

Manuel Alexandre Vieira Baptista

Estudo Micromagnético de Sensores Magnetoresistivos



Dissertação submetida à Faculdade de Ciências da Universidade do Porto para obtenção do grau de Mestre em Física do Estado Sólido e Ciência dos Materiais

Departamento de Física
Faculdade de Ciências da Universidade do Porto

1999

Agradecimentos

Dr. João Pedro Araújo (IFIMUP - Porto)
Doutor Manuel M. P. Azevedo (IFIMUP - Porto)
Dr. Pedro Gandra (IC - London)
Prof. K. Ramstök (Netherlands)
Prof. J. Miltat (LPS/UPS - Paris)
Eng. Gonçalo Albuquerque (INESC - Lisboa)
Eng. Filipe Ribeiro (INESC - Lisboa)
Prof. Doutor J. L. Martins (INESC/IST - Lisboa)
Prof. Doutor Paulo Freitas (INESC/IST - Lisboa)
Prof. Doutor João Bessa Sousa (IFIMUP/DFUP - Porto)

Sumário

Neste trabalho aplica-se a teoria micromagnética à simulação de sensores de leitura magnetoresistivos. No primeiro capítulo é efectuado um estudo detalhado da formulação teórica do micromagnetismo. Em seguida, a teoria é aplicada à simulação de diversos sensores magnetoresistivos não blindados num modelo bidimensional, sendo obtidas curvas de magnetização e magnetoresistência. No último capítulo, é desenvolvido um método baseado em transformações conformes para o cálculo de campos magnéticos em sensores com blindagens magnéticas de elevada permeabilidade, num modelo bidimensional. Este é um método alternativo aos métodos habitualmente utilizados neste problema (método dos elementos finitos, por exemplo).

Summary

In this work, micromagnetic theory is applied to the simulation of magnetoresistive reading heads. In the first chapter a detailed study of micromagnetic theory is performed. Then the micromagnetic theory is applied to the simulation of several unshielded magnetoresistive sensors, using a bidimensional model. Some magnetization and magnetoresistance curves are obtained. In the last chapter, a method based upon conformal mapping is developed to evaluate magnetic fields at high magnetic permeability shielded sensors. It is an alternative method to those usually applied to this problem (the finite element method, for instance).

Sommaire

Dans ce travail le micromagnétisme est appliqué à la simulation des capteurs magnétoresistifs. Au premier chapitre on étudie la théorie micromagnétique. En suite, cette théorie est appliquée à la simulation des capteurs magnétoresistifs non blindés. Des courbes d'aimantation et de magnétoresistance sont obtenues. Au dernier chapitre on développe une méthode de transformations conformes pour le calcul des champs magnétiques à deux dimensions pour le cas des capteurs avec des blindages à haute perméabilité magnétique. Cette méthode est alternatif aux méthodes habituellement utilisées pour ce problème (la méthode des éléments finits, par exemple).

Conteúdo

1	Micromagnetismo	9
1.1	Introdução	9
1.2	Formulação Contínua do Micromagnetismo	10
1.2.1	Energia micromagnética	10
1.2.2	O campo desmagnetizante	14
1.2.3	Equações fundamentais do micromagnetismo	18
1.3	Formulação Discreta do Micromagnetismo	20
1.3.1	Discretização do sistema magnético	20
1.3.2	Cálculo numérico dos termos de energia	21
1.3.3	Algoritmos de minimização	25
2	Simulação de Sensores Magnetoresistivos	27
2.1	Sensores de leitura magnética	27
2.1.1	Introdução	27
2.1.2	Sensores Magnetoresistivos	28
2.2	Modelo simplificado	29
2.2.1	Hipóteses simplificativas	29
2.2.2	Simplificação dos termos de energia	30
2.3	Estudo analítico de um filme homogêneo com $\theta = constante$	32
2.3.1	Histerese magnética: modelo simplificado	33
2.3.2	Efeito do termo desmagnetizante	36
2.4	Simulação para um filme homogêneo com $\theta = \theta(y)$	38
2.4.1	Discretização	39
2.4.2	Termos de energia	39
2.4.3	Algoritmo de minimização	40
2.4.4	Alguns resultados para um filme de “permalloy” ($Ni_{80}Fe_{20}$)	42
2.5	Resultados experimentais	44

2.6	Filme em tricamada, baseado na magnetoresistência anisotrópica	46
2.6.1	As camadas MR e SAL	46
2.6.2	Expressões dos diversos termos de energia	47
2.6.3	Simulação do sensor MR-SAL	48
2.7	Filme nanoestruturado em “válvula de spin”, baseado no efeito GMR	50
3	Sensores Blindados	53
3.1	Transformações conformes	54
3.2	Método das imagens	55
3.3	Determinação da transformação conforme	55
3.4	Inversão numérica da transformação conforme	57
3.5	Cálculo da energia micromagnética	58
3.5.1	Campo aplicado	59
3.5.2	Campo desmagnetizante	61
	Considerações finais	63
	Apêndices	65
A	Tabela de conversão de unidades em electromagnetismo	65

Capítulo 1

Micromagnetismo

1.1 Introdução

O *micromagnetismo* [BRO63] é uma teoria de campo dos sistemas magnéticos, pois utiliza variáveis contínuas para descrever as grandezas físicas envolvidas. É aplicável numa escala mesoscópica, isto é, suficientemente detalhada para se poderem estudar os domínios magnéticos e também as regiões de transição entre eles, mas não tão detalhada que impessa uma formulação contínua. Esta teoria não fornece, portanto, informações sobre a distribuição local dos momentos magnéticos microscópicos, mas apenas sobre a magnetização local. Para temperaturas muito inferiores à temperatura crítica não existem flutuações significativas do módulo da magnetização local com a posição e o vector magnetização local varia apenas em direcção, mantendo a sua grandeza constante:

$$\vec{M}(\vec{r}) = M_s \vec{m}(\vec{r}) \quad ; \quad \|\vec{m}(\vec{r})\| = 1$$

onde M_s é a magnetização espontânea do meio à temperatura a que este se encontra.

Em sistemas magnéticos pretende-se muitas vezes determinar a configuração de equilíbrio da magnetização, tendo que se minimizar a energia livre do sistema na presença de imposições exteriores. Em equilíbrio, variações da energia livre de Gibbs devem ser nulas, o que nos conduz às *equações de Brown*. A evolução para o equilíbrio rege-se por uma equação de Landau-Lifshitz com um termo de amortecimento, descrevendo um movimento de precessão do vector magnetização local em torno de um campo magnético efectivo local, ficando estes dois vectores paralelos, em equilíbrio termodinâmico. O estudo da evolução para equilíbrio é importante, por estar na base de um dos algoritmos mais utilizados para minimizar a energia micromagnética.

1.2 Formulação Contínua do Micromagnetismo

1.2.1 Energia micromagnética

A temperatura constante e na ausência de fluxos de calor no sistema, a energia livre de Gibbs tem quatro contribuições:

- energia de interacção da magnetização local com o campo aplicado (energia de Zeeman)
- energia de interacção dipolar (energia desmagnetizante)
- energia de anisotropia
- energia de troca

Termo de Zeeman

A densidade de energia de interacção com o campo magnético aplicado, $g_a(\vec{r})$, tem a mesma forma que a energia de um dipolo num campo exterior aplicado, sendo o momento magnético do dipolo substituído pela magnetização local:

$$g_a(\vec{r}) = -\vec{M}(\vec{r}) \cdot \vec{H}_a(\vec{r})$$

$\vec{H}_a(\vec{r})$ é o campo aplicado que tem origem em fontes (correntes eléctricas) exteriores ao sistema e é, no caso mais geral, não uniforme. A energia total (G_a) é obtida por integração de $g_a(\vec{r})$ no volume V do sistema :

$$G_a = \int_V g_a(\vec{r}) d\vec{r} = - \int_V \vec{M}(\vec{r}) \cdot \vec{H}_a(\vec{r}) d\vec{r}$$

Termo desmagnetizante

A energia dipolar é a energia de interacção entre os diversos dipolos magnéticos existentes no material. No caso de um sistema descrito por uma magnetização local $\vec{M}(\vec{r}) = M_s \vec{m}(\vec{r})$, a densidade de energia de interacção dipolar é dada por:

$$g_d(\vec{r}) = -\frac{1}{2} M_s \vec{m}(\vec{r}) \cdot \vec{H}_{loc}(\vec{r})$$

onde $\vec{H}_{loc}(\vec{r})$ é o chamado campo magnético local, que se analisa em seguida. Em rigor, o campo que deveria figurar na equação acima seria o campo criado por todos os dipolos magnéticos microscópicos existentes no meio[MOR65]. Mas em micromagnetismo não conhecemos a distribuição microscópica dos momentos magnéticos, pelo que utilizamos a aproximação do campo local. Nesta aproximação, a distribuição microscópica dos momentos magnéticos só se torna importante numa vizinhança (esférica por simplicidade de cálculo) designada por cavidade e centrada no ponto \vec{r} onde queremos calcular $g_d(\vec{r})$.

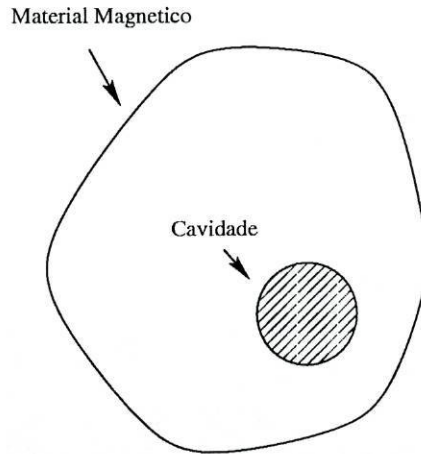


Figura 1-1 - Aproximação do campo local

O campo local escreve-se:

$$\vec{H}_{loc}(\vec{r}) = \vec{H}_d(\vec{r}) + \vec{H}_l(\vec{r}) + \vec{H}_c(\vec{r})$$

em que $\vec{H}_d(\vec{r})$ é o campo desmagnetizante, $\vec{H}_l(\vec{r})$ é o campo de Lorentz e $\vec{H}_c(\vec{r})$ é o campo na cavidade. Em seguida apresenta-se o significado de cada um destes campos:

1. O *campo desmagnetizante* é um campo macroscópico, criado pela magnetização do material. Deriva de um potencial magnetostático $\phi_m(\vec{r})$, originado por cargas de magnetização, que obedece à equação de Poisson, análogamente ao que se passa em electrostática [JAC62]. Pode então escrever-se:

$$\vec{H}_d(\vec{r}) = -\nabla\phi_m(\vec{r})$$

$$\nabla^2\phi_m(\vec{r}) = -4\pi\rho_m(\vec{r}) \quad ; \quad \rho_m(\vec{r}) = -\nabla\cdot\vec{M}(\vec{r})$$

A solução da equação de Poisson é dada pela sobreposição de potenciais do tipo

Coulomb:

$$\phi(\vec{r}) = - \int \frac{\nabla' \cdot \vec{M}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d\vec{r}'$$

em que o integral é estendido a todo o espaço. Após algumas manipulações, obtém-se a seguinte expressão geral para o campo desmagnetizante no espaço tridimensional:

$$\vec{H}_d(\vec{r}) = -4\pi\vec{M}(\vec{r}) + \nabla \times \int_v \left[\vec{M}(\vec{r}') \times \nabla' \left(\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) \right] d\vec{r}'$$

onde o integral é estendido ao volume dos corpos magnetizáveis. É claro que neste cálculo não se leva em conta a presença de outras condições fronteira para além do anulamento do potencial magnetostático em infinito. Além disso, a expressão de \vec{H}_d é válida apenas num espaço tridimensional, atendendo ao facto da expressão da lei de Coulomb só ser válida a três dimensões. Um tratamento mais detalhado deste termo será apresentado na secção seguinte.

2. O *campo de Lorentz* é a contribuição correspondente à região esférica na qual vamos efectuar o tratamento microscópico, que temos que subtrair ao resultado do cálculo macroscópico do campo desmagnetizante. Escreve-se:

$$\vec{H}_l(\vec{r}) = \frac{\vec{M}(\vec{r})}{3}$$

Ao multiplicar escalarmente por $\vec{M}(\vec{r})$ para obter a densidade de energia obtém-se $\frac{M^2}{3}$, que é um termo independente da direcção da magnetização local e que, portanto, não afecta o processo de minimização, pelo que não será incluído na densidade de energia de interacção dipolar.

3. O *campo da cavidade* é o campo criado por todos os dipolos na cavidade esférica, calculado microscópicamente. Este campo é nulo para sistemas com simetria cúbica. Como leva em conta o arranjo microscópico dos dipolos magnéticos, reflecte a simetria do material, pelo que pode ser incluído na constante de anisotropia K , a introduzir adiante. Para calcular esta constante, suposta conhecida empiricamente neste trabalho, seria necessário efectuar uma soma estendida aos momentos magnéticos microscópicos locais, reflectindo a simetria do material, tal como o campo de cavidade.

Assim, o único campo que se inclui na energia de interacção dipolar é $\vec{H}_d(\vec{r})$, sendo o correspondente termo de energia frequentemente conhecido por termo desmagnetizante.

A densidade de energia desmagnetizante escreve-se:

$$g_d(\vec{r}) = -\frac{1}{2}\vec{M}(\vec{r})\cdot\vec{H}_d(\vec{r}) = 2\pi M_s^2 - \frac{1}{2}\vec{M}(\vec{r})\cdot\nabla \times \int_v \left[\vec{M}(\vec{r}') \times \nabla' \left(\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \right) \right] d\vec{r}'$$

obtendo-se imediatamente a energia desmagnetizante total :

$$G_d(\vec{r}) = M_s^2 \int_v \left\{ 2\pi - \frac{1}{2}\vec{m}(\vec{r})\cdot\nabla \times \int_v \left[\vec{m}(\vec{r}') \times \nabla' \left(\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \right) \right] d\vec{r}' \right\} d\vec{r}$$

Termo de anisotropia

A energia de anisotropia magnetocristalina é devida a gradientes de campo eléctrico originados por distribuições anisotrópicas de cargas electrónicas e iónicas no material, que ficam acopladas ao magnetismo através de interacções do tipo spin-órbita, campo de cristal e efeitos relativistas. Este termo reflecte a simetria da rede cristalina do material em causa, fazendo surgir direcções de fácil e difícil magnetização. Pode ser obtido à custa de expansões em série, o que não será discutido neste trabalho. Em primeira ordem e para um meio uniaxial, a densidade de energia de anisotropia $g_k(\vec{r})$ escreve-se:

$$g_k(\vec{r}) = K [1 - (\vec{m}(\vec{r})\cdot\vec{e})^2] = \frac{1}{2}M_s H_k [1 - (\vec{m}(\vec{r})\cdot\vec{e})^2]$$

onde K é a constante de anisotropia, H_k o campo de anisotropia e \vec{e} a direcção de fácil magnetização. A energia total de anisotropia é:

$$G_k = \int_v g_k(\vec{r}) d\vec{r} = \frac{1}{2}M_s H_k \int_v (1 - (\vec{m}(\vec{r})\cdot\vec{e})^2) d\vec{r}$$

Termo de troca

A energia de interacção de troca entre momentos magnéticos microscópicos é dada pelo hamiltoneano de Heisenberg:

$$-J \sum_{i,j} \vec{\mu}_i \cdot \vec{\mu}_j$$

Esta é, em geral, uma interacção de curto alcance, em contraste com a interacção dipolar, pelo que a soma é em geral efectuada para os vizinhos imediatos. Nos sistemas com interesse neste trabalho, as variações de orientação de momentos magnéticos microscópicos

adjacentes são pequenas, como já se disse atrás, o que quer dizer que o ângulo entre eles é pequeno. Se a norma de todos os momentos magnéticos no material for a mesma, pode escrever-se:

$$\vec{\mu}_i \cdot \vec{\mu}_j = \mu^2 \cos \theta_{ij} \simeq \mu^2 \left(1 - \frac{1}{2} \theta_{ij}^2\right) \simeq \mu^2 \left(1 - \frac{1}{2} (\vec{m}_i - \vec{m}_j)^2\right) = \mu^2 \left(1 - \frac{1}{2} (\vec{r}_{ij} \cdot \nabla \vec{m}(\vec{r}))^2\right)$$

onde μ é a norma dos momentos magnéticos, θ_{ij} o ângulo entre momentos i e j adjacentes, \vec{m}_i versor do momento $\vec{\mu}_i$, \vec{r}_{ij} o vector que dá a posição relativa dos momentos $\vec{\mu}_i$ e $\vec{\mu}_j$, e $\vec{m}(\vec{r})$ o versor da magnetização local. É habitual designar por energia de troca, G_t , o excesso de energia relativamente ao alinhamento paralelo de todos os momentos no material. A expressão desta energia, na aproximação acima apresentada, escreve-se:

$$G_t = \frac{J \mu^2}{2} \sum_{i,j} (\vec{r}_{ij} \cdot \nabla \vec{m}(\vec{r}))^2$$

No caso de um sistema com simetria cúbica (liga *Permalloy* ($Ni_{80}Fe_{20}$), por exemplo), na aproximação de vizinhos imediatos e atendendo a que o módulo dos momentos magnéticos é dado pela magnetização espontânea M_s , a expressão anterior transforma-se em:

$$G_t = J \mu^2 a^2 \sum_i \left\{ \left[\left(\frac{\partial \vec{m}(\vec{r})}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \vec{m}(\vec{r})}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \vec{m}(\vec{r})}{\partial z} \right)^2 \right]_i \right\}$$

A densidade de energia de troca pode então escrever-se como:

$$g_t = \frac{1}{2} A M_s^2 (\nabla \vec{m}(\vec{r}))^2$$

onde A é conhecida por constante de rigidez de troca (*stiffness exchange constant* na literatura inglesa). Finalmente, a energia total de troca escreve-se:

$$G_t = \frac{1}{2} A M_s^2 \int_V (\nabla \vec{m}(\vec{r}))^2 d\vec{r}$$

1.2.2 O campo desmagnetizante

O campo desmagnetizante é um campo macroscópico. Apresenta-se em seguida uma derivação da sua expressão, a partir das equações de Maxwell. As *equações de Maxwell*

correspondentes à magnetostática escrevem-se, no sistema de unidades Gaussiano:

$$\nabla \times \vec{H}(\vec{r}) = \vec{j}(\vec{r})$$

$$\nabla \cdot \vec{B}(\vec{r}) = 0$$

onde $\vec{H}(\vec{r})$ é o *campo magnético*, $\vec{j}(\vec{r})$ é a *densidade de corrente* (correntes livres) e $\vec{B}(\vec{r})$ é a *densidade de fluxo magnético*, também conhecida por *indução magnética*. Considere-se agora a relação constitutiva magnética

$$\vec{B}(\vec{r}) = \vec{H}(\vec{r}) + 4\pi\vec{M}(\vec{r})$$

sendo $\vec{M}(\vec{r})$ a magnetização local. Designe-se, respectivamente, por $\vec{H}_a(\vec{r})$ o campo magnético e por $\vec{B}_a(\vec{r})$ a indução magnética correspondentes à ausência de material magnético. Note-se que $\vec{B}_a(\vec{r}) = \vec{H}_a(\vec{r})$, uma vez que na ausência de material a magnetização é nula. $\vec{H}_a(\vec{r})$ é designado *campo magnético aplicado*, e tem origem em correntes eléctricas criadas por fontes exteriores ao material magnético, com densidade $\vec{j}(\vec{r})$, ditas *correntes livres*. Assim, as equações para o campo aplicado, i. e., na ausência de material magnético, escrevem-se

$$\nabla \times \vec{H}_a(\vec{r}) = \vec{j}(\vec{r})$$

$$\nabla \cdot \vec{B}_a(\vec{r}) = 0$$

sendo $\vec{j}(\vec{r})$ o mesmo que nas equações de Maxwell (equações para $\vec{H}(\vec{r})$ e $\vec{B}(\vec{r})$). O *campo desmagnetizante* é o campo $\vec{H}_d(\vec{r})$ definido por

$$\vec{H}(\vec{r}) = \vec{H}_a(\vec{r}) + \vec{H}_d(\vec{r})$$

Substituindo esta expressão nas equações de Maxwell e utilizando as equações para o campo aplicado, obtêm-se as equações para o campo desmagnetizante

$$\nabla \times \vec{H}_d(\vec{r}) = 0$$

$$\nabla \cdot \vec{H}_d(\vec{r}) = -4\pi\nabla \cdot \vec{M}(\vec{r})$$

A primeira equação para o campo desmagnetizante é satisfeita ao escrever $\vec{H}_d(\vec{r}) = -\nabla\phi_m(\vec{r})$, sendo $\phi_m(\vec{r})$ o *potencial magnetostático*. Substituindo na segunda equação,

obtem-se

$$\nabla^2 \phi_m(\vec{r}) = -4\pi \rho_m(\vec{r})$$

conhecida por *equação de Poisson*. Nesta equação, $\rho_m(\vec{r}) = -\nabla \cdot \vec{M}(\vec{r})$ é designada por *densidade volúmica de carga magnética*. Embora não possam existir cargas magnéticas isoladas (monopolos), existe esta analogia formal entre a magnetostática e a electrostática.

