	0.290	1.99	0.118
REBAP 2ª ordem	2.29	0.200	1.96	0.087
MC90	2.20	0.226	1.83	0.103
PC	2.30	0.229	1.93	0.100

Tabela 7.28 - *PT41NS*: Parâmetros estatísticos das leis de distribuição normais de λR .

A validação dos ajustes de leis normais efectuados foi confirmada pelos resultados obtidos com a aplicação dos testes estatísticos:

i) *Teste de normalidade* baseado nos coeficientes de assimetria e achatamento:

Dimensionamento <i>PT41</i>	Condições a verificar	Verificação	Normalidade da distribuição
	$\left\{ \begin{array}{l} \hat{\gamma}_1(n) < 1.5\sigma_{\hat{\gamma}_1(n)} \\ \left \hat{\gamma}_2(n) + \frac{6}{n+1} \right < 1.5\sigma_{\hat{\gamma}_2(n)} \end{array} \right.$		
REBAP 1ª ordem	$\left\{ \begin{array}{l} 0.233 < 0.608 \text{ OK!} \\ 0.139 < 1.050 \text{ OK!} \end{array} \right.$	<i>Ambas as condições são verificadas</i>	<i>Aceite</i>
REBAP 2ª ordem	$\left\{ \begin{array}{l} 0.221 < 0.608 \text{ OK!} \\ 0.201 < 1.050 \text{ OK!} \end{array} \right.$	<i>Ambas as condições são verificadas</i>	<i>Aceite</i>
MC90	$\left\{ \begin{array}{l} 0.245 < 0.608 \text{ OK!} \\ 0.139 < 1.050 \text{ OK!} \end{array} \right.$	<i>Ambas as condições são verificadas</i>	<i>Aceite</i>
PC	$\left\{ \begin{array}{l} 0.195 < 0.608 \text{ OK!} \\ 0.179 < 1.050 \text{ OK!} \end{array} \right.$	<i>Ambas as condições são verificadas</i>	<i>Aceite</i>

Tabela 7.29 - *PT41NS*: Resultados do teste de normalidade.

ii) Teste de Kolmogorov-Smirnov - versão proposta por Lilliefors (1967).

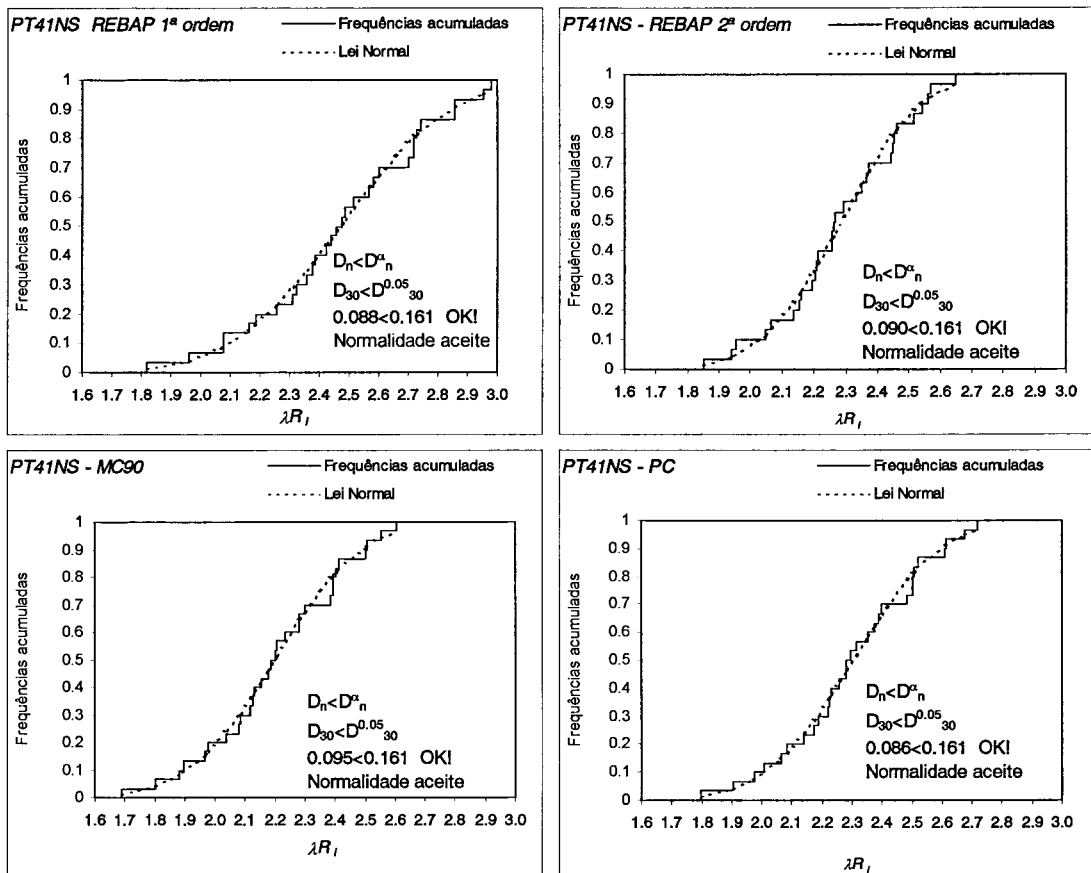


Figura 7.66 - PT41NS: Resultados do teste de Kolmogorov-Smirnov.

7.10.6.2 Probabilidades de ruína e índices de fiabilidade

Os valores dos índices de fiabilidade β e das probabilidades de ruína encontrados para os quatro casos de dimensionamento de PT41NS são os apresentados na Figura 7.67 e na Figura 7.68.

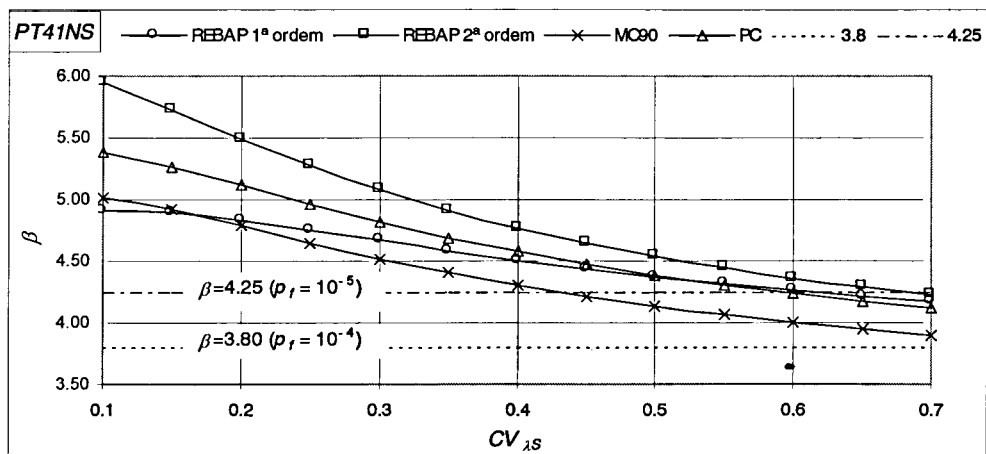


Figura 7.67 - PT41NS: Índice de fiabilidade β para os quatro casos de dimensionamento.

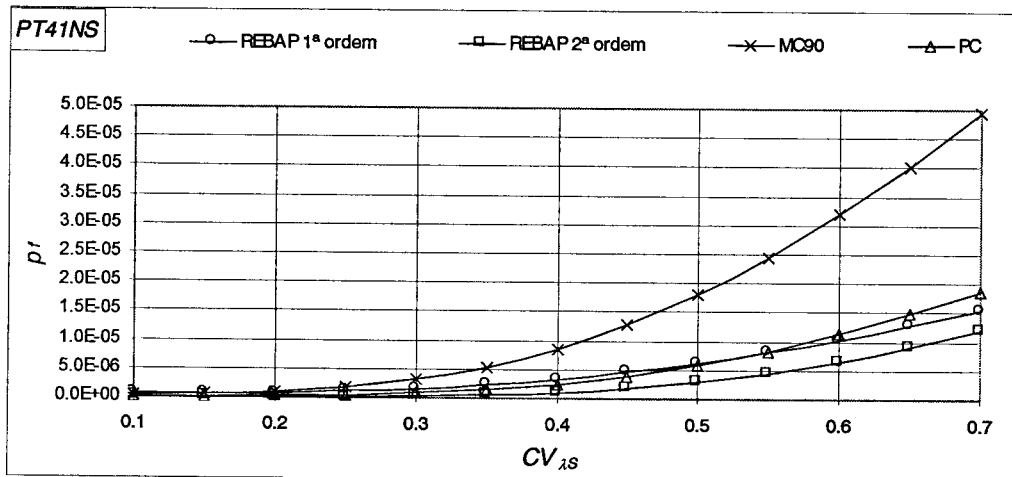


Figura 7.68 - *PT41NS*: probabilidade de ruína p_f para os quatro casos de dimensionamento.

As curvas dos índices de fiabilidade e das probabilidades de ruína de *PT41NS* apresentam, na generalidade, desenvolvimentos semelhantes aos das curvas obtidas para *PT41*. A hierarquia e os níveis de segurança alcançados com a aplicação dos diferentes métodos são, de uma forma geral, análogos aos do pórtico *PT41*, não sendo por isso possível identificar, com os resultados obtidos com este exemplo, limitações dos métodos de dimensionamento aos efeitos de 2ª ordem directamente relacionadas com a não simetria da estrutura.

A concordância geral de resultados, obtidos para as duas estruturas em comparação, é unicamente desfeita pela ocorrência, na estrutura não simétrica *PT41NS*, de um afastamento das curvas dos índices de fiabilidade associados ao dimensionamento com o método PC e ao dimensionamento aos efeitos de 1ª ordem, para valores de $CV_{\lambda S} < 0.3$. Este afastamento, consequência de uma diminuição das margens de segurança das soluções estruturais resultantes do dimensionamento aos efeitos de 1ª ordem pode ser confirmado pela leitura da Figura 7.69, onde se apresentam os valores dos índices de fiabilidade de *PT41NS*, obtidos para dois valores particulares de $CV_{\lambda S}$ e onde se incluem ainda, para uma melhor apreensão das diferenças e semelhanças encontradas, os valores desses mesmos índices anteriormente obtidos para *PT41*. A finalizar, e como complemento à interpretação da Figura 7.69, apresentam-se na Tabela 7.30, para os mesmos coeficientes de variação da Solicitação $CV_{\lambda S}$, as percentagens de variação dos índices de fiabilidade de *PT41NS*, relativamente aos obtidos para *PT41*.

