

Resumo

Neste trabalho investiga-se a aplicação do método dos elementos finitos à modelação numérica das ondas de superfície dispersivas de origem gravítica. Numa primeira parte é feita a dedução dos modelos de propagação a uma e duas dimensões horizontais de Boussinesq, Madsen & Sørensen, Seabra-Santos e Nadaoka & Beji. É utilizada uma parametrização unificadora dos modelos de águas profundas e pouco profundas. As características lineares de dispersão e de empolamento desses modelos são comparadas. Os requisitos em termos de condições fronteira e iniciais são também analisados. Numa segunda parte um método de elementos finitos tipo Petrov-Galerkin, com precisão de terceira ordem para a solução numérica das equações de Boussinesq a uma e duas dimensões horizontais, é desenvolvido. O mesmo método é válido, exactamente nas mesmas condições, para o modelo de Seabra-Santos. Elementos finitos são usados nos domínios do espaço e do tempo. A correcção da dispersão numérica e um mecanismo de dissipação altamente selectivo são introduzidos por intermédio de termos adicionais do tipo upwind e crosswind nas funções de peso. As funções de interpolação são trilineares no espaço-tempo, enquanto as funções de peso são bilineares no espaço e quadráticas no tempo. A integração no tempo resulta num esquema implícito a um passo, do tipo predictor-corrector. A análise de precisão é baseada numa expansão local em série de Taylor, resultando na equação diferencial equivalente. É também feita uma análise baseada numa solução linear em série de Fourier. A análise de estabilidade baseia-se no critério de von Neumann. O mesmo tipo de formulação foi desenvolvido para o modelo de Madsen & Sørensen, embora numa forma não consistente, com as mesmas características de precisão e estabilidade. Para o modelo de Nadaoka & Beji, recorreu-se a uma formulação de Bubnov-Galerkin baseada num esquema de interpolação mista no espaço. Os resultados numéricos foram comparados com soluções analíticas e com medições feitas em laboratório e disponíveis na literatura da especialidade. Os resultados mostraram uma boa correlação com as soluções analíticas e com as medições.

Abstract

In this research work the finite element method is applied to the numerical modelling of dispersive gravity surface water waves. Firstly the wave propagation models of Boussinesq, Madsen & Sørensen, Seabra-Santos and Nadaoka & Beji are deduced. A unifying parameterization for the deep and shallow water models is used. The characteristics of linear frequency dispersion and wave linear shoaling are compared for the referred models. The necessary boundary and initial conditions are also analysed. Secondly a Petrov-Galerkin finite element method with third-order accuracy for the numerical solution of the Boussinesq equations in one- and two-horizontal dimensions is presented. The same method, under exactly the same conditions, is equally valid for the discretization of the model by Seabra-Santos. Finite elements are used in both the space and the time domains. Dispersion correction and a highly selective dissipation mechanism are introduced through additional

streamline up- wind and crosswind terms in the weighting functions. The interpolation functions are trilinear in the space-time domain while the weighting functions are bilinear in space and quadratic in time. An implicit one-step time integration scheme results, which is of the predictor-corrector type. The accuracy analysis is performed by means of local expansion by Taylor series, from which an equivalent differential equation is obtained. An analysis based on a linear Fourier series solution is also done. The stability analysis is based on von Neumann's stability criterion. The same kind of formulation was applied to the model by Madsen & Sørensen, although in a non consistent way, with the same characteristics of accuracy and stability. For the model by Nadaoka & Beji, a Bubnov-Galerkin formulation based on a mixed interpolation scheme on space was used. The numerical results are compared to analytical solutions and to laboratory measurements available in the literature. In both cases a good agreement is shown.