A solução da equação de Poisson pode ser obtida, no espaço tridimensional, pela sobreposição de potenciais do tipo Coulomb:

$$\phi_m(\vec{r}) = \int \frac{\rho_m(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d\vec{r}' = - \int \frac{\nabla' \cdot \vec{M}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d\vec{r}'$$

em que o integral é estendido a todo o espaço. Notando que

$$\nabla' \cdot \left(\frac{\vec{M}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) = \frac{\nabla' \cdot \vec{M}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} + \vec{M}(\vec{r}') \cdot \nabla' \left(\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right)$$

tem-se

$$\phi_m(\vec{r}) = - \int \nabla' \cdot \left(\frac{\vec{M}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) d\vec{r}' + \int \vec{M}(\vec{r}') \cdot \nabla' \left(\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) d\vec{r}'$$

Aplicando o teorema da divergência

$$\phi_m(\vec{r}) = - \int_{\vec{r}' \in S} \frac{\vec{M}(\vec{r}') \cdot \vec{n}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d\vec{r}' + \int_{\vec{r}' \in V} \vec{M}(\vec{r}') \cdot \nabla' \left(\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) d\vec{r}'$$

onde S é uma superfície arbitrariamente afastada de todos os corpos magnetizáveis e V é o volume ocupado pelos mesmos. O primeiro integral é nulo pois $\vec{M}(\vec{r}) = 0$ numa tal superfície. O domínio do segundo integral reduz-se ao volume dos corpos magnetizáveis, pois fora destes $\vec{M}(\vec{r}) = 0$. Obtém-se, portanto,

$$\phi_m(\vec{r}) = \int_{\vec{r}' \in V} \vec{M}(\vec{r}') \cdot \nabla' \left(\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) d\vec{r}'$$

Note-se agora que

$$\nabla \left(\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) = -\nabla' \left(\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right)$$

e que

$$\nabla^2 \left(\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) = -4\pi \delta(\vec{r} - \vec{r}')$$

Esta última expressão é a equação de Poisson para uma carga pontual, da qual a lei de Coulomb é solução. Tomando o simétrico do gradiente do potencial magnetostático,

aplicando a relação vectorial

$$\nabla\{\nabla\cdot[\vec{A}(\vec{r})f(\vec{r})]\} = [\vec{A}(\vec{r})\cdot\nabla]\nabla f(\vec{r}) = \vec{A}(\vec{r})\nabla^2 f(\vec{r}) - \nabla \times [\vec{A}(\vec{r}) \times \nabla f(\vec{r})]$$

e aplicando as duas relações anteriores, obtém-se a seguinte expressão geral para o campo desmagnetizante, no espaço tridimensional:

$$\vec{H}_d(\vec{r}) = -4\pi\vec{M}(\vec{r}) + \nabla \times \int_V \left[\vec{M}(\vec{r}') \times \nabla' \left(\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) \right] d\vec{r}'$$

Um outro processo para obter a expressão de $\vec{H}_d(\vec{r})$ consiste em reescrever a equação de Poisson na forma integral recorrendo à teoria das funções de Green [GRE71][JAC62]:

$$\phi_m(\vec{r}) = \int_{\vec{r}' \in V} \rho_m(\vec{r}') G(\vec{r}, \vec{r}') d\vec{r}' + \int_{\vec{r}' \in \Sigma} \sigma_m(\vec{r}') G(\vec{r}, \vec{r}') d\vec{r}'$$

onde $\rho_m(\vec{r}')$ é a densidade volúmica de carga e $\sigma_m(\vec{r}')$ é a densidade superficial de carga. O primeiro integral é estendido ao volume de todos os corpos magnetizáveis, e o segundo é estendido à superfície que limita os mesmos, na qual surge uma densidade superficial de carga devido à descontinuidade na magnetização. $G(\vec{r}, \vec{r}')$ é conhecida por *função de Green* e corresponde ao potencial criado num ponto \vec{r} por uma carga pontual e unitária colocada num ponto \vec{r}' . A função de Green é, portanto, solução da seguinte equação de Poisson:

$$\nabla^2 G(\vec{r}, \vec{r}') = -4\pi\delta(\vec{r} - \vec{r}')$$

onde $\delta(\vec{r} - \vec{r}')$ é a distribuição delta de Dirac. Tem-se, portanto, que para resolver um dado problema com determinadas condições fronteira basta resolve-lo para uma carga pontual e unitária com as mesmas condições fronteira.

Para recuperar a expressão geral introduzida anteriormente para o campo desmagnetizante no espaço tridimensional, basta notar que o potencial criado num ponto \vec{r} por uma carga pontual e unitária colocada num ponto \vec{r}' , na ausência de outras condições fronteira além do anulamento do potencial em infinito, não é mais que a lei de Coulomb. A função de Green tridimensional é então dada por

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

sendo o potencial magnetostático dado por

$$\phi_m(\vec{r}) = \int_{\vec{r}' \in V} \frac{\rho_m(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d\vec{r}' + \int_{\vec{r}' \in \Sigma} \frac{\sigma_m(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d\vec{r}'$$

Escrevendo as densidade volúmica e superficial de carga magnética à custa da magnetização local

$$\rho_m(\vec{r}) = -\nabla \cdot \vec{M}(\vec{r})$$

$$\sigma_m(\vec{r}) = \vec{M}(\vec{r}) \cdot \vec{n}(\vec{r})$$

onde $\vec{n}(\vec{r})$ é a normal local, obtém-se

$$\phi_m(\vec{r}) = \int_{\vec{r}' \in V} \frac{-\nabla \cdot \vec{M}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d\vec{r}' + \int_{\vec{r}' \in \Sigma} \frac{\vec{M}(\vec{r}') \cdot \vec{n}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d\vec{r}'$$

Por aplicação do teorema da divergência ao segundo integral, tem-se

$$\phi_m(\vec{r}) = \int_{\vec{r}' \in V} \left[-\frac{\nabla \cdot \vec{M}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d\vec{r}' + \nabla \cdot \left(\frac{\vec{M}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) d\vec{r}' \right]$$

donde,

$$\phi_m(\vec{r}) = \int_{\vec{r}' \in V} \vec{M}(\vec{r}') \cdot \nabla \left(\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) d\vec{r}'$$

que é a expressão encontrada anteriormente para o potencial. Tomando o simétrico do gradiente e procedendo como anteriormente, obtém-se a mesma expressão para o campo desmagnetizante.

1.2.3 Equações fundamentais do micromagnetismo

A energia livre de Gibbs escreve-se como a soma de cada um dos termos apresentados anteriormente. A variação desta energia devido a variações da magnetização local escreve-se, após alguma álgebra:

$$\begin{aligned} \delta G = \int_V \left\{ M_s \left[-\vec{H}_a - \vec{H}_d(\vec{r}) - H_k(\vec{m}(\vec{r}) \cdot \vec{e})\vec{e} - AM_s(\nabla^2 \vec{m}(\vec{r})) \right] \cdot \delta \vec{m}(\vec{r}) \right\} d\vec{r} \\ + \int_S \left\{ AM_s^2 \frac{\partial \vec{m}(\vec{r})}{\partial \vec{n}} \cdot \delta \vec{m}(\vec{r}) \right\} d\sigma \end{aligned}$$

Em equilíbrio, qualquer variação da energia livre de Gibbs deve anular-se em primeira

ordem, o que só é possível se

$$\vec{m}(\vec{r}) \times \left[-\vec{H}_a - \vec{H}_d(\vec{r}) - H_k(\vec{m}(\vec{r}) \cdot \vec{e})\vec{e} - AM_s (\nabla^2 \vec{m}(\vec{r})) \right] = 0 \quad ; \quad \vec{r} \in V$$

$$\vec{m}(\vec{r}) \times \left[A \frac{\partial \vec{m}(\vec{r})}{\partial \vec{n}} \right] = 0 \quad ; \quad \vec{r} \in S$$

o que indica uma variação nula de $\vec{m}(\vec{r})$. Estas são as *equações de Brown*. Os termos entre parêntesis rectos podem ser vistos como campos efectivos locais, que em equilíbrio devem ser paralelos à magnetização local.

Da aplicação das equações de Euler-Lagrange [BRO63] ao Lagrangeano¹ do sistema

$$L = \frac{M_s}{\gamma} \int_V \phi \cos \theta d\vec{r} - G$$

resulta uma equação análoga à da precessão de um dipolo num campo magnético [HER68], mas em que, no lugar do momento magnético surge a magnetização local e no lugar do campo magnético surge o campo efectivo local, dado pela derivada da densidade de energia livre de Gibbs relativamente à magnetização local. Esta equação escreve-se [FER95]:

$$\frac{d\vec{M}(\vec{r})}{dt} = -\gamma \vec{M}(\vec{r}) \times \frac{dg(\vec{r})}{d\vec{M}(\vec{r})}$$

onde γ é a razão giromagnética. A introdução de um termo dissipativo [GIL55] origina a *equação de Gilbert*. O efeito deste termo consiste em travar o movimento de precessão do dipolo, fazendo a sua orientação tender para a direcção do campo aplicado. Na aplicação da equação de Gilbert para determinar a solução numérica de problemas micromagnéticos, a constante de atenuação η funciona como um parâmetro de convergência. Substituindo explicitamente o campo efectivo obtém-se:

$$\frac{d\vec{m}(\vec{r})}{dt} = -\gamma \vec{m}(\vec{r}) \times \left\{ \left[-\vec{H}_a - \vec{H}_d(\vec{r}) - H_k(\vec{m}(\vec{r}) \cdot \vec{e})\vec{e} - AM_s (\nabla^2 \vec{m}(\vec{r})) \right] + \right. \\ \left. + \eta M_s \frac{d\vec{m}(\vec{r})}{dt} \right\} \quad ; \quad \vec{r} \in V$$

¹ ϕ, θ, ψ são os ângulos de Euler do vector magnetização local. No Lagrangiano aparece apenas um termo em $\dot{\psi}$ e nenhum em ψ (ψ é uma coordenada cíclica) pelo que esta variável não contribui para o processo de minimização e não é incluída na expressão do Lagrangeano [GOL62]

$$\vec{m}(\vec{r}) \times \left[A \frac{\partial \vec{m}(\vec{r})}{\partial \vec{r}} \right] = 0 \quad ; \quad \vec{r} \in S$$

1.3 Formulação Discreta do Micromagnetismo

1.3.1 Discretização do sistema magnético

Na resolução numérica das equações micromagnéticas não podemos trabalhar com variáveis contínuas. Temos então que dividir o material em pequenas regiões i de volume V_i , designadas por discretizações, nas quais se fazem algumas aproximações ao modo de variação da magnetização local, a referir adiante. Independentemente destas aproximações, pretende-se minimizar a energia relativamente à configuração espacial da magnetização local, pelo que é necessário conhecer o valor da magnetização local nos diversos pontos da rede discreta. Na figura abaixo, encontra-se esquematizada a discretização, a duas dimensões para facilitar, tomando uma rede quadrada regular. Os contornos exteriores da rede representam a fronteira do material.

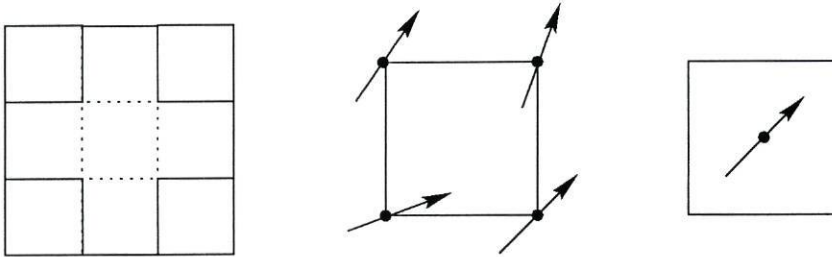


Figura 1-2 - Discretização do meio a duas dimensões

Pode supor-se que a magnetização local é conhecida nos vértices ou nos centros dos elementos da discretização. Sendo \vec{m}_i a magnetização local em cada ponto, a magnetização total é dada por

$$\vec{M} = \frac{M_s}{V} \sum_i \vec{m}_i V_i$$

onde V_i é o volume da célula i e V é o volume do material. Esta expressão corresponde a considerar a magnetização local constante numa célula centrada em cada ponto. Para uma rede regular, no caso em que se colocam os vectores \vec{m}_i nos nodos da rede esquematizada na figura acima, os vectores colocados nos vértices da fronteira do material só contribuem $1/4$ e os restantes vectores na fronteira contribuem $1/2$, conforme o ilustrado na figura seguinte.

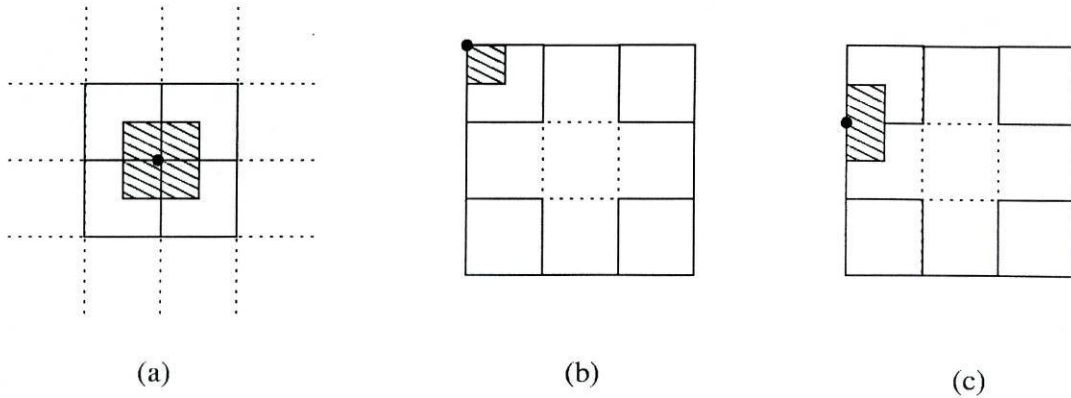


Figura 1-3 - Contribuição de cada nodo da rede para o cálculo da magnetização total: (a) nodo central, (b) vértice na fronteira, (c) restantes

Para minimizar os erros introduzidos pela discretização, a malha da rede deve ser pequena quando comparada com as variações características de magnetização e grande em relação às distâncias interatômicas. Os comprimentos característicos envolvidos são, respectivamente, a espessura da parede (região de transição entre domínios)

$$\lambda_p = \pi \sqrt{\frac{A}{2K}}$$

e o comprimento de troca

$$\lambda_t = \sqrt{\frac{A}{2M_s^2}}$$

que dependem apenas dos parâmetros intrínsecos do material, nomeadamente da magnetização espontânea M_s , da constante de anisotropia K e da constante de troca A .

1.3.2 Cálculo numérico dos termos de energia

Termo de Zeeman

A expressão analítica do termo de Zeeman escreve-se

$$E_a = \int_v \vec{M}(\vec{r}) \cdot \vec{H}_a(\vec{r}) d\vec{r}$$

No caso discreto procede-se do modo indicado na secção anterior para o cálculo da magnetização total. Supõe-se que o campo aplicado é uniforme na região onde a magnetização

local também o é e efectua-se uma soma estendida a todos os elementos da discretização. Tem-se

$$E_a = - \sum_{i=1}^N \vec{M}_i \cdot (\vec{H}_a)_i V_i$$

onde V_i é o volume de cada elemento da discretização.

Energia Desmagnetizante

Este termo é o mais pesado em termos computacionais, pois envolve interações de longo alcance, o que significa que no caso discreto surgem somas estendidas a todos os pares de vizinhos. Isto significa que o tempo de cálculo vai como N^2 , onde N é o número de elementos na rede.