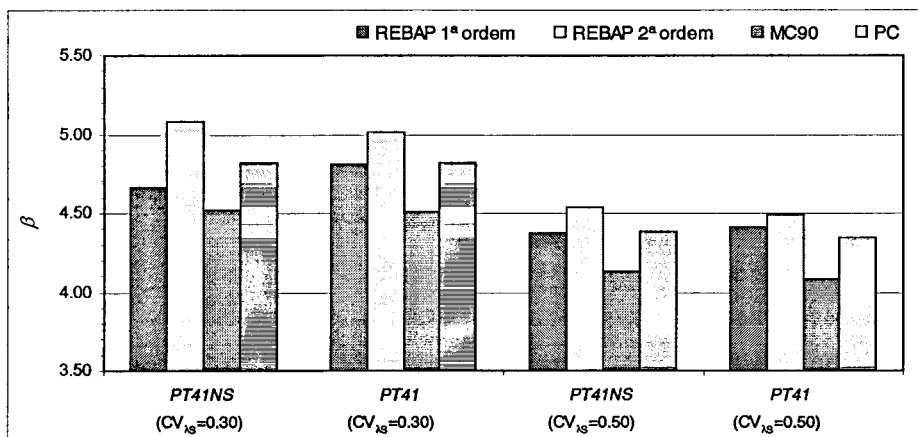


Figura 7.69 - Valores de β para PT41NS e PT41 com $CV_{\lambda s}=0.30$ e $CV_{\lambda s}=0.50$.

PT41NS		REBAP 1ª ordem	REBAP 2ª ordem	MC90	PC
$CV_{\lambda s} = 0,30$	β - índice de fiabilidade	4.665	5.078	4.519	4.816
	% de variação relativa ao índice de fiabilidade de PT41	-3.06%	1.20%	0.25%	-0.03%
$CV_{\lambda s} = 0,50$	β - índice de fiabilidade	4.371	4.536	4.131	4.386
	% de variação relativa ao índice de fiabilidade de PT41	-0.86%	0.91%	1.27%	0.94%

Tabela 7.30- PT41NS: Valores de absolutos de β e sua % de variação relativamente ao dimensionamento de PT41 para $CV_{\lambda s}=0.30$ e $CV_{\lambda s}=0.50$.

7.11 Tentativa de melhoramento do método do MC90

O método de dimensionamento aos efeitos de 2ª ordem preconizado pelo MC90 é um método de fácil aplicação no projecto de estruturas correntes, dada a simplicidade da sua estratégia de aplicação e o seu enquadramento na sequência de procedimento habitual da elaboração de um projecto de estruturas de betão armado. Porém, da sua aplicação aos diversos exemplos apresentados resultaram, sistematicamente, as soluções com níveis de segurança mais baixos, preocupantes, fundamentalmente, por corresponderem a percentagens de redução dos índices de fiabilidade significativas, relativamente aos dimensionamentos aos efeitos de 1ª ordem.

Assentando os fundamentos da sua aplicação na quantificação de forças horizontais adicionais, que permitam, numa análise estrutural elástica, obter um acréscimo de esforços que representem os efeitos de 2ª ordem resultantes do comportamento não linear geométrico e material da estrutura real, procedeu-se a uma tentativa de

melhoramento da estratégia de quantificação destas forças, que permitisse obter soluções estruturais finais com níveis de segurança mais próximos dos obtidos com o dimensionamento aos efeitos de 1ª ordem. Sendo as forças horizontais adicionais obtidas do produto entre as forças verticais existentes em cada piso e uma inclinação global da estrutura, o reflexo dos efeitos não linear geométrico e não linear material na quantificação destas forças horizontais adicionais é materializado, respectivamente, pela inclusão dessa inclinação global e pela redução de 50% do valor módulo de elasticidade de todas as barras da estrutura no processo da sua quantificação.

A tentativa de melhoramento do método do MC90 que se levou a efeito centrou-se, exclusivamente, na alteração dos critérios de redução do módulo de elasticidade das barras dos pórticos, necessária para a quantificação da já referida inclinação global da estrutura. Assim, procedeu-se ao redimensionamento para os efeitos de 2ª ordem, com base no método MC90, de duas das estruturas previamente analisadas (*PT11* e *PT41*), adoptando como novo critério de redução do módulo elasticidade das barras a adopção de um valor de 30% de E_C para as vigas e a manutenção do valor de 50% de E_C para os pilares. Constituindo esta estratégia uma variante de aplicação do método MC90, designar-se-ão os resultados com ela obtidos como resultados MC90a.

7.11.1 Método MC90a - Resultados do dimensionamento

O valores encontrados para as inclinações globais e forças horizontais adicionais ΔH_{sd} , implícitas à aplicação do método, bem como os respectivos esforços de dimensionamento e secções de armadura, serão apresentados de forma agrupada para cada uma das estruturas analisadas. A estes resultados acrescentar-se-ão ainda as inclinações globais e forças horizontais adicionais previamente obtidas com a aplicação da versão original do método MC90, por forma a evidenciar desde logo as diferenças encontradas.

- *PT11*

<i>PT11</i>	MC90a	MC90
α_a : inclinação inicial parasita (<i>rad</i>)	0.00408	0.00408
α'' : inclinação global final (<i>rad</i>)	0.01298	0.01273
ΔH_{sd} (<i>kN/piso</i>)	22.80	22.30

Tabela 7.31 - *PT11*: inclinações parasitas e globais e forças horizontais adicionais.

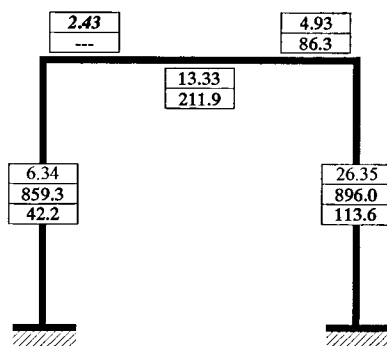


Figura 7.70 - MC90a: Esforços e seções de armadura.

- PT41

PT41	MC90a	MC90
α_a : inclinação inicial parasita (rad)	0.00204	0.00204
α'' : inclinação global final (rad)	0.00969	0.00820
ΔH_{sd} (kN/piso)	8.41	7.11

Tabela 7.32 - PT41: inclinações parasitas e globais e forças horizontais adicionais.

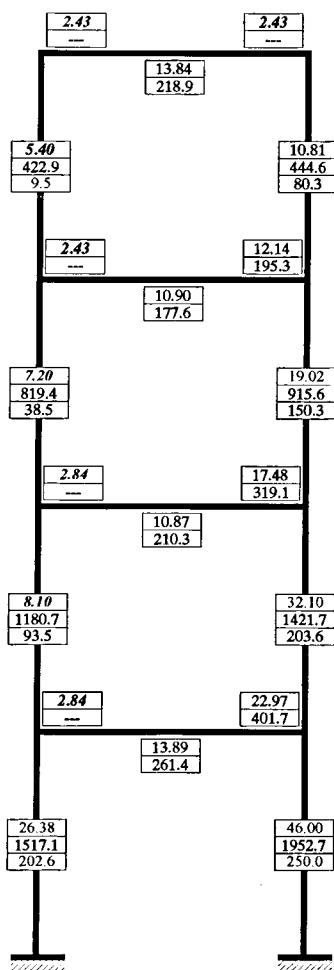


Figura 7.71 - MC90a: Esforços e seções de armadura.

7.11.2 Avaliação de segurança

7.11.2.1 Lei de distribuição do factor de carga da Resistência - λR

Tendo em vista minimizar as fontes de incerteza na comparação entre os resultados obtidos com as duas versões do método do MC90, definiram-se as leis de distribuição do factor de carga da Resistência λR das novas soluções de dimensionamento de *PT11* e *PT41* a partir dos mesmos conjuntos de 30 amostras utilizadas na aplicação da versão original do método MC90, respectivamente, A_{PT11} e A_{PT41} .

- *Ajuste de leis de distribuição normal a λR e validação dos ajustes.*

O tratamento estatístico das novas distribuições de valores do factor de carga da Resistência, de *PT11* e *PT41*, permitiu o ajuste das suas novas leis de distribuição normais, cujos parâmetros estatísticos se apresentam na Tabela 7.33.

Dimensionamento MC90a	Média $\overline{\lambda R}$	Desvio padrão $S_{\lambda R}$	Valor característico λR_k	Coefficiente de variação $CV_{\lambda R}$
<i>PT11</i>	2.27	0.223	1.90	0.098
<i>PT41</i>	2.14	0.206	1.80	0.096

Tabela 7.33 - MC90a: Parâmetros estatísticos das leis de distribuição normais de λR .

A validação dos ajustes das leis normais efectuados foi confirmada pelos resultados obtidos com a aplicação dos testes estatísticos:

i) Teste de normalidade baseado nos coeficientes de assimetria e achatamento:

Dimensionamento MC90a	Condições a verificar	Verificação	Normalidade da distribuição
	$\left\{ \begin{array}{l} \hat{\gamma}_1(n) < 1.5\sigma_{\hat{\gamma}_1(n)} \\ \left \hat{\gamma}_2(n) + \frac{6}{n+1} \right < 1.5\sigma_{\hat{\gamma}_2(n)} \end{array} \right.$		
<i>PT11</i>	$\left\{ \begin{array}{l} 0.173 < 0.608 \text{ OK!} \\ 0.405 < 1.050 \text{ OK!} \end{array} \right.$	<i>Ambas as condições são verificadas</i>	<i>Aceite</i>
<i>PT41</i>	$\left\{ \begin{array}{l} 0.187 < 0.608 \text{ OK!} \\ 0.188 < 1.050 \text{ OK!} \end{array} \right.$	<i>Ambas as condições são verificadas</i>	<i>Aceite</i>

Tabela 7.34 - MC90a: Resultados do teste de normalidade.

ii) Teste de Kolmogorov-Smirnov - versão proposta por Lilliefors (1967).