A expressão contínua, à custa de funções de Green[MAI98], escreve-se:

$$\begin{aligned} E_d &= \frac{1}{2} \int_{\vec{r} \in V} \rho_m(\vec{r}) \int_{\vec{r}' \in V} \rho_m(\vec{r}') G(\vec{r}, \vec{r}') d\vec{r}' d\vec{r} \\ &+ \frac{1}{2} \int_{\vec{r} \in \Sigma} \sigma_m(\vec{r}) \int_{\vec{r}' \in V} \rho_m(\vec{r}') G(\vec{r}, \vec{r}') d\vec{r}' d\vec{r} \\ &+ \frac{1}{2} \int_{\vec{r} \in V} \rho_m(\vec{r}) \int_{\vec{r}' \in \Sigma} \sigma_m(\vec{r}') G(\vec{r}, \vec{r}') d\vec{r}' d\vec{r} \\ &+ \frac{1}{2} \int_{\vec{r} \in \Sigma} \sigma_m(\vec{r}) \int_{\vec{r}' \in \Sigma} \sigma_m(\vec{r}') G(\vec{r}, \vec{r}') d\vec{r}' d\vec{r} \end{aligned}$$

onde V é o volume e Σ a superfície do material. O primeiro passo a efectuar na discretização deste termo, consiste em escrevê-lo como uma soma de termos com a mesma forma, cada um respeitante a um elemento da rede, o que se pode fazer atendendo à definição de integral.

$$\begin{aligned} E_d &= \frac{1}{2} \sum_i \left\{ \sum_j \left\{ \int_{\vec{r} \in V_i} \rho_m(\vec{r}) \int_{\vec{r}' \in V_j} \rho_m(\vec{r}') G(\vec{r}, \vec{r}') d\vec{r}' d\vec{r} \right. \right. \\ &+ \int_{\vec{r} \in \Sigma_i} \sigma_m(\vec{r}) \int_{\vec{r}' \in V_j} \rho_m(\vec{r}') G(\vec{r}, \vec{r}') d\vec{r}' d\vec{r} \\ &+ \int_{\vec{r} \in V_i} \rho_m(\vec{r}) \int_{\vec{r}' \in \Sigma_j} \sigma_m(\vec{r}') G(\vec{r}, \vec{r}') d\vec{r}' d\vec{r} \\ &\left. \left. + \int_{\vec{r} \in \Sigma_i} \sigma_m(\vec{r}) \int_{\vec{r}' \in \Sigma_j} \sigma_m(\vec{r}') G(\vec{r}, \vec{r}') d\vec{r}' d\vec{r} \right\} \right\} \end{aligned}$$

onde V_i é o volume e Σ_i a superfície de cada elemento i . A forma explícita da expressão discretizada depende das aproximações feitas sobre $\rho_m(\vec{r})$ e $\sigma_m(\vec{r})$, e logo sobre a magnetização local $\vec{M}(\vec{r})$.

Sejam ρ_i e σ_i , respectivamente, as densidades $\rho_m(\vec{r})$ e $\sigma_m(\vec{r})$ referentes à discretização i , supostas constantes nessa discretização. A expressão discretizada toma a forma:

$$E_d = \frac{1}{2} \sum_i \left\{ \sum_j \left\{ \rho_i \rho_j a_{ij} + \sigma_i \rho_j b_{ij} + \rho_i \sigma_j c_{ij} + \sigma_i \sigma_j d_{ij} \right\} \right\}$$

onde a_{ij} , b_{ij} , c_{ij} , d_{ij} são as *matrizes magnetostáticas*, dadas por

$$a_{ij} = \int_{\vec{r} \in V_i} \int_{\vec{r}' \in V_j} G(\vec{r}, \vec{r}') d\vec{r}' d\vec{r}$$

$$b_{ij} = \int_{\vec{r} \in \Sigma_i} \int_{\vec{r}' \in V_j} G(\vec{r}, \vec{r}') d\vec{r}' d\vec{r}$$

$$c_{ij} = \int_{\vec{r} \in V_i} \int_{\vec{r}' \in \Sigma_j} G(\vec{r}, \vec{r}') d\vec{r}' d\vec{r}$$

$$d_{ij} = \int_{\vec{r} \in \Sigma_i} \int_{\vec{r}' \in \Sigma_j} G(\vec{r}, \vec{r}') d\vec{r}' d\vec{r}$$

A densidade de carga no interior de cada elemento é calculada a partir do valor da magnetização local nos vértices do elemento correspondente, utilizando um esquema de diferenças finitas[BER93].

No caso em que a magnetização é constante no interior de cada elemento, a densidade volumica de carga magnética ρ_i é nula, restando apenas a densidade superficial de carga magnética σ_i , originada na fronteira entre os elementos pela descontinuidade existente na magnetização local. Assim,

$$E_d = \frac{1}{2} \sum_i \left\{ \sum_j \left\{ \sigma_i \sigma_j d_{ij} \right\} \right\}$$

com d_{ij} dado pela expressão anterior.

As matrizes magnetostáticas são obtidas por integração das funções de Green. Para duas e três dimensões e no espaço livre a integração pode ser feita analiticamente. A integração das funções de Green pode também ser feita numericamente.

O termo desmagnetizante pode ainda ser calculado através da resolução numérica da equação de Poisson utilizando esquemas de diferenças finitas.

Termo de Anisotropia

A discretização deste termo é inteiramente análoga à do termo de Zeeman. Para uma anisotropia uniaxial com eixo de anisotropia \vec{e} a expressão contínua é

$$E_k = \frac{1}{2} \frac{H_k}{M_s} \int_V (1 - (\vec{M}(\vec{r}) \cdot \vec{e})^2) d\vec{r}$$

enquanto que a discretizada se pode escrever

$$E_k = \frac{1}{2} \frac{H_k}{M_s} \sum_i (1 - (\vec{M}_i \cdot \vec{e})^2)$$

Energia de Troca

A maneira mais simples de estabelecer uma expressão discretizada para o termo de troca, consiste em aplicar directamente o hamiltoneano de Heisenberg a elementos vizinhos imediatos, com magnetização local constante:

$$E_t = -\frac{Ad}{2} M_s^2 \sum_i (\vec{m}_i \cdot \sum_{j(v.i.)} \vec{m}_j)$$

Para ter maior precisão no cálculo deste termo, podem utilizar-se interpolações mais sofisticadas, envolvendo diversas ordens de vizinhos, sobre a expressão contínua

$$E_t = \frac{1}{2} AM_s^2 \int_V (\nabla \vec{m}(\vec{r}))^2 d\vec{r}$$

De novo, podem utilizar-se esquemas de diferenças finitas para aproximar o gradiente da magnetização[BER93].

Expressão discretizada para elementos com magnetização uniforme

A expressão discretizada da energia micromagnética, supondo uma magnetização uniforme no interior de cada discretização e uma rede cúbica com malha d , toma a forma:

$$E = -d^3 M_s \sum_i \vec{m}_i \cdot \vec{H}_a - d^3 H_k \sum_i (\vec{m}_i \cdot \hat{e}_k)^2 + \frac{1}{2} M_s^2 \sum_i (\vec{m}_i \cdot \sum_j M_{ij} \vec{m}_j) - \frac{Ad}{2} M_s^2 \sum_i (\vec{m}_i \cdot \sum_{j(v.i.)} \vec{m}_j)$$

onde M_{ij} é a matriz magnetostática. Os integrais que figuram nesta matriz são calculados

analiticamente e o seu valor numérico é calculado para cada par de elementos (i, j) no início do programa de simulação, sendo todos os valores guardados numa matriz M_{ij} para posterior utilização durante o cálculo da energia. Como se verá adiante, durante o processo de simulação a energia ou o campo efectivo, dado pela derivada funcional da energia em ordem à magnetização, são calculados diversas vezes para diferentes configurações de magnetização local.

1.3.3 Algoritmos de minimização

Como já se referiu anteriormente, um dos processos de determinar a configuração da magnetização local em equilíbrio consiste na resolução numérica da equação de Gilbert. Esta pode ser resolvida por um processo iterativo [BER93] dado por:

$$\vec{m}_{i_{novo}} = \vec{m}_{i_{anterior}} - \alpha \left[\vec{m}_{i_{anterior}} \times \left(\vec{m}_{i_{anterior}} \times \vec{H}_{i_{eff}} \right) \right]$$

onde i é um índice ou conjunto de índices relativo à discretização e α , relacionado com a constante de relaxação η pela expressão $\alpha = \gamma M_s \eta$, funciona como parâmetro de convergência. Esta expressão resulta de aplicar o método de Euler para resolução de equações diferenciais a uma expressão obtida a partir da equação de Gilbert. Partindo de uma configuração inicial de magnetização, calcula-se o valor do campo efectivo em cada discretização. Por aplicação da equação acima apresentada a cada discretização, obtém-se uma nova configuração de magnetização. Com esta nova configuração, calcula-se um novo campo efectivo e assim por diante até se verificar a condição de paragem $|\vec{m}_i \times \vec{H}_{i_{eff}}| \leq \varepsilon$. Para poder implementar este método, temos que dispor de uma expressão discretizada para o campo efectivo.

Um outro processo de minimização de energia consiste basicamente num método de Monte Carlo. Partindo de uma dada configuração inicial, varia-se aleatoriamente a orientação de cada um dos vectores \vec{m}_i , originando uma nova configuração com uma nova energia livre. Se esta energia for inferior à energia da configuração anterior, a nova configuração é aceite. Caso contrário, é retomada a anterior. Toda as discretizações i são percorridas e o processo continua até que a variação de magnetização média entre configurações sucessivas seja inferior a um determinado valor de erro imposto. O processo é mais eficiente se se tentar alterar a orientação de \vec{m}_i várias vezes em cada discretização.

Capítulo 2

Simulação de Sensores Magnetoresistivos

2.1 Sensores de leitura magnética

2.1.1 Introdução

Um sensor de leitura deve apresentar uma resposta às variações de campo magnético no meio gravado. Este meio pode ser, por exemplo, uma fita ou uma pista de um disco duro. Numa gravação digital cada bit corresponde a uma região da fita na qual a magnetização está bem definida com duas orientações possíveis (figura 2-1).

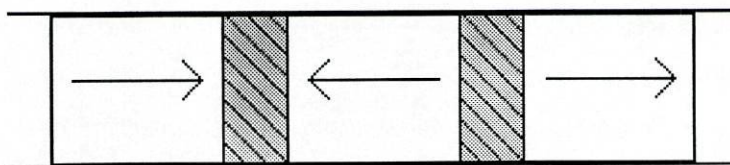


Figura 2-1 - Esquema de uma gravação digital em fita magnética

As regiões a sombreado são regiões de transição onde a magnetização muda de um sentido para o outro. Em geral, considera-se que a magnetização na direcção perpendicular ao plano do meio gravado segue um comportamento em arco-tangente. A variação de magnetização do meio cria na região do sensor um campo, dito campo aplicado, que faz variar o seu “estado magnético”. Esta alteração deve ser convertida num sinal eléctrico por forma a ser processado electrónicamente.

Os materiais magnetoresistivos apresentam, quando percorridos por uma corrente,

uma diferença de potencial eléctrico entre dois pontos na direcção em que a corrente é aplicada. Esta tensão é proporcional ao campo magnético a que o material se encontra sujeito. Os sensores baseados nestes materiais podem ser implementados em microdispositivos utilizando filmes finos. O filme desloca-se sobre a fita de acordo com o ilustrado na figura 2-2. A diferença de potencial é medida entre os terminais de injeção da corrente.

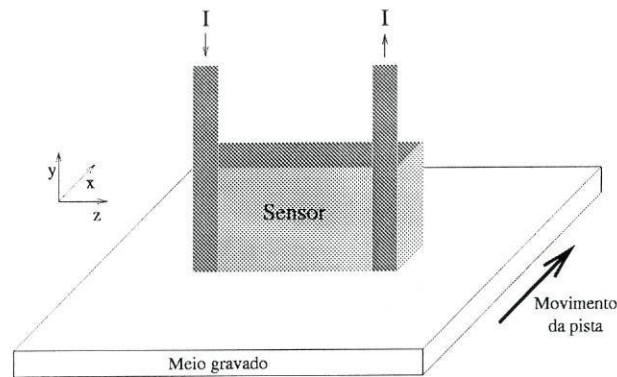


Figura 2-2 - Representação esquemática da implementação do sensor

2.1.2 Sensores Magnetoresistivos

Um material magnetoresistivo apresenta variações da resistividade eléctrica em função do campo aplicado. O comportamento magnetoresistivo está, em geral, relacionado com o valor e a distribuição de magnetização no material, pelo que a simulação micromagnética permite obter curvas de magnetoresistência em função do campo aplicado. Existem vários fenómenos conducentes ao comportamento magnetoresistivo, entre os quais o mecanismo de *magnetoresistência anisotrópica* (AMR) e o de *magnetoresistência gigante* (GMR).

Um material com magnetoresistência anisotrópica é caracterizado em geral por dois parâmetros: a resistividade correspondente a uma corrente de medida perpendicular à magnetização ρ_{\perp} e a resistividade correspondente a uma corrente de medida paralela à magnetização ρ_{\parallel} . Numa medida de magnetoresistência faz-se passar uma corrente no material numa dada direcção \vec{i} e é medida a diferença de potencial entre dois pontos ao longo dessa direcção. Sendo $\theta(\vec{r})$ o ângulo que a magnetização local faz com a direcção da corrente, a resistividade local medida (através da diferença de potencial) é dada por:

$$\rho(\vec{r}) = \rho_0 + \Delta\rho \cos^2\theta(\vec{r}) \quad ; \quad \rho_0 = \rho_{\perp} \quad \text{e} \quad \Delta\rho = \rho_{\parallel} - \rho_{\perp}$$

Os valores típicos de magnetoresistência em sensores baseados no mecanismo de AMR

são da ordem de 1%.

O mecanismo de magnetoresistência gigante encontra-se associado a estruturas em multicamada, das quais destaca a válvula de spin (ver secção 2.7). Localmente, a magnetoresistência depende do ângulo entre a magnetização local nas diversas camadas. Os sensores baseados em válvulas de spin apresentam valores típicos de magnetoresistência acima de 10%.

A resistividade global é obtida, em ambos os casos e em primeira ordem, por integração:

$$\rho = \frac{1}{V} \int_V \rho(\vec{r}) d\vec{r}$$

2.2 Modelo simplificado

A primeira abordagem na construção de um sensor de magnetoresistência anisotrópica consiste em utilizar simplesmente um filme fino, esquematizado na figura 2-3 (abaixo), que se desloca sobre a fita conforme o indicado na figura 2-2 (secção anterior). O campo magnético exterior é aplicado segundo \hat{e}_y e a corrente de medida do efeito magnetoresistivo tem a direcção de \hat{e}_z . O campo detectado pelo sensor corresponde ao campo criado pelo meio gravado nas regiões de transição. Na figura abaixo encontra-se esquematizado o filme fino e são definidos todos os parâmetros relevantes.

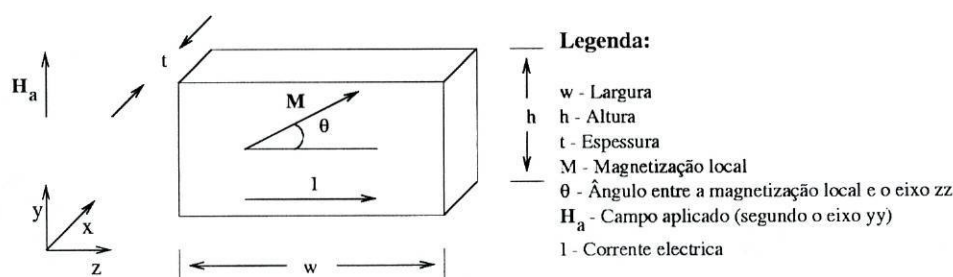


Figura 2-3 - Esquema do filme magnetoresistivo

2.2.1 Hipóteses simplificativas

Por forma a simplificar a escrita e posterior discretização dos termos de energia micromagnética, considere-se o seguinte conjunto de hipóteses:

1. A largura do sensor w é muito superior à sua altura h , que, por sua vez, é muito superior à sua espessura t . Todas as quantidades com interesse (nomeadamente a magnetização) podem, portanto, ser consideradas independentes da coordenada z . Esta hipótese equivale a considerar que o filme é infinito segundo a direcção \hat{e}_z .
2. A magnetização local tem componente nula segundo o eixo xx , devido aos elevados campos desmagnetizantes perpendiculares ao plano yz .
3. A elevada intensidade da interacção de troca na perpendicular ao plano yz , para filmes com espessura $\leq 400\text{\AA}$, permite considerar a magnetização independente da coordenada x , ou, pelo menos, permite afirmar que esta varia tão pouco que se pode tomar uma média.

Atendendo a estas hipóteses e sendo $\theta(\vec{r})$ o ângulo entre a magnetização local e o eixo dos zz , as expressões do versor da magnetização local e da magnetoresistência (AMR) local simplificam-se para:

$$\vec{m}(\vec{r}) = \vec{m}(y) = (0, m_y(y), m_z(y)) = (0, \sin\theta(y), \cos\theta(y))$$

$$\rho(\vec{r}) = \rho(y) = \rho_0 + \Delta\rho \cos^2\theta(y)$$

A magnetização e a resistividade globais do material tem as seguintes expressões:

$$\vec{M} = \frac{M_s}{h} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \vec{m}(y) dy$$

$$\rho = \frac{1}{h} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \rho(y) dy$$

2.2.2 Simplificação dos termos de energia

A simplificação dos termos de energia micromagnética devida à utilização das hipóteses simplificativas atrás introduzidas conduz, como se verá a seguir, a densidades de energia $g(x, y)$ função apenas das coordenadas x e y . Para obter a energia total a partir da densidade de energia, é necessário efectuar uma integração em volume. Como o filme é infinito segundo a direcção \hat{e}_z , obtém-se um valor infinito para a energia. Assim, no restante estudo deste modelo, utilizaremos a energia por unidade de comprimento segundo

a direcção \hat{e}_z , dada por:

$$E = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} g(x, y) dy dx$$

A energia total por unidade de comprimento segundo a direcção \hat{e}_z , que será designada simplesmente por energia, tem uma contribuição de quatro termos, já referidos anteriormente:

$$E = E_a + E_d + E_k + E_t$$

Termo de Zeeman (E_a)

Atendendo a que o campo é aplicado segundo a direcção \hat{e}_y , a expressão do termo de Zeeman simplifica-se, obtendo-se:

$$E_a = -M_s H_a t \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sin\theta(y) dy$$

Termo Desmagnetizante (E_d)

Para o termo desmagnetizante, existem simplificações nas integrações que figuram na densidade de energia. Reescrevendo a expressão desta grandeza à custa da expressão simplificada para amagnetização local:

$$g_d(x, y) = 2\pi M_s^2 - \frac{1}{2} M_s^2 \vec{m}(y) \cdot \nabla \times \int_V \left[\vec{m}(y') \times \nabla' \left(\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) \right] d\vec{r}'$$

e integrando em z' entre $-\infty$ e $+\infty$, obtém-se:

$$g_d(x, y) = 2\pi M_s^2 \sin^2\theta(y) + \frac{1}{2} M_s^2 \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left\{ \sin\theta(y) \sin\theta(y') \ln \left[(x + x')^2 + (y - y')^2 \right] \right\} dy' dx'$$

A integração em x' é trivial. No cálculo da energia desmagnetizante total, a integração que surge em x entre $-\frac{t}{2}$ e $\frac{t}{2}$ é também trivial. Obtém-se:

$$E_d = 2\pi M_s^2 t \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sin^2\theta(y) dy - M_s^2 \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left\{ \sin\theta(y) \sin\theta(y') \ln \left[1 + \frac{t^2}{(y - y')^2} \right] \right\} dy' dy$$

Termo de Anisotropia (E_k)

No caso do termo de anisotropia, é habitual considerar duas orientações possíveis para o eixo de anisotropia: paralelo ao campo aplicado $\vec{e} = \hat{e}_y$ (campo aplicado segundo a direcção de fácil magnetização) e perpendicular ao campo aplicado $\vec{e} = \hat{e}_z$ (campo aplicado segundo a direcção de difícil magnetização). Obtém-se:

$$E_k = \begin{cases} \frac{1}{2} M_s H_k t \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \cos^2 \theta(y) dy & ; \quad \vec{e} = \hat{e}_y \\ \frac{1}{2} M_s H_k t \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sin^2 \theta(y) dy & ; \quad \vec{e} = \hat{e}_z \end{cases}$$

Em qualquer dos termos anteriores, foi efectuada trivialmente a integração na coordenada x , pois a função integranda (densidade de energia) não depende explicitamente de x .

Termo de Troca (E_t)

A energia de troca discretizada escreve-se:

$$E_t = \frac{1}{2} t A M_s^2 \int_V \left(\frac{\partial \vec{m}(y)}{\partial y} \right)^2 dy$$

2.3 Estudo analítico de um filme homogéneo com $\theta = \text{constante}$

Nesta secção, faz-se uma simplificação extra que permite fazer a minimização analítica da energia micromagnética. Se o ângulo $\theta(y)$ for uniforme em todo o material ($\theta(y) = \theta = \text{constante}$, $\forall y$), podem efectuar-se as integrações em y dos termos de Zeeman, desmagnetizante e de anisotropia, obtendo:

$$E_a = -h t M_s H_a \sin \theta$$

$$E_d = 2\pi t \sin^2 \theta - M_s^2 \sin^2 \theta \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left\{ \ln \left[1 + \frac{t^2}{(y-y')^2} \right] \right\} dy' dy = \frac{1}{2} M_s^2 \sin^2 \theta h t \langle N \rangle$$

$$\langle N \rangle = 4\pi - \frac{2}{h t} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left\{ \ln \left[1 + \frac{t^2}{(y-y')^2} \right] \right\} dy' dy$$

$$E_k = \frac{1}{2} h t M_s H_k f(\theta) ; f(\theta) = \begin{cases} \cos^2 \theta & ; \vec{e} = \vec{e}_y \\ \sin^2 \theta & ; \vec{e} = \vec{e}_z \end{cases}$$

Ignorando de momento o termo de troca, pois estamos a considerar que a magnetização local é a mesma em todo o material, a energia micromagnética escreve-se:

$$E = -h t M_s H_a \sin \theta + \frac{1}{2} \langle N \rangle M_s \sin^2 \theta h t M_s + \frac{1}{2} h t M_s H_k f(\theta)$$

Sendo esta energia apenas função de θ , a minimização é trivial:

$$\frac{\partial E}{\partial \theta} = 0 \Rightarrow -H_a \cos \theta + (\langle N \rangle M_s) \cos \theta \sin \theta + \frac{1}{2} H_k \frac{\partial f(\theta)}{\partial \theta} = 0$$

A representação gráfica da energia em função do campo aplicado H_a para cada um dos pontos críticos obtidos da equação acima, permite determinar para que valores de θ a energia é mínima, em função do campo aplicado, como veremos na sub-secção seguinte para o um caso simplificado. Conhecendo θ em equilíbrio, a magnetização é também conhecida em função de H_a . A curva de resistividade em função do campo aplicado fica determinada pelo mecanismo de magnetoresistência em causa, uma vez que este estabelece a relação entre a resistividade e a magnetização local. A magnetização média global segundo y e normalizada escreve-se

$$\frac{M_y}{M_s} = \langle \sin \theta \rangle$$

e a magnetoresistência média global normalizada no caso do mecanismo AMR é

$$\frac{\rho - \rho_{\perp}}{\Delta \rho} = \langle \cos^2 \theta \rangle$$

2.3.1 Histerese magnética: modelo simplificado

Considere-se para já que não existe o termo desmagnetizante. A expressão

$$E = -h t M_s H_a \sin \theta + \frac{1}{2} h t M_s H_k f(\theta)$$

para a energia constitui o chamado *modelo de Stoner-Wolffarth* da histerese magnética. Em seguida, faz-se uma comparação entre os resultados da minimização analítica da

energia micromagnética para eixo fácil (eixo de anisotropia paralelo ao campo aplicado) e eixo difícil (eixo de anisotropia perpendicular ao campo aplicado).

Direcção fácil ($\hat{e} \parallel \vec{H}_a$)

- Energia: $\frac{E}{h t M_s} = -H_a \sin\theta + \frac{1}{2} H_k \cos^2\theta$
- Derivada: $\frac{1}{h t M_s} \frac{\partial E}{\partial \theta} = -H_a \cos\theta - H_k \cos\theta \sin\theta$
- Pontos críticos:

$$\theta = -\frac{\pi}{2} \Rightarrow E(H_a) = -H_a ; \frac{M_y}{M_s} = 1$$

$$\theta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow E(H_a) = H_a ; \frac{M_y}{M_s} = -1$$

$$\sin\theta = -\frac{H_a}{H_k} \Rightarrow E(H_a) = \frac{1}{2} \left(\frac{H_a}{H_k}\right)^2 + \frac{1}{2} ; \frac{M_y}{M_s} = -\frac{H_a}{H_k}$$

- Gráficos:

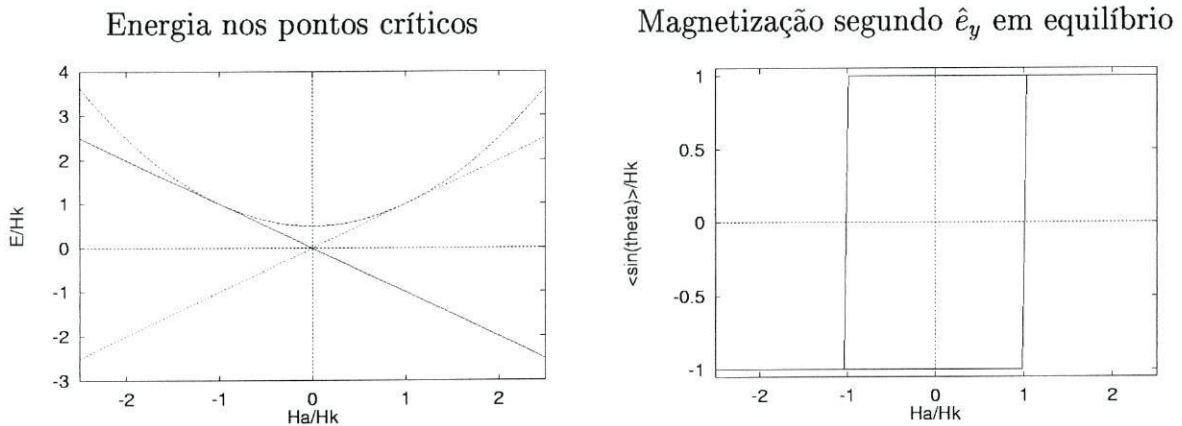


Figura 2-4 - Energia nos pontos críticos e magnetização em equilíbrio no modelo de Stoner-Wolffarth para campo aplicado segundo a direcção de fácil magnetização

Partindo do campo aplicado H_a com intensidade máxima e paralelo à magnetização ($\vec{H}_a = -|\vec{H}_a|\hat{e}_y$; $\vec{M} = M_s\hat{e}_y$) e diminuindo a intensidade do mesmo, a magnetização mantém-se paralela ao campo. Quando o campo muda de sinal, a magnetização não muda, mantendo-se como anteriormente, pois para haver inversão de magnetização o ângulo θ teria que assumir valores intermédios correspondentes a valores de energia desfavoráveis. Esta barreira de energia só se torna transponível para $H_a/H_k = -1$, altura em que o sistema transita para a solução de mais baixa energia e a magnetização volta a ficar paralela ao campo, que agora aponta no sentido negativo ($\vec{H}_a = -|\vec{H}_a|\hat{e}_y$). Na subida, tem-se uma situação análoga, ocorrendo a transição para $H_a/H_k = 1$. Obtém-se deste modo o ciclo de histerese representado na figura acima.

Direcção difícil ($\hat{e} \perp \vec{H}_a$)

- Energia: $\frac{E}{h \tau M_s} = -H_a \sin\theta + \frac{1}{2} H_k \sin^2\theta$
- Derivada: $\frac{1}{h \tau M_s} \frac{\partial E}{\partial \theta} = -H_a \cos\theta + H_k \sin\theta \cos\theta$
- Pontos críticos:

$$\theta = -\frac{\pi}{2} \Rightarrow E(H_a) = -H_a + \frac{H_k}{2}; \frac{M_y}{M_s} = 1$$

$$\theta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow E(H_a) = H_a + \frac{H_k}{2}; \frac{M_y}{M_s} = -1$$

$$\sin\theta = \frac{H_a}{H_k} \Rightarrow E(H_a) = -\frac{1}{2} \left(\frac{H_a}{H_k}\right)^2; \frac{M_y}{M_s} = \frac{H_a}{H_k}$$

- Gráficos:

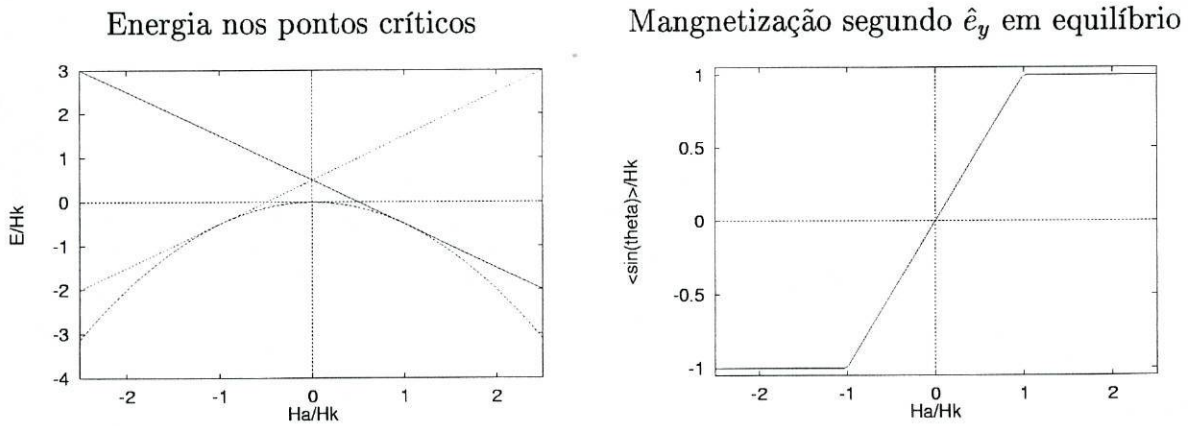


Figura 2-5 - Energia nos pontos críticos e magnetização em equilíbrio no modelo de Stoner-Wolffarth para campo aplicado segundo a direcção de difícil magnetização

Neste caso, para H_a/H_k entre $[-1, 1]$, as soluções correspondentes aos valores intermédios de θ são mais estáveis. Diminuindo a intensidade do campo a partir do seu valor máximo, a magnetização mantém-se alinhada com o campo até $H_a/H_k = 1$, campo para o qual a solução correspondente a valores do ângulo θ intermédios se torna mais estável. A partir deste momento, a magnetização acompanha a diminuição do campo, mudando de sinal ao mesmo tempo que o campo e acabando por saturar para $H_a/H_k = -1$. A curva em subida sobrepõe-se à de descida, não havendo por isso um comportamento histerético.

2.3.2 Efeito do termo desmagnetizante

Considerando o termo desmagnetizante, a minimização da energia

$$E = -h t M_s H_a \sin\theta + \frac{1}{2} \langle N \rangle M_s \sin^2\theta + \frac{1}{2} h t M_s H_k f(\theta)$$

com

$$\langle N \rangle = 4\pi - \frac{2}{h t} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left\{ \ln \left[1 + \frac{t^2}{(y - y')^2} \right] \right\} dy' dy$$

e

$$f(\theta) = \begin{cases} \cos^2\theta & ; \quad \vec{e} = \vec{e}_y \\ \sin^2\theta & ; \quad \vec{e} = \vec{e}_z \end{cases}$$

conduz aos seguintes resultados:

Direcção fácil ($\hat{e} \parallel \vec{H}_a$)

- Energia: $\frac{E}{h t M_s} = -H_a \sin\theta + \frac{1}{2} \langle N \rangle M_s \sin^2\theta + \frac{1}{2} H_k \cos^2\theta$
- Derivada: $\frac{1}{h t M_s} \frac{\partial E}{\partial \theta} = -H_a \cos\theta + (\langle N \rangle M_s - H_k) \cos\theta \sin\theta$
- Pontos críticos:

$$\theta = -\frac{\pi}{2} \Rightarrow E(H_a) = -H_a + \frac{\langle N \rangle M_s}{2} ; \frac{M_y}{M_s} = 1$$

$$\theta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow E(H_a) = H_a + \frac{\langle N \rangle M_s}{2} ; \frac{M_y}{M_s} = -1$$

$$\sin\theta = -\frac{H_a}{\langle N \rangle M_s - H_k} \Rightarrow E(H_a) = \frac{1}{2} \sin^2\theta (\langle N \rangle M_s - H_k) \frac{H_a^2}{\langle N \rangle M_s - H_k} + \frac{H_k}{2}$$

$$; \frac{M_y}{M_s} = -\frac{H_a}{\langle N \rangle M_s - H_k}$$

Direcção difícil ($\hat{e} \perp \vec{H}_a$)

- Energia: $\frac{E}{h t M_s} = -H_a \sin\theta + \frac{1}{2} (\langle N \rangle M_s + H_k) \sin^2\theta$
- Derivada: $\frac{1}{h t M_s} \frac{\partial E}{\partial \theta} = -H_a \cos\theta + (\langle N \rangle M_s + H_k) \sin\theta \cos\theta$
- Pontos críticos:

$$\theta = -\frac{\pi}{2} \Rightarrow E(H_a) = -H_a + \frac{\langle N \rangle M_s + H_k}{2} ; \frac{M_y}{M_s} = 1$$

$$\theta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow E(H_a) = H_a + \frac{\langle N \rangle M_s + H_k}{2}; \frac{M_y}{M_s} = -1$$

$$\sin\theta = \frac{H_a}{\langle N \rangle M_s + H_k} \Rightarrow E(H_a) = -\frac{1}{2} \frac{H_a^2}{\langle N \rangle M_s + H_k}; \frac{M_y}{M_s} = \frac{H_a}{\langle N \rangle M_s + H_k}$$

Para a direcção difícil, tudo se passa de forma análoga ao modelo de Stoner-Wohlfarth, mudando apenas o valor do campo de saturação de H_k para $\langle N \rangle M_s + H_k$. No caso da direcção fácil, tudo depende do sinal da quantidade $\langle N \rangle M_s - H_k$. Se H_k for superior a $\langle N \rangle M_s$, o sinal de $\langle N \rangle M_s - H_k$ é negativo e tem-se uma situação análoga à direcção fácil do modelo de Stoner-Wohlfarth, com campo de saturação $|\langle N \rangle M_s - H_k|$ em vez de H_k . Se H_k for inferior a $\langle N \rangle M_s$, o sinal de $\langle N \rangle M_s - H_k$ é positivo e tem-se uma situação análoga à direcção difícil do modelo de Stoner-Wohlfarth, com campo de saturação $\langle N \rangle M_s - H_k$ em vez de H_k .

Em seguida, apresentam-se curvas de magnetização e magnetoresistência calculadas com este modelo para um sistema real. Começa-se por determinar uma expressão para o factor desmagnetizante

$$\langle N \rangle = 4\pi - \frac{2}{ht} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left\{ \ln \left[1 + \frac{t^2}{(y - y')^2} \right] \right\} dy' dy =$$

$$= 4\pi - \frac{2}{ht} I\left(-\frac{h}{2}, \frac{h}{2}, -\frac{h}{2}, \frac{h}{2}\right)$$

No cálculo da expressão para $\langle N \rangle$, considera-se um integral geral

$$I(a, b, b', c') = \int_a^b \int_{a'}^{b'} \left\{ \ln \left[1 + \frac{t^2}{(y - y')^2} \right] \right\} dy' dy$$

cujas soluções se escreve

$$I(a, b, b', c') = - \left[\frac{u^2}{2} \ln\left(1 + \frac{t^2}{u^2}\right) + 2tu \arctg\left(\frac{u}{t}\right) - \frac{t^2}{2} \ln\left(1 + \frac{u^2}{t^2}\right) \right]_{a-b'}^{b-b'} +$$

$$+ \left[\frac{u^2}{2} \ln\left(1 + \frac{t^2}{u^2}\right) + 2tu \arctg\left(\frac{u}{t}\right) - \frac{t^2}{2} \ln\left(1 + \frac{u^2}{t^2}\right) \right]_{a-a'}^{b-a'}$$

Esta expressão será utilizada posteriormente no cálculo da energia desmagnetizante, durante a simulação. Para o presente cálculo, $a = a' = -\frac{h}{2}$ e $b = b' = \frac{h}{2}$, donde:

$$\langle N \rangle = 4\pi - \frac{2}{ht} I\left(-\frac{h}{2}, \frac{h}{2}, -\frac{h}{2}, \frac{h}{2}\right) =$$

$$= 4\pi - \frac{2}{ht} \left[h^2 \ln\left(1 + \frac{t^2}{h^2}\right) + 4ht \arctg\left(\frac{h}{t}\right) - t^2 \ln\left(1 + \frac{h^2}{t^2}\right) \right]$$

Para um filme de Permalloy ($Ni_{80}Fe_{20}$, $M_s = 800 \text{ emu/cm}^3$, $H_k = 50e$) com altura