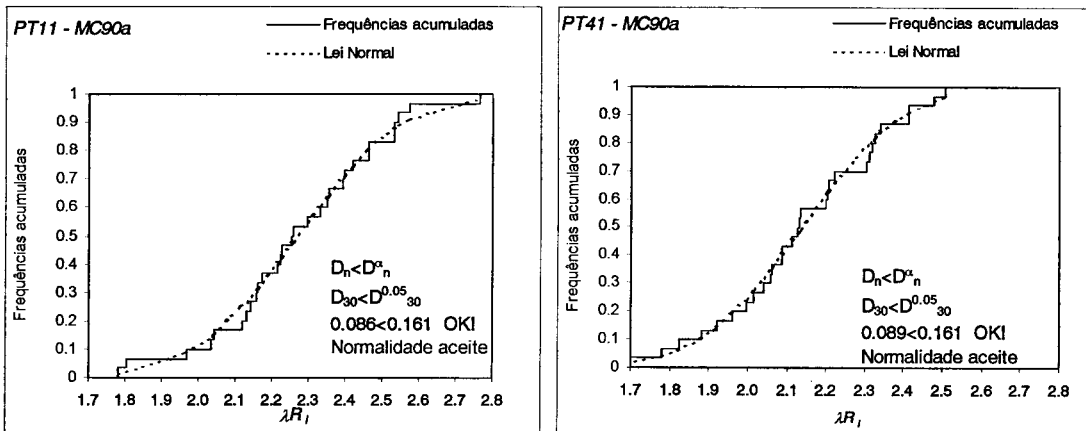


Figura 7.72 - PT41NS: Resultados do teste de Kolmogorov-Smirnov.

7.11.2.2 Probabilidades de ruína e índices de fiabilidade

Os valores dos índices de fiabilidade β e das probabilidades de ruína encontrados para o dimensionamento MC90a de PT11 e PT41 são os apresentados na Figura 7.73 e na Figura 7.74, onde se incluem ainda os resultados anteriormente obtidos para as soluções estruturais resultantes do dimensionamento MC90 na sua versão original.

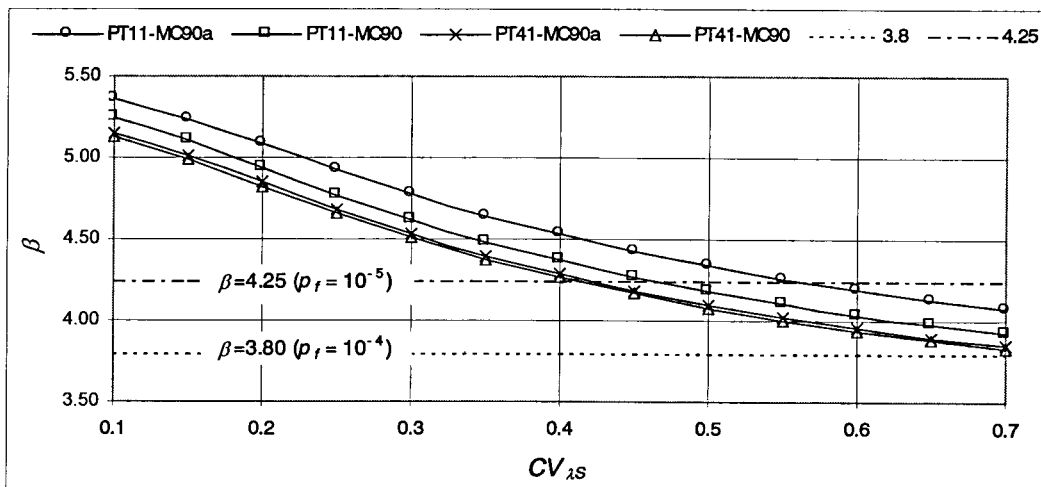


Figura 7.73 - PT11 e PT41: Índices de fiabilidade β para os dimensionamentos MC90a e MC90.

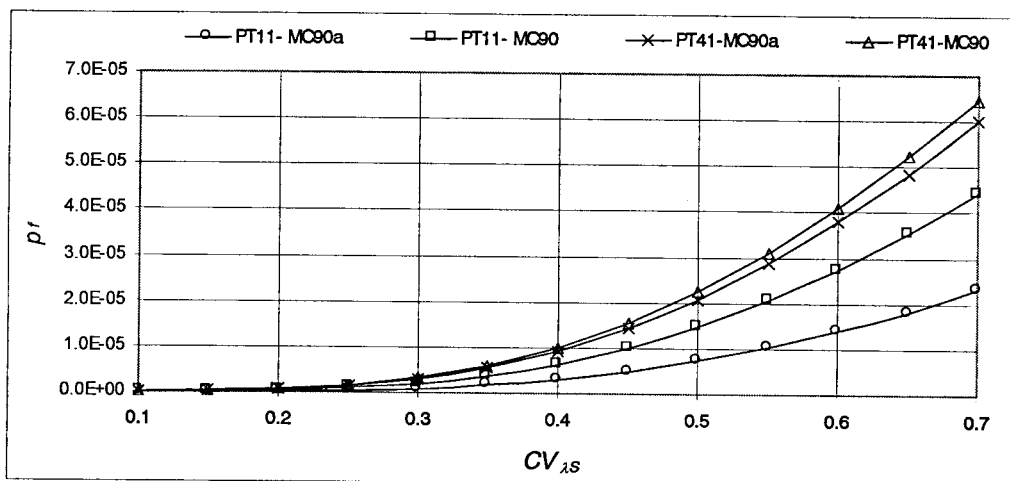


Figura 7.74 - PT11 e PT41: Probabilidades de ruína p_f para os dimensionamentos MC90a e MC90.

Dos resultados apresentados na Figura 7.73 e na Figura 7.74, pode concluir-se que o dimensionamento aos efeitos de 2ª ordem através da aplicação da nova versão do método MC90 não introduz melhorias significativas nos índices de fiabilidade das estruturas analisadas. As percentagens de variação destes índices, relativamente aos obtidos para as soluções estruturais encontradas com a versão original do método MC90, que se apresentam na Figura 7.75, para dois dos valores do coeficiente de variação da Solicitação ($CV_{\lambda S}=0,30$ e $CV_{\lambda S}=0,50$), evidenciam a ineficiência da tentativa de melhoramento do MC90 estudada, verificando-se que apenas para o pórtico de menor interesse PT11, se encontraram aumentos de β superiores a 3.0%.

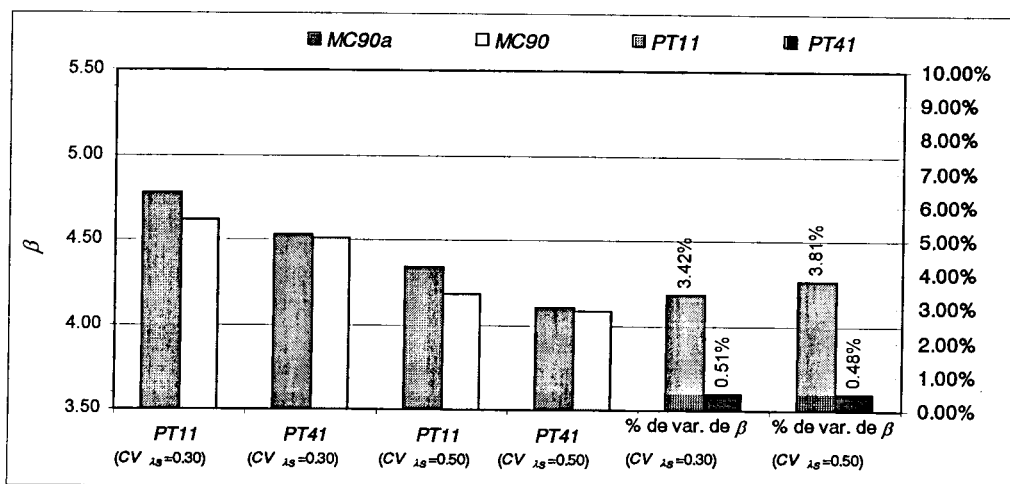


Figura 7.75 - Valores absolutos e percentagens de variação de β para PT11 e PT41, dimensionados através de MC90 e MC90a ($CV_{\lambda S}=0,30$ e $CV_{\lambda S}=0,50$).

Não tendo o aumento da percentagem de redução do módulo de elasticidade das vigas conduzido a um melhoramento das soluções estruturais encontradas, uma eventual nova tentativa de melhoramento deverá passar por reduzir, também, o módulo de elasticidade dos pilares constituintes da estrutura.

7.12 Conclusões

Uma vez reconhecida a importância dos efeitos de 2ª ordem no comportamento de estruturas reticuladas de betão armado e identificado o recurso a métodos de dimensionamento simplificados para a sua quantificação, por parte do projectista comum, procedeu-se, ao longo deste capítulo, a uma avaliação da qualidade dos resultados obtidos com três destes métodos. Do conjunto de três métodos seleccionados, dois foram os métodos regulamentares preconizados pelo REBAP e pelo MC90 e o terceiro foi um método de autoria de Paula Castro (PC) que, pela sua simplicidade de aplicação e coerência de estratégia, se considerou ser um método com elevado potencial de utilização prática.

Uma vez seleccionado um conjunto de estruturas, com a classificação de mobilidade de nós móveis, a qualidade dos métodos de dimensionamento referidos foi aferida a partir da quantificação dos valores absolutos da probabilidade de ruína e do índice de fiabilidade dessas estruturas, dimensionadas aos efeitos de 2ª ordem por recurso a esses métodos, e ainda por comparação desses resultados com as probabilidades de ruína e índices de fiabilidade obtidos, para as mesmas estruturas, quando dimensionadas exclusivamente para efeitos de 1ª ordem.

Para a quantificação das probabilidades de ruína e dos índices de fiabilidade foi utilizado o método de avaliação de segurança proposto neste trabalho, podendo desde logo referir-se que, em todos os casos, os passos fundamentais necessários para a sua aplicação foram ultrapassados com sucesso, com destaque particular para a validação dos ajustes de leis normais às distribuições da Resistência das diferentes estruturas analisadas.

A selecção de exemplos de aplicação, que permitiu proceder à referida avaliação do comportamento dos métodos de dimensionamento aos efeitos de 2ª ordem, recaiu, no

essencial, sobre um conjunto de cinco estruturas com geometria, secções e solicitação simétricas, caracterizadas por apresentarem diferentes combinações de número de andares e de tramos, na perspectiva de poderem representar pórticos pertencentes a edifícios de diferentes volumetrias tipo.

Uma análise global dos resultados encontrados para o conjunto de cinco estruturas estudadas permitiu verificar, em primeiro lugar, que os índices de fiabilidade obtidos para as estruturas dimensionadas para os efeitos de 1ª ordem são por norma superiores a $\beta=4.25$ ($p_f < 10^{-5}$), o que sugere, apesar das simplificações envolvidas neste método, que a aplicação do formato semi-probabilístico de segurança, ao dimensionamento de estruturas reticuladas de betão armado, conduz a soluções estruturais potencialmente conservativas do ponto de vista da segurança. O carácter conservativo dos resultados encontrados poderá encontrar justificação no facto de ser necessário prever que a aplicação do formato de segurança regulamentar, a estruturas menos regulares, não conduza a níveis de segurança indesejavelmente baixos.

Como característica comum aos cinco conjuntos de três dimensionamentos aos efeitos de 2ª ordem efectuados, constatou-se uma hierarquia de segurança das soluções encontradas, materializada na sistemática obtenção dos índices de fiabilidade mais elevados com a aplicação do método do REBAP, os menores índices de fiabilidade com o método do MC90 e valores intermédios destes índices com a aplicação do método PC.

Uma comparação entre os níveis de segurança obtidos com cada um dos dimensionamentos aos efeitos de 2ª ordem e o dimensionamento de referência aos efeitos de 1ª ordem, em que a eventual subjectividade da leitura exclusiva dos valores absolutos encontrados se desvanece, conduz à constatação de que o método PC permite manter aproximadamente os mesmo níveis de segurança, resultando assim como o método aparentemente mais equilibrado e realista. Relativamente aos outros dois métodos verifica-se que, sistematicamente, o método do REBAP amplia as margens de segurança relativas ao dimensionamento de 1ª ordem e que o método MC90 reduz substancialmente estas mesmas margens.

A diversidade de configurações geométricas adoptadas permitiu discutir a maior ou menor adaptabilidade da aplicação de cada um dos métodos aos diferentes cenários de

volumetria estudados. Desta análise resultou, em primeiro lugar, a constatação de que o dimensionamento aos efeitos de 1ª ordem e o dimensionamento aos efeitos de 2ª ordem com base no método PC conduzem a soluções estruturais cujos níveis de segurança são praticamente independentes da geometria da estrutura. Relativamente à aplicação do dimensionamento REBAP, os resultados encontrados reflectem a particularidade de o método permitir o dimensionamento isolado de cada um dos tramos de pilar, pelo que, sempre que as vigas existentes assumem papel relevante no equilíbrio da estrutura, os níveis de segurança resultam mais elevados. O método MC90 é, como já referido, aquele que globalmente conduz às soluções estruturais menos seguras, todavia, foi para as geometrias de pórticos mais complexas, típicas de edifícios altos e de edifícios de grande desenvolvimento em planta, que se obtiveram as soluções com maiores índices de fiabilidade.

Dadas as características de simetria das cinco principais estruturas alvo de estudo apresentadas neste capítulo, analisou-se ainda um exemplo de uma variante não simétrica de um pórtico de 4 andares e 1 tramo, constituindo uma primeira abordagem ao estudo do comportamento dos métodos de dimensionamento aos efeitos de 2ª ordem em aplicações a estruturas não simétricas. Os resultados encontrados para as probabilidades de ruína e índices de fiabilidade desta estrutura não simétrica não apresentaram diferenças globais importantes, relativamente aos obtidos para as cinco estruturas simétricas, não tendo sido por isso possível identificar limitações dos métodos de dimensionamento aos efeitos de 2ª ordem directamente relacionadas com a não simetria das secções da estrutura.

Tendo-se revelado o método MC90 como o método menos seguro, do conjunto de três métodos analisados, apresentou-se, a finalizar este capítulo, uma tentativa de melhoramento deste método, materializada na substituição da redução de rigidez de 50% dos pilares e vigas dos pórticos, para a quantificação das forças horizontais adicionais implícitas à sua aplicação, por uma redução de rigidez selectiva, consubstanciada na manutenção da redução de rigidez de 50% para os pilares da estrutura e na adopção de uma rigidez de apenas 30% da rigidez elástica das vigas. Os resultados obtidos com a aplicação desta nova estratégia de dimensionamento, a duas das estruturas já analisadas, evidenciaram uma ligeira melhoria dos níveis de segurança anteriormente obtidos, suscitando a ideia de que a eficácia de uma nova

tentativa de melhoramento do MC90 deste tipo implicará uma maior redução da rigidez elástica dos pilares.

O procedimento adoptado para a comparação dos diferentes métodos de dimensionamento aos efeitos de 2ª ordem, materializado na análise das variações da probabilidade de ruína relativamente à probabilidade de ruína de referência obtida de uma análise de 1ª ordem, permitiu extrair conclusões quanto aos méritos relativos dos diferentes métodos e demonstrou potencialidades de aplicação noutros contextos de análise estrutural em que sejam necessários estudos de aferição de segurança.

Capítulo 8

Conclusões e desenvolvimentos futuros

8.1 Conclusões

A segurança estrutural é tema central na área da engenharia Civil e, dada a sua grande actualidade, tem motivado o desenvolvimento de diversos trabalhos de investigação. Esta questão adquire particular relevância quando estruturas cujo comportamento é marcadamente não linear são o objecto de análise. É neste contexto que se insere o trabalho que agora termina, resumindo-se, neste último capítulo, as principais conclusões extraídas ao longo do seu desenvolvimento.

Apesar do carácter geral dos princípios e objectivos que motivaram este trabalho, a sua consubstanciação prática foi direccionada para o estudo de estruturas reticuladas de betão armado, dado o seu relevante papel no mapa da indústria da construção.

A importância dos efeitos de efeitos de 2ª ordem neste tipo de estruturas, aliada à dificuldade prática da sua quantificação rigorosa, dada a complexidade dos fenómenos a tratar, fazem com que os preceitos regulamentares estabeleçam metodologias simplificadas que permitem a sua estimativa de forma aproximada. Do vasto conjunto de métodos simplificados existentes e centrando a atenção nas propostas

regulamentares, nacionais e europeias, seleccionaram-se como alvo de estudo os métodos de quantificação de efeitos de 2ª ordem patentes no REBAP e no MC90, com particular ênfase na sua aplicação a estruturas com evidente sensibilidade aos efeitos de 2ª ordem.

O elevado grau de simplificação destes métodos e a proliferação de meios computacionais de elevada capacidade fazem com que seja hoje possível desenvolver rigorosos algoritmos de análise estrutural em que o comportamento não linear material e geométrico seja incluído. Neste trabalho foi adaptado e utilizado um algoritmo desta natureza (FEMPOR1), que tem vindo a ser desenvolvido na Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, que, apesar de já ter sido testado por outros autores, viu confirmado o seu bom desempenho através da comparação entre os resultados obtidos com a sua aplicação a um conjunto de exemplos e os resultados obtidos por outro autor sobre as mesmas aplicações.

A existência deste tipo de ferramentas de cálculo torna apetecível a sua utilização no dimensionamento e verificação de segurança de estruturas, na perspectiva da substituição dos métodos simplificados referidos por abordagens mais coerentes e realistas. Todavia, alguma dificuldade subsiste na compatibilização entre a sofisticação dos modelos matemáticos e a definição de um formato de segurança coerente que sustente a sua utilização.

Esta dificuldade, resultante da inadequação da aplicação directa do formato de segurança semi-probabilístico regulamentar neste tipo de análises, induziu à necessidade de percorrer formulações de critérios de segurança de nível superior, tendo-se, para tal, efectuado uma introdução genérica às principais técnicas de fiabilidade estrutural. Apesar do seu elevado potencial, a aplicação destas técnicas a exemplos reais encontra igualmente diversas dificuldades. Por essa razão e na procura de soluções alternativas realistas, têm sido desenvolvidas metodologias de avaliação de segurança sustentadas por técnicas de simulação estocástica que, configurando uma solução de grande potencial, apenas têm visto a ampliação do seu campo de aplicação limitada pelo elevado tempo de cálculo que habitualmente são necessários para a sua implementação.

Sendo o método de Monte Carlo uma técnica de simulação estocástica de referência, mas cuja utilização, na sua formulação base, requer a determinação de um elevado número de amostras, com o inerente inconveniente do excessivo tempo de cálculo despendido, procurou-se uma técnica de simulação alternativa que, sendo menos exigente em termos do número de amostras, permitisse aspirar à sua aplicação a exemplos práticos. Uma das técnicas que se enquadra neste objectivo é a técnica de amostragem estratificada do Método do Hipercubo Latino que, após exposição detalhada, viu a sua adequação a análises de comportamento estrutural materialmente não lineares comprovada, através da comparação entre as distribuições de resultados obtidas a partir da sua aplicação, com um reduzido número de amostras, e da aplicação do Método de Monte Carlo, com um substancialmente mais elevado número de amostras, a um caso particular de uma viga de betão armado.

Apesar das limitações do formato de segurança semi-probabilístico regulamentar, este continua a ser o formato mais estável do ponto de vista dos conceitos e o mais simples do ponto de vista da aplicação. Por este facto e dada a sua vigência nos regulamentos actuais, procedeu-se à apresentação dos seus princípios gerais e ao seu enquadramento numa filosofia de verificação de segurança de natureza fiabilística. Este enquadramento permitiu desenvolver uma interpretação dos coeficientes de segurança parciais, gerando informação que mais tarde viria a ser utilizada na implementação de uma proposta de método de avaliação de segurança.