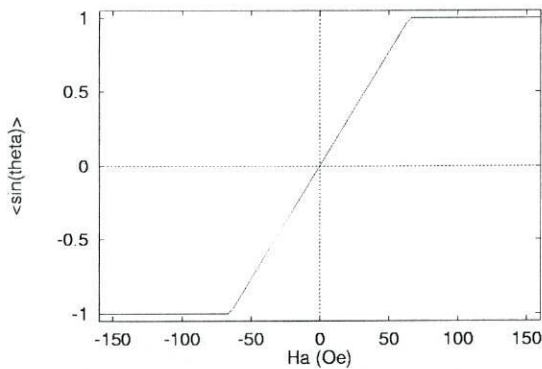
$h = 2\mu m$ e espessura $t = 6nm$, obtém-se:

$$\langle N \rangle M_s \simeq 70Oe$$

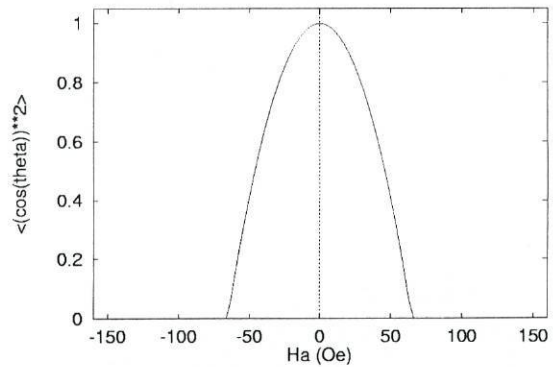
As curvas de magnetização e magnetoresistência (AMR) totais em função do campo aplicado H_a são:

Direção Fácil

Magnetização

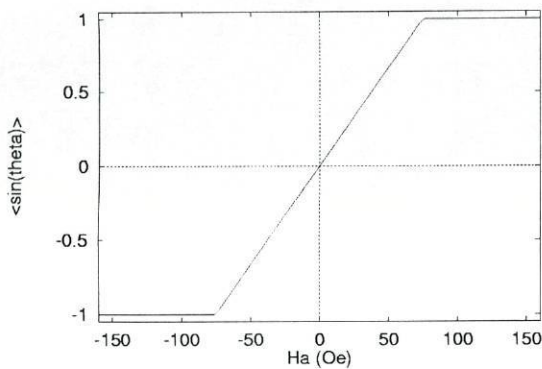


Magnetoresistência



Direção Difícil

Magnetização



Magnetoresistência

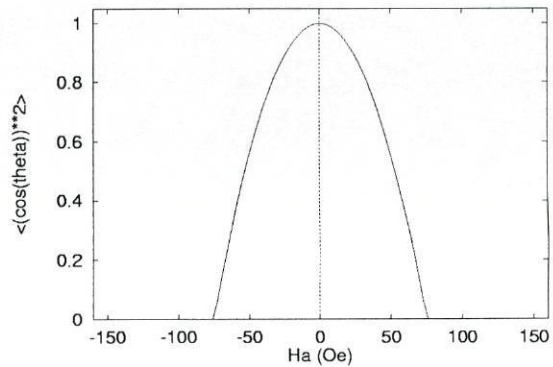


Figura 2-6 - Curvas de magnetização e magnetoresistência para eixo fácil e difícil

2.4 Simulação para um filme homogêneo com $\theta = \theta(y)$

Nesta secção é implementado o algoritmo de minimização da energia micromagnética para um filme fino com magnetoresistência anisotrópica dentro das aproximações acima apresentadas, levando explicitamente em conta a variação da magnetização local no meio,

traduzida por $\theta = \theta(y)$. O estudo deste sistema é importante, pois constitui um ponto de partida para a simulação dos diversos sensores magnetoresistivos constituídos por várias camadas de filmes homogéneos (multicamadas: meios magnéticos e não magnéticos justapostos em alternância).

2.4.1 Discretização

Como os filmes são supostos infinitos segundo z e a magnetização local não depende nem de x nem de z , a discretização mais adequada consiste em dividir o material em pequenas tiras ao longo da direcção y .

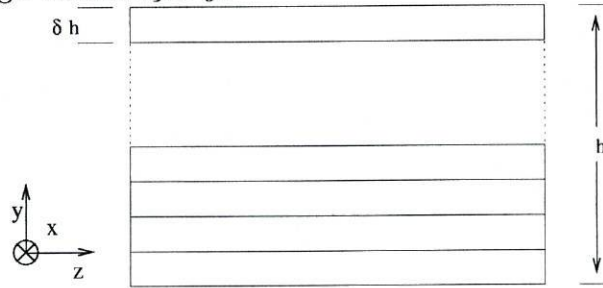


Figura 2-7 - Esquema da discretização do filme

Em cada uma destas N_{tiras} tiras a magnetização local é considerada constante. Os vectores de magnetização local são colocados no centro de cada elemento da discretização. A altura $\delta h = \frac{h}{N_{tiras}}$ de cada tira deve ser suficientemente pequena para que o erro ao tomar a magnetização local constante seja pequeno, mas tem que ser muito superior às distâncias interatómicas para que se possa aplicar a teoria micromagnética.

2.4.2 Termos de energia

Os integrais em y e y' obtidos no capítulo anterior por simplificação dos termos de Zeeman, de anisotropia e desmagnetizante podem ser escritos como a soma dos mesmos integrais efectuados em cada uma das discretizações (tiras). Sejam a_i e b_i , respectivamente, os limites inferior e superior da discretização i . Os termos acima referidos escrevem-se:

$$E_a = -M_s H_a t \delta h \sum_i \sin \theta_i$$

$$E_k = \begin{cases} \frac{1}{2} M_s H_k t \delta h \sum_i \cos^2 \theta_i & ; \quad \vec{e} = \hat{e}_y \\ \frac{1}{2} M_s H_k t \delta h \sum_i \sin^2 \theta_i & ; \quad \vec{e} = \hat{e}_z \end{cases}$$

$$E_d = 2\pi M_s^2 t \delta h \sum_i \sin^2 \theta_i - M_s^2 \sum_i \sin \theta_i \sum_j \sin \theta_j \Pi_{ij}$$

com

$$\Pi_{ij} = \int_{a_i}^{b_i} \int_{a_j}^{b_j} \ln \left(1 + \frac{t^2}{(y - y')^2} \right) dy' dy$$

O integral duplo que surge em Π_{ij} , a chamada *matriz magnetostática*, já foi efectuado anteriormente (secção 2-3). Tem-se:

$$\Pi_{ij} = -f(b_i - b_j) + f(a_i - b_j) + f(b_i - a_j) - f(a_i - a_j)$$

com

$$f(u) = \begin{cases} \frac{u^2}{2} \ln \left(1 + \frac{t^2}{u^2} \right) + 2tu \arctg \left(\frac{u}{t} \right) - \frac{t^2}{2} \ln \left(1 + \frac{u^2}{t^2} \right) & ; \quad u \neq 0 \\ 0 & ; \quad u = 0 \end{cases}$$

Como a matriz magnetostática não depende da configuração de magnetização, mas apenas dos parâmetros do sistema, deve ser calculada no início do programa e colocada numa tabela (array), para utilização posterior.

O termo de troca para a discretização escolhida pode simplificar-se, a partir da expressão geral, do seguinte modo:

$$\begin{aligned} E_t &= \frac{1}{2} AM_s^2 \int_V (\nabla \vec{m}(\vec{r}))^2 d\vec{r} = \frac{1}{2} AM_s^2 \sum_i (\nabla \vec{m}(\vec{r}))_i^2 = \\ &= \frac{1}{2} AM_s^2 d^3 \sum_{\langle i,j \rangle} (\vec{r}_{ij} \cdot \nabla \vec{m}_i) = Ad \sum_{\langle i,j \rangle} \vec{m}_i \cdot \vec{m}_j \end{aligned}$$

onde d é o tamanho δh entre discretizações (distância entre vizinhos imediatos) e $\langle i, j \rangle$ indica uma soma estendida aos vizinhos imediatos. Reescrevendo:

$$E_t = \frac{1}{2} AM_s^2 \delta h \sum_i \vec{m}_i \sum_{\langle j \rangle} \vec{m}_j$$

onde $\langle j \rangle$ indica uma soma a todas as discretizações j vizinhas imediatas da discretização i .

2.4.3 Algoritmo de minimização

O funcionamento do algoritmo de minimização foi já apresentado em traços gerais no final do primeiro capítulo. Apresenta-se em seguida a listagem em pseudocódigo.

```

 $E_{old} = \text{energia}(\theta)$ 
 $M_{old} = \text{MagMedia}(\theta)$ 
ciclo  $n = 1$  até  $N_{max}$ 
  ciclo  $i = 1$  até  $N_{tiras}$ 
    ciclo  $m = 1$  até  $N_{trial}$ 
       $\theta_{test} = \theta(i)$ 
      roda  $\theta(i)$  de um ângulo aleatório uniformemente
        distribuído no intervalo  $[-r_{step}; r_{step}]$ 
       $E = \text{energia}(\theta)$ 
      se  $E \leq E_{old}$  então {nova configuração foi aceite}
         $E_{old} = E$ 
      senão
         $\theta(i) = \theta_{teste}$ 
      fim de se
    fim do ciclo em  $m$ 
  fim do ciclo em  $i$ 
   $M = \text{MagMedia}(\theta)$ 
  se  $||M| - |M_{old}|| \leq \text{erro}$  então
    sai do ciclo em  $n$  {acusa convergência}
  senão
     $M_{old} = M$ 
  fim de ciclo em  $n$  {acusa não convergência nas  $N_{max}$  iterações}

```

Nesta listagem, θ designa um vector (array) com os ângulos θ_i correspondentes a cada discretização i . θ é a configuração do sistema quando a rotina de minimização é chamada. É calculada a energia desta configuração e colocada na variável E_{old} . A nova configuração é obtida rodando apenas, de um ângulo aleatório uniformemente distribuído entre $-r_{step}$ e r_{step} , a magnetização local correspondente à discretização i . É calculada a energia da nova configuração. Se esta energia for inferior à energia da configuração anterior, a nova configuração é aceite, caso contrário é retomada a anterior. Este processo é repetido N_{trial} vezes para a discretização i e são percorridas todas as discretizações. Se a diferença entre os módulos da magnetização média antes e depois de terem sido percorridas as N_{tiras} discretizações não for, em valor absoluto, superior ao erro, é acusada a convergência, caso contrário são percorridas novamente todas as discretizações, e assim por diante até à convergência ou até se atingir um número máximo de repetições N_{max} . Uma ideia que poderia surgir seria passar de uma configuração para a seguinte alterando a magnetização local em todas as discretizações ao mesmo tempo (com alterações diferentes). Este

processo não funciona, pois na vizinhança do equilíbrio, a maior parte das alterações de configuração feitas deste modo afastam o sistema desse estado de equilíbrio, fazendo com que, por muitas tentativas de mudança de configuração que se façam, o sistema só atinja a convergência ocasionalmente. Com o algoritmo utilizado, este problema é evitado, pois as mudanças de configuração não são tão bruscas quando se muda apenas a magnetização local numa única discretização ao passar para a nova configuração. O valor de r_{step} , a amplitude máxima dos ângulos aleatórios, deve ser suficientemente pequeno para assegurar a determinação do mínimo de energia, mas não tão pequeno que provoque variações no ângulo θ da ordem do erro numérico imposto, pois nesse caso o algoritmo acusa a convergência para um resultado errado. O número de discretizações deve assegurar que as dimensões características de cada discretização se encontram majoradas pela espessura da parede $\lambda_p = \pi\sqrt{A/(2K)}$ e minoradas pelo comprimento de troca $\lambda_t = \sqrt{A/(2M_s^2)}$, que são os parâmetros que caracterizam a escala do micromagnetismo. Note-se que o tempo de cálculo neste método cresce com o quadrado do número de discretizações, o que, em geral, constitui um limite inferior mais exigente do que o comprimento de troca para o tamanho de cada discretização.

2.4.4 Alguns resultados para um filme de “permalloy” ($Ni_{80}Fe_{20}$)

Para efectuar a simulação, escolheu-se um filme de Permalloy ($Ni_{80}Fe_{20}$, $M_s = 800 \text{ emu/cm}^3$, $H_k = 5 \text{ Oe}$, $A = 1 \times 10^{-6} \text{ erg/cm}$) com altura $h = 2 \mu\text{m}$ e espessura $t = 6 \text{ nm}$ ($h/t \sim 300$). Supõe-se que o campo magnético H_a é aplicado segundo \hat{e}_y . Os parâmetros numéricos utilizados foram: 30 discretizações, erro de 1×10^{-5} e o valor de r_{step} é $\frac{\pi}{30} \simeq 0.10472$. Os valores $\lambda_p = 14 \mu\text{m}$ e $\lambda_t = 28 \text{ nm}$ calculados para este sistema indicam que o número de discretizações é adequado, pois $h/30 = 0.07 \mu\text{m}$. Na figura abaixo repete-se o esquema do filme, com todos os parâmetros relevantes assinalados:

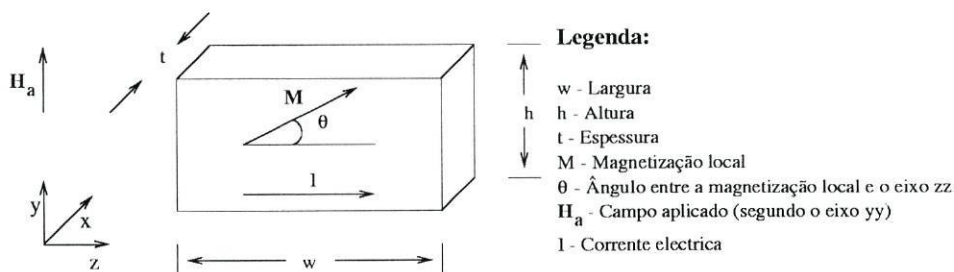


Figura 2-8 - Esquema do filme magnetoresistivo

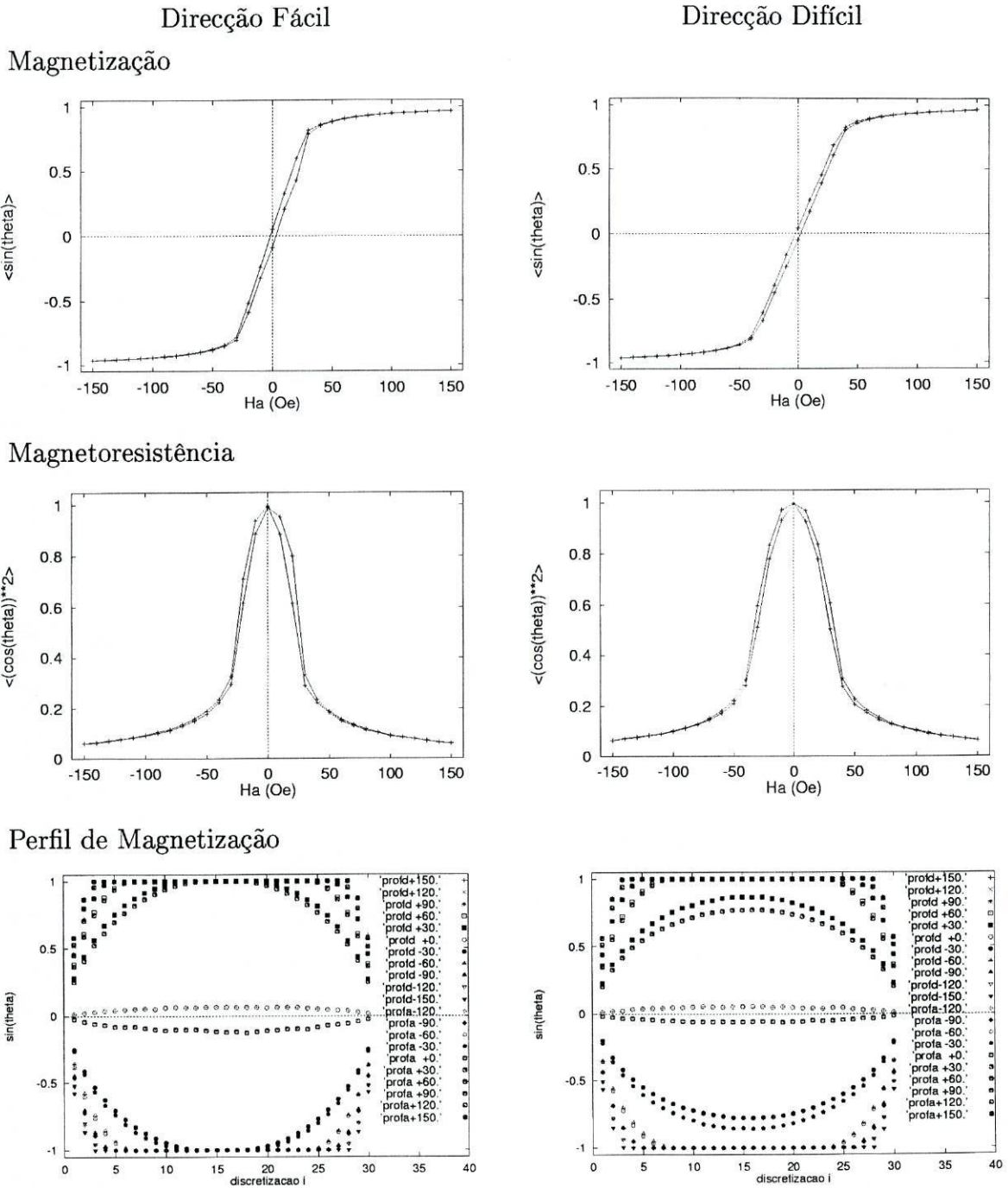


Figura 2-9 - Resultados de simulação para direcção fácil (coluna da esquerda) e para direcção difícil (coluna da direita). De cima para baixo apresenta-se: curva da componente da magnetização média normalizada segundo \hat{e}_y em função do campo aplicado, obtida por simulação ($M_y = M_s \langle \sin(\theta) \rangle$), curva de magnetoresistência média normalizada em função do campo aplicado, obtida por simulação ($\rho = \rho_{\perp} + \Delta\rho \langle \cos^2\theta \rangle$), e distribuição da magnetização local (perfis de magnetização segundo y)

As curvas da figura acima correspondem, respectivamente, à magnetização média normalizada, à magnetoresistência média normalizada e aos perfis de magnetização (dis-

tribuições de magnetização local) para eixo fácil e eixo difícil. As curvas de magnetização e magnetoresistência revelam o mesmo tipo de dependência no campo aplicado já encontrada no estudo analítico anterior, efectuado para o mesmo sistema. Nesse estudo obteve-se um comportamento linear para a magnetização e parabólico (com vértice na origem) para a magnetoresistência. Aqui, a saturação não é tão abrupta, pois a magnetização local não roda coerentemente em todas as discretizações. Além disso, a presença de regiões com diferente magnetização local no material (domínios e paredes) faz com que as curvas apresentem uma pequena histerese, mesmo para a direcção de difícil magnetização. As curvas de distribuição da magnetização local em função da coordenada y revelam uma curvatura das distribuições de magnetização junto aos limites do material, o que é compreensível, pois o efeito do campo desmagnetizante, que tem sentido oposto à magnetização, é mais intenso junto à fronteira do material. Este efeito é mais relevante para campos aplicados mais baixos, pois nesta situação, o termo de energia desmagnetizante está em condições de competir com o termo de Zeeman.