A já abordada dificuldade de compatibilização entre a definição de critérios de dimensionamento e de verificação de segurança compatíveis com a realização de análises não lineares, motivou a procura de propostas de metodologias que, de forma mais ou menos simplificada, tornem viável a realização desse tipo de análises. Tendo sido encontradas diversas propostas de autor, ressaltou desta procura a constatação de existirem, genericamente, duas estratégias básicas para a formulação de metodologias deste tipo: a manutenção do recurso a coeficientes parciais de segurança convenientemente utilizados ou o recurso a técnicas de simulação que permitam obter conjuntos de amostras de resultados do comportamento estrutural, passíveis de tratamento probabilístico.

Uma das metodologias apresentadas foi a proposta de dimensionamento aos efeitos de 2ª ordem, de estruturas reticuladas de betão armado, desenvolvida por Paula Castro (PC) (Castro, 1998). Esta autora propõe um método sustentado por critérios de segurança derivados do formato de segurança semi-probabilístico regulamentar, em que, através de um processo iterativo de determinação de esforços e de actualização do dimensionamento das secções da estrutura, se realiza uma adaptação progressiva das características das secções aos esforços verificados. Este método, que se constatou ser um método de dimensionamento coerente, cujo potencial está ainda por explorar, viu a qualidade dos resultados obtidos com a sua aplicação avaliada, a par da dos métodos simplificados regulamentares já referidos.

O objectivo central deste trabalho, e título desta tese, relativo à avaliação de segurança de estruturas com comportamento não linear material e geométrico, motivou o desenvolvimento de uma proposta de método de avaliação de segurança. Esta proposta de método viu a sua formulação apoiada na interpretação fiabilística dos coeficientes parciais de segurança e na utilização da técnica de amostragem estratificada do Método do Hipercubo Latino (MHL). A sua aplicação a um conjunto significativo de exemplos, permitiu considerá-lo um método de grande simplicidade conceptual e grande potencial de aplicação prática. Tendo sido utilizado com sucesso em todas as avaliações de segurança apresentadas neste trabalho, forneceu, apesar das simplificações nele envolvidas, informação determinante para uma melhor percepção das limitações do formato semi-probabilístico regulamentar e para a avaliação da qualidade dos métodos simplificados de quantificação de efeitos de 2ª ordem que se estudaram.

O primeiro conjunto de aplicações, apresentadas no capítulo 6, recaiu sobre a avaliação de segurança de estruturas de betão armado em que apenas o comportamento não linear material é relevante. Em primeiro lugar apresentou-se uma análise não linear material de duas vigas de betão armado bi-encastradas, com o objectivo principal de avaliar, ainda que parcialmente, a qualidade do método de avaliação de segurança proposto. A qualidade do método foi confirmada, porquanto se verificou uma elevada concordância entre os resultados obtidos com a aplicação deste método e os resultados obtidos por Henriques (1998) para as mesmas vigas.

Em seguida, foi apresentado o estudo da quantificação da probabilidade de ruína de um pilar de betão (P_C) solicitado por um esforço axial de compressão pura e de um pilar de aço (P_S) solicitado por um esforço axial de tracção pura, por forma a isolar o comportamento de cada um dos materiais, que constituem as peças de betão armado, e avaliar a influência do uso de coeficientes parciais de segurança distintos, para as suas capacidades resistentes, na probabilidade de ruína estrutural. Tendo-se obtido probabilidades de ruína do pilar comprimido superiores às obtidas para o pilar traccionado, pode concluir-se que a adopção de um coeficiente parcial de segurança mais elevado para a capacidade resistente do betão não é suficiente para se atingirem níveis de segurança idênticos nas duas estruturas. Desta forma, e ainda que o comportamento conjunto dos dois materiais introduza um conjunto de variáveis e condicionantes não incluídas nestes exemplos teóricos, poderá admitir-se que às peças de betão armado, cujo cenário provável de ruína ocorra por esgotamento da capacidade resistente do aço, corresponderão soluções com níveis de segurança mais elevados do que às soluções cujos cenários de ruína provável ocorra por esgotamento da capacidade resistente do betão.

Uma das estratégias de melhoramento das soluções mais utilizadas no dimensionamento é a redistribuição de esforços elásticos. Porém, a aplicação do formato de segurança regulamentar não está dependente das opções de dimensionamento adoptadas. Este facto motivou a realização de um estudo sobre a influência das opções de redistribuição de esforços na probabilidade de ruína das estruturas, que teve por objecto a análise de uma viga fracamente armada e de uma viga fortemente armada, dimensionadas para três casos distintos de redistribuição de esforços. Os resultados encontrados neste estudo permitiram verificar que uma redistribuição moderada dos esforços elásticos da viga fracamente armada conduz a um aumento da segurança da estrutura, enquanto que qualquer redistribuição de esforços da viga fortemente armada conduz a uma redução dos seus níveis de segurança. Esta constatação é coerente com as limitações dos valores dos coeficientes de redistribuição impostas pelo REBAP, dependentes da profundidade do eixo neutro das secções onde se pretende efectuar a redistribuição e mostra que é, de facto, nas soluções estruturais mais dúcteis que se poderá proceder a uma moderada redistribuição de esforços com ganhos efectivos de segurança.

Ainda na perspectiva de identificar a liberdade das opções de projecto, na probabilidade de ruína das estruturas, apresentou-se o estudo de quatro soluções de pré-dimensionamento de uma viga simplesmente apoiada, para um mesmo valor do momento flector máximo. Tendo-se optado por dimensões das secções que conduzissem a soluções estruturais com momentos reduzidos μ sucessivamente crescentes entre 0.1 e 0.4, verificou-se que os níveis de segurança mais elevados surgiram nas soluções mais equilibradas, relativas a valores de μ entre 0.20 e 0.30. A opção por momentos reduzido extremos, muito baixos ou muito elevados, que como se sabe correspondem a situações de dimensionamento anti-económicas, conduziu naturalmente a maiores valores da probabilidade de ruína.

A finalizar este trabalho e constituindo parte relevante do mesmo, procedeu-se à avaliação da qualidade dos métodos simplificados de dimensionamento aos efeitos de 2ª ordem patentes no REBAP e no MC90, bem como de um método de autoria de Paula Castro (PC).

A selecção de exemplos de aplicação, que permitiu proceder à referida avaliação, recaiu sobre um conjunto de cinco estruturas, com a classificação de mobilidade de nós móveis e com geometria, secções e solicitação simétricas, caracterizadas por apresentarem diferentes combinações de número de andares e de tramos, na perspectiva de poderem representar pórticos pertencentes a edifícios de diferentes volumetrias tipo.

Para a aferição da qualidade dos métodos de dimensionamento propôs-se uma metodologia baseada na comparação dos valores absolutos da probabilidade de ruína e do índice fiabilidade dessas estruturas, dimensionadas aos efeitos de 2ª ordem por recurso a esses métodos, com as correspondentes probabilidades de ruína e índices de fiabilidade obtidos, para as mesmas estruturas, quando dimensionadas exclusivamente para efeitos de 1ª ordem.

A quantificação das probabilidades de ruína foi efectuada utilizando o método de avaliação de segurança proposto neste trabalho, podendo desde logo referir-se que, em todos os casos, os passos fundamentais para a sua aplicação foram ultrapassados com sucesso, com destaque particular para a validação dos ajustes de leis normais às distribuições da Resistência das diferentes estruturas analisadas.

Uma análise global dos resultados encontrados para o conjunto de cinco estruturas estudadas permitiu verificar, em primeiro lugar, que as soluções de dimensionamento aos efeitos de 1ª ordem se revelaram conservativas, do ponto de vista da segurança, já que se obtiveram sistematicamente índices de fiabilidade superiores a $\beta=4.25$ ($p_f < 10^{-5}$). O carácter conservativo dos resultados obtidos poderá encontrar justificação no facto de ser necessário prever que a aplicação do formato de segurança regulamentar a estruturas menos regulares não conduza a níveis de segurança indesejavelmente baixos.

Como característica comum aos cinco conjuntos de três dimensionamentos aos efeitos de 2ª ordem efectuados, constatou-se uma hierarquia de segurança das soluções encontradas, materializada na sistemática obtenção dos índices de fiabilidade mais elevados com a aplicação do método do REBAP, os menores índices de fiabilidade com o método do MC90 e valores intermédios destes índices com a aplicação do método PC.

A comparação entre os níveis de segurança dos dimensionamentos aos efeitos de 2ª ordem e o dimensionamento de referência aos efeitos de 1ª ordem, em que a eventual subjectividade da leitura exclusiva dos valores absolutos encontrados se desvanece, conduziu à constatação de que o método PC permite manter aproximadamente os níveis de segurança do dimensionamento aos efeitos de 1ª ordem, resultando por conseguinte no método aparentemente mais equilibrado e realista. Relativamente aos outros dois métodos verifica-se que, sistematicamente, o método do REBAP amplia as margens de segurança relativas ao dimensionamento de 1ª ordem e que o método MC90 reduz substancialmente estas mesmas margens.

A diversidade de configurações geométricas adoptadas permitiu discutir a maior ou menor aplicabilidade de cada um dos métodos aos diferentes cenários de volumetria estudados. Desta análise resultou a constatação de que o dimensionamento aos efeitos de 1ª ordem e o dimensionamento aos efeitos de 2ª ordem com base no método PC conduz a soluções estruturais cujos níveis de segurança são praticamente independentes da geometria da estrutura. Relativamente à aplicação do dimensionamento REBAP, os resultados encontrados reflectem a particularidade de o método permitir o dimensionamento isolado de cada um dos tramos de pilar,

conduzindo a soluções pouco ajustadas à realidade, ainda que pelo lado da segurança, sempre que a rigidez dos pilares é elevada e sempre que as vigas existentes assumem papel relevante no equilíbrio da estrutura. O método MC90 é aquele que conduz às soluções estruturais menos seguras. Todavia foi para as geometrias de pórticos mais complexas, típicas de edifícios altos e de edifícios de grande desenvolvimento em planta, que se obtiveram as soluções com maiores índices de fiabilidade.