2.5 Resultados experimentais

Nesta secção são comparados os resultados de simulação de filmes homogéneos com resultados experimentais sobre a medida da magnetização com magnetometria de amostra vibrante VSM e efeito Kerr magneto-óptica. As amostras foram produzidas no INESC (Lisboa) e de imediato foram efectuadas as medidas de VSM. As medidas de magneto-óptica foram efectuadas na linha A do IFIMUP, no âmbito da colaboração do autor deste trabalho na montagem de um dispositivo de efeito Kerr efectuada pelo Doutor Manuel M. P. Azevedo em Dezembro de 1997.

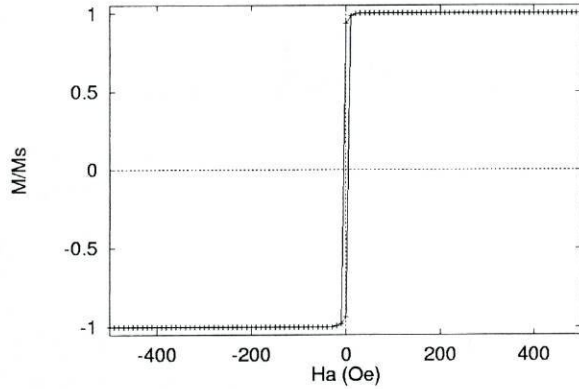
Os parâmetros físicos das amostras são os seguintes:

- **CoFe($Co_{80}Fe_{20}$):** $M_s = 14252 \text{ emu/cm}^3$, $H_k = 5Oe$, $A = 1 \times 10^{-6} \text{ erg/cm}$ com altura $h = 62mm$ e espessura $t = 200$ ($h/t = 3.1 \times 10^6$).
- **Permalloy($Ni_{80}Fe_{20}$):** $M_s = 721 \text{ emu/cm}^3$, $H_k = 5Oe$, $A = 1 \times 10^{-6} \text{ erg/cm}$ com altura $h = 62mm$ e espessura $t = 200$ ($h/t = 3.1 \times 10^6$).

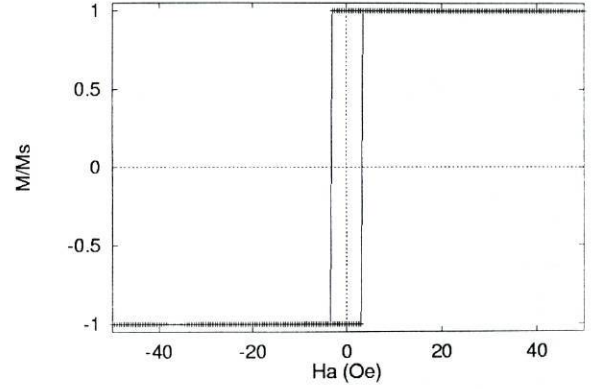
O campo foi aplicado em ambos os sistemas segundo o eixo fácil. Os parâmetros numéricos utilizados foram: 30 discretizações, erro de 1×10^{-5} e o valor de r_{step} é $\frac{\pi}{30} \simeq 0.10472$.

Filme de Cobalto-Ferro

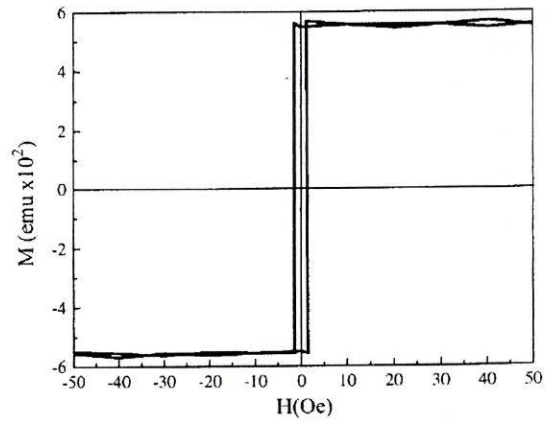
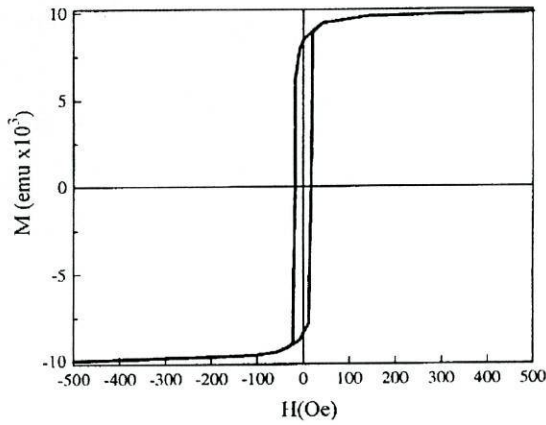
Curvas por simulação



Filme de Permalloy ($Ni_{80}Fe_{20}$)



Medidas por VSM



Medidas por Efeito Kerr Magneto-óptico

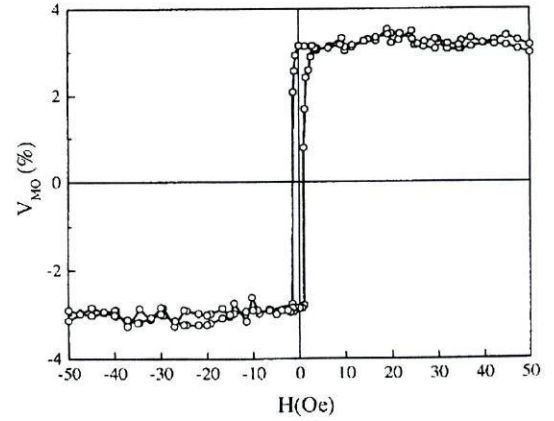
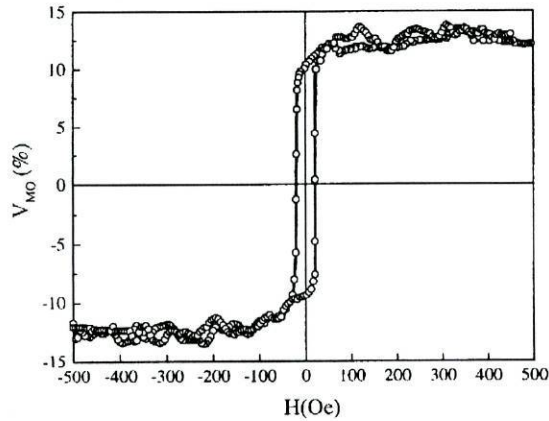


Figura 2-10 - Comparação das simulações com resultados experimentais de magnetização para filmes de $Co_{80}Fe_{20}$ e de $Ni_{80}Fe_{20}$

As curvas de simulação apresentam um comportamento qualitativo de acordo com os resultados experimentais, embora os campos coercivos não estejam correctos. Tal

facto deve-se provavelmente ao facto de terem sido usadas poucas discretizações, pois $h/30 \sim 2mm$ o que é muito superior ao comprimento de troca $\lambda_p = 14\mu m$.

2.6 Filme em tricamada, baseado na magnetoresistência anisotrópica

2.6.1 As camadas MR e SAL

A curva de magnetoresistência relativa ao filme simples (figura 2-9) não apresenta uma boa característica para um sensor magnetoresistivo, pois a resposta em magnetoresistência é simétrica em relação à origem do campo aplicado. A solução consiste em fazer deslocar o máximo da curva de magnetoresistência, aplicando um *campo de compensação* (bias field). Este campo pode ser originado por ímãs permanentes ou bobinas exteriores. A expressão da magnetização média (global) segundo y em equilíbrio é alterada do seguinte modo:

$$\langle \sin \theta \rangle = \frac{H_a + H_{bias}}{\langle N \rangle M_s + H_k}$$

Um campo exterior criado por ímãs permanentes ou bobinas exteriores pode modificar o meio magnético gravado. Uma alternativa é a utilização de um sensor com *autocompensação de campo* (self-biased) [NEI87], conhecido por sensor MR-SAL. É obtido acrescentando ao filme magnetoresistivo inicial com espessura t_{MR} (*camada MR*) um outro filme com espessura t_{SAL} , designado por *Soft Adjacent Layer* (*camada SAL*). Estas duas camadas são separadas por um filme metálico de alta resistividade com espessura g , conhecido por *espaçador*. Só é injectada corrente eléctrica na camada MR, que, devido à elevada resistividade do espaçador, não atinge a camada SAL.

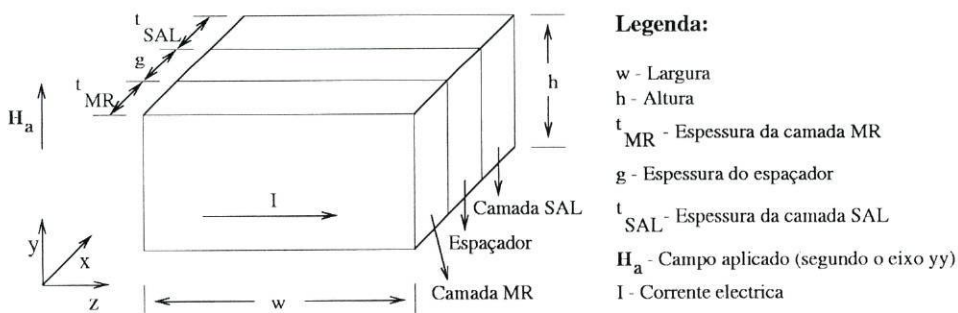


Figura 2-11 - Esquema do sensor MR-SAL

A interacção dipolar é uma interacção de longo alcance. Assim, o campo desmagnetizante, originado pela distribuição de magnetização local na camada MR, afecta a distribuição de magnetização na camada SAL, que é igualmente afectada pelo campo magnético criado pela corrente que percorre a camada MR. Por sua vez, o campo desmagnetizante originado na camada SAL afecta a distribuição de magnetização da camada MR, funcionando como *campo de compensação* (bias field). A energia total (energia por unidade de comprimento segundo a direcção \vec{e}_z , pois estamos na aproximação de filme infinito nessa direcção) tem a contribuição dos seguintes termos:

$$E = E_a^{MR} + E_a^{SAL} + E_d^{MRMR} + E_d^{MRSAL} + E_d^{SALMR} + E_d^{SALSAL} + E_k^{MR} + E_k^{SAL} + E_t^{MR} + E_t^{SAL} + E_i$$

O termo E_i corresponde à energia de interacção da corrente que percorre a camada MR com a magnetização da camada SAL. A energia desmagnetizante surge agora em quatro termos, correspondentes à interacção dipolar de cada camada consigo própria e com a outra camada.

2.6.2 Expressões dos diversos termos de energia

Os termos de Zeeman, anisotropia e troca, mantêm as mesmas expressões para ambas as camadas, com os parâmetros t , M_s , H_k , θ , \vec{e} referentes a cada camada.

Os termos desmagnetizantes são fáceis de calcular, apesar de surgir o acoplamento entre as duas camadas. O processo é o mesmo que o utilizado no caso do filme magnetoresistivo. Nas integrações em x' e y' , entram os parâmetros da camada onde é originado o campo desmagnetizante e, nas integrações em x e y , entram os parâmetros da camada que interacciona com o campo. Assim, temos

$$E_d^{ii} = 2\pi M_s^{i2} t_i \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sin^2 \theta^i(y) dy - M_s^{i2} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left\{ \sin \theta^i(y) \sin \theta^i(y') \ln \left[1 + \frac{t_i^2}{(y - y')^2} \right] \right\} dy' dy$$

para a mesma camada e

$$E_d^{ij} = -\frac{1}{2} M_s^i M_s^j \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left\{ \sin \theta^i(y) \sin \theta^j(y') \ln \frac{[(y - y')^2 + (g + t_i + t_j)^2][(y - y')^2 + g^2]}{[(y - y')^2 + (g + t_i)^2][(y - y')^2 + (g + t_j)^2]} \right\} dy'$$

para camadas diferentes. Os índices i e j podem ser MR e SAL.

Finalmente, o campo criado pela corrente que percorre a camada MR [NEI87] escreve-

se:

$$H_i = \frac{\pi}{5} J t^{MR}$$

onde J é a densidade de corrente eléctrica. O correspondente termo de energia é:

$$E_i = -\frac{\pi}{5} J t^{MR} t^{SAL} M_s \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sin \theta^{SAL}(y) dy$$

2.6.3 Simulação do sensor MR-SAL

Para efectuar a simulação neste sensor é necessário escrever as expressões discretizadas da energia de interacção dipolar entre camadas diferentes e da energia de interacção do campo criado pela corrente com a camada SAL.

A energia de interacção dipolar de uma camada consigo própria é dada pela expressão utilizada na secção anterior:

$$E_d^{kl} = 2\pi M_s^k M_s^l t_k \delta h \sum_i \sin^2 \theta_i^k - M_s^2 \sum_i \sin \theta_i^k \sum_j \sin \theta_j^l \Pi_{ij}^{kl} \quad ; \quad k = l$$

com

$$\Pi_{ij}^{kk} = \int_{a_i}^{b_i} \int_{a_j}^{b_j} \ln \left(1 + \frac{t_k^2}{(y - y')^2} \right) dy' dy$$

Para a interacção entre camadas diferentes tem-se:

$$E_d^{kl} = -\frac{1}{2} M_s^2 \sum_i \sin \theta_i^k \sum_j \sin \theta_j^l \Pi_{ij}^{kl} \quad ; \quad k \neq l$$

com

$$\Pi_{ij}^{kl} = \int_{a_i}^{b_i} \int_{a_j}^{b_j} \ln \frac{[(y - y')^2 + (g + t_k + t_l)^2][(y - y')^2 + g^2]}{[(y - y')^2 + (g + t_k)^2][(y - y')^2 + (g + t_l)^2]} dy' dy$$

Efectuando os integrais obtém-se:

$$\Pi_{ij}^{kl} = \sum_{\alpha} [-f(b_i - b_j, \alpha) + f(a_i - b_j, \alpha) + f(b_i - a_j, \alpha) - f(a_i - a_j, \alpha)]$$

com

$$\alpha \in \{ g + t_k + t_l, g, g + t_k, g + t_l \}$$

$$f(u, \alpha) = -\frac{3}{2}u + 2\alpha u \arctg\left(\frac{u}{\alpha}\right) + \frac{u^2 - \alpha^2}{2} \ln(\alpha^2 + u^2)$$

Finalmente, a expressão do termo devido à corrente eléctrica escreve-se:

$$E_i = -\frac{\pi}{5} J t^{MR} t^{SAL} M_s \delta h \sum_i \sin\theta_i$$

As únicas modificações no algoritmo ocorrem no cálculo da energia, ao qual são adicionados os novos termos, e na alteração aleatória das configurações que é agora também efectuada para a camada SAL. A curva de magnetoresistência média normalizada encontra-se na figura abaixo para uma dada corrente eléctrica a percorrer a camada MR (figura 3-5). O material simulado é Permalloy ($Ni_{80}Fe_{20}$, $M_s = 800 \text{ emu/cm}^3$, $H_k = 50e$, $A = 1 \times 10^{-6} \text{ erg/cm}$) para as duas camadas magnéticas. Os parâmetros físicos utilizados são: altura $h = 20 \mu\text{m}$, espessura da camada MR $t^{MR} = 300 \text{ \AA}$, espessura da camada SAL $t^{SAL} = 400 \text{ \AA}$, espessura do espaçador $g = 1000 \text{ \AA}$, densidade da corrente na camada que flui na camada MR $J = 0.9 \times 10^7 \text{ A/cm}^2$. Os parâmetros numéricos utilizados foram os mesmos que na secção anterior.

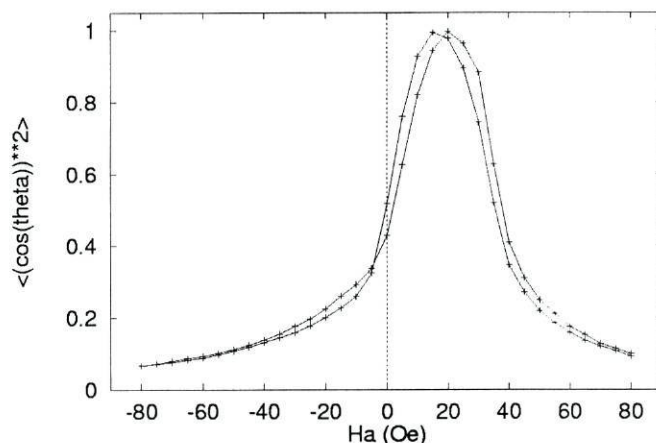


Figura 2-12 - Curva de magnetoresistência média normalizada obtida utilizando o programa de simulação desenvolvido neste trabalho

Na figura 2-12 (abaixo) encontra-se a curva obtida por simulação utilizando 60 discretizações. Para comparação, na figura 2-13, apresentam-se os resultados experimentais e de simulação (com 60 discretizações) obtidos por Neil Smith [NEI87], utilizando os mesmos parâmetros físicos. O espaçador do sistema experimental é de óxido de silício. O algoritmo de minimização utilizado nesta referência é diferente do que se utilizou neste trabalho. A curva da figura 3-7 compara bastante bem com as curvas da figura 3-8, o que mostra a eficiência do programa de simulação desenvolvido. Eventuais pequenas diferenças podem ser devidas ao facto de no modelo de Neil Smith ser utilizada uma carga computacional mais elevada e utilizado um cálculo analítico mais rigoroso na fase de pré-

simulação; em particular, são levantadas algumas das restrições impostas no capítulo 2, nomeadamente a introdução da variação do ângulo θ nas direcções x e y e não apenas na direcção y , como foi considerado na presente simulação.