Dadas as características de simetria das cinco principais estruturas alvo de estudo, analisou-se um exemplo de uma variante não simétrica de um pórtico de 4 andares e 1 tramo. Os resultados encontrados para as probabilidades de ruína e índices de fiabilidade desta estrutura não simétrica não apresentaram diferenças importantes relativamente aos obtidos para as cinco estruturas simétricas, não tendo sido por isso possível identificar limitações dos métodos de dimensionamento aos efeitos de 2ª ordem directamente relacionadas com a não simetria das secções da estrutura.

Tendo-se revelado o método MC90 como o método menos fiável, apresentou-se, a finalizar, uma tentativa de melhoramento deste método. Esta tentativa materializou-se na modificação dos critérios de redução de rigidez das vigas e pilares, para a quantificação das forças horizontais adicionais implícitas à sua aplicação, consubstanciada na manutenção da redução de rigidez de 50% para os pilares da estrutura e na adopção de uma rigidez de apenas 30% da rigidez elástica das vigas. Os resultados obtidos com a aplicação desta nova estratégia a duas das estruturas já analisadas, evidenciaram uma ligeira melhoria dos níveis de segurança anteriormente obtidos, suscitando a ideia de que a eficácia de uma nova tentativa de melhoramento do MC90, deste tipo, implicará uma maior redução da rigidez elástica dos pilares.

O procedimento adoptado para a comparação dos diferentes métodos de dimensionamento aos efeitos de 2ª ordem, materializado na análise das variações da probabilidade de ruína relativamente à probabilidade de ruína de referência obtida de uma análise de 1ª ordem, permitiu extrair conclusões quanto aos méritos relativos dos diferentes métodos e demonstrou potencialidades de aplicação noutros contextos de análise estrutural em que sejam necessários estudos de aferição de segurança.

8.2 Desenvolvimentos futuros

Na sequência do trabalho realizado, em que se procurou desenvolver caminhos que permitissem alcançar, de forma coerente e eficiente, o objectivo da avaliação de segurança de estruturas com comportamento não linear material e geométrico, muitas questões ficaram em aberto, suscitando reflexões e novas pistas de trabalho. Assim sendo, a finalizar esta tese, apresentam-se algumas das hipóteses de trabalho para desenvolvimento futuro.

Na sequência do trabalho realizado:

- Melhorar o método de avaliação de segurança proposto neste trabalho, permitindo que o ajuste de uma lei de distribuição teórica aos resultados da Resistência não fique limitado à opção por leis de distribuição normais.
- Ainda na perspectiva do melhoramento deste método, analisar as possibilidades de reformulação dos critérios de definição da lei de distribuição da Solicitação, em particular, procurando que esta seja obtida por critérios de simulação análogos aos utilizados para a Resistência.
- Seleccionar novos casos de dimensionamento de estruturas com comportamento exclusivamente não linear material, por forma a ampliar o conhecimento objectivo dos níveis de segurança alcançados com o formato semi-probabilístico regulamentar.
- Continuar o processo de identificação das interferências das opções de projecto na segurança das estruturas e propor regras de boa aplicação do formato semi-probabilístico de segurança regulamentar.
- Proceder à avaliação de segurança de um maior número de estruturas, com diversificadas geometrias e solicitações, por forma a consolidar e melhorar a validação da qualidade dos métodos de dimensionamento aos efeitos de 2ª ordem estudados neste trabalho.
- Alargar este estudo a outros métodos de dimensionamento aos efeitos de 2ª ordem.

Para lá do trabalho realizado:

- Sendo o problema dos efeitos de 2ª ordem um problema eminentemente tridimensional, desenvolver um algoritmo de análise não linear deste tipo e estender os procedimentos adoptados para a valiação de segurança de estruturas reticuladas planas a estruturas tridimensionais.
- Dada a importância da acção sísmica e as dificuldades de compatibilização entre a utilização de modelos de análise não linear dinâmica com critérios de segurança fiáveis e coerentes, proceder a uma tentativa de adaptação do modelo de avaliação de segurança proposto ao estudo do comportamento estrutural, incluindo os efeitos de 2ª ordem, na análise sísmica de edifícios.
- Dado o histórico de utilização do formato semi-probabilístico regulamentar, recolher informação sobre os projectos de estruturas do parque industrial construído e proceder à avaliação da sua segurança. Por esta via, será possível identificar as reservas de segurança existentes em face dos preceitos regulamentares mais actuais e discutir uma eventual necessidade de reforço dessas estruturas.



Referências bibliográficas

ACI Committee 318 (1989) - "Buildings code requirements for reinforced concrete", ACI 318-89, American Concrete Institute, Detroit, USA.

AŇvazian, S.; Énukov, I.; Méchalkine, L. (1986) - " Éléments de modélisation et traitement primaire des données", Édition MIR - Moscou.

Ang, A.H.S.; Tang, W.H. (1984) - "Probability concepts in engineering planning and design", John Willey & Sons, New York, USA.

Araujo, J.M. (1997) - "Análise Probabilística de Vigas de Concreto Armado - Parte 1: Avaliação de Deformações", Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas (RPEE), Nº 42, pp. 19-24.

Araujo, J.M. (1997) - "Análise Probabilística de Vigas de Concreto Armado - Parte 2: Avaliação de Segurança", Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas (RPEE), Nº 43, pp. 35-39.

Augusti, G.; Baratta, A.; Casciati, F. (1984) - "Probabilistic methods in structural engineering", Chapman and Hall.

- Ayyub, B.M.; Lai, K.L. (1990) - "Structural reliability assessment using Latin Hypercube Sampling", 5th International Conference on Structural Safety and Reliability (ICOSSAR'89), Ang, A.H-S., M. Shinozuka and G.I. Schueller ed., ASCE, New York, 1990, Vol III, pp. 1177-1184.
- Ayyub, B.M.; McCuen, R.H. (1995) - "Simulation-based reliability methods", Probabilistic Structural Mechanics Handbook, C. Sundarajan, ed., Chapman & Hall.
- Ayyub, B.M.; McCuen, R.H. (1997) - "Probability Statistics and Reliability for Engineers", Boca Raton, FL: CRC Press.
- Azeredo, M. (1986) - "Verificação da segurança em relação ao estado limite último de encurvadura", Curso sobre a Nova Regulamentação para o Projecto de Estruturas de Betão, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal.
- Azeredo, M. (1988) - "Questões levantadas pelo capítulo VIII do REBAP - Verificação da segurança em relação ao estado limite último de encurvadura", Jornadas sobre a aplicação da Nova Regulamentação de Estruturas, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal.
- Azeredo, M. (1994) - "Método simplificado de determinação dos efeitos de 2^a ordem em estruturas porticadas de betão armado, incluindo o efeito tridimensional", Encontro Nacional "Betão Estrutural", Porto, Portugal, pp. 749-759.
- Bathe, K.J. (1982) - "Finite element procedures in Engineering Analysis", Prentice-Hall, New Jersey, USA.
- Bathe, K.J.; Ramm, E.; Wilson, E.L. (1975) - "Finite element formulations for large deformation dynamic analysis", International Journal of Numerical Methods on Engineering, Vol 9, pp. 353-386.

- Bártolo, A.; Câmara, J.; Vinagre, J.; (1990) - "Disposições regulamentares relativas ao dimensionamento de pilares de estruturas de betão armado", 2^{as} Jornadas Portuguesas de Engenharia de Estruturas, LNEC, Lisboa.
- Bazant Z.P.; Oh, B.M. (1984) - "Deformation of progressively cracking reinforced concrete beams", ACI Journal, pp. 268-278.
- Bazant Z.P.; Pan J.; Cabot G.P. (1987) - "Softening in reinforced concrete beams and frames", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 113, Nº 12, pp. 2333-2347.
- Bazant Z.P.; Cedolin, L.; Tabbara, M.R. - "New method of analysis for slender columns", ACI Structural Journal, Vol. 88, Nº 4, pp. 391-401.
- Bjerager, O. (1990) - "Methods for structural reliability computations", Course on: General Principles and Applications in Mechanics of Solid and Structures, International Center for Mechanical Sciences, Udine, Italy.
- Borges, J. F.; Castanheta, M. (1971) - "Structural safety", course 101, 2nd edition, Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisboa, Portugal.
- Bucher, C.G.; Bourgund, U. (1990) - "A fast and efficient response surface approach for structural reliability problems", International Journal of Structural Safety, Vol .7, pp. 57-66.
- Caetano, E.; Delgado, R. (1988) - "A encurvadura em pórticos de betão armado", Jornadas sobre a Aplicação da Nova Regulamentação de Estruturas, FEUP, Porto, pp. 3.127-3.145.
- Calgaro, J.A. (1996), "Introduction aux Eurocodes. Sécurité des constructions et bases de la théorie de la fiabilité". Presses de L'école Nationale des Ponts e Chaussées, Paris, France.

- Calvi, G.M.; Kingsley, G.R. (1995), "Displacement-Based Seismic Design of Multi-Degree-Of-Freedom Bridge Structures", *Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 24, pp. 1247-1266.
- Câmara, J.; Vinagre, J.; Pinto, A. (1994) - "Metodologia para verificação de segurança em análises não lineares", *Encontro Nacional " Betão Estrutural 1994"*, Porto, pp. 373-383.
- Campos Costa, A.P.N. (1993) - "A acção dos sismos e o comportamento das estruturas", *Tese de Doutoramento, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto*.
- Castanheta, M.C.N. (1985) - "Critérios gerais de verificação da segurança. Algumas anotações ao RSA: Primeira Parte", *Curso sobre estruturas de betão armado sujeitas à acção sísmica, Laboratório Nacional de Engenharia Civil*, pp.1-24.
- Castro, P.M.R.P.; Cruz, P.J.S.; Sá, J.M.A.C.; Delgado, R.M. (1992) - "Encurvadura de pilares de betão armado em edifícios", *XIII Congresso Ibero Latino Americano de Métodos Computacionais para Engenharia, Porto Alegre, Brasil, Vol 2*, pp 1-10.
- Castro, P.M.R.P.; Delgado, R.M.; Sá, J.C. (1994) - "Segurança relativamente aos estados limites de encurvadura", *Encontro Nacional "Betão Estrutural 1994"*, Porto, pp. 735-748.
- Castro, P.M.R.P. (1998) - "Modelos para análise da encurvadura em pórticos de betão armado", *Tese de Doutoramento, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto*.
- Cauvin, A.; Macchi, G. (1987) - "New definition of slenderness of reinforced concrete columns", *IABSE Proceedings P-110/87*, pp. 45-68.