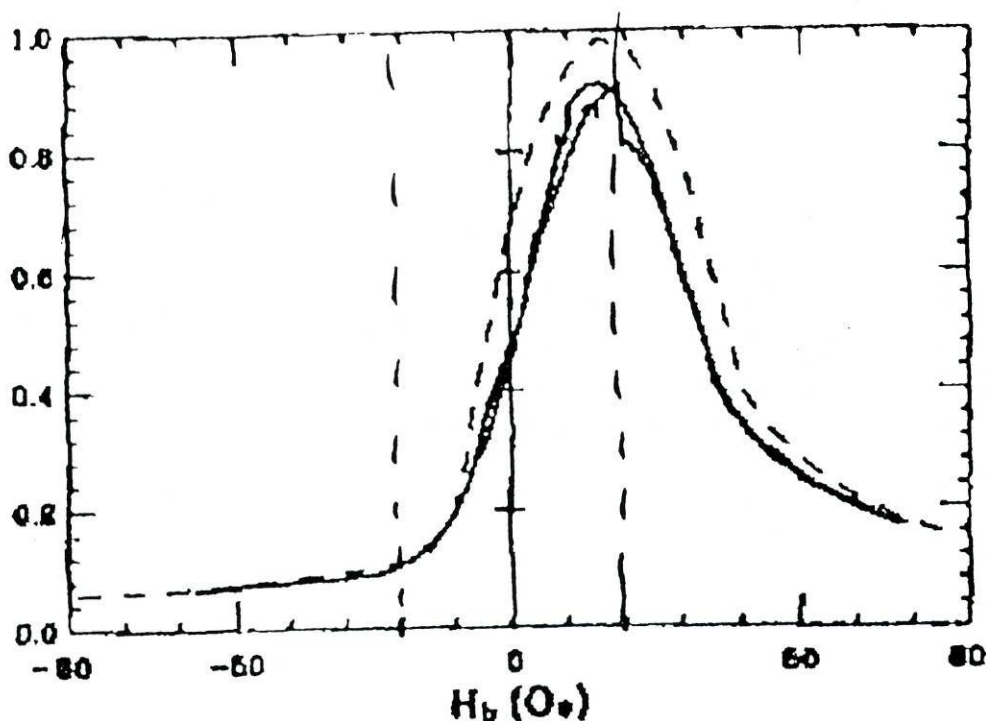


Figura 2-13 - Curvas de magnetoresistência média normalizada experimental (a cheio) e obtida por simulação (a tracejado)[NEI87]

2.7 Filme nanoestruturado em “válvula de spin”, baseado no efeito GMR

A *válvula de spin* é também uma estrutura em tricamada, semelhante ao sensor MR-SAL. Aqui, uma das camadas (Pinned Layer) está acoplada rigidamente a uma quarta camada antiferromagnética (Pinning Layer), o que faz com que a sua magnetização só possa rodar para campos elevados, capazes de destruir este acoplamento. A magnetização da outra camada magnética (Free Layer) pode rodar livremente. O acoplamento entre as duas camadas magnéticas é feito por um espaçador de cobre através do qual ocorre um mecanismo de acoplamento RKKY, com uma espessura relativamente elevada (~ 20) para tornar este acoplamento muito débil, mas não tão elevado que destrua a coerência da onda electrónica responsável pelo efeito GMR entre as camadas magnéticas fixa e livre.

A magnetoresistência local depende do ângulo entre as magnetizações das camadas fixa (pinned) e livre (free):

$$\rho(\vec{r}) = A + B \cos(\theta_{\text{pinned}} - \theta_{\text{free}})$$

Este sensor apresenta, análogamente ao sensor MR-SAL, um campo de compensação e além disso uma resposta em magnetização mais intensa, devido ao mecanismo de GMR.

À energia micromagnética do sensor MR-SAL temos que acrescentar um termo de acoplamento Pinned/Free e outro de acoplamento ferromagnético Pinning/Pinned. Existe ainda o termo devido ao campo que a corrente na camada fixa cria na camada livre.

Foi simulada a resposta de uma válvula de spin de Permalloy ($Ni_{80}Fe_{20}$, $M_s^{Free} = M_s^{Pinned} = 800 \text{ emu/cm}^3$, $H_k^{Free} = 5 \text{ Oe}$, $H_k^{Pinned} = 100 \text{ Oe}$, $A^{Free} = A^{Pinned} = 1 \times 10^{-6} \text{ erg/cm}$) com altura $h = 2 \mu\text{m}$ e espessuras $t^{Free} = t^{Pinned} = 6 \text{ nm}$. A espessura do espaçador é $g = 2.5 \text{ nm}$ e a densidade de corrente de medida é $J = 1 \times 10^8 \text{ A/cm}^2$. Apresenta-se em baixo uma curva de magnetoresistência normalizada, obtida por simulação.

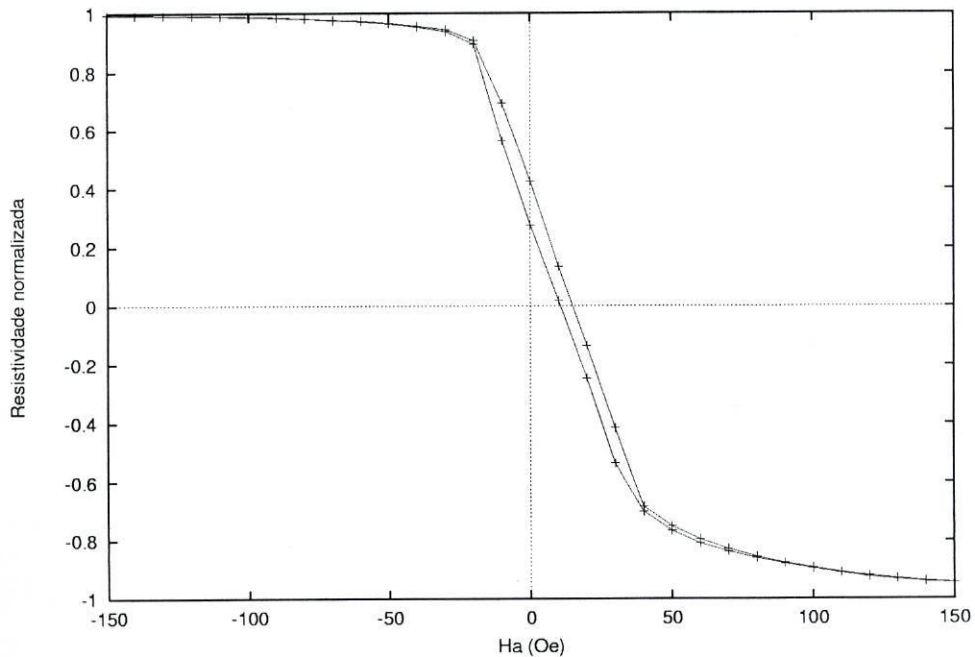


Figura 2-14 - Curva de magnetoresistência média normalizada para uma válvula de spin obtida utilizando o programa de simulação desenvolvido neste trabalho, e para uma densidade de corrente de medida $j = 1 \times 10^8 \text{ A/cm}^2$

Capítulo 3

Sensores Blindados

As blindagens magnéticas [BER94] nas cabeças de leitura asseguram que o sinal relativo a um bit não tem interferências dos restantes bits. São constituídas por placas paralelepípedicas paralelas de materiais magnéticos macios (baixa anisotropia magnética) ladeando o sensor, que fazem com que o único campo que atinge o sensor corresponda a uma região do meio gravado com dimensões da ordem do gap da cabeça (distância entre blindagens, ver figura 3-1 na secção 3.3, abaixo). É claro que a presença destas blindagens magnéticas traz alterações significativas à energia micromagnética. Como se trata de um material magnético, a sua configuração de magnetização interage com a configuração de magnetização do sensor através da interacção magnetostática, que é de longo alcance. Também o campo criado pelo meio gravado, bem como os campos criados por eventuais correntes de medida, influenciam a distribuição de magnetização nas blindagens. Os termos de anisotropia e de troca, sendo de curto alcance, não afectam nem são afectados pelas blindagens. Este problema é habitualmente abordado supondo blindagens infinitas e com permeabilidade infinita, por forma a poder ser aplicado o método das imagens (potencial magnético anula-se na fronteira das blindagens). Relativamente à realidade experimental, neste método de cálculo o efeito das blindagens é sobrestimado, o que parece natural, pois na realidade temos um gap entre a cabeça e o meio gravado que deixa de existir no caso em que consideramos as blindagens infinitas. Neste capítulo estuda-se o efeito de uma geometria de blindagens semi-finitas sobre as propriedades micromagnéticas do sensor (ver figura 3.1). Para tal, utilizam-se transformações conformes para relacionar o problema das blindagens finitas com o problema habitualmente estudado das blindagens infinitas.

3.1 Transformações conformes

A duas dimensões, pode estabelecer-se uma relação entre dois problemas de electro-magnetismo, utilizando transformações conformes. Uma transformação conforme é uma função complexa de variável complexa que preserva localmente o ângulo entre dois arcos suaves. A equação de Poisson bidimensional é invariante numa transformação deste tipo, à parte de um factor local de redefinição de carga. Isto permite relacionar problemas em que a geometria das condições fronteira se altere.

Em problemas de electrostática (ou magnetostática), pretende-se em geral determinar o potencial eléctrico (ou magnético) criado por uma distribuição de carga eléctrica (ou magnética) na presença de determinadas condições fronteira. A determinação do campo magnético criado por uma distribuição de magnetização é formalmente equivalente à determinação do campo eléctrico criado por uma distribuição de carga eléctrica. A densidade de carga magnética é $\rho_m(\vec{r}) = \nabla \cdot \vec{M}(\vec{r})$, onde $\vec{M}(\vec{r})$ é a magnetização local, e o campo magnético é $\vec{H} = -\nabla\phi_m$, onde ϕ_m é o potencial magnético, solução da equação de Poisson: $\nabla^2\phi_m = -2\pi\rho_m$ (a 2D). A solução da equação de Poisson pode ser escrita na forma integral, utilizando funções de Green:

$$\phi_m(\vec{r}) = \int_V \rho_m(\vec{r}') G(\vec{r}, \vec{r}') d\vec{r}' + \int_S \sigma_m(\vec{r}') G(\vec{r}, \vec{r}') d\vec{s}'$$

onde $\sigma_m(\vec{r}) = -\vec{M}(\vec{r}) \cdot \vec{n}(\vec{r})$ é a densidade superficial de carga magnética que surge pelo facto de existir uma descontinuidade de magnetização na fronteira entre o espaço livre e a região correspondente aos corpos magnetizados. A função de Green $G(\vec{r}, \vec{r}')$ é a solução da equação de Poisson calculada no ponto \vec{r} para uma carga unitária e pontual colocada no ponto \vec{r}' e obedecendo às mesmas condições fronteira que o problema original. A duas dimensões e sem condições fronteira, a forma explícita da função de Green é

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = -2 \log(|\vec{r} - \vec{r}'|)$$

Encontrando uma transformação conforme que transforme um dado problema de condições fronteira num problema mais simples, a invariância da equação de Poisson permite afirmar que a função de Green entre dois determinados pontos calculada no domínio original toma o mesmo valor que a função de Green calculada no domínio transformado e nos respectivos pontos transformados. Neste trabalho relaciona-se uma geometria semi-finita das blindagens com a geometria infinita, habitualmente tratada pelo método das imagens.

3.2 Método das imagens

No tratamento teórico habitual de cabeças blindadas são estudadas blindagens infinitas e é aplicado o método das imagens ao cálculo da função de Green. Para calcular a função de Green $G(\vec{r}, \vec{r}')$ num ponto \vec{r} devido a uma carga unitária e pontual num ponto \vec{r}' entre as duas blindagens, é somada a função de Green bidimensional habitual da própria carga com as funções de Green das cargas de uma série infinita com sinal alternado, colocadas de tal forma que se garanta que o potencial magnético na superfície das blindagens é nulo. A análise complexa permite estabelecer uma expressão para a soma desta série[MOR53]:

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = \text{Re}\left[2 \log \frac{\sin\left[\frac{\pi}{4a}(z' + z - 2a)\right]}{\sin\left[\frac{\pi}{4a}(z' - z)\right]}\right]$$

onde $z = x + iy$, $z' = x' + iy'$, $\vec{r} = (x, y)$, $\vec{r}' = (x', y')$ e a é metade do gap da cabeça, conforme o esquematizado na primeira figura da secção seguinte.

3.3 Determinação da transformação conforme

Para estudar as cabeças blindadas, escolheu-se um modelo de blindagem semi-finita, que se representa na figura abaixo.

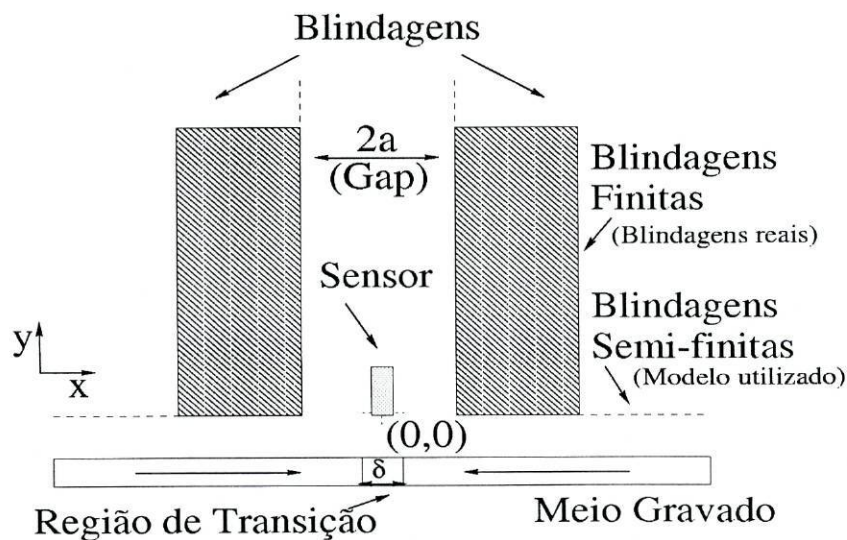


Figura 3-1 - Esquema de um sensor blindado. Representam-se as blindagens físicas e o modelo de blindagem semi-finita.

Para encontrar a transformação conforme entre a geometria semi-finita e infinita (fig b), utilizou-se a transformação de Schwarz-Christoffel [MOR53, CHU75] que se descreve em seguida.

A transformação de Schwarz-Christoffel transforma o eixo real e o semiplano superior no plano z no interior de um polígono no plano w . Seja f a transformação, isto é, $w = f(z)$. O argumento do vector complexo τ tangente ao contorno do polígono é constante ao longo de cada segmento, mas sofre um salto de um valor constante para outro valor constante em cada vértice. Pelo facto de a transformação $f(z)$ ser conforme, $\arg(\tau) = \arg(f'(z))$. Isto quer dizer que a derivada da transformação conforme deve sofrer uma descontinuidade nas imagens dos vértices no eixo real, o que é conseguido com a função

$$f'(z) = A \prod_{i=1}^n (z - x_i)^{-\frac{\varphi_i}{\pi}}$$

A transformação definida por esta derivada é conforme em todos os pontos excepto nos vértices. Existe uma correspondência biunívoca entre os pontos do semiplano superior e os pontos do interior do polígono. A expressão da transformação é dada por

$$f(z) = B + A \int_{z_0}^z \prod_{i=1}^n (z' - x_i)^{-\frac{\varphi_i}{\pi}} dz'$$

onde z_0 e z são pontos da região de analiticidade de $f(z)$. Os ângulos φ_i são os ângulos externos nos vértices e as constantes A e B determinam a escala e orientação do polígono. Três das imagens x_i dos vértices podem ser escolhidas arbitrariamente. Os restantes valores de x_i são determinados pela equação $w_i = f(x_i)$ onde w_i são os afixos dos vértices do polígono.

A transformação entre a geometria semi-finita e a geometria infinita encontra-se ilustrada na figura 3-2 (abaixo). A expressão final da transformação conforme $g(w)$ é

$$g(w) = w + \frac{2ai}{\pi} \left\{ -\sqrt{1 + \exp\left(i\frac{\pi w}{a}\right)} + \log\left[1 + \sqrt{1 + \exp\left(i\frac{\pi w}{a}\right)}\right] \right\}$$

A função $g(w)$ pode ser determinada analiticamente, enquanto que a função $f(z)$ só pode ser determinada numericamente. O método de determinação de $g(w)$ consiste na composição de duas transformações: a transformação do eixo real na geometria semi-finita e a inversa da transformação do eixo real na geometria infinita. Como a transformação do eixo real na geometria semi-finita envolve funções transcendentais, é de difícil, senão impossível, inversão analítica. Daí a impossibilidade de ter uma expressão analítica para

a função $f(z)$.

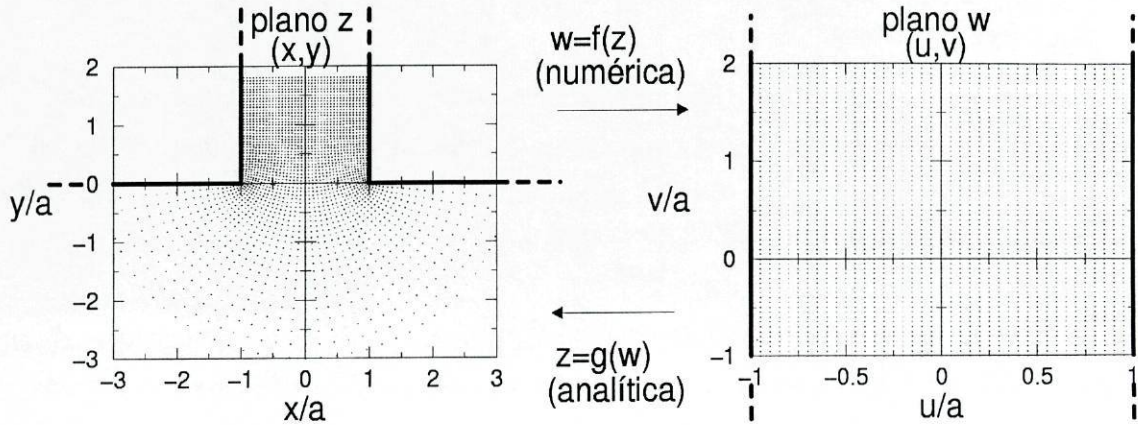


Figura 3-2 - Representação da transformação conforme

3.4 Inversão numérica da transformação conforme

A expressão analítica da função $g(w)$ é conhecida. Pode escrever-se $z = g(w)$. Determinar numericamente o valor de $w_0 = f(z_0)$ equivale a resolver numericamente a equação $z_0 = g(w_0)$. Para tal, define-se uma função $h(w_0) = g(w_0) - z_0$ e determinam-se os zeros desta função. O método numérico de resolução da equação $h(w_0) = 0$ é uma extensão ao plano complexo do método das bissecções sucessivas. Dada uma região rectangular no domínio w , escolhida por forma a conter a solução (adiante ver-se-á como), subdivide-se pelo centro em 4 novas regiões rectangulares. Em cada uma das novas subdivisões rectangulares verifica-se a existência da solução e escolhe-se a subdivisão que contiver a solução. Lembra-se que a transformação conforme estabelece uma correspondência biunívoca, pelo que existe apenas uma solução e esta só se pode encontrar numa das subdivisões ou nas linhas divisórias, no caso de não ser detectada em nenhum dos 4 rectângulos. Neste último caso, faz-se uma nova divisão assimétrica do rectângulo (sem ser pelo centro geométrico) e a solução é “apanhada”. O processo iterativo repete-se até que metade da dimensão diagonal da caixa seja inferior ao erro, uma vez que a solução para um dado passo do processo iterativo é dada pelo centro da caixa.