- CEB, Comité Euro-International du Béton (1975) - "Manuel de sécurité des structures. Concepts généraux, charges et actions - 2^{ème} partie", Bulletin d'Information n°107.
- CEB, Comité Euro-International du Béton (1977) - "Manual of buckling and instability ", Bulletin d'Information n°123.
- CEB, Comité Euro-International du Béton (1980a) - "Manuel de Sécurité", Bulletin d'Information n°127.
- CEB, Comité Euro-International du Béton (1980b) - "Manuel de Sécurité", Bulletin d'Information n°128.
- CEB, Comité Euro-International du Béton (1988) - "General principles on reliability for structures", Bulletin d'Information n°191.
- CEB, Comité Euro-International du Béton (1990) - "CEB-FIP Model Code 1990. Final Draft", Bulletin d'Information n°204.
- CEB, Comité Euro-International du Béton (1997) - "Non-linear analysis. Discussion papers from the working part in Commission 1", Bulletin d'Information n°239.
- Cesar de Sá, J. (1986) - " Numerical Modelling of Incompressible Problems in Glass Forming and Rubber Technology.", Ph. D. Thesis, University College of Swansea, U.K.
- Chen, W.F; Mosallam, K.H. (1991) - "Concrete buildings. Analysis for safe construction", CRC Press, Lewis Publishers.
- Chen, W.F; Toma S. (1994) - "Advanced analysis of steel frames - Theory, software and application", CRC Press, Boca Raton.
- Cornell, C.A. (1969) - "A probability based structural code", Journal of the American Concrete Institute (ACI), Vol. 66, N°12, pp. 974-985.

- Costa, A.G. (1989) - "Análise sísmica de estruturas irregulares", Tese de Doutoramento, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
- Crisfield, M.A. (1991) - "Non-linear finite element analysis of solids and structures", Vol. 1, John Willey & Sons Limited, England.
- Cruse, T.A. (1997) - "Reliability-based Mechanical Design", Marcel Dekker, Inc., p.341.
- Cruz, P.J.S. (1991) - "Análise não linear de estruturas porticadas planas de betão", Tese de Mestrado, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
- DNA, Eurocódigo 2 (1996) - "Eurocódigo 2 - Projecto de estruturas de betão- Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios" Documento Nacional de aplicação, versão provisória para aprovação pela CT 115.
- Duarte, R.T. (1978) - "Uma teoria linear do comportamento dinâmico das estruturas sujeitas às acções sísmicas", Tese de Doutoramento, Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisboa.
- Dunn, O.J.; Clark, V.A. (1974) - "Applied statistics: Analysis of Variance and Regression", Wiley, New York, USA.
- EC1-1 (1994) - CEN, European Prestandard ENV 1991-1, "Eurocode 1 - Basis of design and actions on structures. Part 1: Basis of design".
- EC1-2 (1994) - CEN, European Prestandard ENV 1991-2-4, "Eurocode 1 - Part 2.4:Imposed load on buildings".
- EC2-1 (1991) - CEN, European Prestandard ENV 1992-1-1, "Eurocode 2 - Design of concrete structures. Part 1 - General rules and rules for buildings".
- EC2-2 (1994) - CEN, European Prestandard ENV 1992-2, "Eurocode 2 - Design of concrete structures. Part 2 - Concrete bridges".

- EC8-1 (1994) - CEN, European Prestandard ENV 1998-1-1, "Eurocode 8 - Design provisions for earthquake resistance of structures - Part 1-1: General rules - seismic actions and general requirements for structures".
- Ferry-Borges, J.; Castanheta, M. (1968) - "Structural safety", Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisboa.
- Ferry-Borges, J. (1982) - "Quality assurance and reliability of concrete structures", CEB, Bulletin d'Information, N° 147.
- Figueiras J.A. (1983) - "Ultimate load analysis of anisotropic and reinforced concrete plates and shells", Ph. D. Thesis, University College of Swansea, U.K.
- Figueiras J.A.; Owen, U.R.J. (1984) - "Nonlinear analysis of reinforced concrete shell structures", proceedings of the International Conference on Computer Aided Analysis and Design of Concrete Structures, part I, pp. 509-532, Swansea, UK.
- Florian, A.; Navrátil, J. (1994) - "Reliability analysis of the cable stayed bridge in construction and service", Structural Safety and Reliability, Schueller, Shinozuka and Yao ed., Balkema, Rotterdam, pp. 869-877.
- Freudenthal, A.M.; Garrelts, J.M.; Shinozuka, M. (1966) - "The analysis of structural safety", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 92 ST2.
- Ghali, A.; Neville, A. M. (1997), "Structural Analysis", E & FN Spon, London.
- Gerstle, K.H. (1981) - "Simple formulation of biaxial concrete behaviour", ACI Journal, Vol. 78, pp. 62-68.
- Gomes, C.; Appleton, J. (1996) - "Nonlinear cyclic stress-strain relationship of reinforcing bars including buckling", Engineering Structures, Vol. 19, N° 10, pp. 822-826.

- Guimarães, R.C.; Cabral, J.A.S. (1997) - "Estatística", McGraw-Hill de Portugal, Lisboa, Portugal.
- Hage (1978) - "Structural design of tall concrete and masonry buildings", ASCE, Vol. CB.
- Hart, V.G.; Howard, L.N. (1978) - " Ideas and examples for presenting the Newton-Raphson method", Aust. Math. Soc. Gaz. 5, 73-89.
- Hasofer, A.M.; Lind, M.C. (1974) - "An exact and invariant first order reliability format", Journal of the Mechanic Division, ASCE, Vol. 100.
- Henriques, A.A.R.; Calheiros, F.J.L.C.; Figueiras, J.A. (1994) - "Para uma metodologia consistente de verificação de segurança estrutural", Encontro Nacional " Betão Estrutural 1994", Porto, pp. 385-398.
- Henriques, A.A.R.; Calheiros, F.J.L.C.; Figueiras, J.A. (1996) - "Para um formato de segurança associado à análise não linear", 6.º Encontro Nacional sobre Estruturas Pré-Esforçadas, LNEC, Lisboa, pp. 1.1-1.12.
- Henriques, A.A.R.; Calheiros, F.J.L.C.; Figueiras, J.A. (1997) - "Avaliação da segurança de secções flectidas de betão armado", Actas do 5.º Encontro Nacional de Mecânica Computacional, Guimarães, pp. 217-226.
- Henriques, A.A.R. (1998) - "Aplicação de novos conceitos de segurança no dimensionamento estrutural", Tese de Doutoramento, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
- Hibbit, H.D.; Marcal, P.V.; Rice, J.R. (1970) - "A finite element formulation for problems of large strain and large displacement", International Journal of Solids and Structures, Vol. 6, pp. 1069-1086.
- Hinton, E.; Owen, D.R.J. (1981) - "An introduction to finite elements computations", Pineridge Press Ltd. Swansea, U.K.

- Ibrahim, Y. (1991) - "General strategy for structural systems reliability analysis", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.117, Nº3, pp. 2410-2420.
- Iman, R.L.; Conover, W.J. (1980) - "Small Sample Sensitivity Analysis Techniques for Computer Models, with an Application to Risk Assessment", Communications in Statistics: Theory and Methods A9, Nº 17, pp. 1749-1842.
- Johnston, B.G. (1983) - "Column buckling theory. Historic highlights", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.109.
- Kardestuncer, H.; Norrie, D.H. (1987) - "Finite element handbook.", McGraw-Hill, New York.
- Kiureghian, A.D.; Lin, H.Z.; Hwang, S.J. (1987) - "Second-order reliability approximations", Journal of the Mechanical Division, ASCE, Vol. 113, Nº 8, pp. 1208-1225.
- Köning, G.; Nguyem, T.; Ahner, C. (1977) - "Consistent safety format", Comité Euro-International du Béton, CEB, Bulletin d'Information nº 239, pp.1-16.
- Kordina, K.; (1972a) - "Cracking and crack control", Proceedings of the International Conference on Planning and Design of Tall Buildings, Vol. III, pp. 721-731.
- Kordina, K.; (1972b) - "Behaviour and design of slender concrete columns", Proceedings of the International Conference on Planning and Design of Tall Buildings, Vol. III, pp. 555-570.
- Kowalsky, M.J.; Priestley, M.J.N.; Macrae, G.A. (1995) - "Displacement-Based design of RC Bridge columns in Seismic Regions", Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 24, pp. 1623-1643.
- Krenk, S.; Vissing-Jorgensen, C.; Thesbjerg, L. (1999) - "Efficient collapse analysis techniques for framed structures", Computers & Structures, nº72, pp. 481-496.

- Lai, S.M.; MacGregor, J. (1983) - "Geometric nonlinearities in unbraced multistory frames", *Journal of the Structural Division, ASCE*, Vol.109, ST11, pp.2528-2545.
- Leitch, R.D. (1995) - "Reliability analysis for engineers. An introduction.", Oxford University Press, London, England.
- L'Hermite, R. (1955) - "Idées actuelles sur la technologie du béton", Ed. Institute des Technologies des Batiments et Travaux Publics, Paris, France.
- Lilliefors, H.W. (1967) - "On the Kolmogorov-Smirnov tests for normality with mean and variance unknown", *Journal of the American Statistic Association*, Vol. 62.
- Lima, J.D.; Monteiro, U., Mun, M. (1985) - "Betão armado - Esforços normais de flexão (REBAP-83)", Laboratório nacional de Engenharia Civil, Lisboa.
- Liu, W.K.; Besterfield, G.H.; Belytschko, T. (1998) - "Variational approach to probabilistic finite elements", *Journal of the Mechanic Division, ASCE*, Vol. 114, N° 12, pp. 2115-2133.
- Macchi, G. (1995) - "Nonlinear analysis. The CEB approach, new developments in nonlinear analysis methods", *Comité Euro-International du Béton, Bulletin d'Information n° 229*, pp.7-11..
- Marek, P.; Gustar, M. permaul, K. (1999) - "Transition from partial factors to Simulation-Based Reliability Assessment in structural design", *International Journal of Probabilistic Engineering Mechanics*, N°14, pp. 105-118.
- Mattiasson K. (1983) - "On the co-rotational finite element formulation for large deformations problems.", *Publication 83:1*, Chalmers University of Technology, Goteborg, Sweden.

- McMeeking, R.M.; Rice, J.R. (1975) - "Finite-element formulations for problems of large elastic-plastic defromation", International Journal of Solids and Structures, Vol. 11, pp. 601-616.
- McKay, M.D.; Beckman, R.J.; Conover, W.J. (1979) - "A comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code", Technometrics 21, pp. 239-245.
- Melchers, R.E. (1987) - "Structural Reliability Analysis and Prediction", Ellis Horwood Series in Civil Engineering, Chicester, England.
- Meyer, P.L. (1984) - "Probabilidade - Aplicações à estatística", Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 2ª Edição, Rio de Janeiro, Brasil.
- Mimoso, M.M.O. (1990) - "Encurvadura de estruturas de betão armado novos critérios de definição dos limites de esbelteza", 2ªs Jornadas Portuguesas de Engenharia de Estruturas, Lisboa.
- Mimoso, M.M.O. (1991) - "Encurvadura de estruturas porticadas de betão armado", Tese de Doutoramento, Instituto Superior Técnico da Universidade Técnica de Lisboa..
- Monteiro, L.F.N.D.M. (2000) - "Reforço de estruturas de betão armado - Modelos de dimensionamento e verificação de segurança", Tese de Mestrado, Instituto Superior Técnico da Universidade Técnica de Lisboa.
- Navartil, J. Florian, A. (1993) - " Time-dependent analysis of a cable stayed bridge with uncertainties in input parameters", 5th International RILEM Symposium, Creep and Shrinkage of Concrete, Spain, E&FN Spon, pp. 623-628.
- Novák, D.; Kijawatworawet, W. (1990) - " A comparison of accurate advanced simulation methods and Latin Hypercube Sampling method with approximate curve fitting to solve reliability problems", Internal Working Report nº34, Institute of Engineering Mechanics, University of Innsbruck, Austria.

- Novák, D.; Shiraishi, N. (1993) - " Latin Hypercube response approximation and sensivity analysis for reliability problems", Research Report n°93-ST-01, School of Civil Engineering, Kyoto University, Kyoto, Japan.
- Novák, D.; Teplý, B.; Kersner, Z. (1997) - "The role of Latin Hypercube Sampling Method in reliability engineering", 7th International Conference on Structural Safety and Reliability (ICOSSAR'97), Ang, A.H-S., M. Shinozuka and G.I. Schueller ed., ASCE, Kyoto, Japan.
- Nowak, A.S.; Collins, K.R. (2000) - "Reliability of Structures", McGraw-Hill International Editions, Civil Engineering Series.
- Nowak, A.S.; Lind, N.C. (1995) - "Probability-based Design Codes", Probabilistic Structural Handbook, Chapman & Hall, p.p. 331-428.
- Owen, D.R.J.; Hinton, E. (1980) - "Finite element in plasticity: theory and practice", Pineridge Press Ltd. Swansea, U.K.
- Petersons, N. (1964) - "Strenght of concrete in finished structures", Transactions of the Royal Institute of Tchnology, Stockholm, Sweden.
- Póvoas R.H.C.F.; Figueiras J.A. (1987) - "Non linear modelling of plane RC structures" Proceedings of the international conference: Computational plasticity - models, software and applications, Barcelona, Spain, Pineridge Press, Swansea, UK, p.p. 1851-1865.
- Prot, M. (1948) - "La sécurité des constructions. Rapport introductif", Publication préliminaire du 3ème Congrès de l'Association Internationale des Ponts e Charpentes, Liège, September.
- Rajashekhar, M.R.; Ellingwood, B.R. (1993) - "A new look at the response approach for reliability analysis", Journal of the Structural Division, Structural Safety, Vol. 12, pp. 205-220.

- REBAP (1985) - "Regulamento de estruturas de betão armado e prè-esforçado" - Decreto-Lei nº 357/85, Imprensa Nacional - Casa da Moeda, Lisboa.
- RSA (1983) - "Regulamneto de Segurança e Acções para Estruturas de Edifícios e Pontes" - Decreto-Lei nº 235/83, Imprensa Nacional - Casa da Moeda, Lisboa.
- Rubinstein, R.Y.; Melamed, B.; Shapiro, A. (1998) - "Modern simulation and modeling", Wiley Series in Probability and Statistics. Applied Probability and Statistics.
- Sandberg, G.; Olsson, A. (1999) - "Failure sensitivity analysis of engineering structures", Computers & Structures, nº72, pp. 525-534.
- Sargin, M. (1971) - "Stress-strain relationships for concrete and the analysis of structural concrete sections", Study nº 4, Solid Mechanics Division, University of Waterloo, Ontario, Canada.
- Tohft-Cristensen, P.; Baker, M.J. (1982) - "Structural reliability theory and its applications", Springer-Verlag, Berlin.
- Tiago de Oliveira, J. (1989) - "Probabilidades e estatística. Conceitos, métodos e aplicações", Volume I, McGraw-Hill.
- Tiegen, J.G.; Frangopol, D.M.; Sture, S. (1991) - "Probabilistic FEM for nonlinear concrete structures - I theory", Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 117, Nº 9, pp. 2690-2707.
- Timoshenko, S.P.; Gere, J.M. (1961) - "Theory of elastic stability", McGraw-Hill International Editions, 2nd ed., New York, USA.
- Tohft-Cristensen, P.; Baker, M.J. (1982) - "Structural reliability theory and its applications", Springer Verlag, New York.

Tomassone, R.; Lesquoy, E.; Miller, C. (1983) - "La regression - nouveaux regards surs une ancienne méthode statistique", Masson.

Trahair, N.S. (1993) - "Flexural-Torsional buckçing of structures", CRC Press, Lewis Publishers.

Tvedt, L. (1990) - "Distribution of quadratic forms in normal space - application to structural reliability", Journal of the Mechanic Division, ASCE, Vol. 116, Nº 6, pp. 1183-1197.

Vasco Costa, F. (1948) - "Notions de probabilité dans l'étude de la sécurité des constructions", Publication préliminaire du 3ème Congrès de l'Association Internationale des Ponts e Charpentes, Liège, September.

Vila Pouca, N.S. (1992) - "Mobilidade das estruturas de betão armado na análise à encurvadura", Tese de Mestrado, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.

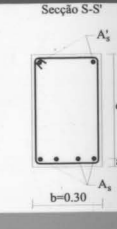
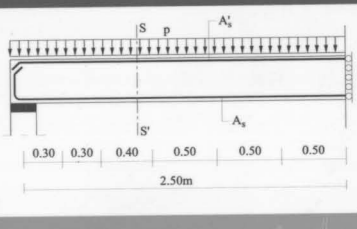
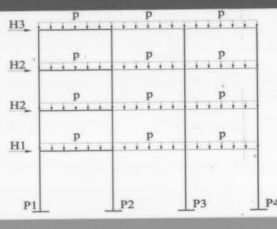
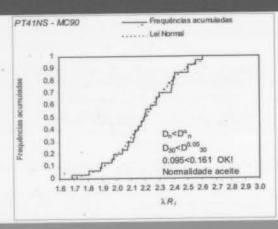
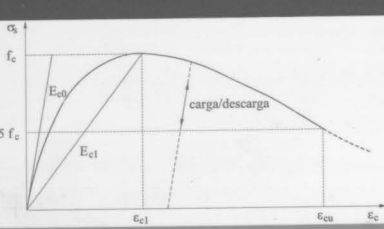
Vinagre, J.C. (1992) - "Análise não linear de pórticos de betão armado: discussão da avaliação dos efeitos de 2ª ordem", 3º Encontro de Mecânica Computacional, Coimbra, Vol I, pp. E11.1-E11.12.

Vinagre, J.C.; Bártolo, J.; Câmara, J. (1994) - "Avaliação e discussão dos efeitos de 2ª ordem em edifícios", Encontro Nacional " Betão Estrutural 1994", Porto, pp. 1-13.

Vinagre, J.C. (1997) - "Avaliação dos efeitos de 2ª ordem em edifícios de betão armado", Tese de Doutoramento, Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa.

Waszczyszyn, Z.; Janus-Michalska, M. (1998) - "Numerical approach to the "exact" finite element analysis of in-plane finite displacements of framed structures", Computers & Structures, nº69, pp. 525-535.

- Wen, Y.K.; (1990) - "Structural load modeling and combination for performance and safety evaluation", Amsterdam: Elsevier.
- Wen, Y.K.; Collins, K.R.; Han, S.W.; Elwood, K.J. (1996) - "Building reliability and codified designs under seismic loads", Proceedings of the ICAPS 7 Conference, Paris, pp. 939-945.
- Yaghmai, S; Popov, E.P. (1971) - "Incremental analysis of large deflection of shells of revolution", International Journal of Solids and Structures, Vol. 7, pp. 1375-1393.
- Zák, J. Novák, D. (1995) - "Architectural studies, materials and analysis", Proceedings of the 4th International Conference on Studies of Historical Buildings, STREMA 95.
- Zienkiewicz O.C.; Taylor R. L. (1994) - "The finite element method", 4th ed. McGraw-Hill, London.
- Zhou, J.H.; Nowak, A.S. (1988) - "Integration Formulas for Functions of Random Variables", Journal of Structural safety, Nº5, pp. 267-284.





FACULDADE DE ENGENHARIA
UNIVERSIDADE DO PORTO

BIBLIOTECA



0000079598