O método de verificar se uma dada caixa rectangular contém a solução baseia-se no

princípio do argumento para funções de variável complexa [CHU75]:

$$\frac{1}{2\pi} \Delta_c[\arg(f(z))] = N_0 - N_p$$

isto é, a variação do argumento de uma função complexa f da variável complexa z ao longo de um contorno fechado c é proporcional à diferença entre o número de zeros N_0 e o número de polos N_p . Como a função h é analítica, só tem um zero para cada valor de z_0 e não tem singularidades, um contorno qualquer, e em particular rectangular, conterà a solução se $\frac{1}{2\pi} \Delta_c[\arg(f(z))] = 1$. Para determinar a caixa inicial, parte-se da caixa rectangular $[(-a, -1) - (a, 1)]$ e aumentam-se as dimensões da caixa na coordenada y até aparecer a solução. Claro que neste processo se verifica para cada caixa se a solução se encontra no contorno.

A principal dificuldade deste método numérico reside no cálculo da função argumento

$$\arg f(z) = \arctan \frac{\text{Im}(f(z))}{\text{Re}(f(z))} + 2in\pi$$

É necessário guardar num contador o número de vezes que $\arg f(z)$ já passou em 2π num ou noutro sentido para saber em cada altura o valor de n .

Este método de inversão foi implementado num programa em Fortran77. Finalmente apresenta-se uma pequena tabela com a inversão de vários pontos.

Ponto a inverter z_0	Erro	Resultado da inversão w_0	$g(w_0)$
(0.,0.)	10^{-5}	(-5.08575431E-06,0.261886002)	(-6.10126668E-06,1.69447621E-06)
(-1.,-1.)	10^{-5}	(-0.43805509,-0.518230438)	(-0.999999639,-0.999998598)
(0.5,10.)	10^{-3}	(0.500060986,10.1950073)	(0.500060986,9.99965876)
(-4.,-1000.)	10^{-6}	(-0.00254646463,-4.68510518)	(-4.00000035,-999.999999)

Tabela 3-1 - Resultado do programa de inversão da transformação

Verifica-se que os valores de $g(w_0)$ concordam com os valores iniciais de z_0 dentro do erro utilizado e que, portanto, este método de inversão funciona. O tempo de cálculo é inferior a 100ms num processador i586 a 166MHz.

3.5 Cálculo da energia micromagnética

Para fazer uma simulação das cabeças de leitura blindadas, é necessário calcular os

termos de energia micromagnética. Os únicos termos que sofrem o efeito das condições fronteira impostas pelas blindagens são os termos correspondentes a interações de longo alcance: o termo de Zeeman (campo aplicado), o termo desmagnetizante e os campos criados por eventuais correntes de medida. Os termos de anisotropia e de troca são calculados da mesma forma que no caso dos sensores não blindados. Uma vez conhecidos todos os termos da energia micromagnética, o processo de simulação é inteiramente análogo ao utilizado na ausência de blindagens.

3.5.1 Campo aplicado

No caso dos sensores blindados tem mais interesse obter a resposta a variações do campo produzido pelo meio gravado do que obter curvas de magnetização e magnetoresistência para vários valores de um campo aplicado uniforme. O campo criado pelo meio na região do sensor não é de forma alguma uniforme, mas continua a ser um campo aplicado, na medida em que é exterior ao sensor.

Para uma transição ideal (transição abrupta) entre dois bits foi feita uma comparação entre a utilização de blindagens finitas e infinitas para o decaimento do potencial magnetostático ao longo da altura da cabeça. A posição do centro da transição é $(0, -8a)$ e a do centro da cabeça é $(0, 0)$. O potencial magnético V_{mag} é calculado ao longo de y para $x = 0$. O comportamento funcional é essencialmente o mesmo em ambos os casos, correspondendo a um decaimento exponencial. O valor do potencial magnetostático em cada ponto é superior no caso das blindagens semi-finitas. Isto é consistente com o facto dos cálculos com blindagens infinitas sobrestimarem o efeito das blindagens. A partir da constante de decaimento $\lambda \sim 0.65a$ determinada por um ajuste exponencial, estima-se que apenas 6.5% da altura do sensor é efectivamente utilizada na detecção do campo criado pelo meio.

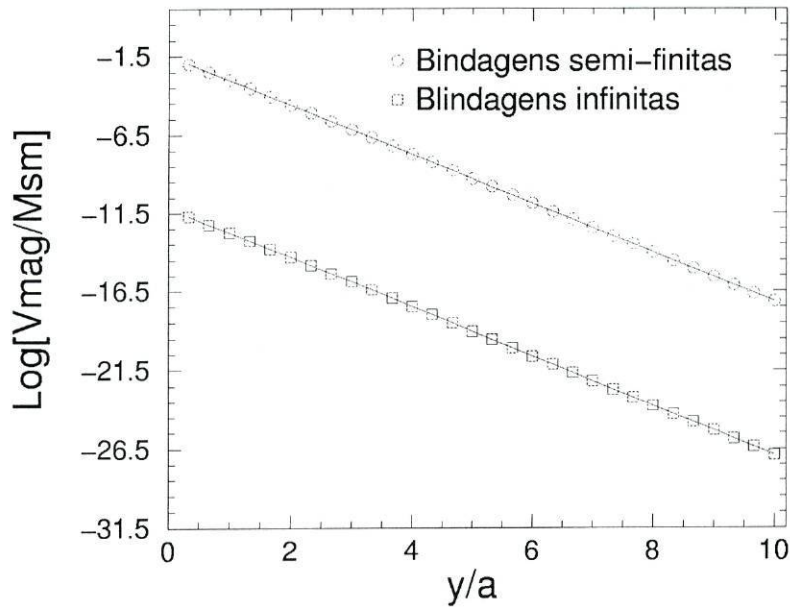


Figura 3-3 - Variação do potencial magnetostático criado por uma transição ideal ao longo da altura do sensor. Comparação entre blindagens semi-finitas e blindagens infinitas.

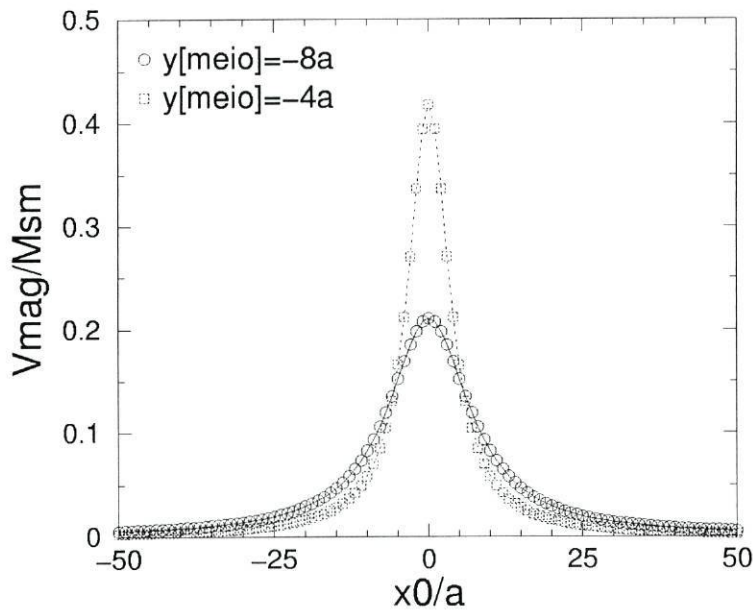


Figura 3-4 - Variação do potencial magnetostático criado por uma transição ideal na base do sensor, quando o centro da transição se desloca mantendo fixa a distância entre o meio gravado e o sensor. Consideram-se dois valores para esta distância.

Na figura 3-4 representa-se, no caso de blindagens semi-finitas, a variação do potencial criado por uma transição ideal na base do sensor quando o centro da transição se desloca,

mantendo fixa a distância ao meio gravado. Verifica-se que as curvas obtidas se ajustam a lorentzianas com largura a meia altura igual distância entre o meio gravado e o sensor.

3.5.2 Campo desmagnetizante

No caso do campo desmagnetizante, a carga computacional e o tratamento numérico das expressões envolvidas complica-se bastante. Supondo uma discretização com magnetização local uniforme uniforme, o cálculo da matriz magnetostática reduz-se a:

$$M_{ij} = \int_{\vec{r} \in \Sigma_i} \int_{\vec{r}' \in \Sigma_j} G(\vec{r}, \vec{r}') d\vec{r}' d\vec{r}$$

com

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = \operatorname{Re} \left[2 \log \frac{\sin \left[\frac{\pi}{4a} (\bar{f}(z') + f(z) - 2a) \right]}{\sin \left[\frac{\pi}{4a} (f(z') - f(z)) \right]} \right]$$

onde $f(z)$ é a transformação da geometria semi-finita na geometria infinita, que apenas é conhecida numericamente. Como tal, os integrais da matriz magnetostática têm que ser determinados numericamente, sendo necessário efectuar duas inversões transformação conforme por cada ponto da partição do integral. O cálculo destes integrais levanta problemas numéricos complicados que não ficam resolvidos no final deste trabalho.

Considerações finais

O trabalho realizado nesta dissertação decorreu no IFIMUP (Instituto de Física dos Materiais da Universidade do Porto) e teve a colaboração do Grupo de Magnetismo e Magnetoelectrónica do INESC (Instituto Nacional de Engenharia de Sistemas e Computadores) em Lisboa. Como objectivos pretendia-se tomar contacto com a teoria do micromagnetismo de Brown na sua formulação teórica, bem como efectuar a sua aplicação à simulação de sensores de leitura magnética baseados em materiais magnetoresistivos, tendo em consideração a optimização de parâmetros relevantes para a tecnologia: linearização do sensor, efeito de blindagens magnéticas, etc.

A formulação teórica do micromagnetismo foi feita de forma detalhada, permitindo estabelecer as expressões de energia e as equações fundamentais nas quais se baseiam os métodos numéricos de minimização de energia. A aplicação ao estudo de sensores não blindados foi feita com sucesso. Foi efectuada a simulação de um filme homogéneo bem como a de outros sensores magnetoresistivos.

A simulação dos sensores com blindagens de alta permeabilidade magnética é mais complexa, tendo sido encontradas algumas dificuldades e havendo necessidade de realizar estudos complementares de métodos numéricos e matemáticos para abordar o problema. Foi desenvolvido um método alternativo para tratar os sensores blindados baseado nas transformações conformes que foi neste trabalho aplicado ao cálculo do campo criado pelo meio. O desenvolvimento de um programa que incluía o campo desmagnetizante ficou também delineado. Teóricamente, é também possível generalizar este método a blindagens com geometrias mais realistas. Um algoritmo de simulação baseado neste método é à partida mais rápido que os métodos de elementos finitos, uma alternativa talvez mais precisa mas com muito mais carga computacional e que não é viável quando se pretendem repetir as simulações para optimização de parâmetros físicos relevantes para a tecnologia.

Os objectivos deste trabalho foram no essencial atingidos. Os estudos aqui efectuados abrem perspectivas de trabalho futuro neste fascinante tema que é o micromagnetismo.

Apêndice A

Tabela de conversão de unidades em electromagnetismo

O sistema de unidades adoptado neste trabalho foi o sistema Gaussiano, quer por conveniência de cálculos e de interpretação de bibliografia quer pelas ordens de grandeza envolvidas no trabalho. Apresenta-se de seguida uma tabela para a conversão de equações e outra para conversão de unidades entre o sistema Gaussiano e o sistema SI [JAC62]:

Grandeza	Sistema Gaussiano	Sistema SI
Velocidade da luz	c	$(\mu_0 \epsilon_0)^{-\frac{1}{2}}$
Campo eléctrico (potencial, voltagem)	$E(\phi, V)$	$\sqrt{4\pi \epsilon_0} E(\phi, V)$
Vector deslocamento eléctrico	D	$\sqrt{\frac{4\pi}{\epsilon_0}} D$
Densidade de carga (carga, densidade de corrente, corrente, polarização)	$\rho(q, J, I, P)$	$\frac{1}{\sqrt{4\pi \epsilon_0}} \rho(q, J, I, P)$
Indução magnética	B	$\sqrt{\frac{4\pi}{\mu_0}} B$
Campo magnético	H	$\sqrt{4\pi \mu_0} H$
Magnetização	M	$\sqrt{\frac{\mu_0}{4\pi}} M$
Condutividade	σ	$\frac{\sigma}{4\pi \epsilon_0}$
Constante dieléctrica	ϵ	$\frac{\epsilon}{\epsilon_0}$
Permeabilidade magnética	μ	$\frac{\mu}{\mu_0}$
Resistência (Impedância)	$R(Z)$	$4\pi \epsilon_0 R(Z)$
Coefficiente de indução	L	$4\pi \epsilon_0 L$
Capacidade	C	$\frac{1}{4\pi \epsilon_0} C$

Tabela de conversão de equações

Grandeza	Símbolo	Sistema SI	Sistema Gaussiano
Comprimento	l	1 metro (m)	10^2 centímetro (cm)
Massa	m	1 quilograma (kg)	10^3 grama
Tempo	t	1 segundo (s)	1 segundo (s)
Força	F	1 newton (N)	10^5 dynes
Trabalho, Energia	W, U	1 joule (J)	10^7 erg
Potência	P	1 watt (W)	10^7 erg s ⁻¹
Carga	q	1 coulomb (C)	3×10^9 statcoulomb
Densidade de carga	ρ	1 C m^{-3}	3×10^3 statcoulomb cm ⁻³
Corrente	I	1 ampere (A)	3×10^9 ststampere
Densidade de corrente	J	1 A m^{-2}	3×10^5 statampere cm ⁻²
Campo eléctrico	E	1 volt m^{-1}	$\frac{1}{3} \times 10^{-4}$ statvolt cm ⁻¹
Potencial eléctrico	Φ, V	1 volt (V)	$\frac{1}{300}$ statvolt
Polarização eléctrica	P	1 C m^{-2}	3×10^5 statcoulomb cm ⁻²
Deslocamento eléctrico	D	1 C m^{-2}	$12\pi \times 10^5$ statvolt cm ⁻¹
Conductividade eléctrica	σ	$1 \Omega^{-1}\text{m}^{-1}$	9×10^9 s ⁻¹
Resistência	R	1 ohm (Ω)	$\frac{1}{9} \times 10^{-11}$ s cm ⁻¹
Capacidade	C	1 farad (F)	9×10^{11} cm
Fluxo magnético	ϕ, F	1 weber (Wb)	10^8 maxwell
Indução magnética	B	1 tesla (T)	10^4 gauss
Campo magnético	H	1 A m^{-1}	$4\pi \times 10^{-3}$ oersted (Oe)
Magnetização	M	1 A m^{-1}	$\frac{1}{4\pi} \times 10^4$ gauss
Coefficiente de indução	L	1 henry (H)	$\frac{1}{9} \times 10^{-11}$

Tabela de conversão de unidades

Nota: A magnetização no sistema de unidades electromagnético exprime-se em emu/cm^3 .

Esta unidade aparece muitas vezes na literatura referente ao micromagnetismo. O sistema de unidades utilizado neste trabalho foi o sistema Gaussiano, embora nas aplicações numéricas se tenha utilizado a magnetização em unidades do sistema electromagnético. Como $1emu/cm^3 = 1gauss$ não estamos a cometer nenhuma incoerência ao utilizar valores expressos nesta unidade em equações escritas no sistema gaussiano.

Bibliografia

- [AHA96] A. Aharoni, Introduction to the Theory of Ferromagnetism, Oxford University Press, 1996
- [ALB97] G. B. Albuquerque, P. P. Freitas, Physica B 5005, 1997
- [BER93] D. V. Berkov et. al., Solving Micromagnetic Problems, Phys. Stat. Sol. (a), vol 137, pp 207, 1993
- [BER94] H. N. Bertram, The Theory of Magnetic Recording, Cambridge University Press, 1994
- [BRO63] W. F. Brown, Micromagnetics, J. Wiley & Sons, 1963
- [CHU75] R. V. Churchill, Variáveis Complexas e suas aplicações, Editora McGraw-Hill do Brasil, 1975
- [DAH95] E. D. Dahlberg and J. Zhu, Physics Today, p. 34, april 1995
- [FER95] R. Ferré Giménez, “Étude de nanoparticules magnétiques par simulation numérique”, Thèse pour obtenir le titre de Docteur de l’Université Joseph Fourier - Grenoble I, 1995
- [FUJ97] K. Fujimoto et al., IEEE Transactions on Magnetics, vol. 33, No 3, May 1997
- [GIL55] T. L. Gilbert, Phys. Rev., 100, 1243, 1955
- [GOL50] H. Goldstein, “Classical Mechanics”, Addison-Wesley Publishing company, 1950
- [GRE71] M. D. Greenberg, “Aplication of Green’s Functions in Science and Engeneering”, Prentice-Hall, 1971
- [HEI94] D. E. Heim, “On the Track Profile of Magnetoresistive Heads”, IEEE Transactions on Magnetics, vol 30, No 4, pp 1453, July 1994

- [HER68] A. Herpin, "Théorie du Magnétisme", Institut Nacional des Sciences et Techniques Nucléaires
- [JAC62] J. D. Jackson, "Classical Electrodynamics", J. Wiley & Sons, 1962
- [JOS65] K. I. Joseph and E. Schölman, "Demagnetizing Field in Nonellipsoidal Bodies", Journal of Applied Physics, volume 36, No 5, May 1965
- [MAI98] M. Maicas et al., "Magnetostatic Energy Calculations in Two- and Three-Dimensional Arrays of Ferromagnetic Prisms", IEEE Transactions on Magnetics, vol 34, No. 3., May 1998
- [MIL94] J. Miltat, Domains and domain walls in soft magnetic materials, mostly, in "R. Gerber et al., Applied Magnetism, pp 221", Kluwer Press, 1994
- [MOR53] P. M. Morse, H. Feshbach, Methods of Theoretical Physics, McGraw-Hill Book Company, INC, 1953
- [MOR65] A. H. Morrish, "The Physical Principles of Magnetism", J. Wiley & Sons, 1965
- [NEI87] Neil Smith, "Micromagnetic Analysis of a Coupled Thin-Film Self-Biased Magnetoresistive Sensor", IEEE Transactions on Magnetics, vol 23, 1987
- [RAM94] K. Ramstök et al., "Optimizing stray field computations in finite-element micromagnetics", Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 135, pp 97, 1994
- [SHT63] S. Shtrikman, D. Treves, in Magnetism III, G. T Rado, H.Suhl. eds., Academic, New York, p. 395, 1963
- [YUA93] S. W. Yuan, H. N. Bertram, "Magnetoresistive Heads for Ultra High Density Recording", IEEE Transactions on Magnetics, Vol 29, No 6, pp 3811, November 1993
- [YUA94] S. W. Yuan, H. N. Bertram, M. K. Bhattacharyya, "Cross-track Characteristics of shielded MR Heads", IEEE Transactions on Magnetics, Vol 30, No 2, March 1994